

Técnicas de Predicción: Regresión y series de tiempo

Evelyn Gutierrez

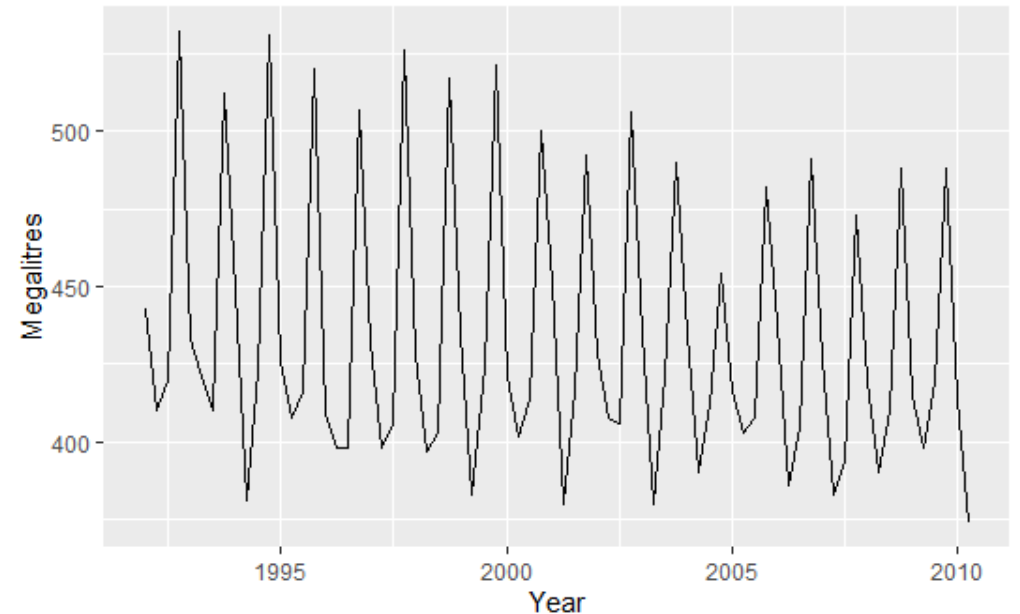
Descomposición de una serie de tiempo

Descomposición de una serie

- Aditiva

$$y_t = T_t + S_t + R_t$$

- T: Componente Tendencia - Ciclos
- S: Componente Estacional
- R: Residual: Componente Aleatorio



Descomposición de una serie

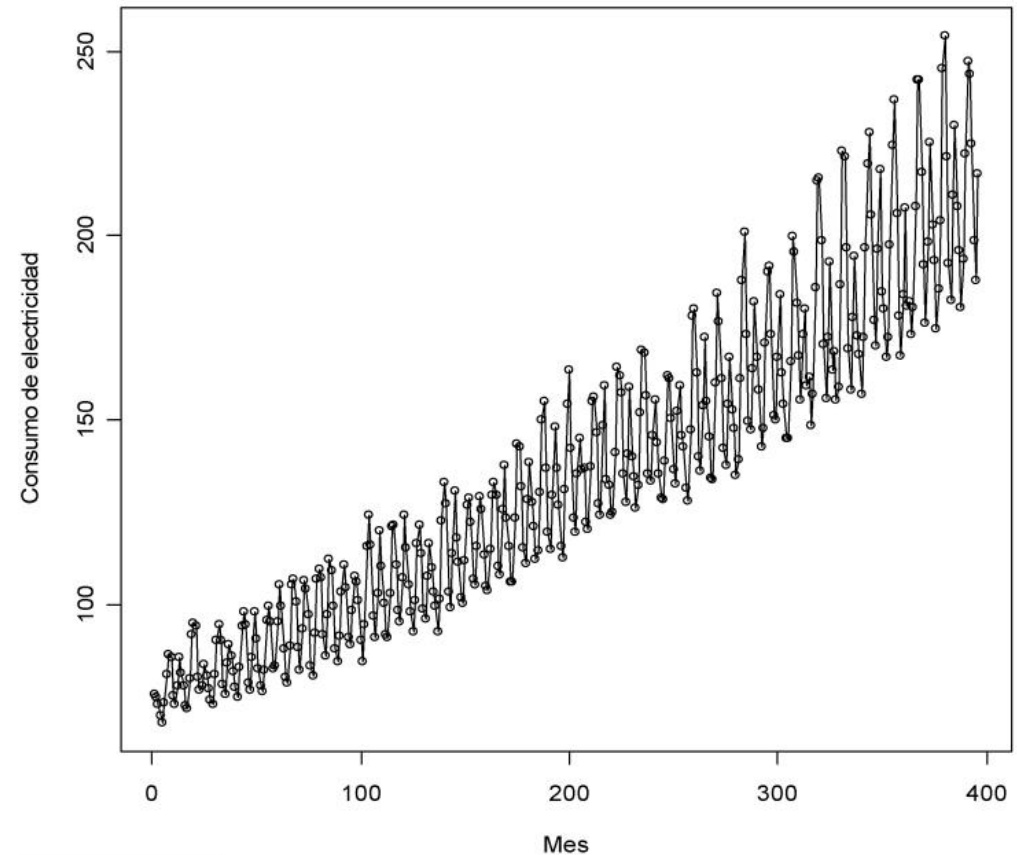
- Multiplicativa

$$y_t = T_t * S_t * R_t$$

- T: Componente Tendencia - Ciclos
- S: Componente Estacional
- R: Residual: Componente Aleatorio

- Cuando las magnitudes del componente estacional varían en el tiempo.

