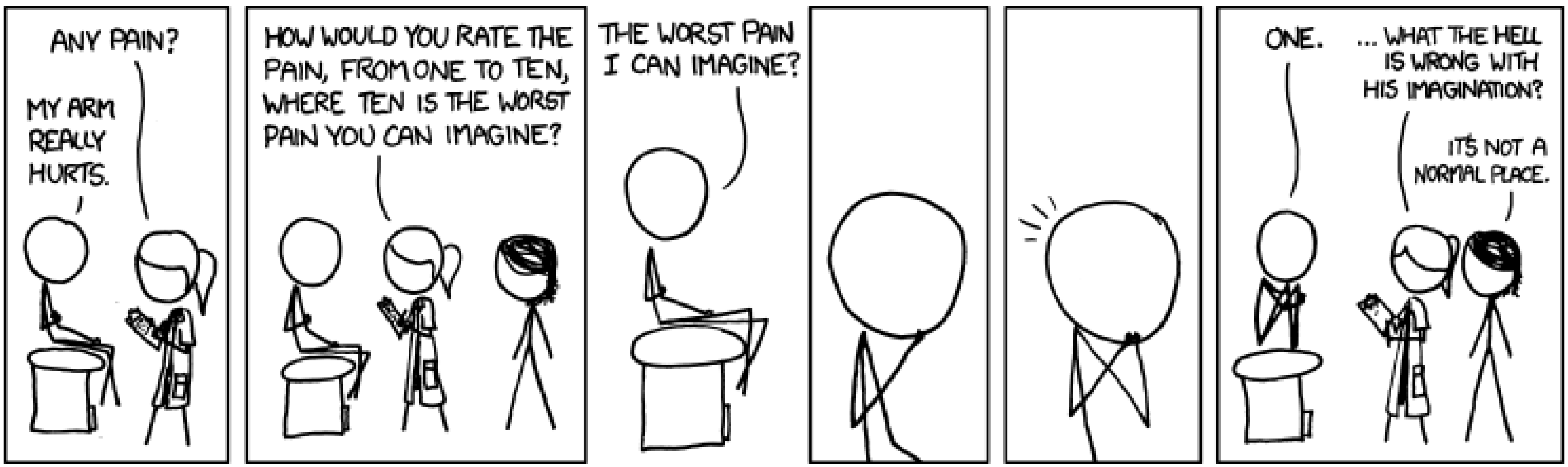
Méthodes psychométriques en qualité de vie

Christophe Lalanne
EA 7334 REMES
Unité de Méthodologie des critères d'évaluation
Université Paris-Diderot, Sorbonne Paris-Cité

30 ANS
ÉCOLE D'ÉTÉ
DE SANTÉ PUBLIQUE
ET D'ÉPIDÉMIOLOGIE
DE BICÊTRE
Institut National de la Santé et de la Recherche Médicale - Université Paris-Sud
Faculté de Médecine Paris-Sud - Ecole de Santé Publique Paris-Sud

Théorie classique des tests

— Définition des mesures subjectives en santé, intérêt et enjeu.
— Approche psychométrique de la mesure.
— Propriétés d'un bon instrument de mesure.
— Modèles de mesure.


ANY PAIN?
MY ARM REALLY HURTS.
HOW WOULD YOU RATE THE PAIN, FROM ONE TO TEN, WHERE TEN IS THE WORST PAIN YOU CAN IMAGINE?
THE WORST PAIN I CAN IMAGINE?
ONE.
... WHAT THE HELL IS WRONG WITH HIS IMAGINATION?
IT'S NOT A NORMAL PLACE.

Instruments et mesures

Un instrument est utilisé pour mettre en relation ou associer quelque chose observé dans le monde réel à quelque chose de mesurable dans un certain cadre conceptuel.

On parlera de variable manifeste (p.ex., réponse à la question « vous sentez-vous déprimé le matin en vous réveillant ») et de variable latente (p.ex., « état dépressif » du patient).

On peut voir le processus de mesure comme une tâche consistant à assigner des nombres à des catégories. [1]

1. SS Stevens. « On the theory of scales of measurement ». In : *Science* 103 (1946), p. 677–680 ; P De Boeck, M Wilson et GS Acton. « A Conceptual and Psychometric Framework for Distinguishing Categories and Dimensions ». In : *Psychological Review* 112.1 (2005), p. 129–158.

