



Universidad Autónoma de Aguascalientes

Centro de Ciencias de la Ingeniería

Ingeniería Robótica

Tópicos Avanzados de Robótica

Proyecto del Parcial 2.

Robot SCARA Paralelogramo.

Integrantes:

- Evelyn Lázaro Guerra
- [Redacted]
- [Redacted]
- [Redacted]

8vo Semestre Grupo: A

Equipo: 7

Profesor:

[Redacted]

Fecha de entrega: 12 de mayo del 2025

Marco teórico

Dinámica Directa.

La dinámica directa busca determinar el movimiento resultante (posición, velocidad y aceleración del efector final) de un robot cuando se conocen las fuerzas y torques aplicados en sus articulaciones. Dada una serie de fuerzas o torques en las articulaciones de un robot, y conociendo sus propiedades físicas (masa, inercia, geometría), la dinámica directa calcula cómo se moverá el robot en el espacio.

Conceptos Clave:

- **Fuerzas/Torques de Entrada:** Son las acciones de los motores o actuadores en las articulaciones.
- **Propiedades del Robot:** Masa, momento de inercia de cada eslabón y la forma en que están conectados.
- **Movimiento de Salida:** La trayectoria, velocidad y aceleración de cada parte del robot, especialmente del extremo final.

¿Cómo se describe matemáticamente?

A través de ecuaciones de movimiento que relacionan las fuerzas/torques con las aceleraciones articulares. Estas ecuaciones son complejas y generalmente no lineales. Las formas comunes de obtener estas ecuaciones son por Newton-Euler y Lagrange. Todo con la finalidad de obtener un control preciso. Fundamental para diseñar sistemas de control que logren movimientos precisos. Si sabes cómo responde el robot a las fuerzas, puedes controlarlo mejor.

Controlador.

$$\tau = K_p \operatorname{atan}(\tilde{q}) - K_v \operatorname{atan}(\dot{\tilde{q}}) + g(q)$$

El controlador propuesto se enmarca en las estrategias de control de posición articular. Se caracteriza por su naturaleza no lineal, introducida mediante la función arctan aplicada a los términos proporcionales y derivativos del error de posición articular (\tilde{q}) y su velocidad ($\dot{\tilde{q}}$). Esta no linealidad tiene como objetivo limitar los torques de control generados para errores grandes, lo cual es beneficioso para la seguridad de los actuadores y la estabilidad del sistema durante movimientos amplios, manteniendo una respuesta similar a un controlador Proporcional-Derivativo (PD) lineal para errores más pequeños.

Pared elástica.

La analogía de la "pared elástica" en el contexto de la robótica se utiliza para describir una estrategia de control de fuerza y movimiento cuando un robot interactúa con su entorno, especialmente al realizar tareas que implican contacto.

Imagina que el robot percibe el objeto o la superficie con la que interactúa como si estuviera rodeado por una pared invisible pero elástica. Cuando el robot intenta moverse hacia o contra esta "pared", siente una fuerza de resistencia que aumenta a medida que se "deforma" la pared (es decir, a medida que la penetración o la fuerza de contacto aumentan).

El objetivo principal de la estrategia de la pared elástica es permitir que el robot realice tareas de contacto de manera estable, segura y controlada, adaptándose a las incertidumbres en la posición del objeto o del robot.

Fuerza de interacción normal al plano.

La fuerza normal es una fuerza de contacto fundamental que actúa cuando un objeto se apoya en una superficie. Su característica principal es que siempre se dirige de forma perpendicular (a 90 grados) a la superficie en el punto de contacto. Esta fuerza surge como una respuesta de la superficie a la fuerza que el objeto ejerce sobre ella (por ejemplo, debido a su peso). A nivel microscópico, es la manifestación de las fuerzas electromagnéticas repulsivas entre los átomos y moléculas de la superficie y el objeto, impidiendo que se interpenetren.

La magnitud de la fuerza normal no es constante, sino que se adapta dinámicamente a las otras fuerzas que actúan sobre el objeto en la dirección perpendicular a la superficie. En una situación simple donde un objeto descansa sobre una superficie horizontal sin otras fuerzas verticales, la fuerza normal equilibra exactamente el peso del objeto ($N=mg$), asegurando que no haya aceleración vertical. Sin embargo, si se aplican fuerzas externas adicionales, la magnitud de la fuerza normal aumentará o disminuirá para mantener esta condición de equilibrio o para determinar la aceleración en esa dirección si el objeto se levanta o se presiona contra la superficie. Además, la fuerza normal juega un papel crucial en la determinación de la magnitud de la fuerza de fricción entre las superficies en contacto.

Problema 1

Seguimiento de trayectoria en un entorno libre.

Objetivo: Simular el seguimiento de una trayectoria con un robot en un plano inclinado a 45°, usando control por dinámica inversa (ideal) y compararlo con control por dinámica directa utilizando un controlador no lineal.

Se generó la trayectoria de la Figura 1 en un plano inclinado a 45°, esta inclinación se demuestra con el solido agregado junto al robot y con la vista lateral, como se observa en la Figura 2. Y se trabajará con la duración 1x (8 segundos).



Figura 1. Trayectoria de referencia.

