



Aula 1

SISTEMAS NUMÉRICOS

Projeto de Ensino

Material didático para lógica digital I: circuitos combinacionais

Bolsista: Everalina Guimarães Barbosa

Orientador: César Alberto Bravo Pariente

Sumário

1. CÓDIGO BINÁRIO

- 1.1. Introdução 4
- 1.2. Exemplos 6
- 1.3. Código binário x decimal 7
- 1.4. Conversão para decimal 8

2. CÓDIGO OCTAL

- 2.1. Introdução 10
- 2.2. Código octal x decimal 11
- 2.3. Conversão para decimal 12

3. CÓDIGO HEXADECIMAL

- 3.1. Introdução 13
- 3.2. Código hexa x decimal 14
- 3.3. Conversão para decimal 15

4. CONVERSÃO

- 4.1. Base qualquer → decimal 16
- 4.2. Binário → Octal 17
- 4.3. Octal → Binário 18
- 4.4. Binário → Hexadecimal 19
- 4.5. Hexadecimal → Binário 20

Sumário

4.6. Hexadecimal \leftrightarrow Octal	21	7.3 Potências de 5	32
4.7. Decimal para outras bases ...	22	7. CONVERSÃO POLINOMIAL	
4.7.1 Decimal \rightarrow Binário	23	ENTRE 10 E BASES 2, 8, 16	
4.7.2 Decimal \rightarrow Octal	24	36
4.7.2 Decimal \rightarrow Hexa	25	8. REFERÊNCIAS	
5. BIN2HEX2OCT2BIN	26	BIBLIOGRÁFICAS	37
6. BIN2OCT2HEX2BIN	27		
7. CONVERSÃO ENTRE			
POTÊNCIAS			
7.1 Potências de 2	28		
7.2 Potências de 3	29		

Código Binário – Introdução

- No nosso dia-a-dia o sistema decimal é usado para representar os números. Esse sistema é de base 10, pois possui 10 dígitos:

0 – 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9

- Para sistemas digitais é adotado o sistema binário, de base 2. Nele há apenas dois estados:

0 (baixo ou desligado)

e

1 (alto ou ligado)

Código Binário – Introdução

- No sistema decimal, a casa das unidades vai crescendo, e, quando chega ao dígito máximo (9), a unidade volta à zero e se adiciona uma dezena.

$$08 \rightarrow 09 = 08 + 1$$

- Quando a dezena chega a nove, adiciona-se uma centena e a casa das dezenas é zerada, isso se repete para: milhares, dezenas de milhares, centenas de milhares e assim por diante.

$$09 \rightarrow 10 = 09 + 1$$

- Isso funciona de forma análoga no sistema binário.

$$00 \rightarrow 01 = 00 + 1$$

$$01 \rightarrow 10 = 01 + 1$$

Código Binário – Exemplos

$$8_{10} \rightarrow 9_{10} = 8_{10} + 1_{10} \qquad 009_{10} \rightarrow 010_{10} = 009_{10} + 001_{10}$$

$$0_2 \rightarrow 1_2 = 0_2 + 1_2 \qquad 001_2 \rightarrow 010_2 = 001_2 + 001_2$$

$$011_2 \rightarrow 100_2 = 011_2 + 001_2 \qquad 101_2 \rightarrow 110_2 = 101_2 + 001_2$$

$$100_2 \rightarrow 101_2 = 100_2 + 001_2 \qquad 111_2 \rightarrow 1000_2 = 111_2 + 001_2$$

Código Binário × Código Decimal

DEC	0	1	2	3	4	5	6	7
BIN	00000	00001	00010	00011	00100	00101	00110	00111

DEC	8	9	10	11	12	13	14	15
BIN	01000	01001	01010	01011	01100	01101	01110	01111

DEC	16	17	18	19	20	21	22	23
BIN	10000	10001	10010	10011	10100	10101	10110	10111

Código Binário – Conversão para decimal

- Cada dígito de um número representado em forma binária equivale a uma potência de dois em decimal.

2^n	2^{n-1}	...	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
-------	-----------	-----	-------	-------	-------	-------	-------	-------

- Dessa forma, para converter números binários em decimais basta multiplicar o dígito em binário pelo seu respectivo valor em decimal e, após multiplicar todos os algarismos, soma-se os resultados.

Código Binário – Conversão para decimal

- Exemplo

1 0 1 1 0 1



1×32	0×16	1×8	1×4	0×2	1×1
---------------	---------------	--------------	--------------	--------------	--------------



$$32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 = 45_{10}$$

Código Octal – Introdução

- Outro sistema de numeração é o octal, contando com 8 dígitos, sendo eles:

0 – 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7

- Atualmente ele é pouco utilizado na eletrônica digital, ao contrário dos sistemas binário e hexadecimal.

Código Octal × Código Decimal

DEC	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
OCTA	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15

DEC	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
OCTA	16	17	20	21	22	23	24	25	26	27	30	31	32	33

DEC	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41
OCTA	34	35	36	37	40	41	42	43	44	45	46	47	50	51

Código Octal – Conversão para decimal

- Para conversão de números octais para base decimal, aplica-se a mesma lógica da conversão “binário \rightarrow decimal”, onde dessa vez cada posição equivale a um número de base 8.

