

Лабораторная работа №5

Модель хищник-жертва

Дворкина Е. В.

18 марта 2025

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

- Дворкина Ева Владимировна
- студентка
- группа НФИбд-01-22
- Российский университет дружбы народов
- 1132226447@rudn.ru
- <https://github.com/evdvorkina>



Исследовать математическую модель хищник-жертва.

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.7x(t) + 0.06x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.6y(t) - 0.07x(t)y(t) \end{cases} \quad (1)$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 8, y_0 = 15$. Найдите стационарное состояние системы.

Выполнение лабораторной работы

Найдём стационарное состояние системы. Для этого приравняем её правые части к нулю.

$$\begin{cases} -0.7x(t) + 0.06x(t)y(t) = 0 \\ 0.6y(t) - 0.07x(t)y(t) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} -0.7 + 0.06y(t) = 0 \\ 0.6 - 0.07x(t) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Стационарное состояние системы будет в точке $x_0 = 0.6/0.07 = 60/7 = 8,571428$, $y_0 = 0.7/0.06 = 35/3 = 11, (6)$.

```
using DifferentialEquations, Plots
```

```
# Начальные условия
```

```
u0 = [8, 15]
```

```
p = [-0.7, -0.06, -0.6, -0.07]
```

```
tspan = (0.0, 50.0)
```


система ДУ, описывающей модель Лотки-Вольтерры

```
function LV(u, p, t)
```

```
    x, y = u
```

```
    a, b, c, d = p
```

```
    dx = a*x - b*x*y
```

```
    dy = -c*y + d*x*y
```

```
    return [dx, dy]
```

```
end
```

```
prob = ODEProblem(LV, u0, tspan, p)
```

```
sol = solve(prob, Tsit5())
```

```
plot(sol, title = "Модель Лотки-Вольтерры",  
      xaxis = "Время", yaxis = "Численность популяции",  
      label = ["жертвы" "хищники"])
```

```
plot(sol, vars=(1, 2), label="y от x",  
      xlabel="x, жертвы", ylabel="y, хищники",  
      title="Фазовый портрет")
```