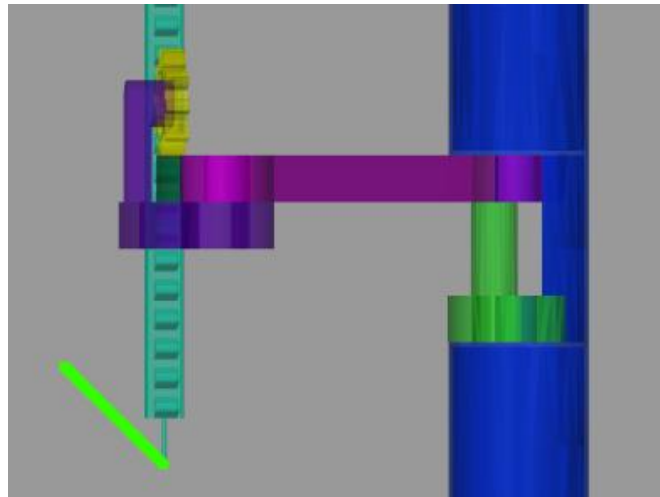


Figura 2. Trayectoria a 45° respecto a la horizontal hecha por el robot controlado por dinámica inversa.

Después se aplicó el siguiente controlador de posición no lineal al robot controlado por dinámica directa:

$$\tau = K_p \operatorname{atan}(\tilde{q}) - K_v \operatorname{atan}(\dot{q}) + g(q)$$

Para lo cual se requirieron algunos parámetros físicos de los eslabones 1 y 3, tales como la masa [kg] y las posiciones de los centros de masa [m], los datos se tomaron de estos 2 eslabones porque son los conectados a los motores que controlan el movimiento en el plano horizontal. Las ganancias K_p y K_v se seleccionaron de manera experimental y el vector de carga gravitatoria se obtuvo con el código de Matlab que se muestra en el Anexo C. El código de este controlador se muestra en el Anexo B.

Este robot, inicia la trayectoria en la posición origen del robot, no en el primer punto de la trayectoria, para que se pueda observar un estado transitorio al inicio (Figura 3).

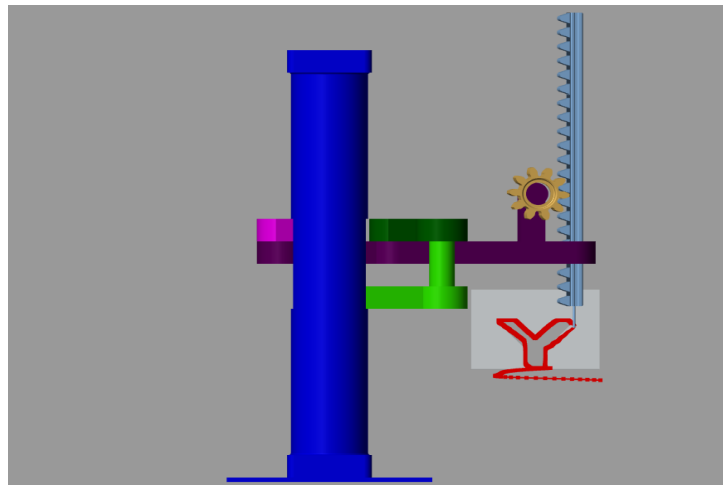


Figura 3. Posición inicial del robot controlado por dinámica directa.

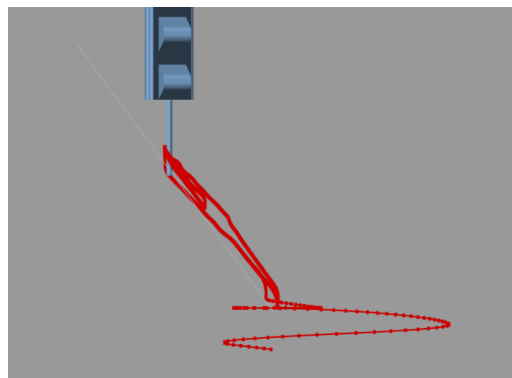


Figura 4. Trayectoria a 45° respecto a la horizontal hecha por el robot controlado por dinámica directa.

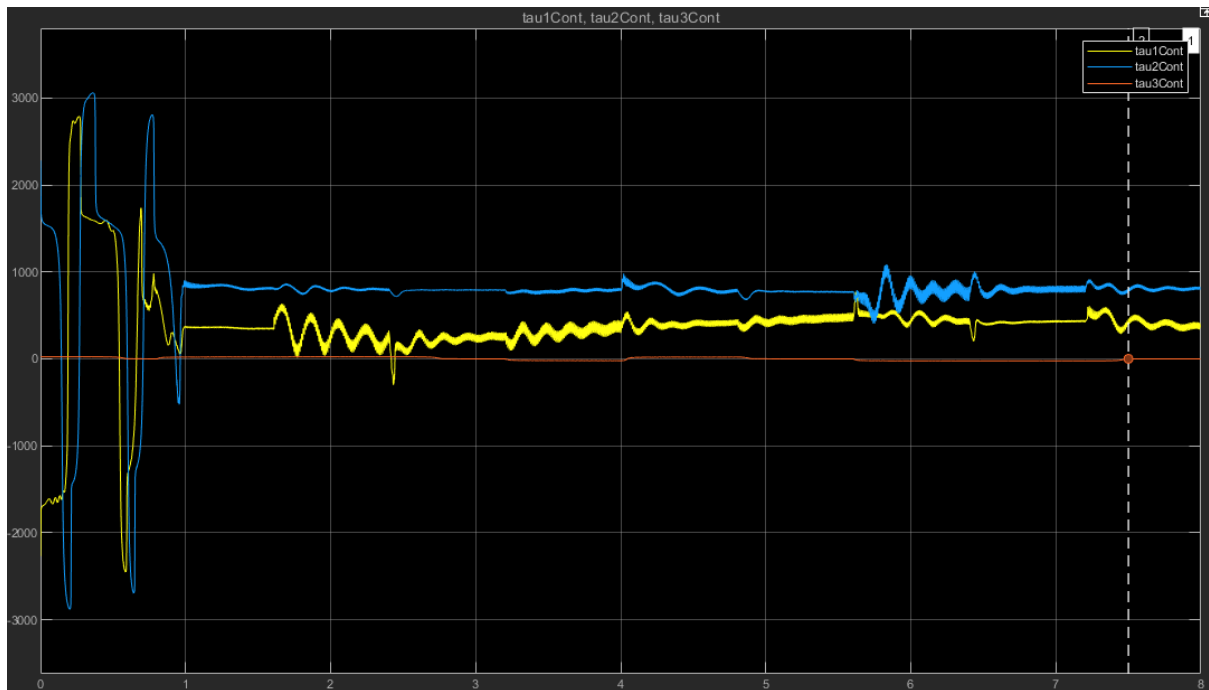
```
Kp = diag([1450, 1575, 18.75]); % proporcional  
Kv = diag([375, 475, 3]);      % derivativo
```

