

Medición experimental de la gravedad local en el edificio C4 del Tecnológico de Costa Rica

Valeria Bonilla Rojas¹, Daniel Espinoza Castro²,
Ever Ortega Calderón³, Anthonny Seas Hidalgo⁴

¹valbo2108@estudiantec.cr, ²despinoza016@estudiantec.cr,
³everoc.2706@estudiantec.cr, ⁴tonysh21@estudiantec.cr

Unidad Académica de Licenciatura en Ingeniería Física
Tecnológico de Costa Rica

Resumen—En este artículo se presenta un enfoque alternativo para la medición experimental de la gravedad local en el edificio C4 del Tecnológico de Costa Rica. El objetivo principal es desarrollar un método efectivo basado en la primera ley de Newton y la ley de Hooke, utilizando los valores de elongación y constante de restitución de un resorte. La metodología propuesta incluye varias etapas, inicialmente la determinación experimental de las constantes de restitución mediante un dinamómetro y una regla, además de la medición de las elongaciones de los resortes al aplicar diferentes pesas calibradas, lo que permite establecer una relación lineal entre la fuerza aplicada y la elongación del resorte. Se obtuvieron resultados que muestran valores cercanos a la realidad para dos de los resortes, mientras que para los otros dos se observaron discrepancias significativas. Sin embargo, los análisis de varianza no revelaron diferencias significativas entre las medias. Los resultados obtenidos respaldan la viabilidad y la precisión del método propuesto para casos específicos, aunque se señala la necesidad de mejorar la precisión de los instrumentos utilizados y establecer criterios más estrictos para la validación de las mediciones.

Palabras clave—regresión, resortes, ANOVA

I. INTRODUCCIÓN

I-A. Justificación

La medición de la gravedad local es fundamental para una gran variedad de aplicaciones en la ciencia y la ingeniería. Sin embargo, los métodos tradicionales experimentales para su cálculo suelen ser complejos y costosos, lo que dificulta su aplicación en ciertos contextos. Por esta razón, el desarrollo de un método alternativo que permita medir la gravedad local con mayor rapidez y practicidad resulta altamente beneficioso.

Este proyecto al presentar una alternativa para la medición de la gravedad local basada en la primera Ley de Newton y en la Ley de Hooke para obtener los valores de elongación y constante de restitución de un resorte, implica que se pueda calcular la gravedad local con una incertidumbre conocida de una forma más eficiente y sencilla. Además, es importante destacar que los métodos convencionales de medición de la gravedad implican el uso de instrumentos costosos y o bien cálculos complejos, esto debido a que en laboratorios para obtener dicha medición, se utilizan equipos de alta gama tecnológica en conjunto a principios físicos como caída libre

o el péndulo simple. Un ejemplo de equipos que se usa para la medición son microcontroladores, específicamente el microcontrolador PIC 16F84A, el cual es usado en laboratorios para el método por caída libre, así también para el caso del péndulo simple, los sensores utilizados son de alto costo. Por otro lado, existe la ecuación de Thulin que aparece en la OIML N°127, la cuál surge por medio de aproximaciones computacionales con el fin de servir como una fórmula estandarizada para el cálculo de la gravedad local en cualquier parte del mundo, tomando en cuenta la latitud, la longitud y la altitud geográfica [1]. El método experimental propuesto es más accesible y económico, ya que requiere únicamente de un dinamómetro y un conjunto de pesas calibradas.

Para lograr este objetivo, se llevará a cabo una serie de procedimientos experimentales que permitirán determinar la constante de restitución de los resortes a utilizar, medir la elongación del resorte por medio de un sistema de pesas calibradas, establecer una relación lineal entre la fuerza aplicada y la elongación del resorte, y estimar las incertidumbres asociadas al proceso de medición mediante un análisis por método de Montecarlo. De esta manera, se obtendrá una alternativa efectiva y más accesible para la medición de la gravedad local, lo que representa un avance significativo en la investigación y la aplicación de esta importante magnitud física.

I-B. Objetivos

I-B1. Objetivo General: Desarrollar un método alternativo para la medición de la gravedad local con su respectiva incertidumbre por medio de la primera ley de Newton, utilizando los valores de elongación y constante de restitución de un resorte obtenida por medio de la ley de Hooke, con el fin de proporcionar una alternativa efectiva del cálculo convencional de la gravedad.

I-B2. Objetivos Específicos:

- Determinar experimentalmente las constantes de restitución de los resortes a utilizar en el proyecto, a través de un valor conocido y determinado de fuerza, utilizando un sistema compuesto por un dinamómetro, para tener un valor de referencia para el cálculo de la gravedad.

