Universidade de São Paulo
Instituto de Física de São Carlos
Tópicos de Pesquisa em Ciências Exatas I

Circuitos quânticos e o Algoritmo de Deutsch-Jozsa

Larissa Nolasco de Carvalho Alvarenga (10799845)
Maria Eliza de Melo Ramos (10728334)
Éverton Luís Mendes da Silva (10728171)

São Carlos

1 Introdução: Algoritmo de Deutsch-Jozsa

Os circuitos lógicos foram criados a partir da ideia de um circuito clássico, porém, com o acréscimo de portas lógicas reversíveis (além do NOT) e com a representação de superposições (paralelismo quântico). Esses circuitos trazem uma forma mais simples de se entender o funcionamento dos computadores quânticos e sua eficiência em resolução de problemas.

O algoritmo proposto por David Deutsch e Richard Jozsa em 1992 foi um dos primeiros a mostrar a eficiência de algoritmos quânticos em relação aos clássicos, dando resultados exponencialmente mais rápidos.

Como objetivo, o algoritmo determina o perfil de uma função que converge para 0 ou 1, sendo a função $f : \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$ uma função constante (independe do *input*) ou balanceada (depende do *input*).

$$\text{Constante} \rightarrow \begin{cases} f(0) = f(1) = 0 \\ f(0) = f(1) = 1. \end{cases}$$

$$\text{Balanceada} \rightarrow \begin{cases} f(0) = 0 \text{ e } f(1) = 1 \\ f(0) = 1 \text{ e } f(1) = 0. \end{cases}$$

Para $n = 1$, usaremos apenas 2 qubits para montar o circuito quântico. Primeiro, entraremos com $q_1 = |0\rangle$ e $q_2 = |1\rangle$, e usaremos a porta lógica Hadamard H sobre cada um deles, obtendo as superposições $|+\rangle$ e $|-\rangle$. Atuamos, então, com a função "sobre o par de qubits"(aritmética módulo 2 no estado q_2, $f(q_1) \oplus q_2$), mas na realidade f atua apenas em q_1 dependendo de q_2, e, por fim, usamos novamente H sobre o estado q_1. Se a função for balanceada, teremos $|1\rangle$ como resposta, e se f for constante, teremos $|0\rangle$.

2 Alice e Beto

Aplicaremos o algoritmo de Deutsch-Jozsa para o problema em que Alice quer saber o caráter de Beto: se ele não possui uma opinião fixa e depende da opinião de Alice, sendo que ele pode sempre discordar ("do contra") ou sempre concordar ("Maria vai com as outras"), ou ainda se ele possui opinião formada e independe da opinião alheia.

$$\text{Constante} \rightarrow \begin{cases} |0\rangle \rightarrow |0\rangle \text{ e } |1\rangle \rightarrow |0\rangle \text{ (a opinião de Beto é 0);} \\ |0\rangle \rightarrow |1\rangle \text{ e } |1\rangle \rightarrow |1\rangle \text{ (a opinião de Beto é 1).} \end{cases}$$

$$\text{Balanceada} \rightarrow \begin{cases} |0\rangle \rightarrow |0\rangle \text{ e } |1\rangle \rightarrow |1\rangle \text{ (Beto é “Maria vai com as outras);} \\ |0\rangle \rightarrow |1\rangle \text{ e } |1\rangle \rightarrow |0\rangle \text{ (Beto é do contra).} \end{cases}$$

Temos para essa tarefa os 3 circuitos quânticos montados na plataforma “IBM Quantum Experience”, cada um representando um caráter de Beto. Um pouco diferente do que foi explicado na seção anterior, devido a diferença de notação da plataforma com a notação teórica, tivemos que inverter as linhas de cada qubit com a porta lógica SWAP.

2.1 Beto do contra

Neste circuito, a função de Beto é dada pela porta lógica bit-flip X, que inverte o qubit. Então, se Alice envia $|0\rangle$ Beto transforma em $|1\rangle$ e se Alice envia $|1\rangle$ Beto transforma em $|0\rangle$.

