

Лабораторная работа №3

Моделирование стохастических процессов

Дворкина Ева Владимировна

Содержание

1	Цель работы	4
2	Задание	5
3	Теоретическое введение	6
4	Выполнение лабораторной работы	7
4.1	Реализация модели $M M 1$	7
4.2	Подсчет нагрузки системы и вероятности потери пакетов	9
4.3	Построение графика изменения размера очереди в GNUplot	10
5	Выводы	12
	Список литературы	13

Список иллюстраций

4.1	Вычисление средней длины очереди и вероятности потери пакетов	9
4.2	Реализация программы для построения графика	10
4.3	График поведения длины очереди	11

1 Цель работы

Цель данной лабораторной работы - провести моделирование системы массового обслуживания (СМО).

2 Задание

1. Реализовать модель $M|M|1$
2. Посчитать нагрузку системы и вероятность потери пакетов
3. Построить график изменения размера очереди в GNUplot

3 Теоретическое введение

$M|M|1$ — однолинейная СМО с накопителем бесконечной ёмкости. Поступающий поток заявок — пуассоновский с интенсивностью λ . Времена обслуживания заявок — независимые в совокупности случайные величины, распределённые по экспоненциальному закону с параметром μ .

Система дифференциальных уравнений Колмогорова (3.1):

$$\begin{cases} p'_0(t) = -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t) \\ p'_i(t) = -(\lambda + \mu)p_i(t) + \lambda p_{i-1}(t) + \mu p_{i+1}(t) \quad i \geq 1 \end{cases} \quad (3.1)$$

$p_i(t) = P\{\nu(t) = i\}$ - вероятность того, что в момент времени t в системе находится i заявок.

$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ - загрузка системы

Стационарное среднее число заявок в очереди (3.2):

$$Q = \frac{\rho^2}{1 - \rho} \quad (3.2)$$

Более подробно в [1,2].

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 Реализация модели $M|M|1$

В новом файле выполним реализацию модели системы массового обслуживания

```
# создание объекта Simulator
set ns [new Simulator]
# открытие на запись файла out.tr для регистрации событий
set tf [open out.tr w]
$ns trace-all $tf
# задаём значения параметров системы
set lambda 30.0
set mu 33.0
# размер очереди для  $M|M|1$  (для  $M|M|1|R$ : setqsizeR)
set qsize 100000
# устанавливаем длительность эксперимента
set duration 1000.0
# задаём узлы и соединяем их симплексным соединением
# сполосой пропускания 100Кб/с и задержкой 0мс,
# очередь с обслуживанием типа DropTail
set n1 [$ns node]
set n2 [$ns node]
set link [$ns simplex-link $n1 $n2 100kb 0ms DropTail]
```

```

# наложение ограничения на размер очереди:
$ns queue-limit $n1 $n2 $qsize
# задаём распределения интервалов времени
# поступления пакетов и размера пакетов
set InterArrivalTime [new RandomVariable/Exponential]
$InterArrivalTime set avg_ [expr 1/$lambda]
set pktSize [new RandomVariable/Exponential]
$pktSize set avg_ [expr 100000.0/(8*$mu)]
# задаём агент UDP и присоединяем его к источнику,
# задаём размер пакета
set src [new Agent/UDP]
$src set packetSize_ 100000
$ns attach-agent $n1 $src
# задаём агент-приёмник и присоединяем его
set sink [new Agent/Null]
$ns attach-agent $n2 $sink
$ns connect $src $sink
# мониторинг очереди
set qmon [$ns monitor-queue $n1 $n2 [open qm.out w] 0.1]
$link queue-sample-timeout
# процедура finish закрывает файлы трассировки
proc finish {} {
    global ns tf
    $ns flush-trace
    close $tf
    exit 0
}
# процедура случайного генерирования пакетов
proc sendpacket {} {

```



```

global ns src InterArrivalTime pktSize
set time [$ns now]
$ns at [expr $time +[$InterArrivalTime value]] "sendpacket"
set bytes [expr round ([$pktSize value])]
$src send $bytes
}
# планировщик событий
$ns at 0.0001 "sendpacket"
$ns at $duration "finish"
# расчет загрузки системы и вероятности потери пакетов
set rho [expr $lambda/$mu]
set ploss [expr (1-$rho)*pow($rho,$qsize)/(1-pow($rho,($qsize+1)))]
puts "Теоретическая вероятность потери = $ploss"
set aveq [expr $rho*$rho/(1-$rho)]
puts "Теоретическая средняя длина очереди = $aveq"
# запуск модели
$ns run

```

4.2 Подсчет нагрузки системы и вероятности потери пакетов

Запустив программу, получим результаты, сообщающие о теоретической вероятности потери пакета и о теоретической средней длине очереди. Вероятность потери у нас равна 0, потому что реализована модель СМО с накопителем бесконечной емкости (для этого предел длины очередь в программе задали не бесконечным, а очень большим) (рис. 4.1).



```

openmodelica@openmodelica-VirtualBox:~/work/study/2024-2025/Имитационное моделирование/mip/lab-ns$ ns lab3.tcl
Теоретическая вероятность потери = 0.0
Теоретическая средняя длина очереди = 9.0909090909090904

```

Рис. 4.1: Вычисление средней длины очереди и вероятности потери пакетов

4.3 Построение графика изменения размера очереди в GNUplot

В программе, написанной в файле `graph_plot`, для построения графика GNUplot я изначально внесла изменения в цвет графиков (рис. 4.2).

```
1#!/usr/bin/gnuplot -persist
2# задаём текстовую кодировку,
3# тип терминала, тип и размер шрифта
4set encoding utf8
5set term pdfcairo font "Helvetica,9"
6# задаём выходной файл графика
7set out 'qm.pdf'
8# задаём название графика
9set title "График средней длины очереди"
10# задаём стиль линии
11set style line 2
12# подписи осей графика
13set xlabel "t" font 'Helvetica'
14set ylabel "Пакеты" font 'Helvetica'
15# построение графика, используя значения
16# 1-го и 5-го столбцов файла qm.out
17plot "qm.out" using ($1):($5) with lines linetype rgb "yellow" title "Размер очереди (в пакетах)",\
18      "qm.out" using ($1):($5) smooth csplines linetype rgb "red" title " Приближение сплайном ",\
19      "qm.out" using ($1):($5) smooth bezier linetype rgb "purple" title " Приближение Безье "
```

Рис. 4.2: Реализация программы для построения графика

После закрытия файла необходимо добавить ему права на исполнения (сделать исполняемым), а следующей командой запустить файл:

```
chmod +x graph_plot
```

```
./graph_plot
```

Согласно реализации построения графика, он сохраняется в файле pdf, на нем мы видим изменение длины очереди от времени, а также приближение сплайном и безье для замены функции сложных колебаний длины очереди функцией, которая приближенно и обобщенно их описывает (рис. 4.3).

5 Выводы

При выполнении лабораторной работы я провела моделирование системы массового обслуживания (СМО).

Список литературы

1. Королькова А. В. К.Д.С. Лабораторная работа 3. Моделирование стохастических процессов [Электронный ресурс].
2. Королькова А. В. К.Д.С. Имитационное моделирование в NS-2. Теоретические сведения [Электронный ресурс].