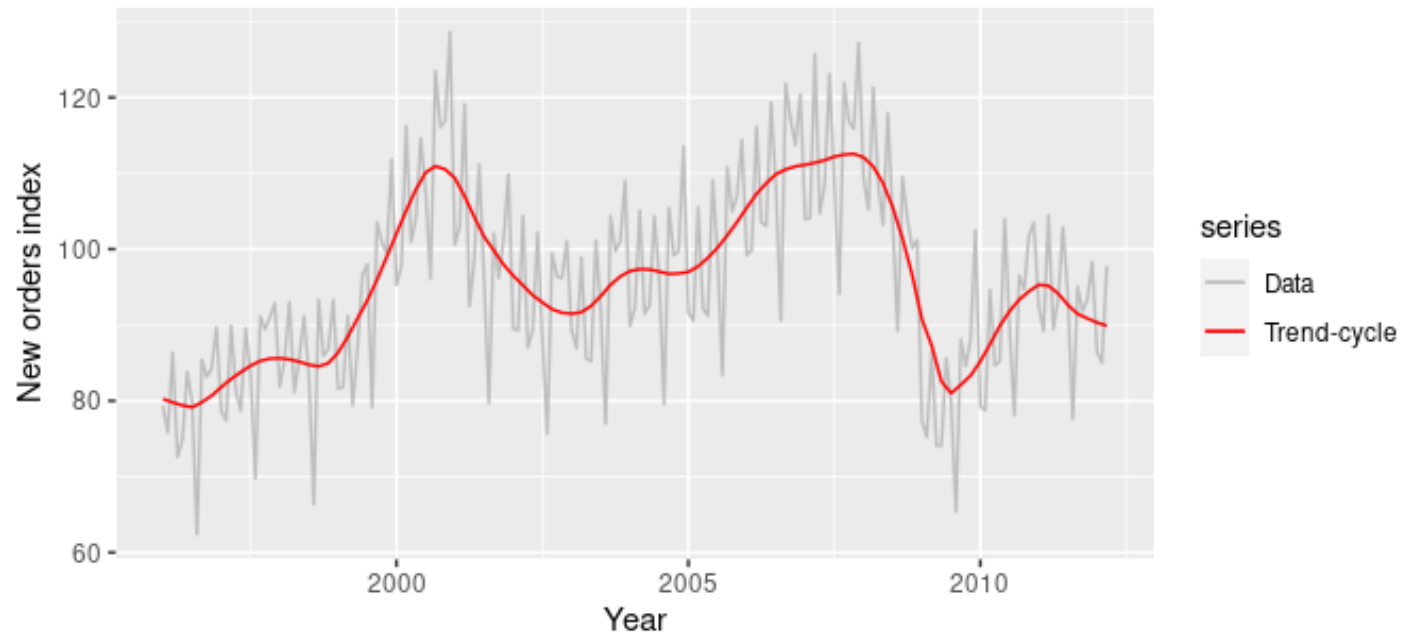
Consumo de electricidad.



Observe que la componente estacional aumenta en el tiempo.

