



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO

# **Desenvolvimento de um Compilador de BRDFs em LaTeX para linguagem de shading GLSL, através da técnica Pratt Parsing**

Trabalho de Conclusão de Curso

Everton Santos de Andrade Júnior



São Cristóvão – Sergipe

2024

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO

Everton Santos de Andrade Júnior

**Desenvolvimento de um Compilador de BRDFs em LaTeX para linguagem de shading GLSL, através da técnica Pratt Parsing**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Departamento de Computação da Universidade Federal de Sergipe como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Ciência da Computação.

Orientador(a): Beatriz Trinchão Andrade  
Coorientador(a): Gastao Florencio Miranda Junior

São Cristóvão – Sergipe

2024

# Resumo

O presente trabalho propõe o desenvolvimento de um compilador de funções de distribuição de reflexão bidirecional (BRDFs) expressas em LaTeX para a linguagem de shading GLSL, utilizando a técnica de parsing de Pratt. O objetivo é automatizar o processo de tradução de funções complexas de materiais, frequentemente descritas em LaTeX, para o código GLSL utilizado em programação de shaders para OpenGL. Ao fornecer essa ferramenta, pretende-se não apenas simplificar o trabalho dos desenvolvedores e pesquisadores na área de computação gráfica, mas também democratizar o acesso e compreensão de modelos de materiais complexos. Além disso, ao permitir que as BRDFs sejam expressas em uma forma mais familiar e acessível, como a notação matemática, o compilador reduz a barreira de entrada para aqueles que não estão familiarizados com linguagens programação. Isso pode facilitar a colaboração interdisciplinar entre profissionais de diferentes áreas, como artistas visuais, designers e cientistas de materiais, que desejam explorar e entender o comportamento visual de materiais em suas aplicações.

**Palavras-chave:** Compilador, BRDFs, LaTeX, GLSL, Shading, Pratt Parsing.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Exemplo de decomposição de BRDFs em nós de uma árvore . . . . .	15
Figura 2 – Exemplo de circuito de produto interno entre vetores . . . . .	16

# **Lista de quadros**

# Lista de tabelas

Tabela 1 – bases . . . . .	12
Tabela 2 – bases . . . . .	13
Tabela 3 – bases . . . . .	16

# Lista de abreviaturas e siglas

ABNT            Associação Brasileira de Normas Técnicas

abnTeX        ABsurdas Normas para TeX

DCOMP        Departamento de Computação

UFS            Universidade Federal de Sergipe

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>8</b>
1.1	Contexto	8
1.2	Motivação	8
1.3	Objetivo	9
1.4	Metodologia	9
<b>2</b>	<b>Revisão Bibliográfica</b>	<b>10</b>
2.1	Mapeamento Sistemático	10
2.1.1	Seleção das Bases	10
2.1.2	Questões de Pesquisa	11
2.1.3	Termos de Busca	11
2.1.4	Critérios	12
2.1.4.1	Critérios de Inclusão	12
2.1.4.2	Critérios de Exclusão	12
2.1.5	Descrição dos Trabalhos Relacionados	13
2.1.5.1	genBRDF: Discovering New Analytic BRDFs with Genetic Programming	13
2.1.5.2	Slang: language mechanisms for extensible real-time shading systems	14
2.1.5.3	Tree-Structured Shading Decomposition	14
2.1.5.4	A Real-Time Configurable Shader Based on Lookup Tables	15
2.2	Pesquisa por Repositórios online	16
<b>3</b>	<b>Conceitos</b>	<b>17</b>
3.1	BRDFs	17
3.2	Radiometria	17
3.2.1	Energia Radiante e Fluxo	18
3.2.2	Radiância e BRDF	18
3.3	BRDF Models	20
3.3.1	Superfície Pura Especular	20
3.3.2	BRDF Difusa Ideal	20
3.3.2.1	BRDF Brilhante ( <i>Glossy</i> )	21
3.3.2.2	BRDF Retro-Refletora	21
3.4	Compiladores	21
3.4.1	Cadeia de Símbolos e Alfabeto	21
3.4.2	Definições de Linguagens	21



3.4.3	Compilador como um Transformação . . . . .	21
3.5	Gramática . . . . .	22
3.5.0.1	Gramáticas Livres de Contexto (GLCs) . . . . .	22
3.6	Análise Léxica . . . . .	23
3.7	Análise Sintática . . . . .	23
3.7.1	Pratt Parsing . . . . .	23
3.7.1.1	precedencia de expressões . . . . .	23
3.8	Shaders . . . . .	23

# 1

## Introdução

### 1.1 Contexto

Na computação gráfica, a representação realista de cenas tridimensionais depende fortemente da modelagem da luz. A interação da luminosidade incidente no objeto, bem como os materiais que compõem esses objetos, são aspectos críticos a serem considerados na geração dessas cenas [referencia]. Na prática, essa interação é frequentemente modelada por meio de funções de distribuição de refletância bidirecional, conhecidas como BRDFs.

