

# Лабораторная работа №8

## Модель конкуренции двух фирм

---

Дворкина Е. В.

18 марта 2025

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

- Дворкина Ева Владимировна
- студентка
- группа НФИбд-01-22
- Российский университет дружбы народов
- 1132226447@rudn.ru
- <https://github.com/evdvorkina>



Исследовать простейшую математическую модель конкуренции двух фирм.

Случай 1.

$$\begin{cases} \frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2, \\ \frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2, \end{cases}$$

Случай 2.

$$\begin{cases} \frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2, \\ \frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \left( \frac{b}{c_1} + 0.00083 \right) M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2, \end{cases}$$

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами:

$$M(0)_1 = 3.9, M(0)_2 = 2.9, p_{cr} = 25, N = 39, q = 1, \tau_1 = 29, \tau_2 = 19, \tilde{p}_1 = 6.9, \tilde{p}_2 = 15.9$$

1. Построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1.
2. Построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2.
3. Найдите стационарное состояние системы для первого случая.

## Выполнение лабораторной работы

---

```
using DifferentialEquations, Plots
```

```
p_cr = 25 #критическая стоимость продукта
```

```
tau1 = 29 #длительность производственного цикла фирмы 1
```

```
p1 = 6.9 #себестоимость продукта у фирмы 1
```

```
tau2 = 19 #длительность производственного цикла фирмы 2
```

```
p2 = 15.9 #себестоимость продукта у фирмы 2
```

```
N = 39 #число потребителей производимого продукта
```

```
q = 1; #максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени
```



```
a1 = p_cr/(tau1^2*p1^2*N*q);  
a2 = p_cr/(tau2^2*p2^2*N*q);  
b = p_cr/(tau1^2*tau2^2*p1^2*p2^2*N*q);  
c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);  
c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);  
  
u0 = [3.9, 2.9] #начальные значения M1 и M2  
p = [a1, a2, b, c1, c2]  
tspan = (0.0, 50.0) #временной интервал
```

```
function f(u, p, t)
    M1, M2 = u
    a1, a2, b, c1, c2 = p
    M1 = M1 - (a1/c1)*M1^2 - (b/c1)*M1*M2
    M2 = (c2/c1)*M2 - (a2/c1)*M2^2 - (b/c1)*M1*M2
    return [M1, M2]
end
```

```
using LinearAlgebra
A = [(a1/c1) (b/c1); (b/c1) (a2/c1)]
b1 = [1, (c2/c1)]
x = A \ b1
println("Решение: ", x)
Решение: [5649.976610483586, 4288.470491728287]
```

```
prob = ODEProblem(f, u0, tspan, p)
sol = solve(prob, Tsit5(), saveat = 0.01)
plot(sol, yaxis = "Оборотные средства предприятия", label = ["M1" "M2"])
```

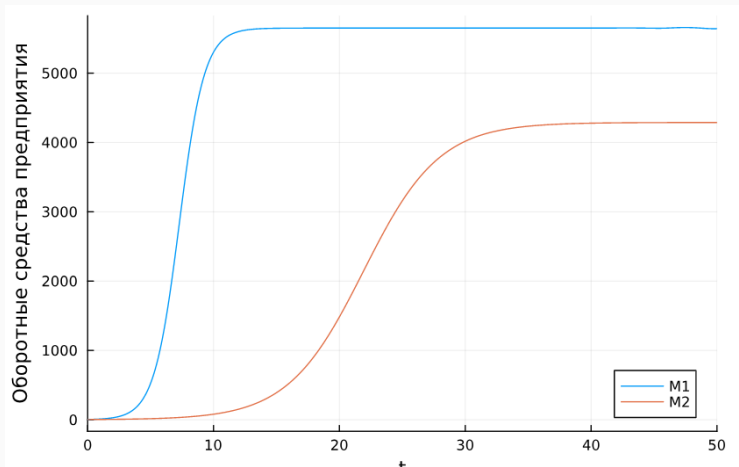


Рис. 1: График изменения оборотных средств для первого случая. julia

```
function f2(du,u,p,t)
    a1, a2, b, c1, c2 = p
    du[1] = u[1] - (a1/c1)*u[1]*u[1] - (b/c1)*u[1]*u[2]
    du[2] = (c2/c1)*u[2] - (a2/c1)*u[2]*u[2] - (b/c1+0.00083)*u[1]*u[2]
end
```

```
prob2 = ODEProblem(f2, u0, tspan, p)
sol2 = solve(prob2, Tsit5(), saveat = 0.01)
plot(sol2, yaxis = "Оборотные средства предприятия", label = ["M1" "M2"])
```

