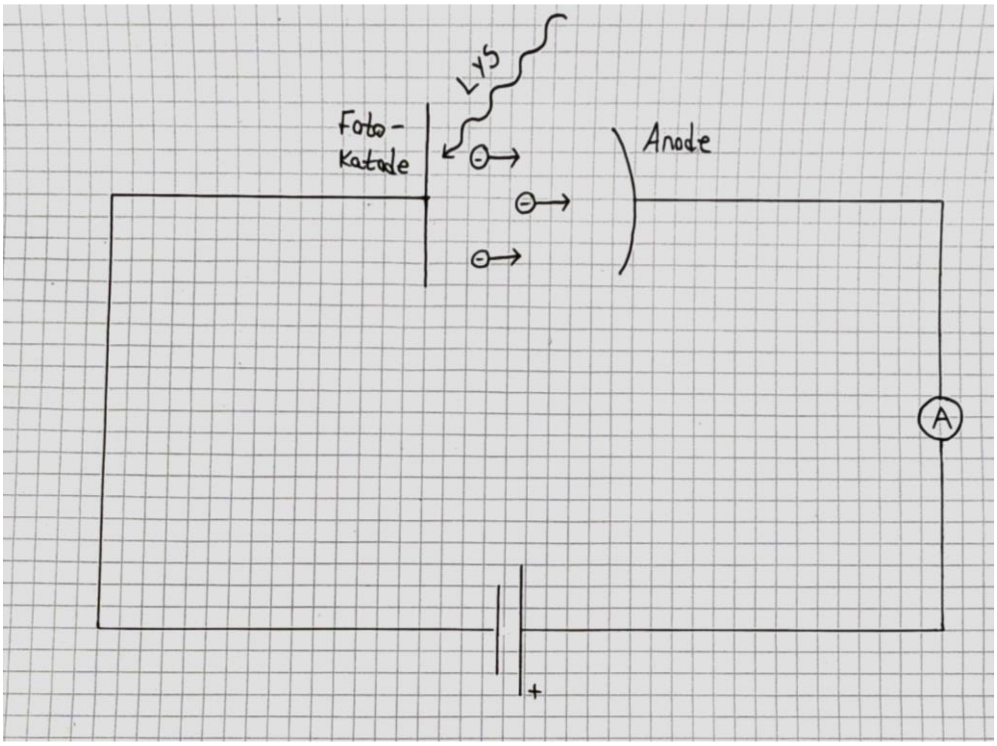
FYS2140 - Obligatorisk innlevering 2

Oppg.1.

a) Vi har koblet en spenningskilde, en fotokatode og en anode i serie, med den negative polen til batteriet koblet mot fotokatoden (se figur 1). Når lys treffer fotokatoden, får fotokatoden tilført energi og elektroner løsrives. Ettersom den positive polen til batteriet er koblet til anoden, trekkes de løsrevne elektronene mot anoden og det går strøm i kretsen. Det er denne effekten som kalles fotoelektrisk effekt, og prinsippet er veldig enkelt. So far so good.



Det viste seg i midlertid ganske fort at ikke alt stemte med den klassiske fysikken. Når man gjorde forsøk med å endre frekvensen på lyset som traff fotokatoden, ble det observert at bare noen frekvenser førte til fotoelektrisk effekt. I følge kontinuiteten i klassisk fysikk burde dette gjelde for alle frekvenser. Videre oppdaget man at antall elektroner som ble løsrevet fra fotokatoden ikke var proporsjonalt med intensiteten til lyset, og elektronene ble løsrevet momentant etter absorpsjon. Ikke noe av dette stemte med den gjeldende fysikken, en ny teori måtte utvikles. Denne fikk navnet kvanteteorien.

