

Secondo compitino algebra e matematica discreta

2023/2024

1 Quiz matematica discreta

1. Quante sequenze di 6 cifre posso costruire con quattro 1 e due 2?
 - A. $6!$
 - B. $6!/4!$
 - C. 15
 - D. 30
2. Qual è la soluzione di $a_n = -8a_{n-1}$?
 - A. $a_n = 8^n$
 - B. $a_n = 8^n + 8$
 - C. $a_n = (-1)^n 8^{n+1}$
 - D. $a_n = (-8)^n$
3. In quanti modi si possono disporre 9 oggetti distinti in 6 scatole
 - A. 9^6
 - B. 6^9
 - C. $15! / 9!6!$
 - D. $14! / 8!6!$

2 Esercizi algebra

Esercizio 1

Sia data $A = \begin{pmatrix} i & n & -n \\ 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}$ con n lettere del proprio nome

- a) Si dica se A è unitariamente diagonalizzabile, motivando la risposta
- b) Sia $U=C(A)$. Trovare base \mathbf{B} di U
- c) Sia $U=C(A)^\perp$. Trovare base \mathbf{D} del complemento ortogonale U

Esercizio 2

Sia $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da:

$$f: \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 5a \\ -5b \end{pmatrix}$$

Trovare matrice A associata ad f con basi ordinate

$$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\} \text{ e } \mathbf{D} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix} \right\}$$

su dominio e codominio rispettivamente

Esercizio 3

Sia $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$

- a) A è unitariamente diagonalizzabile, dimostrarlo
- b) scrivere A nella forma $A = \lambda_1 P_1 + \lambda_2 P_2$ con λ_1 e λ_2 autovalori di A e P_1 e P_2 matrici di proiezione su $EA(\lambda_1)$ ed $EA(\lambda_2)$ rispettivamente