

# Universidad de Buenos Aires

# RECONOCIMIENTO DE PATRONES

# Trabajo Práctico N°1

Evelyn Olszanowski Ana Carolina Heidenreich Bruno Gomez

> supervisado por Dr. Julio JACOBO

#### May 18, 2021

#### 1 Introducción

La regresión lineal es util para modelar relaciones entre la variable que se desea predecir y el resto de covariables. Los modelos que emplean parámetros de regularización atenúan problemas relacionados con la presencia de predictores correlacionados, riesgo de *overfitting* e inclusion de predictores poco relevantes, mediante la penalización de los coeficientes del modelo (w), como se muestra en la ecuación (1). Tiene el efecto de reducir de forma proporcional el valor de todos los coeficientes del modelo pero sin que estos lleguen a cero. El grado de penalización está controlado por el hiperparámetro  $\lambda$ . Cuando  $\lambda=0$ , la penalización es nula y el resultado es equivalente al de un modelo lineal por mínimos cuadrados ordinarios (OLS). A medida que  $\lambda$  aumenta, mayor es la penalización y menor el valor de los predictores.

$$\sum_{n=1}^{N} (t_n - \boldsymbol{w}^t \boldsymbol{\phi}(x_n))^2 + \frac{\lambda}{2} \sum_{j=1}^{M} |w_j|^q = \text{suma residuos cuadrados} + \frac{\lambda}{2} \sum_{j=1}^{M} |w_j|^q$$
 (1)

Las estrategias más conocidas que incorporan este tipo de penalización son:

#### 1.1 Ridge

La regularización Ridge penaliza la suma de los coeficientes elevados al cuadrado  $(||w||_2^2 = \sum_{i=1}^{M} w_i^2)$ . Para el caso de Ridge el valor de q en la ecuación (1) es dos.

#### 1.2 LASSO

La regularización Lasso penaliza la suma de los valores absolutos de los coeficientes de regresión  $(||w||_1 = \sum_{j=1}^{M} |w_j|)$ . Para el caso de Lasso el valor de q en la ecuación (1) es uno.

#### 1.3 Elastic net

Elastic net incluye una regularización que combina la penalización de norma 1 y norma 2 a través del parámetro r, el cual controla el grado en que influye cada una de las penalizaciones. Su valor está comprendido entre 0 y 1. Cuando r=0, se aplica Ridge y cuando r=1 se aplica LASSO. La combinación de ambas penalizaciones suele dar lugar a buenos resultados. Una estrategia frecuentemente utilizada es asignarle casi todo el peso a la penalización con norma 1 (r muy próximo a 1) para conseguir seleccionar predictores y un poco a la penalización con norma 2 para dar cierta estabilidad en el caso de que algunos predictores estén correlacionados.

$$(\lambda(r||w||_1 + \frac{1}{2}(1-r)||w||_2^2))$$

### 1.4 Objetivo

En este trabajo se empleará la base de datos de *California Housing Prices*, que corresponde a un censo del año 1990 en la provincia de California, Estados Unidos. Cada entrada es un distrito caracterizado por diez variables. El objetivo de este trabajo práctico fue predecir el valor de la variable *median\_housing\_price* utilizando el resto de las covariables del dataset. La estimación se realizó utilizando los tres modelos de regresión con regularización presentados.

```
[1]: # Importamos los paquetes necesarios
     # Python > 3.5
     import sys
     assert sys.version_info >= (3, 5)
     import numpy as np
     import os
     import seaborn as sns
     import pandas as pd
     %matplotlib inline
     import matplotlib as mpl
     import matplotlib.pyplot as plt
     from matplotlib.patches import Patch
     mpl.rc('axes', labelsize=14)
     mpl.rc('xtick', labelsize=12)
     mpl.rc('ytick', labelsize=12)
     from pandas.plotting import scatter_matrix
     # Scikit-Learn >0.20
     import sklearn
     assert sklearn.__version__ >= "0.20"
     from sklearn.model_selection import StratifiedShuffleSplit
     import matplotlib.pyplot as plt
     from zlib import crc32
     import hashlib
     import matplotlib.image as mpimg
     from sklearn.model_selection import train_test_split
     from six.moves import urllib
     from scipy import stats
     from sklearn.metrics import mean_squared_error
     from sklearn import metrics
     from sklearn import linear_model
     from sklearn.pipeline import Pipeline
     from sklearn.preprocessing import PolynomialFeatures
     from sklearn.model_selection import GridSearchCV, train_test_split
     from sklearn.model_selection import (TimeSeriesSplit, KFold, ShuffleSplit,
     StratifiedKFold, GroupShuffleSplit,
```

```
GroupKFold, StratifiedShuffleSplit,cross_val_score)
from sklearn.linear_model import Ridge
from sklearn.base import BaseEstimator, TransformerMixin
from sklearn.preprocessing import StandardScaler
from sklearn.compose import ColumnTransformer
from sklearn.preprocessing import (OrdinalEncoder,OneHotEncoder)
# Donde guardar las figuras
PROJECT_ROOT_DIR = "."
CHAPTER_ID = "end_to_end_project"
IMAGES_PATH = os.path.join(PROJECT_ROOT_DIR, "images", CHAPTER_ID)
os.makedirs(IMAGES_PATH, exist_ok=True)
def save_fig(fig_id, tight_layout=True, fig_extension="png", resolution=300):
    path = os.path.join(IMAGES_PATH, fig_id + "." + fig_extension)
    print("Saving figure", fig_id)
    if tight_layout:
        plt.tight_layout()
    plt.savefig(path, format=fig_extension, dpi=resolution)
```

