



CINEMÁTICA DE ROBOTS

EV\_3\_4\_Describir los métodos geométricos, algebraico y desacoplo cinemático



NOMBRE DEL ALUMNO:

Everardo Estrella Rojo

CARRERA:

Ing. Mecatrónica

MATERIA:

Cinemática de robots

GRADO Y GRUPO:

7°-B

CUATRIMESTRE:

Septiembre - Diciembre

NOMBRE DEL DOCENTE:

Carlos Enrique Moran Garabito

## Obtención del modelo cinemático inverso

Describir los métodos geométricos, algebraico y desacoplo cinemático

Métodos geométricos.

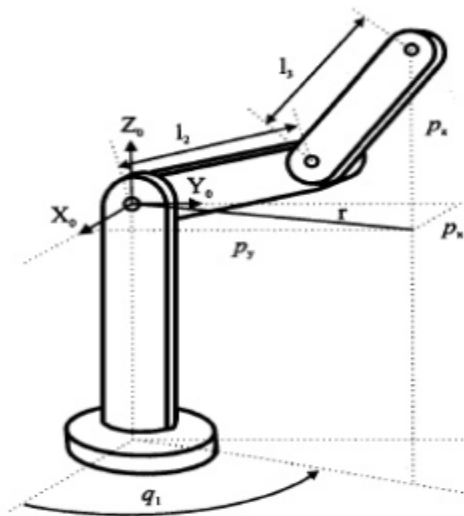
### Métodos geométricos

- ▶ Método **no sistemático** (aplicación limitada a robots con pocos grados de libertad).
- ▶ Utiliza relaciones geométricas para obtener directamente la posición del extremo del robot en función de las variables articulares.
- ▶ Requiere buena visión espacial

Se suele utilizar para las primeras variables articulares.

Uso de relaciones geométricas y trigonométricas (resolución de triángulos).

Resolución a partir de las matrices de transformación homogénea



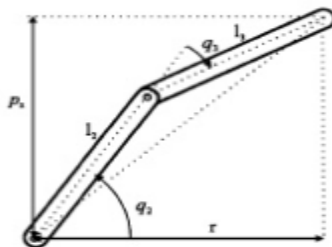
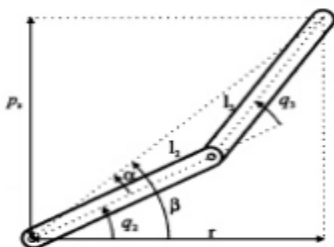
$$q_1 = \arctan\left(\frac{p_y}{p_x}\right)$$

$$\left. \begin{aligned} r^2 &= p_x^2 + p_y^2 \\ r^2 + p_z^2 &= l_1^2 + l_2^2 + 2l_1l_2 \cos q_3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\cos q_3 = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2}$$

$$\sin q_3 = \pm \sqrt{1 - \cos^2 q_3}$$

$$q_3 = \arctan\left(\frac{\pm \sqrt{1 - \cos^2 q_3}}{\cos q_3}\right)$$



$$q_2 = \beta - \alpha$$

$$\begin{aligned} \beta &= \arctan\left(\frac{p_y}{r}\right) \\ &= \arctan\left(\frac{p_y}{\pm \sqrt{p_x^2 + p_y^2}}\right) \end{aligned}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{l_2 \sin q_3}{l_1 + l_2 \cos q_3}\right)$$

$$q_2 = \arctan\left(\frac{p_y}{\pm \sqrt{p_x^2 + p_y^2}}\right) - \arctan\left(\frac{l_2 \sin q_3}{l_1 + l_2 \cos q_3}\right)$$

## Resolución por desacoplo cinemático (I)

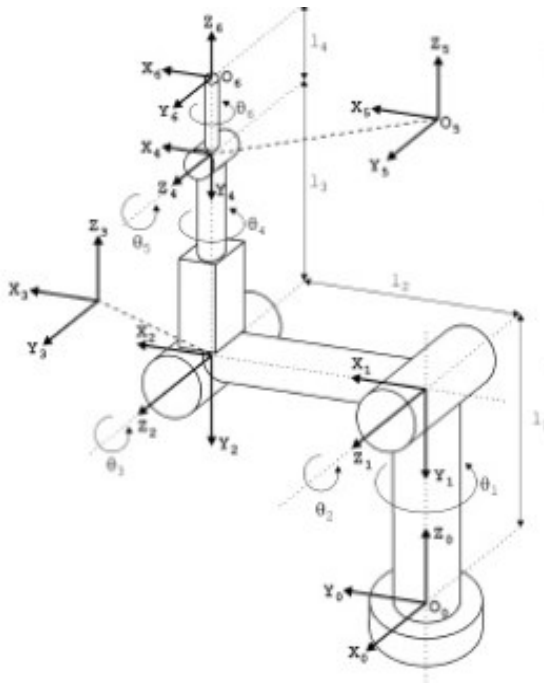
### CINEMÁTICA INVERSA: DESACOPLO CINEMÁTICO

Se basan en la resolución independiente de los grados de libertad que posicionan (3) y de los que orientan la muñeca (3). Por lo que el problema cinemático inverso se divide en dos subproblemas:

1. Resolver las tres primeras articulaciones de posición.
2. Resolver las tres últimas articulaciones que corresponden a la muñeca.

