安徽理工大学
ANHUI UNIVERSITY OF SCIENCE & TECHNOLOGY

数学与大数据学院毕业答辩

随机服务系统的仿真与应用

Simulation and application of stochastic service system

汇报人：陈永远

指导老师：许峰教授

CONTENTES

目录

#01 摘要

chepter1:随机服务系统的研究内容、研究意义&研究现状

chepter2:随机服务系统的组成与特征

chepter3:随机服务系统的基本模型

chepter4:介绍停车库模型以及医院预检处实例

chepter5:对两个实例进行matlab仿真模拟

#02 研究背景

01 研究内容

通过对服务对象的抵达流以及服务时间的统计研究，得到可以反映出系统的运行特性的数量指标。利用所得指标选择系统参数、信息披露策略、服务规则等优化服务系统。

02 研究意义

通过模型的统计规律去改善服务系统的内部结构或者重新安排被服务对象，可以使服务系统在能够满足顾客需求的同时，又能使服务系统的费用花费经济合理或者一些数量指标能够达到最优化。

03 研究现状

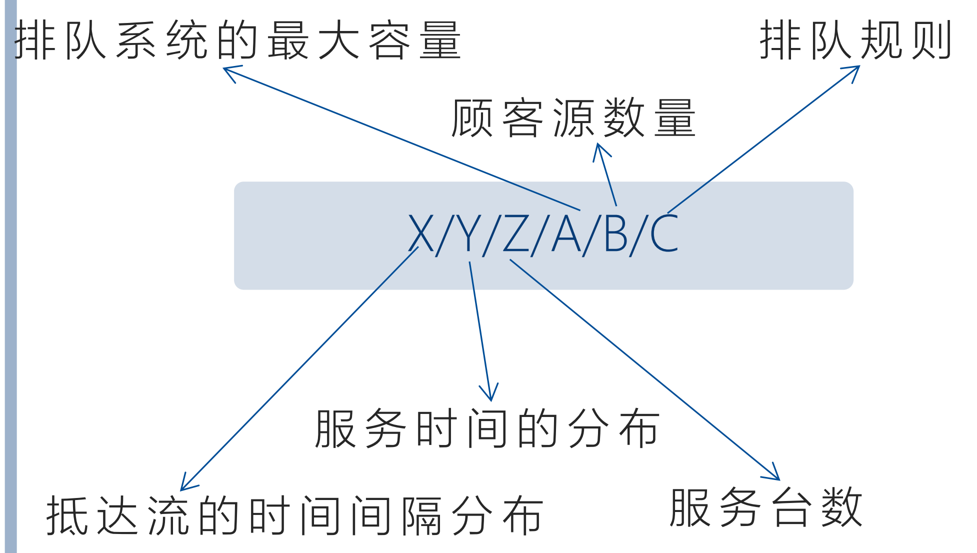
1969年，首次从经济学的角度来研究随机服务系统问题；
1972年，knudsen把模型拓展到有多个服务台的系统；
1975年，Edelson把服务系统模型拓到不需要透漏队列长度信息于顾客；
Harchol-Balter总结了在计算机网络中的服务系统分析和服务系统网络结构。

