Lingwistyka Formalna i Automaty - ćwiczenia 1

evemorgen, AGH

12/11/2016

Definicje

$$V^0 = \{\epsilon\}$$
$$V^{i+1} = \{wv : w \in V^i \land v \in V\}, i \in \mathbb{N}$$

$$V^* = \bigcup_{i=0}^{+inf} V^i$$

1 Dla podanych alfabetów wyznacz V^2 i V^3

1.1 V = {0,1}

$$V = \{0, 1\}$$
$$V^1 = \{0, 1\}$$
$$V^2 = \{wv : w \in V^1 \land v \in V\}$$
$$V^2 = \{00, 01, 10, 11\}$$
$$V^3 = \{wv : w \in V^2 \land v \in V\}$$
$$V^3 = \{000, 010, 100, 110, 001, 011, 101, 111\}$$

1.2 V = {@, #, $}

$V = \{@, \#, \$\}$
$V^1 = \{@, \#, \$\}$
$V^2 = \{wv : w \in V^1 \land v \in V\}$
$V^2 = \{@@, @\#, @\$, \#@, \#\#, \#\$, \$@, \$\#, \$\$\}$
$V^3 = \{wv : w \in V^2 \land v \in V\}$
$V^3 = \{@@@, @\#@, @\$@, \#@@, \#\#@, \#\$@, \$@@, \$\#@, \$\$@,$
$@@\#, @\#\#, @\$\#, \#@\#, \#\#\#, \#\$\#, \$@\#, \$\#\#, \$\$\#,$
$@@\$, @\#\$, @\$\$, \#@\$, \#\#\$, \#\$\$, \$@\$, \$\#\$, \$\$\$ \}$

$V = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
$V^1 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
$V^2 = \{wv : w \in V^1 \land v \in V\}$
$V^2 = \{00, 01, 02, 03, 04, 05, 06, 07, 08, 09, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19,$
$20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39,$
$40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59,$
$60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79,$
$80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99 \}$
$V^3 = \{wv : w \in V^2 \land v \in V\}$

itd..

2 Ile elementów liczy zbiór V^n jeśli V jest k-elementowy ?

Zdaje się że tyle co k^n.
Patrząc na definicję:

$$V^0 = \{\epsilon\}$$
$$V^{i+1} = \{wv : w \in V^i \wedge v \in V\}, i \in \mathbb{N}$$

Przy każdym zejściu o poziom w dół, ilość elementów pomnaża się o k-elementów, dzieje się to n razy $\rightarrow k^n$

3 Określ V^* dla zbioru V= {0,1}

$V^* = \{\epsilon\} \cup^0 \cup V^1 \cup V^2 \cup ... \rightarrow$
$V^* = \{\epsilon\} \cup \{0, 1\} \cup \{00, 01, 10, 11\} \cup ... \rightarrow$
$V^* = \{\epsilon, 0, 1, 00, 01, 10, 11, 000, 001...\} \rightarrow$
$\rightarrow$ Wszystkie istniejące słowa binarne

4 Mamy grę o następujących zasadach – dana jest urna zawierająca białe i czarne kule, wyciągamy z urny dwie kule i (1)jeżeli były to kule w tym samym kolorze do urny wkładamy kulę czarną, (2)jeśli natomiast kule były w różnym kolorze do urny wkładamy kulę białą. Czynność powtarzamy do momentu, w którym w urnie zostaje jedna kula. Znając początkową zawartość urny określić wynik gry - przedstawić grę jako semisystem Thuego. Czy wynik tej gry zależy od kolejności wyciąganych kul?

4.1 Zapis systemu sami-Thue

$$V^0 = \{\epsilon\}$$
$$V = \{b, c\}$$
$$P = \{bb \to c, cc \to c, bc \to b, cb \to b\}$$

4.2 Przykładowe rozgrywki:

$$1.[b, b, c, c] \to [c, c, c] \to [c, c] \to [c]$$
$$2.[b, c, c, c] \to [b, c, c] \to [b, c] \to [b]$$
$$3.[b, c, b, c] \to [b, b, c] \to [c, c] \to [c]$$

4.3 Wyjaśnienie

Wynik gry nie zależy od kolejności wyciąganych kul, a od stanu początkowego, konkretnie ilości kul białych na starcie, a jeszcze konkretniej od parzystości ilości kul białych. Jeżeli ilość kul białych na początku rozgrywki jest nieparzysta, wynikiem będzie kula biała.