Figura 5. Ganancias

Posteriormente, se juntaron los dos tipos de dinámicas del robot, para hacer una comparación entre la evolución de la postura deseada vs la evolución de la postura del robot controlado, estando el robot controlado sólido y robot ideal con transparencia, la trayectoria de referencia se representa de color verde y la controlada de color rojo.

Graficas

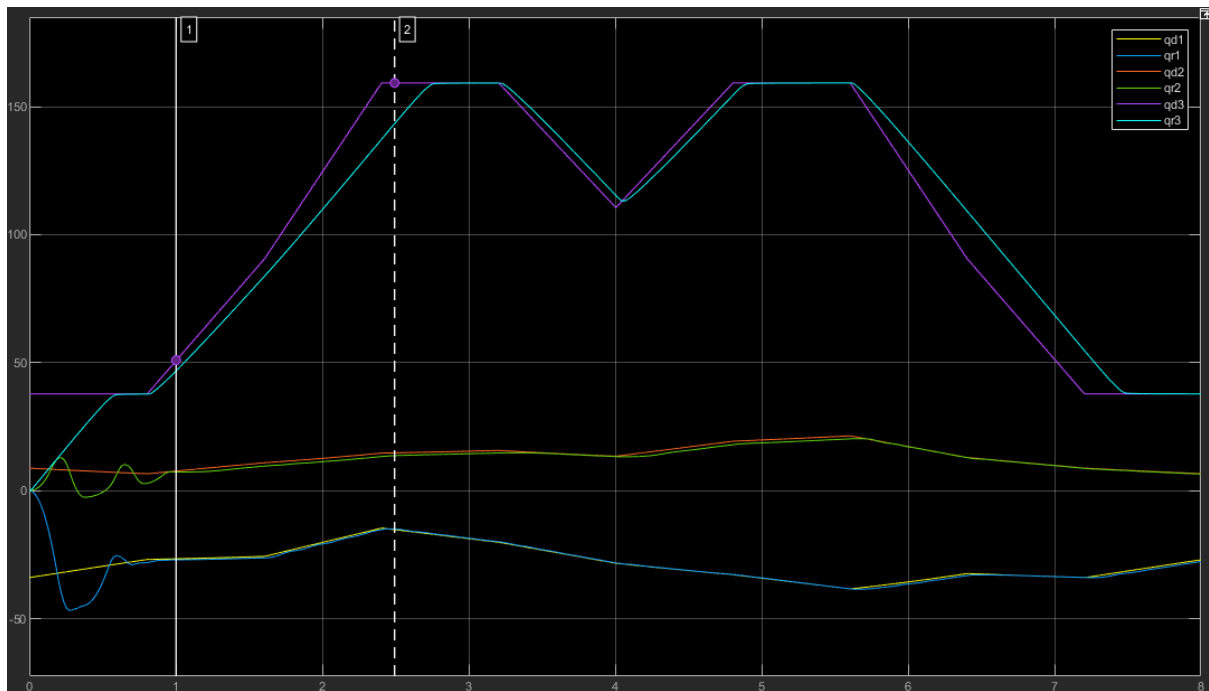
Torques resultantes del controlador.



En la gráfica de los torques controlados (τ_{1Cont} , τ_{2Cont} y τ_{3Cont}), se observa que los actuadores revoluta (τ_1 y τ_2) tardan aproximadamente 1 segundo en asentarse. El torque final de τ_1 es cercano a 360 N·m, mientras que τ_2 se estabiliza en torno a los 840 N·m. Por otro lado, el torque del actuador prismático (τ_3) es notablemente menor, con un máximo de ~ 30 N·m, lo cual es esperable debido a la menor carga inercial en la dirección lineal.

τ_1 presenta oscilaciones significativas al inicio, que luego se amortiguan. Posteriormente, se observan ciclos de oscilaciones periódicas de menor amplitud, asociadas al trazado de la letra "Y" por el robot. En el caso de τ_2 , el comportamiento es similar, pero con oscilaciones de menor amplitud. Estas diferencias podrían deberse a la distinta distribución de carga y dinámica entre los dos eslabones revoluta.

Comparación posición deseada vs real (gráfica 2D en tiempo).



Se puede observar que las trayectorias reales $q1_{real}$ y $q2_{real}$ son muy similares a las deseadas $q1$ y $q2$, presentando únicamente pequeños desfases en momentos puntuales: aproximadamente **1 grado en $q1$** y **2 grados en $q2$** . En contraste, la articulación $q3$ presenta el **mayor desfase**, alcanzando una diferencia de hasta **21 grados**, además de mostrar un **retraso visible alrededor del segundo 0.8 de la trayectoria**.