Cargamos los datos y miramos las 5 primeras entradas

```
[2]: housing = pd.read_csv("data/housing.csv");
housing.head();
```

# 2 Exploración de los datos

La base de datos cuenta con 10 variables, donde 9 seran features predictoras y "median\_house\_value" será la variable target.

```
[3]: housing.head()
[3]:
        longitude latitude housing_median_age total_rooms total_bedrooms \
     0
          -122.23
                      37.88
                                            41.0
                                                        880.0
                                                                         129.0
     1
          -122.22
                      37.86
                                            21.0
                                                       7099.0
                                                                        1106.0
     2
         -122.24
                      37.85
                                            52.0
                                                       1467.0
                                                                         190.0
          -122.25
     3
                      37.85
                                            52.0
                                                       1274.0
                                                                         235.0
          -122.25
                      37.85
                                            52.0
                                                       1627.0
                                                                         280.0
        population households
                                median_income median_house_value ocean_proximity
     0
             322.0
                         126.0
                                        8.3252
                                                           452600.0
                                                                           NEAR BAY
     1
            2401.0
                        1138.0
                                        8.3014
                                                           358500.0
                                                                           NEAR BAY
     2
             496.0
                         177.0
                                        7.2574
                                                           352100.0
                                                                           NEAR BAY
     3
             558.0
                         219.0
                                        5.6431
                                                          341300.0
                                                                           NEAR BAY
     4
             565.0
                         259.0
                                        3.8462
                                                           342200.0
                                                                           NEAR BAY
[4]: housing.columns
```

Con gráficos de violin (Figura 1) observamos la distribución de las features. Observamos que 'longitude' y 'latitude' presentan una distribución bimodal. A su vez observamos que 'total\_rooms', 'total\_bedrooms', 'population', 'households', están sesgadas a derecha y 'median\_income', 'median\_house\_value' tienen un grado menor de sesgo también a derecha.

```
[5]: colnames = housing.columns
fig = plt.figure(figsize=(16,12))
for i in range(1, 10):
    ax = plt.subplot(3, 3, i)
    ax.set_xlabel(colnames[i-1])
    sns.violinplot(data=housing.iloc[:,i-1], orient= "h")
```

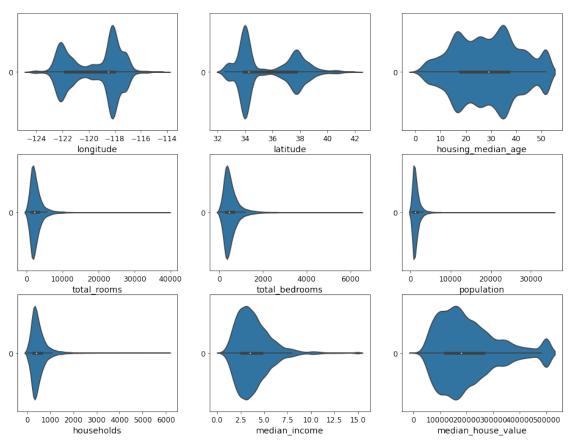


Figura 1

La tabla cuenta con datos de 20640 distritos. Como se puede obsevar en la tabla que sigue, la variable 'total\_bedrooms' posee 207 datos faltantes.