#03 随机服务系统的组成与特征

组成

- 输入过程
- 排队规则
- 服务机构

模型记号



#04 随机服务系统的基本模型

安徽理工大学
ANHUI UNIVERSITY OF SCIENCE & TECHNOLOGY

用稳态解代替暂态解

$P_n(t)$:某t时刻系统有n个顾客的概率

$$\lim_{t\to\infty} P_n(t) = p_n$$

抵达过程

泊松过程（指数分布）

服务时间

指数分布

M/M/1模型

稳态概率

$$P_n = (1-\rho)\rho^n$$

指标计算公式

指标与分布的参数之间的关系式

#05 随机服务系统的两个实例

医院预检处

模拟随机服务系统的运行，并通过统计结果对预检系统做出可能性的改进

停车库模型

对模型进行随机模拟，以及确定一个新开停车库的容量。

#05 随机服务系统的两个实例----服务系统的模拟

建立顾客的信息变量，一个5行多列的coustomers数组

第一行：顾客的到达时间

第二行：顾客的服务时间

第三行：顾客的逗留时间

第四行：顾客的离开时间

第五行：顾客的附加信息，此信息为可选的

#05 随机服务系统的两个实例---服务系统的模拟

安徽理工大學
ANHUI UNIVERSITY OF SCIENCE & TECHNOLOGY

01

生成指定分布的随机序列

1.对于M/M/1/N型的服务系统，用exprnd()指数分布函数来生成其服务间隔时间；

2.在模拟程序中使用Matab中的累加计算函数cumsum()计算顾客的到达时刻。

3.顾客的离开时刻=到达时刻+服务时间

02

模拟顾客的到达与离开

1.按照时间的顺序来模拟顾客流以及服务过程。

2.当一个顾客到达时，系统根据已有的顾客数和系统的容量来判断此顾客是否可以进入系统。

3.若进入系统，就根据前面顾客的离开时刻来计算此顾客的等待时间、服务时间和离开时间。

4.若系统拒绝顾客进入，就在附加信息中做出标示。

#05 随机服务系统的两个实例----医院预检处模拟程序

1.假设医院的门诊每天营业时间是10个小时，以小时作为单位时间。

2.从历史数据中可以估计出病人的单位时间到达数量为 65人/小时。

3.医院的门诊服务系统的服务率是60人/小时

#05 随机服务系统的两个实例----医院预检处模拟程序

安徽理工大學
ANHUI UNIVERSITY OF SCIENCE & TECHNOLOGY

```
1.  All_time = 10;              %总的迭代时间，单位小时
2.  Arrival_rates = 65;         %到达率，单位人/小时
3.  Services_rates = 60;        %服务率，单位人/小时
4.  arr_time=1/Arrival_rates;   %平均到达时间
5.  ser_time=1/Services_rates;  %平均服务时间
6.  max_num=round(All_time*Arrival_rates*2);%可能到达的最大顾客数,round四舍五入取整
7.  customers=zeros(5,max_num);              %定义顾客信息的数组
8.  customers(1,:)= exprnd(arr_time,1,max_num); %按指数分布产生各顾客到达的时间间隔
9.  customers(1,:)=cumsum(customers(1,:));      %各顾客的到达时刻等于时间间隔的累积和
10. customers(2,:)= exprnd(ser_time,1,max_num); %按指数分布产生各顾客服务时间
11. %计算模拟的顾客个数,即到达时刻在模拟时间内的顾客数
12. len_sim = sum(customers(1,:)<= All_time);
```

#05 随机服务系统的两个实例----医院预检处模拟程序


```
%初始化第1个顾客的信息
customers(3,1)= 0;            %第1个顾客进入系统后不需要等待就可以直接接受服务
%第1个顾客的离开时刻=到达时刻+服务时间
customers(4,1)=customers(1,1)+customers(2,1);
customers(5,1)=0;             %此时系统内没有其他顾客,附加信息为0
member =[1];                  %第1个顾客进入系统后,系统内已有成员序号为1
%计算往后的第i个顾客的信息
for i = 2:max_num
  if customers(1,i)>All_time  %若顾客的到达时间超出医院运营时间，就结束循环
        break;
  else
        %顾客的到达医院运营时间内，则计算在其到达时刻系统中的顾客数
         number = sum(customers(4,member)> customers(1,i));
      if number==0
         %如果系统为空，则第i个顾客直接接受服务，其等待时间为0
         customers(3,i)= 0;
```

#05 随机服务系统的两个实例----医院预检处模拟程序

```
            %该顾客离开时刻等于到达时刻与服务时间之和
            customers(4,i)= customers(1,i)+customers(2,i);
            customers(5,i)= 0;          % 其附加信息为空
            member =[member,i];
        else     %如果系统有顾客正在接受服务，且系统等待队列未满，则第i个顾客进人系统
            len_mem = length(member);
            %其等待时间=前一个顾客的离开时刻-其到达时刻
            customers(3,i)=customers(4,member(len_mem))-customers(1,i);
            %其离开时刻=队列中前一个顾客的离开时刻+服务时间
            customers(4,i)=customers(4,member(len_mem))+customers(2,i);
            customers(5,i)= number;  %附加信息表示其进入系统时系统已有的顾客数
            member =[member,i];
        end
    end
end
len_mem=length(member);      %模拟结束时，进入系统的总顾客数
```

