Hjelpeark FYS2140

TUSL 1D

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Psi(x,t)+V(x)\Psi(x,t)=E\Psi(x,t)$$

TASL 1D

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Psi(x,t)+V(x)\Psi(x,t)=i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(x,t)$$

Tidsavhengig del

$$\phi(t)=e^{-\frac{iE_nt}{\hbar}}$$

3D:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\rightarrow\nabla^2$$

$$\nabla^2=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2 sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}$$

$$\hat{L}_z\psi_{mlm_l}=\hbar m_l\psi_{mlm_l}$$

$$\hat{L}^2\psi_{mlm_l}=\hbar^2 l(l+1)\psi_{mlm_l}$$

Konstanter

$$m_e=0.511MeV/c^2$$

$$k_e=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}=$$

$$m_p=938MeV/c^2$$

$$\hbar c=197.3\ eV\ nm$$

$$hc=1240\ eV\ nm$$

Operatorer

$$\hat{p}=-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$$

$$\hat{L}_x=i\hbar\left(sin\phi\frac{\partial}{\partial\theta}+cot\theta\ cos\phi\frac{\partial}{\partial\phi}\right)$$

$$\hat{L}_y=i\hbar\left(-cos\phi\frac{\partial}{\partial\theta}+cot\theta\ sin\phi\frac{\partial}{\partial\phi}\right)$$

$$\hat{L}_z=-i\hbar\frac{\partial}{\partial\phi}$$

$$\hat{L}^2=-\hbar^2\left[\frac{1}{sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}\right]$$

$$a_\pm=\frac{1}{\sqrt{2\hbar m\omega}}[\mp i\hat{p}+m\omega x]$$

Sfæriske harmoniske for $l=1$

$$Y_1^{-1}=\sqrt{\frac{3}{8\pi}}sin\theta e^{-i\phi}$$

$$Y_1^0=\sqrt{\frac{3}{4\pi}}cos\theta$$

$$Y_1^1=\sqrt{\frac{3}{8\pi}}sin\theta e^{i\phi}$$

Sfærisk harmonisk for $l=0$:

$$Y_0^0=\frac{1}{\sqrt{4\pi}}$$

HO-potensialet

$$V(x)=\frac{1}{2}m\omega^2x^2$$

$$\psi_n(x)=\frac{1}{\sqrt{n!}}(a_+)^n\psi_0(x)$$

$$\psi_0(x)=\left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}}e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2}$$

Energi

$$E_n=\hbar\omega\left(n+\frac{1}{2}\right)$$

Uendelig brønn

$$\psi_n(x)=\sqrt{\frac{2}{a}}\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)$$

Energi

$$E_n=\frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$$

Coulomb-potensialet

$$V(r)=-k_e\frac{e^2}{r}$$

Bohrs atommodell

$$E_n=-\frac{k_e^2m_ee^4}{2\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2}=\frac{k_e^2e^2}{2a_0}\cdot\frac{1}{n^2}$$

Fotoelektrisk effekt Den fotoelektriske effekten går ut på at det blir sendt ut elektroner fra et materiale (metall) som blir bestrålt av elektromagnetisk stråling (lys). Tre viktige egenskaper med denne kan ikke forklares med klassisk bølgeteori: 1) Den kinetiske energien til elektronene (stoppspenningen) er uavhengig av intensiteten. 2) Det finnes en nedre frekvens for effektiviteten (avhengig av arbeidsfunksjonen). 3) Det er ingen tidsforsinkelse mellom lyset og utsendelsen av elektronene. Einstein foreslår å forklare dette ved å kvantisere lysenergien, og beskrive lyset som partikler med null masse som reiser med lyshastigheten. **Röntgen** er det motsatte, altså at elektroner sendes mot fotokatoden, blir absorbert og fotoner med energi tilsvarende Röntgen sendes ut.