#### [6]: housing.info()

```
<class 'pandas.core.frame.DataFrame'>
RangeIndex: 20640 entries, 0 to 20639
Data columns (total 10 columns):
 #
                       Non-Null Count Dtype
    Column
    -----
                       _____
___
    longitude
                       20640 non-null float64
 0
                       20640 non-null float64
 1
    latitude
    housing_median_age 20640 non-null float64
 3
    total_rooms
                       20640 non-null float64
 4
    total_bedrooms
                       20433 non-null float64
 5
    population
                       20640 non-null float64
 6
    households
                       20640 non-null float64
 7
    median_income
                       20640 non-null float64
    median_house_value 20640 non-null float64
```

9 ocean\_proximity 20640 non-null object dtypes: float64(9), object(1) memory usage: 1.6+ MB

Discretizamos la variable median\_income en 5 categorías. Vemos que las proporciones categorías no son uniformes.

```
[7]: # Download the California image
  images_path = os.path.join(PROJECT_ROOT_DIR, "images", "end_to_end_project")
  os.makedirs(images_path, exist_ok=True)
  DOWNLOAD_ROOT = "https://raw.githubusercontent.com/ageron/handson-ml2/master/"
  filename = "california.png"
  print("Downloading", filename)
  url = DOWNLOAD_ROOT + "images/end_to_end_project/" + filename
  urllib.request.urlretrieve(url, os.path.join(images_path, filename))
```

Downloading california.png

El grafico de la Figura 2 presenta la distribución geográfica de la mediana del valor de las casas por distrito en California. Donde el tamaño de punto es proporcional al tamaño de la población en ese distrito y el color del punto indica el valor de la variable target median\_house\_value. Se puede observar que las regiones de San Francisco y Los Angeles concentran la mayor cantidad de puntos rojos correspondientes a valores de mediana más elevados por distrito.

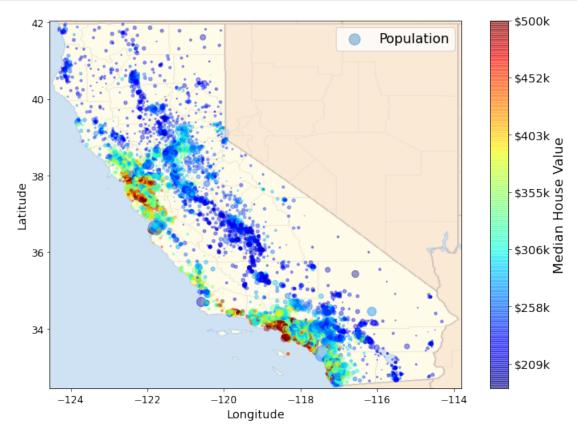


Figura 2

En la Figura 3 se pueden observar los valores de la matriz de correlación entre las variables. Vemos que las variables 'total\_rooms', 'total\_bedrooms', 'population' y 'households', presentan valores de corelación cercanos a uno, por tanto dichas covariables seran transformadas de manera de resumir la informacion concentrada en ellas tal como se verá en la sección XXX.

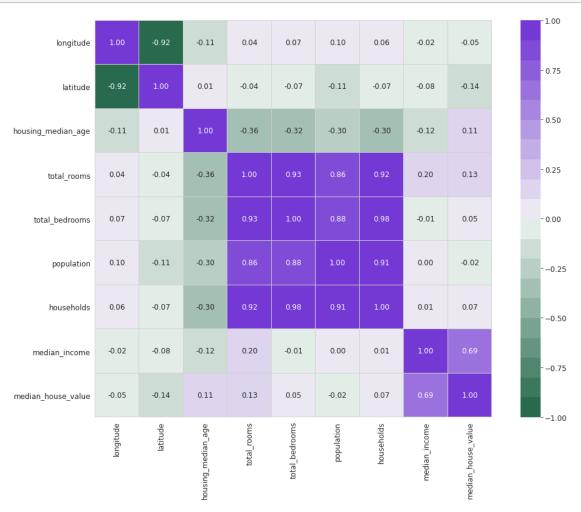


Figura 3

# 3 Metodología

#### 3.1 Separación en sets de train y test

Empleamos la estrategia de muestreo estratificado utilizando la variable median\_income, para no incluir un sesgo en el muestreo. Dividimos las observaciones en subgrupos homogéneos respetando la distribución que presenta el gráfico de la Figura 4. Este método garantiza que tanto el set de test y de train sean representativos de toda la población.