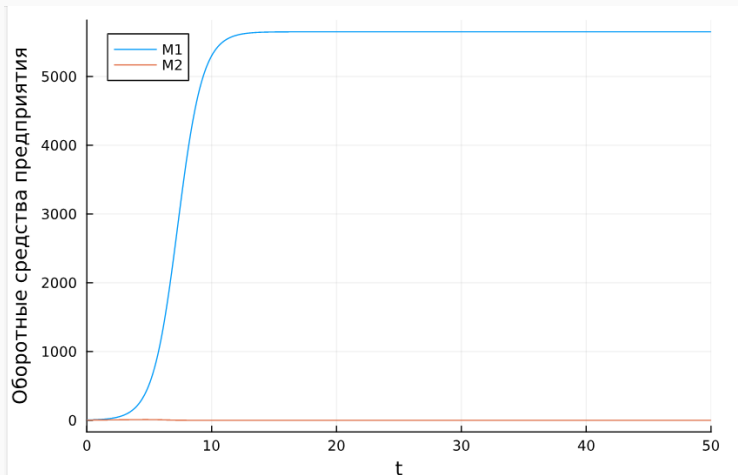


Рис. 2: График изменения оборотных средств для второго случая. julia



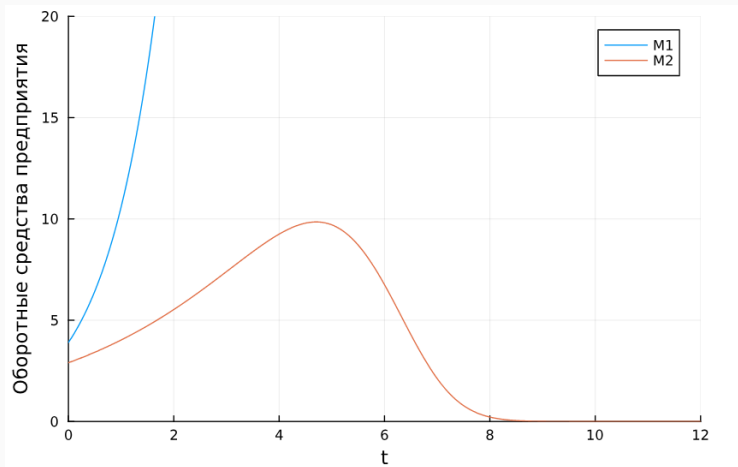


Рис. 3: Приближенный график изменения оборотных средств для второго случая. julia

```
parameter Real p_cr = 25;  
parameter Real tau1 = 29;  
parameter Real p1 = 6.9;  
parameter Real tau2 = 19;  
parameter Real p2 = 15.9;  
parameter Real N = 39;  
parameter Real q = 1;  
parameter Real a1 = p_cr/(tau1^2*p1^2*N*q);  
parameter Real a2 = p_cr/(tau2^2*p2^2*N*q);  
parameter Real b = p_cr/(tau1^2*tau2^2*p1^2*p2^2*N*q);  
parameter Real c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);  
parameter Real c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);
```

```
Real M1(start=3.9);
```

```
Real M2(start=2.9);
```

equation

```
der(M1) = M1 - (a1/c1)*M1^2 - (b/c1)*M1*M2;
```

```
der(M2) = (c2/c1)*M2 - (a2/c1)*M2^2 - (b/c1)*M1*M2;
```

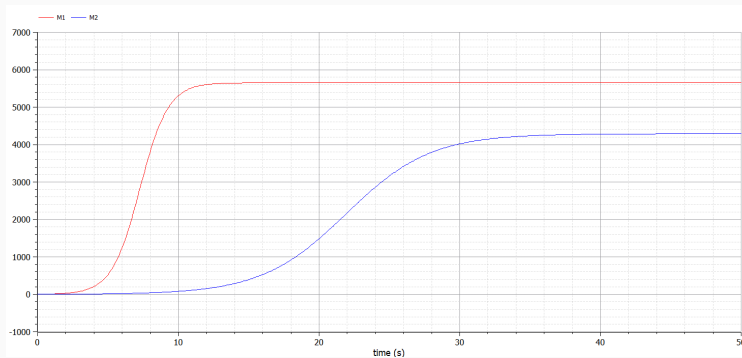


Рис. 4: График изменения оборотных средств для первого случая. OpenModelica

```
Real M1(start=3.9);
```

```
Real M2(start=2.9);
```

equation

```
der(M1) = M1 - (a1/c1)*M1^2 - (b/c1)*M1*M2;
```

```
der(M2) = (c2/c1)*M2 - (a2/c1)*M2^2 - (b/c1+0.00083)*M1*M2;
```

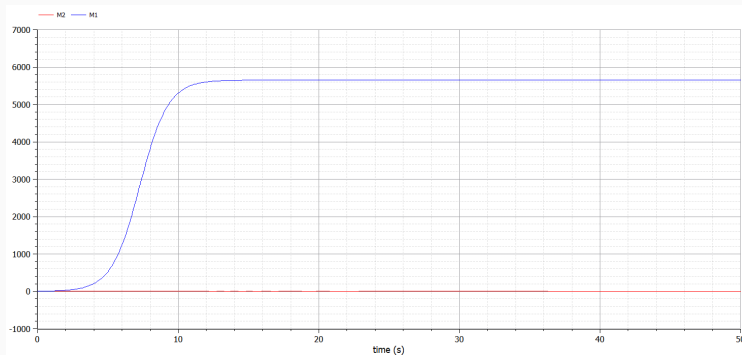


Рис. 5: График изменения оборотных средств для второго случая. OpenModelica

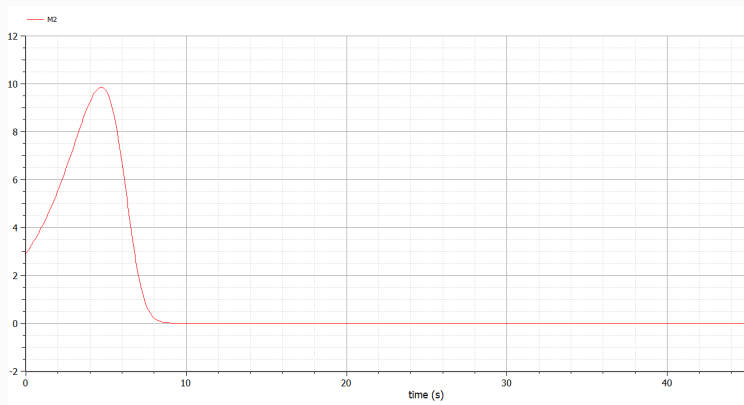


Рис. 6: Приближенный график изменения оборотных средств для второго случая. OpenModelica

Построили математическую модель конкуренции двух фирм.