8^n	8^{n-1}	...	8^5	8^4	8^3	8^2	8^1	8^0
-------	-----------	-----	-------	-------	-------	-------	-------	-------

- Como um exemplo, o número 3501_8 na base decimal converte-se:

$$\begin{aligned} 3501_8 &= (3 \times 8^3) + (5 \times 8^2) + (0 \times 8^1) + (1 \times 8^0) = \\ &= (3 \times 512) + (5 \times 64) + (0 \times 8) + (1 \times 1) = \\ &= 1.536 + 320 + 0 + 1 = \mathbf{1.857_{10}} \end{aligned}$$

Código Hexadecimal – Introdução

- O sistema hexadecimal conta com 16 dígitos, representados pelos 10 dígitos decimais e as primeiras 6 letras do alfabeto:

0 – 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – A – B – C – D – E – F

- Na conversão as letras A, B, C, D, E e F significam em decimal respectivamente: 10, 11, 12, 13, 14 e 15.
- Esse sistema é bastante usado na área da informática. Com ele grandes números conseguem ser representados de forma mais sucinta, fazendo com que ele seja preferível a outros sistemas numéricos para representar códigos extensos ao usuário.

Código Hexadecimal × Código Decimal

DEC	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
HEX	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D

DEC	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
HEX	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B

DEC	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41
HEX	1C	1D	1E	1F	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29

Código Hexadecimal – Conversão para decimal

- Para conversão de números hexadecimais para decimais, dessa vez cada posição equivale à um número de base 16:

16^n	16^{n-1}	...	16^5	16^4	16^3	16^2	16^1	16^0
--------	------------	-----	--------	--------	--------	--------	--------	--------

- Como um exemplo, o número $F2A0_{16}$ na base decimal é igual a:

$$\begin{aligned} F2A0_8 &= (15 \times 16^3) + (2 \times 16^2) + (10 \times 16^1) + (0 \times 16^0) = \\ &= (15 \times 4.096) + (2 \times 256) + (10 \times 16) + (0 \times 1) = \\ &= 61.440 + 512 + 160 + 0 = \mathbf{62.112_{10}} \end{aligned}$$

Conversão: Base qualquer para Decimal

- Além dos códigos de bases 2, 8 e 16, também é possível converter um número de base qualquer b . Basta usar o método anterior substituindo pela base desejada.

b^n	b^{n-1}	...	b^5	b^4	b^3	b^2	b^1	b^0
-------	-----------	-----	-------	-------	-------	-------	-------	-------

- Como exemplo, uma conversão de número na base 5. Nessa base estarão presentes os dígitos 0, 1, 2, 3 e 4.

$$\begin{aligned} 421303_5 &= (4 \times 5^5) + (2 \times 5^4) + (1 \times 5^3) + (3 \times 5^2) + (0 \times 5^1) + (3 \times 5^0) = \\ &= (4 \times 3.125) + (2 \times 625) + (1 \times 125) + (3 \times 25) + (0 \times 5) + (3 \times 1) = \\ &= 12.500 + 1.250 + 125 + 75 + 0 + 3 = \mathbf{13.953}_{10} \end{aligned}$$

Conversão: Binário \rightarrow Octal

- Para conversão de binário para octal, primeiro se agrupam os bits, da direita para a esquerda, em grupos de 3 (adicionando zeros onde faltar).

Ex.:



- Cada grupo é então convertido para código octal:

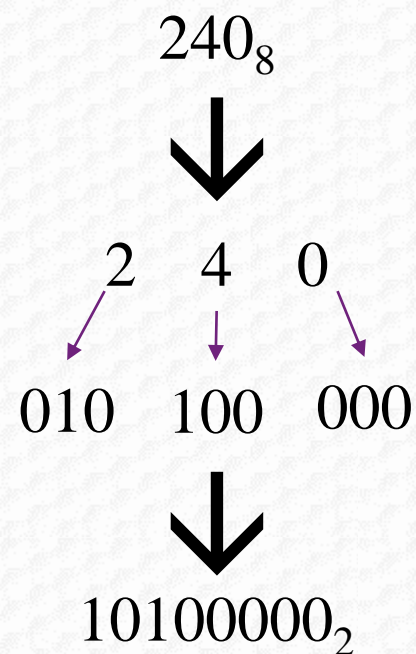
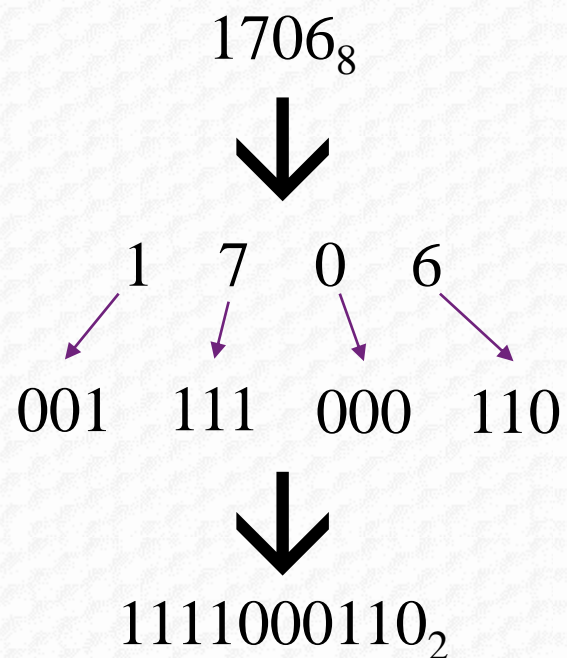
Ex.:



Conversão: Octal \rightarrow Binário

- Para conversão de um número octal para binário, transforma-se cada algarismo octal para base 2, utilizando 3 bits.