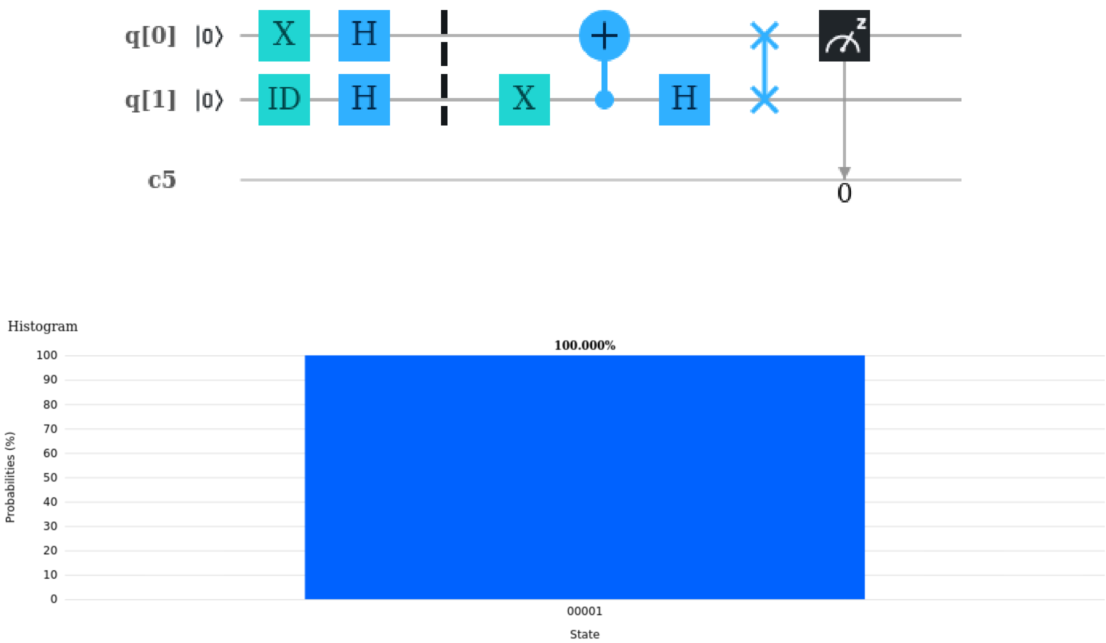

Figura 1: Circuito e historiograma para Beto do contra.

2.2 Beto "Maria vai com as outras"

Neste circuito, a função é dada pela função identidade ID, que não altera em nada o qubit. Por isso, se Alice envia $|0\rangle$ Beto transforma em $|0\rangle$ e se Alice envia $|1\rangle$ Beto transforma em $|1\rangle$.

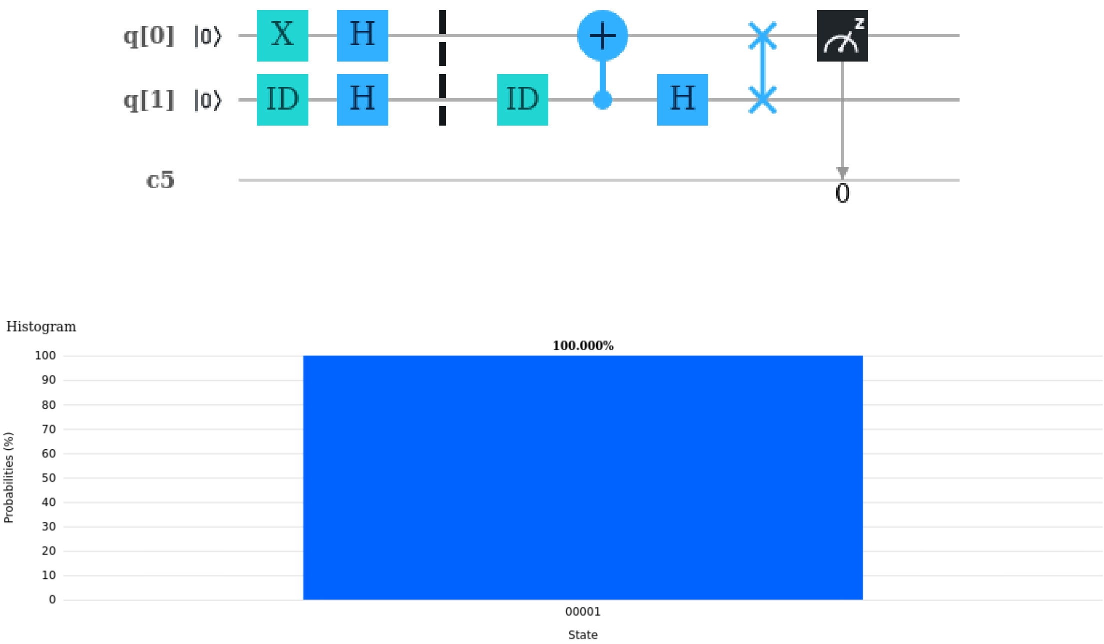

Figura 2: Circuito e historiograma para Beto "Maria vai com as outras.

