Nous utilisons ici une équation de cointégration statique seulement pour capturer la relation de long-terme, si elle existe entre nos variables, puis comparer les résultats avec ceux d'équations comportant des retards dans certaines variables. La première et nécessaire étape avant d'estimer ces équations est de tester la non stationnarité des séries que nous avons présentées. L'hypothèse qui nous intéresse ici est essentiellement de savoir si certaines des variables incluses dans l'équation de demande possèdent une racine unitaire.

Nous avons utilisé les statistiques de tests augmentés de Dickey et Fuller (1981) ou ADF et celles de Phillips et Perron (1988), dénotés plus brièvement PP, combinées avec le critère d'information d'Akaike et Schwartz. Nous utilisons ce critère afin de détecter le nombre de retards optimal pendant la procédure de test. Pour chaque type de test, on s'intéresse à la valeur de ρ et en particulier, à l'hypothèse suivante

$$\mathrm{H}_0 : \ \phi = 1 \ \Leftrightarrow \rho \equiv \phi - 1 = 0,$$

dans les deux modèles suivants

$$\Delta y_{it} = \mu + \beta t + \rho y_{it-1} + \sum_{j=1}^{k} \rho_j \Delta y_{it-j} + \epsilon_t, \quad t = 1, 2, \ldots, T, \tag{1}$$

pour les tests ADF et le modèle

$$\Delta y_{it} = \mu + \beta (t - T/2) + \rho y_{it-1} + \epsilon_t, \quad t = 1, 2, \ldots, T, \tag{2}$$

dans le cadre des tests PP.

Autrement dit, on veut savoir, avec un certain degré de confiance que nous fixerons à l'avance, si y_{it} possède une racine unitaire. L'hypothèse alternative est $\mathrm{H}_1 : \ |\phi| < 1$ ou $-2 < \rho < 0$.

Évidemment, un test de non stationnarité d'une série dans le cas univarié ne peut être mené indépendemment de nos a priori sur le vrai processus générateur de cette série. Aussi, l'insertion ou pas de composantes déterministes dans le modèle à estimer joue un rôle important. Par exemple la série du prix de détail des non V.Q.P.R.D. transformée $\Delta p_{D,t}$ peut très bien être stationnaire autour d'une moyenne finie indépendante du temps.

Pour une série stationnaire ($|\phi| < 1$) le comportement asymptotique de l'estimateur par les M.C.O. $\hat{\phi}$ de ϕ est le même, qu'une constante soit présente ou pas dans le modèle. Mais ce n'est pas vrai dans le cas où $\phi = 1$. Dans ce dernier cas, un test de $\phi = 1$ nécessite différentes tables après l'estimation de (1.13) selon le type de composantes déterministes incluses dans la régression (constante seule, constante avec tendance linéaire, etc.). Par exemple, le modèle sans constante devrait être utilisé seulement si on sait que le processus générateur des données (PGD) ne nécessite pas de constante.

Afin de mesurer l'importance de ce point, prenons le premier modèle ci-dessus, (1.13) sans la tendance ($\beta \equiv 0$). Sous H0, de même que sous H1 la constante reste dans le modèle. Si l'on résoud l'équation par récurrence, on se rend compte que sous H0, la présence de la constante implique que y_{it} possède à la fois un trend stochastique et déterministe. Ignorons le terme Δy_{it-1} par souci de simplicité. Si $\beta \equiv 0$ et une racine unitaire est présente dans la série, alors en effet

$$y_{it} = y_{i0} + \mu t + \varepsilon_1 + \cdots + \varepsilon_t.$$

En revanche, sous l'hypothèse alternative (il n'y a pas de racine unitaire dans la série) y_{it} s'écrit comme la somme d'une constante et d'un processus linéaire en ε_t. Étant donné que sous H1 le comportement asymptotique de l'estimateur par les M.C.O. de ϕ est le même, que la constante soit présente ou pas dans le modèle, cela ne pose pas de problème. On dit que le test est invariant vis-à-vis de la moyenne sous le modèle alternatif.

L'idée implicite est que les deux modèles obtenus (celui sous H0 et celui sous H1) soient deux modèles alternatifs, tout aussi plausibles l'un que l'autre. C'est le cas par exemple si sous H0 la série en niveau possède une constante et une tendance stochastique, alors que sous H1, il s'agit d'un processus autorégressif avec constante et tendance linéaire. Il apparaît donc important d'avoir une spécification telle que dans (1.13)-(1.14), sous H0 seulement la tendance soit automatiquement éliminée. La seconde idée, plus statistique celle-ci est : il ne faut pas que sous l'hypothèse nulle la statistique soit affectée par la valeur de départ y_{i0} et par des paramètres de nuisance tels que celui d'une constante inutile si les données pour la série n'en contient pas.

On utilise donc une formulation adoptée dans Bhargava (1986), Fuller (1996, p. 567) et récemment Ayat et Burridge (2000). Afin d'employer cette formulation nous devons écrire le modèle suivant

$$\begin{array}{rcl} y_{it} & = & \tilde{\mu} + \tilde{\beta} t + v_t, \\ v_t & = & \phi v_{t-1} + \varepsilon_t \end{array},$$

ou

$$y_{it} = \mu + \beta t + \phi y_{it-1} + \varepsilon_t,$$

avec $\mu \equiv (1-\phi)\tilde{\mu} + \phi\tilde{\beta}$, et $\beta \equiv \tilde{\beta}(1-\phi)$. Nous pouvons retirer y_{it-1} à chaque membre de l'équation et rajouter le terme de correction d'une éventuelle autocorrélation sérielle, de sorte que nous retrouvons (1.13) où μ et β sont désormais fonction de paramètres structurels. On remarque que dans l'approche de Phillips et Perron (1988), il n'y a pas le terme de correction $\sum_{j=1}^{k} \rho_j \Delta y_{it-j}$ mais, à la place, une correction semi-paramétrique de la statistique de test de racine unitaire. De plus, la tendance est aussi corrigée (ou "centrée" selon l'expression de Banerjee et *alii*, 1993), autour de la valeur $T/2$.

