NOMBRE DEL ALUMNO:

Everardo Estrella Rojo

CARRERA:

Ing. Mecatrónica

MATERIA:

Dinámica y control de Robots

GRADO Y GRUPO:

8°-B

CUATRIMESTRE:
Septiembre - Diciembre

NOMBRE DEL DOCENTE:

Carlos Enrique Morán Garabito

Modelo dinámica del comportamiento del manipulador mediante la formulación Euler-Lagrangea

Este método hace un balance de energías de la dinámica, tanto cinética como potencial, para obtener la función lagrangiana del sistema, que se relaciona directamente con los partes de las articulaciones.

El lagrangiano de un sistema mecánico se define como:

$$L = T - U$$

donde T y U representan respectivamente la energía cinética y la potencial del sistema. Las ecuaciones de Lagrange se expresan como:

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i$$

siendo n el número de grados de libertad del manipulador y las variables asociadas a cada uno de los grados de libertad de cada manipulador. Al elegir estas variables como grados de libertad, las fuerzas generalizadas son equivalentes a los pares aplicados a cada articulación.

La ecuación de Euler–Lagrange es una ecuación la cual se satisface con una función, *q* , con argumento real *t*, el cual es un punto estacionario del funcional

$$S(\boldsymbol{q}) = \int_a^b L(t, \boldsymbol{q}(t), \boldsymbol{q}'(t))\,\mathrm{d}t$$

donde:

- $\boldsymbol{q}$ es la función para hallar:

  $$\boldsymbol{q}\colon [a,b] \subset \mathbb{R} \to \boldsymbol{X}$$
  $$\boldsymbol{t} \mapsto \boldsymbol{x} = \boldsymbol{q}(\boldsymbol{t})$$

  tal que $\boldsymbol{q}$ es diferenciable, $\boldsymbol{q}(a) = \boldsymbol{x}_a$, y $\boldsymbol{q}(b) = \boldsymbol{x}_b$;
- $\boldsymbol{q}'$; es la derivada de $\boldsymbol{q}$:

  $$q'\colon [a,b] \to T_{q(t)}X$$
  $$t \mapsto v = q'(t)$$

  $T_{q(t)}X$ es el espacio tangente a X en el punto $q(t)$.
- L es una función real con derivadas parciales con continuidad primera:

  $$L\colon [a,b] \times TX \to \mathbb{R}$$
  $$(t, x, v) \mapsto L(t, x, v).$$

  TX tiene fibrado tangente de X definido por

  $$TX = \bigcup_{x \in X} \{x\} \times T_x X \,;$$

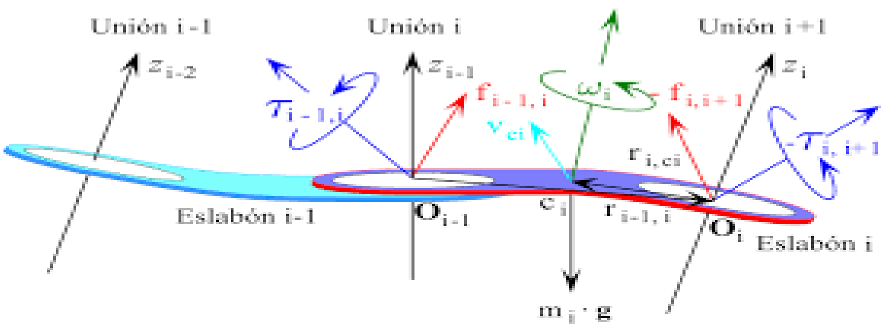
Entonces, la ecuación de Euler–Lagrange está dada por:

$$L_x(t, q(t), q'(t)) - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} L_v(t, q(t), q'(t)) = 0.$$

donde L_x y L_v son las derivadas parciales de L correspondientes a los argumentos segundo y tercero, respectivamente.

Si la dimensión de X es mayor a 1, es un sistema de ecuaciones diferenciales, donde cada componente es:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i}(t, \boldsymbol{q}(t), \boldsymbol{q}'(t)) - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}(t, \boldsymbol{q}(t), \boldsymbol{q}'(t)) = 0 \quad \text{for } i = 1, \ldots, n.$$



Universidad de Santiago de Chile. (2009). Formulación de Lagrange-Euler para las Ecuaciones de Movimiento. 13-03-20, de Moodle Sitio web: http://www.udesantiagovirtual.cl/moodle2/mod/book/view.php?id=24924&chapterid=323