Ex.:



Conversão: Binário → Hexadecimal

- Para conversão de binário para hexadecimal, primeiro se agrupam os bits, da direita para a esquerda, em grupos de 4. Se não for possível fazer um grupo de 4 dígitos, adiciona-se zeros à esquerda.
- Cada grupo é então convertido para hexadecimal.

Ex.:

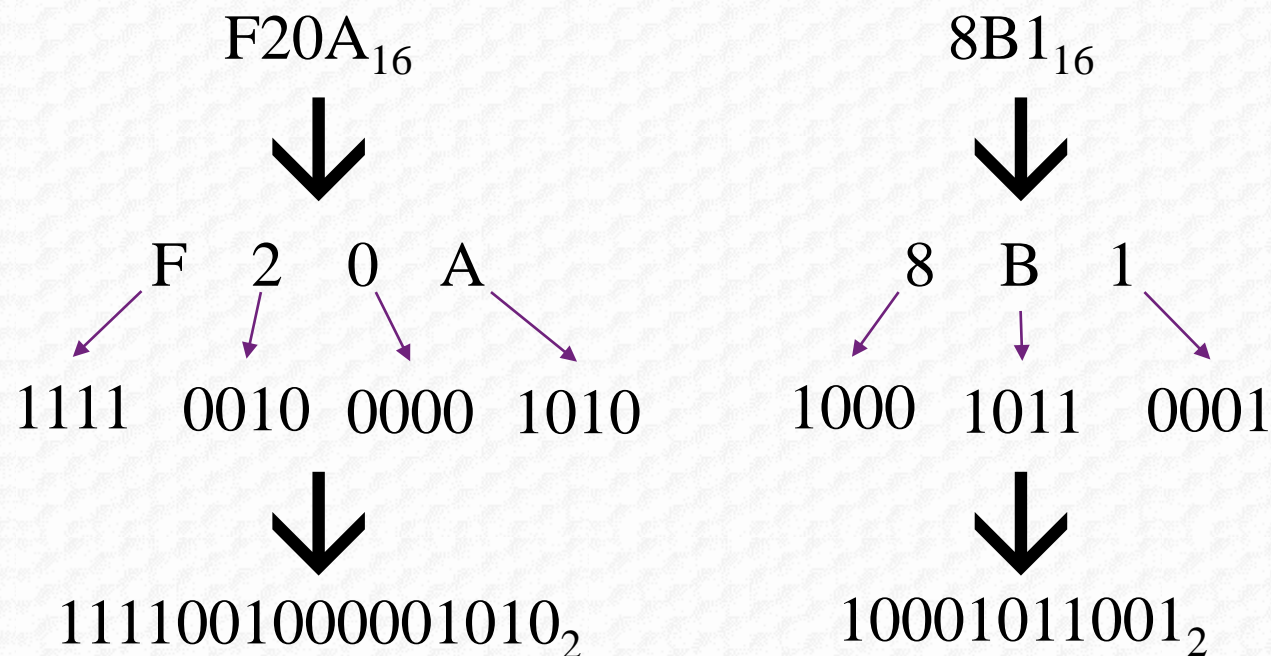
1101101₂
↓
(0110₂) (1101₂)
↓
6D₁₆

10110₂
↓
(0001₂) (0110₂)
↓
16₁₆

Conversão: Hexadecimal → Binário

- Para conversão de hexadecimal para binário basta transformar cada dígito hexadecimal em binário usando 4 bits.

Ex.:



Conversão: Hexadecimal \leftrightarrow Octal

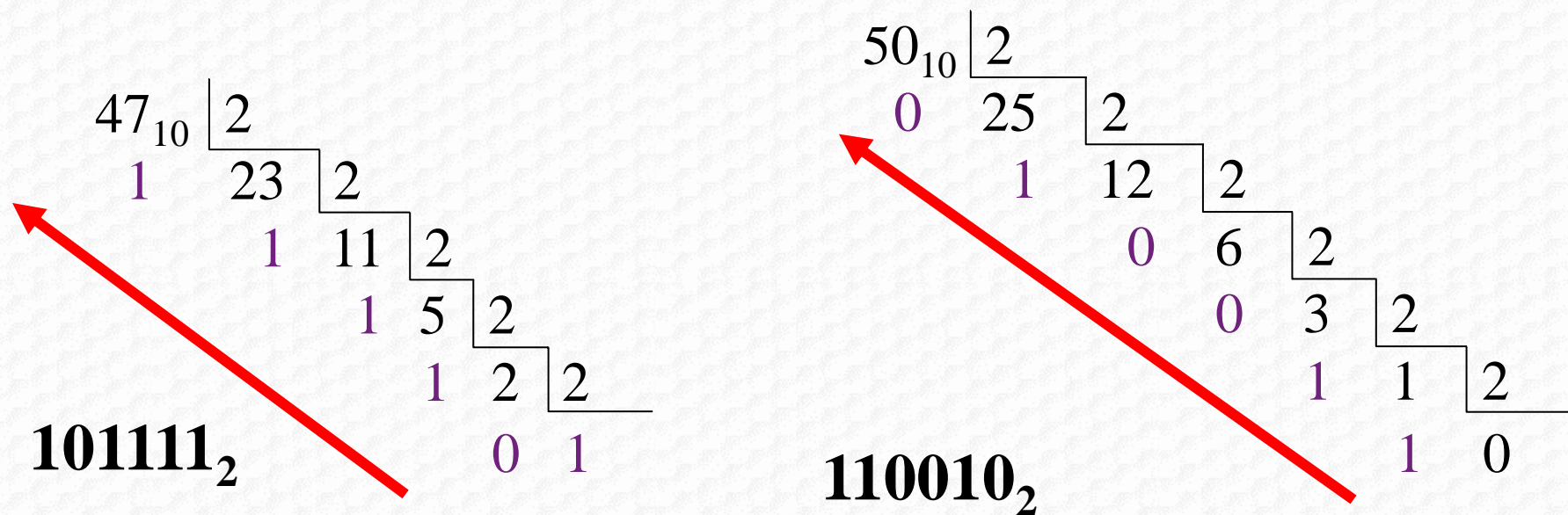
- Na conversão entre hexadecimal e octal, o sistema binário pode ser utilizado como intermediário.
- Portanto, para converter um número hexadecimal em octal, primeiro o número em hexa é convertido para binário e depois esse mesmo número em binário é convertido para octal.
- De forma similar, para converter números octais para hexadecimais, é feito o caminho inverso.