Descomposición de una serie de tiempo

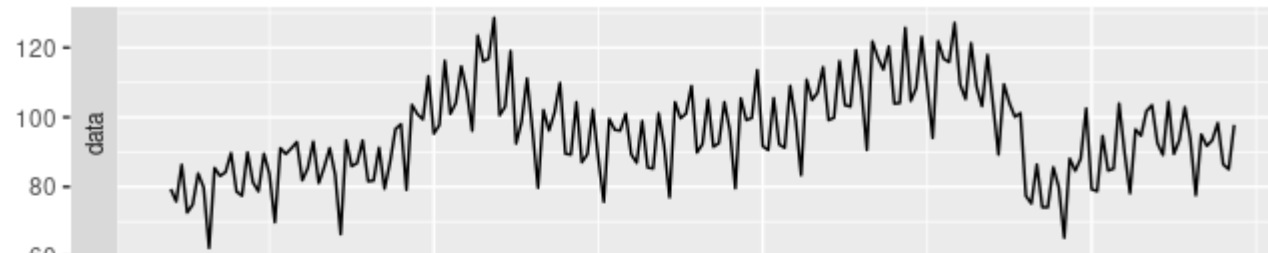
Componente tendencia



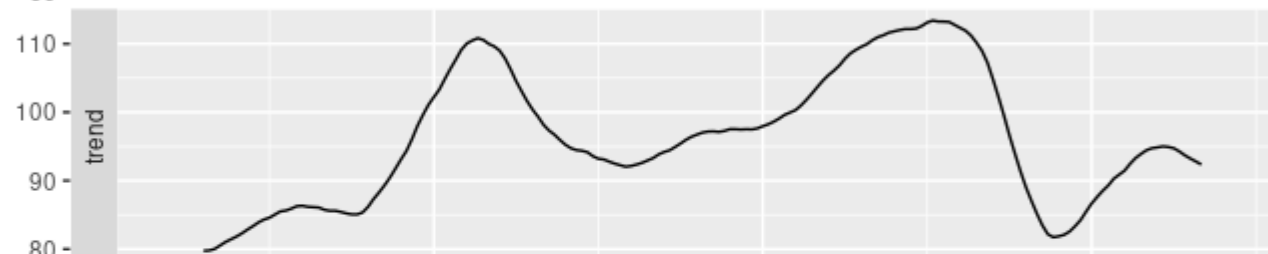
- La línea roja muestra la componente tendencia - ciclos.
- Los métodos clásicos inician identificando esta componente.