- Medir la elongación de los resortes utilizados, por medio del desplazamiento ocasionado por el peso de una serie de pesas calibradas, con incertidumbres conocidas, para poder aplicar la ley de Hooke en el cálculo de la gravedad local.
- Establecer una relación lineal entre la fuerza aplicada y la elongación del resorte, mediante la evaluación de la elongación del mismo, ante la exposición del sistema de medición a diferentes pesas calibradas, con el fin de obtener el valor de gravedad y con el mismo realizar la calibración del sistema de medición.
- Estimar las incertidumbres asociadas al proceso de medición del sistema realizado, utilizando un análisis por método de Montecarlo, que permita determinar la incertidumbre en la medición de la gravedad local.

I-C. Definición de incertidumbres

Para el caso de la determinación del coeficiente de restitución de cada resorte:

I-C1. Dinamómetro:

- **Resolución:** Definida como una distribución rectangular entre la mitad de la mínima división de escala del dinamómetro (1 N).
- **Resolución del cero:** Definida como una distribución rectangular entre la mitad de la mínima división de escala del dinamómetro (1 N).
- **Histéresis:** Definida como una distribución rectangular entre la diferencia de las mediciones en ascenso y descenso.

I-C2. Regla:

- **Resolución:** Definida como una distribución rectangular entre la mitad de la mínima división de escala de la regla (0,000 25 m).

I-C3. Repetibilidad:

- Definido como una distribución t-student con 9 grados de libertad.

A su vez se adjunta en la figura 1 el diagrama de causa-efecto para la obtención de la constante de restitución del resorte.

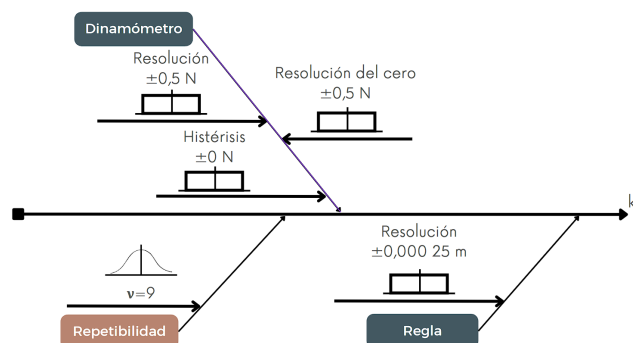


Figura 1: Función de medición de constante de restitución.

Para el caso del cálculo experimental de la gravedad en cada punto de medición para cada resorte:

I-C4. Balanza:

- **Resolución masa del plato:** Definida como una distribución rectangular entre la mitad de la mínima división de escala de la balanza (0,000 000 005 kg).
- **Resolución masa del resorte:** Definida como una distribución rectangular entre la mitad de la mínima división de escala de la balanza (0,000 000 05 kg / 0,000 000 005 kg).
- **Resolución masa de la pesa:** Definida como una distribución rectangular entre la mitad de la mínima división de escala de la balanza (0,000 000 5 kg / 0,000 000 005 kg).

I-C5. Pesas:

- **Certificado:** Definido por el certificado de calibración de la pesa en una distribución normal con un factor de cobertura igual a 2 (0,000 05 kg / 0,000 1 kg / 0,000 007 kg / 0,000 003 kg / 0,000 002 kg).

I-C6. Regla:

- **Resolución:** Definida como una distribución rectangular entre la mitad de la mínima división de escala de la regla (0,000 5 m).

I-C7. Coeficiente de restitución del resorte:

- **Certificado:** Definido por la incertidumbre estándar expandida antes obtenida en una distribución normal con un factor de cobertura igual a 2.

I-C8. Ecuación:

- **Regresión:** Incertidumbre obtenida para la ecuación de regresión lineal en una distribución normal con un factor de cobertura igual a 2.

I-C9. Repetibilidad:

- Definido como una distribución t-student con 4 grados de libertad.

A su vez se adjunta en la figura 2 el diagrama de causa-efecto para la obtención experimental de la gravedad

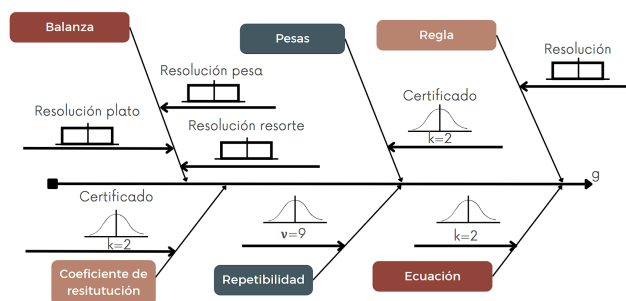


Figura 2: Función de medición de gravedad experimental.