[10]: Text(0.5, 1.0, 'Distribucion de ingresos en 5 grupos')

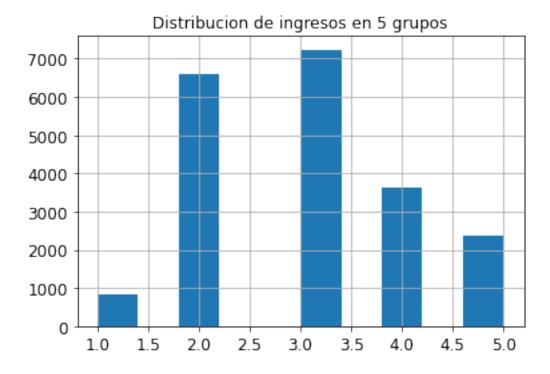


Figura 4

Comparamos las proporciones de la variable income\_cat entre el data set completo, el set de testing resultado de un muestreo aleatorio y un muestreo estratificado. Vemos que el muestreo estratificado representa mejor las proporciones originales del set completo, por lo tanto elegimos este para realizar la división de datos.

```
[11]: split = StratifiedShuffleSplit(n_splits=1, test_size=0.2, random_state=42)
     for train_index, test_index in split.split(housing, housing["income_cat"]):
         strat_train_set = housing.loc[train_index]
         strat_test_set = housing.loc[test_index]
     def income_cat_proportions(data):
         return data["income_cat"].value_counts() / len(data)
     train_set, test_set = train_test_split(housing, test_size=0.2, random_state=42)
     compare_props = pd.DataFrame({
         "Overall": income_cat_proportions(housing),
          "Stratified": income_cat_proportions(strat_test_set),
         "Random": income_cat_proportions(test_set),
     }).sort_index()
     compare_props["Rand. %error"] = 100 * compare_props["Random"] /__
       compare_props["Strat. %error"] = 100 * compare_props["Stratified"] /__
       →compare_props["Overall"] - 100
     compare_props
```

```
[11]:
        Overall Stratified Random Rand. %error Strat. %error
                                       0.973236
     1 0.039826 0.039729 0.040213
                                                   -0.243309
     2 0.318847 0.318798 0.324370
                                       1.732260
                                                   -0.015195
     3 0.350581 0.350533 0.358527
                                       2.266446
                                                   -0.013820
                  0.176357 0.167393
     4 0.176308
                                      -5.056334
                                                    0.027480
     5 0.114438
                  0.114583 0.109496
                                      -4.318374
                                                    0.127011
```

#### 3.2 Procesamiento y limpieza de datos

```
[12]: #sacamos la variable income_cat dado que sólo fue utilizada para dividir

→estratificadamente el data set

strat_train_set = strat_train_set.drop("income_cat", axis=1)

strat_test_set = strat_test_set.drop("income_cat", axis=1)
```

Para la preparación de datos seguimos los siguientes pasos: \* Limpieza de datos faltantes \* Estandarización de covariables numéricas excepto 'longitude' y 'latitude' \* Transformacion de variables 'total\_rooms', 'total\_bedrooms', 'population' y 'households' en rooms\_per\_household, population\_per\_household, bedrooms\_per\_room \* Transformación de la variable categorica mediante la funcion <code>oneHotEncoder()</code> generando cinco variables numericas binarias (una por cada categoria).