As BRDFs, essencialmente, calculam a proporção entre a energia luminosa que atinge um ponto na superfície e como essa energia é refletida, transmitida ou absorvida [referencia]. Na renderização, essas funções são implementadas por meio programas especializados das unidades de processamento gráfico (GPUs), esses programas são chamados de shaders, e cada API de renderização disponibiliza etapas diferentes onde esses executáveis podem ser mudados durante o processo de renderização. Esses shaders concedem a capacidade de cada objeto renderizado ter sua aparência configurada por meio de um código que implementa uma BRDF.

### 1.2 Motivação

Apesar da disponibilidade de linguagens específicas para a programação de shaders, que possibilitam a modificação de procedimentos que representam uma BRDF, a aplicação de BRDFs na geração de shaders requer conhecimento especializado em programação [referencia?]. Essa barreira técnica pode restringir a exploração dos efeitos visuais por profissionais de áreas não relacionadas à programação. Diante disso, surge a necessidade de ferramentas mais acessíveis para a criação de shaders.

No meio acadêmico, as BRDFs são, comumente, descritas por uma fórmula escrita em LaTeX, uma abordagem promissora para atender a essa necessidade é o desenvolvimento

de um compilador capaz de traduzir BRDFs em LaTeX para shaders, assim democratizando a visualização dessas BRDFs. Dado que as fórmulas são equações matemáticas, precisamos retrair a representação da linguagem de entrada para o compilador a fim de garantir um projeto útil em tempo ábil.

## 1.3 Objetivo

Este trabalho visa projetar e implementar um compilador que, a partir de funções de distribuição de refletância bidirecional escrita como equações em LaTeX, seja capaz de gerar código de shading na linguagem alvo da API OpenGL (referencia). A saída será um shader capaz de reproduzir as características de reflexão da função de refletância original, considerando a precedencia de operadores, em uma superfície tridimensional, ou, ao menos, alcançar uma aproximação satisfatória dessas características, considerando as limitações da linguagem de shading da API principalmente as representações de dados de forma discreta.

## 1.4 Metodologia

Para alcançar o objetivo, a sequencia das etapas adotadas serão as seguintes.

1. Realizar uma análise abrangente das áreas relacionadas ao desenvolvimento da ferramenta proposta;
2. Investigar o estado da arte no campo da compilação de BRDFs em linguagens de shading;
3. Definir a linguagem de entrada e a linguagem de saída do compilador;
4. Elaborar testes com equações LaTeX de entrada pareado com a saída em shader GLSL esperado;
5. Implementar o compilador utilizando uma linguagem de programação e tecnicas recursivas de parsing
6. Realizar a renderização de cenas utilizando o shader gerado pelo compilador.

# 2

## Revisão Bibliográfica

Para esta seção, será conduzida uma revisão literária abrangente com o objetivo de explorar trabalhos relacionados ao desenvolvimento de compiladores para tradução de BRDFs expressas em LaTeX para a linguagem de shading, empregando, técnicas de parsing. O processo de busca será conduzido em duas etapas distintas. Primeiramente, será realizado um levantamento dos trabalhos existentes nas bases de dados com relevantes periodicos, anais de eventos, artigos e trabalhos.

Por fim, será realizada uma busca por produtos ou ferramentas similares no mercado, utilizando strings de busca específicas em repositórios digitais, especificamente GitHub, e SourceForge. Esses processos de busca permitirão identificar referências relevantes e estabelecer um panorama do estado da arte no campo dos compiladores de BRDFs para shaders, contribuindo para a compreensão do contexto acadêmico e prático no qual este trabalho se insere.

### 2.1 Mapeamento Sistemático

Com o intuito de obter resultados relevantes para a pesquisa, foram elaboradas frases de busca com base nos termos-chave relacionados ao tema deste trabalho. Assim como, foram criadas questões de pesquisa para guiar a seleção dos trabalhos.