También se puede notar una **oscilación inicial en $q1$ y $q2$** antes de que ambas señales se estabilicen. Estas oscilaciones se amortiguan completamente antes del **segundo 1**, momento a partir del cual ambas articulaciones siguen de manera muy cercana las trayectorias ideales.

Problema 2

Seguimiento de trayectoria en un entorno restringido.

Objetivo: Simular la misma trayectoria, pero ahora con una pared elástica que restringe el movimiento del efector.

Se modificó el sistema anterior para agregar una pared elástica representada con un bloque semitransparente de Rigidez de 200N/m y se colocó lo suficientemente cerca del plano inclinado para generar fuerza, pero sin distorsionar tanto la trayectoria. Para esto, se usaron los bloques Brick Solid y Spatial Contact Force en Simulink.

El bloque **Brick Solid** representa un sólido rígido con forma de paralelepípedo (bloque rectangular), se puede definir su inercia automáticamente a partir de su geometría y densidad y permite visualización 3D en el entorno del simulador. El bloque **Spatial Contact Force** simula la interacción de fuerzas de contacto entre dos sólidos, calcula fuerza normal y, opcionalmente, fuerza de fricción entre los cuerpos. Tiene parámetros como: constante de

rigidez (para la fuerza normal), amortiguamiento (para disipación), coeficientes de fricción estática y dinámica (si se desea modelar fricción), etc.

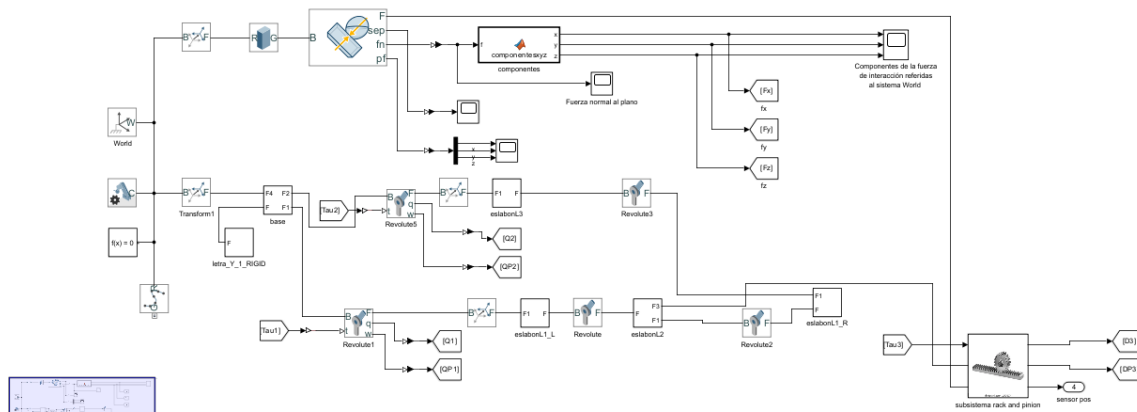


Figura 9. Sistema de dinámica directa.

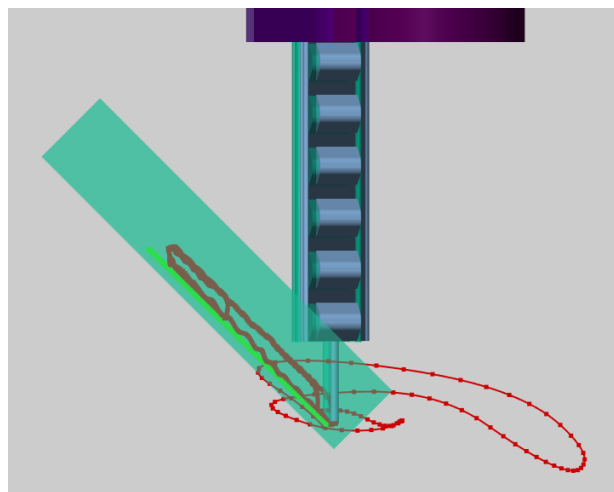
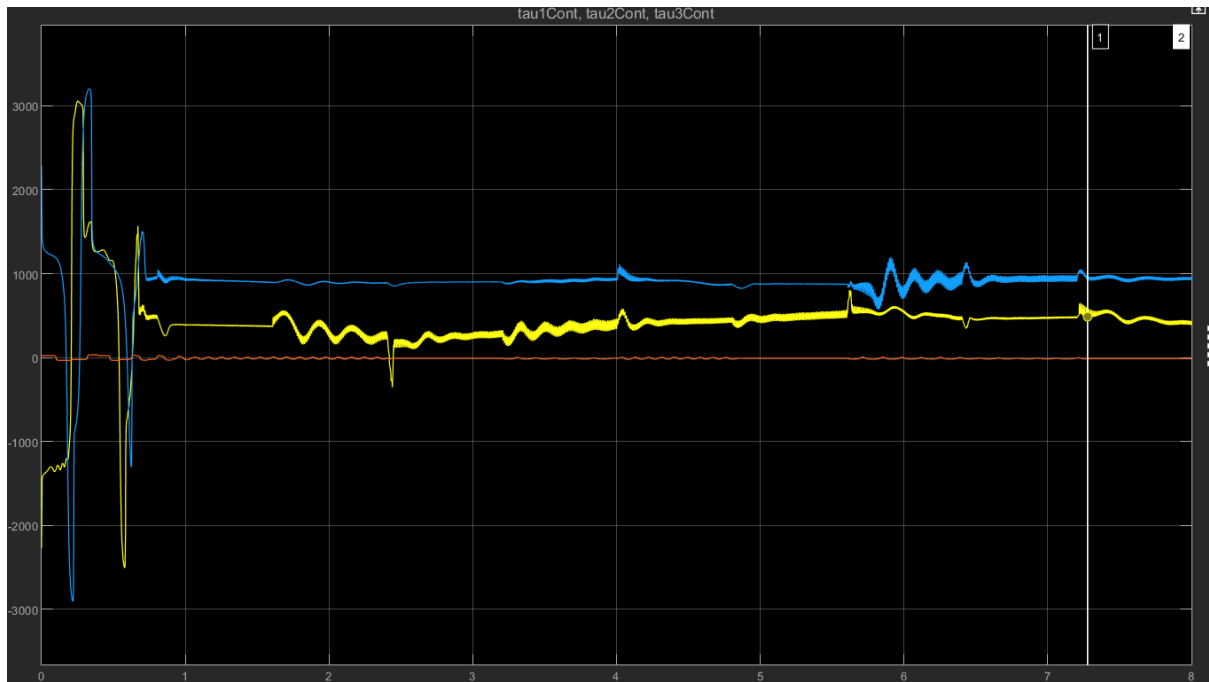