Classical multiplicative decomposition of electrical equipment index

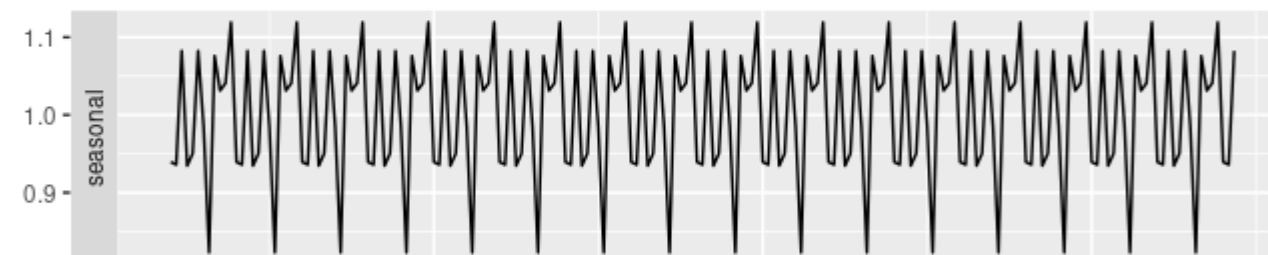
Serie



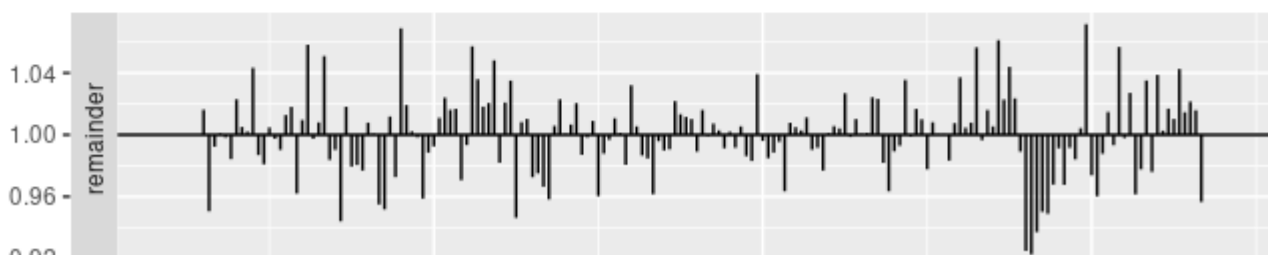
Tendencia



Estacional



Residual



2000

2005

2010

Year

$$y_t = T_t + S_t + R_t$$



Tendencia

Tendencia - Ciclos

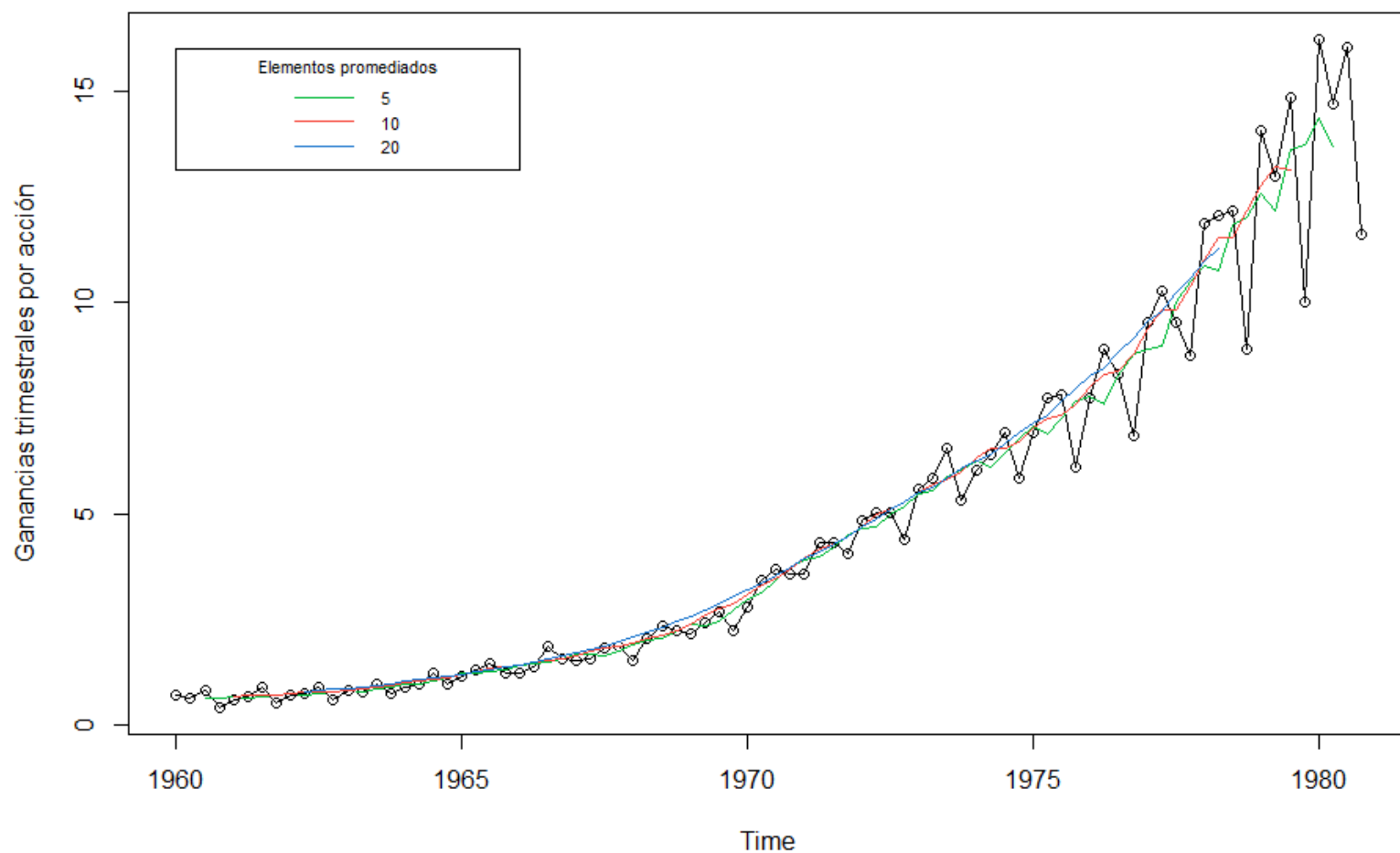
Suavización con Media Móvil

- Para estimar la componente tendencia-ciclo
- Objetivo: Suavizar la serie $\{y_t\}$ para capturar la tendencia.
- Media móvil de orden m :

$$\hat{T} = \frac{1}{m} \sum_{j=-k}^k y_{t+j}$$

- Promedio los m elementos alrededor de t , incluido y_t

Suavización con media móvil



Suavización con Media Móvil

Ejemplo: Media móvil de orden 5:

$$\begin{aligned}m &= 5 \\ m &= 2k + 1 \\ k &= 2\end{aligned}$$

$$\hat{T}_t = \frac{1}{5} \sum_{j=-2}^2 y_{t+j}$$

Año	Ventas	5-MA
1989	2354	
1990	2380	
1991	2319	2382
1992	2469	2425
1993	2386	2464
1994	2569	2553
1995	2576	

Suavización con Media Móvil

Ejemplo: Media móvil de orden 4

$$m = 4$$

$$\hat{T}_t = \frac{1}{4} \sum_{j=-2}^1 y_{t+j}$$

Año	Ventas	4-MA
1989	2354	
1990	2380	
1991	2319	2380.4
1992	2469	2388.3
1993	2386	2435.8
1994	2569	2500.1
1995	2576	2525.1

Media móvil de medias móviles.

- Se puede aplicar dos veces el método de medias móviles:
- 2x4-MA significa realizar 4-MA y luego 2-MA al resultado.

Año	Trim	Obs	4-MA	2x4-MA
1992	Q1	443		
1992	Q2	410	451.3	
1992	Q3	420	448.8	450
1992	Q4	532	451.5	450.12
1993	Q1	433	449	450.25
1993	Q2	421	444	446.5
1993	Q3	410	448	446
1993	Q4	512	438	443
1994	Q1	449	441.3	439.62
1994	Q2	381	446	443.62

$$\begin{aligned}
 \hat{T}_t &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{4} (y_{t-2} + y_{t-1} + y_t + y_{t+1}) + \frac{1}{4} (y_{t-1} + y_t + y_{t+1} + y_{t+2}) \right] \\
 &= \frac{1}{8} y_{t-2} + \frac{1}{4} y_{t-1} + \frac{1}{4} y_t + \frac{1}{4} y_{t+1} + \frac{1}{8} y_{t+2}.
 \end{aligned}$$

Media móvil ponderada

Media móvil de medias móviles.

$$\hat{T}_t = \frac{1}{8}y_{t-2} + \frac{1}{4}y_{t-1} + \frac{1}{4}y_t + \frac{1}{4}y_{t+1} + \frac{1}{8}y_{t+2}.$$