II. METODOLOGÍA

La metodología propuesta para este proyecto consta de diversas etapas para desarrollar un método alternativo y experimental de medición de la gravedad utilizando la primera ley de Newton y la ley de Hooke. Inicialmente, se realizará la medición de la masa de los cuatro resortes, el plato y las pesas a utilizar. Posteriormente, se llevará a cabo una determinación experimental de la constante de restitución de

los resortes mediante un dinamómetro y una regla. Utilizando el coeficiente de restitución calculado, se aplicarán diferentes pesas calibradas sobre un extremo del resorte para calcular la gravedad local despejada de la primera ley de Newton. Finalmente, se estimarán las incertidumbres asociadas al proceso de medición utilizando un análisis por método de Montecarlo para determinar la precisión y confiabilidad del método propuesto. A continuación, se detallará cada una de las etapas de la metodología en mayor profundidad.

II-A. Determinación del coeficiente de restitución del resorte

1. Utilizar un dinamómetro unido a un resorte (con su otro lado fijo), como se muestra en la figura 3a, el cual, basándose en la ley de Hooke, es elongado a cierta distancia y de ella depende su fuerza de restitución. Esto ya que la mayoría de resortes en el mercado no indican con dicho dato.
2. Seguidamente se toman los datos de la elongación que experimenta el resorte a una fuerza fija definida (20 N y 1 N). Con dichos datos, se aplica la ley de Hooke para la obtención de la constante de restitución. Dicho proceso se efectúa en 10 veces para obtener así el mejor estimador.
3. Se calculan las incertidumbres asociadas a la determinación de la constante de restitución de resorte definidas anteriormente.
4. Se calcula la incertidumbre del modelo por medio del método Montecarlo.



(a) Modelo para la medición de la constante de restitución.

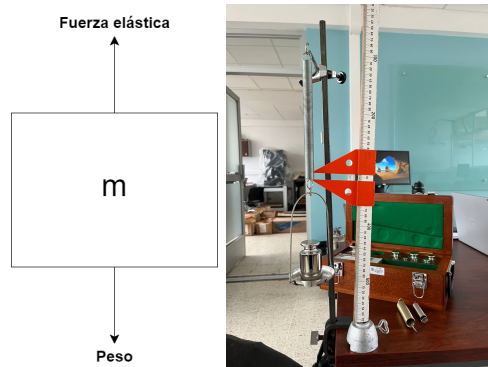


(b) Implementación del modelo.

Figura 3: Sistema para medición de la constante de restitución del resorte.

II-B. Cálculo experimental de la gravedad

1. Colocar en el resorte cargas con masas calibradas.
2. Medir la elongación que se produce en el resorte.
3. El sistema sigue el diagrama de cuerpo libre de la figura 4a en el cual la fuerza elástica está dada por la Ley de Hooke y el peso representa al del resorte, el plato y la pesa.



(a) Diagrama de cuerpo libre. (b) Implementación del sistema de medición de gravedad.

Figura 4: Sistema para medición de la gravedad.

4. Al aplicar la primera ley de Newton, se puede encontrar el valor de la gravedad
5. El proceso descrito anteriormente en esta sección se repite 5 veces con el fin de obtener variabilidad estadística, para posteriormente calcular el mejor estimador de la gravedad en tres puntos de medición.
6. Se calculan las incertidumbres asociadas a la determinación de la gravedad definidas anteriormente.
7. Se calcula la incertidumbre del modelo por medio del método Montecarlo.

II-C. Diseño de experimentos

Con el fin de analizar el comportamiento de los resultados obtenidos para el valor de la gravedad experimental, se realizan dos análisis de varianza (ANOVA) para determinar si existen diferencias significativas entre los resultados de la gravedad de las distintos resortes se toman en cuenta las variaciones entre resortes y la variación de las masas calibradas utilizadas como factores. Es decir, se trata de un ANOVA de dos factores con repetibilidad, donde cada nivel de cada variable contará con 5 réplicas. Esto ya que los resortes se dividen en dos grupos, los que se esperan tener una constante de restitución alta (A y B) y los que se esperan que tengan una constante de restitución baja (C y D) y que al tener una diferencia tan grande en cuanto al orden de los coeficientes de restitución entre los dos grupos, se necesitan utilizar pesas con magnitudes que se ajusten a las capacidades de cada grupo.