Figura 10. Comparación de dos trayectorias con pared elástica.

Gráficas

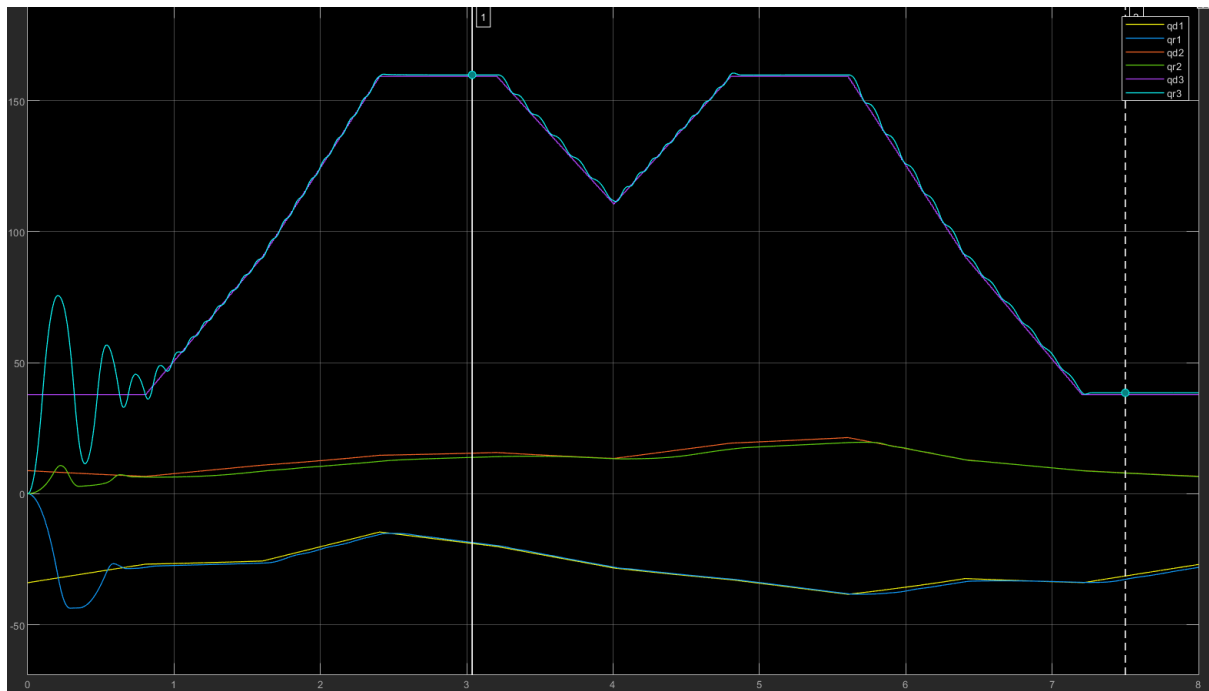
Torques resultantes de la ley de control



El único cambio apreciable se observa en τ_3 , lo cual es esperable, ya que en la ecuación de control, los valores de K_p y K_v para los actuadores de tipo **revoluta** son lo suficientemente altos como para que la interacción con la pared no los afecte significativamente ($K_{p1} = 1450$, $K_{p2} = 1575$, $K_{v1} = 375$, $K_{v2} = 475$). Sin embargo, para τ_3 , que corresponda al eje prismático, los valores de ganancia son considerablemente menores ($K_{p3} = 18.75$, $K_{v3} = 3$), lo que lo hace más sensible a perturbaciones externas.

En el torque correspondiente (τ_3), se observa un incremento máximo de $20 \text{ N}\cdot\text{m}$, lo que indica que se requiere un mayor esfuerzo para mantener la trayectoria al formar la letra **Y**. Este aumento sugiere que la resistencia del entorno está afectando directamente el desempeño del eje q_3 .

Comparación de la posición de referencia y la posición resultante con respecto al tiempo (gráfica 2D).

