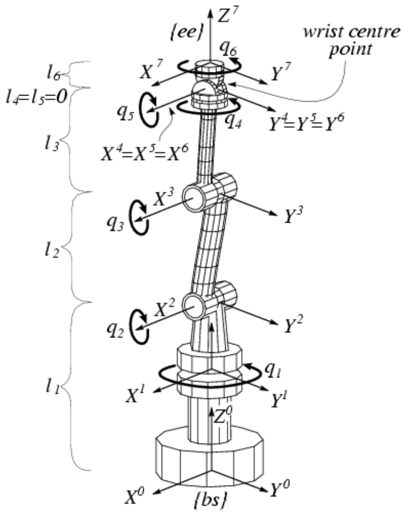


[22 de Noviembre del 2019]
Métodos geométricos

Everardo Estrella
Ingeneria en Mecatronica
Universidad Politecnica
Modelo Cinematico Inverso
Cinematica de Robots

Descripcion de los metodos Geometricos

NOMBRE DEL ALUMNO:

Everardo Estrella Rojo

CARRERA:

Ing. Mecatrónica

MATERIA:

Cinemática de robots

GRADO Y GRUPO:

7°-B

CUATRIMESTRE:
Septiembre - Diciembre

NOMBRE DEL DOCENTE:

Carlos Enrique Moran Garabito

Obtención del modelo cinemático inverso

Describir los métodos geométricos, algebraico y desacoplo cinemático

Métodos geométricos.

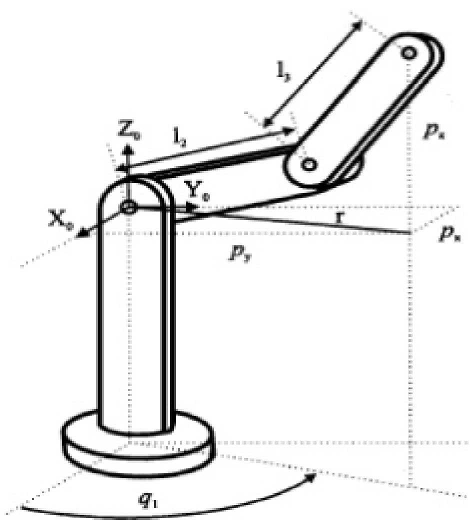
Métodos geométricos

- Método no sistemático (aplicación limitada a robots con pocos grados de libertad).
- Utiliza relaciones geométricas para obtener directamente la posición del extremo del robot en función de las variables articulares.
- Requiere buena visión espacial

Se suele utilizar para las primeras variables articulares.

Uso de relaciones geométricas y trigonométricas (resolución de triángulos).

Resolución a partir de las matrices de transformación homogénea



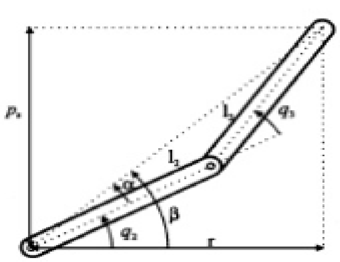
$$\boxed{\mathbf{q_1} = \arctan\left(\frac{p_y}{p_x}\right)}$$

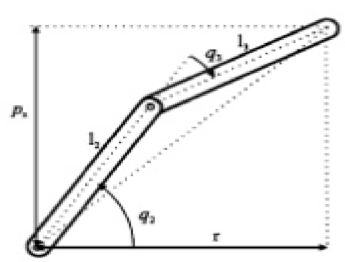
$$\left.\begin{array}{l} r^2 = p_x^2 + p_y^2 \\ r^2 + p_z^2 = l_2^2 + l_3^2 + 2 l_2 l_3 \cos q_3 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\cos q_3 = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - l_2^2 - l_3^2}{2 l_2 l_3}$$

$$\sin q_3 = \pm\sqrt{1 - \cos^2 q_3}$$

$$\boxed{\mathbf{q_3} = \arctan\left(\frac{\pm\sqrt{1-\cos^2 q_3}}{\cos q_3}\right)}$$





$$q_2 = \beta - \alpha$$

$$\begin{aligned} \beta &= \arctan\left(\frac{p_z}{r}\right) \\ &= \arctan\left(\frac{p_z}{\pm\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}\right) \end{aligned}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{l_3 \sin q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3}\right)$$

$$\boxed{\mathbf{q_2} = \arctan\left(\frac{p_z}{\pm\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}\right) - \arctan\left(\frac{l_3 \sin q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3}\right)}$$

