



Aula 4

CIRCUITOS COMBINACIONAIS E

MAPA DE KARNAUGH

Projeto de Ensino

Material didático para lógica digital I: circuitos combinacionais

Bolsista: Everalina Guimarães Barbosa

Orientador: César Alberto Bravo Pariente

Sumário

1. CIRCUITOS COMBINACIONAIS

1.1. Introdução 3

1.2. Exemplo 4

2. MAPA DE KARNAUGH

2.1. Introdução 8

2.2. Termo mínimo 9

2.3. Duas variáveis 13

2.4. Três variáveis 16

2.5. Quatro variáveis 19

2.6. Cinco variáveis 22

2.7. Exemplo 25

2.8. Agrupamento 28

2.8.1. Duas variáveis 29

2.8.2. Três variáveis 32

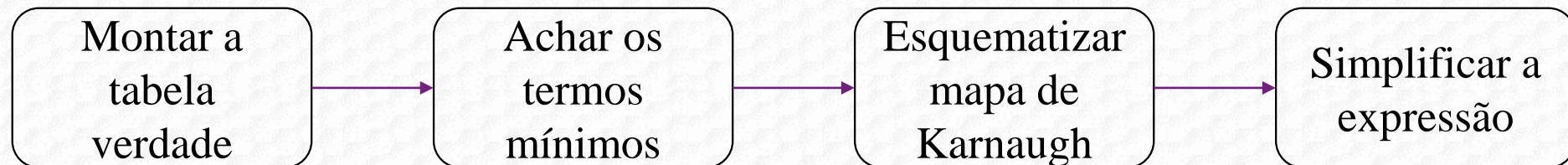
2.8.3. Quatro variáveis 43

2.8.4. Exemplo 52

3. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 59

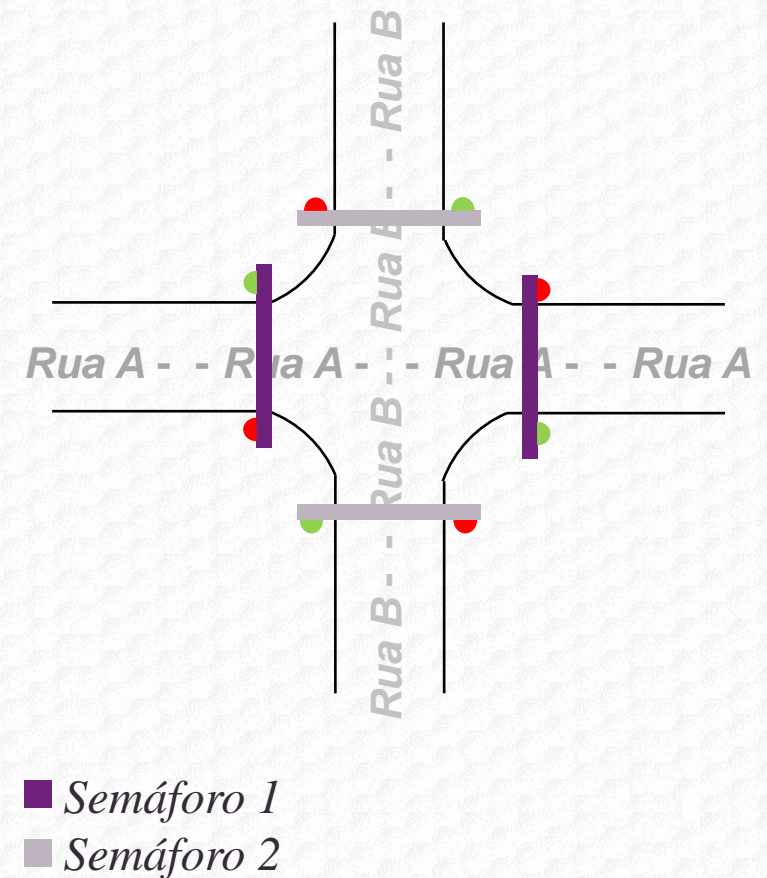
Circuitos combinacionais – Introdução

- “Circuito combinacional é aquele em que a saída depende única e exclusivamente das combinações entre variáveis de entrada”.
- Com circuitos combinacionais é possível reduzir um circuito à uma função que resultará na saída.
- Normalmente para chegar a essa expressão é preciso seguir os seguintes passos:



Circuitos combinacionais – Exemplo

- Para dois semáforos (1 e 2) localizados no cruzamento da Rua A com a Rua B, com apenas dois estados: vermelho e verde.
- A rua A tem preferência à Rua B. Se as duas tiverem carros o semáforo para Rua A deve estar verde e o da Rua B fechado.
- Quando houver apenas carros na Rua A, o semáforo 1 estará verde e o da Rua B vermelho.
- E caso só houver carros transitando na Rua B, o semáforo da Rua B ficará verde e o semáforo 1 fechado.

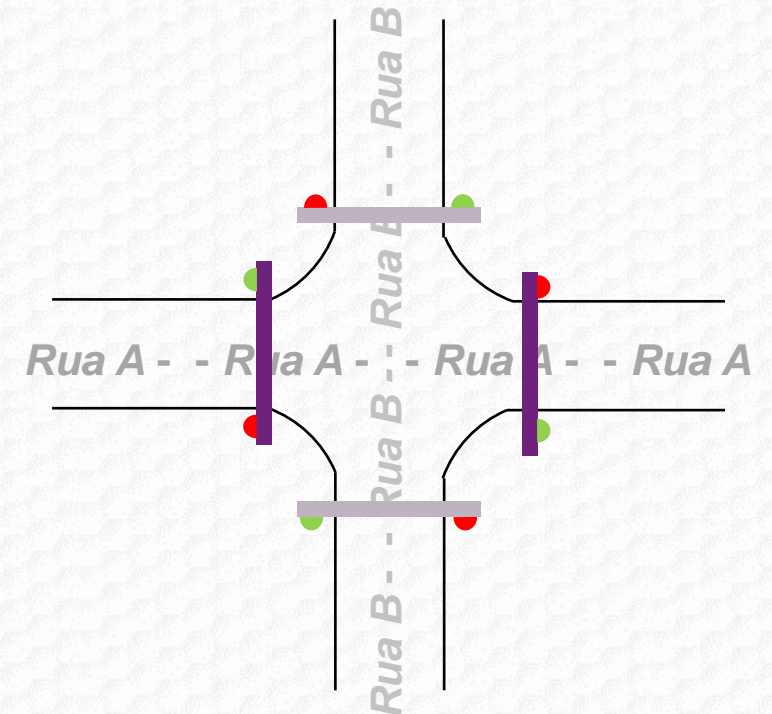


Circuitos combinacionais – Exemplo

- Podemos colocar esse cenário em uma tabela verdade, já que cada luz tem somente dois estados.
- Abaixo a tabela verdade com a situação das ruas e como os semáforos se comportariam:

TABELA VERDADE

Rua A	Rua B	Verde1	Verm1	Verde2	Verm2
0	0	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1
1	1	1	0	0	1

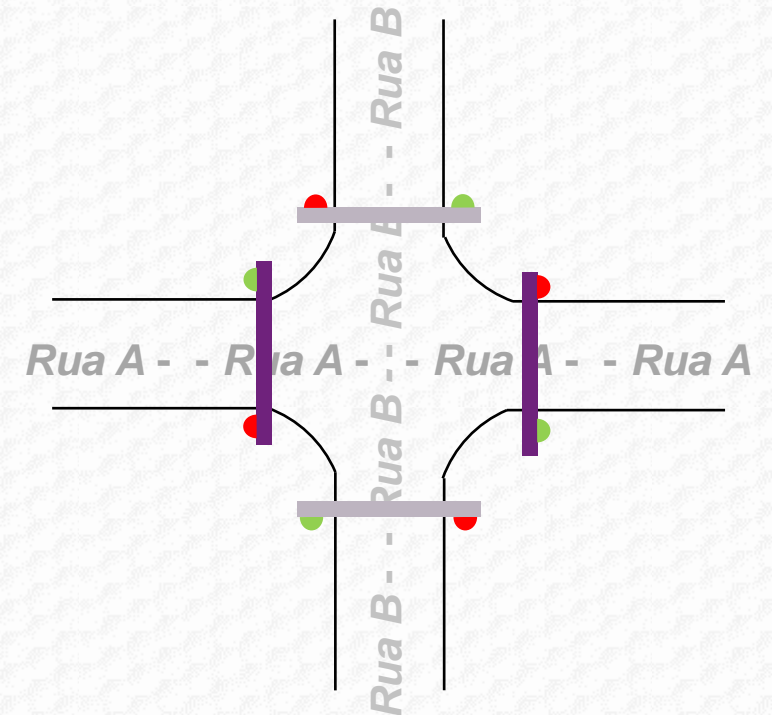


■ *Semáforo 1*
■ *Semáforo 2*

Circuitos combinacionais – Exemplo

Rua A	Rua B	Verde1	Verm1	Verde2	Verm2
0	0	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1
1	1	1	0	0	1

- Ao analisar cada luz individualmente, como circuito combinacional, é possível encontrar uma função simplificada.
- Por exemplo, a luz verde do *Semáforo 1* só é 1 (acesa) quando a rua A é igual a 1, logo Verde1 = A.