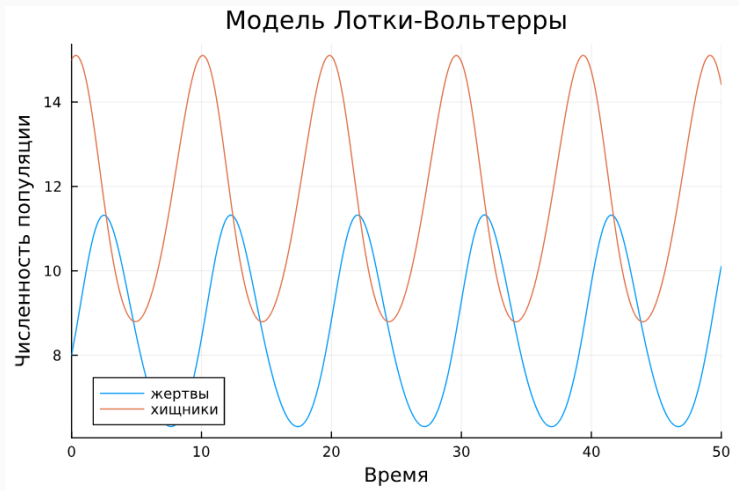


Рис. 1: Решение модели при $x_0 = 8$, $y_0 = 15$. Julia

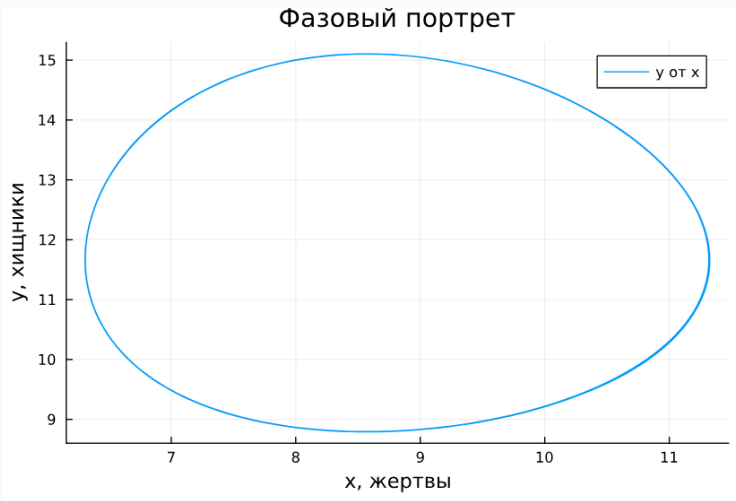


Рис. 2: Фазовый портрет модели при $x_0 = 8$, $y_0 = 15$. Julia

```
# проверка стационарной точки  
x_c = p[3]/p[4]  
y_c = p[1]/p[2]  
u0_c = [x_c, y_c]  
prob2 = ODEProblem(LV, u0_c, tspan, p)  
sol2 = solve(prob2, Tsit5())
```

```
plot(sol2, xaxis = "Время",  
      yaxis = "Численность популяции",  
      label = ["Жертвы" "Хищники"])  
  
plot(sol2, vars=(1, 2), label="y от x",  
      xlabel="x, жертвы", ylabel="y, хищники",  
      title="Фазовый портрет", xlim = [0, 15],  
      ylim=[0, 15], lw=5)
```

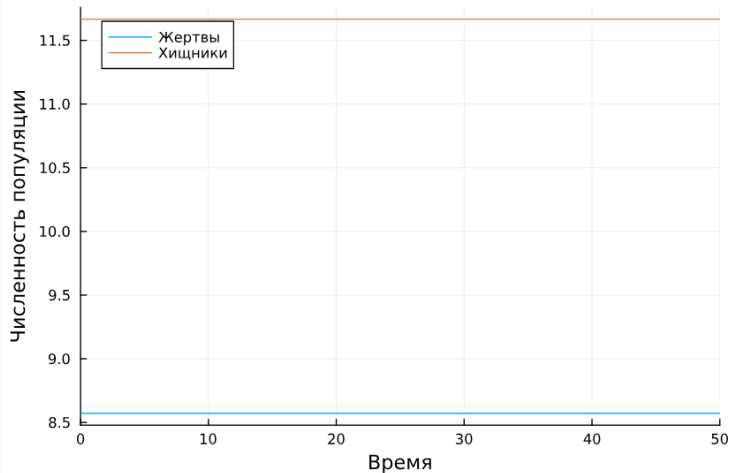


Рис. 3: Решение модели при $x_0 = x_c$, $y_0 = y_c$. Julia

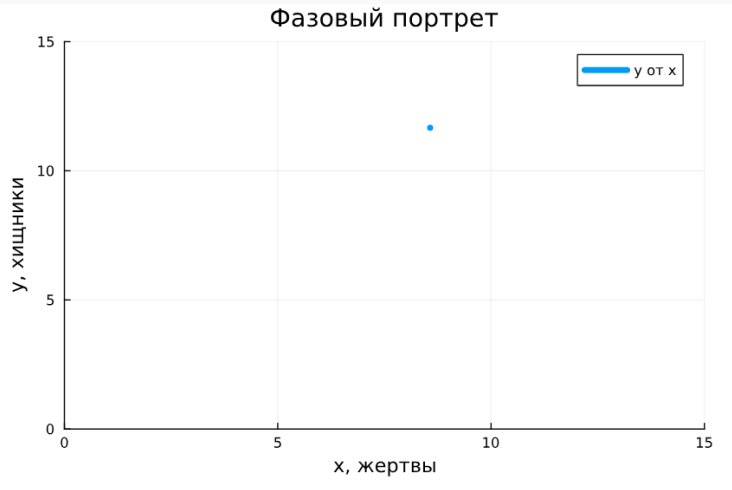


Рис. 4: Фазовый портрет модели при $x_0 = x_c$, $y_0 = y_c$. Julia


```
parameter Real a=-0.7;  
parameter Real b=-0.06;  
parameter Real c=-0.6;  
parameter Real d=-0.07;
```

```
parameter Real x0=8;  
parameter Real y0=15;  
Real x(start=x0);  
Real y(start=y0);
```

```
equation  
der(x) = a*x - b*x*y;  
der(y) = -c*y + d*x*y;
```

