



---

[08 de Octubre del 2019]  
Denavit Hartenberg

Mrs. Everardo Estrella  
Ingenieria en Mecatronica  
Universidad Politecnica  
Primer Avance de Proyecto  
Cinematica de Robots

Desarrollo de la convencion de Denavit Hartenberg

---



NOMBRE DEL ALUMNO:

Everardo Estrella Rojo

CARRERA:

Ing. Mecatrónica

MATERIA:

Cinemática de robots

GRADO Y GRUPO:

7°-B

CUATRIMESTRE:

Septiembre - Diciembre

NOMBRE DEL DOCENTE:

Carlos Enrique Moran Garabito

# Convención Denavit-Hartenberg

30 de septiembre del 2019

La representación de Denavit-Hartenberg se trata de un procedimiento sistemático para describir la estructura cinemática de una cadena articulada constituida por articulaciones con un solo grado de libertad.

Una convención comúnmente se utilizada para seleccionar marcos de referencia en aplicaciones robóticas es la convención Denavit-Hartenberg o D-H. En esta convención, cada transformación homogénea  $A_i$  se representa como producto de cuatro transformaciones básicas.

$$\begin{aligned}
 A_i &= Rot_{z,\theta_i} Trans_{z,d_i} Trans_{x,a_i} Rot_{x,\alpha_i} \quad (3.10') \\
 &= \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & 0 \\ s\theta_i & c\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\alpha_i & -s\alpha_i & 0 \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i c\alpha_i & s\theta_i s\alpha_i & a_i c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i c\alpha_i & -c\theta_i s\alpha_i & a_i s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Figura 1.1 Ejemplo de la utilización de la convención de D-H

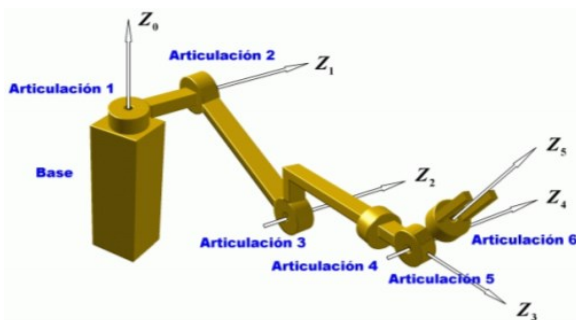
Para ello, a cada articulación se le asigna un Sistema de Referencia (S.R) Local con origen en un punto  $Q_i$  y ejes ortonormales  $\{X_i Y_i Z_i\}$ , comenzando con un primer S.R fijo e inmóvil dado por los ejes  $\{X_0 Y_0 Z_0\}$ , anclado a un punto fijo  $Q_0$  de la Base sobre la que está montada toda la estructura de la cadena. Este Sistema de Referencia no tiene por qué ser el Universal con origen en  $(0,0,0)$  y la Base canónica.

## 1.- Asignación Sistema Referencial

Las articulaciones se numeran desde 1 hasta  $n$ . A la articulación  $i$ -ésima se le asocia su propio eje de rotación como eje  $Z_{i-1}$ , de forma que el eje de giro de la 1ª articulación es  $Z_0$  y el de la  $n$ -ésima articulación,  $Z_{n-1}$ .

En la Figura adjunta se muestra la estructura del Robot PUMA junto con sus articulaciones y ejes de rotación.

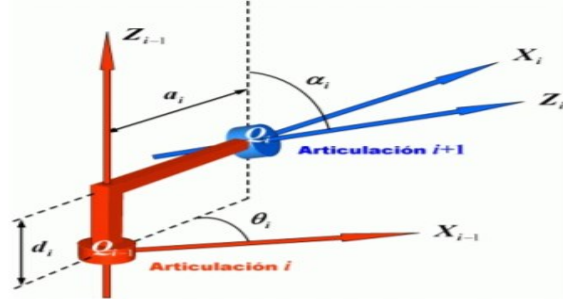
Para la articulación  $i$ -ésima (que es la que gira alrededor de  $Z_{i-1}$ ), la elección del origen de coordenadas  $Q_i$  y del Eje  $X_i$  sigue reglas muy precisas en función de la geometría de los brazos articulados, el eje