Construction d'un instrument de mesure [2]

- A **Construct map** features a coherent and substantive definition for the content of the construct which is composed of an underlying continuum (for ordering respondents and/or items responses).
- **Items design** deals with the standardized construction of items that are supposed to stimulate responses, assimilable to observations about the construct.
- The **Outcome space** is the set of well-defined categories, finite and exhaustive, ordered, context-specific, and research-based.
- A **Measurement model** is needed in order to relate the scored outcomes from the items design and the outcome space back to the construct that was the original inspiration of the items.

2. M Wilson. *Constructing measures. An item response modeling approach*. Taylor & Francis Group, 2005.

Modèles à variables latentes

La nature des variables manifestes et latentes permet généralement de guider le choix d'un modèle statistique. [3]

		Variables manifestes	
		Métrique	Catégorielle
Variables latentes	Métrique	**Analyse factorielle**	**Analyse en traits latents**
	Catégorielle	Analyse en profils latents	Analyse en classe latente

3. DJ Bartholomew et M Knott. *Latent Variable Models and Factor Analysis : A Unified Approach*. 3rd. Wiley, 2011 ; S Rabe-Hesketh et A Skrondal. « Classical latent variable models for medical research ». In : *Statistical methods in medical research* (2008).

Théorie classique des tests (TCT)

Encore appelée « théorie du score vrai », cette approche permet de formaliser la construction d'un score permettant de caractériser un individu par rapport à une échelle de mesure et de quantifier les sources potentielles de variabilité ou d'erreur.

Le score vrai qui est assigné à un individu à partir de ses réponses à un instrument de mesure standardisé est ainsi envisagé comme une combinaison du score observé (à un moment donné et dans des conditions spécifiques) et d'une erreur de mesure :

$$S_i = O_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, \ldots, n$$

Comment construire S

Que trouve-ton dans ε

L'erreur de mesure peut se décomposer en deux sources distinctes :

1. erreur systématique (ou biais), à éliminer au maximum dans la mesure du possible ;
2. erreur aléatoire, propre à la variabilité intrinsèque de l'instrument de mesure.

Borsboom discute extensivement l'intérêt et les limitations d'une telle approche pour la construction de scores, notamment la définition circulaire de la TCT.[4]

---

4. D Borsboom. « The attack of the psychometricians ». In : *Psychometrika* 71.3 (2006), p. 425–440 ; D Borsboom. *Measuring the mind : Conceptual issues in contemporary psychometrics*. Cambridge : Cambridge University Press, 2005.

Illustration

301 enfants de deux écoles auxquels on a administré 26 tests permettant d'évaluer les compétences suivantes : spatiales, verbales, vitesse de raisonnement, mémoire, mathématiques.

Holzinger, K. J. and Swineford, F. A. *A study in factor analysis : The stability of a bi-factor solution*. Supplementary Education Monographs, 48. University of Chicago, 1939.

Illustration

	id	sex	ageyr	agemo	school	grade	visual	cubes	paper	paragrap	sentence	wordm	addition	counting	straight
1	1	1	13	1	Pasteur	7	3.333	7.75	0.375	2.333	5.75	1.286	3.39	5.75	6.36
2	2	2	13	7	Pasteur	7	5.333	5.25	2.125	1.667	3.00	1.286	3.78	6.25	7.92
3	3	2	13	1	Pasteur	7	4.500	5.25	1.875	1.000	1.75	0.429	3.26	3.90	4.42
4	4	1	13	2	Pasteur	7	5.333	7.75	3.000	2.667	4.50	2.429	3.00	5.30	4.86
5	5	2	12	2	Pasteur	7	4.833	4.75	0.875	2.667	4.00	2.571	3.70	6.30	5.92
6	6	2	14	1	Pasteur	7	5.333	5.00	2.250	1.000	3.00	0.857	4.35	6.65	7.50
7	7	1	12	1	Pasteur	7	2.833	6.00	1.000	3.333	6.00	2.857	4.70	6.20	4.86
8	8	2	12	2	Pasteur	7	5.667	6.25	1.875	3.667	4.25	1.286	3.39	5.15	3.67
9	9	2	13	0	Pasteur	7	4.500	5.75	1.500	2.667	5.75	2.714	4.52	4.65	7.36
10	11	2	12	5	Pasteur	7	3.500	5.25	0.750	2.667	5.00	2.571	4.13	4.55	4.36
11	12	1	12	2	Pasteur	7	3.667	5.75	2.000	2.000	3.50	1.571	3.74	5.70	4.31
12	13	1	12	11	Pasteur	7	5.833	6.00	2.875	2.667	4.50	2.714	3.70	5.15	4.14
13	14	2	12	7	Pasteur	7	5.667	4.50	4.125	2.667	4.00	2.286	5.87	5.20	5.86
14	15	2	12	8	Pasteur	7	6.000	5.50	1.750	4.667	4.00	1.571	5.13	4.70	4.44
15	16	1	12	6	Pasteur	7	5.833	5.75	3.625	5.000	5.50	3.000	4.00	4.35	5.86
16	17	2	12	1	Pasteur	7	4.667	4.75	2.375	2.667	4.25	0.714	4.09	3.80	5.14
17	18	2	14	11	Pasteur	7	4.333	4.75	1.500	2.000	4.00	1.286	3.70	6.65	5.25

