NOMBRE DEL ALUMNO:

Everardo Estrella Rojo

CARRERA:

Ing. Mecatrónica

MATERIA:

Dinámica y control de Robots

GRADO Y GRUPO:

8°-B

CUATRIMESTRE:
Septiembre - Diciembre

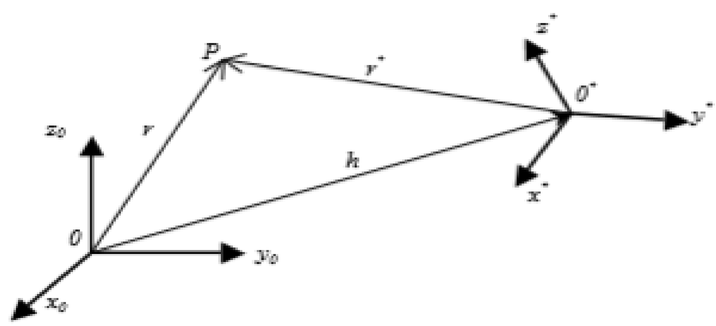
NOMBRE DEL DOCENTE:

Carlos Enrique Morán Garabito

Modelo dinámico del comportamiento del manipulador mediante la formulación Newton-Euler

El método de Newton-Euler permite obtener un conjunto de ecuaciones recursivas hacia delante de velocidad y aceleración lineal y angular las cuales están referidas a cada sistema de referencia articular. Las velocidades y aceleraciones de cada elemento se propagan hacia adelante desde el sistema de referencia de la base hasta el efector final. Las ecuaciones recursivas hacia atrás calculan los pares y fuerzas necesarios para cada articulación desde la mano (incluyendo en ella efectos de fuerzas externas), hasta el sistema de referencia de la base.

La formulación de N-E se basa en los sistemas de coordenadas en movimiento



Con respecto a la figura se tiene que el sistema de coordenadas ***0**** se desplaza y gira en el espacio respecto del sistema de referencia de la base ***0***, el vector que describe el origen del sistema en movimiento es ***h*** y el punto ***P*** se describe respecto del sistema ***0**** a través del vector ***r**** , de acuerdo a esto, la descripción del punto ***P*** respecto del sistema de la base es:

$$r = r^* + h$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr^*}{dt} + \frac{dh}{dt} = v^* + v_h$$

donde v* es la velocidad del punto P respecto del origen del sistema 0* en movimiento y v_h es la velocidad del origen del sistema 0* respecto de la base.

Si el punto P se desplaza y gira respecto del sistema 0* la ecuación anterior debe escribirse como:

$$v = \frac{dr^*}{dt} + \frac{dh}{dt} = \left(\frac{d^* r^*}{dt} + w \times r^*\right) + \frac{dh}{dt}$$

Donde $\frac{d^*r^*}{dt}$ es la velocidad lineal del punto P respecto del origen 0* y * w× r es la velocidad angular del punto P respecto del origen 0* .

De manera similar la aceleración general del sistema de puede describir como:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 r^*}{dt^2} + \frac{d^2 h}{dt^2} = a^* + a_h$$

$$a = \frac{d^{*2} r^*}{dt^2} + 2w \times \frac{d^* r^*}{dt} + w \times (w \times r) + \frac{dw}{dt} \times r^* + \frac{d^2 h}{dt^2}$$

A partir de las ecuaciones de la sección anterior se desarrolla a continuación el planteamiento general para la cinemática de los eslabones del robot.