#### 2.1.1 Seleção das Bases

As bases escolhidas foram: ACM Digital Library, IEEE Xplorer Digital Library, Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), Portal de Periódicos da CAPES, Google Acadêmico, esse foram escolhidos por serem acessíveis gratuitamente pela afiliação à Universidade Federal de Sergipe, já o google scholar foi escolhido para agregar pesquisas em outras bases que possam ter trabalhos relevantes. <<https://bdtb.ibict.br/>> <<https://ieeexplore.ieee.org/>> <<https://www-periodicos-capes-gov-br.ez1.periodicos.capes.gov.br/>>

### 2.1.2 Questões de Pesquisa

Foram elaboradas questões de pesquisa específicas, que guiam as frases-chave que refletem os principais aspectos do tema em questão. A partir desse processo, foram identificados e selecionados os trabalhos que melhor atendiam às questões propostas, garantindo maior relevância para o estudo em questão.

1. Quais são as abordagens mais comuns utilizadas na criação de compiladores para tradução de BRDFs expressas em alguma linguagem de texto, com LaTeX, para shaders?
2. Quais as técnicas de parsing que têm sido aplicadas no desenvolvimento de compiladores para linguagens matemáticas como LaTeX?
3. O trabalho utiliza arvores, ou gramáticas livre de contexto para representar uma BRDF?
4. Quais são os principais desafios enfrentados ao traduzir funções matemáticas complexas, como as BRDFs, em shaders?
5. Quais são as ferramentas e recursos disponíveis para auxiliar no desenvolvimento de compiladores para BRDFs e shaders, e como elas podem ser integradas ao processo de desenvolvimento?

### 2.1.3 Termos de Busca

As frases foram contruídas considerando suas variações equivalentes através de operadores lógicos. Posteriormente, as frases de pesquisa foram adaptadas de acordo com as características individuais de cada base de dados utilizada nas pesquisas. Os termos-chave escolhidos foram: "shader", "BRDF", "compiler", "parser" e "grammar".

Bases	Termos de Pesquisa	Resultados
IEEE Xplore Digital Library	("Full Text & Metadata":brdf) AND (("Full Text & Metadata":shader) OR ("Full Text & Metadata":shading)) AND (("Full Text & Metadata":compiler) OR ("Full Text & Metadata":parsing) OR ("Full Text & Metadata":parser) OR ("Full Text & Metadata":grammar))	36
BDTD	(Todos os campos:compiler OU Todos os campos:parsing OU Todos os campos:parser OU Todos os campos:compilador) E (Todos os campos:shader OU Todos os campos:shading) E (Todos os campos:brdf)	0
CAPES Periodico	Qualquer campo contém brdf E Qualquer campo contém compi* E shad*	0
ACM Digital Library	AllField:((shader OR shading) AND brdf AND (compiler OR compiling) AND (parser OR grammar OR parsing))	46
Google Acadêmico	("BRDF" AND ("COMPILER" OR "COMPILING") AND ("PARSER" OR "PARSING") AND ("SHADER" OR "SHADING"))	69

Tabela 1:

## 2.1.4 Critérios

Para garantir relevância dos resultados obtivos, seguimos os critérios de inclusão e exclusão estabelecidos, de forma que os resultados serão filtrados. Ao fim desse procedimento, apenas os resultados com maior compatibilidade com este trabalho serem analisado e descritos de maneira mais detalhada.

### 2.1.4.1 Critérios de Inclusão

1. Foram incluídos artigos relacionados às palavras-chaves;
2. Foram incluídos artigos que de alguma forma incluía a criação de um compilador ou um parser;
3. Foram incluídos artigos que sintetize uma árvore como representação de BRDFs

### 2.1.4.2 Critérios de Exclusão

1. Foram excluídos artigos dos quais dispunham de links incorretos e ou quebrados;
2. Foram excluídos artigos que dispunham de aplicações muito similares/repetitivas;
3. Foram excluídos artigos que não respondem as questões de pesquisa [2.1.2](#);
4. Artigo que não tem como entrada a BRDFs no formato de equação, ou seja, está utilizando a representação diretamente como código, também foi excluído.

5. Foram excluídos artigos que não consideram a geração de shaders como saída ou estrutura da BRDF em árvore.
6. Foram excluídos artigos que não citam BRDFs e compilador em seu resumo;
7. Se após a leitura completa, o artigo não concerne os interesse deste trabalho, esse foi excluído.

Bases	Filtrados
IEEE Xplore Digital Library	2
BDTD	0
CAPES Periodico	0
ACM Digital Library	1
Google Academico	1

Tabela 2: Resultados da Base após aplicar os critérios

## 2.1.5 Descrição dos Trabalhos Relacionados

### 2.1.5.1 genBRDF: Discovering New Analytic BRDFs with Genetic Programming

Neste artigo é introduzido uma framework chamada genBRDF, a qual aplica tecnicas de programação genética para explorar e descobrir novas BRDFs de maneira analitica. O processo inicia utilizando uma BRDF existente, e iterativamente aplica mutações e recombinações de partes das expressões matematicas que compões essas BRDFs a medida que novas gerações surgem. Essas mutações são guiadas por uma função fitness, que seria o inverso de uma função de erro, essa é baseada em um dataset de materiais já medidos. Por meio da avaliação de milhares de expressões, a framework identifica as viáveis, que estão na Fronteira de Pareto.

