

FYS2130

# Prosjektoppgave

Kandidatnummer 66

09.05.2016

# Innholdsfortegnelse

<b>Innledning .....</b>	<b>2</b>
<b>Oppgave 1 .....</b>	<b>2</b>
Harmonisk modulert AM-signal .....	2
Firkantmodulert AM-signal .....	5
Kort konklusjon.....	8
<b>Oppgave 2 .....</b>	<b>9</b>
Del A - Ikke-harmoniske signaler og stående bølger.....	9
Del B - Trykkbølger i luft inni et rør.....	12
Del C - Frekvensspekter fra metallrør brukt som instrument.....	13
Del D - Sammenligning av metallrør og trompet.....	14
Del E - Frekvensspekter fra trompet brukt som instrument.....	16
Del F - Lovmessighet i frekvensspektre .....	16
Del G - Sammenhengen mellom diameteren på røret og overtoner .....	17
Del H - Oppsummering .....	18
<b>Oppgave 3 .....</b>	<b>19</b>
Tre forskjellige beskrivelser av enkeltspalteeksperimentet.....	19
Konklusjon .....	22
<b>Oppgave 4 .....</b>	<b>23</b>
Kort historisk epistel.....	23
<b>Kilder.....</b>	<b>25</b>
<b>Programkoder.....</b>	<b>26</b>
Vedlegg 1 .....	26
Vedlegg 2 .....	28
Vedlegg 3 .....	29
Vedlegg 4 .....	29

## Innledning

I dette prosjektet skal jeg se på tre fysiske fenomener og hvordan disse forklares ved forskjellige modeller og metoder. Jeg skal se på hvilke fordeler og ulemper metodene har, og muligheter for å feiltolke de. Kan vi alltid stole på at en modell gir oss det vi er ute etter? Hvilken rolle har matematikken bak fysikken, og hvordan skal vi forholde oss til den? Dette er spørsmål jeg vil prøve å gi svar på, gjennom skisser, figurer og forklarende tekst.

Jeg har samarbeidet mye med tre personer, og synes det er greit og nevnte dette. Disse har kandidatnummer 22, 28 og 37 (i vilkårlig rekkefølge). All programmering er gjort i MATLAB (versjon R2015a), og programvedleggene er å finne helt bakerst i besvarelsen.

## Oppgave 1

Jeg vil først ta for meg alle oppgavene med et harmonisk signal, og deretter med et firkantsignal (klokkepuls). Se *vedlegg 1* bakerst for program.

### Harmonisk modulert AM-signal

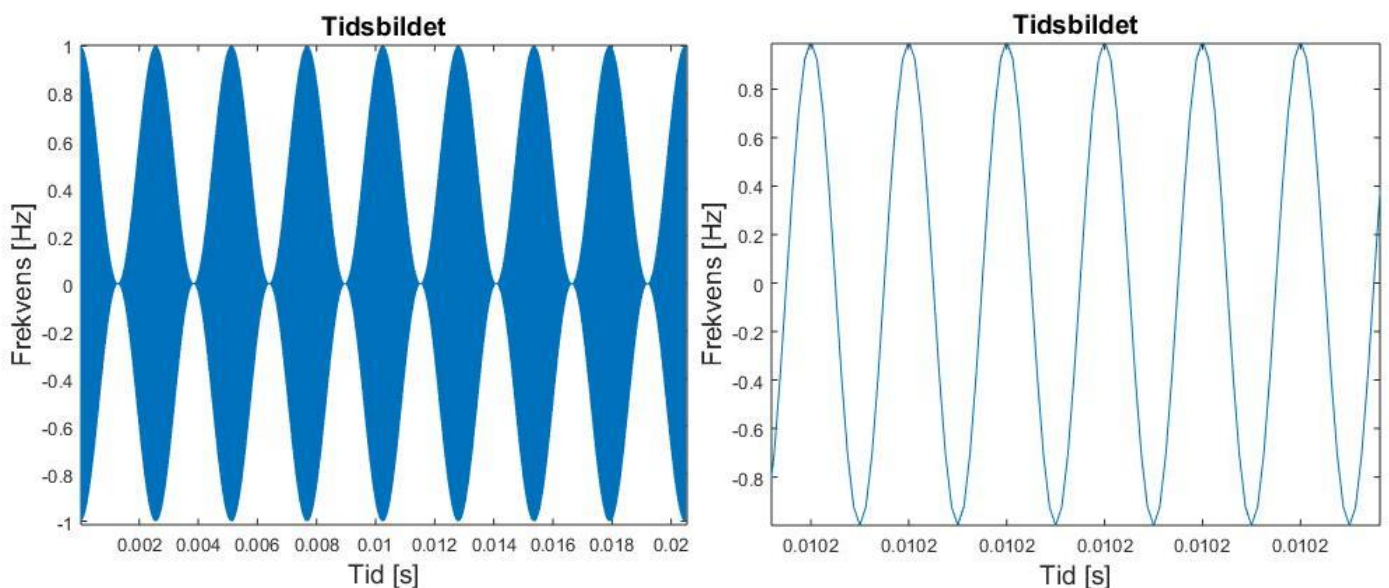
Dette signalet er på formen

$$y(t) = \frac{1}{2} \cos(2\pi f_b t) \cdot (1 + \cos(2\pi f_m t))$$

Og kalles for et amplitudemodulert signal siden den første delen er et vanlig harmonisk signal, mens den siste delen varierer amplituden. Jeg har endret ligningen fra oppgaveteksten ved å bruke sammenhengen  $\omega_j = 2\pi f_j$  for at vi lettere skal kunne se hvordan signalet avhenger av frekvens.

### Tidsbildet

Et tidsbilde av dette signalet ser slik ut (se *Figur 1.1*).



**Figur 1.1** Tidsbilder til det harmonisk modellerte AM-signalet. Til venstre har jeg plottet signalet med en tid fra 0 til  $N/F_s$  sekunder, mens til høyre har jeg tatt et veldig lite utsnitt av dette. Jeg har plottet med  $N$  tidssteg, og konstantene er hentet fra oppgaveteksten.

Det totale tidsbildet er i stor grad slik vi forventet, siden vi visste at signalet vårt ville ha varierende amplitude med tiden. Tiden mellom hvert minimum og maksimum er konstant, og vi kan derfor også se på det som pulser som kommer med jevne mellomrom.

Når vi zoomer inn på en slik puls, ser vi det som allerede er nevnt, at denne pulsen består av et harmonisk signal med veldig høy frekvens (som i høyre del av *Figur 1.1*).

Hvorfor danner egentlig en slik matematisk funksjon akkurat tidsbildet i *Figur 1.1*? Dette er lettest å se hvis vi finner frem ligning (3) fra oppgaveteksten:

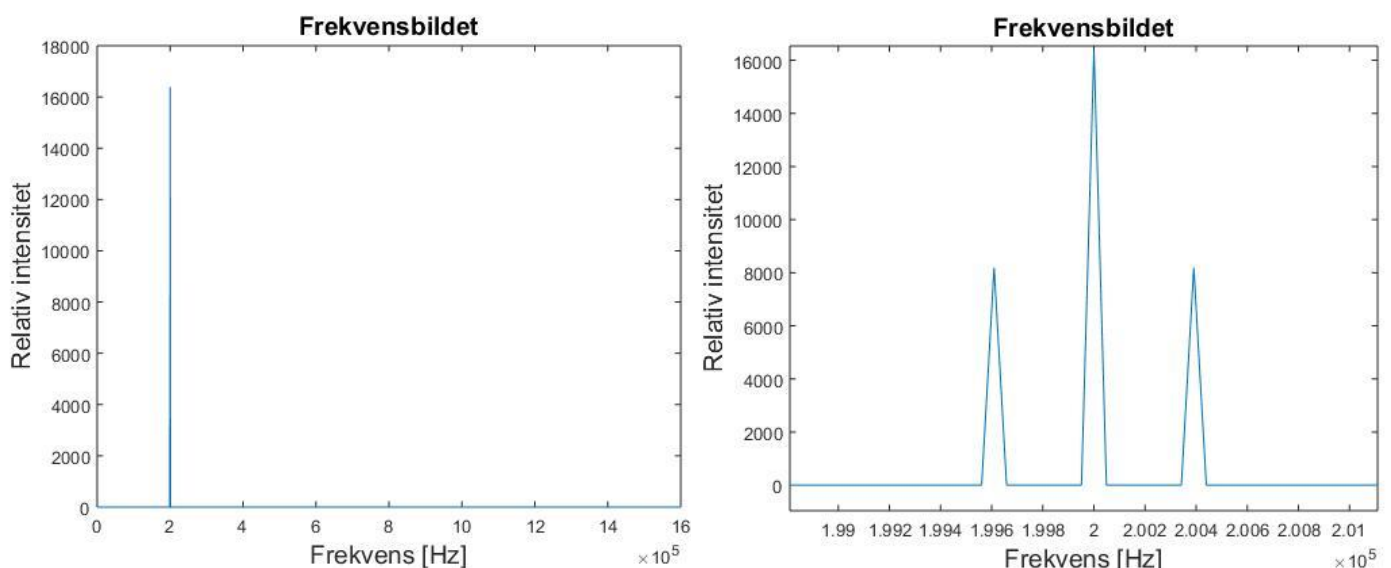
$$y(t) = \frac{1}{2} \cos(2\pi f_b t) + \frac{1}{4} \cos(2\pi(f_b + f_m)t) + \frac{1}{4} \cos(2\pi(f_b - f_m)t) \quad (i)$$

Selv om vi fortsatt har et amplitudemodellert signal, er ikke dette så lett å se på denne formen, siden vi ikke lengre har en del som endrer amplituden. Fordelen er at denne skrivemåten gir et bedre bilde av hvilke frekvenser vi har, så forskjellige modeller har forskjellige styrker (som vi skal se mange ganger i dette prosjektet).

Vi har altså en funksjon som består av tre forskjellige frekvenser, og tidligere har sett at hvis vi legger to (eller flere) signaler med nesten lik frekvens og lik amplitude oppå hverandre, vil vi få områder hvor de adderer hverandre og områder hvor de kansellerer hverandre. Det er nettopp dette som skjer her,  $f_m$  er relativt liten i forhold til  $f_b$ , slik at vi kan si at frekvensene nesten er like.

### Frekvensbildet

Jeg har valgt å bare ta med halve frekvensbildet fra fouriertransformasjonen, for å unngå frekvenstopper som forekommer på grunn av folding. Dette gjøres ved at jeg bare tar med halve frekvensspekteret mellom den toppen høyest frekvens og den toppen med lavest frekvens, og det gir følgende frekvensbilde (se *Figur 1.2*).

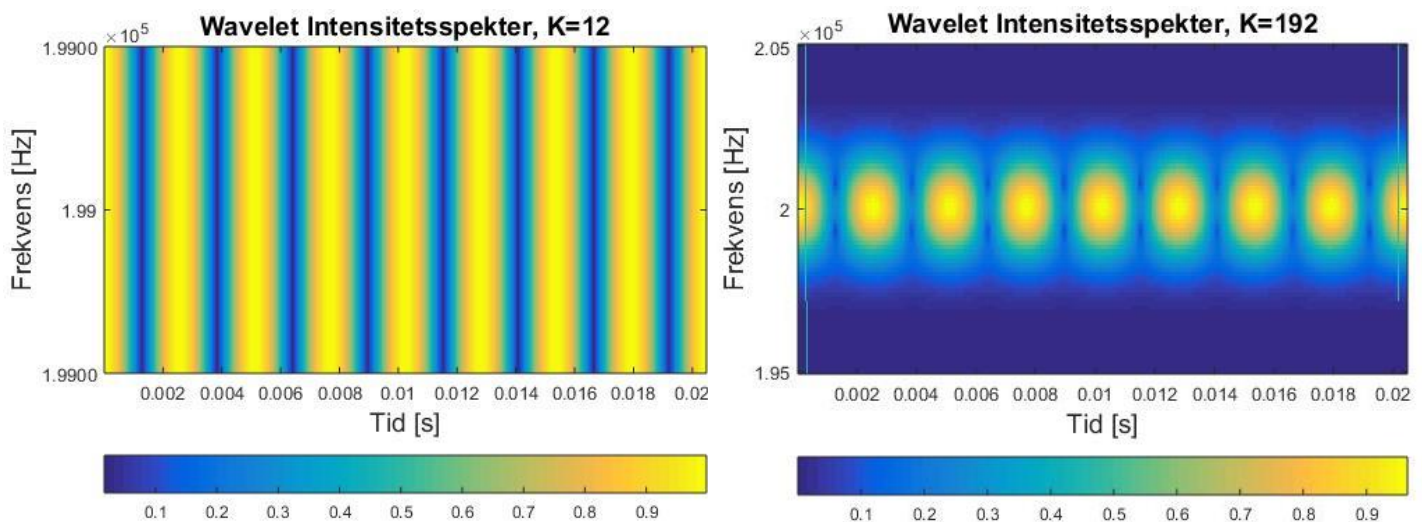


**Figur 1.2** Frekvensbilder av det harmonisk modellerte AM-signalet, hvor de unødvendige frekvenstopperne som kommer på grunn av folding er fjernet. Spekteret til venstre indikerer at vi bare har en markant frekvenstopp, mens til høyere har jeg tatt et utsnitt orientert om denne frekvenstoppen

Vi ser at vi faktisk får tre topper, og ikke bare én slik det så ut som i venstre side av *Figur 1.2*! Dette er naturligvis fordi det harmonisk modellerte AM-signalet er bygget opp av tre cosinus-funksjoner med forskjellige frekvenser. Den toppen i midten har dobbelt så høy amplitude i forhold til de to andre, noe som er logisk etter det funksjonen sier, og de laveste toppene ligger med lik avstand til den høyeste (enkelt å se ved formel (i)). Vi ser samtidig at alle frekvensene våre befinner seg mellom  $1.95 \cdot 10^5 \text{ Hz}$  og  $2.05 \cdot 10^5 \text{ Hz}$ , og jeg bruker derfor dette som henholdsvis  $f_{\min}$  og  $f_{\max}$  når jeg skal ta waveletanalyse.