#05 随机服务系统的两个实例----医院预检处模拟程序

```
%输出结果
figure(1)
%绘制在模拟时间内所有顾客的到达时刻和离开时刻的曲线图
stairs (1:len_mem,customers(1,member));hold on
stairs(1:len_mem,customers(4,member),'.r-')
legend('到达时间','离开时间')
xlabel('顾客序号')
ylabel('时间/小时')
hold off,grid on  %叠加绘图以及添加网格线
figure(2)
%绘制在模拟时间内所有顾客的停留时间和等待时间的曲线图
plot(1:len_mem,customers(3,member),'.r-',1:len_mem,...
customers(2,member)+customers(3 ,member),'.k-')
legend('等待时间','停留时间'), grid on   %添加网格线
xlabel('顾客序号')
ylabel('时间/小时')
```

#05 随机服务系统的两个实例----医院预检处模拟程序

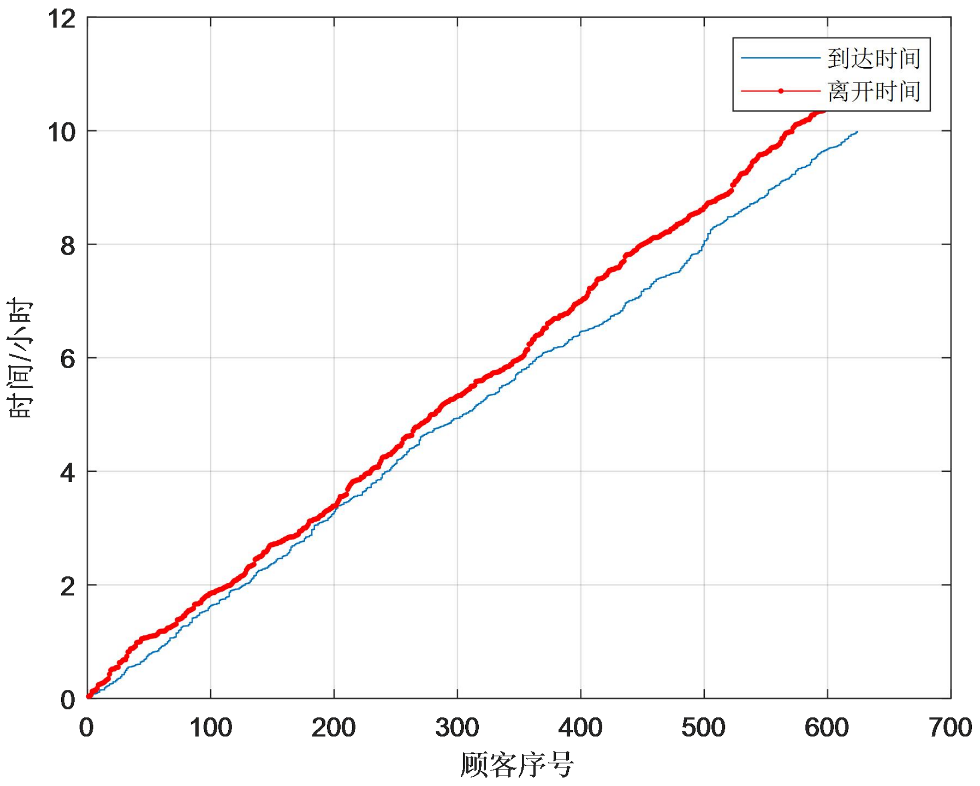


图1 医院来访者的抵达时间与离开时间曲线图

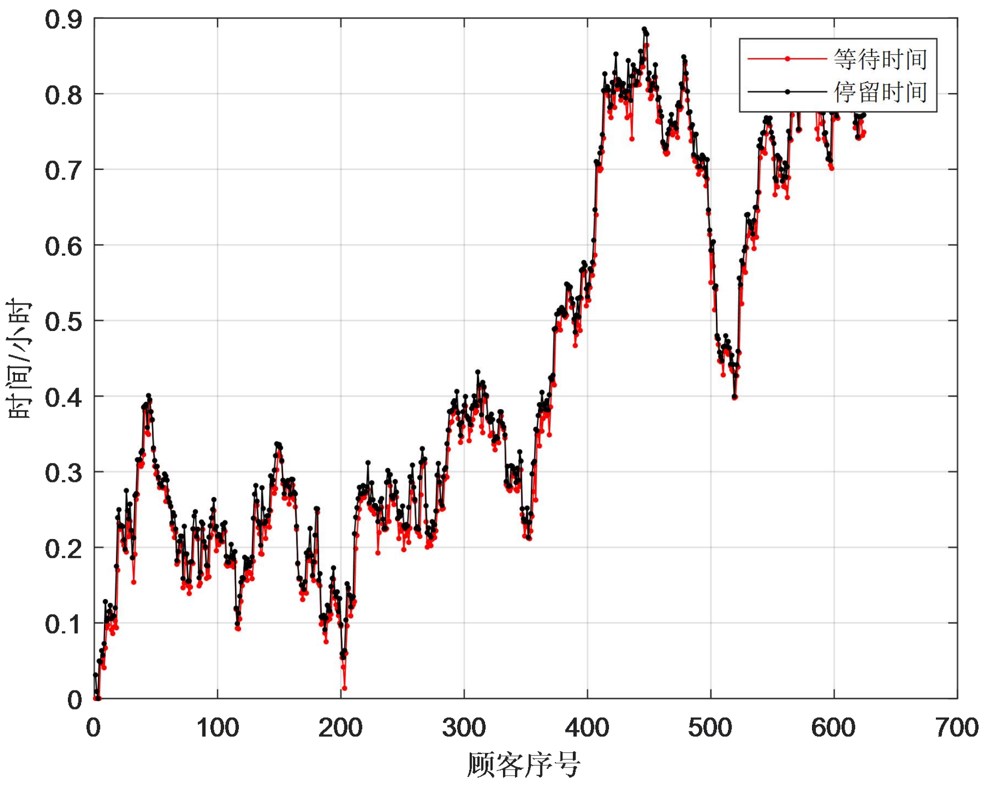


图2 医院来访者的等待时间与停留时间曲线图

如果把服务时间的分布改为均匀分布：
customers(2,:)= unifrnd(0,ser_time*2,[1,max_num]);
其结果如下

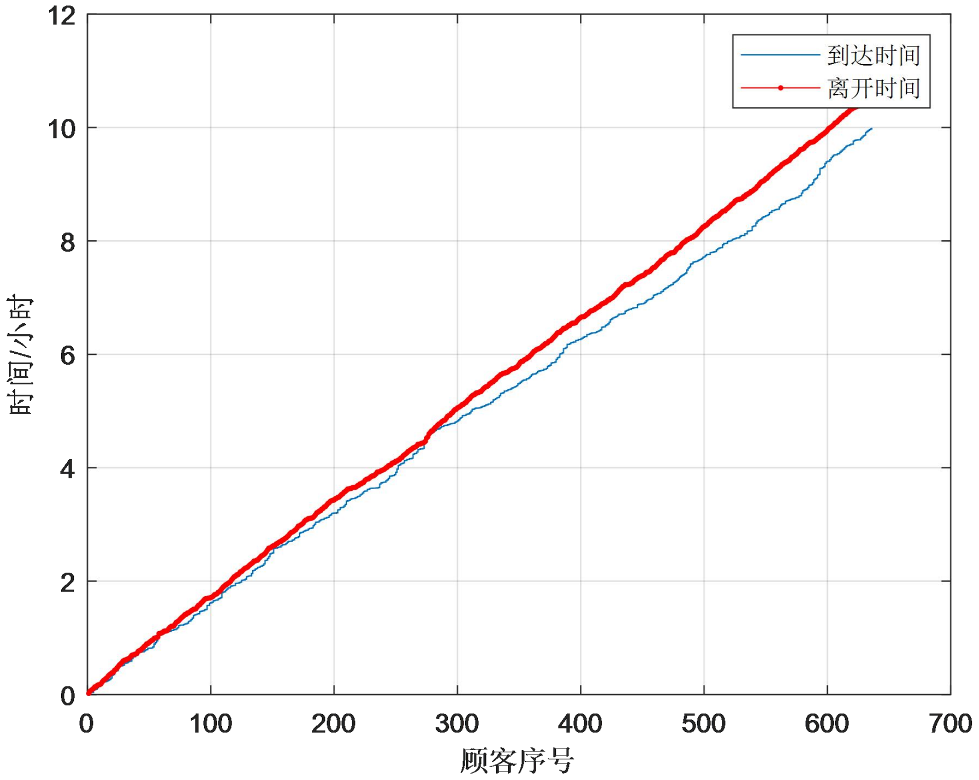


图3 医院来访者的抵达时间与离开时间曲线图

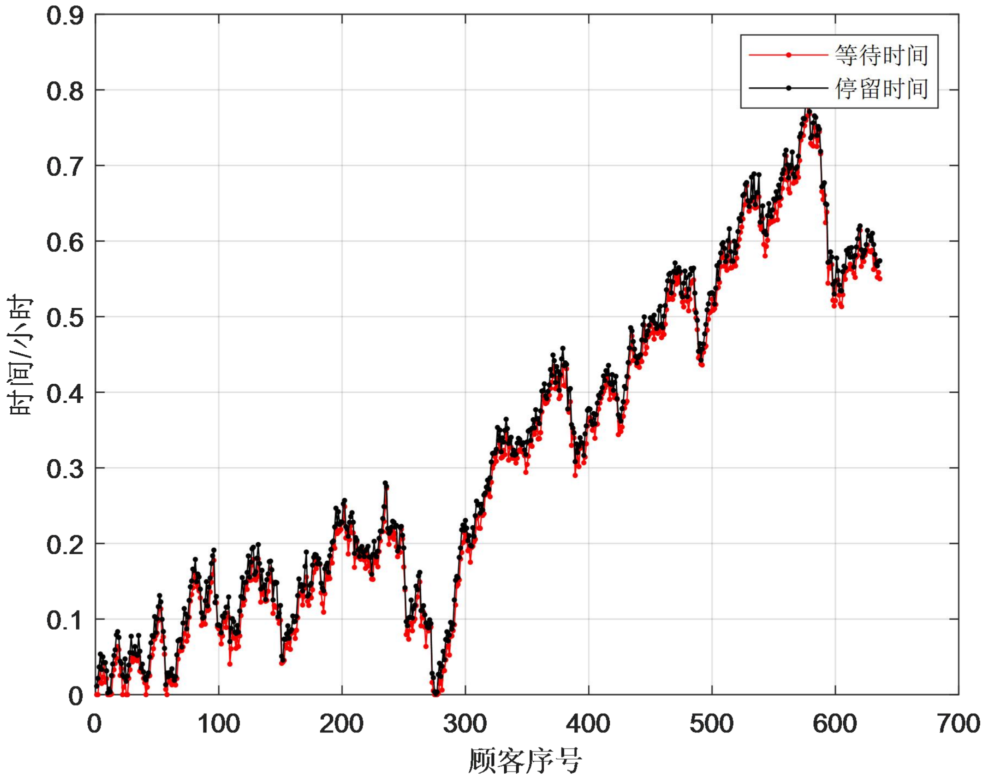


图4 医院来访者的等待时间与停留时间曲线图

通过结果图可以看出：

1.采用指数分布的顾客服务时间其等待时间几乎与停留时间相等；而均匀分布的停留时间大于等待时间。

2.由于采用先来先服务策略，序号在360以后的顾客等待时间均远大于前360位顾客，在0.4小时以上。

3.在前360位顾客里，顾客的等待时间呈现规律的波动。最先抵达的顾客几乎不需要等待，然后随着顾客的增加等待时间增加，再减小再增加。

停车库模型与医院预检处大抵相似，有所不同的是：

首先，停车库的服务系统所能容纳数是无限的，所以其 数组只需要4行即可，无需附加信息；

其次车辆抵达流是符合非平稳的泊松分布过程。由于每天车辆活动具有一定的周期性，我们可以简单地假设每天车辆的到达率随时间周期性变化，即

$$\lambda(t)=(\lambda_{\max}-a)+a\sin(2\pi t/T)$$

其中 $\lambda_{\max}=\max\lambda(t)$是可能的最大到达率，a 是到达率的波动程度。为了生成这种服从非平稳泊松过程的随机序列，我们可以采用拒绝法来产生这些随机数。