- Si los periodos son pares: $2 \times m - MA$
 - Ej. Datos mensuales con periodo estacional 12 (anual): $2 \times 12 - MA$
 - Ej. Datos trimestrales con periodo estacional 4 (anual): $2 \times 4 - MA$
- Si los periodos son impares: $m - MA$
 - Ej. Diarios con periodo estacional 7 (semanal): $7 - MA$

Otras órdenes de MA pueden estar contaminados por la el componente estacional

Método clásico de
descomposición

Descomposición aditiva

$$y_t = T_t + S_t + R_t$$

- Paso 1:
 - Estimar la tendencia \hat{T}_t con el método de média móvil.
 - Si m es par: uso 2xm-MA
 - Si m es impar: usamos m-MA

- Paso 2:
 - Calcular la serie sin tendencia:

$$y_t - \hat{T}_t$$

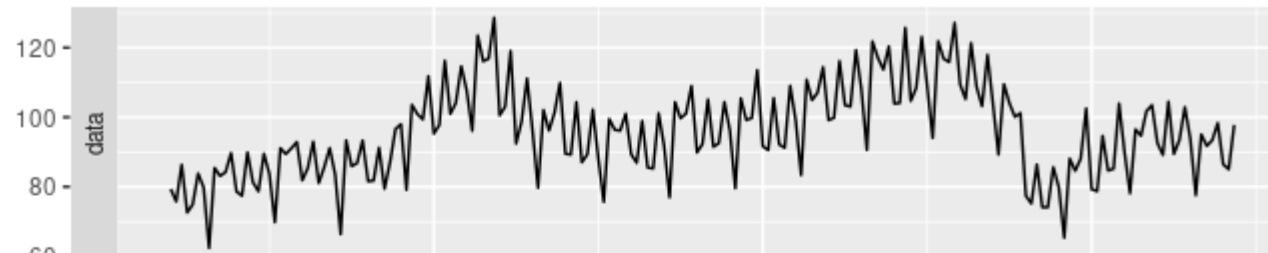
- Paso 3:
 - Obtenemos, a partir de la serie sin tendencia, los índices estacionales. \hat{S}_t
 - Por ejemplo, en el caso de los datos mensuales, el componente estacional de marzo es la media de todos los valores de marzo sin tendencia de los datos.

- Paso 4:

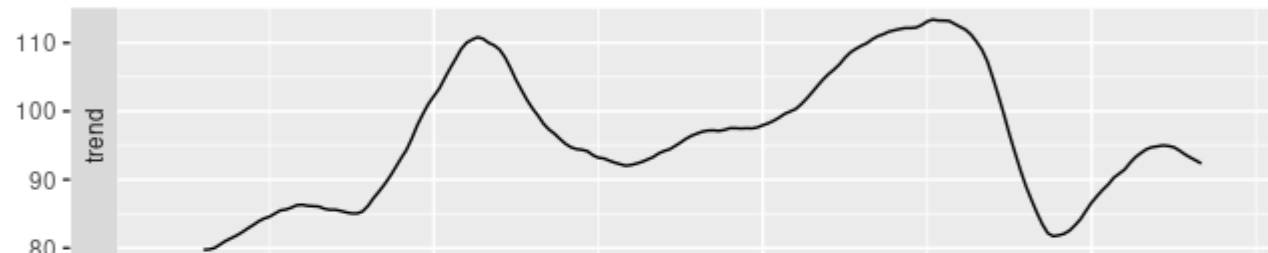
$$\hat{R}_t = y_t - \hat{T}_t - \hat{S}_t$$