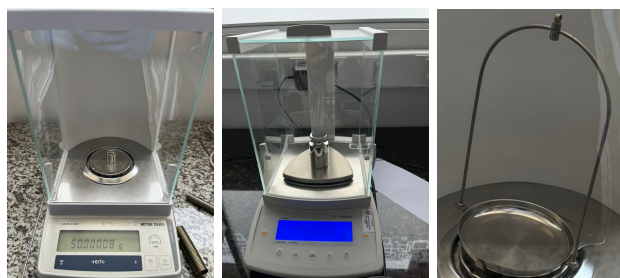
III. EQUIPOS E INSTRUMENTOS

En el cuadro I se muestran los diferentes equipos e instrumentos utilizados en el cálculo de la constante de restitución y gravedad experimental.

Cuadro I: Equipos empleados para el cálculo de la gravedad local experimental.

Equipo o instrumento de medida	Marca	Modelo	Código interno
Dinamómetro 5 N	PASCO	NR	NR
Dinamómetro 70 N	PHYWE	NR	NR
Regla	NR	NR	NR
Balanza de doble rango	Mettler Toledo	AB265-S/FACT	EFD-M-031
Balanza electrónica	Sartorius	CPA1003S	EFD-M-030
Plato	NR	NR	NR
Resortes	NR	NR	NR
Juego de pesas de 1 mg a 1 kg Clase F1	Sartorius	NR	EFD-M-026

Por su parte, en la figura 5 se muestran los instrumentos sometidos al modelo de medición.



(a) Balanza Metler Toledo. (b) Balanza Sartorius. (c) Plato.



(d) Dinamómetro 5 N. (e) Dinamómetro 70 N. (f) Regla.



(g) Resortes. (h) Pesas.

Figura 5: Instrumentos sometidos al proceso de medición.

IV. DATOS Y RESULTADOS

Los datos recopilados experimentalmente se encuentran en el apartado de anexos, relacionados con las mediciones de masa de los instrumentos y pesas utilizadas, las mediciones de los coeficientes de restitución de los resortes y de la elongación de los resortes para la medición de la gravedad.

Cuadro II: Resultado experimental del coeficiente de restitución para diferentes resortes

Resorte	Coefficiente de restitución (N/m)	Incertidumbre estándar combinada (N/m)	Incertidumbre estándar expandida $k=2$ (N/m)
A	309,4	1,8146	3,6
B	549,5	1,9211	3,8
C	7,94	0,4083	0,82
D	7,12	0,4087	0,82

IV-1. Cálculo del modelo de regresión lineal: Con los resultados de los anexos F y G, más la masas aplicadas y los obtenidos para la constante de restitución en el cuadro II, se aplicó el cálculo de regresión lineal, obteniendo el valor de la gravedad experimental con su respectiva incertidumbre estándar expandida con un factor de cobertura igual a 2, mostrados en el cuadro III.

Cuadro III: Resultado del cálculo del modelo de regresión lineal para la gravedad local en diferentes resortes

Resorte	Gravedad (m/s^2)	Incertidumbre (m/s^2)	Fuerza desconocida (N)	Incertidumbre (N)
A	9,365	11,635	-1,797	11,635
B	13,304	11,635	-5,19	11,635
C	11,329	1,035	-0,157	1,035
D	9,835	1,035	-0,54	1,035

IV-2. Cálculo de incertidumbres por medio del método de Monte Carlo: Considerando las incertidumbres definidas en el 2, se genera el cálculo de incertidumbres por el método de Monte Carlo. Para el cual se obtienen los resultados de gravedad experimental local e incertidumbre estándar expandida en una distribución normal y un factor de cobertura igual a 2, mostrados en el cuadro IV.

Cuadro IV: Resultado de gravedad experimental local para diferentes resortes

Resorte	Gravedad experimental (m/s^2)	Incertidumbre estándar combinada (m/s^2)	Incertidumbre estándar expandida $k=2$ (m/s^2)
A	9,4	19,317	38,6
B	13,3	19,32	38,6
C	11,33	0,151	0,30
D	9,83	0,151	0,30

IV-A. ANOVA

Se realizó un análisis de varianza para los resortes denotados como A y B, además de otro para los resortes C y D.

