# Лабораторная работа №5

## Модель хищник-жертва

Дворкина Е. В.

01 января 1970

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

# Докладчик


- Дворкина Ева Владимировна
- студентка
- группа НФИбд-01-22
- Российский университет дружбы народов
- 1132226447@rudn.ru
- https://github.com/evdvorkina


## Цель работы

Исследовать математическую модель хищник-жертва.

# Задание Вариант 38

Для модели «хищник-жертва»:

$$
\begin{cases}
\frac{dx}{dt} = -0.7x(t) + 0.06x(t)y(t) \\
\frac{dy}{dt} = 0.6y(t) - 0.07x(t)y(t)
\end{cases}
\tag{1}
$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 8$, $y_0 = 15$. Найдите стационарное состояние системы.

# Выполнение лабораторной работы

# Поиск стационарного состояния системы

Найдём стационарное состояние системы. Для этого приравняем её правые части к нулю.

$$\begin{cases} -0.7x(t) + 0.06x(t)y(t) = 0 \\ 0.6y(t) - 0.07x(t)y(t) = 0 \end{cases} \tag{2}$$

# Поиск стационарного состояния системы

$$
\begin{cases}
-0.7 + 0.06y(t) = 0 \\
0.6 - 0.07x(t) = 0
\end{cases}
\tag{3}
$$

Стационарное состояние системы будет в точке $x_0 = 0.6/0.07 = 60/7 = 8,571428$, $y_0 = 0.7/0.06 = 35/3 = 11,(6)$.

# Реализация в Julia. Задание параметров

```julia
using DifferentialEquations, Plots
# Начальные условия
u0 = [8, 15]
p = [-0.7, -0.06, -0.6, -0.07]
tspan = (0.0, 50.0)
```

## Реализация в Julia. Определение функции

```julia
# система ДУ, описывающей модель Лотки-Вольтерры
function LV(u, p, t)
    x, y = u
    a, b, c, d = p
    dx = a*x - b*x*y
    dy = -c*y + d*x*y
    return [dx, dy]
end

prob = ODEProblem(LV, u0, tspan, p)
sol = solve(prob, Tsit5())
```

```julia
plot(sol, title = "Модель Лотки-Вольтерры",
    xaxis = "Время", yaxis = "Численность популяции",
    label = ["жертвы" "хищники"])

plot(sol, vars=(1, 2), label="y от x",
    xlabel="x, жертвы", ylabel="y, хищники",
    title="Фазовый портрет")
```