### Wavelet intensitetsspekter

Jeg fikk følgende resultat for waveletanalysen (se *Figur 1.3* og *1.4*).

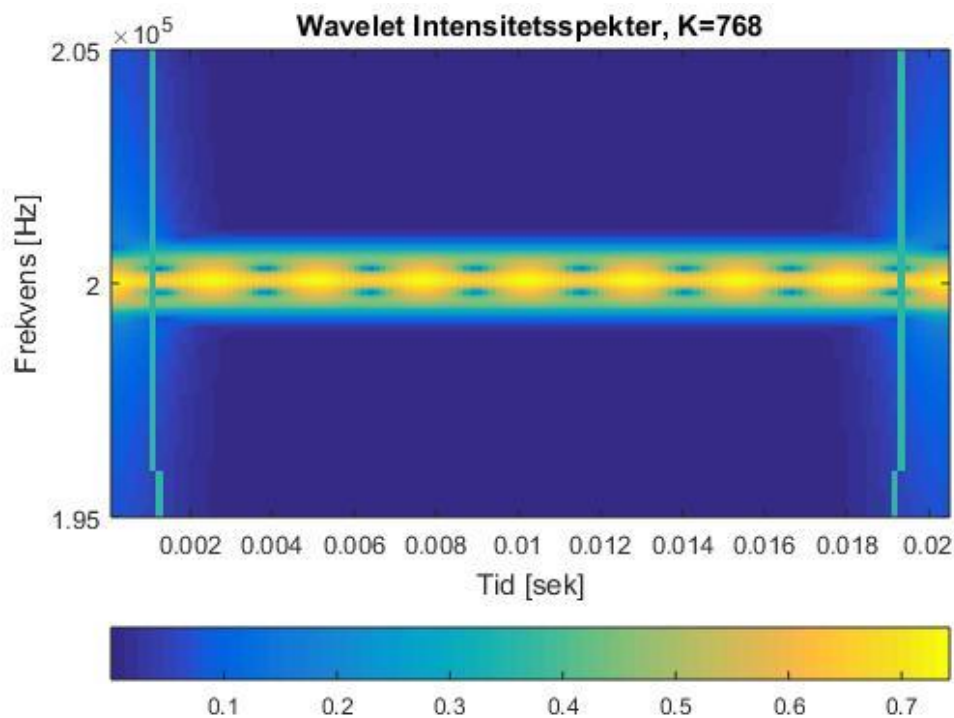


**Figur 1.3** Intensitetsspekteret med  $K=12$  (venstre) og  $K=192$  (høyre)

For  $K=12$  ser vi at waveletanalysen gir et skarpt bilde av hvordan signalet vårt endrer seg per tid, og dette samsvarer veldig godt med hvordan tidsbildet vårt er (intensitetsspekteret sier oss at vi har høyest intensitet der vi har maksimum i tidsbildet). Dette intensitetsspekteret sier derimot lite om hvilke frekvenser vi har (og hvor vi har dem). Tidligere har vi sett at vi ikke kan fastsette både tid og frekvens nøyaktig med samme waveletanalyse, men ved å øke  $K$ -verdien skal vi kunne presisere frekvensene vi har bedre. Jeg prøver med  $K=192$  (se høyre side av *Figur 1.3*).

Når vi har økt  $K$ -verdien, ser vi at vi kan fastsette frekvensen mye mer presist, og vi ser at denne samsvarer med frekvensen vi kan forvente fra frekvensbildet (og intensiteten er fortsatt også som forventet). Ved å se på ytterpunktene av plottet, kan vi oppfatte noen streker som ikke burde vært her. Disse er der for å markere hvor det såkalte randproblemet begynner. Randproblemet kommer av at ikke hele waveleten er innenfor datapunktene, og dette vil i prinsippet skje for alle waveletanalyser. Hvorfor ser det da ut som problemet er fraværende for waveletanalysen når vi velger  $K=12$ ? Grunnen er at vi hadde skarpere definert tid, noe som forminsker problemet. Med andre ord burde dette problemet øke proporsjonalt med at vi øker  $K$ -verdien.

Hvis vi ser litt nøye, kan vi også skimte at vi har to intensitetsminimum (to mørkeblå punkter) mellom intensitetsmaksimumene, og dette er minimumene vi også finner mellom de tre frekvenstoppene i frekvensbildet (når vi har tatt et utsnitt). Disse burde vi lettere kunne se hvis vi øker  $K$ -verdien ytterligere (se *Figur 1.4*).



Figur 1.4 Wavelet intensitetsspekter med K=768

Jeg har valgt å øke K-verdien såpass mye for å få frem detaljene jeg diskuterte ovenfor. Først og fremst ser jeg at frekvensen er mye skarpere definert her enn for de foregående plottene. De intensitetsminimumene jeg kommenterte ser jeg mye tydeligere nå, og jeg ser intensiteten mellom dem er en del sterkere enn på yttersiden som forventet fra frekvensbildet.

Området som randproblemet hersker over har nå økt betydelig, som forventet, og målinger fra disse områdene må vi ta med en stor klype salt.

### Firkantmodulert AM-signal

Jeg skal nå gjøre alle målinger om igjen, men nå med et firkantmodulert amplitudemodellert signal med samme frekvens som det harmonisk modellerte AM-signalet. Dette signalet beskrives numerisk ved ligningen

$$f(t) = \cos(2\pi f_b t) \cdot (1 - \text{mod}(\text{floor}(2f_m t), 2))$$

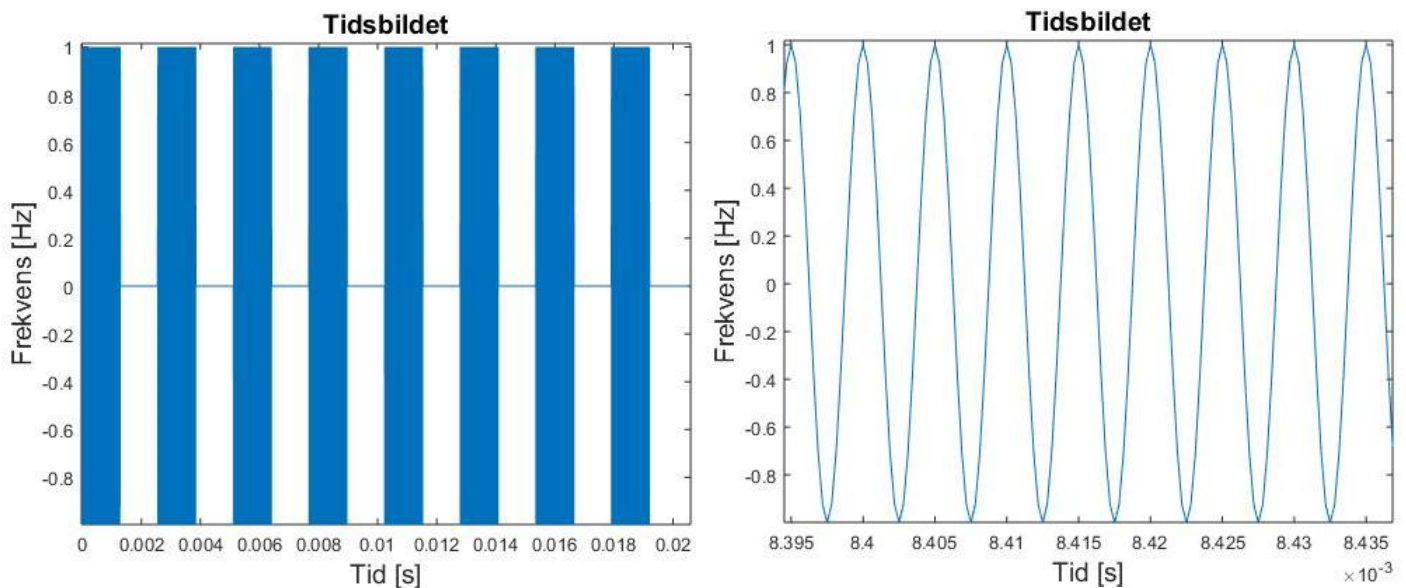
Jeg ser at signalet er på samme formen som for det harmonisk modulerte signalet i ligning (1) i oppgaven (en del som gir et harmonisk signal og en del som varierer amplituden med tiden). Hvis vi ser på det harmonisk modellerte AM-signalet som pulser, kan vi se for oss at vi får et firkantsignal som i praksis innebærer at vi runder opp til maksimumsutslag der signalet har utslag større enn halvparten av maksimumsutslaget, og runder ned til 0 når utslaget er mindre enn halvparten av maksimumsutslaget. Matematisk kan vi beskrive det slik:

$$f(t) = \begin{cases} A & \text{for } y(t) > A/2 \\ 0 & \text{for } y(t) < A/2 \end{cases}$$

Hvor  $y(t)$  er den harmoniske funksjonen vår og  $A$  er dens amplitude (maksimale utslag).

### Tidsbildet

Jeg plottet tidsbildet numerisk, og velger derfor den numeriske varianten av ligningen, noe som resulterer i følgende tidsbilde (se Figur 1.5).



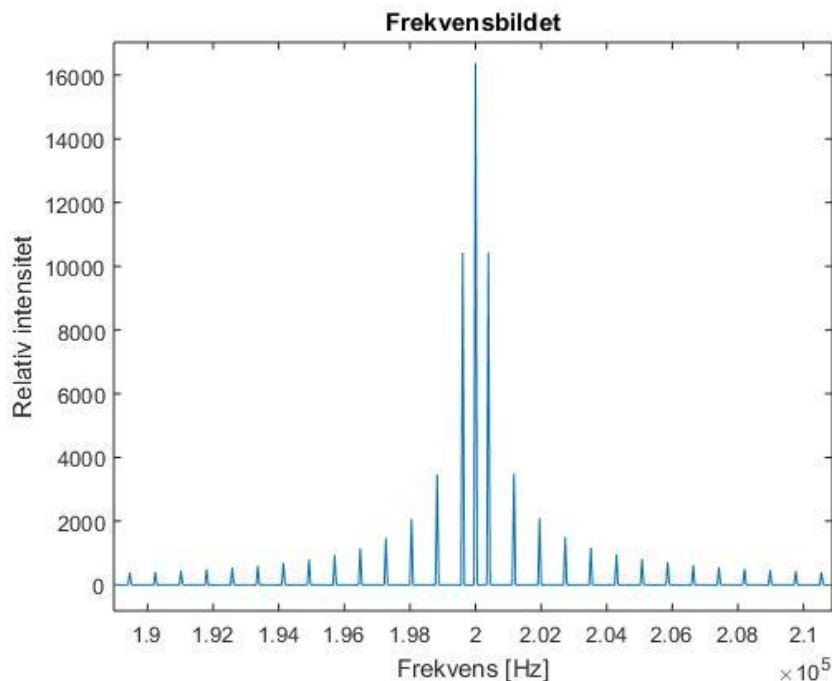
**Figur 1.5** Tidsbildet til det firkantmodulerte AM-signalet. Til venstre har jeg plottet signalet med en tid fra 0 til  $N/F_s$  sekunder, mens til høyre har jeg tatt et veldig lite utsnitt av dette. Jeg har plottet med  $N$  tidssteg, og konstantene er hentet fra oppgaveteksten.