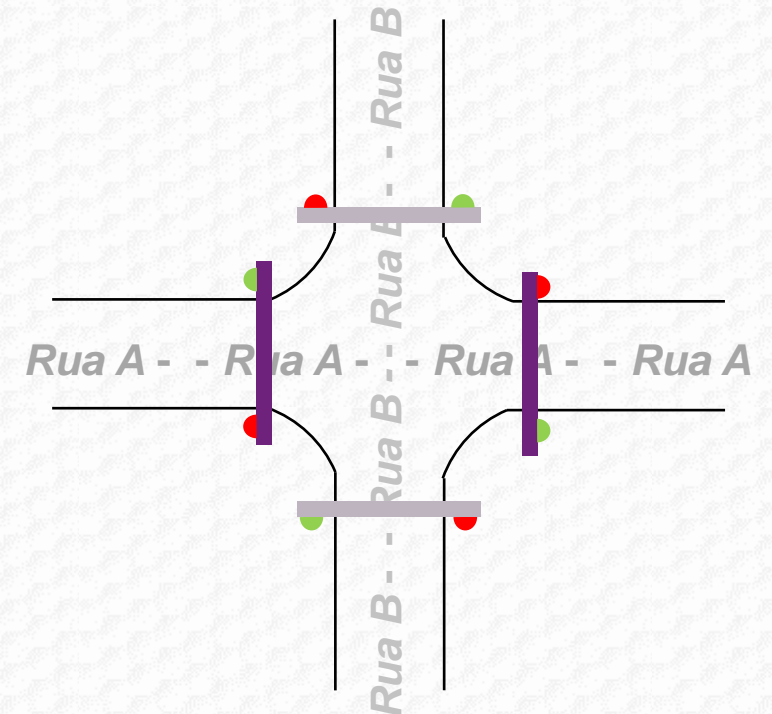
■ *Semáforo 1*
■ *Semáforo 2*

Circuitos combinacionais – Exemplo

Rua A	Rua B	Verde1	Verm1	Verde2	Verm2
0	0	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1
1	1	1	0	0	1

Seguindo essa lógica:

- Verde1 = A
- Verm1 = \bar{A}
- Verde2 = \bar{A}
- Verm2 = A



■ Semáforo 1
■ Semáforo 2

Mapa de Karnaugh – Introdução

- Para encontrar as expressões simplificadas de um circuito combinacional é possível utilizar mapas de Karnaugh.
- Neles são representados os valores de uma tabela verdade para se encontrar a expressão mínima.
- Mapas de Karnaugh podem ser usados de maneira prática para até 6 variáveis, porém com o aumento da quantidade de variáveis eles se tornam mais complexos, sendo melhor utilizar auxílio de computadores.

Mapa de Karnaugh – Termo mínimo

- Literal é uma variável ou a negação de uma variável.
- Um termo mínimo (mintermo) é um produto de literais sem repetição.
- Por exemplo, para duas variáveis (A e B) há 4 mintermos possíveis:

$$\overline{A} \cdot \overline{B}, \quad \overline{A} \cdot B, \quad A \cdot \overline{B} \quad \text{e} \quad AB$$

- Cada mintermo representa uma combinação de variáveis na tabela verdade.

A	B	Termo mínimo
0	0	$\overline{A} \cdot \overline{B}$
0	1	$\overline{A} \cdot B$
1	0	$A \cdot \overline{B}$
1	1	$A \cdot B$

Mapa de Karnaugh – Termo mínimo

A	B	Mintermo
0	0	$\bar{A} \cdot \bar{B}$
0	1	$\bar{A} \cdot B$
1	0	$A \cdot \bar{B}$
1	1	$A \cdot B$

- Cada mintermo se traduz em um caso na tabela verdade.
- Usando os valores dos literais em binário é possível enumerar cada um desses casos.

Mapa de Karnaugh – Termo mínimo

A	B	Caso
0	0	0 0
0	1	0 1
1	0	1 0
1	1	1 1

- Cada mintermo se traduz em um caso na tabela verdade.
- Usando os valores dos literais em binário é possível enumerar cada um desses casos.

Mapa de Karnaugh – Termo mínimo

A	B	Caso
0	0	0
0	1	1
1	0	2
1	1	3

- Cada mintermo se traduz em um caso na tabela verdade.
- Usando os valores dos literais em binário é possível enumerar cada um desses casos.

Mapa de Karnaugh – Duas variáveis

- Para duas variáveis, cada casa do mapa representa um termo mínimo da tabela verdade. São formas diferentes de ver a mesma informação.

A	B	Termo Min.
0	0	$\bar{A} \cdot \bar{B}$
0	1	$\bar{A} \cdot B$
1	0	$A \cdot \bar{B}$
1	1	$A \cdot B$

	\bar{B}	B
\bar{A}	$\bar{A} \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$
A	$A \cdot \bar{B}$	$A \cdot B$

Mapa de Karnaugh – Duas variáveis

- Enumerando os casos:

A	B	Casos
0	0	0 0
0	1	0 1
1	0	1 0
1	1	1 1

	\bar{B}	B
\bar{A}	0 0	0 1
A	1 0	1 1

Mapa de Karnaugh – Duas variáveis

- Enumerando os casos:

A	B	Casos
0	0	0 0
0	1	0 1
1	0	1 0
1	1	1 1

	\bar{B}	B
\bar{A}	0	1
A	2	3

Mapa de Karnaugh – Três variáveis

- O mapa também pode ser usado com três variáveis da seguinte forma:

A	B	C	Mintermo
0	0	0	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$
0	0	1	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$
0	1	0	$\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$
0	1	1	$\bar{A} \cdot B \cdot C$
1	0	0	$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$
1	0	1	$A \cdot \bar{B} \cdot C$
1	1	0	$A \cdot B \cdot \bar{C}$
1	1	1	$A \cdot B \cdot C$

	\bar{B}		B	
\bar{A}	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$
A	$A\bar{B}\bar{C}$	$A\bar{B}C$	$AB\bar{C}$	ABC
	\bar{C}	C	\bar{C}	C

Mapa de Karnaugh – Três variáveis

- Enumerando os casos:

A	B	C	Casos
0	0	0	0 0 0
0	0	1	0 0 1
0	1	0	0 1 0
0	1	1	0 1 1
1	0	0	1 0 0
1	0	1	1 0 1
1	1	0	1 1 0
1	1	1	1 1 1

	\bar{B}		B	
\bar{A}	000	001	011	010
A	100	101	111	110
	\bar{C}	C	C	\bar{C}

Mapa de Karnaugh – Três variáveis

- Enumerando os casos:

A	B	C	Casos
0	0	0	0 0 0
0	0	1	0 0 1
0	1	0	0 1 0
0	1	1	0 1 1
1	0	0	1 0 0
1	0	1	1 0 1
1	1	0	1 1 0
1	1	1	1 1 1

	\bar{B}		B	
\bar{A}	0	1	3	2
A	4	5	7	6
	\bar{C}	C		\bar{C}

Mapa de Karnaugh – Quatro variáveis

- O mapa para quatro variáveis:

		\bar{C}		C		
\bar{A}		$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}CD$	\bar{B}
		$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}BC\bar{D}$	$\bar{A}BCD$	
A		$AB\bar{C}\bar{D}$	$AB\bar{C}D$	$ABC\bar{D}$	$ABCD$	B
		$A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	$A\bar{B}\bar{C}D$	$A\bar{B}C\bar{D}$	$A\bar{B}CD$	\bar{B}
		\bar{D}		D	\bar{D}	