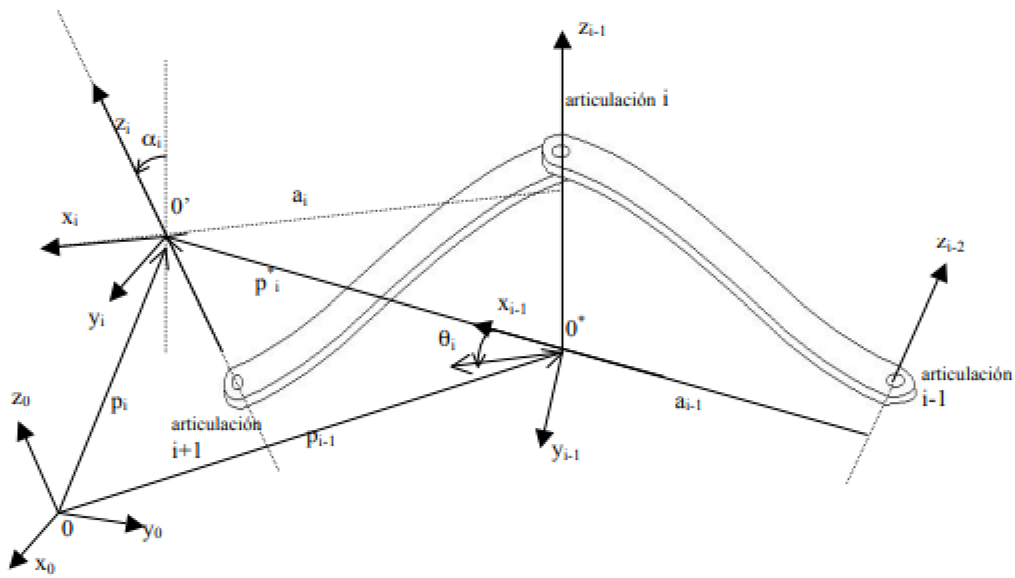


Figura Relaciones vectoriales entre los sistemas de referencia 0,0* y 0'

De acuerdo a la figura las ecuaciones cinemáticas para los eslabones de un robot, se pueden escribir como:

$$v_i = \frac{d^* p_i^*}{dt} + w_{i-1} \times p_i^* + v_{i-1}$$

$$w_i = w_{i-1} + w_i^*$$

Debe notarse que la velocidad angular del sistema de referencia *Wi* es igual a la suma de la velocidad angular absoluta del sistema i-1 más la velocidad angular relativa * *Wi* del eslabón referida a su propio sistema de coordenadas.

La aceleración lineal del sistema de coordenadas de la articulación i es:

$$\dot{v}_i = \frac{d^{*2} p_i^*}{dt^2} + \dot{w}_{i-1} \times p_i^* + 2 w_{i-1} \times \frac{d^* p_i^*}{dt} + w_{i-1} \times \left(w_{i-1} \times p_i^* \right) + \dot{v}_{i-1}$$

$$\dot{w}_i = \dot{w}_{i-1} + \dot{w}_i^*$$

La aceleración angular del sistema de referencia i (xi, yi, zi) respecto del sistema (xi-1, yi-1, zi-1) se consigue de manera similar a la ecuación.

$$\dot{w}_i^* = \frac{d^* w_i^*}{dt} + w_{i-1} \times w_i^*$$

por lo que la ecuación queda como:

$$\dot{w}_i = \dot{w}_{i-1} + \frac{d^* w_i^*}{dt} + w_{i-1} \times w_i^*$$

En general para un robot los sistemas de coordenadas (xi-1, yi-1, zi-1) y (xi, yi, zi) están unidos a los eslabones i-1 e i.

La velocidad del eslabón i respecto del sistema de coordenadas i-1 es qi & . Si el eslabón es prismático, la velocidad será una velocidad de traslación relativa respecto del sistema (xi-1, yi-1, zi-1) y si es rotacional le corresponderá una velocidad rotacional relativa del eslabón i respecto del sistema (xi-1, yi-1, zi-1), por lo tanto:

$$w_i^* = \begin{cases} z_{i-1} \dot{q}_i & \text{si el eslabón i es rotacional} \\ 0 & \text{si el eslabón i es traslacional} \end{cases}$$

donde qi & es la magnitud de la velocidad angular del eslabón i con respecto al sistema de coordenadas (xi-1, yi-1, zi-1). De manera similar:

$$\frac{d^* w^*}{dt} = \begin{cases} z_{i-1} \ddot{q}_i & \text{si el eslabón i es rotacional} \\ 0 & \text{si el eslabón i es traslacional} \end{cases}$$

Debe notarse que el vector i−1 z es igual a (0, 0, 1)[1] .