A representação das BRDFs de entrada para o GA, autores geraram uma gramática que inclui constantes e operadores matemáticos comuns encontrados em equações BRDF. A gramática é compilada, e a árvore de sintaxe abstrata resultante passa por modificações realizadas pelo algoritmo genético. Nós na árvore podem ser trocados, substituídos, removidos e novos nós podem ser adicionados. Esse processo, após refinamento e análise, resulta em novas BRDFs.

Alguns dos novos modelos BRDF apresentados no documento incluem aqueles que superam os modelos existentes em termos de precisão e simplicidade.

Esse artigo se concentra principalmente em utilizar programação genética para descobrir automaticamente novos modelos analíticos de BRDF, em vez de compilar diretamente equações BRDF em linguagens de shading. Embora a representação das expressões das BRDFs possam potencialmente inspirar o nosso trabalho, o principal objetivo do artigo difere do objetivo de compilar equações BRDF para linguagem de shading.

### 2.1.5.2 Slang: language mechanisms for extensible real-time shading systems

O artigo descreve a linguagem Slang, uma extensão da amplamente utilizada linguagem de shading HLSL, projetada para melhorar o suporte à modularidade e extensibilidade. A abordagem de design da Slang é baseada em dois princípios fundamentais: manter a compatibilidade com o HLSL existente sempre que possível e introduzir recursos com precedentes em linguagens de programação mainstream para facilitar a familiaridade e intuição dos desenvolvedores.

O autor destaca que cada extensão da Slang visa fornecer uma trajetória incremental para a adoção a partir do código HLSL existente, evitando a necessidade de uma migração completa. Algumas dessas extensões são: funções generica, struct genericas, tipos que implementam uma dada interface assim como interfaces funcionam em Java nas para struct. Exemplo de função generica escrita em Slang:

```
float3 integrateSingleRay<B:IBxDF>(B bxd,
SurfaceGeometry geom, float3 wi, float3 wo, float3 Li)
{ return bxd.eval(wo, wi) * Li * max(0, dot(wi, geom.n)); }
```

Enquanto o artigo se concentra na extensão de linguagens de shading existentes para melhorar a eficiência e a extensibilidade dos sistemas de shading em tempo real, o nosso trabalho se concentra na compilação de equações BRDF em linguagens de shading para explorar e descobrir novos modelos analíticos, mesmo para pessoas que não tem o conhecimento técnico da linguagem de shading específica. Embora ambos os projetos façam uso de shading e compilação, as abordagens e focos são diferentes.

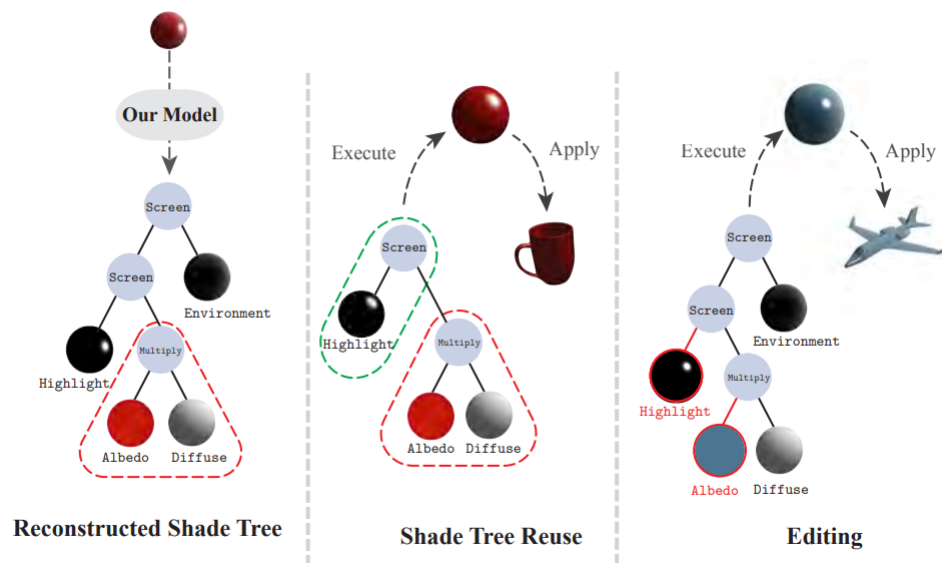
### 2.1.5.3 Tree-Structured Shading Decomposition

O artigo propõe uma abordagem para inferir uma representação de BRDF estruturada em árvore a partir de uma única imagem para o sombreamento de objetos. Em vez de usar representações paramétricas ou medidas para modelar o sombreamento, como é comum, é proposta uma abordagem que utiliza uma representação em árvore de shading, combinando nós de sombreamento básicos e métodos de composição para decompor o sombreamento da superfície do objeto.