Hexadecimal \rightleftarrows Binário \rightleftarrows Octal

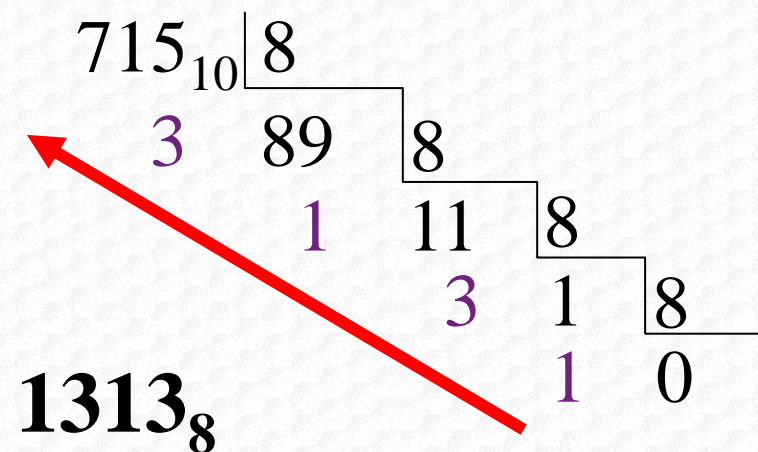
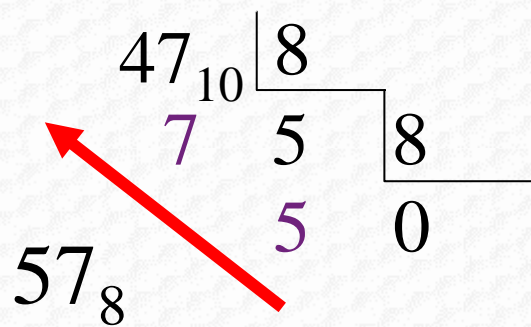
Conversão: decimal para outras bases

- Para converter números de base 10 para qualquer outra base n é necessário fazer várias divisões inteiras até o quociente ser igual a zero. Depois os restos são utilizados em ordem inversa.
- Esse método serve não somente para as bases binária, octal e hexadecimal, mas sim para qualquer base arbitrária.

Ex.: Conversão Decimal \rightarrow Binário



Ex.: Conversão Decimal \rightarrow Octal



Ex.: Conversão Decimal \rightarrow Hexadecimal

$$\begin{array}{r|l} 47_{10} & 16 \\ \hline 15 & 2 \\ 2 & 16 \\ 2 & 0 \end{array}$$

$2F_{16}$

$$\begin{array}{r|l} 715_{10} & 16 \\ \hline 11 & 44 \\ 12 & 2 \\ 2 & 16 \\ 2 & 0 \end{array}$$