Mapa de Karnaugh – Quatro variáveis

- Em termos de casos:

		\bar{C}		C			
\bar{A}		0000	0001	0011	0010	\bar{B}	
		0100	0101	0111	0110		
A		1100	1101	1111	1110	B	
		1000	1001	1011	1010		
		\bar{D}	D		\bar{D}		

Mapa de Karnaugh – Quatro variáveis

- Em termos de casos:

		\bar{C}		C			
\bar{A}		0	1	3	2	\bar{B}	
		4	5	7	6		
A		12	13	15	14	B	
		8	9	11	10		
		\bar{D}	D		\bar{D}		

Mapa de Karnaugh – Cinco variáveis

- Para cinco variáveis:

					\overline{A}
		\overline{D}	D		
\overline{B}	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}\overline{E}$	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}E$	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}D\overline{E}$	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}DE$	\overline{C}
	$\overline{A}\overline{B}C\overline{D}\overline{E}$	$\overline{A}\overline{B}C\overline{D}E$	$\overline{A}\overline{B}CD\overline{E}$	$\overline{A}\overline{B}CDE$	C
B	$\overline{A}B\overline{C}\overline{D}\overline{E}$	$\overline{A}B\overline{C}\overline{D}E$	$\overline{A}B\overline{C}D\overline{E}$	$\overline{A}B\overline{C}DE$	
	$\overline{A}BC\overline{D}\overline{E}$	$\overline{A}BC\overline{D}E$	$\overline{A}BCD\overline{E}$	$\overline{A}BCDE$	\overline{C}
		\overline{E}	E	\overline{E}	

					A
		\overline{D}	D		
\overline{B}	$A\overline{B}\overline{C}\overline{D}\overline{E}$	$A\overline{B}\overline{C}\overline{D}E$	$A\overline{B}\overline{C}D\overline{E}$	$A\overline{B}\overline{C}DE$	\overline{C}
	$A\overline{B}C\overline{D}\overline{E}$	$A\overline{B}C\overline{D}E$	$A\overline{B}CD\overline{E}$	$A\overline{B}CDE$	C
B	$ABC\overline{D}\overline{E}$	$ABC\overline{D}E$	$ABCD\overline{E}$	$ABCDE$	
	$AB\overline{C}\overline{D}\overline{E}$	$AB\overline{C}\overline{D}E$	$AB\overline{C}D\overline{E}$	$AB\overline{C}DE$	\overline{C}
		\overline{E}	E	\overline{E}	

Mapa de Karnaugh – Cinco variáveis

- Enumerando os casos:

					\overline{A}	
		\overline{D}		D		
\overline{B}		00000	00001	00011	00010	\overline{C}
		00100	00101	00111	00110	C
B		01100	01101	01111	01110	
		01000	01001	01011	01010	\overline{C}
		\overline{E}	E	\overline{E}		

A		\overline{D}		D		
\overline{B}		10000	10001	10011	10010	\overline{C}
		10100	10101	10111	10110	C
B		11100	11101	11111	11110	
		11000	11001	11011	11010	\overline{C}
		\overline{E}	E		\overline{E}	

Mapa de Karnaugh – Cinco variáveis

- Enumerando os casos:

		\bar{A}			
		\bar{D}		D	
\bar{B}	0	1	3	2	\bar{C}
	4	5	7	6	
B	12	13	15	14	C
	8	9	11	10	\bar{C}
		\bar{E}	E	\bar{E}	

		A			
		\bar{D}		D	
\bar{B}	16	17	19	18	\bar{C}
	20	21	23	22	
B	28	29	31	30	C
	24	25	27	26	\bar{C}
		\bar{E}	E	\bar{E}	

Mapa de Karnaugh – Exemplo

- Para converter uma tabela verdade em mapa de Karnaugh basta colocar o valor de cada mintermo na sua posição do mapa.
- Abaixo um exemplo com a tabela verdade da operação A NAND B e seu respectivo mapa de Karnaugh.

A	B	$\overline{A \cdot B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$\overline{A \cdot B}$	\overline{B}	B
\overline{A}	1	1
A	1	0

Mapa de Karnaugh – Exemplo

- Para obter então a expressão desse circuito combinacional é preciso pegar todos os mintermos em que a saída é verdadeira e somá-los.
- Após isso, a expressão pode ser simplificada usando álgebra booleana.

$\overline{A \cdot B}$	\overline{B}	B
\overline{A}	1	1
A	1	0

$$A \text{ NAND } B = \overline{A \cdot B} = \overline{A} \overline{B} + \overline{A} B + A \overline{B}$$

Mapa de Karnaugh – Exemplo

$$\begin{aligned}
 A \text{ NAND } B &= \overline{A}\overline{B} + \overline{A}B + A\overline{B} \\
 &= \overline{A}(\overline{B} + B) + A\overline{B} \\
 &= \overline{A}(1) + A\overline{B} \\
 &= \overline{A} + A\overline{B} \\
 &= \overline{\overline{\overline{\overline{\overline{A} + A\overline{B}}}}} \\
 &= \overline{\overline{\overline{\overline{A} \cdot A\overline{B}}}} \\
 &= \overline{A \cdot A\overline{B}} \\
 &= \overline{A \cdot \overline{\overline{\overline{\overline{A\overline{B}}}}}}
 \end{aligned}$$

$\overline{A \cdot B}$	\overline{B}	B
\overline{A}	1	1
A	1	0

$$\begin{aligned}
 A \text{ NAND } B &= \overline{\overline{\overline{\overline{\overline{A \cdot A + B}}}}} \\
 &= \overline{A \cdot (\overline{A} + B)} \\
 &= \overline{A\overline{A} + AB} \\
 &= \overline{0 + AB} \\
 &= \overline{AB}
 \end{aligned}$$

Mapa de Karnaugh – Agrupamento

- O uso do mapa de Karnaugh possibilita agrupamento de áreas, o que faz com que a simplificação da expressão não seja necessária.
- Agrupamentos são feitos através de casas adjacentes que têm um mesmo valor.
- Esses agrupamentos são feitos em base de dois. Ou seja, é possível fazer agrupamentos com mintermos através de pares (2^1), quartetos (2^2), octetos (2^3) e assim por diante.
- Para evitar simplificações é mais adequado agrupar a maior quantidade possível de mintermos e não os repetir em agrupamentos distintos.

Mapa de Karnaugh – Agrupamento: Duas variáveis

- Para duas variáveis só é possível fazer pares, ou uma quadra.
- Os pares para duas variáveis são:

	\bar{B}	B
\bar{A}		
A		

$$\begin{aligned}
 &= \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B \\
 &= \bar{A}(\bar{B} + B) \\
 &= \bar{A}(1) \\
 &= \bar{A}
 \end{aligned}$$

	\bar{B}	B
\bar{A}		
A		

$$\begin{aligned}
 &= \bar{A}\bar{B} + A\bar{B} \\
 &= \bar{B}(\bar{A} + A) \\
 &= \bar{B}(1) \\
 &= \bar{B}
 \end{aligned}$$

	\bar{B}	B
\bar{A}		
A		

$$\begin{aligned}
 &= A\bar{B} + AB \\
 &= A(\bar{B} + B) \\
 &= A(1) \\
 &= A
 \end{aligned}$$

	\bar{B}	B
\bar{A}		
A		

$$\begin{aligned}
 &= \bar{A}B + AB \\
 &= B(\bar{A} + A) \\
 &= B(1) \\
 &= B
 \end{aligned}$$

Mapa de Karnaugh – Agrupamento: Duas variáveis

- Para duas variáveis só é possível fazer pares, ou uma quadra.
- Os pares para duas variáveis são:

	\bar{B}	B
\bar{A}		
A		

$= \bar{A}$

	\bar{B}	B
\bar{A}		
A		

$= \bar{B}$

	\bar{B}	B
\bar{A}		
A		

$= A$

	\bar{B}	B
\bar{A}		
A		

$= B$

Mapa de Karnaugh – Agrupamento: Duas variáveis

- Para duas variáveis só é possível fazer pares, ou uma quadra.
- O quarteto para duas variáveis é:

	\bar{B}	B
\bar{A}		
A		

$$\begin{aligned} &= \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B + A\bar{B} + AB \\ &= \bar{A}(\bar{B} + B) + A\bar{B} + AB \\ &= \bar{A}(1) + A\bar{B} + AB \\ &= \bar{A} + A(\bar{B} + B) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \bar{A} + A(1) \\ &= \bar{A} + A \\ &= 1 \end{aligned}$$