Essa representação permite que usuários inexperientes editem o sombreamento do objeto de maneira eficiente e intuitiva. Para abordar o desafio de inferir a árvore de sombreamento, é proposta uma abordagem híbrida que combina um modelo de inferência auto-regressivo para gerar uma estimativa aproximada da estrutura da árvore com um algoritmo de otimização para ajustar a árvore inferida. Experimentos são realizados em diversas imagens para demonstrar a eficácia da abordagem proposta.



Figura 1 – Exemplo de decomposição de BRDFs em nós de uma árvore



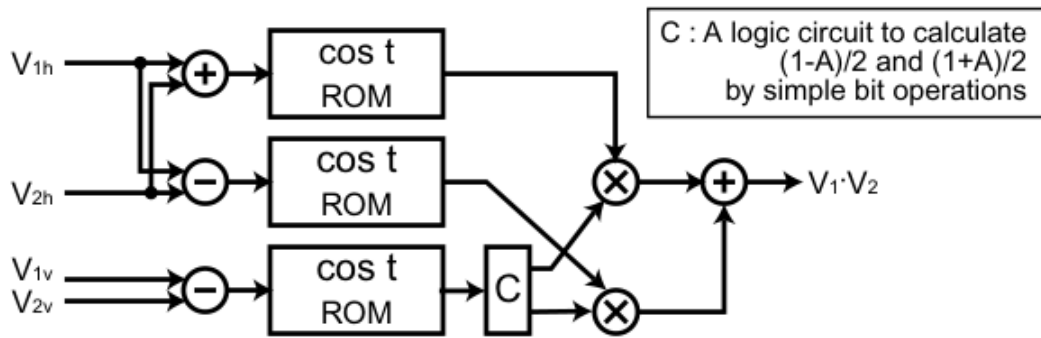
Fonte: ??, p. 24)

Assim como o nosso trabalho, esse artigo se concentra em facilitar o processo para usuários inexperientes, pois ambos visam fornecer ferramentas acessíveis para manipular representações de sombreamento sem exigir conhecimento avançado em programação de shading. Esse artigo também emprega uma representação em árvore, embora para um propósito diferente. Enquanto o nosso trabalho utiliza árvores para representar expressões matemáticas de BRDFs, esse artigo utiliza a decomposição em nós de árvores para representar o shading parcial de objetos.

#### 2.1.5.4 A Real-Time Configurable Shader Based on Lookup Tables

Este trabalho propõe uma arquitetura de hardware que permite cálculos de shading por pixel em tempo real, utilizando lookup-tables. Para isso, são projetados circuitos configurável baseado em lookup-tables, memórias de acesso aleatório (RAMs) e memórias somente leitura (ROMs). Vários circuitos base foram projetados visando realizar cálculos de shading, considerando as operações mais comuns, por exemplo, circuitos para calcular produto interno entre dois vetores, circuitos de rotação de um vetor por um ângulo. Ademais, é usado interpolação em um sistema de coordenadas polares em vez da interpolação vetorial convencional com normalização, com o objetivo de reduzir o tamanho dos circuitos e melhorar o desempenho.

Figura 2 – Exemplo de circuito de produto interno entre vetores



Fonte: ??, p. 24)

Além disso, o circuito suporta diversas BRDFs, como Blinn-Phong, Cook-Torrance, Ward e modelos baseados em microfacetes, com tabelas de lookup específicas para cada modelo. O uso de tabelas de pesquisa permite a representação organizada da parametrização das BRDFs, tornando o processo de transformação de BRDF para shaders mais acessível. Assim como este trabalho, a abordagem facilita a geração de shaders a partir da descrição de BRDFs, apesar da metodologia ser diferente.

## 2.2 Pesquisa por Repositórios online

Também foram analisados repositórios no github e SourceForge, cada um com uma string de busca específica. Os repositórios encontrados foram filtrados baseados em seus resumos, caso não haja a menção da criação de um compilador, ou não citar uma transformação de BRDF para outra estrutura, esse repositório será excluído.