Her ser jeg at signalet for noen tidspunkt kan sees på som å være maksimum, mens for andre tidspunkt kan de sees på som å være minimum, uten noen mellomting. Dette ligner veldig på en klokkepuls som vi har i elektronikken, hvor vi sier at signalet er «på» for noen tidspunkt, mens det er «av» for andre tidspunkt (se venstre side av Figur 1.5). Når jeg zoomer inn på en av disse «klokkepulsene» (se høyre side av Figur 1.5) ser vi at signalet er harmonisk innad i pulsen, som forventet. Det jeg fysisk har er altså et signal som er stykkvis harmonisk, hvilket frekvensspekter kan dette gi?

### Frekvensbildet

Siden vi fortsatt jobber med de samme frekvensene som for det harmoniske signalet, burde kanskje en fouriertransformasjon for firkantsignalet gi omtrent det samme frekvensspekter som for det harmonisk modellerte signalet? Eller blir det helt annerledes når ikke lengre amplituden til signalet vårt endrer seg harmonisk?

Etter å ha zoomet inn på den relevante delen av frekvensbildet, ser det slik ut (se Figur 1.6).



*Figur 1.6 Et relevant utsnitt av frekvensspekteret for vårt firkantmodellerte AM-signal*

Vi ser at vi fortsatt har tre topper med klart størst intensitet, men vi har i tillegg fått flere små frekvenstopper med lik avstand til hverandre på begge sider av intensitetsmaksimumet. Vi vet at fouriertransformasjoner er reversible (ved en såkalt invers fouriertransformasjon), så frekvensspekteret forteller oss at for å lage firkantpulser, trenger vi mange forskjellige harmoniske funksjoner med de frekvensene som gir utslag i frekvensbildet. Selv om frekvensspekteret mitt er endelig, kan man matematisk vise at vi trenger uendelig mange harmoniske funksjoner for å danne et perfekt klokkesignal. Der er i midlertid viktig å ha i bakholdet at dette er matematikken bak, og gjenspeiler ikke nødvendigvis de fysiske mekanismene bak, som jeg vil diskutere i konklusjonen min bakerst i oppgaven.

Fra frekvensspekteret ser vi i tillegg at frekvenstoppene har relativt lik avstand fra hverandre, og kan minne om overtonene vi får når vi tar fouriertransformasjon av et lydsignal. Da vet vi at overtonene er multipler av grunntonen, og vi kan matematisk beskrive signalet slik:

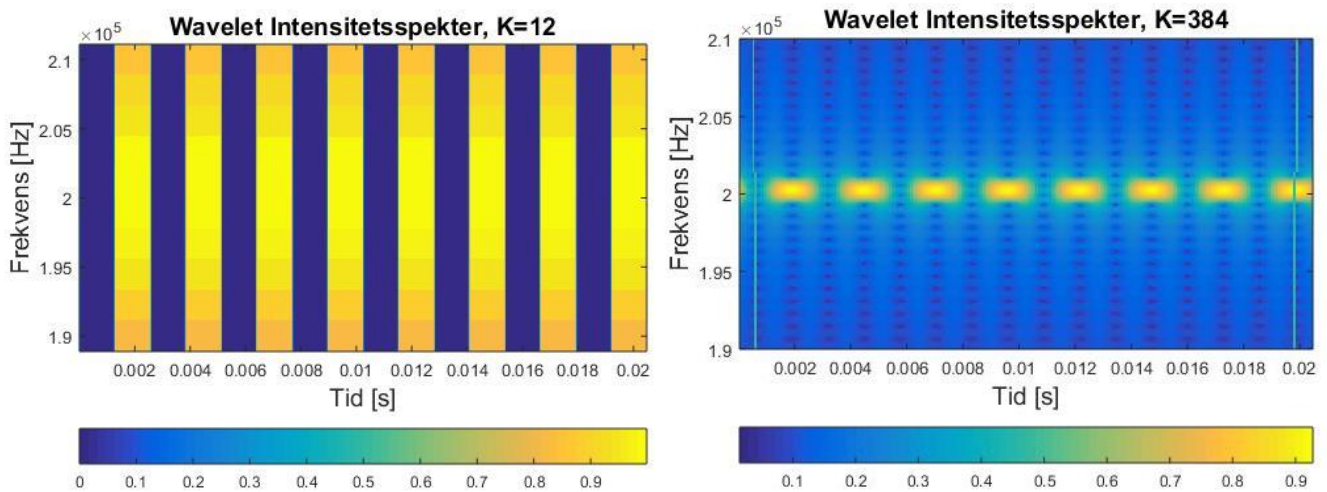
$$f(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{A}{i} \cos(2\pi f_G(i)t) \right)$$

Hvor  $A$  er amplituden til grunntonen og  $f_G$  er dens frekvens. Vi kan lese av spekteret vårt at amplituden vil avta for harmoniske med høyere frekvenser, og nettopp derfor deler jeg amplituden på  $i$ . På grunn av at de harmoniske har frekvenser som er multipler av grunnfrekvensen, multipliserer jeg grunnfrekvensen med  $i$ . Denne modellen er litt på samme form som ligning (2) i oppgaveteksten, men forskjellen er at vi kan danne det harmonisk modellerte AM-signalet ved hjelp av tre harmoniske, mens vi trenger uendelig mange for å lage et perfekt firkantmodellert AM-signal. Igjen, det er viktig å huske på at alt dette er matematisk, og at fysikken ikke er direkte flyttet opp mot det.



### Wavelet intensitetsspekter

For å få med de fleste frekvensene jeg nå har, velger jeg å utvide waveletanalysen til å inkludere frekvenser fra  $1.9 \cdot 10^5 \text{ Hz}$  til  $2.1 \cdot 10^5 \text{ Hz}$ . Jeg har bare valgt å ta waveletanalyse for  $K=12$  og  $K=384$  ( $12 \times 32$ ) fordi jeg føler disse gir oss ytterpunktene analysen kan resultere i (se Figur 1.7).



Figur 1.7 Wavelet intensitetsspekter med  $K=12$  (til venstre) og  $K=384$  (til høyre).

Resultatet fra når  $K=12$  er at vi får et intensitetsspekter som gir maksimum intensitet for noen tider og minimum intensitet for andre tider, som forventet. Plottet sier oss derimot ikke noe om hvilke frekvenser vi har, og som tidligere må vi øke  $K$ -verdien. I høyre side av Figur 1.7 har jeg valgt å øke denne helt til  $K = 384$  for å få et intensitetsspekter med relativt skarpt definert bilde.

Her ser vi som nevnt at frekvensen er skarpere definert enn for lavere  $K$ -verdier, og frekvensen stemmer overens med frekvensene jeg fant i frekvensbildet. På samme måte som jeg fikk minimumspunkter mellom maksimumspunktene for det harmoniske signalet, får jeg det her også. Her får jeg likevel mange fler, noe som har sammenheng med at vi har mange minimumspunkter i frekvensspekteret.

### Kort konklusjon

Som jeg har vært inne på, består mitt harmonisk modellerte AM-signal av tre fysiske frekvenser som kommer frem i frekvensbildet. Når det gjelder mitt forkantmodellerte signal derimot, består det fysisk kun av én frekvens ettersom det eneste som gjentar seg periodisk er den harmoniske biten (kan også argumentere for at vi har to frekvenser siden harmonisk del av og på gjentar seg periodisk, men prinsippet bak blir det samme). Likevel forteller fouriertransformasjonen at vi har uendelig mange frekvenser, noe som ikke stemmer med hva vi fysisk har. Vi ser at selv om metoden fungerer for noen funksjoner, fungerer den plutselig ikke hvis vi endrer litt på funksjonen, og det er viktig å være klar over dette før man stoler blindt på en fouriertransformasjon.

Jeg har underveis i oppgaven argumentert for at signalene jeg har både kan sees på som pulser som kommer støtvis, og et stykkevis harmonisk signal med høy frekvens. Selv om vi har det samme signalet uansett hvordan vi ser på det, er det ikke ekvivalent hvilken av måtene vi velger, og jeg har allerede beskrevet hvordan matematikken er forskjellig for de to tilfellene. Jeg har også så vidt nevnt klokkesignaler i en datamaskin, og disse må sendes inn som firkantpulser for at vi skal få noe interessant ut. Øyensynlig ser også signalet mitt ut som slike pulser, og jeg er ganske sikker på at å se på signalet som pulser som forplanter seg med tiden har flest fysiske bruksområder.

## Oppgave 2

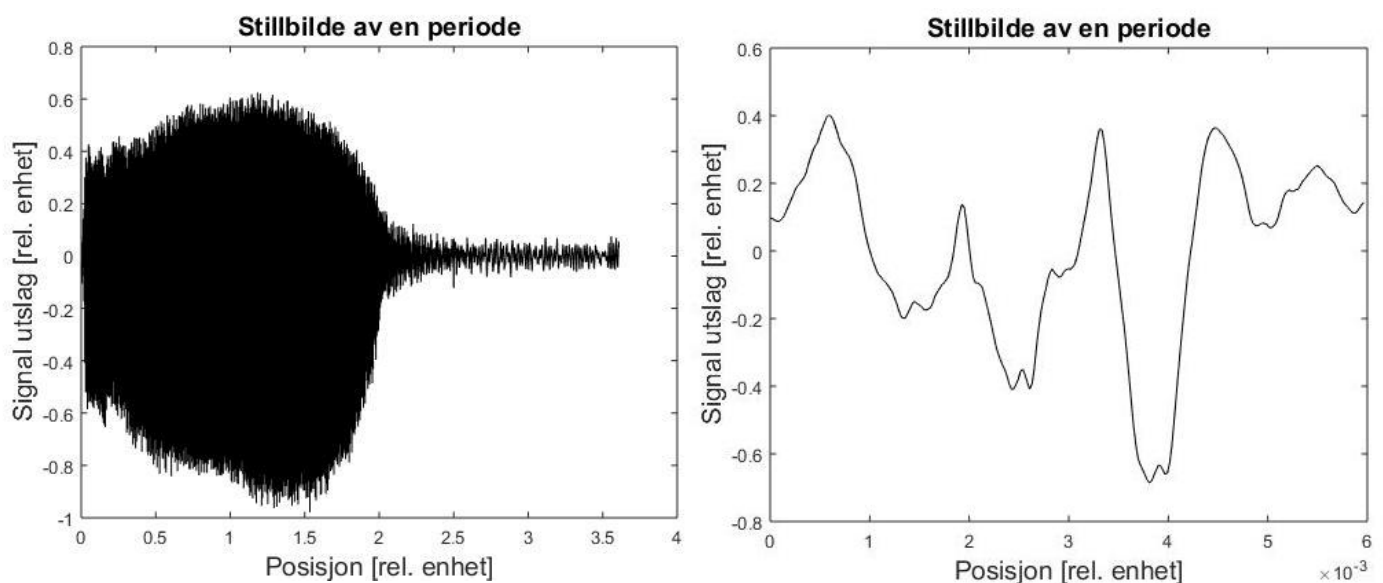
Denne oppgaven handler om lyd og hvordan vi kan modellere lydbølger. Vi skal ta utgangspunkt i to beskrivelser av lyd, og se på fordeler og ulemper med de forskjellige beskrivelsene.

### Del A - Ikke-harmoniske signaler og stående bølger

Det første jeg skal gjøre er å animere hvordan forskjellige lyder beveger seg i et rør. Vi skal ta for oss lyden av et engelsk horn, og en konstruert lyd bygget på prinsippet om at lyd er endring i lufttrykk, som igjen kan beskrives av en harmonisk funksjon. Jeg vil starte med det engelske hornet.

#### Engelsk horn

Jeg har fått et lydsignal (enghornl.wav) som jeg plotter tidsbildet og frekvensbildet til med hjelp av programmet som er lagt ved som *vedlegg 2*. Med litt prøving og feiling har jeg funnet ut at lyden består av totalt 159 254 punkter, fordelt på 3.61 s. Det totale tidsbildet over alle disse punktene ser slik ut (se *Figur 2.1*).



**Figur 2.1** Tidsbilder av det engelske hornet, til venstre er tidsbildet for hele lydsignalet, mens til høyre er en periodes utsnitt.