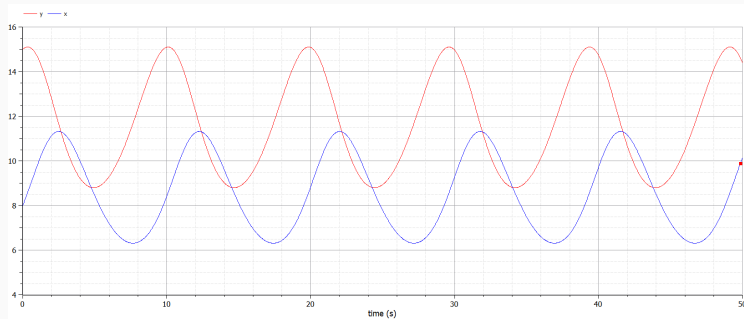


Рис. 5: Решение модели при $x_0 = 8$, $y_0 = 15$. OpenModelica

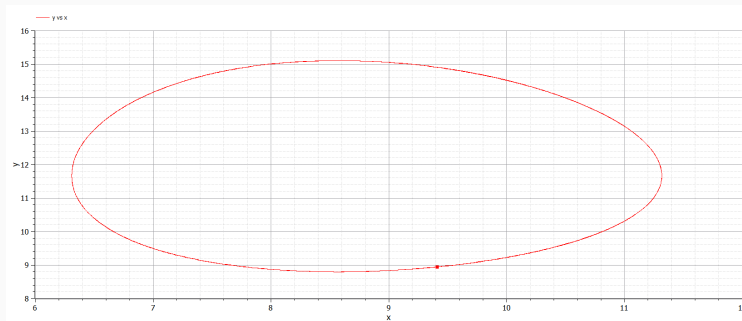


Рис. 6: Фазовый портрет модели при $x_0 = 8$, $y_0 = 15$. OpenModelica

```
parameter Real a=-0.7;  
parameter Real b=-0.06;  
parameter Real c=-0.6;  
parameter Real d=-0.07;
```

```
parameter Real x0=c/d;  
parameter Real y0=a/b;  
Real x(start=x0);  
Real y(start=y0);
```

```
equation
```

```
der(x) = a*x - b*x*y;  
der(y) = -c*y + d*x*y;
```

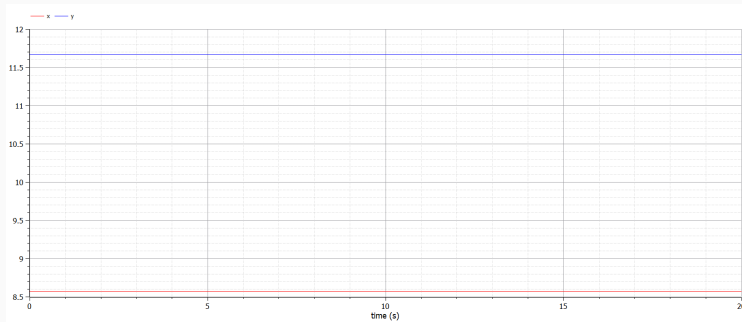


Рис. 7: Решение модели при $x_0 = x_c$, $y_0 = y_c$. OpenModelica

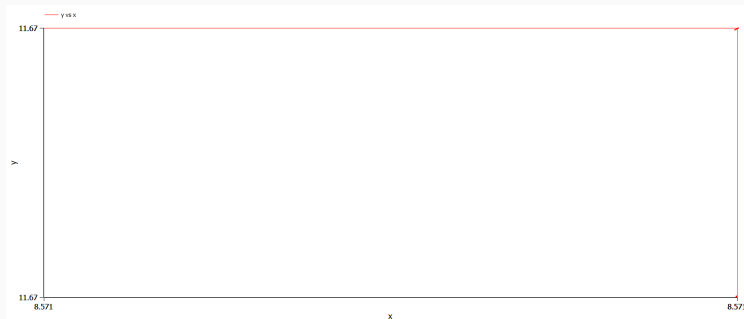


Рис. 8: Фазовый портрет модели при $x_0 = x_c$, $y_0 = y_c$. OpenModelica

Построили математическую модель хищник жертва и провели анализ.