

ALHE - Specyfikacja projektu

Kaczmarek Kamil, Lewczuk Grzegorz

18 stycznia 2018

Streszczenie

Analiza problemu utworzenia sieci autostrad pomiędzy miastami oraz implementacja algorytmu optymalizującego rozwiązanie

1 Opis zagadnienia

Przygotować algorytm poszukujący optymalnej sieci autostrad tworzącą siatkę połączeń pomiędzy miastami z danego zbioru - położenia miast są nam znane. Rozwiązanie powinno uwzględniać miejsca zjazdów (nie mogą one znajdować się zbyt blisko siebie) oraz pozwalać na przecinanie się autostrad nie tylko w miastach.

1.1 Założenia

1. Przestrzeń - jest to przestrzeń \mathbb{Z}^2
2. Miasto - punkt $[x, y]$ znajdujący się w przestrzeni
3. Parametr M określający liczbę miast (miasta są znane)
4. Punkt zjazdu - punkt $[x, y]$ znajdujący się na autostradzie
5. Zjazd - odcinek w linii prostej łączący miasto z najbliższym Punktem zjazdu na autostradzie
6. Parametr K określający liczbę punktów składających się na odcinki sieci autostrad
7. Parametr D określający minimalną odległość pomiędzy dwoma Punktami zjazdu (jeśli wyznaczone punkty zjazdu znajdują się zbyt blisko siebie to zostaną zastąpione jednym)

2 Przestrzeń poszukiwań i sąsiedztwo

Element przestrzeni poszukiwań to wektor K -elementowy, na który składają się krotki postaci $[x, y, w]$ reprezentujące wierzchołki łamanej tworzącej autostradę. Para (x, y) stanowi współrzędne tego punktu na płaszczyźnie. Zmienna w określa, który wierzchołek jest połączony odcinkiem z aktualnym. Przyjmuje ona wartości od -1 do $K-1$ i oznacza, do wierzchołka o jakim indeksie występuje połączenie. Wierzchołki numerowane są od 0. (np. $w=1$ oznacza, że rozpatrywany wierzchołek łączy się z wierzchołkiem o indeksie 1, $w=-1$ oznacza, że wierzchołek nie łączy się z żadnym innym). Tak zdefiniowana przestrzeń dopuszcza obustronne połączenia, ale zostaną one wyeliminowane przez metaheurystykę - nie wnoszą nic do struktury sieci autostad, a jedynie podnoszą koszt. Przestrzeń oprócz rozwiązań prawidłowych zawiera również rozwiązania niedopuszczalne, czyli takie, w których nie istnieje połączenie między wszystkimi miastami. Warunek ten zostanie osiągnięty dzięki odpowiednio sformułowanej funkcji celu. Sąsiadami k -tego stopnia będziemy nazywać wektory różniące się k krotkami.

3 Funkcja celu

Parametry funkcji celu:

1. Położenie miast
2. Wektor określający sieć autostrad
3. Funkcja kosztu budowy autostrady, zależna od długości
4. Funkcja kosztu budowy zjazdu, zależna od długości

Wartość funkcji celu będzie liczona na podstawie:

1. Kosztu budowy sieci autostrad
2. Kosztu budowy zjazdów
3. Kary związanej z niezapewnieniem spójności autostrady

f

Funkcja kosztu budowy autostrady $f(x)$ będzie rosła liniowo, zależnie od k kosztu jednego kilometra autostrady

Funkcja kosztu budowy zjazdu $g(x)$ musi szybciej rosnać od $f(x)$ (wielomianowa lub wykładnicza), jednak do pewnej wartości x musi być bardziej opłacalna niż $f(x)$, aby zapewnić jak najkrótsze zjazdy z autostrad

Dodatkowo sprawdzane będzie połączenie pomiędzy każdymi dwoma dowolnymi miastami. Jeżeli takie połączenie nie będzie dostępne, do funkcji celu zostanie dodana kara P dostatecznie duża, aby to rozwiązanie odrzucić

Wartość funkcji celu będzie sumą tych czynników

Optymalizacja będzie polegała na minimalizacji kosztu budowy sieci autostrad

3.1 Przykład

Niech V będzie wektorem Miast o długości M

Niech A będzie wektorem krotek $[x, y, w]$ o długości K

Niech $f(a)$ będzie funkcją kosztu budowy odcinka autostrady o długości a

Niech $g(b)$ będzie funkcją kosztu budowy zjazdu o długości b

Niech P będzie karą braku połączenia pomiędzy miastami

Niech $k(V, A)$ będzie funkcją kosztu budowy sieci autostrad

Dla:

$$M = 3$$

$$V = [(1, 1), (3, 0), (2, 4)]$$

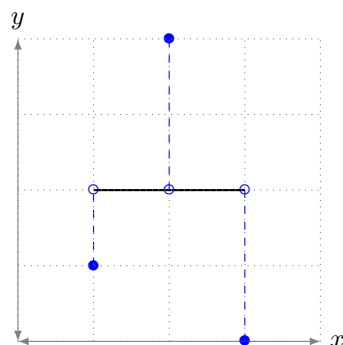
$$K = 3$$

$$A = [(1, 2, 1), (2, 2, 2), (3, 2, -1)]$$

$$f(a) = a$$

$$g(b) = 2^b - 1$$

$$P = 10000$$



Długość autostrady: 7. Długość zjazdów 1, 2, 2

$$f(a) = 7$$

$$g(z_1) = 2^1 - 1 = 1$$

$$g(z_2) = g(z_3) = 2^2 - 1 = 3$$

$$g(b) = 1 + 3 + 3 = 7$$

$$k(V, A) = 7 + 7 = 14$$

Spójność autostrady jest zapewniona, więc nie została doliczona kara P .

4 Metody optymalizacji

Do rozwiązania zadania planowane jest użycie metody przeszukiwania ze zmiennym sąsiedztwem (VNS) oraz symulowanego wyżarzania.

5 Sposób przeprowadzania eksperymentów

1. Testy w początkowej fazie eksperymentów będą przeprowadzane na małych problemach. Dzięki temu można będzie uzyskiwane podczas nich wyniki porównać z tymi uzyskanymi ręcznie i upewnić się, że algorytm działa zgodnie z oczekiwaniami i daje poprawne rezultaty.
2. Testy właściwe zostaną przeprowadzone dla parametru M równego 10, 20, 50.
3. Wyniki eksperymentów będą przedstawiane w formie tekstowej oraz graficznej, aby w łatwy sposób zweryfikować wyniki.