#05 随机服务系统的两个实例----停车库模拟程序

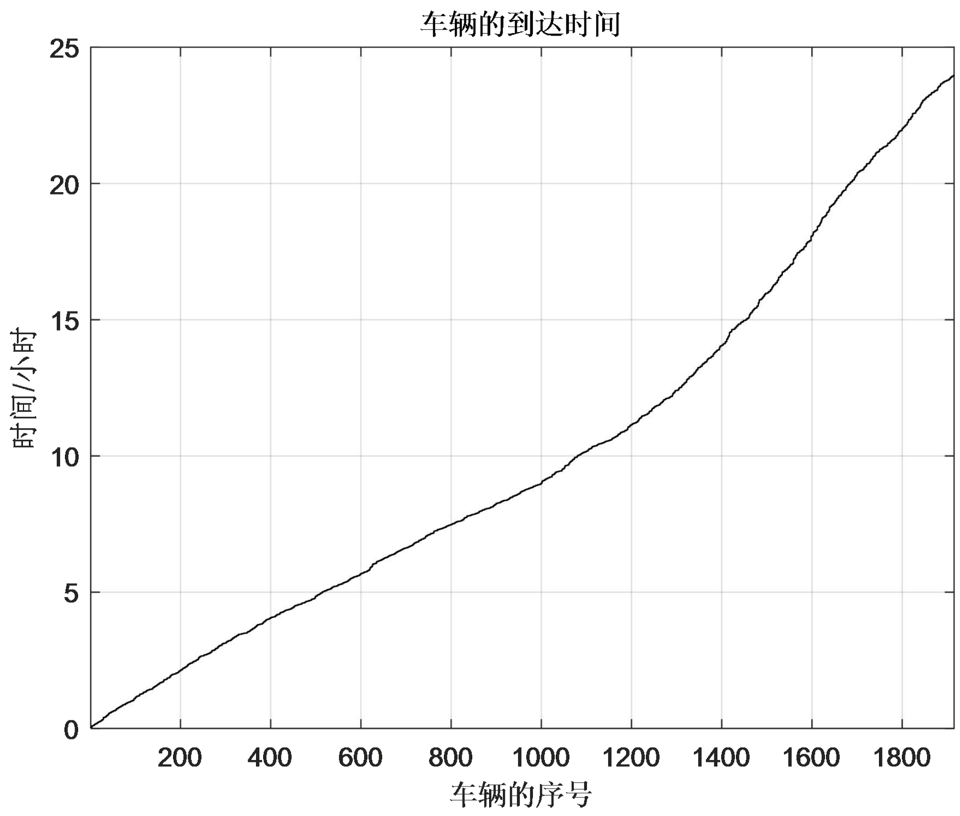


图5 某一天当中车辆的到达数目

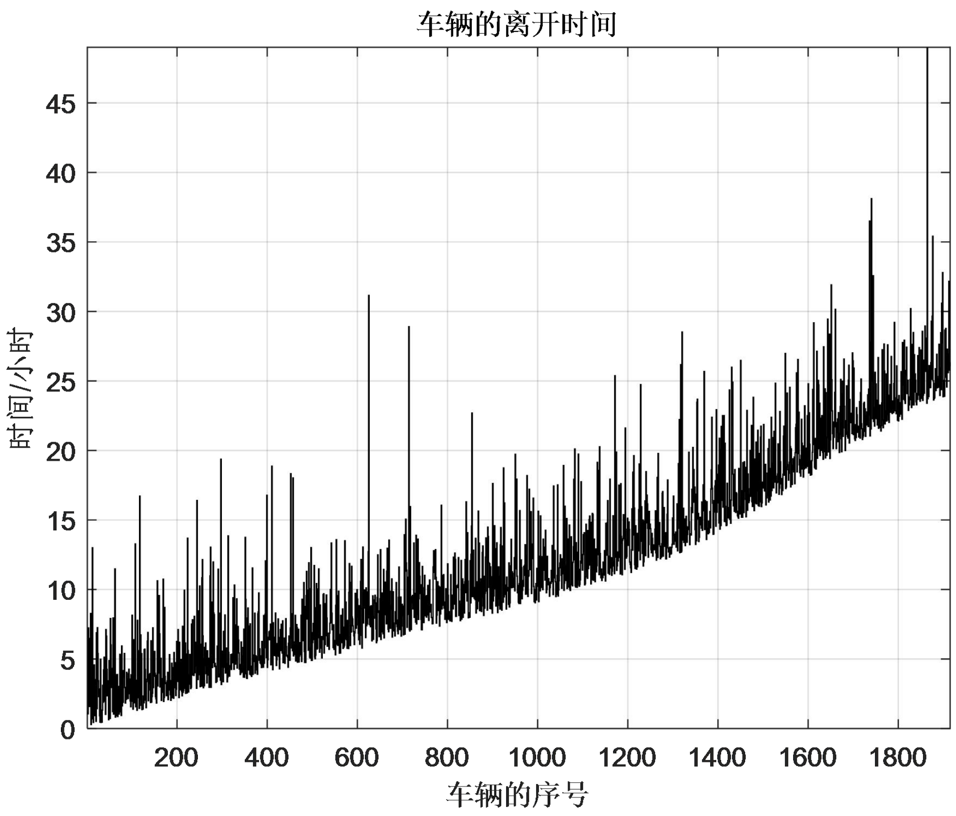


图6 某一天当中车辆的离开数目

#05 随机服务系统的两个实例----停车库模拟程序

安徽理工大学
ANHUI UNIVERSITY OF SCIENCE & TECHNOLOGY