Mapa de Karnaugh – Agrupamento: Três variáveis

- Para três variáveis é possível fazer pares, quadras ou um octeto.
- Os pares para três variáveis são:

	\bar{B}	B
\bar{A}		
A		
	\bar{C}	C

$$\begin{aligned}
 &= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} \\
 &= \bar{B}\bar{C}(\bar{A} + A) \\
 &= \bar{B}\bar{C}(1) \\
 &= \bar{B}\bar{C}
 \end{aligned}$$

	\bar{B}	B
\bar{A}		
A		
	\bar{C}	C

$$\begin{aligned}
 &= \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}C \\
 &= \bar{B}C(\bar{A} + A) \\
 &= \bar{B}C(1) \\
 &= \bar{B}C
 \end{aligned}$$

	\bar{B}	B
\bar{A}		
A		
	\bar{C}	C

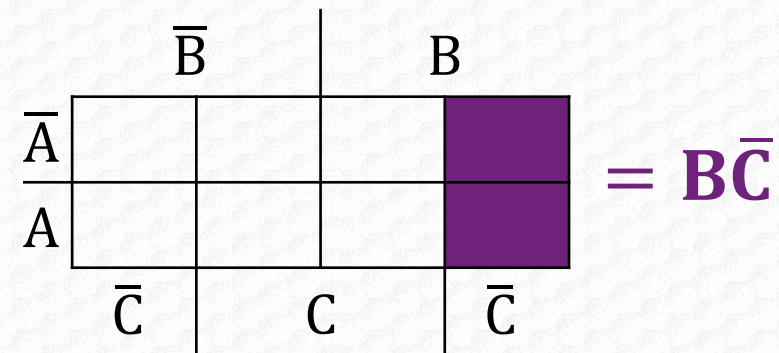
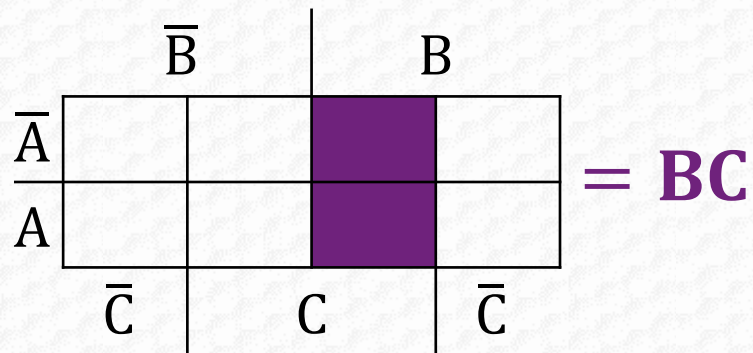
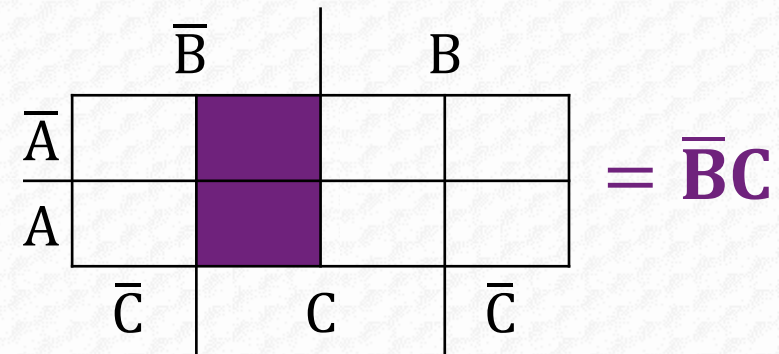
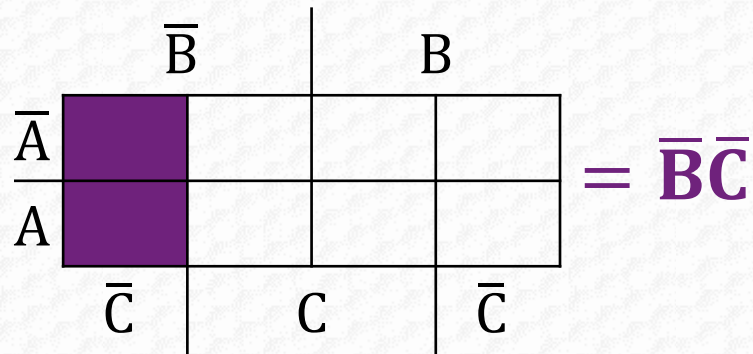
$$\begin{aligned}
 &= \bar{A}BC + ABC \\
 &= BC(\bar{A} + A) \\
 &= BC(1) \\
 &= BC
 \end{aligned}$$

	\bar{B}	B
\bar{A}		
A		
	\bar{C}	C

$$\begin{aligned}
 &= \bar{A}B\bar{C} + AB\bar{C} \\
 &= B\bar{C}(\bar{A} + A) \\
 &= B\bar{C}(1) \\
 &= B\bar{C}
 \end{aligned}$$

Mapa de Karnaugh – Agrupamento: Três variáveis

- Para três variáveis é possível fazer pares, quadras ou um octeto.
- Os pares para três variáveis são:



Mapa de Karnaugh – Agrupamento: Três variáveis

- Para três variáveis é possível fazer pares, quadras ou um octeto.
- Os pares para três variáveis são:

	\bar{B}	B	
\bar{A}			
A			
	\bar{C}	C	\bar{C}

$$\begin{aligned}
 &= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C \\
 &= \bar{A}\bar{B}(\bar{C} + C) \\
 &= \bar{A}\bar{B}(1) \\
 &= \bar{A}\bar{B}
 \end{aligned}$$

	\bar{B}	B	
\bar{A}			
A			
	\bar{C}	C	\bar{C}

$$\begin{aligned}
 &= \bar{A}BC + \bar{A}B\bar{C} \\
 &= \bar{A}B(C + \bar{C}) \\
 &= \bar{A}B(1) \\
 &= \bar{A}B
 \end{aligned}$$

	\bar{B}	B	
\bar{A}			
A			
	\bar{C}	C	\bar{C}

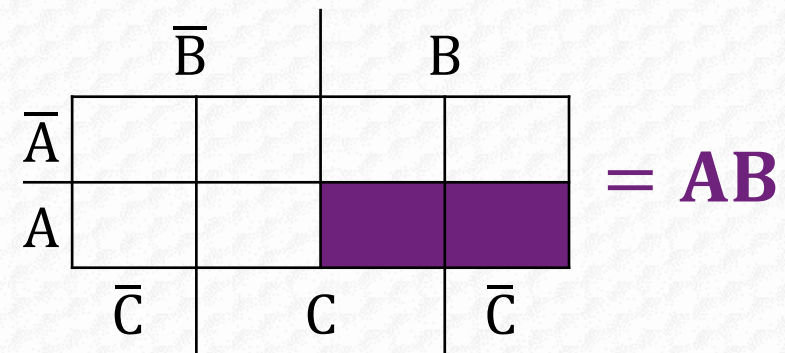
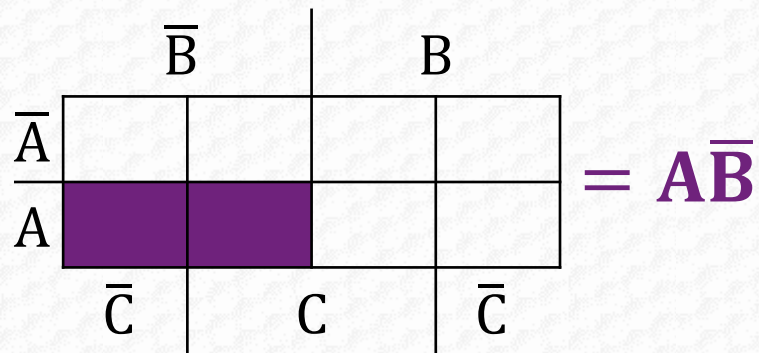
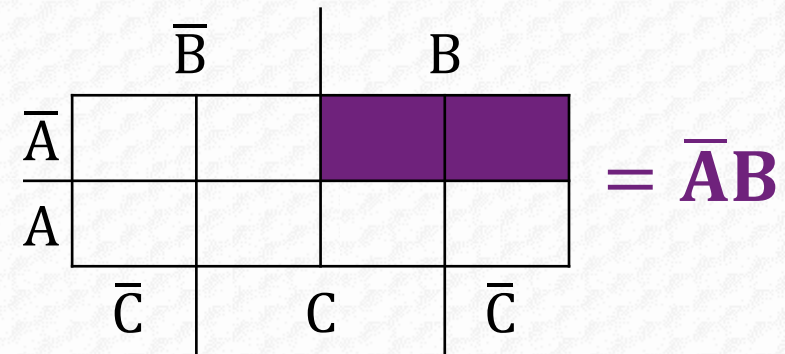
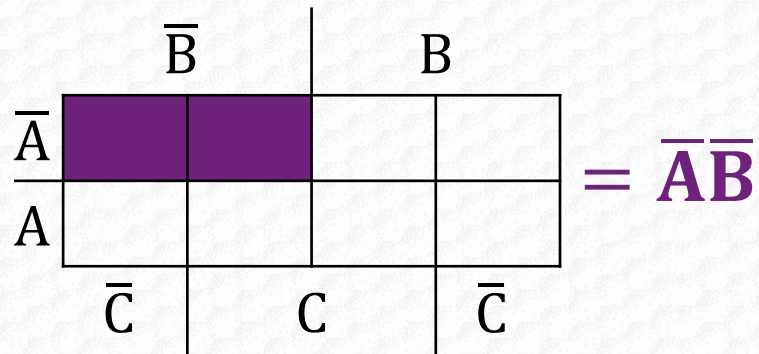
$$\begin{aligned}
 &= A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C \\
 &= A\bar{B}(\bar{C} + C) \\
 &= A\bar{B}(1) \\
 &= A\bar{B}
 \end{aligned}$$