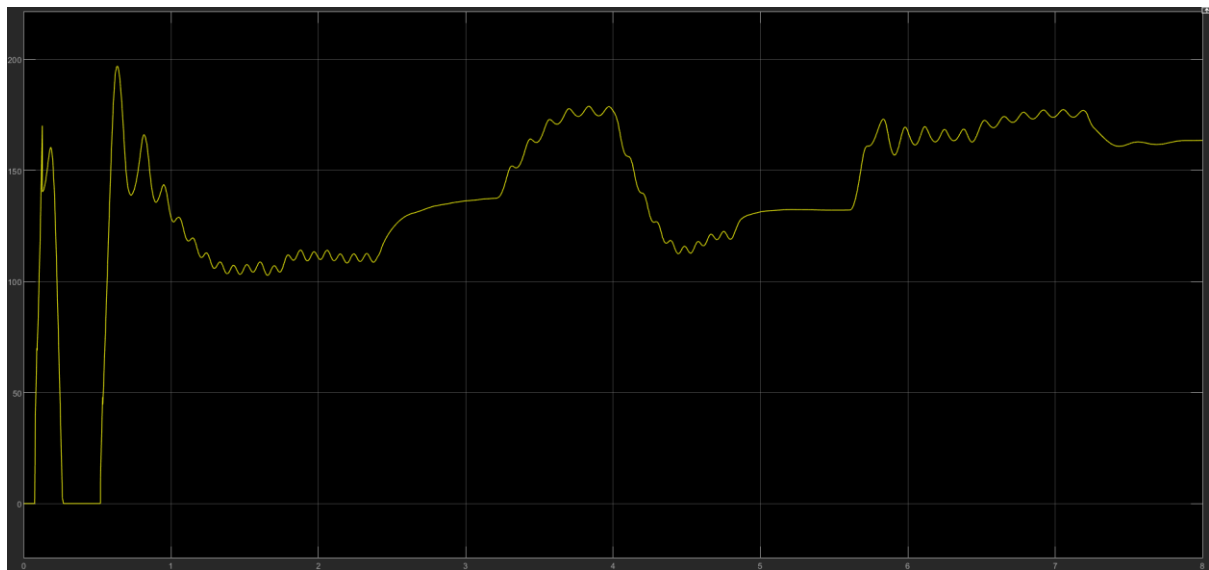


Se observa que, en cuanto a las posiciones resultantes, **q3** ahora también presenta oscilaciones similares a las de **q1** y **q2**, amortiguándose todas aproximadamente al **segundo 1**. A diferencia del caso anterior, la presencia de la pared parece haber contribuido a reducir el **desfase de q3real respecto a q3deseada**, limitándolo a solo **3 grados** y evitando que se atrase visiblemente en su trayectoria.

Además, es evidente que **q3** presenta pequeños pulsos a lo largo de su movimiento, lo cual puede interpretarse visualmente como un **rebote del eje prismático contra la pared**, posiblemente debido al modelado de colisiones.

Por otro lado, **q1** y **q2** no muestran cambios perceptibles en su comportamiento respecto al caso sin pared, lo cual confirma que su control con ganancias altas (K_p y K_v) es lo suficientemente robusto como para ignorar este tipo de perturbaciones externas.

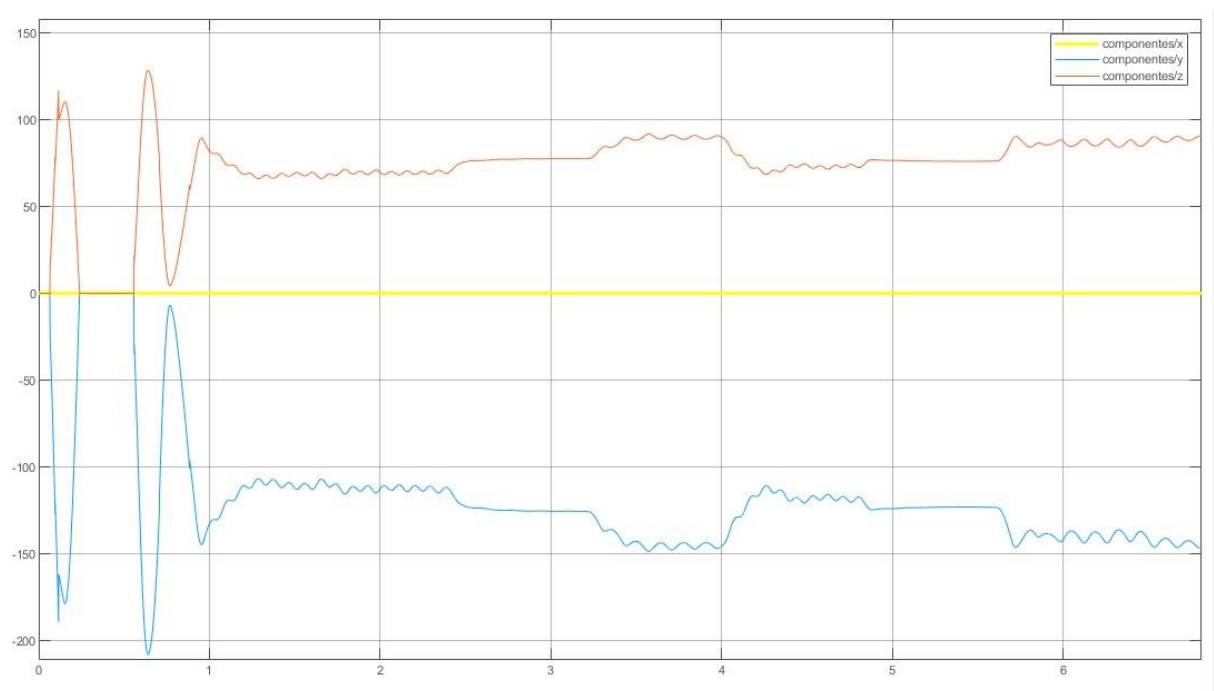
Fuerza normal al plano con respecto al tiempo (para observar el momento en el que ocurre la interacción).



