FYS2140

Obligatorisk innlevering 5

Jeg starter med å finne forventningsverdien til . Tidligere har vi funnet forventningsverdier ved å integrere fra til , men siden vi nå er i en uendelig brønn med bredde fra til , må forventningsverdien befinne seg innenfor disse grensene, og jeg trenger bare å integrere fra til :

Dette uttrykket her ser unektelig veldig fælt ut, men som i forrige oblig faller eksponensialfunksjonene mot hverandre, og vi får:

Jeg kan nå bruke den trigonometriske sammenhengen

Det siste integralet kunne jeg løst ved delvis integrasjon, men heldigvis for meg har Rottmann alt knekt det. Ubestemt integral 123 fra Rottmann sier at:

Det første integralet burde jeg klare å løse selv. Får da at:

Vi antar at bare kan være heltall, noe som er selve grunnmuren i kvantefysikken. Ser dermed at og . Ender opp med:

Når jeg skal starte med å regne ut forventningsverdien for , går jeg fram på akkurat samme måte som ovenfor, og får:

Bruker igjen at

Og får:

Det første integralet skal jeg klare selv, mens det siste slår jeg opp i Rottmann. Finner ubestemt integral 124:

Det første jeg ser er at sinusleddet blir borte når jeg setter inn . Står da igjen med at:

I følge Ehrenfests teorem er

Siden er konstant, må være like null, så

Når jeg skal finne forventningsverdien til , velger jeg å bruke Schrödingerligningen jeg har slik at utregningen blir veldig enkel:

Schrödingers ligning sier at:

Vi vet at potensialet vårt er lik null, og ved å stokke litt om på ligningen, får jeg at:

Ser at det er akkurat dette jeg har inni integranden, så jeg får da:

Kan flytte utenfor siden den er uavhengig av . Jeg vet at så lenge er normalisert, er integralet . Et uttrykk for som matcher er

Får da at

Variansen er definert som

Dette gir at

Og

Vet at standardavviket er gitt ved kvadratroten av variansen, og at Heisenbergs uskarphetsrelasjon sier at:

Hvis jeg nå ha regnet riktig, skal svaret jeg har fått følge Heisenberg:

Dette uttrykket ser ikke så pent ut, men det kan vises at det alltid er større enn for , og følger dermed Heisenbergs uskarphetsrelasjon.

1. Jeg vet at bølgefunksjonen min må tilfredsstille normeringsintegralet

Siden en partikkel som følger bølgeligningen må befinne seg i venstre halvdel av brønnen. Ettersom sannsynligheten for hvor partikkelen befinner seg i den venstre delen er uniform fordelt, kan ikke være avhengig av , og vi får et veldig enkelt integral:

Dette gjelder vel å merke bare når vi ser på intervallet , utenfor dette intervallet er sannsynligheten null. Vi skriver ofte:

1. Jeg har at

Og jeg gjenkjenner derfor energien jeg skal finne sannsynligheten for å finne til å være . I kvantefysikken må energien komme i kvanter, så hadde jeg fått beskjed om å finne sannsynligheten for å finne en energi som ikke tilfredsstilte hvor var et heltall, måtte sannsynligheten vært null.

Siden i vårt tilfelle, er oppgaven min at jeg skal finne . Fouriers triks sier at

Så i mitt tilfelle får jeg derfor