Plataformas	Termos de Pesquisa	Resultados
GitHub	in:readme (GLSL AND BRDF AND (compiler OR compilation) AND (shader OR shading))	15
SourceForge	compiler bdrf	0

Tabela 3:

Após ler por completo os resumos dos repositórios do GitHub, é evidente que nenhum desses projetos é relacionado com o proposto neste trabalho, apesar de comentar sobre BRDFs, esses projetos não implementam compiladores, não fazem parsing de equações de BRDFs e nem mesmo geram shaders a partir de BRDFs.

# 3

## Conceitos

### 3.1 BRDFs

<https://www.youtube.com/watch?v=kPIqO929pIc&list=PL2zRqk16wsdpyQNZ6WFIGQtDICpzzQ9index=3>

### 3.2 Radiometria

A radiometria trata de conceitos fundamentais relacionados à luz. Ela abrange a capacidade de um material de superfície receber raios de luz de uma direção e refleti-los em outra. No contexto da computação gráfica e renderização, a radiometria desempenha um papel crucial na compreensão do comportamento da luz em uma cena.

A intensidade de um pixel de imagem depende de vários fatores, como iluminação, orientação da superfície e refletância da superfície. A orientação da superfície é determinada pelo vetor normal em um ponto dado, enquanto a refletância da superfície diz respeito às propriedades materiais da mesma.

Para compreender e interpretar a intensidade de um pixel em uma imagem, é essencial compreender os conceitos radiométricos. A radiometria quantifica o brilho de uma fonte de luz, a iluminação de uma superfície, a radiância de uma cena e a refletância da superfície.

#### Renderização Além da Cor

Renderizar uma imagem envolve mais do que apenas capturar cor. Isso requer conhecimento da intensidade da luz em cada ponto da imagem, isto é, a quantidade de luz incidente na cena que alcança a câmera. A radiometria ajuda na criação de sistemas e unidades para quantificar a radiação eletromagnética, considerando a luz como fótons viajando em linha reta em um modelo óptico geométrico. Esse modelo simplifica considerações de difração e interferência,

focando nos caminhos em linha reta dos fótons.

### 3.2.1 Energia Radiante e Fluxo

Vários processos físicos convertem energia em fótons, como radiação de corpo negro e fusão nuclear em estrelas. Quantificar a energia radiante total envolve entender a energia dos fótons colidindo com um objeto, equivalente ao brilho da imagem. A energia radiante  $Q$  considera a energia total de todos os fótons atingindo a cena durante toda a duração.

$$Q = \frac{hc}{\lambda}$$

$$h \approx 6,626 \times 10^{-34} J \cdot s (\text{Joules por segundo})$$

$$c \approx 3,00 \times 10^8 m \cdot s (\text{metros por segundo})$$

$$\lambda \approx 390 - 700 \times 10^{-3} m (\text{metros})$$

É interessante observar a evolução da energia radiante  $Q$  ao longo do tempo, isso da origem ao fluxo radiante  $\phi$ , medida em impactos de cada fóton por segundo em uma superfície.

$$\phi = \frac{dQ}{dt} [J/s]$$

A irradiância  $E$  quantifica o número de impactos dos photons em uma superfície por segundo por unidade de área. Assim, temos uma métrica mais específica e essencial para renderizar imagens com precisão.

$$E(p) = \frac{d\phi(p)}{dA} [J/s \cdot m^2]$$

### 3.2.2 Radiância e BRDF

A radiância, denotada como  $L$ , caracteriza a distribuição da luz em um ambiente ao longo de um raio definido por um ponto de origem e uma direção. A radiância desempenha um papel fundamental no cálculo do fluxo por unidade de área em uma superfície considerando toda a luz incidente de todas as direções possíveis em um dado ponto  $p$ .

$$L(p, w) = \frac{dE_w(p)}{dw} \left[ \frac{J}{s \cdot m^2 \cdot sr} \right]$$

$E_w$  é função de a irradiância numa direção  $w$

Para acomodar diferentes orientações da superfície e direção do raio, aplicamos o fator  $\cos(\theta)$ , tal que  $\theta$  é o ângulo entre a normal da superfície e a direção do  $w$  para obter a fórmula:

$$L(p, w) = \frac{dE(p)}{dw \cos(\theta)} = \frac{d^2\phi(p)}{dA dw \cos(\theta)}$$