Se observa que la mayor fuerza de repulsión se presenta en el primer contacto de la pared con el prismático, cuando este último entra de lado al objeto. El pico más alto es de **197 $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$** . En el segundo 1 es cuando empieza a hacer la trayectoria de la letra "Y". A partir de ahí es cuando repele cíclicamente la punta del prismático, que, como se mencionó anteriormente, es donde visualmente se ve que la punta rebota.

Del segundo 1 hasta que se acaba la trayectoria, la magnitud de la fuerza normal se mantiene entre los límites de **100 $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$** y **180 $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$** .

Componentes de la fuerza de interacción referidas al sistema World del robot con respecto al tiempo.

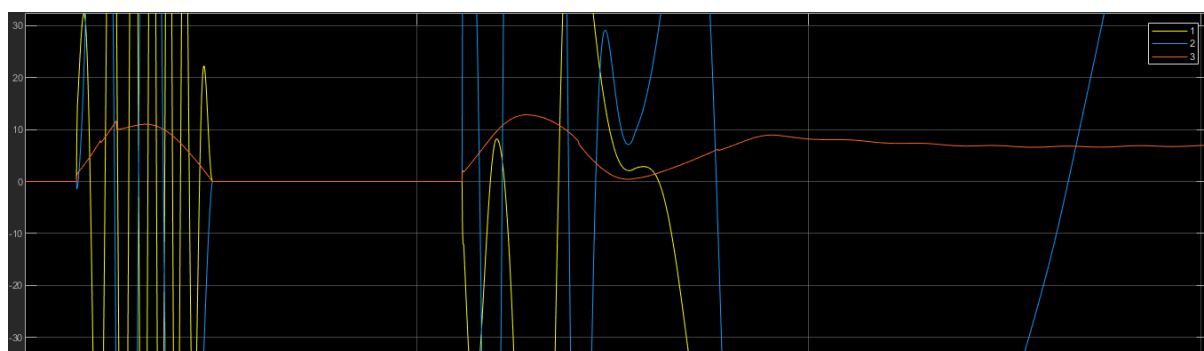
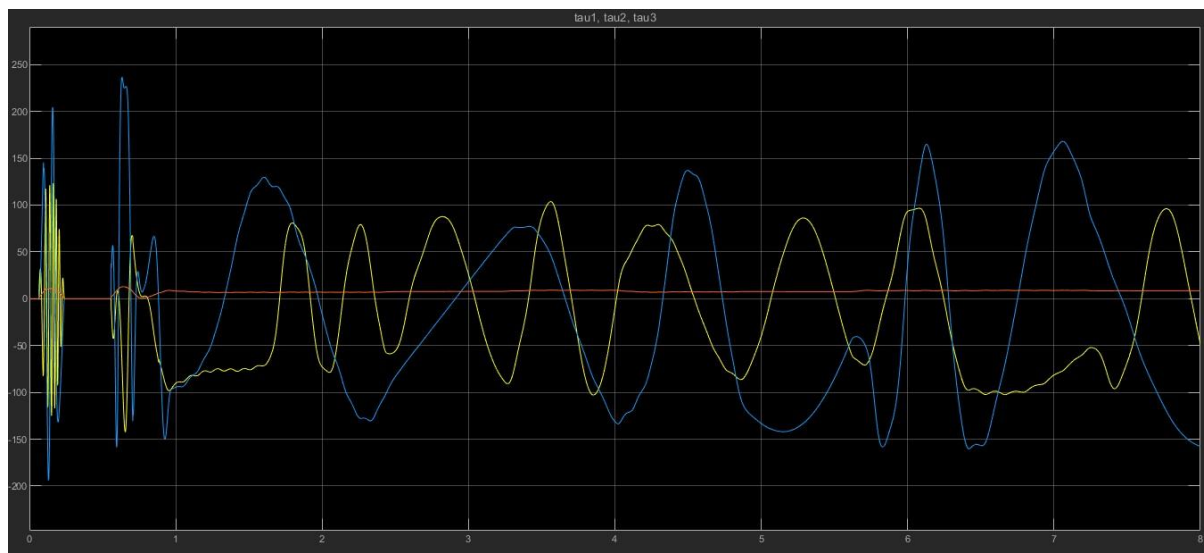


Se observa que la fuerza está contenida en el plano Y-Z, el componente X es cero en todo momento por lo que, la fuerza normal no tiene componente en X, esto confirma que el plano de contacto está en el plano Y-Z y la fuerza normal está perpendicular a ese plano inclinado. El vector fuerza sigue una dirección inclinada, la fuerza es positiva en Y y negativa en Z, lo que indica un vector inclinado hacia arriba en Y y hacia abajo en Z.

El robot interactúa varias veces con la pared, se observan múltiples picos y caídas en los componentes, especialmente en Z, esto sugiere que el efector entra y sale del plano de contacto y la fuerza de interacción aumenta durante el contacto, y disminuye cuando se aleja.

Las oscilaciones al inicio (entre 0 y 1 s) indican un transitorio brusco ya que el robot se acercó rápido a la pared y partió desde una posición lejana, después del segundo 1, la interacción se vuelve más estable, lo que indica que el control funciona y el contacto está regulado.