$Y_i$  por su parte, se escoge para que el sistema  $\{X_i Y_i Z_i\}$  sea dextrógiro. La especificación de cada eje  $X_i$  depende de la relación espacial entre  $Z_i$  y  $Z_{i-1}$ , distinguiéndose 2 casos:

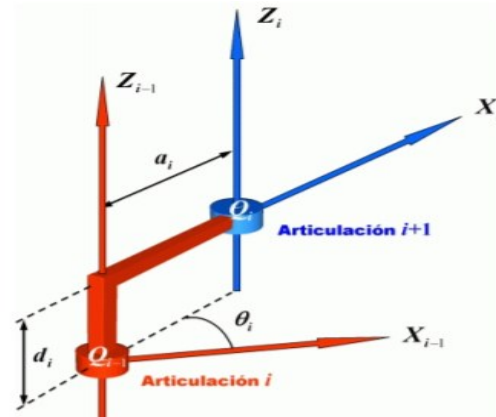
### 1- $Z_i$ y $Z_{i-1}$ no son paralelos

Entonces existe una única recta perpendicular a ambos, cuya intersección con los ejes proporciona su mínima distancia (que puede ser 0). Esta distancia,  $a_i$ , medida desde el eje  $Z_{i-1}$  hacia el eje  $Z_i$  (con su signo), es uno de los parámetros asociados a la articulación  $i$ -ésima. La distancia  $d_i$  desde  $Q_{i-1}$  a la intersección de la perpendicular común entre  $Z_i$  y  $Z_{i-1}$  con  $Z_{i-1}$  es el 2º de los parámetros. En este caso, el eje  $X_i$  es esta recta, siendo el sentido positivo el que va desde el eje  $Z_{i-1}$  al  $Z_i$  si  $0 < a_i$ . El origen de coordenadas  $Q_i$  es la intersección de dicha recta con el eje  $Z_i$ .



### 2- $Z_i$ y $Z_{i-1}$ son paralelos

En esta situación el eje  $X_i$  se toma en el plano conteniendo a  $Z_i$  y  $Z_{i-1}$  y perpendicular a ambos. El origen  $Q_i$  es cualquier punto conveniente del eje  $Z_i$ . El parámetro  $a_i$  es, como antes, la distancia perpendicular entre los ejes  $Z_i$  y  $Z_{i-1}$ , y  $d_i$  es la distancia desde  $Q_{i-1}$ . Una vez determinado el Eje  $X_i$ , a la articulación  $i$ -ésima se le asocia un 3er parámetro fijo  $\alpha_i$  que es el ángulo que forman los ejes  $Z_i$  y  $Z_{i-1}$  en relación al eje  $X_i$ . Nótese que cuando el brazo  $i$ -ésimo (que une rígidamente las articulaciones  $i$  e  $i+1$ ) gira en torno al eje  $Z_{i-1}$  (que es el de rotación de la articulación  $i$ ), los parámetros  $a_i$ ,  $d_i$  y  $\alpha_i$  permanecen constantes, pues dependen exclusivamente de las posiciones/orientaciones relativas entre los ejes  $Z_{i-1}$  y  $Z_i$ , que son invariables. Por tanto,  $a_i$ ,  $d_i$  y  $\alpha_i$  pueden calcularse a partir de cualquier configuración de la estructura articulada, en particular a partir de una configuración inicial estándar.



Precisamente el ángulo  $\theta$  de giro que forman los ejes  $X_{i-1}$  y  $X_i$  con respecto 1 al eje  $Z_{i-1}$  es el 4º parámetro asociado a la articulación  $i$  y el único de ellos que varía cuando el brazo  $i$  gira. Es importante observar que el conjunto de los 4 parámetros  $a$ ,  $d$ ,  $\alpha$  y  $\theta$  determina totalmente el Sistema de Referencia de la articulación  $i + 1$  en función del S.R de la articulación  $i$ .

### Bibliografía

**Barrientos, A.; Peñín, L.F.; Balaguer, C. & Aracil, R.**  
*Fundamentos de Robótica 2ª Ed.*  
McGraw-Hill, 2007.

**Fu, K.S.; González, R.C. & Lee, C.S.G.**  
*Robótica: Control, detección, visión e inteligencia*  
McGraw-Hill, 1988

---

Mostrar entusiasmo todo el tiempo te hace creer que estas haciendo lo correcto

Everardo Estrella