A radiância pode fornecer informação sobre o quanto um ponto específico está iluminado na direção da câmera. Ela depende não apenas da direção do raio que incide na câmera, mas também das propriedades de refletância da superfície. E, no contexto de renderização, a radiância de uma superfície na cena se correlaciona com a irradiância de um pixel em uma imagem da seguinte forma:

$$E(p) = \int_{H^2} L(p, w) \cos(\theta) dw$$

$H^2$  é o hemisfério no plano tangente à superfície no ponto  $p$

A principal funcionalidade de um renderizador fotorealista é estimar a radiância em um ponto  $p$  numa dada direção  $w_o$ . Essa radiância é dada pela equação de renderização apresentada por @ref Kajiya. Note que essa equação envolve um termo de radiância recursiva, o caso base ocorre quando não há mais o termo recursivo, isto é, um fonte de luz na qual sua radiância é contribuída apenas por radiância emitida  $L_e$ .

$$L_o(p, w_o) = L_e(p, w_o) + \int_{H^2} F(p, w_i, w_o) L_i(p, w_i) \cos(\theta) dw_i$$

$L_o$  é radiância de saída (*outgoing*) ou observada

$L_e$  é radiância emitida (i.e. fonte de luz)

$L_i$  é radiância incidente

$w_i$  é a direção incidente

$w_o$  é a direção de saída

$H^2$  são todas no hemisfério

$\theta$  ângulo entre direção incidente e a normal da superfície

$F$  função de refletância

A Função de Distribuição Bidirecional de Refletância (BRDF) descreve como a luz reflete de uma superfície em diferentes direções afetando a radiância de saída. Reflexão é o processo no qual a luz interage com a superfície sem alterar a sua frequência. Assim, BRDFs encapsulam as propriedades de reflexão de um material levando em conta vários fatores, como

rugosidade da superfície, ângulo de incidência, ângulo de reflexão. Formalmente uma BRDF pode ser definida por  $F(\omega_i, \omega_o)$ , onde  $\omega_i$  é a direção incidente de luz e  $\omega_o$  é a direção de saída.

Para BRDFs fisicamente realistas algumas propriedades devem ser respeitadas.

- A propriedade de positividade,  $F(\omega_i, \omega_o) \geq 0$ , que garante não existência de energia negativa.
- Também, deve-se obedecer a reciprocidade de Helmholtz,  $F(\omega_i, \omega_o) = F(\omega_o, \omega_i)$ . Essa reciprocidade é usado na renderização, pois no lugar de traçar os raios da fonte de luz até a camera, podemos traçar os raios da camera até a fonte de luz otimizando a maior parte dos raios traçados diretamente da fonte de luz que não iriam atingir a lente da camera, evitando desperdício de poder computacional em raios que não contribuem para intensidade de um dado pixel.
- A BRDF deve, também, respeitar a conservação de energia,  $\forall \omega_i, \int_{H^2} F(\omega_i, \omega_o) \cos(\theta_o) d\omega_o \leq 1$ . Nesse caso parte da energia pode ser absorvida, ou seja, transformado em outra forma de energia como calor, nesse caso esse somatório infinitesimal pode no máximo chegar a 1, mas nunca ultrapassar.

## 3.3 BRDF Models

### 3.3.1 Superfície Pura Especular

Uma superfície puramente especular reflete a luz apenas em uma direção, seguindo a lei da reflexão. Ela produz reflexões nítidas, semelhantes a espelhos. A BRDF para uma superfície puramente especular é frequentemente representada pela função delta de Dirac  $\delta(\omega_i - \omega_o)$ , onde  $\omega_i$  é a direção da luz incidente e  $\omega_o$  é a direção refletida.  $f(\omega_i, \omega_o) = k_s \cdot \delta(\omega_i - \omega_o)$ . A função delta de Dirac garante que toda a luz incidente seja refletida na direção perfeitamente espelhada, resultando em uma reflexão altamente focada e intensa. Esse tipo de superfície é comum em materiais como metal polido ou vidro.

### 3.3.2 BRDF Difusa Ideal

Uma BRDFs difusa ideal reflete a luz incidente uniformemente em todas as direções, sem preferência por ângulos específicos. é representada por um termo cosseno lambertiano  $\frac{\rho_d}{\pi} \cdot \cos \theta$ , onde  $\rho_d$  é o albedo da superfície e  $\theta$  é o ângulo entre a direção da luz incidente e a normal da superfície.  $f(\omega_i, \omega_o) = \frac{\rho_d}{\pi} \cdot \cos \theta$ . O termo cosseno garante que a radiância refletida seja proporcional ao cosseno do ângulo entre a direção da luz incidente e a normal da superfície. Esse modelo pode representar superfícies como tinta fosca ou papel.