Torques de interacción con respecto al tiempo



La **articulación 1** comienza con fuertes oscilaciones, luego muestra un comportamiento oscilatorio persistente pero más atenuado, lo que indica que esta articulación está realizando correcciones constantes, también compensa el movimiento del efector, que requiere esfuerzo en la base. La **articulación 2** presenta valores altos (picos grandes de torque), con

oscilaciones amplias y de frecuencia media, es la más exigida en cuanto a esfuerzo, con valores de hasta ± 200 , probablemente la más sensible a las fuerzas externas en el plano del movimiento (XY), ya que está más alejada del origen y tiene más influencia sobre la posición del efector. La **articulación 3** tiene valores pequeños y estables, oscila ligeramente, pero se mantiene casi en cero. La carga o fuerza externa en el eje Z es baja, por lo que el actuador prismático apenas tiene que ejercer esfuerzo.

Conclusión

El desarrollo del presente proyecto permitió analizar el comportamiento dinámico de un robot SCARA tipo paralelogramo mediante simulación en entornos libres y restringidos. Se abordaron tanto la dinámica directa como la inversa, aplicando un enfoque integral que incluyó el diseño de un controlador no lineal, el modelado físico de los eslabones, y la interacción del efector final con un entorno simulado.

En la primera etapa, se simuló el seguimiento de una trayectoria en un plano inclinado a 45° utilizando dinámica inversa como referencia ideal y dinámica directa con control no lineal para evaluar el comportamiento realista del sistema. Los resultados demostraron que el controlador propuesto, basado en una función **arctan**, permitió un seguimiento eficiente, limitando torques excesivos en presencia de errores grandes. Se observaron pequeñas oscilaciones al inicio, especialmente en las articulaciones q_1 y q_2 , las cuales fueron amortiguadas rápidamente. La articulación prismática (q_3) mostró un desfase más notorio, pero logró estabilizarse conforme avanzaba la trayectoria.

Posteriormente, se incorporó una restricción física mediante una pared elástica simulada con bloques específicos en Simulink. Este entorno permitió evaluar la robustez del sistema ante perturbaciones externas. Como era esperable, el eje prismático fue el más afectado, presentando un incremento en el torque y ligeras oscilaciones producto de la interacción con la pared. Sin embargo, gracias al diseño del controlador, el desfase se redujo respecto al caso libre, y el sistema logró mantener la trayectoria sin desviaciones críticas.

ANEXOS

Anexo A. Cinemática inversa

```
function [q1d, q2d, qd3] = inversa(xd, yd, zd)
    % --- Parámetros del brazo SCARA ---
    L1 = 0.70;           % Longitud del brazo 1 (m)
    L2 = 1.15;           % Longitud del brazo 2 (m)

    % --- Parámetros del sistema piñón-cremallera ---
    r = 0.1;             % Radio del piñón (m)
    z_pinion = 0.4107;   % Altura fija del eje del piñón (m)
    theta0 = 3.15;       % Offset inicial (radianes) calibrado

    % --- Cinemática inversa en XY ---
```

```

r_xy = sqrt(xd^2 + yd^2);
k = (L1^2 + r_xy^2 - L2^2) / (2 * L1 * r_xy);
t = atan2(xd, yd); % Usa y como referencia primaria
g = atan2(sqrt(1 - k^2), k);
q1 = t - g;
xa = L1 * sin(q1);
ya = L1 * cos(q1);
q2 = atan2(yd - ya, xd - xa);

% Convertir ángulos q1 y q2 a grados
q1d = q1 * 180 / pi;
q2d = q2 * 180 / pi;

% --- Cinemática inversa en Z mediante piñón activo ---
theta = ((zd)/r)-theta0 ; % En radianes
qd3 = theta*180/pi; % Convertido a grados
end

```

Anexo B. Controlador

```

function tau = controlador(q, dq, qd)

m1 = 9.799;
m3 = 10.44;
lc1 = 0.35;
lc3 = 0.157;
g = 9.81;

% Ganancias
Kp = diag([1450, 1575, 18.75]); % proporcional
Kv = diag([375, 475, 3]); % derivativo

% Errores
e = qd - q;

% Gravedad: solo el peso que actúa en z (rack) se considera como fuerza.
% Para rotaciones, solo se usa coseno de los ángulos de cada eslabón.
q1 = q(1); q2 = q(2);

G = [
    -g * m1 * lc1 * cos(q1);
    -g * m3 * lc3 * cos(q2);
    0;%g * m_rack % fuerza hacia abajo en el eje prismático (z)
];

% Ley de control
tau = Kp * atan(e) - Kv * atan(dq) + G;
end

```

Anexo C. Calculo del jacobiano

```

syms q1 q2 theta r L1 L2 theta0 real

% Posición de la articulación intermedia (eslabón verde)
xa = L1 * sin(q1);
ya = L1 * cos(q1);

```

```

% Posición final del efector (eslabón azul)
x = xa + L2 * cos(q2);
y = ya + L2 * sin(q2);
z = r * (theta + theta0); % Altura Z

% Vector de posición
p = [x; y; z];
q = [q1; q2; theta]; % variables articulares

% Jacobiano geométrico
J = jacobian(p, q);

disp('Jacobiano simbólico funcional:');
pretty(J)

% -----
% Sustituir valores
J_num = double(subs(J, ...
    [q1, q2, theta, r, L1, L2, theta0], ...
    [deg2rad(4-34.53), deg2rad(8.67), deg2rad(37.24), 0.1, 0.7, 1.15, 3.15]));
disp('Jacobiano numérico:');
disp(J_num)

% Transpuesta del Jacobiano
disp('Transpuesta del Jacobiano');
J_T = transpose(J_num);
disp(J_T);

```

Enlace para los archivos de simulación:

https://drive.google.com/drive/folders/17lvcACFmD9XBTY7hHDQ7NDbMfkCromko?usp=drive_link