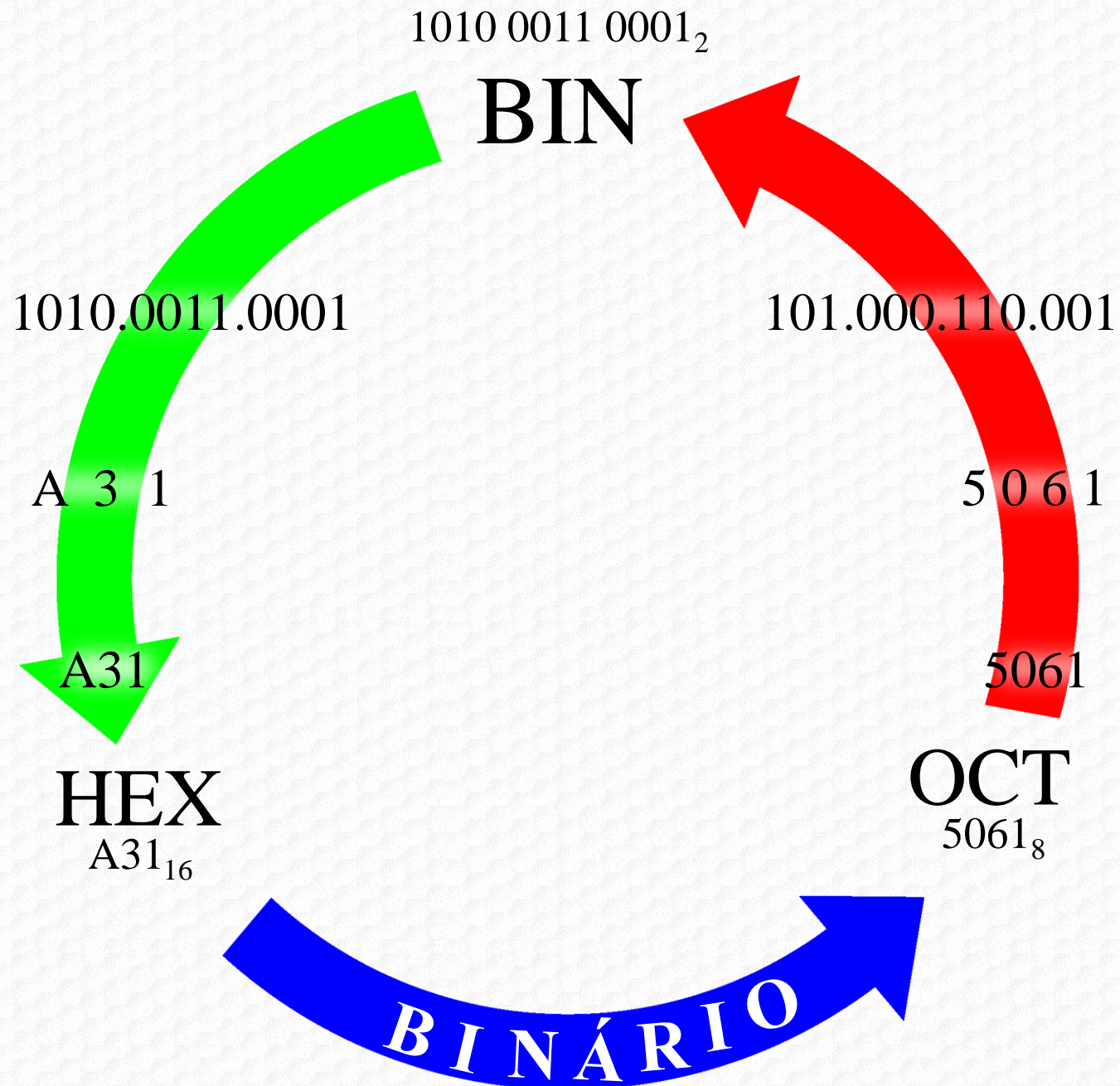
$2CB_{16}$

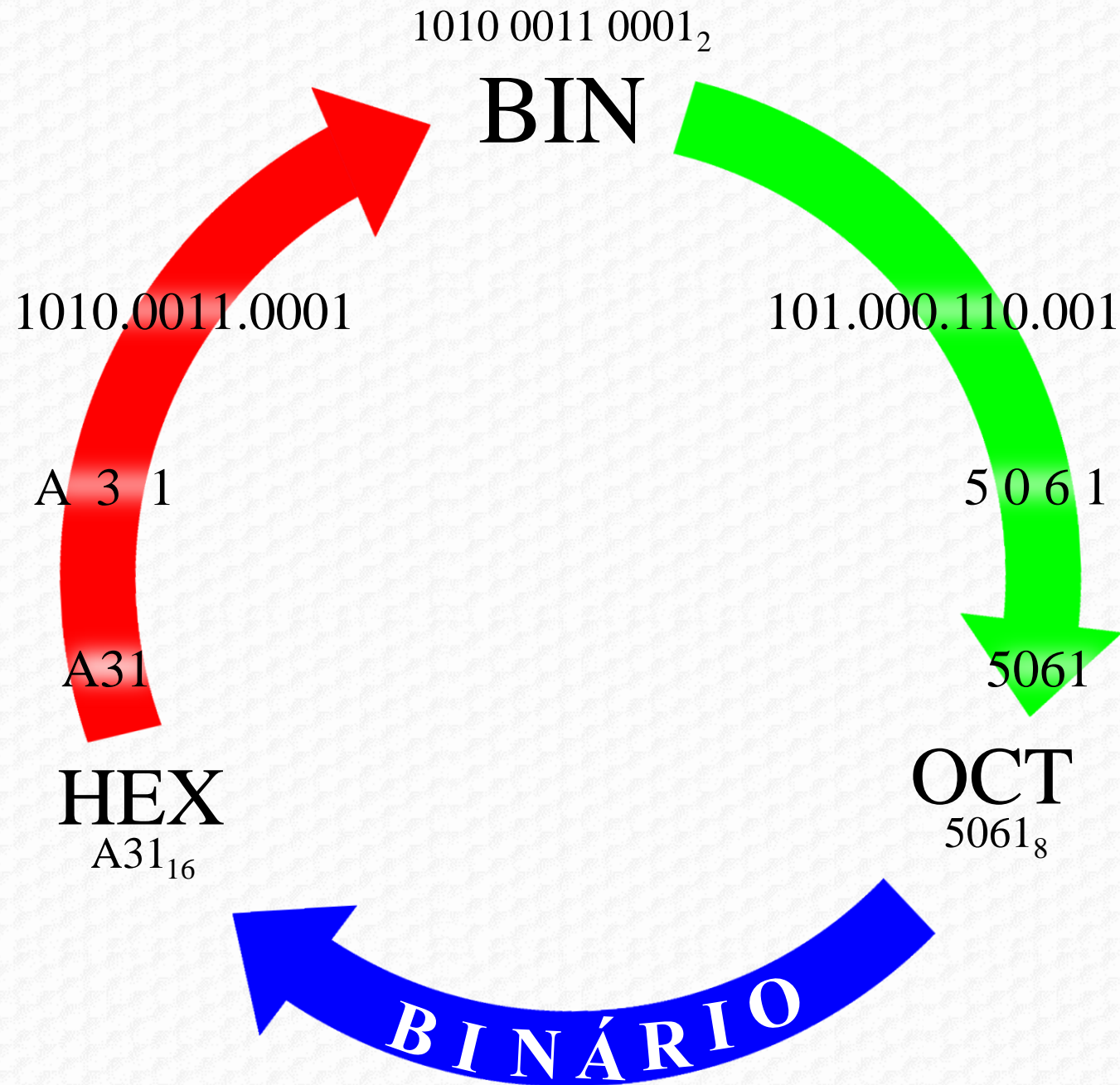
1010 0011 0001₂

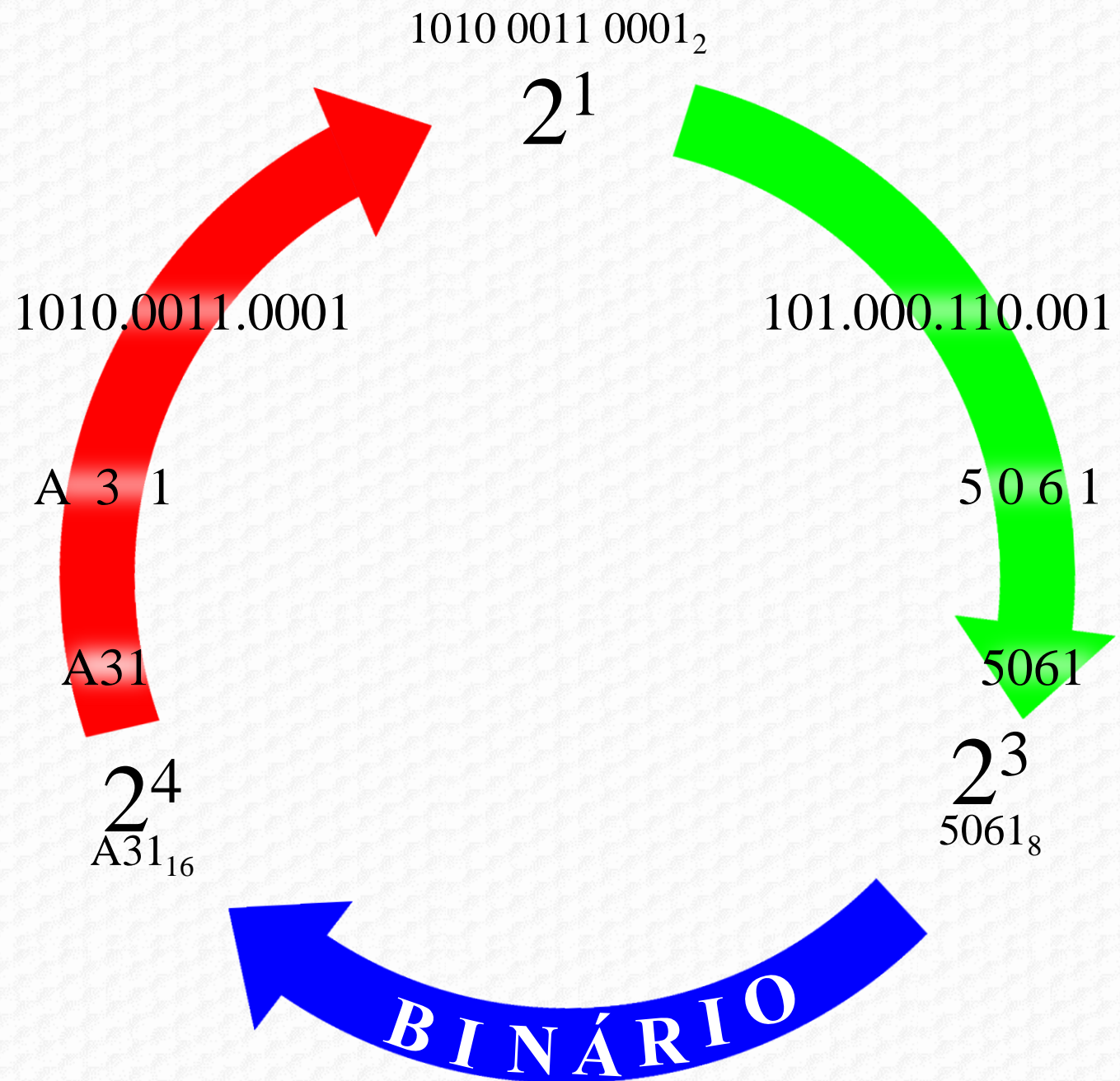
BIN

HEX
A31₁₆

OCT
5061₈







$$3^1$$

$$10201_3$$

$$100_{10}$$

$$3^3$$

$$3^2$$

- Para o sistema 3^3 existem 27 dígitos, sendo composto pelo intervalo [0-9] seguido pelo intervalo [A-Q], onde A e Q representa respectivamente 10_{10} e 26_{10} .