Hvis jeg zoomer inn, ser jeg at signalet er periodisk, med en periode på ca. 6 ms. Med funnene ovenfor finner jeg at punkttettheten er

$$\frac{159\,254\,N}{3.61\,s} \approx 44\,100\,N/s$$

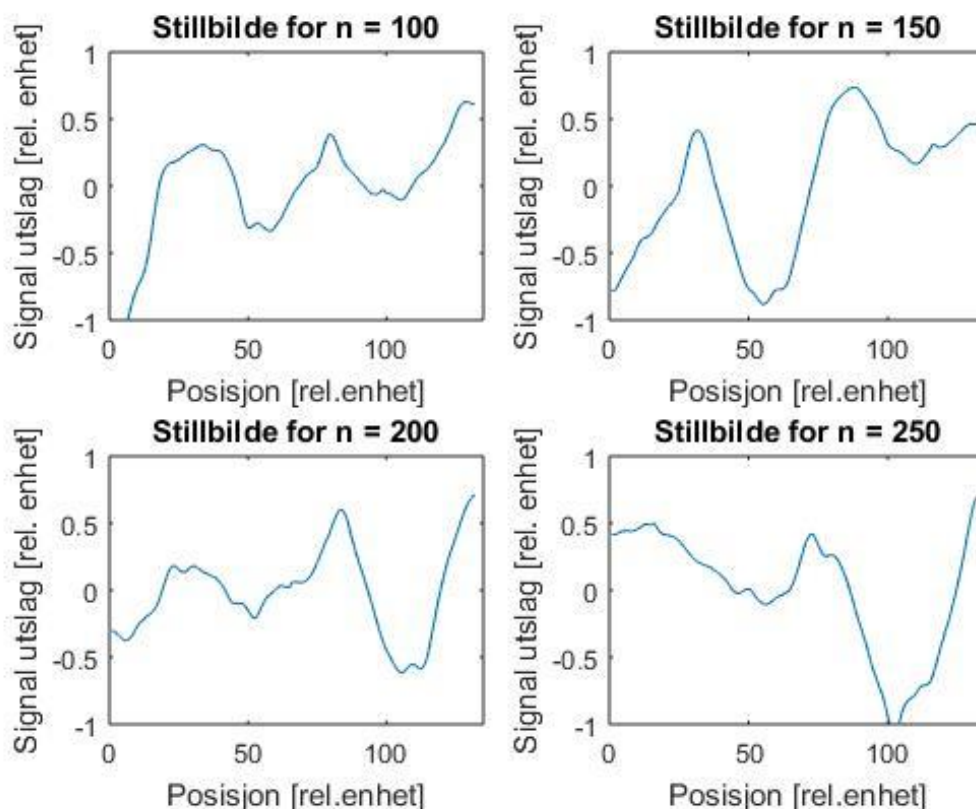
Har vi

$$44\,100 \frac{N}{s} \cdot 0.006\,s \approx 264\,N$$

Punkter per periode. Det skal nevnes at signalutslaget forteller oss lufttettheten ved en tid  $t$ , så jo større utslag jo høyere tetthet. Med andre ord forandrer lufttrykket seg fysisk periodisk som høyre side av *Figur 2.1* Hva skjer så hvis vi sender dette inn i et metallrør? Naturligvis vil da signalet først gå gjennom røret, og vi vil kunne plote utslag mot posisjon. I den andre enden vil vi ha en endring i akustisk impedans på grunn av trykkforskjeller, og noe av signalet vil reflekteres mens resten vil

transmitteres. Hvor mye som reflekteres og transmitteres avhenger av forskjellen på akustisk impedans, men vi vil ikke få en faseforskyvning ettersom den akustiske impedansen da måtte vært veldig mye større enn den akustiske impedansen inni røret, og det vet vi den ikke er.

Den delen av signalet som transmitteres er det som vi oppfatter som lyd fra røret, mens den reflekterte delen vil addere seg sammen med resten av signalet i røret. Jeg har laget en animasjon av dette, og programmet til denne er også å finne i *vedlegg 2* bakerst i innleveringen. Som kjent er det vanskelig å legge en film i en PDF-fil, men for at man skal få et bilde av hvordan dette vil gå for seg, legger jeg ved noen stillbilder ved fire forskjellige tider. Se *Figur 2.2*.



*Figur 2.2* Stillbilder av lydsignalet fra det engelske hornet for forskjellige verdier av  $n$

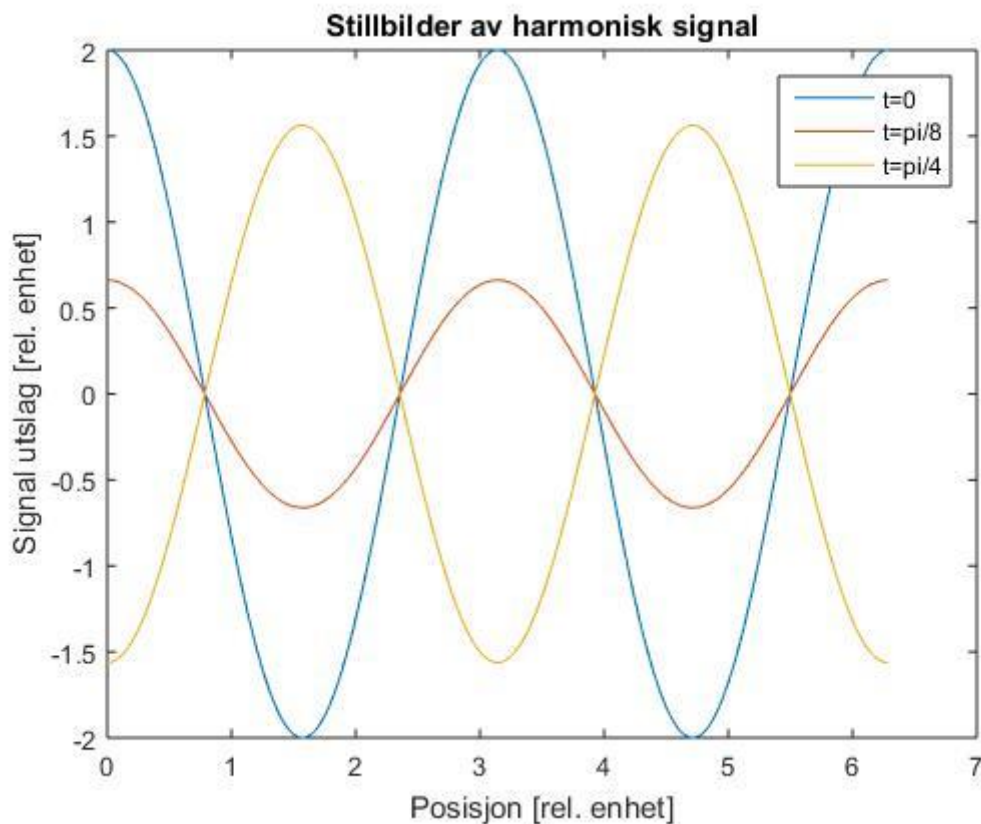
Hvis man studerer animasjonen, ser alt veldig kaotisk ut, vi får ikke et fint system som man kanskje kunne forvente. Nettopp dette ser man i *Figur 2.2* også, men ser man godt etter kan man skimte noen av delene ved forskjellige tidspunkter (med litt fantasi).

### Hypotetisk situasjon

I teorien kan lyden vi sender inn i røret være et harmonisk signal, og hvis vi da har et rør med lengde et multiplum av bølgelengden til det harmoniske signalet, vil vi kunne få stående bølger slik vi har sett tidligere. Dette er nettopp denne situasjonen jeg har valgt å animert, ettersom det er den som faktisk er relevant (er denne modellen Young og Freedman tar for seg når de snakker om lyd i «*University Physics*»).

Her, som for signalet fra det engelske hornet, er det vanskelig å vise animasjonen, men jeg håper likevel leser danner seg et bilde av hvordan denne stående bølgen oppfører seg. I dette tilfellet har jeg valgt

å plote bølgen ved tre forskjellige tidspunkter i samme plott, fordi jeg tror dette er den beste måten å få leser til å danne seg et bilde av funksjonen, se *Figur 2.3*. Programkoden er å finne i *vedlegg 3* bakerst i innleveringen.



*Figur 2.2 Tre stillbilder av et harmonisk signal ved tidene  $t=0$ ,  $t=\pi/8$  og  $t=\pi/4$*

Ser fra *Figur 2.3* at vi har en stående bølge fordi bølgetoppene ikke endrer posisjon med tiden, bare utslag. Derfor er nullpunktene hele tiden ved de samme posisjonene, som vi ser i figuren.

#### Kort konklusjon

Jeg har sett at for det engelske hornet (et reelt lydbilde) så får vi et kaotisk system uten noen stående bølger, mens for vårt harmoniske signal (hypotetisk situasjon) fikk vi stående bølger. Dette samsvarer derimot ikke med hva Young og Freedman påstår i «*University Physics*», hvor de i punkt a) (i utdraget fra boka som er lagt ved i oppgaveteksten) påstår at vi får stående bølger for begge situasjonene våre. De påstår videre at det er nettopp disse stående bølgene som gjør at instrumenter og menneskets stemmebånd lager de lydene de lager, men dette stemmer da ikke etter hva vi observerer, siden vi ikke får stående bølger for hornlyden. Som en oppsummering kan vi si at den hypotetiske situasjonen stemmer bra med Young og Freedmans modell, mens det reelle lydbildet ikke passer.

Grunnen til dette er at trykkbølger sjeldent oppfører seg som harmoniske funksjoner, selv om vi kan se for oss at en trykkbølge kan modelleres som en harmonisk funksjon (når vi tenker oss trykk som funksjon av tid/posisjon), er det ikke dette vi vil få når vi ser på et reelt tilfelle. En periode vil bestå av mange lokale trykkmaksimumer og minimumer, og selv om den reflekteres, får vi langt ifra noen stående bølger.

## Del B - Trykklølger i luft inni et rørl

I denne oppgaven skal jeg se på hvordan lyden blir når jeg klasker den ene inngangen til et metallrørl og holder hånda over. Stemmer eksperimentelle resultater med teoretiske resultater?

Fra *Figur 4* i oppgaveteksten ser jeg at signalet er periodisk, og vi har fått oppgitt når vi har maksimumspunktet til hver periode. Tiden mellom hvert maksimumspunkt er tilnærmet konstant som forventet, med en tidsdifferanse på 6 til 7 sekunder mellom hver frekvenstopp. Dette kan jeg finne mer nøyaktig ved å ta tidsmiddelet:  $(1.380\text{ s} - 1.314\text{ s})/10 = 0.0066\text{ s}$

Fra samme figur ser vi også at utslaget avtar for hver periode, noe som skyldes energitap i form av lyd og friksjon.

Når vi klasker til på enden av røret, vil det dannes trykklforskjeller i røret som vi kan oppfatte som lyd. I den andre enden av røret vil vi også i dette tilfellet få en refleksjon og en transmisjon, men uten faseforskjell. Den reflekterte delen vil da gå tilbake til den enden av røret hvor signalet kom inn, og treffer hånda. Hånda vil ha mye høyere akustisk impedans enn den som finnes inni røret, og i denne enden vil vi få en faseforskyvning når signalet igjen reflekteres (vi kan si at praktisk talt alt reflekteres). På grunn av denne faseforskyvningen vil signalet kunne kansellere seg selv ut.

På grunn av at signalet vil kansellere seg ut etter å ha blitt reflektert en gang, vil signalet vi får ut måtte blitt reflektert minst to ganger, altså gå en lengde  $4L$  i røret hvor  $L$  er lengden på røret. Grunntonen vår vil derfor ha bølgelengde  $4L$  og bevege seg med lydhastigheten (ca.  $340\text{ m/s}$ ). Grunntonens frekvens blir dermed

$$f_G = \frac{340\text{ ms}^{-1}}{4 \cdot 1.134\text{ m}} = 74.2\text{ Hz}$$

Ser at dette samsvarer godt med grunntonen vi har fått oppgitt. Det er derimot slett ikke sikkert at signalet vil transmitteres ved første mulighet, og da må det gå en distanse på minst  $4L$  til før vi vil kunne få et nytt signal ut. Men da burde jo frekvensen vært doblet, og det stemmer overhodet ikke med frekvensene vi har? Ser vi litt nøye på frekvenstoppene, er disse gitt ved  $f_G \cdot k$  hvor  $f_G$  er grunntonens frekvens og  $k$  er det oddetall. Med argumentasjonen min ovenfor burde vel  $k$  vært et hvilket som helst normaltall?

Ved å betrakte tidsbildet, vil vi observere at signalet er antisymmetrisk, noe som har mange gunstige og ugunstige konsekvenser. En av de er at partall ganger grunnfrekvensen ikke vil gi utslag i et Fourierspekter (selv om de finnes) fordi den vil ha nullpunkter hvor grunntonen har topppunkter. Har Dette kan vises grafisk, men er også ganske lett å se for seg, og jeg velger derfor å ikke ta med en figur på dette. Overtonene våre får frekvenser  $3f_G, 5f_G, 7f_G \dots 17f_G$  av denne grunnen.

