Metrología Científica (IF5903)
Segundo Parcial
Grupo 1, Primer Semestre 2023

Profesor: Lautaro Ramírez Varas **Fecha:** 14 de junio, 2023

Realizado por:
Valeria Bonilla Rojas, Daniel Espinoza Castro,
Ever Ortega Calderón, Anthonny Seas Hidalgo

Problema 1

Para un diseño de experimentos usted está realizando una comparación experimental para su empresa. El interés radica en analizar la influencia de la línea de producción y la marca de la materia prima en el resultado del producto de interés. La variable de respuesta está dada en rendimiento de proceso.

a) ¿Al 99 % de confianza qué recomienda hacer usted como ingeniera o ingeniero? Justifique cada una de las hipótesis.

Cuadro 1: ANOVA para los resultados de la experimentación.

Tabla de análisis de varianza (Dos factores)					
Respuesta: Costo					
	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrados medios	F-value	P-value
Lugar	3	103269	34423	10.9690	0.002315**
Marca	3	37981	12660	4.0343	0.045044*
Residuos	9	28244	3138		

Inicialmente se establecen las 2 hipótesis posibles:

- **Hipótesis Nula:** No existen diferencias significativas entre las medias.
- **Hipótesis Alterna:** Existen diferencias significativas en al menos una de las medias presentes.

<u>ANÁLISIS NUMÉRICO</u>

i) Analizando los P-values presentes en el estudio, según el porcentaje de confianza buscado (99 %), se tiene que:

Si se cumple:

$$\alpha_{99\,\%} > P - value$$

$$\Rightarrow \text{El factor es estadísticamente significativo}$$

Por lo que con los factores presentes se tiene que:

- Para **Lugar:**

$$0{,}01 > 0{,}002315$$

$$\therefore \text{Se puede concluir que el factor de } \textbf{Lugar} \text{ es}$$

$$\text{estadísticamente significativo para el análisis al } 99\,\% \text{ de confianza.}$$

- Para **Marca:**

$$0{,}01 < 0{,}045044$$

$$\therefore \text{Se puede concluir que el factor de } \textbf{Marca} \text{ no es}$$

$$\text{estadísticamente significativo para el análisis al } 99\,\% \text{ de confianza.}$$

Por lo que, partiendo del resultado obtenido del factor que presenta significancia estadística en el análisis realizado, se tiene que con un valor de 0.002315 para el P-value, el cual es menor al $\alpha_{99\,\%}$, implica entonces que se tiene suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula, es decir existen diferencias significativas en al menos una de las medias presentes en el proceso.

ii) Debido a los valores obtenidos en la suma de cuadrados, conociendo que este valor indica la medida de la cantidad de variación que se le atribuye a un factor, se puede observar que el valor para el factor de **Lugar** es el mayor, con un valor de 103269; es decir que en este caso el **Lugar** respresenta la mayor variación presente entre los datos. Por otro lado partiendo del valor de F-value, al tener igualmente el mayor valor, implica que el factor **Lugar** es el que representa la variable de mayor peso para el análisis realizado.

RECOMENDACIONES

- Debido a que la variable que representa mayor impacto es el lugar, se recomienda implementar un sistema de estandarización de procesos, con el fin de evitar las variaciones en el producto final sin importar el lugar donde se emplee la producción.
- Partiendo de la estandarización de procesos, se recomienda realizar una capacitación general de los operarios encargados de manufactura, con el fin de que se encuentren enterados y entrenados en el procedimiento a seguir, y así, asegurar la calidad de producción. Para dicha capacitación se pueden realizar pruebas intermedias previas a producción, para asegurar así, la estandarización de los productos realizados a pesar del lugar y disminuir la variación entre ellas.
- De manera numérica, además se recomienda, con el fin de obtener un análisis más robusto del proceso, realizar un estudio de la interacción o correlación que existe entre los dos factores presentes, con el fin de observar tendencias o patrones presentes, y así tener una base sólida para la toma de decisiones.

b) ¿Si usted no analiza el lugar como una variable y en lugar de esto realiza un DCA con la marca de materia prima como única variable, qué resultado obtendría al 95 % de confianza?

Con el fin de determinar el comportamiento del análisis removiendo uno de los dos factores, en este caso el factor por **Lugar**, se puede acudir al análisis del F-value respecto a un valor crítico para el mismo, para el cual se conoce que el estadístico se define como:

$$F_{value} = \frac{MS_{factor}}{MS_{error}} \tag{1}$$

De dicha relación, definiendo como único factor de análisis la **Marca**, del cuadro 1, se conoce el valor de la variable "MS_{factor}", siendo este $MS_{Marca} = 12660$, por lo tanto, con el fin de conocer los cuadrados medios del error o "MS_{error}" se tiene que:

$$MS_{error} = \frac{SS_{error}}{df_{error}} \tag{2}$$

Como en este caso se quiere omitir el factor de **Lugar**, es necesario compensar los valores correspondientes en el error, por lo cual tanto para el cálculo de los grados de libertad y la suma de cuadrados, se realiza una adición de los valores del factor eliminado a los del error establecidos inicialmente, es decir:

Para los grados de libertad:

$$df_{error} = df_{error_{2f}} + df_{Lugar} \tag{3}$$

Donde $df_{error_{2f}}$ se refiere a los grados de libertad del ANOVA con dos factores. Por lo que se tiene que:

$$df_{error} = 9 + 3$$

$$\therefore \boxed{df_{error} = 12}$$

Siguiendo la misma lógica de compensación del factor eliminado, para el caso de la suma de cuadrados del error se tiene que:

$$SS_{error} = SS_{error_{2f}} + SS_{Lugar} \tag{4}$$

Donde $SS_{error_{2f}}$ se refiere a la suma de cuadrados del ANOVA con dos factores. Por lo que se tiene que:

$$SS_{error} = 28244 + 103269$$

$$\boxed{\therefore SS_{error} = 131513}$$

Con lo anterior, retomando la ecuación 2, sustituyendo los valores obtenidos, se tiene que:

$$MS_{error} = \frac{131513}{12}$$

$$\therefore \boxed{MS_{error} = 10959{,}417}$$

Partiendo del valor de los cuadrados medios del error obtenido, finalmente es posible obtener el valor del estadístico F-value, utilizando la ecuación 6, pues sustituyendo lo anterior, se tiene que:
Si MS_{factor} para **Marca** es:

$$MS_{Marca} = 12660$$

$$\Rightarrow F_{value} = \frac{MS_{Marca}}{MS_{error}}$$

$$\Rightarrow F_{value} = \frac{12660}{10959{,}417}$$

$$\therefore \boxed{F_{value} = 1{,}1552}$$

Por otro lado, para la definición del F crítico es necesario conocer los grados de libertad del numerador y del denominador, es decir los grados de libertad del factor y los del error, con lo que:

Si:

$$df_{Marca} = 3 \qquad \wedge \qquad df_{error} = 12$$

Partiendo de la tabla del estadístico F de Fisher se tiene que:

$$\Rightarrow \boxed{F_{crit} = 3{,}49}$$

Con la información recopilada, se obtiene a manera de tabla el siguiente ANOVA de 1 factor para el factor de **Marca**:

Cuadro 2: ANOVA para los resultados de la experimentación.

Tabla de análisis de varianza (Un factor)					
Respuesta: Costo					
	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrados medios	F-value	F-crit
Marca	3	37981	12660	1.1552	3.49
Residuos	12	131513	10959.417		

Considerando que se obtuvo un valor de F-value menor al F-crit, se cumple que:

$$F_{value} < F_{crit} \checkmark$$

$\Rightarrow$ El factor de Marca no es estadísticamente significativo.

Por lo que, partiendo de las hipótesis planteadas inicialmente, al 95 % de confianza, no se tiene suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula, por lo que se puede decir que no existen diferencias significativas en las medias presentes en el costo debido a la no significancia estadística que representa el factor **Marca**.

Problema 2

Suponga que en el problema 1 parte a), usted además sabe que tiene un proceso con una incertidumbre tipo B de 0.01 (en unidades de rendimiento) adicional a los factores ya estudiados.

a) ¿Sabiendo que lo que usted propaga son varianzas (en el ANOVA), y cada uno de los factores del diseño experimental son varianzas; cómo afecta esto el resultado final?

Al tener una incertidumbre tipo B de 0.01 en unidades de rendimiento adicional a los factores ya estudiados en el ANOVA, implica que hay una variabilidad adicional en el rendimiento del proceso que no ha sido considerada en el diseño experimental original.

En términos de propagación de varianzas, las incertidumbres tipo B se suman en cuadrado. Esta varianza adicional debe ser considerada en el análisis de varianza, específicamente en el valor de la suma del cuadrado medio del error.

Esta adición de variabilidad puede cambiar los resultados del estadístico F y las conclusiones obtenidas a partir de el en el análisis original, debido a que ahora se está considerando una fuente adicional de variabilidad en el proceso, para lo cual se actualiza el cálculo de la suma del cuadrado medio del error como se muestra en la ecuación 5:

$$MS_{Error-actual} = MS_{Error} + Inc_{tipoB-adicional} \tag{5}$$

$$MS_{Error-actual} = 3138 + 0{,}01^2$$

$$\therefore \boxed{MS_{Error-actual} = 3138{,}0001}$$

Así que el valor del estadístico F se puede recalcular como muestra la ecuación 6

$$F_{value} = \frac{MS_{factor}}{MS_{Error-actual}} \tag{6}$$

Para el caso del factor **Lugar**:

$$F_{value_{Lugar}} = \frac{34423}{3138,0001} = \boxed{10,9697} \tag{7}$$

Para el caso del factor **Marca**:

$$F_{value_{Marca}} = \frac{12660}{3138,0001} = \boxed{4,0344} \tag{8}$$

Para ambos factores se observa que el valor del estadístico F no varía de forma significativa según los valores reportados inicialmente en el cuadro 1, por ende, la incertidumbre adicional de 0,01 no causa una afectación en el resultado final.