A continuación se muestran los datos del ANOVA para los resortes A y B:

Analysis of Variance Table						
Response: GravedadAB						
	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
ResorteAB	1	0.8477	0.8477	0.7848	0.4691	
MasaAB	2	8.6222	4.3111	3.9907	0.2004	
Residuals	2	2.1606	1.0803			

Figura 6: Análisis de varianza para el resorte A y B. Fuente: elaboración propia

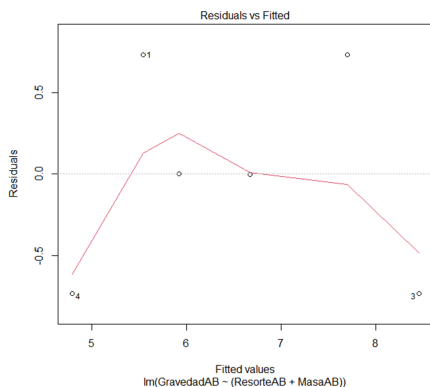


Figura 7: Gráfico de residuos para el ajuste realizado a los resortes A y B. Fuente: elaboración propia

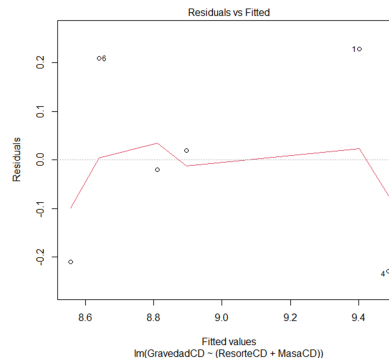


Figura 10: Gráfico de residuos para el ajuste realizado a los resortes C y D. Fuente: elaboración propia

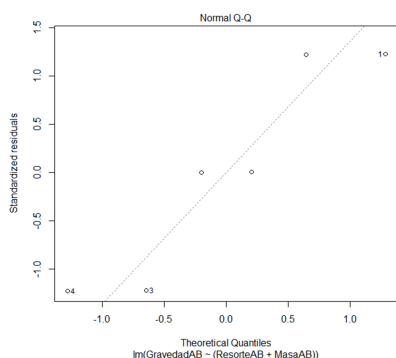


Figura 8: Análisis de normalidad para los resortes A y B. Fuente: elaboración propia

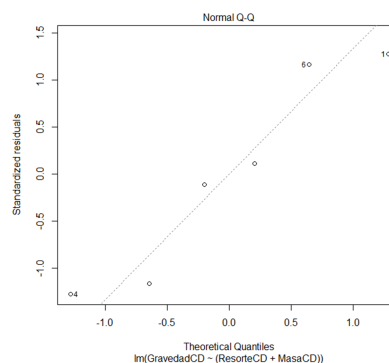


Figura 11: Análisis de normalidad para los resortes C y D. Fuente: elaboración propia

V. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Primeramente, el cuadro II muestra los coeficientes de restitución experimentales para cada resorte, donde en orden de mayor a menor se encuentran de la siguiente manera:

- Resorte B: $(549,5 \pm 3,8)$ N/m
- Resorte A: $(309,4 \pm 3,6)$ N/m
- Resorte C: $(7,94 \pm 0,82)$ N/m
- Resorte D: $(7,12 \pm 0,82)$ N/m

De dichos resultados se puede comprobar lo antes mencionado, donde los resortes se separan en dos grupos, los de coeficiente de restitución alto (A y B) y los de coeficiente bajo (C y D) donde los de coeficiente alto serán los que utilizaran pesas de mayor magnitud.

Además, cabe destacar que las incertidumbres obtenidas son bastante consistentes dentro de cada grupo de resortes, donde la incertidumbres estándar expandidas entre los resortes A y B varía en sólo 0,2 N/m mientras que las incertidumbres estándar expandidas de los resortes C y D se mantienen iguales, como se puede observar en el cuadro II. Es importante notar que la diferencia de la magnitud de las incertidumbres estándar expandidas de los resortes A y B a la obtenida por los resortes C y D, se debe a utilizar dinamómetros con divisiones de escala diferentes. El dinamómetro de 5 N (mínima división de escala de 0,1 N) fue utilizado para

A continuación se muestran los datos del ANOVA para los resortes C y D:

Analysis of Variance Table						
Response:	GravedadCD					
	DF	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
ResorteCD	1	0.01071	0.01071	0.1108	0.7708	
MasaCD	2	0.75652	0.37826	3.9154	0.2034	
Residuals	2	0.19322	0.09661			

Figura 9: Análisis de varianza para el resorte C y D. Fuente: elaboración propia

la medición de la elongación de los resortes de coeficiente de restitución bajo, mientras que el dinamómetro de 70 N (mínima división de escala de 1 N) fue utilizado para los resortes A y B.