Las velocidades y aceleraciones de los sistemas de coordenadas ligados a cada eslabón son absolutas y se calculan como:

$$w_i = \begin{cases} w_{i-1} + z_{i-1}\dot{q}_i & \text{si el eslabón i es rotacional} \\ w_{i-1} & \text{si el eslabón i es traslacional} \end{cases}$$

$$\dot{w}_i = \begin{cases} \dot{w}_{i-1} + z_{i-1}\ddot{q}_i + w_{i-1} \times \left(z_{i-1}\dot{q}_i\right) & \text{si el eslabón i es rotacional} \\ \dot{w}_{i-1} & \text{si el eslabón i es traslacional} \end{cases}$$

Las velocidades lineales de los sistemas de referencia de cada eslabón se calculan como:

$$\frac{d^* p_i}{dt} = \begin{cases} w_i \times p_i^* & \text{si el eslabón i es rotacional} \\ z_{i-1}\dot{q}_i & \text{si el eslabón i es traslacional} \end{cases}$$

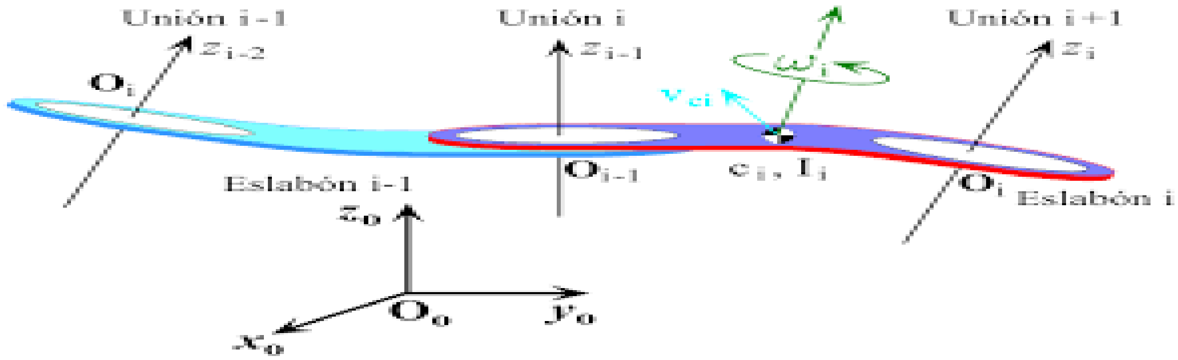
$$\frac{d^{*2} p_i^*}{dt^2} = \begin{cases} \frac{d^* w_i^*}{dt} \times p_i^* + w_i^* \times \left(w_i^* \times p_i^*\right) & \text{si el eslabón i es rotacional} \\ z_{i-1}\ddot{q}_i & \text{si el eslabón i es traslacional} \end{cases}$$

Por lo que la velocidad lineal absoluta del sistema de coordenadas ligado a cada eslabón se calcula como:

$$v_i = \begin{cases} w_i \times p_i^* + v_{i-1} & \text{si el eslabón i es rotacional} \\ z_{i-1}\dot{q}_i + w_i \times p_i^* + v_{i-1} & \text{si el eslabón i es traslacional} \end{cases}$$

La aceleración se calcula como:

$$\dot{v}_i = \begin{cases} \dot{w}_i \times p_i^* + w_i \times \left(w_i \times p_i^*\right) + \dot{v}_{i-1} & \text{si el eslabón i es rotacional} \\ z_{i-1}\ddot{q}_i + \dot{w}_i \times p_i^* + 2w_i \times \left(z_{i-1}\dot{q}_i\right) + w_i \times \left(w_i \times p_i^*\right) + \dot{v}_{i-1} & \text{si el eslabón i es traslacional} \end{cases}$$


Unión i-1
Unión i
Unión i+1
z_{i-2}
z_{i-1}
z_i
O_i
v_{ci}
ω_i
Eslabón i-1
O_{i-1}
c_i, I_i
O_i
Eslabón i
z_0
O_0
y_0
x_0