Resolución por desacoplo cinemático (I)

CINEMÁTICA INVERSA: DESACOPLO CINEMÁTICO

Se basan en la resolución independiente de los grados de libertad que posicionan (3) y de los que orientan la muñeca (3). Por lo que el problema cinemático inverso se divide en dos subproblemas:

1. Resolver las tres primeras articulaciones de posición.

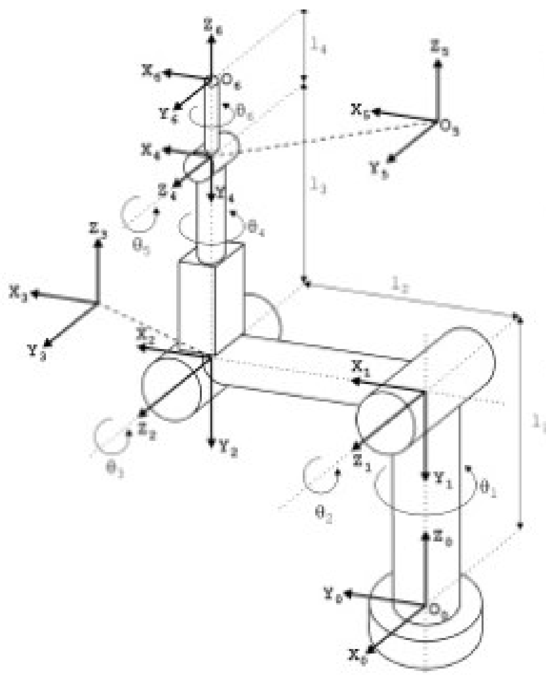
2. Resolver las tres últimas articulaciones que corresponden a la muñeca.

El método de resolución:

1) A partir de la posición y orientación que se busca [n, o, a, p] se obtiene el punto de corte a partir de los 3 últimos grados de libertad (punto de muñeca Pm).

2) Se resuelve el problema cinemático inverso para el brazo de 3 GDL (q1, q2, q3) que llega hasta la Pm (desde la base).

3) Se resuelve el problema cinemático inverso que va desde Pm hasta el punto final pf (calculando q4, q5, q6).



Articulación	θ	d	a	α
1	θ_1	l_1	0	-90
2	θ_2	0	l_2	0
3	θ_3	0	0	90
4	θ_4	l_3	0	-90
5	θ_5	0	0	90
6	θ_6	l_4	0	0

$$\mathbf{p_m} = \overline{O_0O_5} \qquad \mathbf{p_r} = \overline{O_0O_6} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{p_m} = \mathbf{p_r} - l_4\mathbf{z_6}$$

$$\mathbf{p_r} = [p_x, p_y, p_z]^T; \qquad \mathbf{z_6} = [a_x, a_y, a_z]^T$$

$$\mathbf{p_m} = \begin{pmatrix} p_{mx} \\ p_{my} \\ p_{mz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_x - l_4 a_x \\ p_y - l_4 a_y \\ p_z - l_4 a_z \end{pmatrix}$$

$$ {}^{0}\mathbf{R}_6 = {}^{0}\mathbf{R}_3 \, {}^{3}\mathbf{R}_6 = [\mathbf{n}\ \mathbf{o}\ \mathbf{a}] $$

$$ {}^{3}\mathbf{R}_6 = {}^{3}\mathbf{R}_4 \, {}^{4}\mathbf{R}_5 \, {}^{5}\mathbf{R}_6 = ({}^{0}\mathbf{R}_3)^{-1} [\mathbf{n}\ \mathbf{o}\ \mathbf{a}] = ({}^{0}\mathbf{R}_3)^{T} [\mathbf{n}\ \mathbf{o}\ \mathbf{a}] $$