Este pipeline de procesamiento fue aplicado tanto al set de train como al set de test.

```
[13]: #esto lo hacemos para que el pipeline funcione correctamente. Simplemente
       →transforma el dataset en un ndArray
      #para que luego pueda utilizarlo la transformacion con CombinedAttributesAdder
      class ConvertToNDArray(BaseEstimator, TransformerMixin):
          def __init__(self): # no *args or **kargs
              return None
          def fit(self, X, y=None):
              return self # nothing else to do
          def transform(self, X):
              return X.values
      convert_toNdArray = ConvertToNDArray()
      class CombinedAttributesAdder(BaseEstimator, TransformerMixin):
          def __init__(self, add_bedrooms_per_room=True,rooms_ix=2, bedrooms_ix=3,__
       →population_ix=4, households_ix=5): # no *args or **kargs
              self.add_bedrooms_per_room = add_bedrooms_per_room
              self.rooms_ix = rooms_ix
              self.bedrooms_ix=bedrooms_ix
              self.population_ix=population_ix
              self.households_ix=households_ix
          def fit(self, X, y=None):
              return self # nothing else to do
          def transform(self, X):
              rooms_per_household = X[:, self.rooms_ix] / X[:, self.households_ix]
              population_per_household = X[:, self.population_ix] / X[:, self.
       →households_ix]
              if self.add_bedrooms_per_room:
                  bedrooms_per_room = X[:, self.bedrooms_ix] / X[:, self.rooms_ix]
                  return np.c_[X, rooms_per_household, population_per_household,
                               bedrooms_per_room]
              else:
                  result = np.c_[X, rooms_per_household, population_per_household]
                  return result
[14]: def processingData(dataSet, targetFeature, categoricalFeature, col_names,_
       ⇔extra_attribs):
              #quitamos los nan
              dataSet_withoutnan = dataSet.dropna().copy()
              \#dividimos\ el\ dataset\ en\ las\ variables\ que\ se\ usan\ en\ la\ prediccion\ y\ la_{\sqcup}
       →variable a predecir
              data = dataSet_withoutnan.drop(targetFeature, axis=1).copy() # drop_u
       → labels for training set
              data_labels = dataSet_withoutnan[targetFeature].copy()
```

```
print("procesando los datos numericos...\n")
              numerical_data = data.drop([categoricalFeature, "longitude",__
       →"latitude"], axis=1).copy()
              #obtenemos los indices de las columnas que luego vamos a combinar
              rooms_ix, bedrooms_ix, population_ix, households_ix = [
                  data.columns.get_loc(c) for c in col_names] # get the column indices
              #generamos el dataframe con los atributos extra
              attr_adder = CombinedAttributesAdder(add_bedrooms_per_room=True)
              data_extra_attribs = attr_adder.transform(data.values)
              data_extra = pd.DataFrame(
                  data_extra_attribs,
                  columns=list(data.columns)+extra_attribs,
                  index=data.index)
              num_pipeline = Pipeline([
              ('convert_toNdArray', ConvertToNDArray()),
              ('attribs_adder', CombinedAttributesAdder()),
              ('std_scaler', StandardScaler()),
              1)
              #procesamos los datos categoricos
              print("procensando variables categoricas...\n")
              cat_attribs = [categoricalFeature]
              full_pipeline = ColumnTransformer([
                      ("num", num_pipeline, list(numerical_data)),
                      ("cat", OneHotEncoder(), cat_attribs),
                  1)
              data_prepared = full_pipeline.fit_transform(data_extra.iloc[:, 2:])
              #devolvemos los datos procesados y los objetivos
              print("procesamiento finalizado :D")
              return data_prepared, data_labels, data_extra
[15]: train, train_labels, data_processed = processingData(strat_train_set,_u

→ "median_house_value",
                      "ocean_proximity",
                      ["total_rooms", "total_bedrooms", "population", "households"],
                      ["rooms_per_household", __
       →"population_per_household","bedrooms_per_room"])
```

#procesamos primero los datos numericos

procesando los datos numericos...

```
procensando variables categoricas...
     procesamiento finalizado :D
[16]: test, test_labels, data_processed_test = processingData(strat_test_set,_

¬"median_house_value",
                                             "ocean_proximity",
                                              ["total_rooms", "total_bedrooms", u

¬"population", "households"],
                                             ["rooms_per_household", _
       →"population_per_household","bedrooms_per_room"])
     procesando los datos numericos...
     procensando variables categoricas...
     procesamiento finalizado :D
[17]: def correlationPostTransform(data_prepared, df_extra_attr):
         combined_data=np.c_[df_extra_attr.iloc[:, 0:2], data_prepared].copy()
         names = ['longitude', 'latitude', 'housing_median_age', 'total_rooms',
                 'total_bedrooms', 'population', 'households', 'median_income',
                  'rooms_per_household', 'population_per_household', u
       data_corr = pd.DataFrame(
             combined_data,
              columns=list(names)+["0", "1", "2", "3", "4"],#+5
              index=df_extra_attr.index).astype(float).copy()
         attributes = ['housing_median_age', 'total_rooms',
                 'total_bedrooms', 'population', 'households', 'median_income',
                  'rooms_per_household', 'population_per_household', u
       axes = scatter_matrix(data_corr[attributes], alpha=0.2, hist_kwds={'bins':
       \rightarrow30}, figsize=(12,8))
         for ax in axes.flatten():
             ax.xaxis.label.set_rotation(90)
             ax.yaxis.label.set_rotation(0)
             ax.yaxis.label.set_ha('right')
         plt.gcf().subplots_adjust(wspace=0, hspace=0)
         plt.show()
         corr_matrix_pr = data_corr.corr()
```

La relación entre los atributos numéricos estandarizados incluyendo las variables transformadas, exceptuando 'longitude' y 'latitude' se observa en los *scatterplots* de las figuras 5 (train) y 7 (test). Los valores de correlación entre los atributos se puede observa en la figura 6 (train) y 8 (test).