2.3 Beto cabeça feita

Para este circuito, consideramos que, apesar da ideia ser a mesma, as funções constantes são diferentes, ou seja, uma é $f(x) = |0\rangle$ e a outra é $f(x) = |1\rangle$. Portanto, para esse caráter, teríamos 2 circuitos, um para cada função. Fizemos os 2 circuitos juntos, em que $q[0]$ e $q[1]$ são usados para a função $f(x) = |0\rangle$, enquanto $q[3]$ e $q[4]$ são usados para a função $f(x) = |1\rangle$. Note que que foi usado o portão controlled-NOT ($\oplus$), pois, como já sabemos o valor de f, já podemos direcionar o resultado e aplicar o Hadamard sem problema.

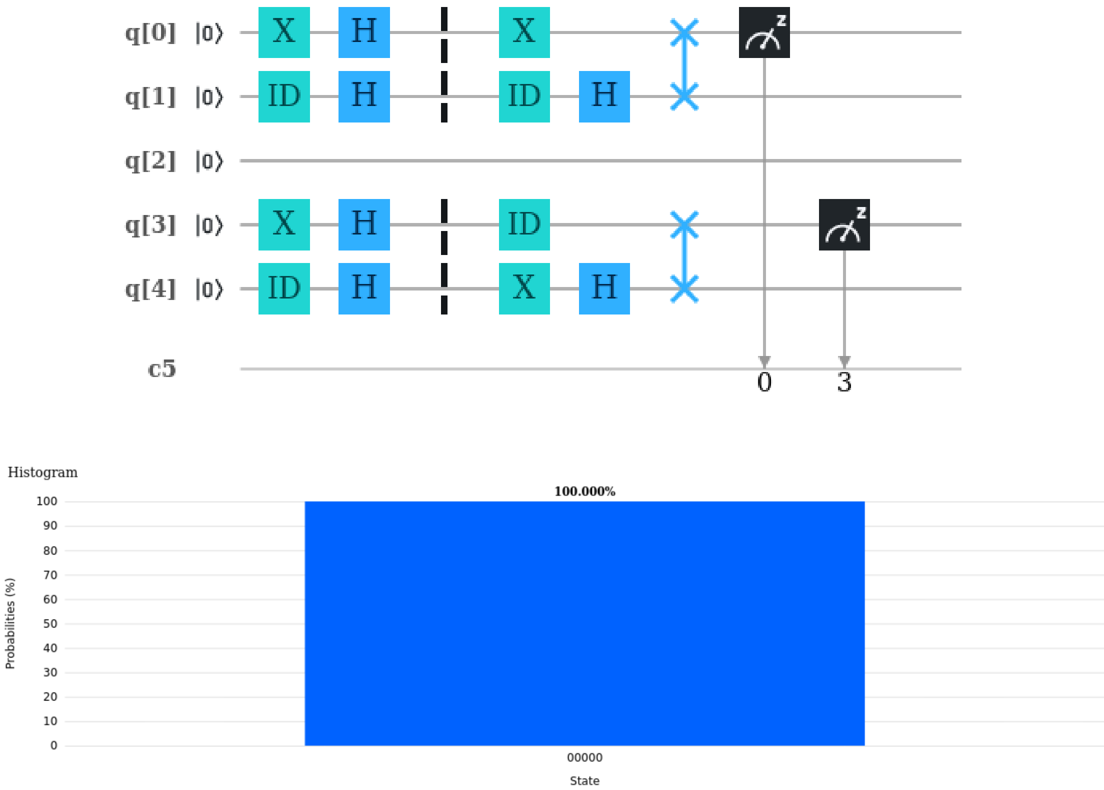

Figura 3: Circuito e historiograma para Beto cabeça feita.

3 Desenvolvimento da Tarefa

A tarefa teve como apoio o conteúdo apresentado em aula e o artigo do UFSC sobre síntese de ciruitos quânticos. Nos reunimos sem horário e dia definidos, discutimos a matéria até compreender o algoritmo de Deutsch-Jozsa e também os circuitos quânticos feitos pela Maria Eliza de Melo Ramos (integrante do grupo) na plataforma "IBM Quantum Experience".

4 Referências

UFSC, Artigo sobre síntese de cicuitos quântcios. https://repositorio.ufsc.br /bitstream/handle /123456789/202518/sintesecircuitosquanticos.pdf?sequence=1isAllowed=y

IBM, Plataforma. https://quantum-computing.ibm.com/docs/

Aula. https://www.youtube.com/watch?v=LQhb6mY8W3g

Aula. https://www.youtube.com/watch?v=orTeQWqQhjk

Algoritmo de Deutsch. https://www.youtube.com/watch?v=Sb5WRs8XUuUlist=PLUFcRbu9t-v4peHdmDy4rtG3EnbZNS86Rindex=8