V-A. Gravedad experimental local

Como se puede observar en la figura 12, la aceleración de la gravedad local en el edificio C4 fue calculada por medio de la ecuación de Thulin y obtuvo un valor de $(9,777\ 44 \pm 0,000\ 98)\ \text{m/s}^2$. De los cuatro resortes, los resortes A y D son los que se acercaron a dicho valor como se puede ver en el cuadro IV con valores de $(9,4 \pm 38,6)\ \text{m/s}^2$ y $(9,83 \pm 0,30)\ \text{m/s}^2$ respectivamente. Cabe destacar que dichos resortes son completamente diferentes físicamente y en cuanto a sus respectivos coeficientes de restitución como se mencionó anteriormente. Además las aceleraciones de la gravedad para los resortes B y C no son tan diferentes, siendo $(13,3 \pm 38,6)\ \text{m/s}^2$ y $(11,33 \pm 0,30)\ \text{m/s}^2$ respectivamente. Lo anterior es importante para tener una idea de que aunque los dos grupos de resortes se utilizaran con pesas diferentes y que tuvieran coeficientes de restitución muy diferentes entre sí, esto no varió la medición del método, sin embargo si obtuvieron incertidumbres muy diferentes.

La medición realizada en la figura 12 tiene una incertidumbre de cuatro ordenes de magnitud menor a las encontradas en el cuadro IV. Esto se debe a que como se muestra en la figura 12, las únicas incertidumbres son asociadas a la latitud, la longitud y la altura geográfica, por lo tanto no tiene muchas fuentes que aporten variación a la medición en comparación al método planteado [1]. Por otra parte, es recomendable utilizar instrumentos más precisos y que (en el mejor de los casos) estén calibrados para poder obtener incertidumbres menores, como fue el caso de los resortes de bajo coeficiente de restitución (C y D).

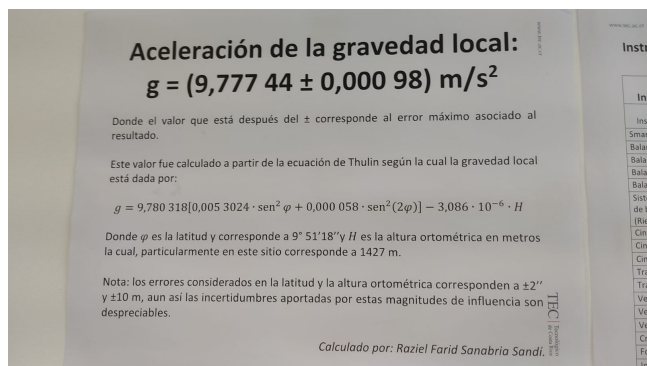


Figura 12: Gravedad local calculada por medio de la ecuación de Thulin en el edificio C4 para los laboratorios de física general.

Cuadro V: Porcentajes de error relativo de las aceleraciones de la gravedad resultantes de los respectivos resortes en comparación a la gravedad local obtenida por la ecuación de Thulin

Resorte	Porcentaje de error relativo
A	3,86 %
B	36,03 %
C	15,88 %
D	0,54 %

Como se puede apreciar en el cuadro V, la aceleración de la gravedad es la que más se acerca al valor sacado por la ecuación de Thulin corresponde a la obtenida por el resorte D con un porcentaje de error relativo de 0,54 %, seguido del resorte A con un 3,86 %. La medición que tuvo un error relativo mayor corresponde a la obtenida por el resorte B con un 36,03 %. El análisis anterior respalda el hecho de que mediante el método empleado se pueden hacer mediciones de la gravedad local bastante precisas, tomando como ejemplo el resultado obtenido por el resorte D su comparación con el resultado obtenido por la ecuación de Thulin de la OIML 127 [1]. Sin embargo, para tener un mejor criterio de aceptación del método se necesita definir un valor de tolerancia para el laboratorio respectivo, con el fin de evaluar la precisión de las mediciones de una forma más completa.

V-B. Análisis por error normalizado

Un parámetro que funciona con el fin de evaluar resultados obtenidos, con respecto a un valor teórico reportado, es el error normalizado, el cual se define como:

$$E_n = \frac{|\text{Resultado experimental} - \text{Resultado teórico}|}{\sqrt{U_{\text{teorico}}^2 + U_{\text{experimental}}^2}} \quad (1)$$

Donde, U respresenta la incertidumbre expandida. Por otro lado el criterio de aceptación que se utiliza es que si el valor del error normalizado es mayor a 1, se puede concluir que el resultado es cuestionable y existen diferencias significativas respecto al valor de comparación, y el escenario contrario, si es menor a 1, se considera un resultado relativamente aceptable, es decir que no existen diferencias significativas respecto al valor de comparación.

Para los resultados obtenidos de forma experimental, en comparación con el valor teórico reportado por la ecuación de Thulin en la figura 12, se obtienen los siguientes resultados para el error normalizado:

Cuadro VI: Error normalizado obtenido con respecto al valor teórico reportado por la ecuación de Thulin.