$$ {}^{4}\mathbf{R}_5 \, {}^{5}\mathbf{R}_6 = ({}^{3}\mathbf{R}_4)^{T} ({}^{0}\mathbf{R}_3)^{T} [\mathbf{n}\ \mathbf{o}\ \mathbf{a}] \quad \Rightarrow \quad \boxed{\theta_4 = \arctan \frac{C_1 a_y - S_1 a_x}{C_{23}(C_1 a_x + S_1 a_y) + S_{23} a_z}} $$

$$ {}^{5}\mathbf{R}_6 = ({}^{4}\mathbf{R}_5)^{T} ({}^{3}\mathbf{R}_4)^{T} ({}^{0}\mathbf{R}_3)^{T} [\mathbf{n}\ \mathbf{o}\ \mathbf{a}] $$

$$ \Downarrow $$

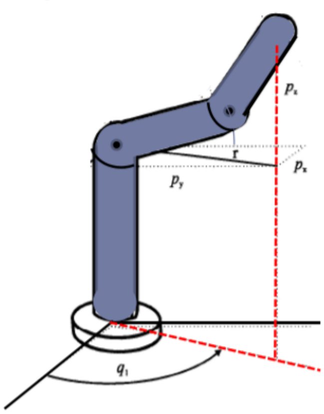
$$ \boxed{\theta_5 = \arctan \frac{(C_1 C_{23} C_4 - S_1 S_4) a_x + (S_1 C_{23} C_4 + C_1 S_4) a_y - S_{23} C_4 a_z}{C_1 S_{23} a_x + S_1 S_{23} a_y + C_{23} a_z}} $$

$$ \boxed{\theta_6 = \arctan \frac{-(C_1 C_{23} S_4 + S_1 C_4) n_x + (C_1 C_4 - S_1 C_{23} S_4) n_y + S_{23} S_4 n_z}{-(C_1 C_{23} S_4 + S_1 C_4) o_x + (C_1 C_4 - S_1 C_{23} S_4) o_y + S_{23} S_4 o_z}} $$

Se basan en descomponer la cadena cinemática en distintos planos geométricos y resolviendo por trigonometría cada plano. Se trata de encontrar el numero suficiente de relaciones geométricas para posicionar el extremo del robot. Se utiliza para las primeras articulaciones.

Ejemplo: **Robot esférico 3 GDL**

Datos: Px, Py, Pz donde se quiere situar el extremo del robot.



$$ \boxed{q_1 = \arctan\left(\frac{p_y}{p_x}\right)} $$

$$ \cos q_3 = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - l_2^2 - l_3^2}{2 l_2 l_3} $$

$$ \sin q_3 = \pm\sqrt{1 - \cos^2 q_3} $$

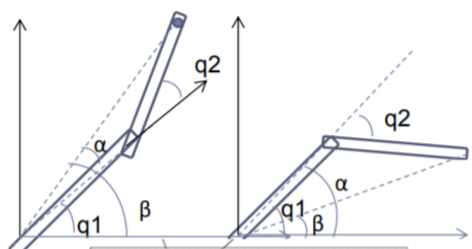
$$ \boxed{q_3 = \arctan\left(\frac{\pm\sqrt{1-\cos^2 q_3}}{\cos q_3}\right)} $$

a articulación q_2 tiene dos soluciones: (codo arriba y codo abajo):

$$ q_2 = \beta - \alpha $$

$$ \beta = \arctan\left(\frac{p_z}{r}\right) = \arctan\left(\frac{p_z}{\pm\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}\right) $$

$$ \alpha = \arctan\left(\frac{l_3 \sin q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3}\right) $$



$$ \boxed{q_2 = \arctan\left(\frac{p_z}{\pm\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}\right) - \arctan\left(\frac{l_3 \sin q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3}\right)} $$

Datos de catalogación bibliográfica

ROBÓTICA

Craig, John J.

PEARSON EDUCACIÓN, México, 2006
ISBN: 970-26-0772-8
Área: Ingeniería

Formato: 18.5 × 23.5 cm Páginas: 408

La Rocotica es una ciencia del futuro

Everardo Estrella