

Лабораторная работа №2

Задача о погоне

Дворкина Е. В.

08 марта 2025

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

- Дворкина Ева Владимировна
- студентка
- группа НФИбд-01-22
- Российский университет дружбы народов
- 1132226447@rudn.ru
- <https://github.com/evdvorkina>



Построить математическую модель для выбора правильной стратегии при решении примера задаче о погоне.

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 19 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 5.1 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найти точку пересечения траектории катера и лодки

Формула для выбора варианта: $(1032216453\%70)+1 = 24$ вариант.

$$\frac{x}{v} = \frac{k - x}{5.1v} - \text{в первом случае}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{k + x}{5.1v} - \text{во втором}$$

Отсюда мы найдем два значения $x_1 = \frac{19}{6.1}$ и $x_2 = \frac{19}{4.1}$, задачу будем решать для двух случаев.

$$v_{\tau} = \sqrt{5.1^2 v^2 - v^2} = \sqrt{25.01} v$$

Из чего можно вывести:

$$r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{25.01} v$$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{25.01} v \end{cases}$$

С начальными условиями для первого случая:

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{19}{6.1} \end{cases} \quad (1)$$

Или для второго:

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{19}{4.1} \end{cases} \quad (2)$$

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{15.81}}$$

```
using DifferentialEquations, Plots
```

```
# расстояние от лодки до катера
```

```
k = 19
```

```
# вычисление x для двух случаев
```

```
x1 = k/6.1
```

```
x2 = k/4.1
```

```
# начальные условия для 1 случая
```

```
r0 = x1
```

```
theta0 = (0.0, 2*pi) #диапазон значений
```

```
# Начальные условия для 2 случая
```

```
r0_2 = x2
```

```
theta0_2 = (-pi, pi)
```

`fi=pi/4 #угол под которым двигается лодка`

`x(t) = tan(fi) * t #движение лодки браконьеров`

`f(r, p, t) = r/sqrt(25.01) #Функция, описывающая движение катера береговой ох`

```
# Постановка ДУ с ЗК для 1 случая
prob = ODEProblem(f, r0, theta0)
sol = solve(prob, saveat=0.01) #шаг для красивой линии
```

```
# Постановка ДУ с ЗК для 2 случая
prob_2 = ODEProblem(f, r0_2, theta0_2)
sol_2 = solve(prob_2, saveat=0.01)
```

```
#построим траекторию движения лодки
ugol = [fi for i in range(0, 15)] #20 т.к. ограничение радиуса полярных коорд
x_lims = [x(i) for i in range(0, 15)]
```

Построение траекторий в первом случае

Построим траекторию движения катера и лодки в первом случае

```
# Отрисовка траектории движения катера
```

```
plot(sol.t, sol.u, proj=:polar, lims=(0, 10), label="Траектория движения кате
```

```
#u - радиус
```

```
plot!(ugol, x_lims, proj=:polar, lims=(0, 10), label="Траектория движения лод
```


Построение траекторий в первом случае

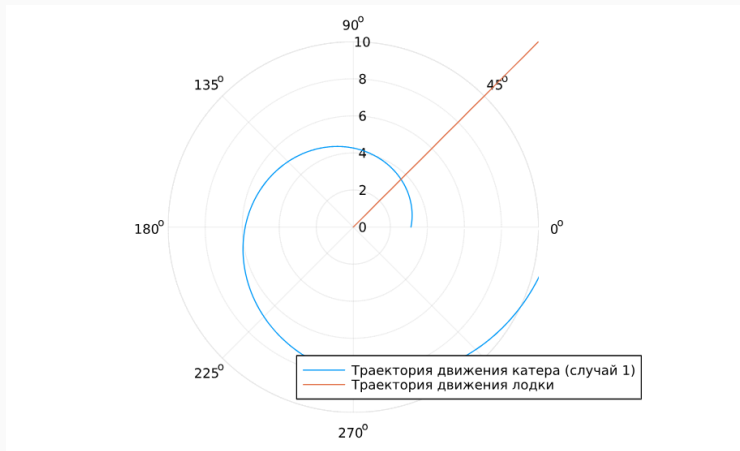


Рис. 1: Траектория движения катера в 1 случае

Точка пересечения в первом случае

$$r = \frac{19}{6.1} e^{\frac{\theta}{\sqrt{25.01}}} - \text{для случая (1)}$$

Точное решение ДУ, описывающего движение катера береговой охраны

```
y(x) = (19 * exp(x/sqrt(25.01))) / 6.1
```

Подставим в точное решение угол, под которым движется лодка браконьеров для

```
y_result = y(fi)
```

Точка пересечения лодки и катера для 1 случая

```
println("Точка пересечения лодки и катера для 1 случая: ", y_result)
```

Точка пересечения в первом случае

```
[93]: # Точное решение ДУ, описывающего движение катера береговой охраны
      y(x) = (19 * exp(x/sqrt(25.01))) / 6.1

      # Подставим в точное решение угол, под которым движется лодка браконьеров для нахождения точки пересечения
      y_result = y(fi)

      # Точка пересечения лодки и катера для 1 случая
      println("Точка пересечения лодки и катера для 1 случая: ", y_result)

      Точка пересечения лодки и катера для 1 случая: 3.644424385870613
```