Resorte	Error Normalizado
A	0,019 556
B	0,182 516
C	10,350 179
D	0,350 393

Con lo anterior se puede ver que para los casos de los resortes A, B y D se obtuvieron valores menores a 1, es

decir que de manera experimental 3 de los 4 resultados son comparables respecto al valor teórico reportado, debido a que la diferencia numérica que existe en el valor de gravedad se ve recompensada con el valor de incertidumbre obtenida.

Con el fin de obtener otro criterio de comparación, se analiza además el comportamiento del error normalizado utilizando como parámetro de comparación el valor obtenido por el método de Montecarlo en una investigación realizada por Carlos Paniagua Vásquez, para la cual se obtuvo un valor de gravedad de $(9,77589 \pm 0,00341) \text{ m/s}^2$ [2]. Partiendo de la información, para el error normalizado se obtiene que:

Cuadro VII: Error normalizado obtenido con respecto al valor obtenido por el método de Montecarlo.

Resorte	Error Normalizado
A	0,019 476
B	0,182 596
C	10,358 057
D	0,360 640

De igual forma que con el valor obtenido a través de la fórmula de Thulin, se puede observar que por medio de un método computacional se obtienen errores normalizados menores a 1 para el caso de los resortes A, B y D, para los cuales igual al caso anterior el valor de la incertidumbre compensa la diferencia en el valor obtenido de gravedad, y para ser un método rudimentario y sencillo de realizar, se obtienen buenos resultados respecto a dos métodos distintos de cálculo.

V-C. ANOVA

En la figura 6 se aprecia el análisis de varianza para los resortes A y B, se puede observar que para el factor de resorte se obtiene un valor p de 0.4691 y para el de masa se tiene un valor p de 0.2004, ambos valores son mayores al valor de significancia de 0.05, por lo que se dice que al 95 % de confianza, todas las medias de la gravedad no presentan diferencias significativas, por lo que no se tiene una afectación directa de ninguno de los dos factores analizados.

En la figura 7 se muestran los residuos para el análisis realizado a los resortes A y B. En esta se puede observar que no se evidencian patrones en los residuos, además la mayor parte de la curva rodea al cero, todo esto aporta a tener unos muy buenos residuos.

Con respecto a la normalidad, en la figura 8 se muestra el análisis respectivo para los resortes A y B, en este se puede observar cómo los valores se ajustan a la curva de normalidad, por lo que se dice que los residuos son normales.

En la figura 9 se aprecia el análisis de varianza para los resortes C y D, se puede observar que para el factor de resorte se obtiene un valor p de 0.7708 y para el de masa se tiene un valor p de 0.2034, ambos valores son mayores al valor de significancia de 0.05, por lo que se dice que al 95 % de confianza, todas las medias de la gravedad no presentan

diferencias significativas, por lo que no se tiene una afectación directa de ninguno de los dos factores analizados.

En la figura 10 se muestran los residuos para el análisis realizado a los resortes C y D. En esta se puede observar que no se evidencian patrones en los residuos, además la mayor parte de la curva rodea al cero, todo esto aporta a tener unos muy buenos residuos.

Con respecto a la normalidad, en la figura 11 se muestra el análisis respectivo para los resortes C y D, en este se puede observar cómo los valores se ajustan a la curva de normalidad, por lo que se dice que los residuos son normales.

VI. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- Para el modelo de medición presentado, se concluye que los coeficientes de restitución de los resortes y las pesas utilizadas no influyen en la variación de los resultados. Sin embargo, se considera oportuno emplear instrumentos mucho más precisos, ojalá calibrados y con divisiones de escala menores, con el fin de disminuir la incertidumbre en la medida de lo posible.
- El resorte D obtuvo un valor de la aceleración de gravedad de $(9,83 \pm 0,30) \text{ m/s}^2$ y un porcentaje de error relativo de 0,54 % con respecto al obtenido en el laboratorio C4 por medio de la ecuación de Thulin.
- Además, los resortes A y D obtuvieron porcentajes de error menores al 4 % con respecto al resultado obtenido de la ecuación de Thulin, por lo tanto se comprueba experimentalmente que se pueden hacer mediciones bastante precisas con el método empleado.
- Se requiere definir un valor de tolerancia para el laboratorio respectivo, con el fin de evaluar la precisión de las mediciones de una forma más completa y tener un mejor criterio de aceptación del método.
- Del análisis de varianza se pudo obtener que entre los resortes A - B y los resortes C - D no se aprecian diferencias significativas en las mediciones de la gravedad con respecto a los factores de resorte y de masa aplicada, además en ambos casos se cumplieron los supuestos de residuos y normalidad.
- Partiendo del análisis del error normalizado, se concluye que para los resortes A, B y C no se encuentran diferencias significativas con respecto a los valores de comparación, tanto el teórico por la fórmula de Thulin o bien por el método de Montecarlo consultado, es decir que se obtienen resultados aceptables para el método experimental.