### 3.3.2.1 BRDF Brilhante (*Glossy*)

Uma superfície brilhante exibe propriedades de reflexão tanto especulares quanto difusas. BRDF para uma superfície brilhante é frequentemente representada por uma combinação de termos especulares e difusos, como o modelo de Blinn-Phong @ref

### 3.3.2.2 BRDF Retro-Refletora

Uma superfície retro-refletora reflete a luz incidente de volta na direção de onde veio, independentemente do ângulo de incidência. A BRDF para uma superfície retro-refletora envolve tipicamente geometria especializada ou revestimentos projetados para redirecionar a luz de volta para a fonte.

## 3.4 Compiladores

### 3.4.1 Cadeia de Símbolos e Alfabeto

Um **cadeia de símbolos** é uma sequência finita de símbolos retirados de um alfabeto  $\Sigma$ . Formalmente, um cadeia  $w$  é representado como  $[w_1, w_2, \dots, w_n]$ , onde cada  $w_i$  pertence ao alfabeto  $\Sigma$ . O **alfabeto**  $\Sigma$  é um conjunto finito de símbolos distintos usados para construir cadeias em uma linguagem. Ele define os blocos de construção a partir dos quais cadeias válidas na linguagem são formadas.

### 3.4.2 Definições de Linguagens

Na ciência da computação, as linguagens são sistemas formais compostos por símbolos e regras que são muito úteis para definir um significado algoritmico. Uma **linguagem**  $L$  é definida como um conjunto de cadeias sobre um alfabeto finito  $\Sigma$ ,  $L \subseteq \Sigma^*$ , onde  $\Sigma^*$  denota o conjunto de todas as cadeias possíveis sobre  $\Sigma$ . A estrutura e semântica de uma linguagem inclui seu alfabeto  $\Sigma$ , sintaxe e regras de gramática.

### 3.4.3 Compilador como um Transformação

Um compilador pode ser visto como um transformação entre linguagens  $L_1$  e  $L_2$  que preserva a estrutura interna dos conjuntos, isto é, deve manter o mesmo significado algoritmico. Assim, o compilador  $C : L_1 \rightarrow L_2$  mapeia programas escritos na linguagem de origem  $L_1$  para programas equivalentes na linguagem de destino  $L_2$ . Essa transformação garante a preservação semântica, mantendo o comportamento pretendido do programa original durante a tradução.

## 3.5 Gramática

Para auxiliar na criação de um compilador é necessário entender as regras que auxiliam na validação e geração da linguagem de interesse, esse entedimento pode ser alcançado pela gramática. Uma gramática  $G$  é um sistema formal composto por um conjunto de regras de produção que especificam como cadeias válidas na linguagem podem ser geradas. Ela inclui terminais, não-terminais, regras de produção e um símbolo inicial.

- **Terminais:** Terminais são os símbolos básicos a partir dos quais as cadeias são formadas. Eles representam as unidades elementares da sintaxe da linguagem.
- **Não-terminais:** Não-terminais são espaços reservados que podem ser substituídos por terminais ou outros não-terminais de acordo com as regras de produção.
- **Regras de Produção:** As regras de produção definem a transformação ou substituição de não-terminais em sequências de terminais e/ou não-terminais.
- **Símbolo Inicial:** O símbolo inicial é um não-terminal especial a partir do qual a derivação de cadeias válidas na linguagem começa.

### 3.5.0.1 Gramáticas Livres de Contexto (GLCs)

Um tipo comum de gramática usado na definição de linguagens é a gramática livre de contexto (GLC). Em uma GLC  $G = (V, \Sigma, R, S)$ :

- $V$  é um conjunto finito de símbolos não-terminais.
- $\Sigma$  é um conjunto finito de símbolos terminais disjunto de  $V$ .
- $R$  é um conjunto finito de regras de produção, cada regra no formato  $A \rightarrow \beta$ , onde  $A$  é um não-terminal e  $\beta$  é uma cadeia de terminais e não-terminais.
- $S$  é o símbolo inicial, que pertence a  $V$ .

**Derivação e Árvores de Análise Sintática** O processo de gerar uma cadeia na linguagem definida por uma gramática é chamado de derivação. Isso envolve aplicar regras de produção sucessivamente, começando pelo símbolo inicial até restarem apenas símbolos terminais.

Uma árvore sintática é uma representação gráfica do processo de derivação, onde cada nó representa um símbolo na cadeia e cada aresta representa a aplicação de uma regra de produção, nos processos seguintes como análise sintática em código, essa árvore é de fato gerada e usada como representação intermediária que auxilia a geração na linguagem alvo  $L_2$ .



## **3.6 Análise Léxica**

## **3.7 Análise Sintática**

### **3.7.1 Pratt Parsing**

#### **3.7.1.1 precedencia de expressões**

## **3.8 Shaders**

# Referências