# Реализация в Julia. График решения

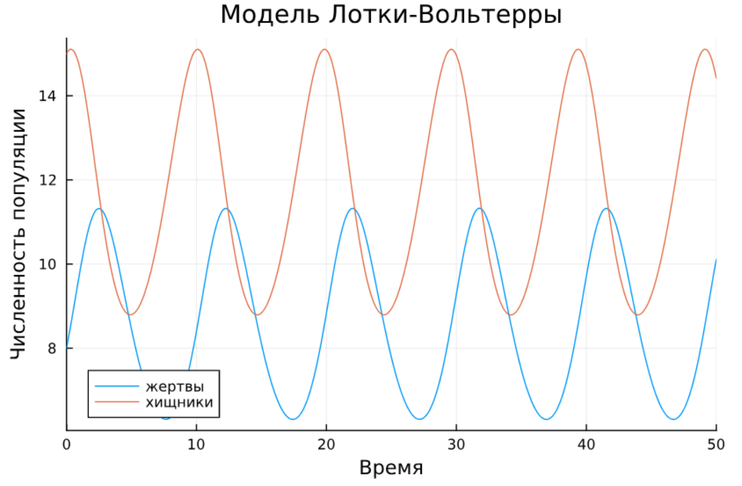


**Рис. 1:** Решение модели при $x_0 = 8,\ y_0 = 15$. Julia

# Реализация в Julia. Фазовый портрет

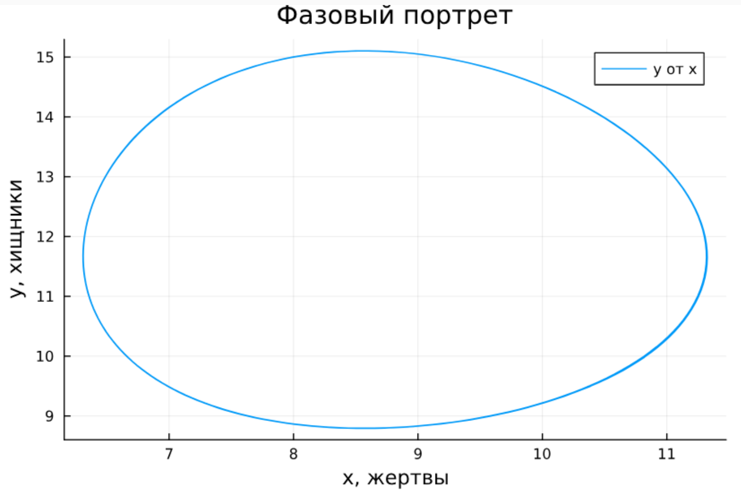


**Рис. 2:** Фазовый портрет модели при $x_0 = 8,\ y_0 = 15$. Julia

```julia
# проверка стационарной точки
x_c = p[3]/p[4]
y_c = p[1]/p[2]
u0_c = [x_c, y_c]
prob2 = ODEProblem(LV, u0_c, tspan, p)
sol2 = solve(prob2, Tsit5())
```

```julia
plot(sol2, xaxis = "Время",
    yaxis = "Численность популяции",
    label = ["Жертвы" "Хищники"])

plot(sol2, vars=(1, 2), label="y от x",
    xlabel="x, жертвы", ylabel="y, хищники",
    title="Фазовый портрет", xlimit = [0,15],
    ylimit=[0,15], lw=5)
```

# Реализация в Julia. График решения

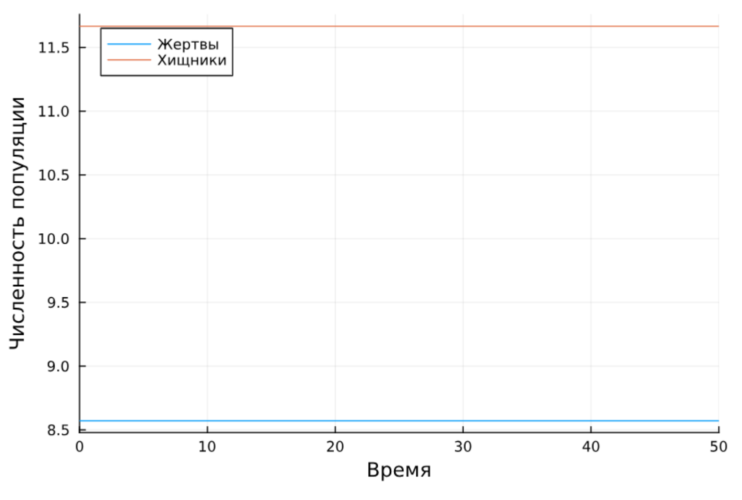


**Рис. 3:** Решение модели при $x_0 = x_c$, $y_0 = y_c$. Julia

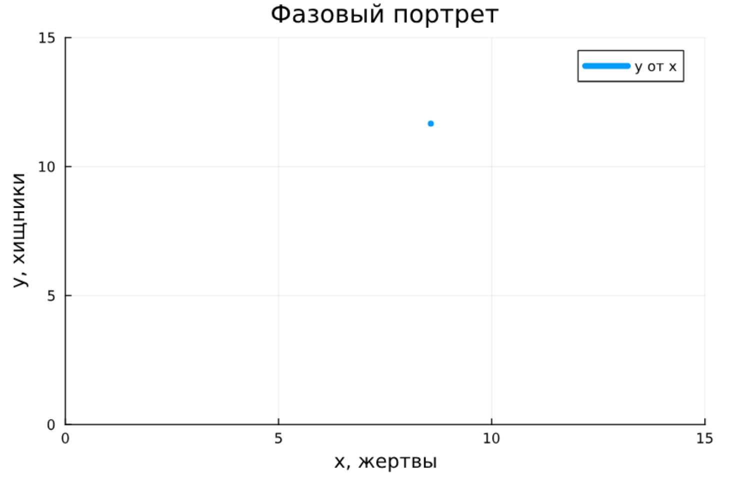


**Рис. 4:** Фазовый портрет модели при $x_0 = x_c$, $y_0 = y_c$. Julia

```
parameter Real a=-0.7;
parameter Real b=-0.06;
parameter Real c=-0.6;
parameter Real d=-0.07;

parameter Real x0=8;
parameter Real y0=15;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);

equation
der(x) = a*x - b*x*y;
der(y) = -c*y + d*x*y;
```