	\bar{B}	B	
\bar{A}			
A			
	\bar{C}	C	\bar{C}

$$\begin{aligned}
 &= ABC + AB\bar{C} \\
 &= AB(C + \bar{C}) \\
 &= AB(1) \\
 &= AB
 \end{aligned}$$

Mapa de Karnaugh – Agrupamento: Três variáveis

- Para três variáveis é possível fazer pares, quadras ou um octeto.
- Os pares para três variáveis são:



Mapa de Karnaugh – Agrupamento: Três variáveis

- Para três variáveis é possível fazer pares, quadras ou um octeto.
- Os pares para três variáveis são:

	\bar{B}	B
\bar{A}		
A		
	\bar{C}	C

$$\begin{aligned} &= \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC \\ &= \bar{A}C(\bar{B} + B) \\ &= \bar{A}C(1) \\ &= \bar{A}C \end{aligned}$$

	\bar{B}	B
\bar{A}		
A		
	\bar{C}	C

$$\begin{aligned} &= A\bar{B}C + ABC \\ &= AC(\bar{B} + B) \\ &= AC(1) \\ &= AC \end{aligned}$$

Mapa de Karnaugh – Agrupamento: Três variáveis

- Para três variáveis é possível fazer pares, quadras ou um octeto.
- Os pares para três variáveis são:

	\bar{B}	B
\bar{A}		
A		
	\bar{C}	C

$\bar{A}C$

	\bar{B}	B
\bar{A}		
A		
	\bar{C}	C

AC

Mapa de Karnaugh – Agrupamento: Três variáveis

- Para três variáveis é possível fazer pares, quadras ou um octeto.
- Os pares para três variáveis são:

	\bar{B}	B
\bar{A}		
A		
	\bar{C}	C

$$\begin{aligned} &= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} \\ &= \bar{A}\bar{C}(\bar{B} + B) \\ &= \bar{A}\bar{C}(1) \\ &= \bar{A}\bar{C} \end{aligned}$$

	\bar{B}	B
\bar{A}		
A		
	\bar{C}	C

$$\begin{aligned} &= A\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C} \\ &= A\bar{C}(\bar{B} + B) \\ &= A\bar{C}(1) \\ &= A\bar{C} \end{aligned}$$

No mapa de Karnaugh os extremos da direita e esquerda são considerados adjacentes. Isso também ocorre para os extremos superiores e inferiores.

Mapa de Karnaugh – Agrupamento: Três variáveis

- Para três variáveis é possível fazer pares, quadras ou um octeto.
- Os pares para três variáveis são:

	\bar{B}	B
\bar{A}		
A		
	\bar{C}	C

$\bar{A}\bar{C}$

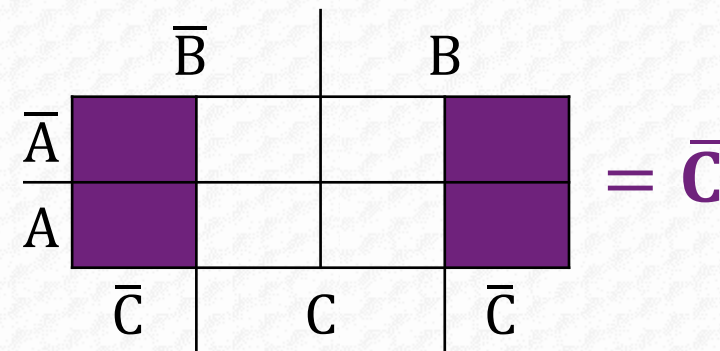
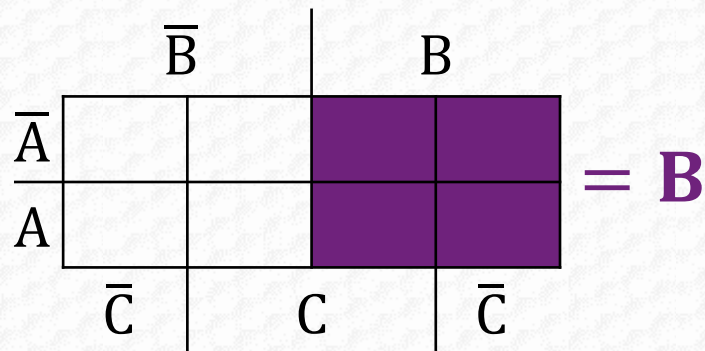
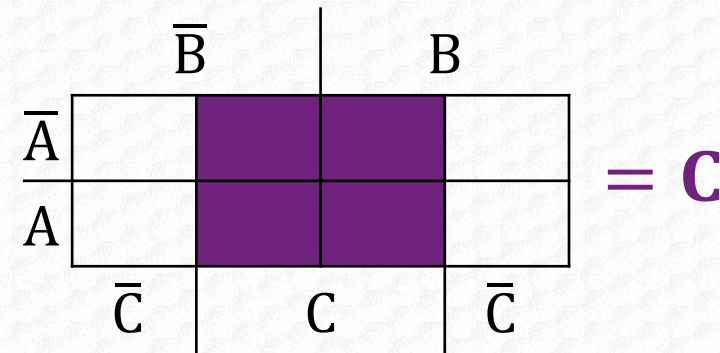
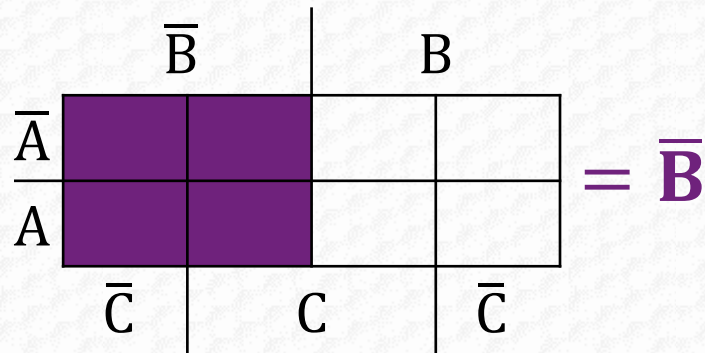
	\bar{B}	B
\bar{A}		
A		
	\bar{C}	C

$A\bar{C}$

No mapa de Karnaugh os extremos da direita e esquerda são considerados adjacentes. Isso também ocorre para os extremos superiores e inferiores.