Det var først Albert Einstein som løste dette problemet, og han foreslo at lyset kom i små energipakker som kunne inneholde $E = h\nu$ energi hvor ν er frekvensen. Dette forklarte hele problemet, og det er også derfor det kalles kvanteteorien – energien kommer i kvanter istedenfor å være kontinuerlig.

b) Jeg starter med å regne ut energien tilført av lyset, hvor jeg bruker den grunnleggende konverteringsformelen $\lambda\nu = c$ og formelen som Einstein forklarte fotoelektrisk effekt med:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240\ nm\ eV}{360\ nm} = 3.45\ eV$$

Stoppepotensialet, V_0, finnet jeg ved hjelp av den generelle formelen i kompendiet, $k_{maks} = eV_0 = h\nu - \omega_0$, hvor k_{maks} er den kinetiske energien til elektronet, e er elektronladningen og ω_0 er den fotoelektriske arbeidsfunksjonen (hvor mye energi som må til for å løsrive det ytterste elektronet til et atom).

$$V_0 = \frac{h\nu - \omega_0}{e} = \frac{3.45\ eV - 2.0\ eV}{e} = 1.45\ V$$

Som nevnt er k_{maks} den kinetiske energien og defineres ved formelen ovenfor. En annen kjent formel for kinetisk energi er $\frac{1}{2}mv^2$, som jeg vil bruke for å finne den høyeste hastigheten til et elektron etter det er løsrevet:

$$k_{maks} = E_k = eV_0 = 1.45\ eV$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m_e}} = \sqrt{\frac{2.90eV}{0.511x10^6[enhet]}} = 2.9x10^{-3}c$$

c) Har at $3.0x10^{-9}\ J$ treffer hver kvadratmeter per sekund, og at halvparten av denne energien blir absorbert, så $1.5x10^{-9}\ J$ blir absorbert per sekund per kvadratmeter.

Jeg antar at ett foton kun kan treffe ett elektron, så uansett hvor energirikt et foton er, kan det bar emittere ett elektron. Fotonene vi har har bølgelengde 400nm, og dermed energi:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240\ eV\ nm}{400\ nm} = 3.1\ eV$$

Som sagt kan hvert foton kun emittere et elektron, så for å finne antall elektroner som blir emittert per sekund per kvadratmeter, må jeg dele energi per sekund per kvadratmeter på energien til et foton:

$$\frac{1.5x10^{-9}\ Js^{-1}m^{-2}}{3.1eV} = \frac{9.4x10^{10}\ eVs^{-1}m^{-2}}{3.1\ eV} 3.0x10^{10}s^{-1}m^{-2}$$

Kinetisk energi finner jeg ved formelen som jeg også brukte i forrige oppgave:

$$k_{maks} = h\nu - \omega_0 = 3.1\ eV - 2.0\ eV = 1.1\ eV$$

Oppg.2. Har at $\lambda = 1.00x10^{-11}\ m$, $\lambda_c = 2.426x10^{-12}\ m$, $\theta = 60° = \frac{\pi}{3}\ rad$ og jeg har at:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - cos\theta)$$

a) Energien finner jeg, som så mange ganger før, ved denne formelen:

$$E_\gamma = hv = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240\ eV\ nm}{0.01\ nm} = 124\ 000\ eV$$

Ser at på grunn av kort bølgelengde er denne strålingen veldig energirik. Fra spesiell relativitetsteori har jeg at $E = \gamma mc^2$ og $P = \gamma mv$:

$$\frac{P}{E} = \frac{\gamma mv}{\gamma mc^2} = \frac{v}{c^2} = \frac{1}{c}$$

$$P_\gamma = \frac{E_\gamma}{c} = 124\ 000\ eVc^{-1}$$

b) For å finne bølgelengden, plugger jeg bare opplysningene jeg har inn i Comtons formel:

$$\lambda' = \lambda + \lambda_c(1 - cos\theta) = 1.00x10^{-11}\ m + 2.426x10^{-12}\ m\left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$$
$$= 1.1x10^{-11}\ m$$

Bevegelsesmengden finner jeg med samme formel som i forrige oppgave:

$$P_\gamma{}' = \frac{E_\gamma{}'}{c} = \frac{hc}{\lambda'}\frac{1}{c} = 111\ keVc^{-1}$$

Siden et foton alltid bare kan ha kinetisk energi (ingen hvileenergi), må den kinetiske energien være gitt ved $E_\gamma{}'$.