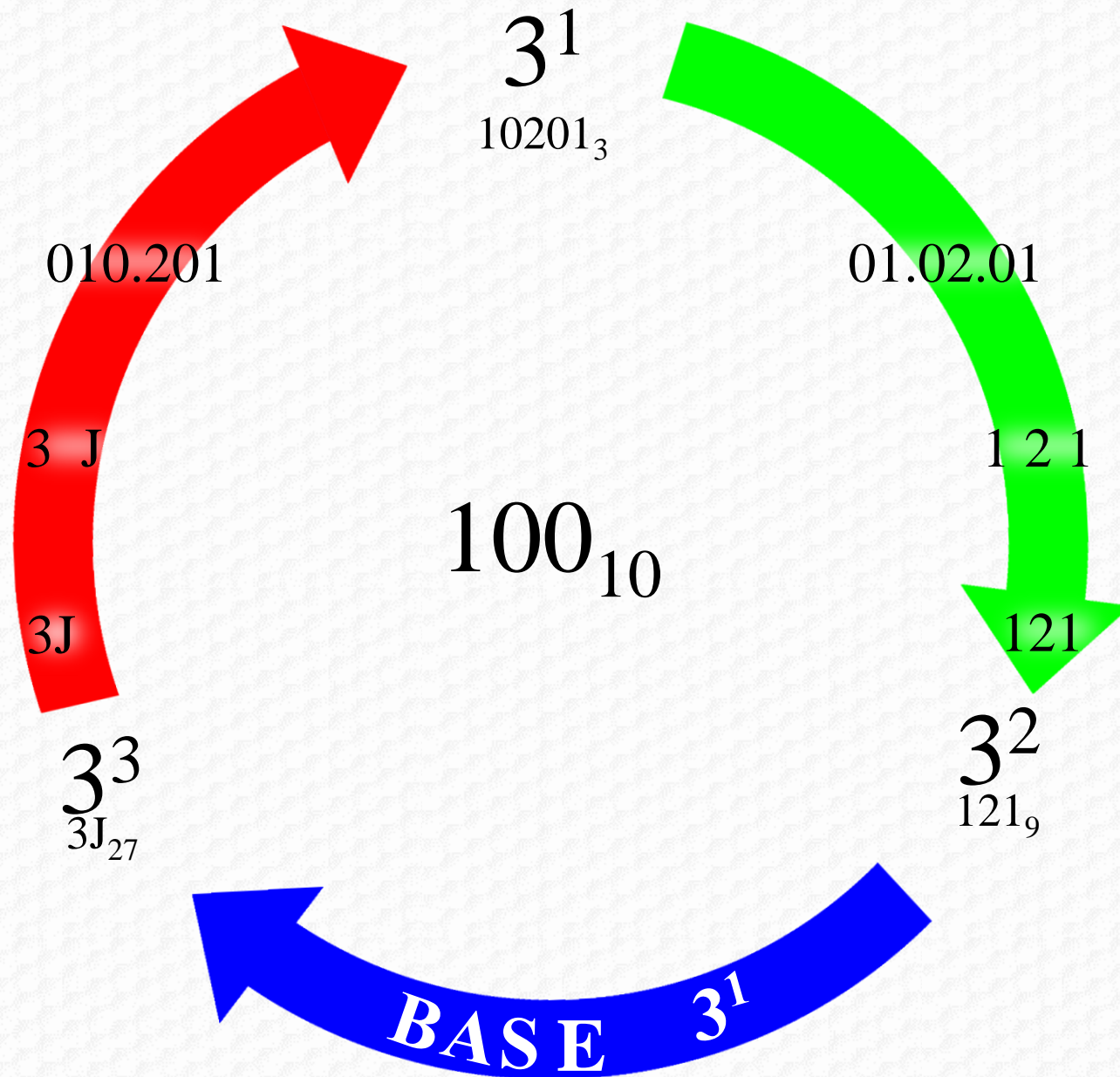
$$3^1$$

$$10201_3$$

$$100_{10}$$

$$3^3$$

$$3^2$$



$$5^1$$

$$130100_5$$

$$5025_{10}$$

$$5^3$$

$$\text{eP}_{125}$$

$$5^2$$

$$\text{D10}_{25}$$

- Para o sistema 5^2 existem 25 dígitos, sendo composto pelo intervalo [0-9] seguido pelo intervalo [A-O], onde A e O representa respectivamente 10_{10} e 24_{10} .

$$5^1$$

$$130100_5$$

$$5025_{10}$$

$$5^3$$

$$\text{eP}_{125}$$

$$5^2$$

$$\text{D10}_{25}$$

- Para o sistema fictício 5^3 , que tem 125 dígitos, foi adotada um padrão em que apenas os primeiros 62 símbolos foram definidos, de forma que a demonstração de conversão fosse simplificada.

