Задание 1

Вероятность – 0.8, 100 выстрелов, 85 попаданий
Используем биномиальное распределение, т.к. вероятность высока, а число событий низкое.

$$P_n(x=k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$$

$k = 85$

$n = \cancel{4}\, 100$

$p = 0.8$

$q = 1-p = 0.2$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{100!}{85!(100-85)!} = \frac{100!}{85!(15)!}$$

Тогда:

$$P_n(x=k) = \frac{100!}{85!\cdot 15!} \cdot 0.8^{85} \cdot 0.2^{15} = \boxed{0.0481}$$

Задание 2

Вероятность перегореть = 0.0004

5000 лампочек   Будем использовать Пуассона, т.к. низкая вероятность

А) Ни одна не перегорит

$$P_0 \approx \frac{\lambda^0}{0!} \cdot e^{-\lambda}$$

$$\lambda = n \cdot p = 5000 \cdot 0.0004 = 2$$

$$P_0 \approx \frac{2^0}{0!} \cdot e^{-2} \approx \frac{1}{1} \cdot e^{-2} = \boxed{0.135}$$

Б) Перегорят 2:

$$P_2 = \frac{\lambda^2}{2!} \cdot e^{-\lambda}$$

$$\lambda = n \cdot p = 2$$

$$P_2 \approx \frac{2^2}{2!} \cdot e^{-2} = 2 \cdot e^{-2} = \boxed{0.271}$$

Задание 3

144 подбрасываний, орел выпал 70 раз

~~Снова формула Пуассона~~:

~~Ф~~

Используем ф-лу Бернулли, т.к. вероятность высокая и число событий низкое:

$$P_n(x=k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$$

$n = 144$

$k = 70$

$p = 0.5$

$q = 1 - p = 0.5$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{144!}{70! \cdot 74!}$$

$$P_n(x=k) = \frac{144!}{70! \cdot 74!} \cdot 0.5^{70} \cdot 0.5^{74} = \boxed{0.0629}$$

Задание 4

10 мячей, 7 белых → 1й ящик
11 мячей, 9 белых → 2й ящик
Вытаскиваем по 2 мяча из каждого ящика

А) Все мячи белые:

Рассмотрим по порядку:

1й ящик

первый мяч : $P_1 = \frac{7}{10}$
второй : $P_2 = \frac{6}{9}$
} оба белых: $P = P_1 \cdot P_2 = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9}$

2й ящик

первый : $P_1 = \frac{9}{11}$
второй : $P_2 = \frac{8}{10}$
} оба белых: $P = P_1 \cdot P_2 = \frac{9}{11} \cdot \frac{8}{10}$

Все 4 белых:

$$P = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{9}{11} \cdot \frac{8}{10} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 11} = \boxed{0.305}$$

Б) Ровно 2 белых мяча

т.е. сумма трех вероятностей:
либо 2 из первого ящика : $P_1 = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9}$
либо 2 из второго : $P_2 = \frac{9}{11} \cdot \frac{8}{10}$
либо по 1 из каждого ящика : $P_{12} = \frac{7}{10} \cdot \frac{9}{11}$
} сумма

~~т.о.:~~

$$\cancel{P = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} + \frac{9}{11} \cdot \frac{8}{10} + \frac{7}{10} \cdot \frac{9}{11} =}$$

при этом необходимо убедиться, что остальные мячи не белые:

$$P_1 = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} \cdot \left(\frac{2}{11} \cdot \frac{1}{10}\right)$$ → вероятность не вытащить белый мяч из второго ящика за 2 действия

$$P_2 = \frac{9}{11} \cdot \frac{8}{10} \cdot \left(\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9}\right)$$

$$P_{12} = \frac{9}{11} \cdot \frac{7}{10} \cdot \left(\frac{2}{11} \cdot \frac{3}{10}\right)$$

Общая вероятность будет:

$$P = \frac{7}{10}\cdot\frac{6}{9}\cdot\frac{2}{11}\cdot\frac{1}{10} + \frac{9}{11}\cdot\frac{8}{10}\cdot\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{9} + \frac{9}{11}\cdot\frac{7}{10}\cdot\frac{2}{11}\cdot\frac{3}{10} =$$

$$\boxed{= 0.083}$$

B) Хотя бы 1 белый мяч

т.е. либо из 1-го ящика белый мяч, либо из 2-го ящика белый мяч (или больше).

~~Воспользуемся ф-лой Бернулли:~~

~~1-й ящик, 2 события,~~

Всетаки воспользуемся ф-лой Бернулли, посчитаем вероятность достать 0 белых мячей из обоих ящиков:

1-й ящик:

$$P_{(x=k)} = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}, \quad n = 2, \quad p = \frac{7}{10}, \quad k = 0$$

$$P_1 = \frac{2!}{0! \cdot 1!} \cdot \left(\frac{7}{10}\right)^0 \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^2 = 2 \cdot 1 \cdot 0.09 = 0.18, \quad \overline{P_1} = 0.82$$

вытащим хотя бы один белый

2-й ящик:

$$P(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}, \quad n = 2, \quad p = \frac{9}{11}, \quad k = 0$$

$$P_2 = \frac{2!}{0! \cdot 1!} \cdot \left(\frac{9}{11}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{11}\right)^2 = 2 \cdot 1 \cdot \frac{4}{121} = 0.066, \quad \overline{P_2} = 0.93$$

Тогда суммируем вероятности возможных исходов:

$$P = \underbrace{P_1 \cdot \overline{P_2}}_{\text{вытащил из 2-го}} + \underbrace{\overline{P_1} \cdot P_2}_{\text{вытащил из 1-го}} + \underbrace{\overline{P_1} \cdot \overline{P_2}}_{\text{вытащил из обоих}} = \boxed{0.98}$$