$$E'_\gamma = P'_\gamma c = 111\ keV$$

c) Jeg starter med å finne energien til elektronet etter kollisjonen. Siden energien er bevart, har vi at:

$$E'_e = E_\gamma - E'_\gamma = 124\ keV - 111\ keV = 13\ keV$$

Har den veldig nyttige formelen som linker energi og bevegelsesmengde:

$$E^2 = P^2c^2 + m^2c^4$$

$$P_e'^2 = \frac{E_e'^2 - m_e^2c^4}{c^2} = \frac{(E_k + m_ec^2)^2 - m_e^2c^4}{c^2} = \frac{E_k^2 + 2E_km_ec^2 + m_e^2c^4 - m_e^2c^4}{c^2}$$
$$= \frac{E_k^2 + 2E_km_ec^2}{c^2} = \frac{(13\ 000)^2 + 2x13\ 000x0.511x10^6c^4}{c^2} = 1.3x10^{10}\ eV^2c^{-2}$$

$$P'_e = \sqrt{1.3x10^{10}\ eV^2c^{-2}} = 116\ keVc^{-1}$$

Jeg har nå bevegelsesmengden til både fotonet og elektronet etter kollisjonen. Siden bevegelsesmengden må være bevart i alle retninger, må $P_\gamma y' = P_e y'$, og siden jeg har bevegelsesretningen til fotonet kan jeg lett finne $P_\gamma y'$:

$$P_\gamma y' = P'_\gamma \sin(\theta) = 111x10^3\ keVc^{-1}x\frac{\sqrt{3}}{2} = 64\ keVc^{-1} = P_e y'$$

Siden jeg nå har total bevegelsesmengde for elektronet og bevegelsesmengde i y-retning, kan jeg finne bevegelsesretningen:

$$\phi = \arcsin\left(\frac{64\ keVc^{-1}}{116\ keVc^{-1}}\right) = 0.58\ rad = 33.5°$$

Oppg.3.

a) Vi har at synlig lys har bølgelengde $4000Å - 7000Å = 400nm - 700nm$. For å finne ut hvor mye energi det er i hvert foton, bruker jeg:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

$$E_{min} = \frac{1240\ eV\ nm}{700\ nm} = 1.8\ eV$$

$$E_{max} = \frac{1240\ eV\ nm}{400\ nm} = 3.1\ eV$$

b) <u>For hydrogen:</u>

Jeg har Bohrs formel:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{k_e e^2}{2a_0 hc}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) = RH\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

Hvor vi får hvilken bølgelengde en emittert stråling har når et elektron som går fra energinivå n_i til n_f. RH er Rydbergs konstant, som Bohr fastslo at var nøyaktig

$$\frac{k_e e^2}{2a_0 hc}$$

For å finne ut hvilke spektrallinjer som gir synlig lys, må jeg finne ut hvilke n_f-er og n_i-er som tilsvarer $\lambda = [400nm, 700nm]$. Dette har jeg regnet på, og jeg fant at dette var tilfelle for fire forskjellige elektronsprang:

n_f	n_i	λ	E
2	3	$656\ nm$	$-1.89\ eV$
2	4	$486\ nm$	$-2.55\ eV$
2	5	$429\ nm$	$-2.89\ eV$
2	6	$410\ nm$	$-3.02\ eV$

For enkeltionisert helium:

For det første, hva er enkeltionisert helium? Det ligger litt i navnet, og er et heliumatom som har blitt ionisert en gang. Hver gang et atom blir ionisert, mister det et elektron, og siden helium i utgangspunktet har to elektroner, har enkeltionisert helium ett elektron. Eneste forskjellen fra hydrogen er dermed at kjernen har fire ganger så mye masse (to protoner og to nøytroner i forhold til et proton).

Når man skal regne på dette, kan vi ikke lengre bruke formelen ovenfor sånn den står. For det første må vi endre ladningen fra Coulombs lov. Fra å være et proton som trekker på et elektron, er det nå to protoner som trekker på et elektron, så jeg får $e^2 + e^2 = 2e^2$ som ladningen i formelen. Det andre vi må gjøre er å endre a_0, som er definert ved:

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e k_e e^2}$$

Jeg definerer en ny konstant, a_1, konstruert for helium:

$$a_1 = \frac{\hbar^2}{m_e k_e 2e^2} = \frac{1}{2}\frac{\hbar^2}{m_e k_e e^2} = \frac{a_0}{2}$$

Jeg får dermed at

$$RH_{helium} = \frac{k_e 2e^2}{2a_1 hc} = \frac{2k_e e^2}{\frac{1}{2}2a_0 hc} = 4RH$$