# Реализация в OpenModelica. График решения

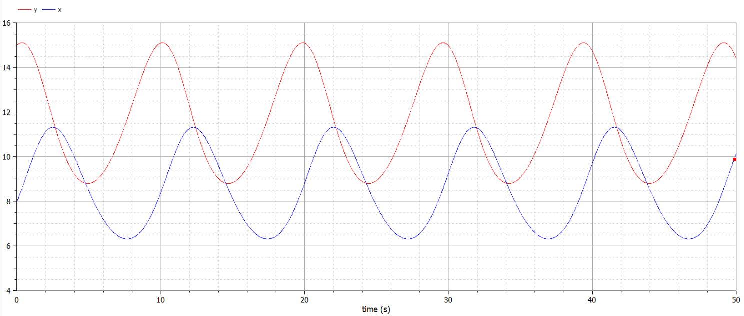


**Рис. 5:** Решение модели при $x_0 = 8,\ y_0 = 15$. OpenModelica

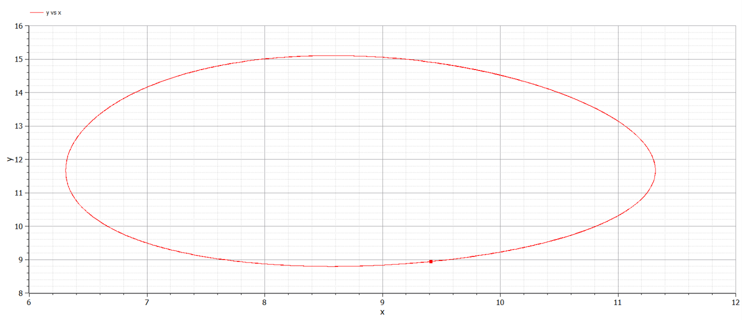


**Рис. 6:** Фазовый портрет модели при $x_0 = 8$, $y_0 = 15$. OpenModelica

```
parameter Real a=-0.7;
parameter Real b=-0.06;
parameter Real c=-0.6;
parameter Real d=-0.07;

parameter Real x0=c/d;
parameter Real y0=a/b;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);

equation
der(x) = a*x - b*x*y;
der(y) = -c*y + d*x*y;
```

# Реализация в OpenModelica. График решения

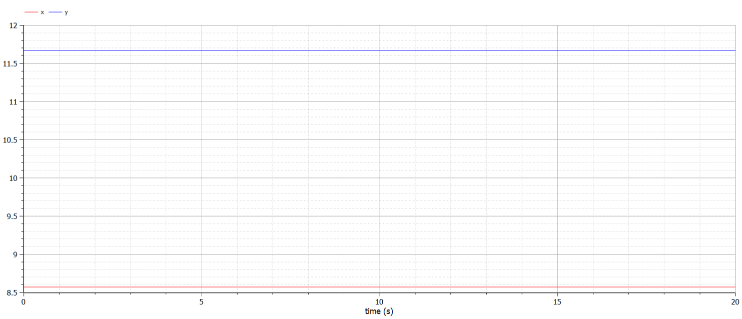


**Рис. 7:** Решение модели при $x_0 = x_c$, $y_0 = y_c$. OpenModelica

## Реализация в OpenModelica. Фазовый портрет

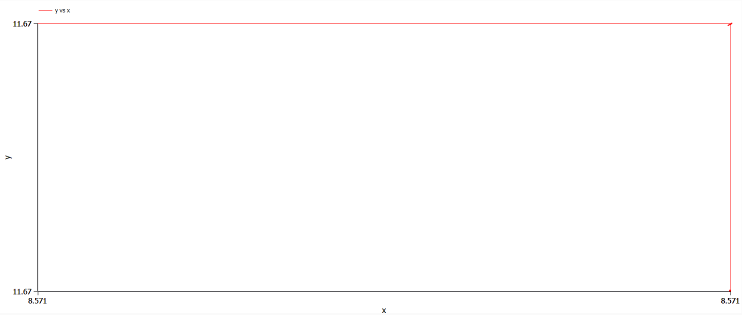


**Рис. 8:** Фазовый портрет модели при $x_0 = x_c$, $y_0 = y_c$. OpenModelica

# Выводы

Построили математическую модель хищник жертва и провели анализ.