[18]: train\_transf, data\_train\_transf = correlationPostTransform(train,data\_processed)

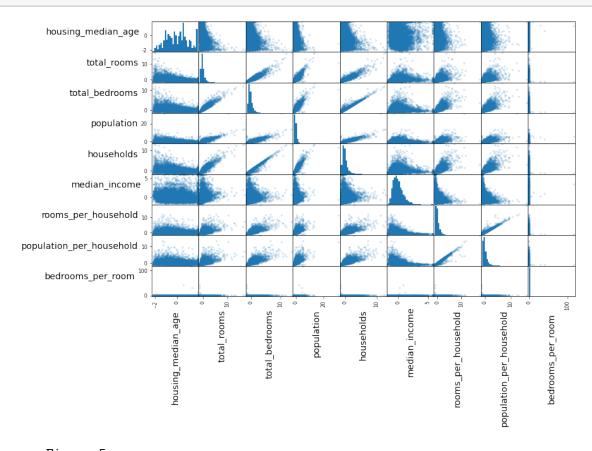


Figura 5

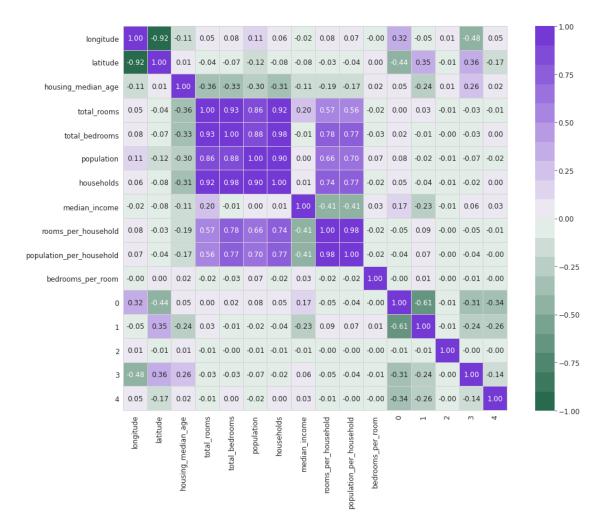


Figura 6

```
[19]: test_transf, data_test_transf = □

→correlationPostTransform(test,data_processed_test)
```

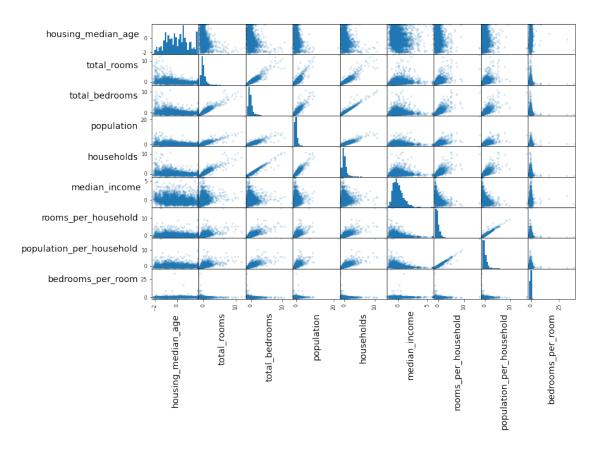


Figura 7

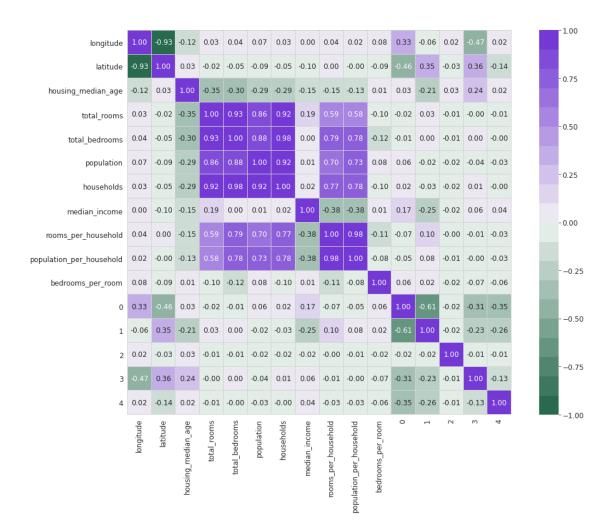


Figura 8

```
index=df_extra_attr.index).astype(float).drop(namesToDrop, axis=1).copy()
corr_matrix_pr = data_corr.corr()
paleta = sns.diverging_palette(150, 275, s=80, l=40, n=20)
with sns.axes_style("white"):
    f, ax = plt.subplots(figsize=(17, 12))
    ax = sns.heatmap(corr_matrix_pr,
                     annot=True,
                     annot_kws={'size': 12},
                     fmt='.2f',
                     vmax=1,
                     vmin=-1,
                     square=True,
                     linewidths=.01,
                     linecolor='lightgray',
                     cmap=paleta)
return combined_data, data_corr
```