Jeg kan altså bruke Rydbergs formel for hydrogen multiplisert med en faktor 4 for å finne energisprang for enkeltionisert helium. Dette har jeg også regnet ut, og jeg fant mange forskjellige energisprang:

n_f	n_i	λ	E
3	4	$500\ nm$	$-2.48\ eV$
4	6	$656\ nm$	$-1.89\ eV$
4	7	$552\ nm$	$-2.24\ eV$
4	8	$486\ nm$	$-2.55\ eV$
4	9	$454\ nm$	$-2.72\ eV$
4	10	$434\ nm$	$-2.85\ eV$
4	11	$420\ nm$	$-2.95\ eV$
4	12	$410\ nm$	$-3.02\ eV$
4	13	$403nm$	$-3.07\ eV$

c) <u>Rekyleffekten:</u>
For å regne på rekyleffekten, må jeg bruke en av energisprangene jeg fant i forrige oppgave. Jeg velger energispranget jeg får jeg et elektron hopper fra energinivå 4 til energinivå 2 i hydrogenatomet. Da frigjøres det en energi på $2.55\ eV$.

Hvis jeg nå antar at all denne energien følger med fotonet, får det en bevegelsesmengde
$$P_\gamma = \frac{E}{c} = 2.55 \frac{eV}{c}$$
Siden summen av bevegelsesmengde i et lukket system som i utgangspunktet var i ro er null, må hydrogenatomet få like stor bevegelsesmengde i motsatt retning.

$$P_{atom} = -P_\gamma = -2.55 \frac{eV}{c}$$

Hvis vi definerer positiv bevegelsesretning den veien fotonet går. En annen kjent formel for bevegelsesmengde er $P = mv$. Denne kan jeg bruke siden jeg vet at farten ikke er relativistisk og gravitasjonsfeltet ikke er stort. Hvis jeg stokker om på ligningen og setter inn de størrelsene jeg alt vet, får jeg:

$$v = \frac{P_{atom}}{m_{atom}} = -\frac{2.55\ eVc^{-1}}{938.2x10^6\ eVc^{-2}} = 2.7x10^{-9}c$$

Siden jeg nå har farten og massen til atomet, kan jeg bruke den generelle formelen for kinetisk energi:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\ 938.2x10^6\ eVc^{-1}(2.7x10^{-9}c)^2 = 3.4x10^{-9}\ eV$$

Ser at den kinetiske energien til atomet er så liten at vi den ikke vil påvirke resultatene. Det skal også sies at hydrogen er det letteste atomet vi har, så det er på dette atomet rekyleffekten vil ha mest å si. For andre atomer vil effekten være enda mindre. Men hvordan er det med isotopeffekten?

Isotopeffekten

I den virkelige verden har vi uendelig mange objekter som påvirker hverandre gjennom gravitasjon. Når vi skal studere to objekter, får vi et såkalt tolegemeproblem, men reduserer det ned til et enlegemeproblem ved å sette et av objektene i origo. Dette blir mye brukt i astronomien når man studerer planetbaner, men også i kvantefysikken når vi ser på atomer og elektroner. Hvor stor blir egentlig feilen? Det er dette isotopeffekten dreier seg om.

Når et system blir omformet fra et tolegemeproblem til et enlegemesystem, er det vanlig å bruke såkalt redusert masse definert som:

$$\mu = \frac{m_k m_e}{m_k + m_e}$$

Ved Bohrs formel har vi at:

$$E_n = -\frac{k_e^2 m_e e^4}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2}$$

For å forenkle utregningene og ikke bruke så mye plass, definerer jeg:

$$C = \frac{k_e^2 e^4}{2\hbar^2 n^2}$$

Jeg skal nå finne differansen mellom å bruke redusert masse mot å ikke bruke det, så da får jeg uttrykket:

$$\frac{E_{normel} - E_{redusert}}{E_{normal}} = \frac{Cm_e - C\mu}{Cm_e} = 1 - \frac{m_k}{m_e + m_k} = 1 - \frac{938.2x10^6\,\frac{eV}{c}}{938.7x10^6\,\frac{eV}{c}}$$
$$= 5.3x10^{-4}$$

Ser at forskjellen mellom energien beregnet med isotopeffekten er veldig liten i forhold til energien beregnet uten isotopeffekten og kan konkludere med at det ikke har noen stor effekt om vi tar den med eller ikke.