Mapa de Karnaugh – Agrupamento: Três variáveis

- Para três variáveis é possível fazer pares, quadras ou um octeto.
- Os quartetos para três variáveis são:



Mapa de Karnaugh – Agrupamento: Três variáveis

- Para três variáveis é possível fazer pares, quadras ou um octeto.
- Os quartetos para três variáveis são:

	\bar{B}		B	
\bar{A}				
A				
	\bar{C}	C	\bar{C}	

\bar{A}

	\bar{B}		B	
\bar{A}				
A				
	\bar{C}	C	\bar{C}	

A

Mapa de Karnaugh – Agrupamento: Três variáveis

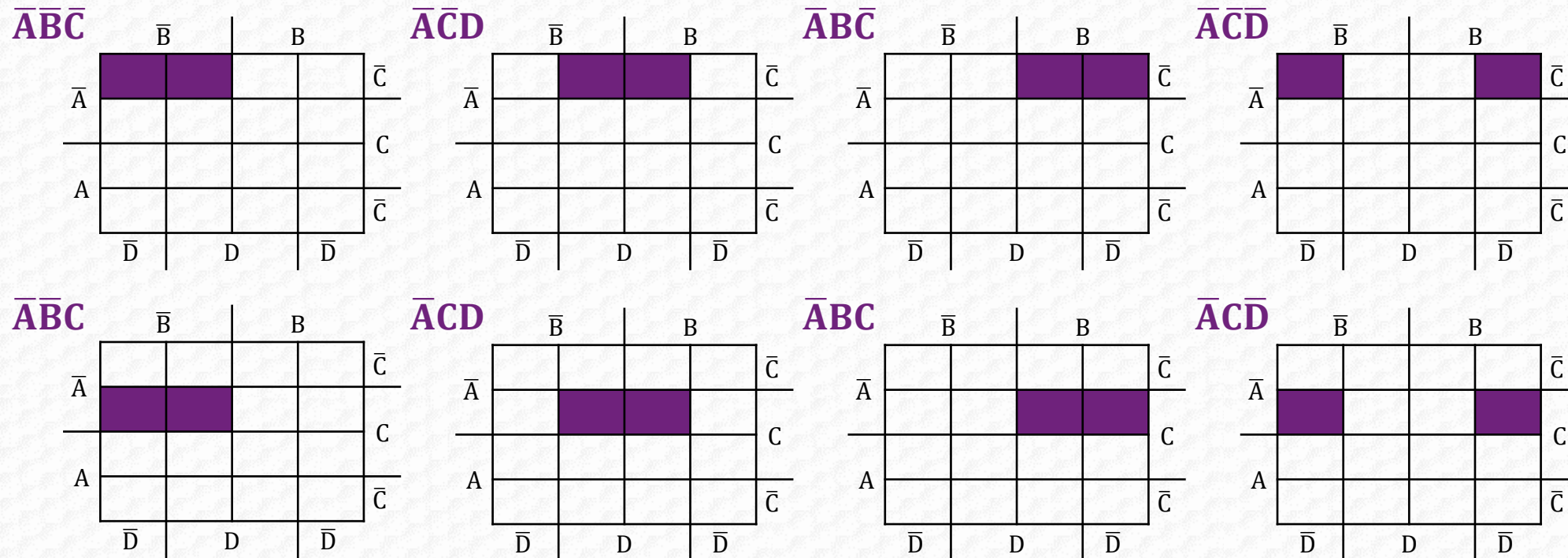
- Para três variáveis é possível fazer pares, quadras ou um octeto.
- O octeto para três variáveis é:

	\bar{B}	B	
\bar{A}			
A			
	\bar{C}	C	\bar{C}

$= 1$

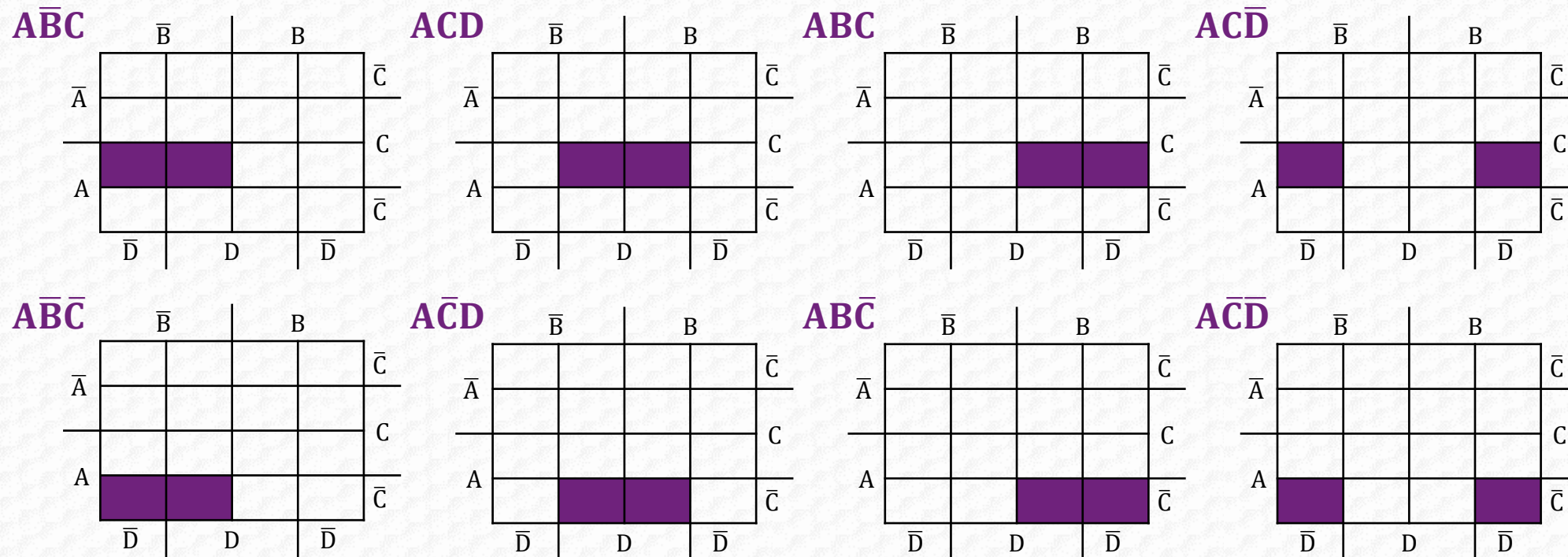
Mapa de Karnaugh – Agrupamento: Quatro variáveis

- Para quatro variáveis é possível fazer pares, quadras, octetos ou um agrupamento de 16.
- Os pares para quatro variáveis são:



Mapa de Karnaugh – Agrupamento: Quatro variáveis

- Para quatro variáveis é possível fazer pares, quadras, octetos ou um agrupamento de 16.
- Os pares para quatro variáveis são:



Mapa de Karnaugh – Agrupamento: Quatro variáveis

- Para quatro variáveis é possível fazer pares, quadras, octetos ou um agrupamento de 16.
- Os pares para quatro variáveis são:

$\overline{A}\overline{B}\overline{D}$

	\overline{B}	B	
\overline{A}	1		\overline{C}
			C
A			\overline{C}
	\overline{D}	D	\overline{D}

$\overline{B}\overline{C}\overline{D}$

	\overline{B}	B	
\overline{A}	1		\overline{C}
			C
A	1		\overline{C}
	\overline{D}	D	\overline{D}

$A\overline{B}\overline{D}$

	\overline{B}	B	
\overline{A}			\overline{C}
			C
A	1		\overline{C}
	\overline{D}	D	\overline{D}

$\overline{B}\overline{C}\overline{D}$

	\overline{B}	B	
\overline{A}	1		\overline{C}
			C
A	1		\overline{C}
	\overline{D}	D	\overline{D}

$\overline{A}\overline{B}D$

	\overline{B}	B	
\overline{A}		1	\overline{C}
			C
A			\overline{C}
	\overline{D}	D	\overline{D}

$\overline{B}CD$

	\overline{B}	B	
\overline{A}			\overline{C}
		1	C
A		1	\overline{C}
	\overline{D}	D	\overline{D}