Dataene i denne deloppgaven passer ikke med en modell hvor en trykklølge vandrer frem og tilbake nettopp fordi vi får denne faseforskjellen som modellen ikke tar hensyn til. I en ordinær fremstilling ville vi fått en trykklølge som kort sagt gikk frem og tilbake, og hvor trykklforskjellene adderte hverandre. Her, som i oppgave 1, spiller fouriertransformasjonen oss et lite puss. Frekvensene vi kan lese av frekvensspekteret (i dette tilfellet er disse bare oppgitt) gir oss grunntonens frekvens og frekvensen til overtonene. Overtonene er bare en matematisk konsekvens av fouriertransformasjonen, og har ikke noe fysisk med seg.

### Del C - Frekvensspekter fra metallrør brukt som instrument

Nå skal vi blåse inn i røret og bruke det som instrument, istedenfor å slå på det. Hvilke toner klarer vi å lage og hvorfor akkurat disse tonene?

Det første vi ser, er at grunntonene vi hadde fra forrige deloppgave tilsvarer grunntonene her, men vi får nå overtoner med dobbelt så høy frekvens som grunntonene. Den matematiske grunnen er at vi ikke lengre har en hånd foran en av endene, slik at den akustiske impedansen i begge ender av røret bare er litt forskjellig den som er inni røret. Vi får dermed ingen faseforskyvning, og vi vil få overtoner med frekvens et partall ganger grunnfrekvensen (relatert til oppgave 2b er ikke lengre tidsbildet vårt antisymmetrisk). Dette stemmer overens med modellen om at trykkbølger vandrer frem og tilbake inni røret.

Hvis vi hadde tatt en Fouriertransformasjon av dette tilfelle, ville vi fått et frekvensbilde med langt flere topper enn det vi hadde i *Figur 5* i oppgaven, på grunn av at hver grunntone igjen genererer overtoner. Likevel ville vi sett et bemerkelsesverdig likt frekvensbilde, med de samme markante toppene ved grunntonene.

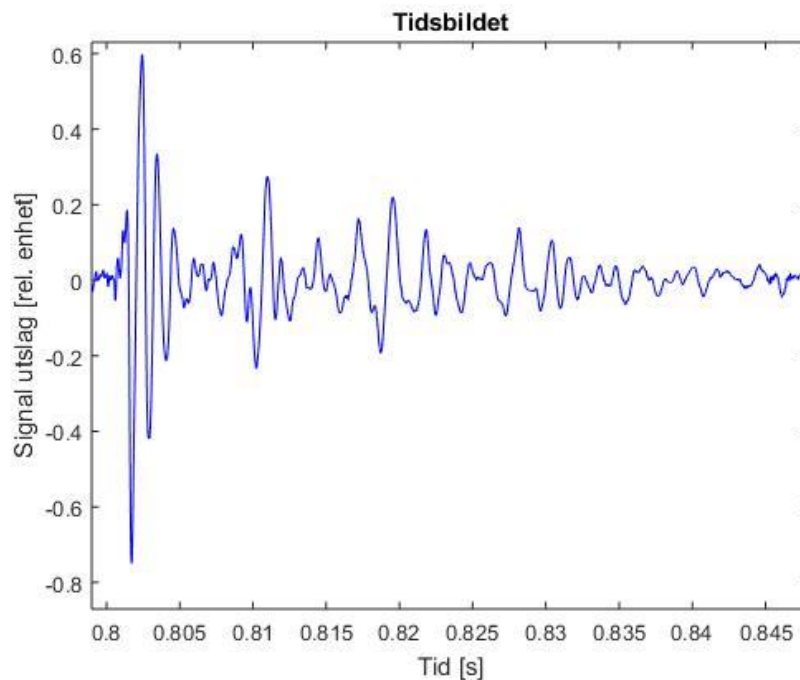
Som jeg allerede har vært inne på, er det forskjellige prosesser bak når vi slår på et rør, og når vi blåser i et rør. Likevel får vi et ganske likt bilde fra begge disse handlingene, med mye av de samme tonene. Dette kommer av at vi fortsatt har det samme røret med lik lengde, stivhet og diameter, noe som låser oss til noen bestemte toner. Fysikken bak hvordan disse tonene er likevel ganske forskjellig.



### Del D - Sammenligning av metallrør og trompet

I denne oppgaven har jeg, som i de andre oppgavene, valgt å bruke MATLAB. Programmet ligner mye på et av programmene brukt i Oppgave 2 Del A, men jeg legger det likevel med for at leser skal ha et oversiktlig program uten unødvendige elementer. Programmet er å finne i *Vedlegg 4*.

Når jeg kjører programmet mitt (med de samme parameterne som i det oppgitte programmet) får jeg følgende tidsbildet når jeg har utsnitt av den relevante delen (antar at utslaget i den «flate» delen kommer av bakgrunnsstøy, se *Figur 2.4*).



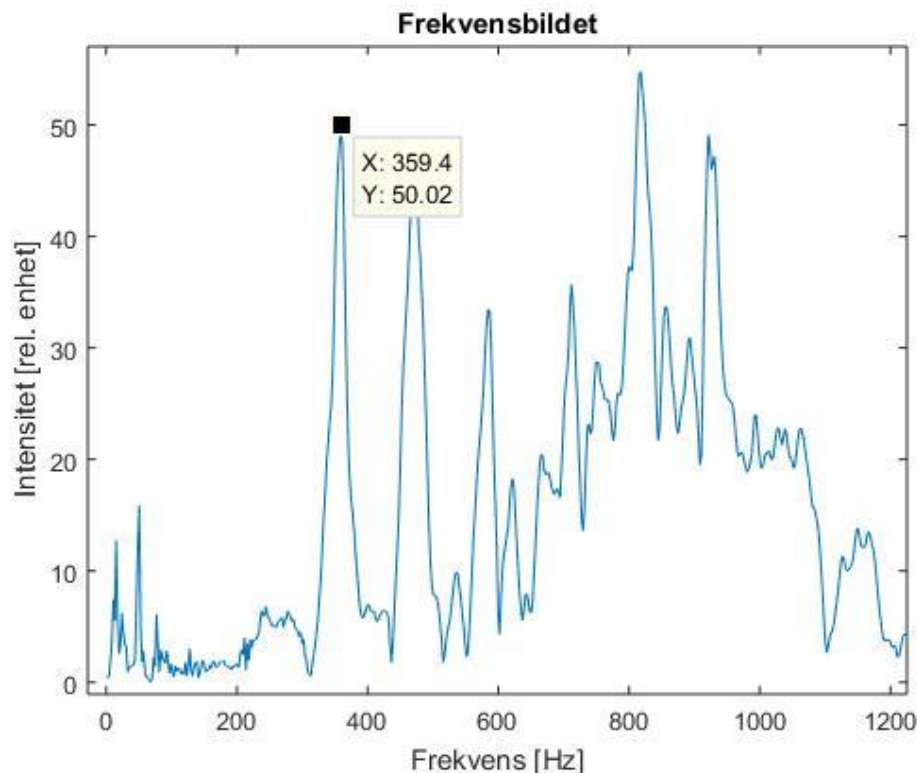
*Figur 2.3 Relevant utsnitt av tidsbildet fra lydfil om trompetslag*

Tidsbildet gir en veldig markant topp (på starten av utsnittet i *Figur 2.4*), noe som mest sannsynlig svarer til når hånda treffer røret. Denne ser jeg derfor ikke på som relevant for svingesignalet i røret, og begynner tellinga ved neste topp. Etter dette ser vi at tidsbildet gir en periodisitet, hvor en periode på ca. 0.008 s gjentar seg tre ganger før signalet blir veldig vanskelig å tyde. Denne periodisiteten kan forklares ved hjelp av en trykkbølge, som vi har sett flere ganger tidligere i oppgaven, og inneholder grunnfrekvensen vi kan forvente å få i frekvensspekteret.

Jeg ser at utslaget taper seg for hver periode, og med et tap på ca. 20% blir fort utslaget lite. Fysisk kommer dette naturligvis av friksjon inni trompeten, samt at mye energi spres til omgivelsene i form av lyd. Mindre lyd vil reflekteres ved shallstykket for en trompet enn for et rør siden åpningen er mye større og vi vil ha mindre forskjeller i akustisk impedans (husk større forskjell i akustisk impedans jo mer reflekteres). På grunn av dette, vil vi heller ikke få en faseforskyvning, og vi vil få frekvenstopper med et partall ganger grunnfrekvensen på grunn av overtoner (slik som vi så i forrige deloppgave). Grunnfrekvensen burde da være gitt ved

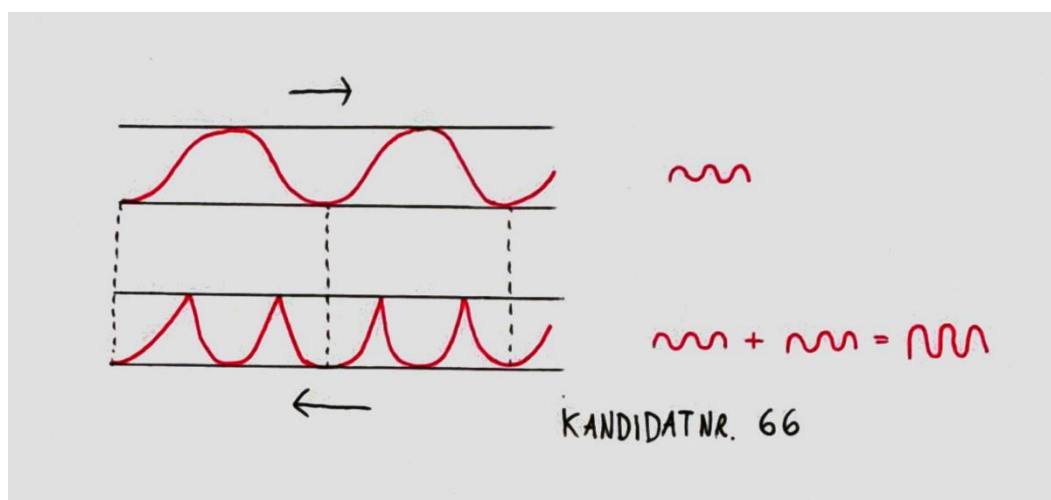
$$f_G = \frac{340 \text{ ms}^{-1}}{2 \cdot 1.37 \text{ m}} \approx 120 \text{ Hz}$$

Et utsnitt av frekvensspekteret er å finne i Figur 2.5.



Figur 2.4 Et relevant utsnitt av frekvensbildet fra lydfilen med trompetslag

Jeg klarer ikke å finne den beregnede grunnfrekvensen, men jeg finner forventede overtoner, som burde være multipler av denne. Disse gjentar seg regelmessig, så vi har en viss systematikk i kaoset som vi faktisk kan skimte de matematiske konsekvensene av fouriertransformasjon bak. Selv om overtonene er et matematisk resultat, kan vi tenke oss at vi får disse på grunn av at vi får reflektert noe av signalet på grunn av forskjell i akustisk impedans. Det reflekterte signalet vil da adderes til det opprinnelige signalet, og vi vil få doblet amplituden. Siden røret har begrenset diameter, vil den økte amplituden resultere i at signalet reflekteres dobbelt så mange ganger i rørveggene, og vi får doblet frekvensen (se Figur 2.6).



Figur 2.5 Vi kan se på overtoner som at frekvensen dobles når amplituden i utgangspunktet skulle dobles



## Del E - Frekvensspekter fra trompet brukt som instrument

I denne deloppgaven har vi fortsatt en trompet, men nå skal vi blåse i den.

Jeg ser at vi har omtrent de samme frekvenstoppene når vi blåser i trompeten som når vi slår på trompeten, med et visst avvik. Avviket kommer av at frekvensene fra signalet i Oppgave 2d er usikre, siden signalet vi får vil være veldig kort. Signalet når vi blåser kan derimot i prinsippet være uendelig langt, og gir klart sikrere frekvenstopper. Noe som er verdt å merke seg, er at vi mangler en grunntone som vi matematisk burde ha (ved ca. 805 Hz). Grunnen til at denne ikke er oppført, er ikke fordi den er glemt, men fordi vi rett og slett ikke klarer å lage denne tonen. Hvorfor er et mysterium.

Som nevnt ovenfor ser vi igjen at vi har omtrent de samme frekvensene, og grunnen er på samme måte som i Oppgave 2c at geometrien bak instrumentet er likt. Instrumentet låser oss til noen faste frekvenser, som vi ser igjen om vi blåser eller slår på instrumentet.

Som jeg har vært inne på, får vi overtoner som har frekvens et oddetall ganger grunntonen når vi bruker et metallrør som instrument, mens når vi blåser i en trompet, får vi overtoner som er multipler av grunntonene (både partall og oddetall). Grunnen til dette er at røret har en mye mer markant forskjell i akustisk impedans siden åpningen er mye mindre, mens for trompeten er åpningen såpass stor at denne forskjellen ikke er særlig markant.