VII. CÓDIGO EN R (REGRESIÓN Y MÉTODO MONTE CARLO)

<https://github.com/tony0880/Proyecto-Metrologia-Cientifica/blob/main/Proyecto.R>

VIII. ANEXOS

Anexo A. Medición de la masa de diferentes instrumentos.

Instrumento	Masa (g)
Plato	42,321 88
Resorte A	81,466 60
Resorte B	50,092 49
Resorte C	10,002 80
Resorte D	5,295 75
50 g	50,000 08
20 g	20,000 05
10 g	9,999 95
500 g	499,997 00
700 g (500 + 200)	699,997 00
1000 g	999,995 00

Anexo B. Coeficiente de restitución del resorte A elongándose por una fuerza de 20 N.

Repetición	Elongación (cm)	Elongación (m)	Coeficiente de restitución (N/m)
1	6,5	0,065	307,692
2	6,35	0,0635	314,961
3	6,4	0,064	312,500
4	6,45	0,0645	310,078
5	6,35	0,0635	314,961
6	6,55	0,0655	305,344
7	6,4	0,064	312,500
8	6,35	0,0635	314,961
9	6,65	0,0665	300,752
10	6,65	0,0665	300,752

Anexo C. Coeficiente de restitución del resorte B elongándose por una fuerza de 20 N.

Repetición	Elongación (cm)	Elongación (m)	Coeficiente de restitución (N/m)
1	3,6	0,036	555,556
2	3,65	0,0365	547,945
3	3,6	0,036	555,556
4	3,65	0,0365	547,945
5	3,6	0,036	555,556
6	3,7	0,037	540,541
7	3,6	0,036	555,556
8	3,7	0,037	540,541
9	3,65	0,0365	547,945
10	3,65	0,0365	547,945

Anexo D. Coeficiente de restitución del resorte C elongándose por una fuerza de 1 N.

Repetición	Elongación (cm)	Elongación (m)	Coeficiente de restitución (N/m)
1	12,6	0,126	7,937
2	12,6	0,126	7,937
3	12,55	0,1255	7,968
4	12,6	0,126	7,937
5	12,6	0,126	7,937
6	12,6	0,126	7,937
7	12,65	0,1265	7,905
8	12,6	0,126	7,937
9	12,6	0,126	7,937
10	12,55	0,1255	7,968

Anexo E. Coeficiente de restitución del resorte D elongándose por una fuerza de 1 N.

Repetición	Elongación (cm)	Elongación (m)	Coeficiente de restitución (N/m)
1	13,9	0,139	7,194
2	14	0,14	7,143
3	14,2	0,142	7,042
4	13,95	0,1395	7,168
5	14	0,14	7,143
6	14	0,14	7,143
7	13,9	0,139	7,194
8	14,15	0,1415	7,067
9	14,2	0,142	7,042
10	14,1	0,141	7,092

Anexo F. Mediciones de elongación de resorte utilizando los resortes A y B para diferentes pesas

	A (cm)	B (cm)
500 g	1,1	0,4
	1,1	0,4
	1,1	0,4
	1,1	0,4
	1,1	0,4
700 g	1,6	0,8
	1,6	0,8
	1,6	0,8
	1,6	0,8
	1,6	0,8
1000 g	2,6	1,6
	2,6	1,6
	2,6	1,6
	2,6	1,6
	2,6	1,6

Anexo G. Mediciones de elongación de resorte en cm utilizando los resortes C y D para diferentes pesas

	C (cm)	D (cm)
50 g	11,2	12
	11,2	12
	11,2	12
	11,2	12
	11,2	12
20 g	6,9	7,8
	6,9	7,8
	6,9	7,8
	6,9	7,8
	6,9	7,8
10 g	5,5	6,5
	5,5	6,5
	5,5	6,5
	5,5	6,5
	5,5	6,5

REFERENCIAS

- [1] Organización Internacional de Metrología Legal. «Bulletin OIML n127». En: (1992). URL: <https://www.oiml.org/en/publications/bulletin/pdf/1992-bulletin-127.pdf>.
- [2] Carlos Paniagua Vásquez. «Cálculo para Costa Rica de la aceleración de la gravedad y su incertidumbre, aplicando el método de Montecarlo a la fórmula internacional de la gravedad». En: (2007).