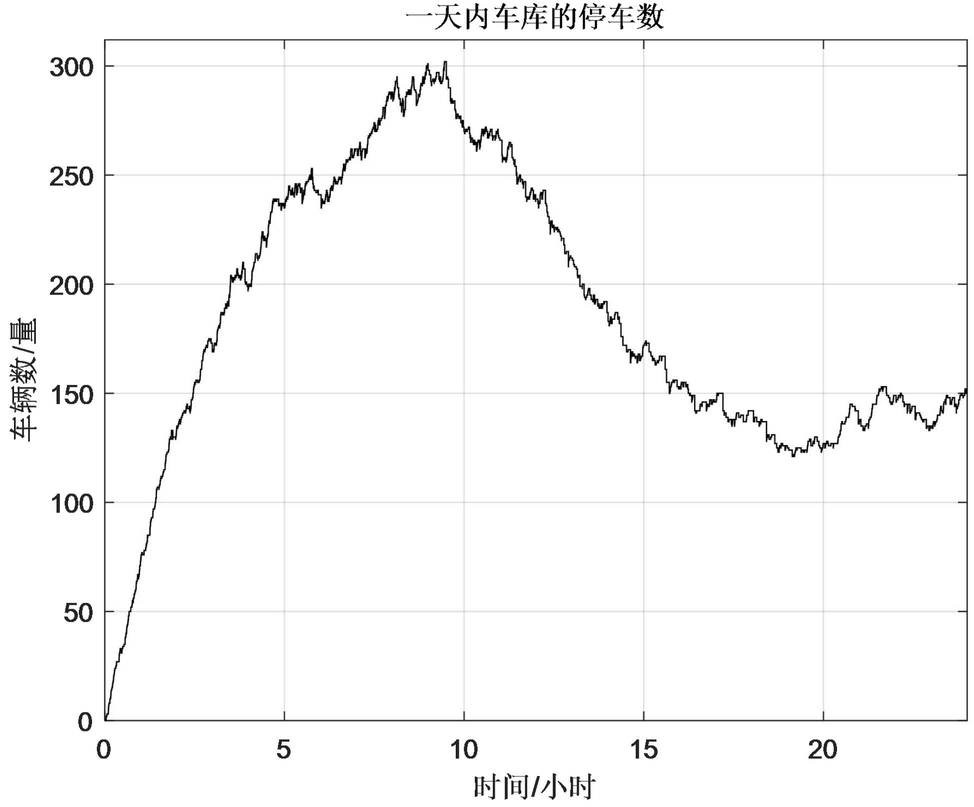


图7 某一天当中的停车库车辆数目

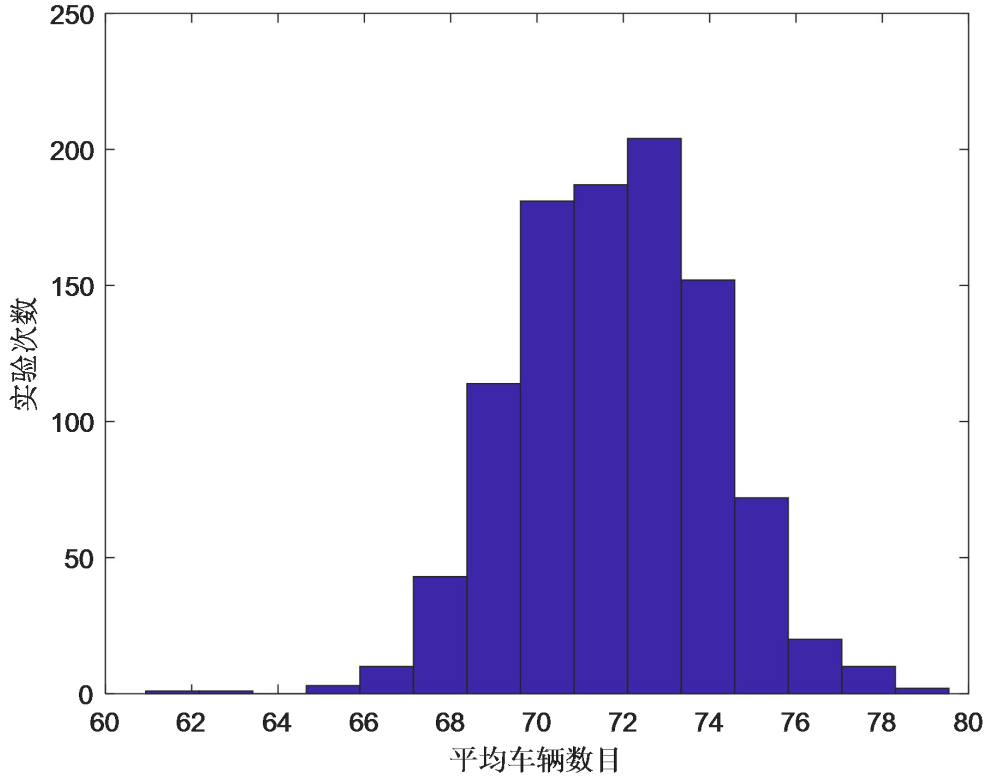


图8 停车库每天的平均车辆数目

#05 随机服务系统的两个实例----停车库模拟程序

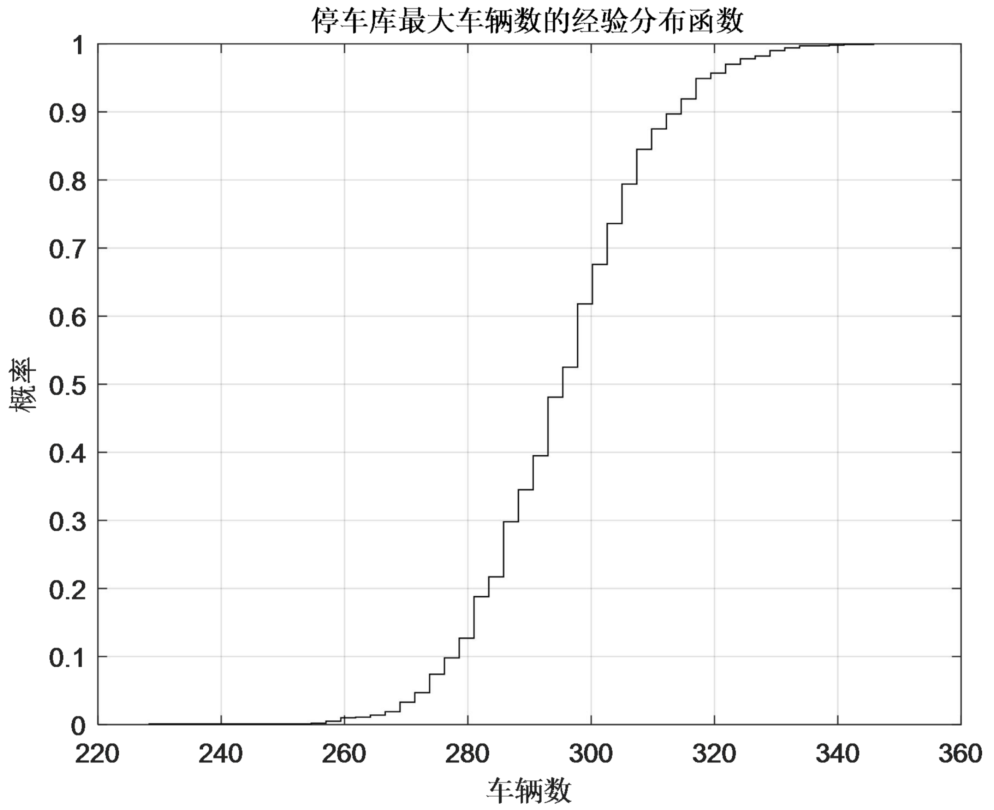


图9 停车库每天的车辆最大数目的经验分布图

#05 随机服务系统的两个实例----停车库模拟程序

从图9每天的车辆最大数目的经验分布图可以看出，最大车辆数目小于328的概率是0.99；而最大车辆数目不小于317的概率是0.95。

停车库的设计最初目的就是尽量不丢失每一位来访的顾客，所以通过模拟仿真的结果建议停车库的设计容量应该不小于 328 辆车。

通过图8所示每天的平均停车数目来看，平均数量没有超过100辆，又通过图7的数据可知大约有50%的时间从一天的停车量看,大约有一半时间车辆数超过 200辆。

所以推荐停车库建造两层或者三层的停车库。

感谢许峰老师

感谢安徽理工大学图书馆

感谢数学与大数据学院各位老师、同学