Comptonspredning Siden energien er knyttet til bølgelengden via $E = h\nu$, betyr en forandring i bølgelengde en energiforandring. Det er i prinsippet samme oppsett som for röntgenstråling, men etter at de høyenergetiske fotonene har truffet målet, så bestemmes bølgelengden ved hjelp av et såkalt Bragg-krystallspektrometer. Dette utnytter den klassiske effekten Braggdiffraksjon, hvor et krystall med kjent avstand d mellom atomlagene gir konstruktiv interferens for em-stråling med bølgelengde λ når nλ = 2dsinϕ hvor ϕ er refleksjonsvinkelen og n = 1,2,3,.... Ved å se på endringen i intensitet som funksjon av vinkelen kan bølgelengden så bestemmes. Vi ser at den utgående (spredte) strålingen har to topper — en ved den opprinnelige (innkommende) bølgelengden λ0, og en annen ved en forskjøvet bølgelengde λ′. (Unntaket er θ = 0, der de to toppene sammenfaller.) Vi tar først for oss den forskjøvete strålingen, og utsetter forklaringen av den første toppen til slutten av avsnittet. Bølgelengdeendringen Δλ = λ′ −λ0 viste seg å variere som en funksjon av spredningsvinkelen θ, uavhengig av hvilket materiale man brukte i forsøket. Som vi skal se, kan prosessen beskrives som spredning av fotoner mot (tilnærmet) frie elektroner — den ligner altså på fotoelektrisk effekt — men strålingen som brukes i Comptoneksperimentet har mye større energi enn i fotoelektrisk effekt, slik at elektronenes bindingsenergi (arbeidsfunksjonen) blir neglisjerbar her. Igjen hadde en her et eksperimentelt resultat som ikke kunne forklares fra klassisk teori. Klassisk ville en ikke forventet noen endring av bølgelengden ved spredning av e.m. stråling mot et elektron. Løsningen er igjen å ta hensyn til lysets partikkelegenskaper. Vi har allerede lært at fotoner tilordnes en energi E = hv = hc/λ. I tillegg tilordnes de altså en bevegelsemengde $P = h/\lambda$. Ved bevaring av bevegelsesmengde og energi, får vi generell formel for comptonsspredning: $\Delta\lambda = \lambda_c(1 - cos\theta)$.

Franck-Hertz I Franck-Hertz eksperimentet sendes elektroner gjennom en gass av kvikksølvatomer ved hjelp av en påsatt spenning VKG mellom katoden. Elektronene bremses så ned av en motspenning VGA mellom gitteret og anoden, |VGA| < VKG. Hvis elektronene ikke taper noe energi på veien, vil de komme fram til anoden med en kinetisk energi K = e(VKG−|VGA|). Hvis noen derimot kolliderer med kvikksølvatomer, vil de miste litt av sin kinetiske energi; er dette energitapet stort nok når de ikke frem til katoden. Mengden elektroner som når frem måles ved å måle strømmen som går gjennom kretsen. I klassisk fysikk forventer man at økt total spenningsforskjell mellom katode og anode gir at flere og flere elektroner når anoden, og man burde få en monotont økende strøm som funksjon av spenningen VKG når VGA holdes konstant. Dette var ikke tilfelle eksperimentelt. Strømmen som funksjon av potensialet var generelt svakt økende, men viste lokalet opp er med påfølgende plutselige fall ved heltalls multipler av en spenning på ca. 4.9 V. Det som skjer i Franck-Hertz eksperimentet er at ved bestemte spenninger, og dermed kinetiske energier for elektronene, har elektronene en energi som svarer akkurat til energiforskjellen mellom grunntilstanden og den første eksiterte tilstanden i kvikksølvatomet. Når et elektron overfører sin kinetiske energi til kvikksølvatomet slik at dette blir eksitert, bremses det ned og kan ikke nå anoden. Derfor faller strømmen for spenninger rundt 4.9 V, selv om noen elektroner går gjennom uten å kollidere. Økes spenningen videre, øker strømmen igjen til elektronene har en kinetisk energi på K = 2×4.9 eV. Da har elektronet energi nok til å eksitere to kvikksølvatomer og en observerer ett nytt fall i strømmen. Slik gjentar mønsteret seg for høyere og høyere spenninger. Franck-Hertz eksperimentet demonstrerte at Bohrs stasjonære tilstander, det vil si tilstander med kvantisert energi, virkelig eksisterte i atomer og at man kunne få overganger mellom slike tilstander. Eksperimentet registrerte også stråling fra kvikksølvatomene med en bølgelengde på λ = 254 nm, som stemmer overens med de-eksitasjon tilbake til grunntilstanden med en fotonenergi på 4.9 eV.