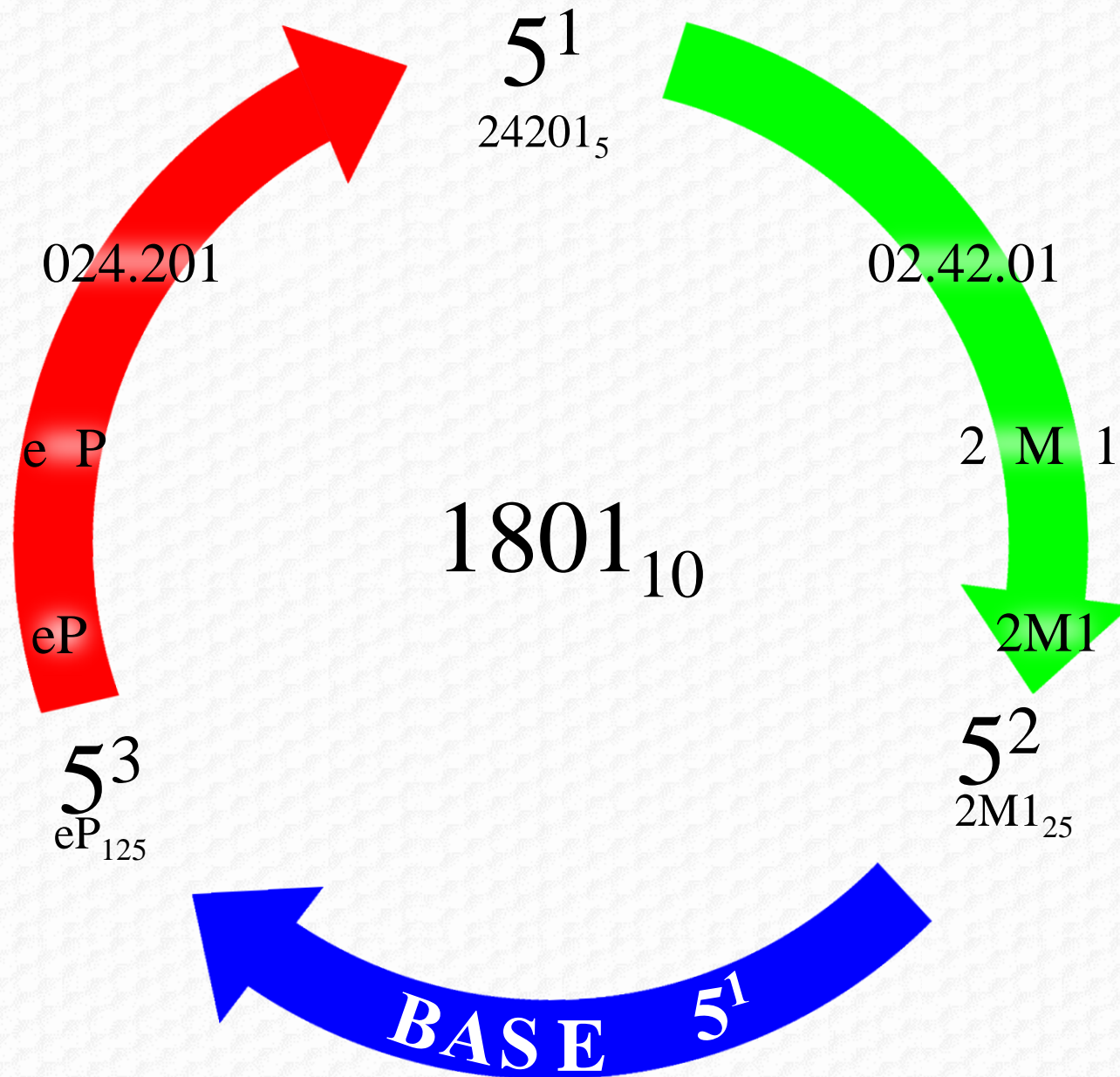
5^3
eP₁₂₅

5^1
130100₅

5025₁₀

- Nesse padrão os primeiros símbolos são os números de 0 à 9, em seguida as letras minúsculas de a à z, que representam 10_{10} e 35_{10} respectivamente, depois as letras maiúsculas de A à Z, representando 36_{10} à 61_{10} .

5^2
D10₂₅



BIN
 101000110001_2

1×2^{11}	0×2^{10}	1×2^9	0×2^8	0×2^7	0×2^6	1×2^5	1×2^4	0×2^3	0×2^2	0×2^1	1×2^0
2048	0	512	0	0	0	32	16	0	0	0	1

$$2048 + 512 + 32 + 16 + 1$$

DEC
 2609_{10}

$$2560 + 48 + 1$$

10×256	3×16	1×1
-----------------	---------------	--------------

10×16^2	3×16^1	1×16^0
------------------	-----------------	-----------------

$A \times 16^2$	3×16^1	1×16^0
-----------------	-----------------	-----------------

HEX
 $A31_{16}$

$$2560 + 48 + 1$$

2560	0	48	1
------	---	----	---

5×512	0×64	6×8	1×1
----------------	---------------	--------------	--------------

5×8^3	0×8^2	6×8^1	1×8^0
----------------	----------------	----------------	----------------

OCT
 5061_8

Referências Bibliográficas

- IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. **Elementos de Eletrônica Digital**. 40. ed. São Paulo: Érica, 2008.
- TOCCI, R. J.; WIDMER, N. S.; MOSS, G. L. **Sistemas digitais: princípios e aplicações**. 12. ed. São Paulo, SP: Pearson, 2018. E-book.
- NELSON, Victor P. *et al.* **Digital logic circuit analysis and design**. 1. ed. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1995.