## Del F - Lovmessighet i frekvensspektre

Vi har gjentatte ganger i denne oppgaven sett at vi får overtoner, men kan vi egentlig forklare hvorfor vi får disse? Denne oppgaven skal gjøre det litt klarere.

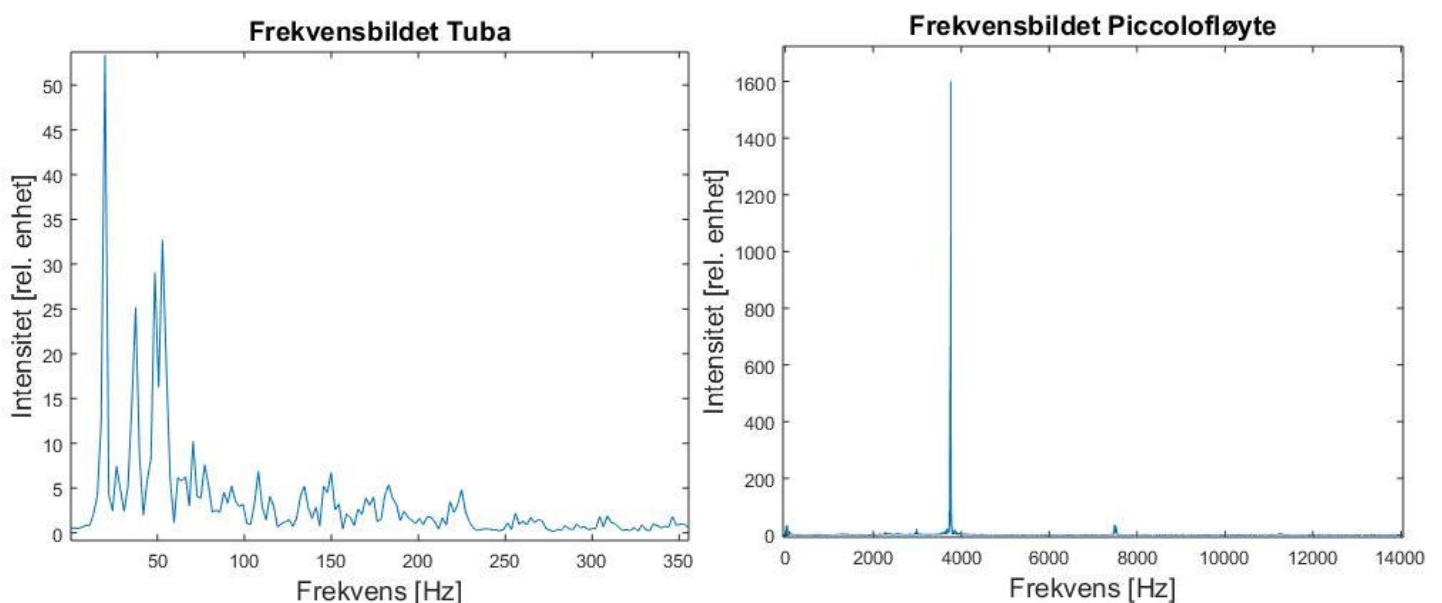
*Figur 6* i oppgaveteksten gir oss en oversikt over hvilke frekvenser vi kan forvente for de seks tonene vi kan generere, og vi ser at for eksempel to ganger frekvensen til tone 1 burde gi omtrent lik frekvens som tone 3. Dette stemmer ganske bra (460Hz mot 470Hz), og sånn fortsetter det. Også i dette bildet savner vi en tone mellom tone 5 og 6 som ville fullført mønsteret vårt. Som nevnt burde denne tonen hatt frekvens ca. 805Hz og gitt første overtone ved 1610Hz (ca. 7x tone 1).

Det er tydelig at Young og Freedman tviholder på sin definisjon om at vi kan få overtoner med frekvenser som et multiplum av grunntonen, men som vi har sett tidligere gjelder ikke alltid dette. Når vi for eksempel holder hånda over den ene åpningen av et blåseinstrument, vil markant forskjell i akustisk impedans føre til at vi får en faseforskjell som gjør at ikke lengre påstanden til Young og Freedman holder vann. Vi har også sett at vi ikke klarer å identifisere stående bølger når vi har et reelt lydsignal, noe som gjør at første punkt ikke kan stemme.

Dette gjør at jeg heller mot punkt 2, hvor jeg er enig i alt som står. Likevel synes jeg ikke dette punktet forklarer hva som er grunnen til at vi får overtoner.

### Del G - Sammenhengen mellom diameteren på røret og overtoner

Jeg skal i denne oppgaven argumentere for om diameteren til røret påvirker antall overtoner vi har. Dette kan jeg utforske ved å se hvilke overtoner vi får fra blåseinstrumenter med rør med forskjellige diametere. Jeg har lydfiler for tuba, trompet, tverrfløyte og piccolofløyte, med henholdsvis avtagende diameter på rør. Jeg bruker igjen programmet fra *vedlegg 4*, og sender inn lydfilene for både høye og lave toner. Da ser jeg at frekvensspekteret til tubaen er veldig uoversiktlig, men vi kan lett se at overtonene kommer med veldig lav frekvens (på grunn av at grunntonen har lav frekvens), mens grunntonens og overtonenes frekvenser øker to større diameter vi har på røret. Dette er en trend som foregår både for høye og lave toner. Det var derimot ikke dette jeg egentlig skulle sjekke, men om antall overtoner øker når diameteren på røret øker. Ser at for stor diameter har vi mange overtoner, og jo mindre diameteren blir jo færre overtoner får vi. Påstanden er dermed riktig! Se frekvensspektre i *Figur 2.7*.



**Figur 2.6** Til venstre er frekvensbildet til et lydopptak av tubamusikk, mens til høyre er frekvensbildet til et lydopptak av piccolofløytemusikk

Så, hvordan stemmer dette med det Young og Freedman påstår? I punkt *e*) i utdraget fra «*University Physics*» av Young og Freedman som står i oppgaveteksten, er det skrevet at blåseinstrumenter med tynt rør vil gi mange overtoner, mens tykkere rør vil gi færre overtoner. Dette er ikke det jeg har funnet ut ovenfor! Det virker som om Young og Freedman rett og slett tar feil, mulig på grunn av at de har en mer matematisk tilnærming til problemet (eller en annen matematisk tilnærming). Dette er mulig fordi Fouriertransformasjon i seg selv ikke er noe fysisk, men er laget for å matematisk modellere fysiske størrelser. Dermed er det mulig å tolke fourierspektre forskjellig, men jeg vil likevel påstå at det Young og Freedman gjør er feil i forhold til hva som er standard i frekvensspekterbransjen. En annen mulighet er at de i litt for stor grad har hørt lyden og knyttet den opp mot hvordan frekvensspekterene faktisk burde se ut, for intuitivt vil det kanskje virke som om en fløyte vil gi flere overtoner enn en tuba?

## Del H - Oppsummering

I alle deloppgavene i Oppgave 2 har jeg sett på lyd og knyttet det opp til «*University Physics*» av Young og Freedman. I noen tilfeller har jeg sett at beskrivelsene de gir stemmer med eksperimenter, men flere steder stemmer det ikke. Dette handler nok i større grad om at forklaringene som gis er unøyaktige eller ufullstendige, enn at målingene vi har gjort er feil. Vi har blant annet sett at Young og Freedman's modell passer bra når man blåser i blåseinstrumenter, men når vi slår på instrumentene fungerer ikke lengre modellen til å beskrive hva som fysisk skjer. Dette er et eksempel hvor beskrivelsen ikke lengre er fullstendig. I forrige oppgave så vi også et eksempel hvor det Young og Freedman sier faktisk er direkte feil, så det er mange ting som ikke henger helt på greip når det gjelder deres kapittel om lyd. Dette kapittelet burde absolutt vært skrevet om, hvor deres beskrivelse av forskjellige instrumenter burde totalt omskrives og deres modell for trykkbølger i rør burde utvides til å inkludere tilfeller hvor man ikke bare blåser inn i dem (det burde i hvert fall stå at modellen ikke inkluderer det). En oppdatert modell burde inneholde akustisk impedans og faseforskyvning.

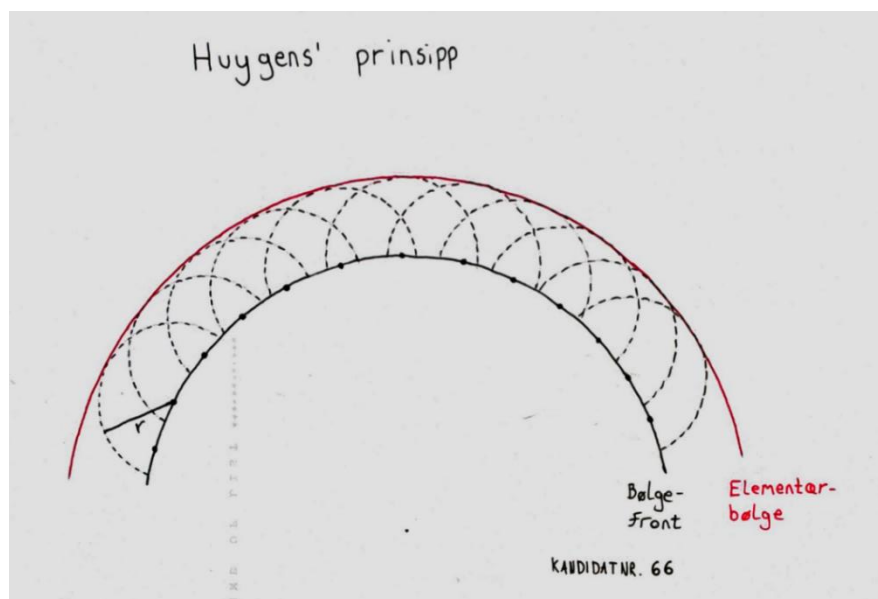
## Oppgave 3

### Tre forskjellige beskrivelser av enkeltspalteeksperimentet

Utgangspunktet for denne oppgaven er egentlig ganske likt som for de foregående oppgavene; vi har et fysisk fenomen, og flere modeller som prøver å beskrive dette. Vi skal se på styrker og svakheter ved forskjellige modeller og hvordan fysikken kan forstås og misforstås etter hvilken modell i fokuserer på. I denne oppgaven skal vi mer konkret ta for oss det berømte eksperimentet med å sende bølger (eller partiker) gjennom en enkeltspalte.

### Huygens-Fresnels prinsipp

Huygens-Fresnels prinsipp forteller oss hvordan vi kan konstruere en ny bølgefront når vi allerede har en bølgefront. Mer konkret sier det at hvert punkt på en bølgefront er grunnlag for nye bølger, og at vi kan tenke oss hvordan den nye bølgefronten vil se ut (kalt elementærbølgen) ved å summere bidraget fra hvert punkt. For skisse, se Figur 3.1.



Figur 3.1 Tanken bak Huygens-Fresnels prinsipp

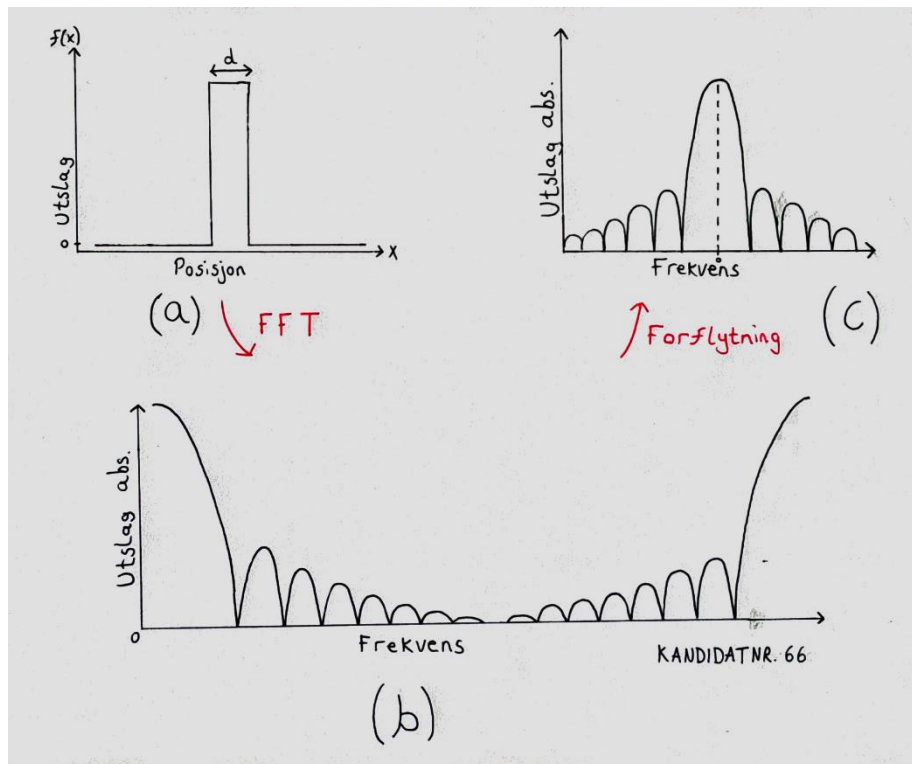
Vi ser fra dette prinsippet at ved å addere bidragene fra hver av de fiktive bølgene, kan vi i prinsippet finne amplituden til bølgen ved ethvert punkt i planet. Da vil vi se at vi vil få en ny bølgefront ved en avstand  $r$  hvor  $r$  er radiusen til de fiktive bølgene. Mellom den opprinnelige bølgefronten og elementærbølgen vil vi få mindre utslag siden noen av bølgene vil kansellere hverandre [1].