Los valores de correlación entre los atributos numéricos estandarizados, exceptuando 'longitude' y 'latitude' se observa en las figuras 9 (train) y 10 (test).

```
[44]: train_notTransf, data_train_notTransf = □

→finalizacionDeProcesamiento_notTransf(train,data_processed)

test_notTransf, data_test_notTransf = □

→finalizacionDeProcesamiento_notTransf(test,data_processed_test)
```

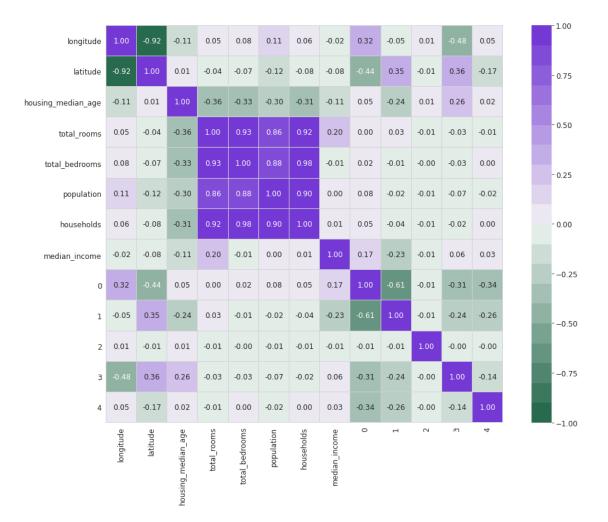


Figura 9

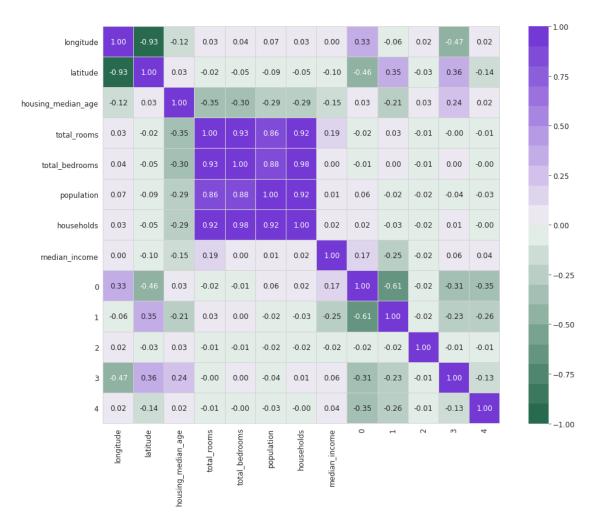


Figura 10

Los valores de correlación entre los atributos numéricos estandarizados, exceptuando 'longitude' y 'latitude' se observa en las figuras 11 (train) y 12 (test). En este caso se eliminaron los atributos que se utilizaron para las transformaciones y dos de las features transformadas.