Рис. 2: Нахождение точки пересечения графиков в 1 случае

```
plot(sol_2.t, sol_2.u, proj=:polar, lims=(0, 15), label="Траектория движения  
plot!(ugol, x_lims, proj=:polar, lims=(0, 15), label="Траектория движения лод
```

Построение траекторий во втором случае

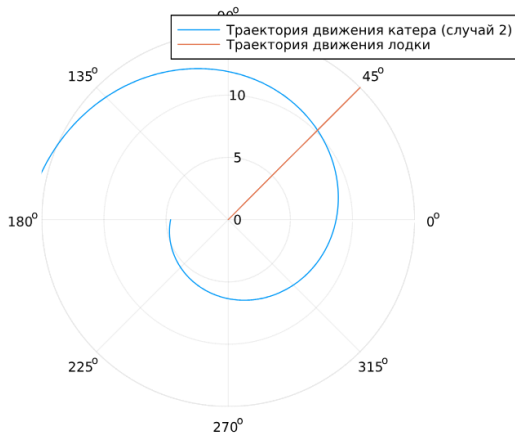


Рис. 3: Траектория движения катера в 2 случае

Точка пересечения во втором случае

Точное решение ДУ, описывающего движение катера береговой охраны для 2 случая

`y2(x) = (19 * exp((x+pi) / sqrt(25.01)))/ 4.1`

Подставим в точное решение угол, под которым движется лодка браконьеров для

`y2_result = y2(fi)`

Точка пересечения лодки и катера для 2 случая

`println("Точка пересечения лодки и катера для 2 случая: ", y2_result)`

Точка пересечения в первом случае

```
[101]: # Точное решение ДУ, описывающего движение катера береговой охраны для 2 случая
y2(x) = (19 * exp((x+pi) / sqrt(25.01))) / 4.1

# Подставим в точное решение угол, под которым движется лодка браконьеров для нахождения точки пересечения
y2_result = y2(fi)

# Точка пересечения лодки и катера для 2 случая
println("Точка пересечения лодки и катера для 2 случая: ", y2_result)

Точка пересечения лодки и катера для 2 случая: 10.162384772691782
```

Рис. 4: Нахождение точки пересечения графиков в 2 случае

```
// Исходные данные
s = 19; // начальное расстояние от лодки до катера
n = 5.1; // отношение скоростей катера и лодки
fi = %pi / 4; // угол направления движения лодки

// Функция, описывающая движение катера береговой охраны
function dr = f(theta, r)
    dr = r / sqrt(n*n - 1);
endfunction
```



```
// Начальные условия для первого случая (катер ближе к полюсу)
r0_1 = s / (n + 1); //  $x_1 = k / (n + 1)$ 
theta0_1 = 0;

theta = 0:0.01:2*%pi;
r1 = ode(r0_1, theta0_1, theta, f);

// Начальные условия для второго случая (катер дальше от полюса)
r0_2 = s / (n - 1); //  $x_2 = k / (n - 1)$ 
theta0_2 = -%pi;
theta2 = -%pi:0.01:%pi;
r2 = ode(r0_2, theta0_2, theta2, f);
```

```
// Функция движения лодки браконьеров  
function xt = f2(t)  
    xt = tan(fi) * t;  
endfunction  
  
t = 0:1:15;
```

```
// Графики
```

```
clf;
```

```
subplot(1,2,1);
```

```
polarplot(theta, r1, style=color('green')); // катер (случай 1)
```

```
plot2d(t, f2(t), style=color('red')); // лодка
```

```
subplot(1,2,2);
```

```
polarplot(theta2, r2, style=color('blue')); // катер (случай 2)
```

```
plot2d(t, f2(t), style=color('red')); // лодка
```

```
xtitle("Траектории движения катера и лодки (случай 1 - слева, случай 2 - справа)");
```

```
legend("Катер (случай 1)", "Лодка", "Катер (случай 2)");
```

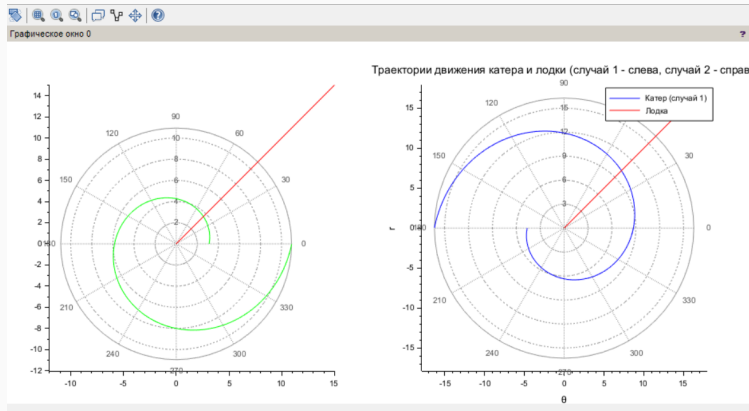


Рис. 5: Траектория движения катера на графиках в scilab

В процессе выполнения данной лабораторной работы я построила математическую модель для выбора правильной стратегии при решении примера задачи о погоне.