5 Dana jest gramatyka kombinatoryczna:

$$
\begin{aligned}
&V = \{a, b, c, d\},\\
&\Sigma = \{\sigma, A, B\},\\
&P = \{\sigma \to AaB, AB \to c, A \to AB\sigma B, B \to bb, B\sigma \to Ba\}
\end{aligned}
$$

Podaj przykłady wyprowadzeń słów języka generowanego przez tą gramatykę

5.1 Słowa:

$$
\begin{aligned}
&\sigma \to AaB \to Aabb \to AB\sigma Babb \to c\sigma Babb \to cAaBBabb \to\\
&cAabbbbabb \to cAB\sigma Babbbbabb \to ccBaabbbbabb \to ccbbaabbbbabb
\end{aligned}
$$

$$AB \to c$$

$$ABB \to cbb$$

6 Do jakiej klasy należy gramatyka G=(V,T,P,S) jeżeli:

6.1 V = K,L, T=a,b,c, P=K → KL, aK → abK, L → abc, cK → cabc, bK → bc, L → abcKabc, S=L

kontekstowa - klasa 1, bo po lewej stronie w kilku przejściach występują terminale

6.2 V = M,Q,R, T=a,b, P=M → aM, M → bQ, Q → aR, R→ bR, R→b, S = M

regularna - klasa 3, bo po lewej stronie wszędzie są tylko nieterminale a po prawej jest co najwyżej jeden nieterminal

7 Napisz gramatykę dla języka palindromów nad alfabetem 0,1.

7.1 Gramatyka:

$$G = (V, T, P, S)$$
$$V = \{A\}$$
$$T = \{0, 1\}$$
$$S = A$$
$$P = \{A \to 0, A \to 1, A \to 00, A \to 11, A \to 0A0, A \to 1A1\}$$

8 ...

9 Napisz gramatyki dla następujących języków:

9.1 $a^n b^n, n >= 1$ (n-powtórzeń symbolu „a” po których następuje n-powtórzeń symbolu b)

$$G = (V, T, P, S)$$
$$V = \{A\}$$
$$T = \{a, b\}$$
$$S = A$$
$$P = \{A \rightarrow ab, A \rightarrow aAb\}$$

9.2 $a^n b^n c^k d^k, n > 1, k >= 1$

$$G = (V, T, P, S)$$
$$V = \{A\}$$
$$T = \{a, b\}$$
$$S = C$$
$$P = \{A \rightarrow aabb, A \rightarrow aAb, B \rightarrow cd, B \rightarrow cBd, C \rightarrow AB\}$$

9.3 $a^n b^n c^n, n >= 1$

$$G = (V, T, P, S)$$
$$V = \{A\}$$
$$T = \{a, b, c\}$$
$$S = A$$
$$P = \{A \rightarrow aBAc, A \rightarrow aBc, Ba \rightarrow aB, Bc \rightarrow bc, Bb \rightarrow bb\}$$

10 Napisz gramatykę dla poprawnego nawiasowania – przykłady słów należących do języka generowanego przez tą gramatykę: (),()(), (()()), ((())) Przykłady nienależących do języka:),)(, (()

10.1 Gramatyka:

$$G = (V, T, P, S)$$
$$V = \{A\}$$
$$T = \{(,), \epsilon\}$$
$$S = A$$
$$P = \{A \to \epsilon, A \to (), A \to (A), A \to A(A), A \to (A)A\}$$

10.2 Słowa:

$$A \to (A) \to ((A)) \to ((()))$$
$$A \to (A)(A) \to ()()$$
$$A \to ()$$
$$A \to (A) \to ((A)(A)) \to (()())$$

$$G = (V, T, P, S)$$
$$V = \{A, B\}$$
$$T = \{l, o\}$$
$$S = B$$
$$P = \{A \to o, A \to oAo, B \to lAl\}$$