$A\overline{B}D$

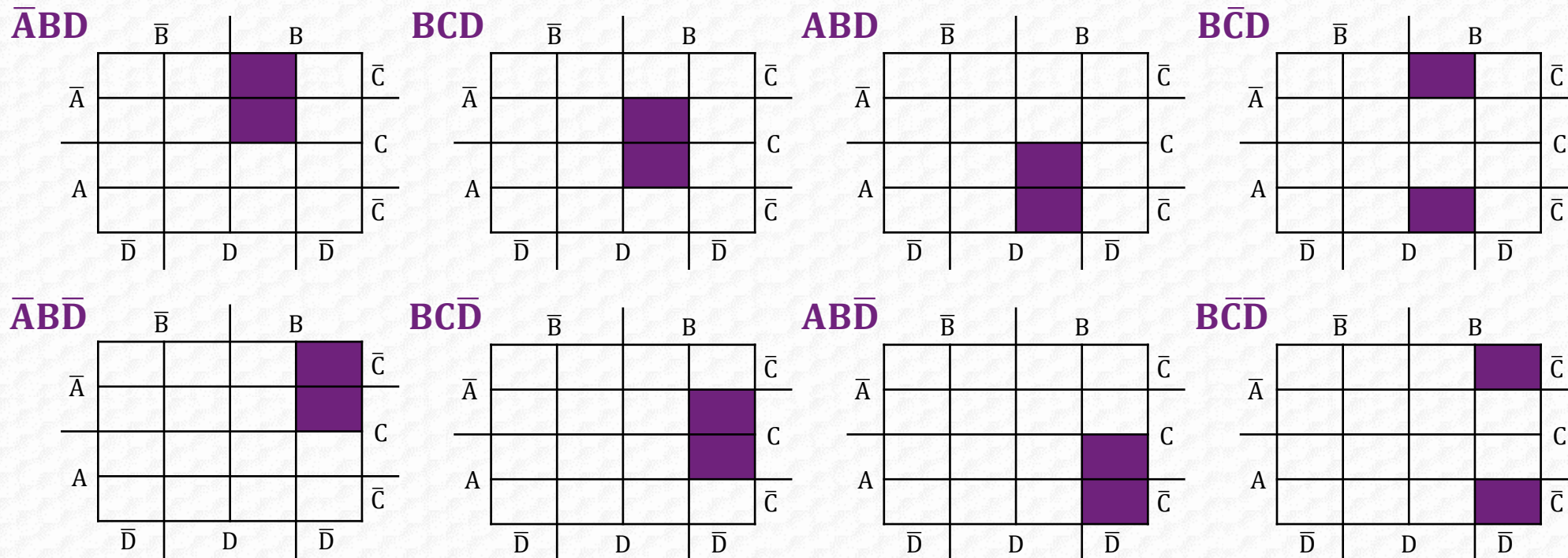
	\overline{B}	B	
\overline{A}			\overline{C}
			C
A		1	\overline{C}
	\overline{D}	D	\overline{D}

$\overline{B}\overline{C}D$

	\overline{B}	B	
\overline{A}		1	\overline{C}
			C
A			\overline{C}
	\overline{D}	D	\overline{D}

Mapa de Karnaugh – Agrupamento: Quatro variáveis

- Para quatro variáveis é possível fazer pares, quadras, octetos ou um agrupamento de 16.
- Os pares para quatro variáveis são:



Mapa de Karnaugh – Agrupamento:

Quatro variáveis

- Para quatro variáveis é possível fazer pares, quadras, octetos ou um agrupamento de 16.
- Os quartetos para quatro variáveis são:

$\bar{A}\bar{C}$

	\bar{B}	B		
\bar{A}	1	1	1	1
				\bar{C}
A				C
				\bar{C}
	\bar{D}	D	\bar{D}	

$\bar{A}C$

	\bar{B}	B		
\bar{A}				
	1	1	1	1
A				
				\bar{C}
	\bar{D}	D	\bar{D}	

AC

	\bar{B}	B		
\bar{A}				
				\bar{C}
A	1	1	1	1
				C
	\bar{D}	D	\bar{D}	

$A\bar{C}$

	\bar{B}	B		
\bar{A}				
				\bar{C}
A	1	1	1	1
				C
	\bar{D}	D	\bar{D}	

$\bar{B}\bar{D}$

	\bar{B}	B		
\bar{A}	1			\bar{C}
	1			C
A	1			\bar{C}
	\bar{D}	D	\bar{D}	

$\bar{B}D$

	\bar{B}	B		
\bar{A}		1		\bar{C}
		1		C
A		1		\bar{C}
	\bar{D}	D	\bar{D}	

BD

	\bar{B}	B		
\bar{A}		1		\bar{C}
		1		C
A		1		\bar{C}
	\bar{D}	D	\bar{D}	

$B\bar{D}$

	\bar{B}	B		
\bar{A}			1	\bar{C}
			1	C
A			1	\bar{C}
	\bar{D}	D	\bar{D}	

Mapa de Karnaugh – Agrupamento: Quatro variáveis

- Para quatro variáveis é possível fazer pares, quadras, octetos ou um agrupamento de 16.
- Os quartetos para quatro variáveis são:

$\bar{A}\bar{B}$

	\bar{B}	B	
\bar{A}	1	1	
A			
	\bar{D}	D	\bar{D}

$\bar{A}D$

	\bar{B}	B	
\bar{A}		1	1
A			
	\bar{D}	D	\bar{D}

$\bar{A}B$

	\bar{B}	B	
\bar{A}		1	1
A			
	\bar{D}	D	\bar{D}

$\bar{A}\bar{D}$

	\bar{B}	B	
\bar{A}	1		1
A			
	\bar{D}	D	\bar{D}

$A\bar{B}$

	\bar{B}	B	
\bar{A}			
A	1	1	
	\bar{D}	D	\bar{D}

AD

	\bar{B}	B	
\bar{A}			
A		1	1
	\bar{D}	D	\bar{D}

AB

	\bar{B}	B	
\bar{A}			
A		1	1
	\bar{D}	D	\bar{D}

$A\bar{D}$

	\bar{B}	B	
\bar{A}			
A	1		1
	\bar{D}	D	\bar{D}

Mapa de Karnaugh – Agrupamento: Quatro variáveis

- Para quatro variáveis é possível fazer pares, quadras, octetos ou um agrupamento de 16.
- Os quartetos para quatro variáveis são:

$\overline{B}C$

	\overline{B}	B		
\overline{A}				\overline{C}
				C
A				\overline{C}
	\overline{D}	D	\overline{D}	

CD

	\overline{B}	B		
\overline{A}				\overline{C}
				C
A				\overline{C}
	\overline{D}	D	\overline{D}	

BC

	\overline{B}	B		
\overline{A}				\overline{C}
				C
A				\overline{C}
	\overline{D}	D	\overline{D}	

$C\overline{D}$

	\overline{B}	B		
\overline{A}				\overline{C}
				C
A				\overline{C}
	\overline{D}	D	\overline{D}	

$\overline{B}\overline{C}$

	\overline{B}	B		
\overline{A}				\overline{C}
				C
A				\overline{C}
	\overline{D}	D	\overline{D}	

$\overline{C}\overline{D}$

	\overline{B}	B		
\overline{A}				\overline{C}
				C
A				\overline{C}
	\overline{D}	D	\overline{D}	

$B\overline{C}$

	\overline{B}	B		
\overline{A}				\overline{C}
				C
A				\overline{C}
	\overline{D}	D	\overline{D}	

$\overline{C}\overline{D}$

	\overline{B}	B		
\overline{A}				\overline{C}
				C
A				\overline{C}
	\overline{D}	D	\overline{D}	

Mapa de Karnaugh – Agrupamento: Quatro variáveis

- Para quatro variáveis é possível fazer pares, quadras, octetos ou um agrupamento de 16.
- Os octetos para quatro variáveis são:

\bar{A}

	\bar{B}	B		
\bar{A}				\bar{C}
				C
A				\bar{C}
	\bar{D}	D	\bar{D}	

C

	\bar{B}	B		
\bar{A}				\bar{C}
				C
A				\bar{C}
	\bar{D}	D	\bar{D}	

A

	\bar{B}	B		
\bar{A}				\bar{C}
				C
A				\bar{C}
	\bar{D}	D	\bar{D}	

\bar{C}

	\bar{B}	B		
\bar{A}				\bar{C}
				C
A				\bar{C}
	\bar{D}	D	\bar{D}	

\bar{B}

	\bar{B}	B		
\bar{A}				\bar{C}
				C
A				\bar{C}
	\bar{D}	D	\bar{D}	

D

	\bar{B}	B		
\bar{A}				\bar{C}
				C
A				\bar{C}
	\bar{D}	D	\bar{D}	

B

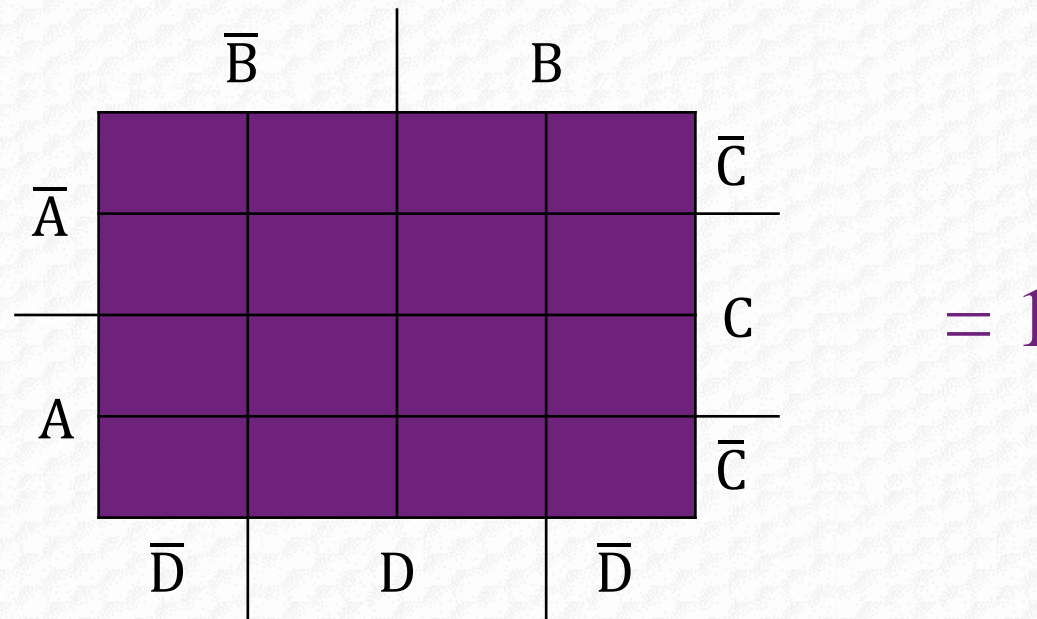
	\bar{B}	B		
\bar{A}				\bar{C}
				C
A				\bar{C}
	\bar{D}	D	\bar{D}	

\bar{D}

	\bar{B}	B		
\bar{A}				\bar{C}
				C
A				\bar{C}
	\bar{D}	D	\bar{D}	

Mapa de Karnaugh – Agrupamento: Quatro variáveis

- Para quatro variáveis é possível fazer pares, quadras, octetos ou um agrupamento de 16.
- O agrupamento de 16 para quatro variáveis é:



Mapa de Karnaugh – Agrupamento:

Exemplo

- Podemos usar o mapa de Karnaugh para encontrar a expressão minimizada da seguinte tabela verdade:

A	B	C	D	Saída
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0

A	B	C	D	Saída
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Mapa de Karnaugh – Agrupamento: Exemplo

A	B	C	D	Saída
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	1
0	1	1	0	
0	1	1	1	

A	B	C	D	Saída
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

- Os mintermos para a tabela são: $\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}$, $\overline{A}\overline{B}\overline{C}D$, $\overline{A}\overline{B}C\overline{D}$, $\overline{A}\overline{B}CD$, $A\overline{B}\overline{C}\overline{D}$, $A\overline{B}\overline{C}D$, $A\overline{B}C\overline{D}$, $A\overline{B}CD$, $ABC\overline{D}$ e $ABCD$.

Mapa de Karnaugh – Agrupamento:

Exemplo

A	B	C	D	Saída
0	0	0	0	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}$
0	0	0	1	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}D$
0	0	1	0	$\overline{A}\overline{B}C\overline{D}$
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	$\overline{A}B\overline{C}D$
0	1	1	0	
0	1	1	1	

A	B	C	D	Saída
1	0	0	0	$A\overline{B}\overline{C}\overline{D}$
1	0	0	1	$A\overline{B}\overline{C}D$
1	0	1	0	$A\overline{B}C\overline{D}$
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	$AB\overline{C}D$
1	1	1	0	$ABC\overline{D}$
1	1	1	1	$ABCD$

- Os mintermos para a tabela são: $\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}$, $\overline{A}\overline{B}\overline{C}D$, $\overline{A}\overline{B}C\overline{D}$, $\overline{A}B\overline{C}D$, $A\overline{B}\overline{C}\overline{D}$, $A\overline{B}\overline{C}D$, $A\overline{B}C\overline{D}$, $AB\overline{C}D$, $ABC\overline{D}$ e $ABCD$.

Mapa de Karnaugh – Agrupamento:

Exemplo

$\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}$, $\overline{A}\overline{B}\overline{C}D$, $\overline{A}\overline{B}C\overline{D}$, $\overline{A}\overline{B}CD$, $\overline{A}B\overline{C}\overline{D}$, $\overline{A}B\overline{C}D$, $\overline{A}BC\overline{D}$, $\overline{A}BCD$, $A\overline{B}\overline{C}\overline{D}$ e $ABCD$

		\overline{C}		C		
\overline{A}		$\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}$	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}D$	$\overline{A}\overline{B}C\overline{D}$	$\overline{A}\overline{B}CD$	\overline{B}
		$\overline{A}B\overline{C}\overline{D}$	$\overline{A}B\overline{C}D$	$\overline{A}BC\overline{D}$	$\overline{A}BCD$	B
A		$AB\overline{C}\overline{D}$	$AB\overline{C}D$	$ABC\overline{D}$	$ABCD$	
		$A\overline{B}\overline{C}\overline{D}$	$A\overline{B}\overline{C}D$	$A\overline{B}C\overline{D}$	$A\overline{B}CD$	\overline{B}
		\overline{D}	D		\overline{D}	

- Primeiro os mintermos são colocados no mapa de Karnaugh para quatro entradas.

Mapa de Karnaugh – Agrupamento:

Exemplo

$\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}$, $\overline{A}\overline{B}\overline{C}D$, $\overline{A}\overline{B}C\overline{D}$, $\overline{A}\overline{B}CD$, $\overline{A}B\overline{C}\overline{D}$, $\overline{A}B\overline{C}D$, $\overline{A}BC\overline{D}$, $\overline{A}BCD$, $A\overline{B}\overline{C}\overline{D}$, $A\overline{B}\overline{C}D$, $A\overline{B}C\overline{D}$, $A\overline{B}CD$, $AB\overline{C}\overline{D}$, $AB\overline{C}D$, $ABC\overline{D}$, $ABCD$

		\overline{C}		C		
\overline{A}		1	1		1	\overline{B}
			1			
A			1	1	1	B
		1	1		1	\overline{B}
		\overline{D}	D		\overline{D}	

- Primeiro os mintermos são colocados no mapa de Karnaugh para quatro entradas.

Mapa de Karnaugh – Agrupamento:

Exemplo

$\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}$, $\overline{A}\overline{B}\overline{C}D$, $\overline{A}\overline{B}C\overline{D}$, $\overline{A}\overline{B}CD$, $A\overline{B}\overline{C}\overline{D}$, $A\overline{B}\overline{C}D$, $A\overline{B}C\overline{D}$, $A\overline{B}CD$, $ABC\overline{D}$ e $ABCD$

		\overline{C}	C			
\overline{A}		1	1		1	\overline{B}
			1			B
A			1	1	1	B
		1	1		1	\overline{B}
		\overline{D}	D	\overline{D}		

- Primeiro os mintermos são colocados no mapa de Karnaugh para quatro entradas.
- Depois são feitos os agrupamentos.
- São feitas duas quadras: $\overline{C}D$, $\overline{B}\overline{D}$ e um par ABC .

Mapa de Karnaugh – Agrupamento: Exemplo

- Dessa forma a expressão original:

$$\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\overline{B}CD + A\overline{B}\overline{C}\overline{D} + A\overline{B}\overline{C}D + A\overline{B}C\overline{D} + A\overline{B}CD + ABC\overline{D} + ABCD$$

- Pode ser reduzida para:

$$\overline{C}D + \overline{B}\overline{D} + ABC$$

Referências Bibliográficas

- IDOETA, Ivan V.; CAPUANO, Francisco G. **Elementos de Eletrônica Digital**. 40. ed. São Paulo: Érica, 2008.
- TOCCI, R. J.; WIDMER, N. S.; MOSS, G. L. **Sistemas digitais: princípios e aplicações**. 12. ed. São Paulo, SP: Pearson, 2018. E-book.
- NELSON, Victor P. *et al.* **Digital logic circuit analysis and design**. 1. ed. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1995.