Men på et åpent, flatt vann vil vel en bølgekilde bare føre til at sirkler brer seg rundt den? Hvilke fordeler har egentlig en slik beskrivelse i forhold til å bare tenke på at bølgen beveger seg fra bølgekilden? Her kommer blant annet enkeltspalteeksperimentet inn. Hvis vi bare ser på bølger som brer seg i vannet fra bølgekilden, vil ikke en slik modell forklare diffraksjon, og heller ikke hvorfor vi får en spredning (dispersjon) som vi vil få fra en enkeltspalt. Huygens-Fresnels prinsipp vil derimot forklare dette.

Dette prinsippet har imidlertid noen ulemper. Den mest opplagte må være at den bare fungerer for en bølge, noe vi vet vi ikke alltid har når vi ser på enkeltspalteeksperimentet. En annen ting er at matematikken ikke fullstendig forklarer fenomenet. Hvorfor skal vi ikke ta med bidraget fra bølgen som kommer «bak» den opprinnelige bølgefronten? Det er likevel den modellen som forklarer vekselvirkning rundt spalten best.

## Fouriertransformasjon

Jeg kan studere hva som skjer når vi sender partikler gjennom en enkeltspalte ved hjelp av en fouriertransformasjon. En spalte med bredde  $d$  vil vi få en intensitetsfordeling med en firkantet topp med bredde  $d$  (se (a) i Figur 3.2). Hvis vi ser tilbake til waveletanalysene i Oppgave 1, kunne vi se en analogi til Heisenbergs uskarphetsteorem ettersom vi ikke kan beregne tid og frekvens nøyaktig samtidig (må ikke forveksles med hva vi ser på i neste punkt). Det er noe veldig likt vi vil se her, så lenge vi kan måle  $d$  nøyaktig (noe vi i de fleste tilfeller kan), vil ikke frekvensen vår være skarpt definert, altså vil vi ikke bare få én frekvenstop. Det vi får vil gi mange frekvenstopper med lavere intensitet jo høyere frekvens de har, og på grunn av folding vil vi samtidig få disse frekvenstopperne speilvendt for høyere frekvenser (se (b) i Figur 3.2). Setter vi disse bitene sammen sentrert om origo, vil vi få intensitetsfordelingen til diffraksjonsmønsteret som vi faktisk vil se fra en enkeltspalte (se (c) i Figur 3.2). I teorien vil dette mønsteret fortsette for uendelig store frekvenser, bare at intensiteten til toppene blir veldig liten. Matematisk vil dette si at vi kan lage en firkantform som i Figur 3.2 (a) med sammensetning av uendelig mange harmoniske funksjoner. Vi har tidligere bare sett på Fouriertransformasjon som et matematisk hjelpemiddel til fysikken, så hvordan kan det da ha seg at vi nå kan observere noe fysisk fra en slik transformasjon? Det er enda et ørlite mysterium.



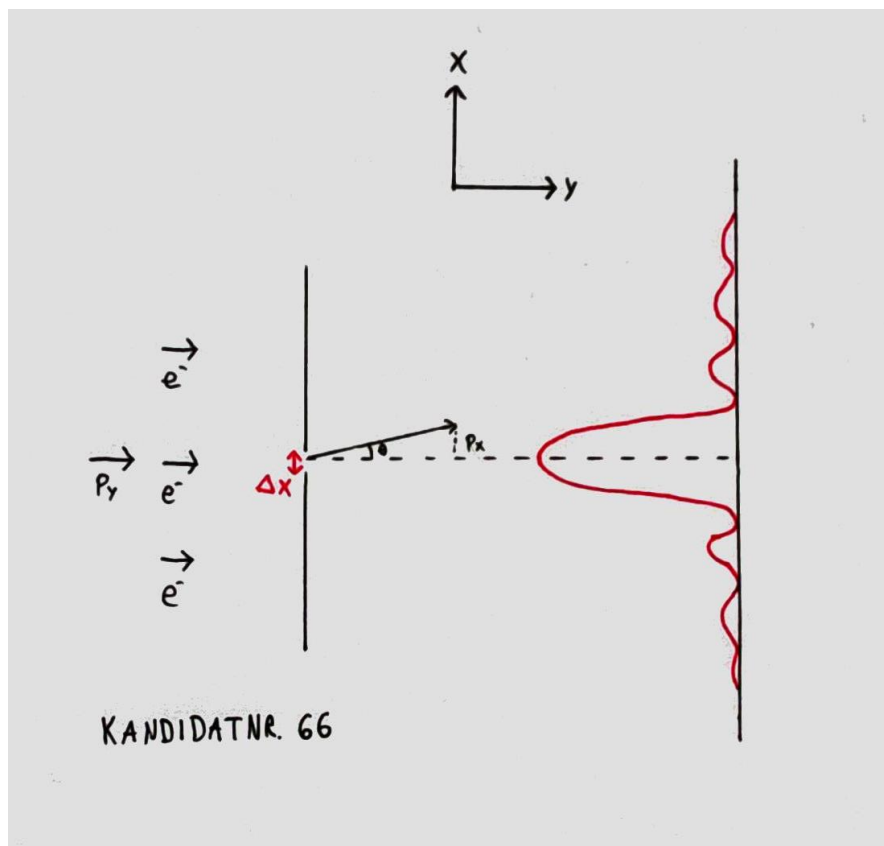
**Figur 3.2** Slik vil intensitetsfordelingen foregå for en enkeltspalte. NB! Det er viktig å huske at dette er en skisse for å vise prinsippet, så å lese detaljer fra denne figuren er ikke å anbefale

Noe som er verdt å merke seg, er at vi har negative frekvenser i Figur 3.2 (c) (er ikke så sett å se, men den stiplede linjen angir null frekvens). Hva vil dette si fysisk? I praksis vil ikke negative frekvenser gi noen mening, dette er et matematisk fenomen som kommer av at vi har komplekse tall. Komplekse tall med negativ imaginærledd vil gi negative frekvenser, og komplekse tall med positiv imaginærledd vil gi positive frekvenser. Vi har tidligere i kurset kun sett på sistnevnte, så jeg vil ikke gå så nøye inn på dette.

Det er flere ulemper med denne metoden. For det første så er dette en litt sleip metode hvor det kanskje ikke er så lett å se fysikken bak matematikken. Vi vil få et bilde av hvordan intensitetsspekteret for diffraksjon på en bakgrunn ser ut, men alle størrelser vi har er bare relative til hverandre. For å finne ut hvor vi faktisk vil få intensitetsmaksimumer og intensitetsminimener, må vi da bruke de Broglie-relasjonen, noe som gjør at metoden i seg selv ikke er tilstrekkelig for å få et komplett bilde av intensiteten. Uansett synes jeg denne metoden virker ulogisk, og for meg virker det litt som at man ved en tilfeldighet finner noe som ligner på fysikken inni matematikken.

### Heisenbergs uskarphetsteorem

Hvis vi sender partikler gjennom en enkeltspalte, vet vi at vi får diffraksjonsmønster på en bakgrunn etter enkeltspalten (se Figur 3.3).



**Figur 3.3** Heisenbergs uskarphetsteorem knyttet til enkeltspalteeksperimentet. Figuren er inspirert av Figur 1 i artikkelen "Uncertainty in the classroom – teaching quantum Physics", se kilde [2].

Heisenbergs berømte uskarphetsteorem sier at

$$\sigma_x \sigma_p \geq \frac{\hbar}{4\pi}$$

Altså forteller det oss at vi ikke kan måle posisjon og bevegelsesmengde nøyaktig ved samme måling. Hvis en av størrelsene er skarpt definert, har vi ingen godt bildet av den andre. Relatert til dette er det nettopp derfor vi må få en spredning ut fra spalten, ettersom vi vet nøyaktig hvor bred spalten er (litt som i forrige punkt). Dette er altså grunnen (ifølge denne modellen vel å merke) til ikke alle partiklene

treffer samme punkt på bakgrunnen. Vi kan ikke finne ut nøyaktig hvor på bakgrunnen en partikkel vil treffe, og sannsynligheten for hvor elektronet vil treffe varierer veldig, hvordan forklarer vi det? Dette kan forklares matematiske ved en sammensetning av de Broglie-bølgelengden og trigonometri, noe som vil gi oss hvilke sannsynlige vinkler vi har på kvantefysisk grunnlag [2]. Disse detaljene er derimot ikke relevante for denne oppgaven.

Denne modellen sier ikke så veldig mye om hva som fysisk skjer når partikkelen går gjennom spalten, dette må vi bruke andre teorier til å forklare, men kort oppsummert gir den oss sannsynlighetene for hvor vi vil finne partikkelen etter spalten og hvorfor det er slik med kvantefysisk forklaring.

## Konklusjon

Jeg har nå sett på tre forskjellige modeller for enkeltspalteeksperimentet, hvor alle tre modellene gir samme svar som passer med teorien. Har det noe å si hvilken vi da bruker?

Den første modellen vi så på var Huygens prinsipp, hvor vi så på hvordan vi kan lage en ny bølgefront. Denne metoden er ganske enkel og intuitiv, og matematikken bak er mye enklere enn for de to siste metodene. Hvis man bare skal se på enkeltspalteeksperimentet er metoden tilstrekkelig, men ankepunktet er at den ikke holder vann når vi skal se på en utvidet problemstilling (for eksempel når det som kommer inn mot spalten er en partikkel).

Skal vi se på en partikkel som kommer inn mot spalten, kan vi i prinsippet bruke metoden med fouriertransformasjon, men det er viktig å ha i bakhodet at denne ikke er litt ulogisk og lite intuitiv. Skal vi se på partikler gjennom en spalte, ville jeg derfor tatt i bruk den siste metoden vi så på, altså hvordan Heisenbergs uskarphetsteorem forklarer hvorfor vi får diffraksjon. Denne er, som nevnt, også mye mer generell enn de øvrige (kan i prinsippet forklare alle relasjoner mellom posisjon og hastighet i kvantefysikken), og siden vi vet vi kan se på alt som både bølger og partikler, vil også denne modellen fungere for begge tilfellene.

Hvis vi skal se på en bølge gjennom en enkeltspalte, vil likevel Huygens-Fresnels prinsipp være det enkleste. Konklusjonen blir at modellene har hver sine bruksområder, alle med sine styrker og svakheter.

## Oppgave 4

Mennesker har i alle tider laget matematiske modeller for ting vi har observert. Newton laget lovene sine på grunnlag av hva han observerte, og dette er på mange måter den klassiske måten å modellere naturen på. Einstein snudde dette i midlertid på hodet, og sa at «Det vi observerer er bare teorien». Det han mente med dette, var at hvordan vi observerer naturen, avhenger av hvilken metode vi bruker, og forskjellige modeller kan gi forskjellige resultater. Det er litt det vi har sett i dette prosjektet.

Vi startet med å se på et harmonisk modellert signal som bestod av tre forskjellige frekvenser, og hvordan en fouriertransformasjon fant nettopp disse frekvensene igjen. Her fortalte matematikken fysikken bak signalet vi hadde. Videre så vi på et firkantmodulert AM-signal, hvor signalet var harmonisk for noen tidsintervaller og null ved andre. Fysisk vil vi da kun ha én frekvens, men den samme modellen som gav oss det fysiske bak et harmonisk modellert AM-signal var ikke i stand til å gi oss den ene frekvensen vi var ute etter.

Det neste fysiske fenomenet vi så på var lyd, og hvordan man kunne modellere trykkbølgene i rør og instrumenter. Vi ble presentert for en modell fra en fysikkbok, men så at denne modellen bare holdt for hypotetiske situasjoner, og gav ingen mening når vi prøvde den på et reelt lydsignal.