El método de resolución:

- 1) A partir de la posición y orientación que se busca  $[n, o, a, p]$  se obtiene el punto de corte a partir de los 3 últimos grados de libertad (punto de muñeca  $P_m$ ).
- 2) Se resuelve el problema cinemático inverso para el brazo de 3 GDL ( $q_1, q_2, q_3$ ) que llega hasta la  $P_m$  (desde la base).
- 3) Se resuelve el problema cinemático inverso que va desde  $P_m$  hasta el punto final  $p_f$  (calculando  $q_4, q_5, q_6$ ).



Articulación	$\theta$	$d$	$a$	$\alpha$
1	$\theta_1$	$l_1$	0	-90
2	$\theta_2$	0	$l_2$	0
3	$\theta_3$	0	0	90
4	$\theta_4$	$l_3$	0	-90
5	$\theta_5$	0	0	90
6	$\theta_6$	$l_4$	0	0

$$\begin{aligned} p_m &= \overline{O_0 O_6} \\ p_r &= \overline{O_0 O_3} \Rightarrow p_m = p_r - l_4 z_6 \end{aligned}$$

$$p_r = [p_x, p_y, p_z]^T; \quad z_6 = [a_x, a_y, a_z]^T$$

$$p_m = \begin{pmatrix} p_{mx} \\ p_{my} \\ p_{mz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_x - l_4 a_x \\ p_y - l_4 a_y \\ p_z - l_4 a_z \end{pmatrix}$$

$${}^0R_6 = {}^0R_3 {}^3R_6 = [n \ o \ a]$$

$${}^3R_6 = {}^3R_4 {}^4R_5 {}^5R_6 = ({}^0R_3)^{-1} [n \ o \ a] = ({}^0R_3)^T [n \ o \ a]$$

$${}^4R_5 {}^5R_6 = ({}^3R_4)^T ({}^0R_3)^T [n \ o \ a] \Rightarrow \theta_4 = \arctan \frac{C_1 a_y - S_1 a_x}{C_{23}(C_1 a_x + S_1 a_y) + S_{23} a_z}$$

$${}^5R_6 = ({}^4R_5)^T ({}^3R_4)^T ({}^0R_3)^T [n \ o \ a]$$

↓

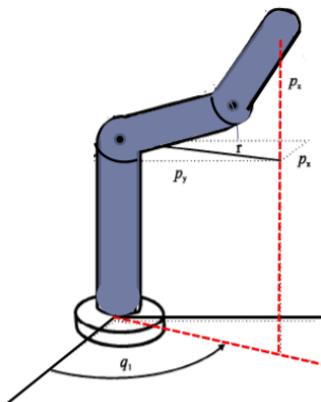
$$\theta_5 = \arctan \frac{(C_1 C_{23} C_4 - S_1 S_4) a_x + (S_1 C_{23} C_4 + C_1 S_4) a_y - S_{23} C_4 a_z}{C_1 S_{23} a_x + S_1 S_{23} a_y + C_{23} a_z}$$

$$\theta_6 = \arctan \frac{-(C_1 C_{23} S_4 + S_1 C_4) n_x + (C_1 C_4 - S_1 C_{23} S_4) n_y + S_{23} S_4 n_z}{-(C_1 C_{23} S_4 + S_1 C_4) o_x + (C_1 C_4 - S_1 C_{23} S_4) o_y + S_{23} S_4 o_z}$$

Se basan en descomponer la cadena cinemática en distintos planos geométricos y resolviendo por trigonometría cada plano. Se trata de encontrar el numero suficiente de relaciones geométricas para posicionar el extremo del robot. Se utiliza para las primeras articulaciones.

### Ejemplo: Robot esférico 3 GDL

Datos: Px, Py, Pz donde se quiere situar el extremo del robot.



$$q_1 = \arctan \left( \frac{p_y}{p_x} \right)$$

$$\cos q_3 = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2 l_3}$$

$$\sin q_3 = \pm \sqrt{1 - \cos^2 q_3}$$

$$q_3 = \arctan \left( \frac{\pm \sqrt{1 - \cos^2 q_3}}{\cos q_3} \right)$$

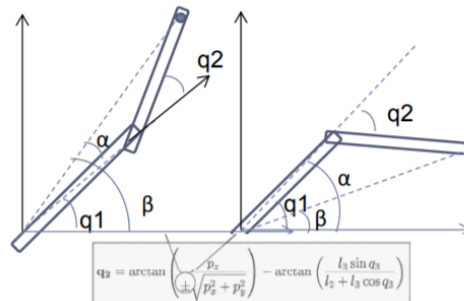
a articulación  $q_2$  tiene dos soluciones: (codo arriba y codo abajo):

$$q_2 = \beta - \alpha$$

$$\beta = \arctan \left( \frac{p_z}{r} \right)$$

$$= \arctan \left( \frac{p_z}{\sqrt{p_x^2 + p_y^2}} \right)$$

$$\alpha = \arctan \left( \frac{l_3 \sin q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3} \right)$$



$$q_2 = \arctan \left( \frac{\pm \sqrt{p_x^2 + p_y^2}}{p_z} \right) - \arctan \left( \frac{l_3 \sin q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3} \right)$$

Datos de catalogación bibliográfica

**ROBÓTICA**

Craig, John J.

PEARSON EDUCACIÓN, México, 2006

ISBN: 970-26-0772-8

Area: Ingeniería

Formato: 18.5 x 23.5 cm

Páginas: 408