Davisson-Germer: Går ut på at man sender elektroner mot et nikkelkrystall. Den innkomne elektronbølgen spres mot atomene i krystallets gitteroverflate, slik at hvert atom effektivt sett fungerer som en punktkilde som sender ut bølgen igjen. Detektoren vil da registrere et interferensmønster, med konstruktiv interferens for vinkler der $dsin\theta = m\lambda$ der d er avstanden mellom atomene og m er et heltall. Dette tilsvarer at forskjellen i veilengde for de deler av bølgen som treffer forskjellige atomer er et helt antall bølgelengder. Igjen vil interferensmønsteret oppstå selv om elektronene sendes inn ett og ett, dvs. elektronbølgen interfererer med seg selv (de Broglie-bølgelengden).

Braggdiffraksjon Går ut på mye av det samme som Davisson-Germer-eksperimentet, men i dette tilfellet har elektronene såpass høy energi at de trenger inn i krystallet og spres mot dypereliggende lag av atomer. En annen forskjell er at elektronene her sendes inn mot krystallet med en vinkel θ i forhold til overflaten, og detektoren plasseres i samme vinkel på andre siden av normalen. En stråle som spres i atomlag nummer 2, går en strekning som er $2dsin\theta$ lengre enn strålen som spres i overflaten osv… Her får vi altså interferens mellom lagene av atomer i krystallen., og kriteriet for konstruktiv interferens er nå $2dsin\theta = m\lambda$. Dette er kjent som Braggs lov. Diffraksjonseksperimenter som dette kan utføres med nøytroner og röntgenstråling, så vel som elektroner.

Stern-Gerlach Går ut på at sølvatomer sendes gjennom et inhomogent magnetfelt. Når det først ble gjort, var tanken at kvantifisering burde gi et bestemt mønster etter at atomene hadde passert feltet. Sølv ble brukt fordi dette atomet har et løst bundet ytre elektron (ett valenselektron) som er i en tilstand som om det er et overvektig hydrogenatom, med kjernen og de 46 andre elektronene innenfor som har en totalladning på $+e$ og en masse på om lag 47 ganger hydrogenatomet. Også mulig å gjøre det med hydrogenatomer. Grunnen til at man i utgangspunktet ønsket å gjøre eksperimentet, var at man visste at elektronets angulærmoment var kvantifisert, og at man forventet derfor å se et dipolmoment mellom kjerne og elektron som var kvantifisert, slik at man ville får kvantifiserte avbøyninger i gjennom det magnetiske inhomogene feltet etter $m = -l, -l + 1, \ldots, 0, \ldots, l - 1, l$. Hvis $n = 2$, kunne man forvente å få $l = 0{,}1$, slik at man ville fått tre forskjellige avbøyninger i feltet. Det man derimot så, var at man bare fikk to, noe som skyldes eksistensen av elektronets spinn.

Symmetrisk potensiale: Et sentralsymmetrisk potensiale er et potensiale som kun avhenger av avstanden til et gitt punkt (origo), og ikke retningen til et aksesystem. Coulombpotensialet er et eksempel på et slikt potensial.

Paulis ekskusjonsprinsipp: Sier at to identiske fermioner ikke kan befinne seg i samme tilstand.