Classical multiplicative decomposition of electrical equipment index

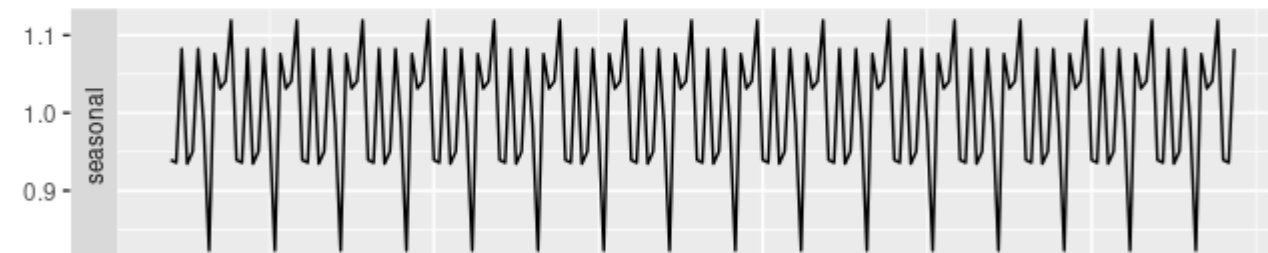
Serie



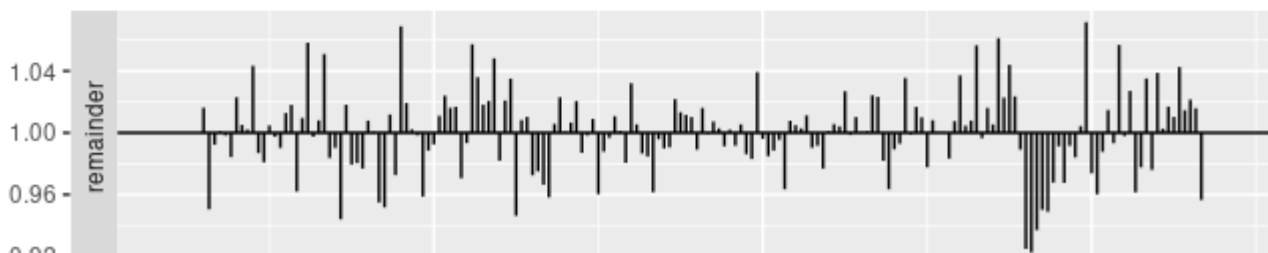
Tendencia



Estacional



Residual



Year

$$y_t = T_t + S_t + R_t$$



Descomposición multiplicativa

$$y_t = T_t * S_t * R_t$$

- Paso 1:
 - Estimar la tendencia \hat{T}_t con el método de média móvil.
 - Si m es par: uso 2xm-MA
 - Si m es impar: usamos m-MA

- Paso 2:
 - Calcular la serie sin tendencia:

$$y_t / \hat{T}_t$$

- Paso 3:
 - Obtenemos, a partir de la serie sin tendencia, los índices estacionales. \hat{S}_t
- Paso 4:

$$\hat{R}_t = y_t / (\hat{T}_t \hat{S}_t)$$

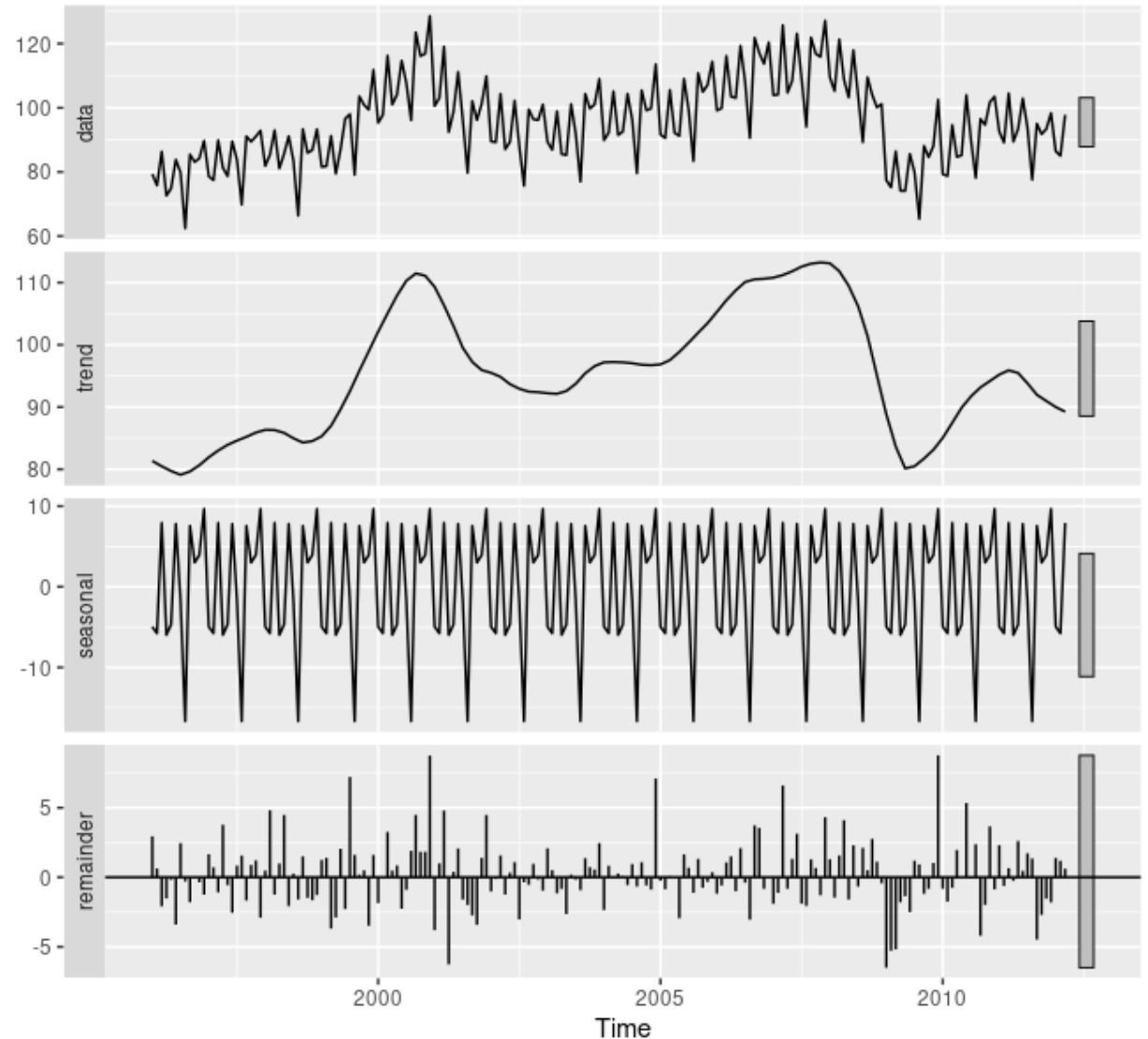
Problemas

- No se puede estimar la tendencia en las primeras y últimas observaciones.
- Se asume que el patrón estacional se mantiene a lo largo del tiempo.
 - No siempre es un supuesto válido.
 - Ejemplo:
 - Cambios estacionales en la demanda de electricidad.
 - Antes: mayor demanda en invierno. (Calefacción)
 - Ahora: mayor demanda en verano. (Aire acondicionado)
- No es robusto frente a irregularidades.
 - Pequeño grupo de observaciones con valores poco usuales.