Videre så vi på frekvensspekteret fra når vi sendte en trykkbølge inn i et rør, og når vi slo på det samme røret, og vi så at spektrene hadde mange likheter. Spektrene gav oss frekvenser vi ikke finner igjen i signalet (overtoner), litt det samme som vi så for det firkantmodellerte AM-signalet. Mye av det samme skjedde når vi blåste inn i en trompet.

Til slutt så vi på hvordan vi kan modellere enkeltspalteeksperimentet med tre forskjellige metoder. Den ene metoden gav oss ganske rett frem matematikk, en annen gav oss resultatet på en litt uventet måte, mens den siste gav oss svaret etter litt mer komplisert matematikk. Ettersom alle disse gav oss det samme svaret, vil nok mange tenke at det er likegreit å velge den metoden med enklest matematikk. En ekte fysiker vil derimot prøve å skaffe seg den fysiske forståelsen, og velger gjerne den modellen som gir mest intuitiv forståelse.

## Kort historisk epistel

Opp gjennom historien har det vært laget mange modeller for fysiske fenomener, noen bunnsolide mens andre feilslåtte. Jeg vil prøve å gi et eksempel på det siste som gir et bilde av hvorfor vi burde stille noen generelle krav til metodene vi bruker.

Før kristendommens tid var synet på verden annerledes enn i dag, og spriket var stort. Mange, kanskje flesteparten, trodde at jorda var flat, mens andre lekte med tanken om en rund jord [3]. En av disse var den greske filosofen Aristoteles, som mente at vi hadde et såkalt geosentrisk system hvor jorda var i midten og at alt annet sirkulerte rundt jorda. Dette ble senere forklart ved episykler, som var en metode som gav nøyaktig de samme resultatene som man observerte [4]. For andre var det vanskelig å komme med motargumenter for denne metoden, rett og slett fordi ingen andre modeller gav riktige resultater, noe som gjorde at verdensbildet med jorda i sentrum ble anerkjent og folk trodde det var sånn helt frem til 1600-tallet, hvor synet på et heliosentrisk system ble dominerende.



Grunnen til at jeg tar med dette, er for minne om at man må være obs når man lager modeller etter observasjoner, det er slett ikke sikkert at disse modellene fungerer generelt! På generelt grunnlag vil jeg derfor oppfordre til å bruke metoder som er verifiserbare, altså som kan forutsi neste steg av fysikken. Et eksempel på en slik metode er Einsteins generelle relativitetsteori, som forklarte gravitasjonsbølger 100 år før vi klarte å observere dem!

## Kilder

- [1] Kapittel 12 fra læreboka
- [2] Heisenbergs uskarphetsteorem og enkeltspalteeksperimentet  
<http://www.fysik.su.se/~milstead/teaching/kvantgrund/2008/hup.pdf>
- [3] Myten om den flate jord  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Myth\\_of\\_the\\_flat\\_Earth](https://en.wikipedia.org/wiki/Myth_of_the_flat_Earth)
- [4] Hvordan episykler ble brukt til å forklare det geosentriske verdensbildet  
<http://www.mn.uio.no/astro/forskning/tema/laer-mer/laer-mer-astronomi/solsystemet/geosentrisk/>
- [5] «Gjør alt så enkelt som mulig, men ikke enklere»  
<http://quoteinvestigator.com/2011/05/13/einstein-simple/#more-2363>

*“Everything should be made as simple as possible, but not simpler”*

*-Albert Einstein*

[5]

## Programkoder

Når jeg har skrevet programmene mine, har jeg i stor grad vært inspirert av programmene fra kapittel 13 i læreboka. Programmet som jeg bruker til wavelettransformasjonen er tilnærmet identisk med programmet i læreboken. Jeg velger likevel å legge det ved ettersom det ikke er sikkert leser har tilgang til læreboka, og jeg har i tillegg gjort noen endringer i forhold til hvordan programmet plotter.

### Vedlegg 1

```
%Konstanter
N=2^16;
Fs=3.2e6;           %Hz
fb=2.0e5;           %Hz
Ttot=N/Fs;          %s
fm=8.0/Ttot;        %Hz

%Tidsarray
t=linspace(0,Ttot*(N-1)/N,N);    %Gir N tidspunkter mellom 0 og Ttot

%Signal
y1=0.5*cos(2*pi*fb*t).*(1+cos(2*pi*fm*t));    %Harmonisk modellert signal
y2=cos(2*pi*fb*t).*(1-mod(floor(2*fm*t),2));  %Firkantsignal

%Plotter tidsbildet
plot(t,y1)                                %Endres til y2 for firkantsignal
Size=14;                                  %Skriftstørrelse
title('Tidsbildet','FontSize',Size,'FontName','Arial')
xlabel('Tid [s]','FontSize',Size,'FontName','Arial')
ylabel('Frekvens [Hz]','FontSize',Size,'FontName','Arial')
figure

%Fouriertransformasjon
F=fft(y1);                                %Også denne endres til y2 for firkantsignal
f = linspace(0,Fs*(N-1)/N,N);
nmax = floor(N/2);                        %Fjerner frekvenser rel. til folding
plot(f(1:nmax),abs(F(1:nmax)));
title('Frekvensbildet','FontSize',Size,'FontName','Arial')
xlabel('Frekvens [Hz]','FontSize',Size,'FontName','Arial')
ylabel('Relativ intensitet','FontSize',Size,'FontName','Arial')

%Wavelettransformasjon
fmin=1.99e5;                               %Hz, tilpasses for hvert enkelt signal
fmax=2.01e5;                               %Hz, tilpasses for hvert enkelt signal
K=12;                                       % tilpasses for hvert enkelt signal
[msg] = wltransf(F',fmin,fmax,K,N,Fs)
```

I dette programmet kaller jeg på en funksjon med navn «wltransf», som gjennomfører wavelettransformasjonen. Dette programmet ser slik ut (og som nevnt er det ikke mitt program).

```

function [msg] = wltransf(FTsignal,fmin,fmax,K,N,fs)
% Versjon 20.4.2016
% Beregner # analysefrekvenser, skriver til skjerm, klargjør frekvensene
M = floor(log(fmax/fmin) / log(1+(1/(8*K)))) + 1;
AntallFrekvenserIAnalyse = M
ftrinn = (fmax/fmin)^(1/(M-1));
f_analyse = fmin;
T = N/fs; % Total tid lydutsnittet tar (i sek)
t = linspace(0,T*(N-1)/N,N);
f = linspace(0,fs*(N-1)/N, N);
% Allokere plass til waveletdiagrammet og array for lagring av frekvenser
WLdiagram = zeros(M,N);
fbrukt = zeros(1,M);
% Løkke over alle frekvenser som inngår i analysen
for jj = 1:M
    faktor = (K/f_analyse)*(K/f_analyse);
    FTwl = exp(-faktor*(f-f_analyse).*(f-f_analyse));
    FTwl = FTwl - exp(-K*K)*exp(-faktor*(f.*f)); % Lite korreksjonsledd
    FTwl = 2.0*FTwl; % Faktor (ulike valg!)
    % Beregner så en hel linje i waveletdiagrammet i én jafs!
    %WLdiagram(jj,:) = abs(ifft(FTwl.*transpose(FTsignal)));
    % Ett alternativ
    WLdiagram(jj,:) = sqrt(abs(ifft(FTwl.*transpose(FTsignal))));
    % Bruker den siste varianten for å få svake partier bedre synlig
    fbrukt(jj) = f_analyse;
    % Lagrer frekvensene som faktisk er brukt
    f_analyse = f_analyse*ftrinn; % Beregner neste frekvens
end;
% Reduserer filstørrelse ved å fjerne mye av overflødig informasjon i tid.
% Dette gjøres kun for at filstørrelsen på plottene skal bli håndterbar.
P = floor((K*fs)/(24 * fmax)); % Tallet 24 kan endres ved behov
TarBareMedHvertXITid = P % Skriver til skjerm (monitorering)
NP = floor(N/P); AntallPktITid = NP % Skriver til skjerm (monitorering)
for jj = 1:M
    for ii = 1:NP
        WLdiagram2(jj,ii) = WLdiagram(jj,ii*P);
        tP(ii) = t(ii*P);
    end;
end;
% Foreta en markering i plottet for å vise områder med randproblemer
maxverdi = max(WLdiagram2);
mxv = max(maxverdi);
for jj = 1:M
    m = floor(K*fs/(P*pi*fbrukt(jj)));
    WLdiagram2(jj,m) = mxv/2;
    WLdiagram2(jj,NP-m) = mxv/2;
end;
% Plotter waveletdiagrammet
figure;
imagesc(tP,fbrukt,WLdiagram2);
set(gca,'YDir','normal'); Size=14; %Skriftstørrelse
xlabel('Tid [s]','FontSize',Size,'FontName','Arial');
ylabel('Frekvens [Hz]','FontSize',Size,'FontName','Arial');
str=sprintf('Wavelet Intensitetsspekter, K=%d',K);
title(str,'FontSize',Size,'FontName','Arial');
colorbar('location','southoutside');
msg = 'Done!'

```

## Vedlegg 2

```
c = 'enghorn1.wav';
nstart = 17000;
np = 264;    %Antall punkter

nslutt = nstart+np-1;
[y, fs] = audioread(c, [nstart nslutt]);
h = zeros(np,1); h = y(:,1);    %Array med informasjon om lydfil
T = np/fs;                      %Total tid lydutsnittet tar (i sek)
x = linspace(0,T*(np-1)/np,np); %Liste med posisjoner
plot(x,h, '-k');                %Plotter stillbilde

Size=14;                        %Skriftstørrelse
title('Stillbilde av en periode','FontSize',Size,'FontName','Arial')
xlabel('Posisjon [rel. enhet]','FontSize',Size,'FontName','Arial')
ylabel('Signal utslag [rel. enhet]','FontSize',Size,'FontName','Arial')
figure                          %Plotter momentant
h = h';                        %Transformerer

for i=1:np
    %Lager animasjon
    plot(h(1:np/2) + fliplr(h(np/2+1:np))); %Flipper signalet
    axis([0,135, -1.0, 1.0]);              %Angir passende ramme
    drawnow                               %Plotter kontinuerlig
    title('Dynamisk bilde');
    xlabel('Posisjon [rel.enhet]');
    ylabel('Signal utslag [rel. enhet]');

    %Lager subplot med bilder for fire forskjellige tider
    for j =1:5
        k=j*50
        if i==k
            subplot(2,2,j)
            plot(x,h);
            str=sprintf('Stillbilde for n = %d',i);
            title(str);
            xlabel('Posisjon [rel. enhet]');
            ylabel('Signal utslag [rel. enhet]');
        end
    end

    %Sender signalet som går ut inn igjen på den andre siden
    for n=1:np-1
        h(np-n+1) = h(np-n);
    end
    h(1) = h(np);
end
```

### Vedlegg 3

```
k=2;      %2pi/lambda
omega=pi;
N=1000;

x = linspace(0,2*pi,N);
t = linspace(0,2*pi,N);

%Animasjon
for i = t
    y = cos(k*x - omega*i)+cos(k*x +omega*i);
    plot(x,y)
    title('Dynamisk bilde');
    xlabel('Posisjon [rel.enhet]');
    ylabel('Signal utslag [rel. enhet]');
    axis([0,2*pi,-2,2])
    drawnow
end

%Plotte stillbilde
t=[0,pi/8,pi/4];
for i=t
    y = cos(k*x - omega*i)+cos(k*x +omega*i);
    plot(x,y)
    hold 'on'
end
title('Stillbilder av harmonisk signal')
xlabel('Posisjon [rel. enhet]');
ylabel('Signal utslag [rel. enhet]');
legend('t=0', 't=pi/8', 't=pi/4')
```

### Vedlegg 4

```
c = 'tubahigh.wav';
nstart = 35000;
N = 20000;      %Antall punkter

nslutt = nstart+N-1;
[y, fs] = audioread(c, [nstart nslutt]);
h = zeros(N,1); h = y(:,1);
T = N/fs; % Total tid lydutsnittet tar (i sek)
t = linspace(0,T*(N-1)/N,N);
plot(t,h, 'b');
title('Tidsbildet');
xlabel('Tid [s]');
ylabel('Signal utslag [rel. enhet]');
%figure

f=linspace(0,fs*(N-1)/N,N);
H=fft(h);
plot(f,abs(H))

Size=14;
title('Frekvensbildet Tuba','FontSize',Size,'FontName','Arial')
xlabel('Frekvens [Hz]','FontSize',Size,'FontName','Arial')
ylabel('Intensitet [rel. enhet]','FontSize',Size,'FontName','Arial')
```