Illustration

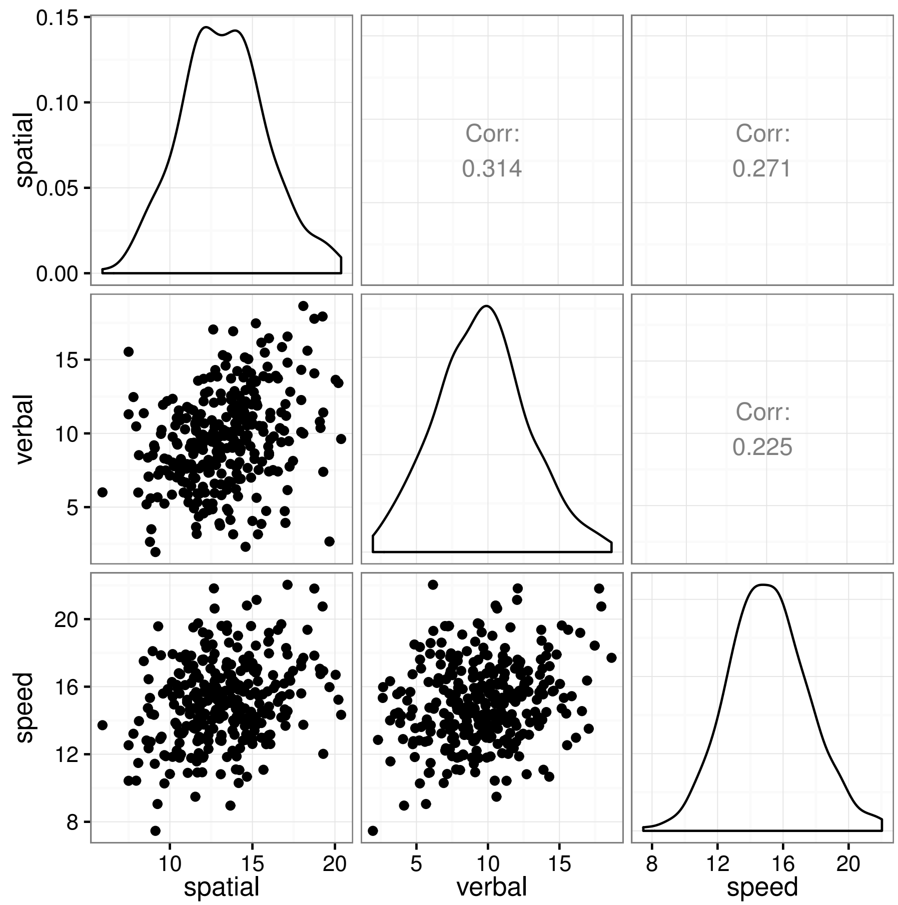
```
data(HolzingerSwineford1939, package="lavaan")
HS <- HolzingerSwineford1939
names(HS)[7:15] <- c("visual", "cubes", "paper",              ❶
                     "paragrap", "sentence", "wordm",          ❷
                     "addition", "counting", "straight")       ❸
```