Concernant le coefficient du terme autorégressif, soit $\rho < 0$, soit $\rho > 0$. Dans chacun des cas nous devons mener un test unilateral. C'est l'ampleur, plus que le signe, de ρ sous H0 et H1 qui importe. Dans le cas où le test conduit à rejeter $\rho = 0$, ou de manière équivalente, à rejeter $\phi = 1$, parce qu'en réalité $|\phi| > 1$, alors le rejet de l'hypothèse nulle de non stationnarité n'implique pas pour autant que la série est stationaire sous H1. La série est stationnaire sous H1 lorsque $|\phi| < 1$ i.e. $-2 < \rho < 0$. Si on adopte la position que le PGD est soit stationnaire soit I(1), mais non explosif, alors nous n'avons pas besoin de tenir compte des cas où sous H1 $|\phi|$ serait strictement supérieur à 1 i.e. $\rho \in (-\infty, -2] \cup (0, +\infty)$. Si, au contraire, on veut tenir compte d'un PGD explosif, alors on doit effectuer un test bilatéral (Hayashi, 2000, pp. 580-581). Notons que la présence d'une racine explosive va fortement dépendre de la structure de la partie déterministe insérée dans la régression.

Il semble donc très important de poser clairement l'hypothèse nulle (H0), celle que l'on pense être la plus probable, et l'alternative (H1) associée aux différents modèles ayant pu générer nos séries. Dans chacun des cas, le non rejet de H0 signifiera que la série possède une composante de tendance stochastique. La statistique servant à tester l'hypothèse nulle est celle analogue au $t-$ de Student (on trouve au le nom de **pseudo-$t-$ de Student**). Nous employons cette statistique car sa distribution ne dépend pas de la valeur initiale que prend la série dans l'échantillon. Dans un échantillon de petite taille comme le notre, la valeur initiale pourrait influencer le résultat du test si on utilisait la statistique $T\rho$ (Dickey et Fuller, 1979). La statistique utilisée ici est notée de manière générique τ. Un premier indice est rajouté, visant à informer sur le modèle estimé. Un second indice peut être présent afin de préciser que la statistique reportée est celle du $t-$ de Student pour la constante ou la tendance linéaire. Soulignons que le modèle sous H0 est celui supposé avoir généré la série !

L'ensemble des statistiques employées sont résumées ci-dessous. Nous les présentons dans le cadre des tests ADF avec une correction finale de l'autocorrélation sérielle d'ordre 1 :

(M1) régression contenant la constante mais sans tendance linéaire

(τ_μ) statistique pseudo $t-$ de ρ dans (M1). On teste H0 : $\rho = 0$ (y_{it} suit une marche aléatoire sans dérive puisque si $\phi = 1$, la constante est automatiquement éliminée), contre H1 : $\rho \neq 0$ i.e. y_{it} suit un AR(1) avec constante.

$$\begin{aligned} \Delta y_{it} &= \rho_1 \Delta y_{it-1} + \varepsilon_t && (H0) \\ &= \mu + \rho y_{it-1} + \rho_1 \Delta y_{it-1} + \varepsilon_t, \quad \rho \neq 0 && (H1). \end{aligned}$$

($\tau_{\alpha\mu}$) statistique $t-$ pour le coefficient de la constante dans (M1). Test bilatéral de H0 : $\mu = 0$ contre H1 : $\mu \neq 0$;

(F_1) statistique de Fisher de l'hypothèse jointe H0 : $\rho = \mu = 0$ dans (M1), i.e y_{it} suit une marche aléatoire sans dérive, contre H1 : au moins un des deux coefficients est différent de zéro ;

(M2) régression contenant la constante <u>et</u> la tendance linéaire

(τ_τ) statistique pseudo $t-$ de ρ dans (M2). On teste H0 : $\rho = 0$ (y_{it} suit une marche aléatoire sans dérive puisque si $\phi = 1$, la tendance est automatiquement éliminées), contre H1 : $\rho \neq 0$ i.e. y_{it} suit un AR(1) avec tendance affine (constante plus tendance linéaire).

$$\begin{aligned} \Delta y_{it} &= \tilde{\beta} + \rho_1 \Delta y_{it-1} + \varepsilon_t && (H0) \\ &= \mu + \beta t + \rho y_{it-1} + \rho_1 \Delta y_{it-1} + \varepsilon_t, \quad \rho \neq 0 && (H1). \end{aligned}$$

($\tau_{\beta\tau}$) statistique $t-$ pour le coefficient de la tendance linéaire dans (M2). Test bilatéral de H0 : $\beta = 0$ contre H1 : $\beta \neq 0$;

(F_3) statistique de Fisher de l'hypothèse jointe H0 : $\rho = \beta = 0$ dans (M2), i.e y_{it} suit une marche aléatoire avec dérive, contre H1 : au moins un des deux coefficients est différent de zéro (par exemple, y_{it} suit un AR(1) avec tendance, une marche aléatoire avec dérive, une marche aléatoire avec tendance quadratique).

($\tau_{\alpha\tau}$) statistique $t-$ pour le coefficient de la constante dans (M2). Test bilatéral de H0 : $\mu = 0$ contre H1 : $\mu \neq 0$;

(F_2) statistique de Fisher de l'hypothèse jointe H0 : $\rho = \mu = \beta = 0$ dans (M2), i.e y_{it} suit une marche aléatoire pure, contre H1 : au moins un des trois coefficients est différent de zéro.