Figura 11



Figura 12

#### 3.3 Entrenamiento de los modelos

```
[21]: def selectValuesForHyperparameter(initialValue, lastValue, jumps):
    rv = []
    for v in range(int(initialValue*100), int(lastValue*100),int(jumps*100)):
        rv.append(float(v/100));
    return rv

def models(train, train_labels, test, test_labels):
    alphaValues = selectValuesForHyperparameter(0.8, 3, 0.2)

#LASSO

#búsqueda de hiperpatámetro
```

```
lasso_params = {'alpha':alphaValues}
  lasso = linear_model.Lasso(max_iter=5000)
  clf_lasso = GridSearchCV(lasso, lasso_params, cv=10,
                                   scoring='neg_mean_squared_error',
                                   return_train_score=True)
  clf_lasso.fit(train, train_labels)
  print('El valor del hiperparámetro seleccionado para LASSO es:
→'+str(clf_lasso.best_params_['alpha'])+'\n')
  #train
  lasso = linear_model.LassoCV(alphas=[clf_lasso.best_params_['alpha']],
                              max_iter=5000,
                              cv=10,
                              random_state=0)
  lasso.fit(train, train_labels)
  #test
  housing_predictions_lasso = lasso.predict(test)
  lin_mse_lasso = mean_squared_error(test_labels, housing_predictions_lasso)
  lin_rmse_lasso = np.sqrt(lin_mse_lasso)
  #RIDGE
  #búsqueda de hiperpatámetro
  alphaValues = selectValuesForHyperparameter(1, 10, 0.1)
  ridge_params = {'alpha':alphaValues}
  ridge = Ridge(max_iter=5000)
  clf_ridge = GridSearchCV(ridge, ridge_params, cv=10,
                                       scoring='neg_mean_squared_error',
                                       return_train_score=True)
  clf_ridge.fit(train, train_labels)
  print('El valor del hiperparámetro seleccionado para Ridge es:
→'+str(clf_ridge.best_params_['alpha'])+'\n')
  #train
  ridge = linear_model.RidgeCV(alphas=[clf_ridge.best_params_['alpha']],
                            cv=10.
                            scoring='neg_mean_squared_error')
  ridge.fit(train, train_labels)
  #t.est
  housing_predictions_ridge = ridge.predict(test)
  lin_mse_ridge = mean_squared_error(test_labels, housing_predictions_ridge)
  lin_rmse_ridge = np.sqrt(lin_mse_ridge)
```

```
#ELASTIC NET
  #búsqueda de hiperpatámetro
  alphaValues = selectValuesForHyperparameter(0.2, 10, 0.2);
  11Values = selectValuesForHyperparameter(0.05, 1, 0.05);
  elastic_params = {'alpha':alphaValues, 'l1_ratio':l1Values}
  elastic = linear_model.ElasticNet(max_iter=5000)
  clf_elastic = GridSearchCV(elastic, elastic_params, cv=10,
                                       scoring='neg_mean_squared_error',
                                       return_train_score=True)
  clf_elastic.fit(train, train_labels)
  print('El valor de los hiperparámetros seleccionados para Elastic Net es: u
→alpha:'+str(clf_elastic.best_params_['alpha'])+', l1:'+str(clf_elastic.
⇒best_params_['l1_ratio'])+'\n')
  #train
  elastic = linear_model.ElasticNetCV(alphas=[clf_elastic.
⇔best_params_['alpha']],
                                 11_ratio=[clf_elastic.
→best_params_['l1_ratio']],
                                 max_iter=5000,
                                 cv=10)
  elastic.fit(train, train_labels)
  #t.est
  housing_predictions_elastic = elastic.predict(test)
  lin_mse_elastic = mean_squared_error(test_labels,__
→housing_predictions_elastic)
  lin_rmse_elastic = np.sqrt(lin_mse_elastic)
  #Comparación de los RMSE para los tres modelos
  print("El RMSE para Lasso es:"+str(lin_rmse_lasso)+'\n')
  print("El RMSE para Ridge es:"+str(lin_rmse_ridge)+'\n')
  print("El RMSE para Elastic Net es:"+str(lin_rmse_elastic)+'\n')
```

# 4 Resultados y Discusión

```
[45]: # 1
models(data_train_notTransf, train_labels, data_test_notTransf, test_labels)

El valor del hiperparámetro seleccionado para LASSO es:0.8

El valor del hiperparámetro seleccionado para Ridge es:1.0
```

```
El valor de los hiperparámetros seleccionados para Elastic Net es: alpha:0.2,
     11:0.95
     El RMSE para Lasso es:67236.40792328252
     El RMSE para Ridge es:67259.11714088148
     El RMSE para Elastic Net es:67458.41749028569
[22]: # 2
      models(train_transf, train_labels, test_transf, test_labels)
     El valor del hiperparámetro seleccionado para LASSO es:0.8
     El valor del hiperparámetro seleccionado para Ridge es:1.0
     El valor de los hiperparámetros seleccionados para Elastic Net es: alpha:0.2,
     11:0.95
     El RMSE para Lasso es:67288.37743804531
     El RMSE para Ridge es:67310.25810605213
     El RMSE para Elastic Net es:67457.45464337643
[48]: # 3
      models(data_train_dropped, train_labels, data_test_dropped, test_labels)
     El valor del hiperparámetro seleccionado para LASSO es:0.8
     El valor del hiperparámetro seleccionado para Ridge es:1.0
     El valor de los hiperparámetros seleccionados para Elastic Net es: alpha:0.2,
     11:0.95
     El RMSE para Lasso es:70445.1158831168
     El RMSE para Ridge es:70472.70611634907
     El RMSE para Elastic Net es:70642.7491364116
     Se compararon los tres modelos lineales con tres selecciones de variables distintas:
```

1) Features originales (Figura 9 y 10)

- 2) Features originales + nuevas features calculadas a partir de 4 de las originales. (Figuras 6 y 8)
- 3) Una selección acotada de features originales y seleccionando sólo una de los nuevos atributos. (Figuras 11 y 12)

Observamos que los valores más pequeños de RMSE se obtuvieron para el data-set con los atributos originales (1). Comparando los valores de los RMSE obtenidos para los tres modelos, el mejor resultó ser LASSO para las tres selecciones de atributos que se utilizaron.