visual + cubes + paper = score (composite) spatial

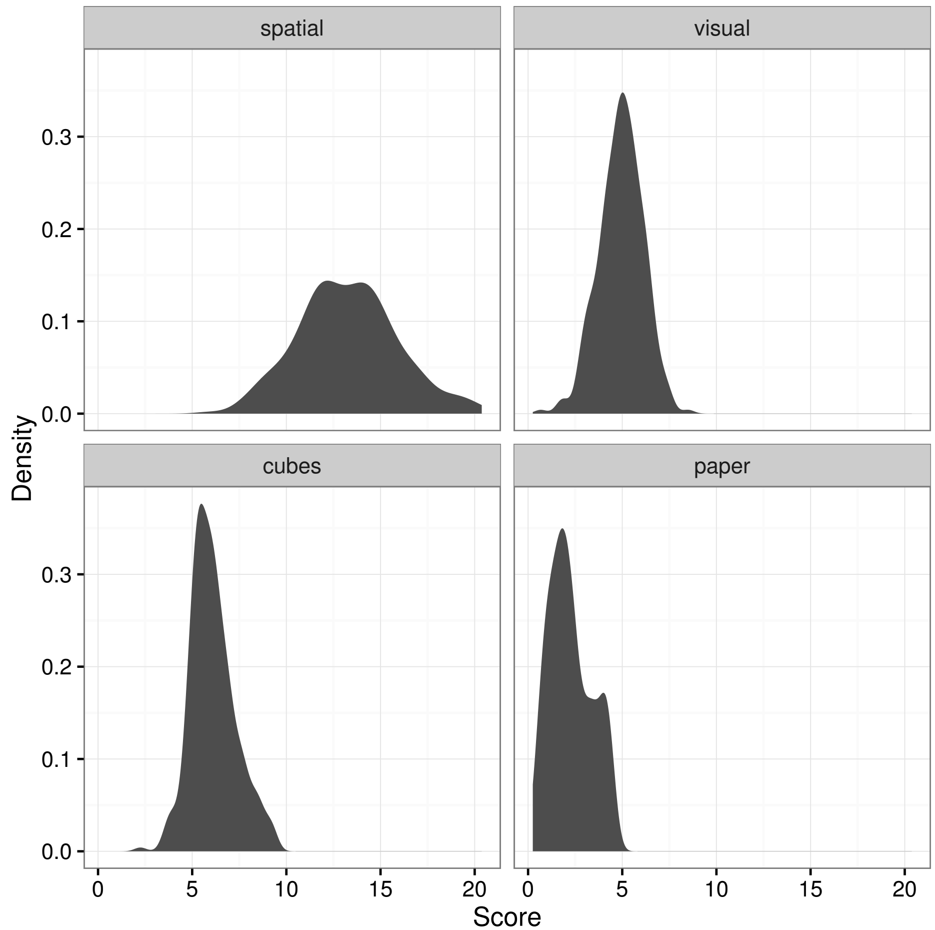
Illustration

Calcul des scores composites :

```
HS$spatial <- rowSums(HS[,c("visual","cubes","paper")])
HS$verbal <- rowSums(HS[,c("paragrap","sentence","wordm")])
HS$speed <- rowSums(HS[,c("addition","counting","straight")])
colMeans(HS[,c("spatial","verbal","speed")])
```



Corr:
0.314
Corr:
0.271
Corr:
0.225
spatial
verbal
speed
0.15
0.10
0.05
0.00
15
10
5
20
16
12
8
10
15
20
5
10
15
8
12
16
20


spatial
visual
cubes
paper
Density
Score
0.0
0.1
0.2
0.3
0
5
10
15
20

Approche par ACP

Les composantes C_i $(i = 1, \ldots, p)$ de l'analyse en composantes principales (ACP) sont construites comme de simples combinaisons linéaires des p variables d'origine :

$$C_i = \sum_{j=1}^{p} w_{ij} x_j .$$

Les charges w_{ij} représentent la contribution de chaque variable dans la composante C_i. Les valeurs propres représentent la part de variance expliquée par chaque composante, et les vecteurs propres leur direction dans l'espace.

Application pour l'échelle spatiale

```
library(FactoMineR)
pca <- PCA(HS[,c("visual", "cubes", "paper")],
            scale.unit = TRUE, graph = FALSE)
```

```
> pca$eig
       eigenvalue percentage of variance cumulative percentage of variance
comp 1  1.7221050              57.40350                          57.40350  ❶
comp 2  0.7227525              24.09175                          81.49525
comp 3  0.5551425              18.50475                         100.00000
> pca$var
$coord
           Dim.1      Dim.2     Dim.3
visual 0.7742336 -0.4082765 0.4836038  ❷
cubes  0.6951525  0.7115009 0.1026133
```

