Méthodes psychométriques en qualité de vie

Christophe Lalanne
EA 7334 REMES
Unité de Méthodologie des critères d'évaluation
Université Paris-Diderot, Sorbonne Paris-Cité

30 ANS
ÉCOLE D'ÉTÉ
DE SANTÉ PUBLIQUE
ET D'ÉPIDÉMIOLOGIE
DE BICÊTRE
Institut National de la Santé et de la Recherche Médicale - Université Paris-Sud
Faculté de Médecine Paris-Sud - Ecole de Santé Publique Paris-Sud

Fidélité de mesure

— Consistance interne d'une échelle
— Stabilité test-retest
— Accord inter-juges
— Théorie de la généralisabilité

Comment évaluer la fidélité de mesure

Une formulation alternative consiste à se demander quelles sont les sources potentielles de variation des scores, et donc comment les mesurer et quel est leur impact lorsque l'on infère des résultats observés sur un échantillon à la population ? Des mesures collectées plusieurs fois à partir d'un même instrument peuvent survenir de plusieurs manière[1] :

- évaluation répétée de plusieurs sujets par le même évaluateur ;
- évaluation alternative d'un même individu par plusieurs évaluateurs ;
- administration répétée d'un même questionnaire ou de formes parallèles ;
- utilisation de différentes sous-échelles d'un même questionnaire.

1. G Dunn. *Statistics in Psychiatry*. Hodder Arnold, 2000.

Outils statistiques

La fidélité ou précision de mesure peut être quantifiée à l'aide de différentes techniques :

- **décomposition (linéaire) des composantes de variance en TCT** ;
- modèles d'équations structurelles ;
- modèles de réponse à l'item.

Fidélité de mesure $\neq$ significativité

La **significativité statistique** est utilisée pour évaluer la probabilité ou la vraisemblance de résultats observés sur un échantillon en référence à un modèle de population sous l'hypothèse nulle ; la **significativité pratique ou clinique** reflète le degré de divergence des résultats observés avec l'hypothèse nulle (tel que mesuré par une mesure de taille d'effet) – sous laquelle on ne distingue pas les patients des sujets contrôles.[2]

Mais ces deux concepts supposent que les scores sur lesquelles les conclusions reposent sont des indicateurs corrects et précis de la performance ou de l'état mesuré chez l'individu.

2. B Thompson, éd. *Score Reliability. Contemporary Thinking on Reliability issues*. Sage Publications, 2003.

It is important to remember that a test is not reliable or unreliable. Reliability is a property of the scores on a test for a particular population of examinees (Feldt & Brennan, 1989). Thus, authors should provide reliability coefficients of the scores for the data being analyzed even when the focus of their research is not psychometric.

Wilkinson & APA Task Force[3]

3. L Wilkinson & APA Task Force on Statistical Inference. « Statistical methods in psychology journals : Guidelines and explanations ». In : *American Psychologist* 54 (1999). reprint available through the APA Home Page : `http://www.apa.org/journals/amp/amp548594.html`, p. 594–604.

Modèle de mesure

▷ 01a-scores.pdf

Pour un individu i évalué sur une seule occasion, son score x_i peut être exprimé comme suit :

$$x_i = \tau_i + \varepsilon_i \quad \varepsilon_i \sim \mathcal{N}(0; \sigma_e^2),$$

d'où l'on en déduit naturellement que $\mathbb{E}(X) = T$ (par construction).

Si l'on suppose que T et E sont indépendants, on a également

$$\mathbb{V}(X) = \mathbb{V}(T) + \mathbb{V}(E)$$

On peut définir le **coefficient de fidélité** de la manière suivante :

$$\begin{aligned} R_X &= \frac{\mathbb{V}(T)}{\mathbb{V}(X)} \\ &= \frac{\mathbb{V}(T)}{\mathbb{V}(T) + \mathbb{V}(E)}. \end{aligned} \tag{1}$$

Il s'agit d'une variable aléatoire donc ce n'est pas une propriété fixe d'un instrument de mesure. La racine carré de ce coefficient est appelée **erreur standard de mesure** (SEM).

Extension simple de ce modèle de mesure

Supposons que les évaluations ne dépendent pas seulement du score vrai des individus mais également de l'évaluateur (les effets étant supposés indépendants). On a donc :

$$\mathbb{V}(X) = \mathbb{V}(T) + \mathbb{V}(E).$$

Si tous les sujets sont évalués par le même évaluateur, R_X se calcule tel que défini en (1). Si, au contraire, les individus sont évalués par des évaluateurs choisis aléatoirement , alors

$$R'_X = \frac{\mathbb{V}(T)}{\mathbb{V}(T) + \mathbb{V}(I) + \mathbb{V}(E)}, \tag{2}$$

et $R_X > R'_X$.

Le cas de deux instruments

Supposons que nous disposons d'une série de données appariées collectées à partir de deux instruments de mesure, $\mathcal{I}_X$ et $\mathcal{I}_Y$, pour lesquels les scores sont construits selon le même schéma :

$$\begin{aligned} X &= T_X + E_X \\ Y &= T_Y + E_Y \end{aligned}$$

Quelle est la corrélation entre X et Y ?

Les deux séries de mesure sont des réalisations des variables alétoires X et Y, mais la précision des instruments de mesure entre également en jeu.

Corrélation atténuée

La corrélation (liénaire) entre X et Y est donnée par $\rho_{XY} = \frac{\text{cov}(T_X, T_Y)}{\sqrt{\mathbb{V}(T_X)\mathbb{V}(T_Y)}}$.
Un bon estimateur peut être consrtuit comme suit :

$$
\begin{aligned}
\hat{\rho}_{XY} &= \frac{\text{cov}(X,Y)}{\sqrt{\mathbb{V}(X)\mathbb{V}(Y)}} \\
&= \frac{\text{cov}(T_X + E_X, T_Y + E_Y)}{\sqrt{\mathbb{V}(T_X + E_X)\mathbb{V}(T_Y + E_Y)}} = \rho_{XY}\sqrt{R_X R_Y} \qquad (3)
\end{aligned}
$$

La corrélation entre les données observées est atténuée par la précision de chacun des instruments de mesure.

Il en va de même dans le cas de la régression linéaire : si l'on souhaite prédire Y à partir de X à l'aide d'un modèle de régression simple, $\mathbb{E}(T_Y|T_X) = \beta_0+\beta_1 T_X$, la pente serait estimée par $\beta_1 = \text{cov}(T_X,T_Y)/\mathbb{V}(T_X)$. En tenant compte de la précision de la mesure X, R_X, on considèrera comme estimateur :

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_1 &= \frac{\text{cov}(X,Y)}{\mathbb{V}(X)} \\ &= \frac{R_X \text{cov}(T_X,T_Y)}{\mathbb{V}(T_X)} = R_X \beta_1 \end{aligned} \tag{4}$$

La pente de la droite de régression est atténuée (c.a.d. ramenée vers 0).

Fichier de données et scripts R disponibles à l'adresse suivante :
`https://bitbucket.org/chlalanne/eespe11`

– Typeset with FoilTEX (version 2), Revision e967a78