Descomposición STL

“Seasonal and Trend decomposition using Loess”

- No tiene problema por los valores iniciales o finales.
- Flexible en la variación del componente estacional: puede variar en el tiempo.
- Robusto a valores inusuales.
- Paper: Cleveland, R. B., Cleveland, W. S., McRae, J. E., & Terpenning, I. J. (1990). STL: A seasonal-trend decomposition procedure based on loess. *Journal of Official Statistics*, 6(1), 3–33. <http://bit.ly/stl1990>



Predicción usando
descomposición de la serie

Predicción usando la descomposición.

- Asumiendo descomposición aditiva:

$$y_t = T_t + S_t + R_t$$

- Donde:

$$y_t = \hat{S}_t + \hat{A}_t$$

- Componente desestacionalizado:

$$\hat{A}_t = \hat{T}_t + \hat{R}_t$$

- Predicción

Se predice por separado:

- Componente estacional: \hat{S}_t
 - Componente desestacionalizado: $\hat{A}_t = \hat{T}_t + \hat{R}_t$

Predicción usando la descomposición.

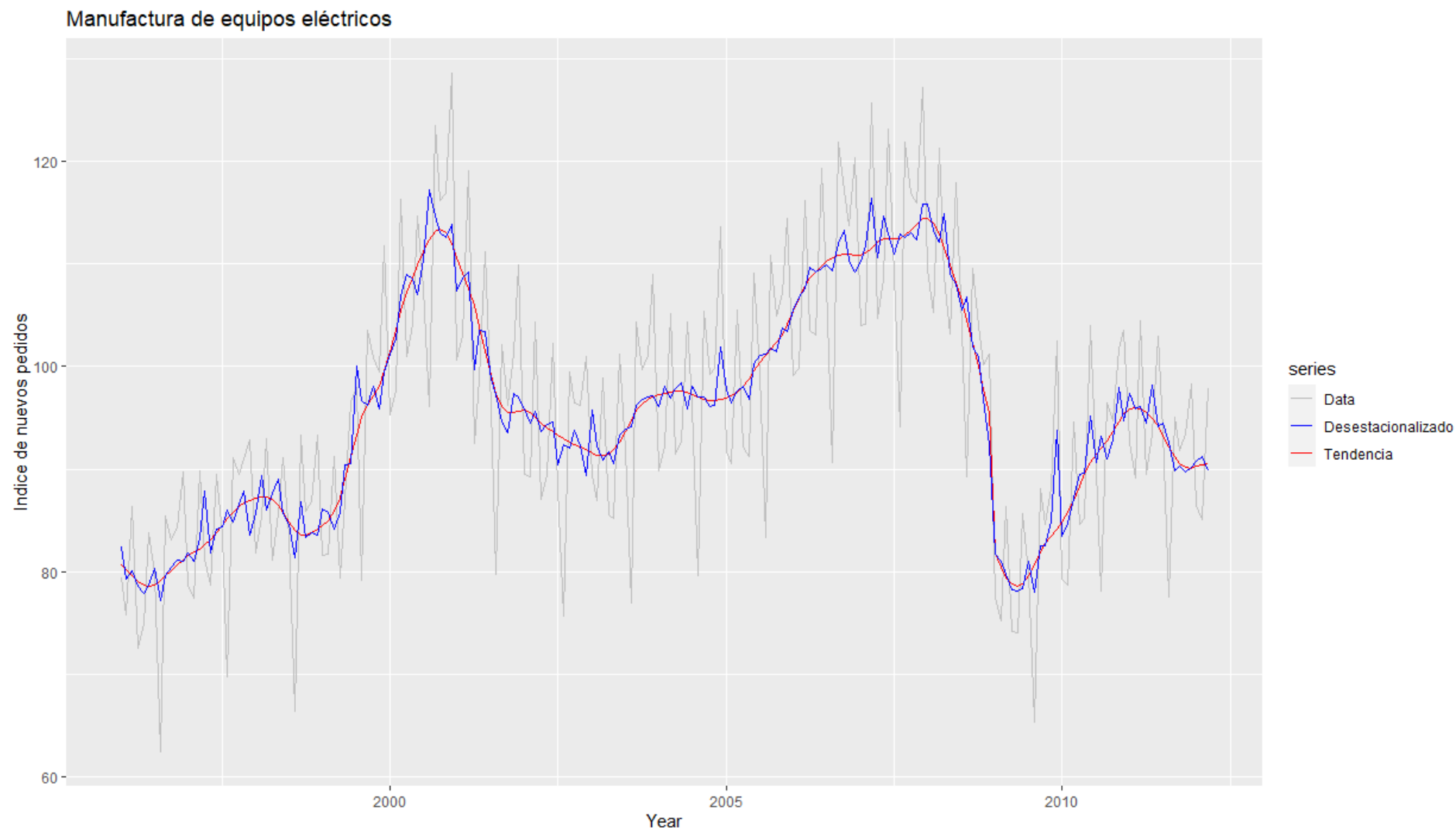
- Predicción

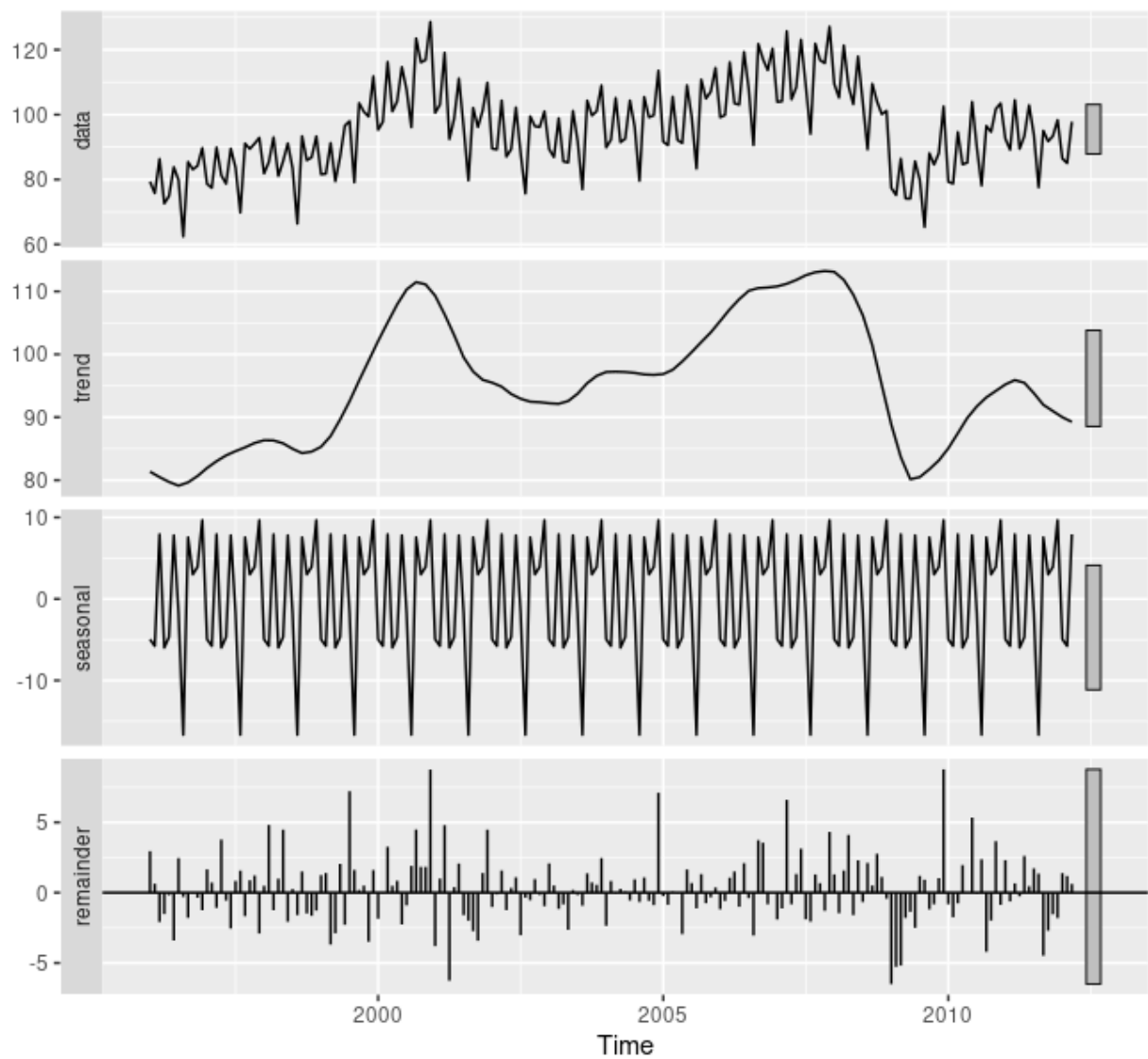
- Para la componente estacional: \hat{S}_t

Asumiendo que este componente no cambia o cambia ligeramente:

- Predicción: Seasonal Naive. (Últimos componentes estacionales)
 - Para la componente desestacionalizado: $\hat{A}_t = \hat{T}_t + \hat{R}_t$
 - Cualquier método simple (no estacional) puede ser utilizado:
Por ejemplo: Predicción con deriva u otros métodos.

Predicción usando la descomposición.





Predicción usando la descomposición.