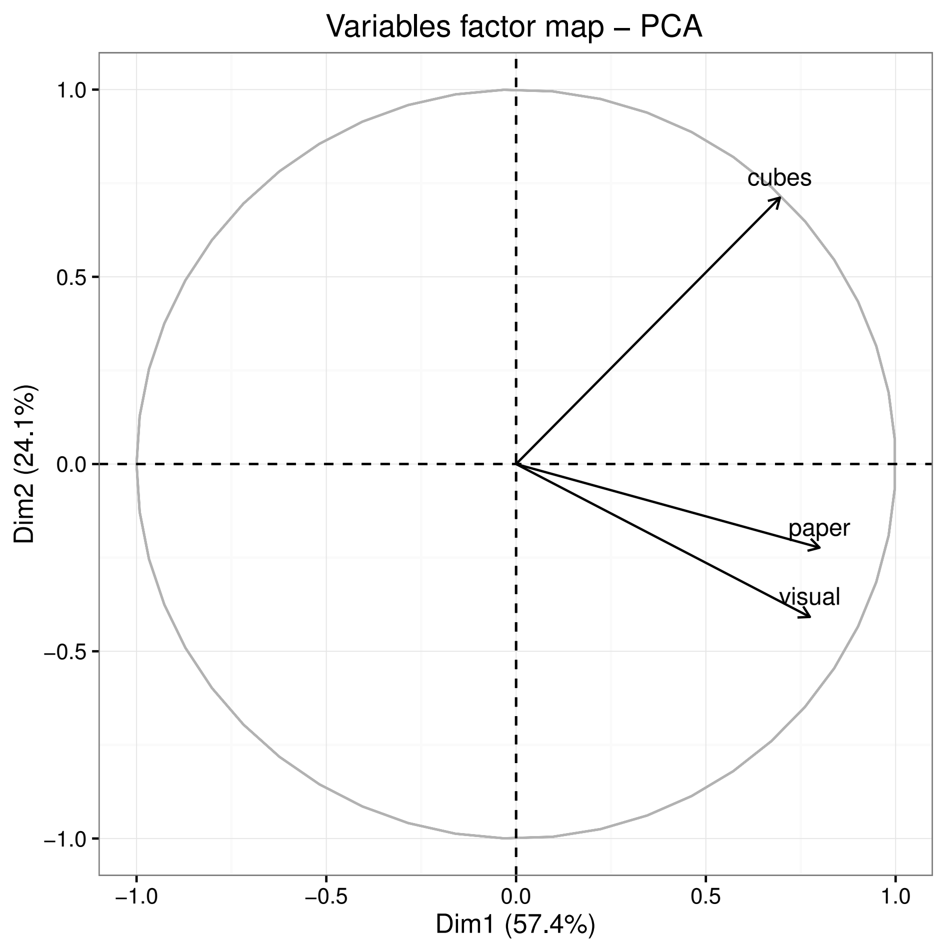
```
paper  0.7996439 -0.2232247 -0.5574409

$cor
           Dim.1      Dim.2      Dim.3
visual 0.7742336 -0.4082765  0.4836038   ❸
cubes  0.6951525  0.7115009  0.1026133
paper  0.7996439 -0.2232247 -0.5574409

$cos2
           Dim.1      Dim.2     Dim.3
visual 0.5994377 0.16668969 0.2338726    ❹
cubes  0.4832369 0.50623355 0.0105295
paper  0.6394303 0.04982925 0.3107404
```

Packages R pour la visualisation des résultats : `ggbiplot`, `factoextra`.

Voir aussi : `http://gastonsanchez.com/how-to/2012/06/17/PCA-in-R/`.



Variables factor map – PCA
cubes
paper
visual
Dim1 (57.4%)
Dim2 (24.1%)
−1.0
−0.5
0.0
0.5
1.0

Scores individuels

$$\text{visual} + \text{cubes} + \text{paper} = \text{score (composite) spatial}$$

$$w_{11}\text{visual} + w_{12}\text{cubes} + w_{13}\text{paper} = \text{PC1} \approx \text{score (factoriel) spatial}$$

```
HS$PC1 <- pca$ind$coord[,1]
cor(HS[,c("spatial","PC1")])
```

L'ACP peut être vue comme une méthode de réduction de dimension, de résumé graphique d'une matrice de corrélation, voire d'inférence multivariée (sous certaines hypothèses distributionnelles), mais dans tous les cas il suppose que les X_j sont mesurés sans erreur.

Fichier de données et scripts R disponibles à l'adresse suivante :

`https://bitbucket.org/chlalanne/eespe11`

– Typeset with FoilTEX (version 2), Revision fb243dc