

Алгоритмы и структуры данных

Системы непересекающихся
множеств

Александр Куликов

Системы непересекающихся множеств

MAKESET(x) создаёт множество, содержащее элемент x

UNION(x, y) объединяет множества, содержащие элементы x и y

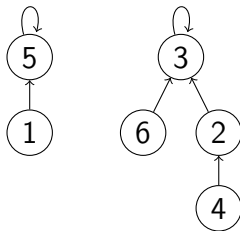
FIND(x) возвращает идентификатор множества, содержащего элемент x

Лес непересекающихся множеств

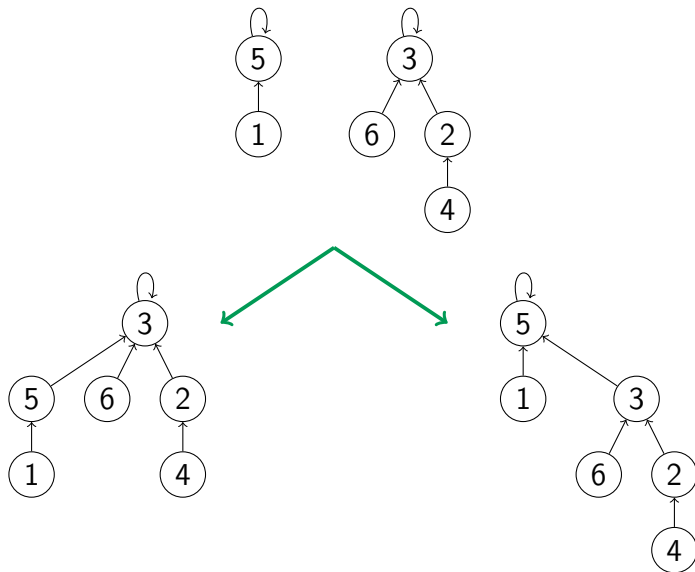
■ $\text{MAKESET}(1), \text{MAKESET}(2), \dots, \text{MAKESET}(6)$



■ $\text{UNION}(1, 5), \text{UNION}(6, 3), \text{UNION}(2, 4), \text{UNION}(4, 6)$:



Объединение: UNION(1, 6)



Псевдокод

процедура MAKE-SET(x)

$\pi(x) \leftarrow x$

$\text{rank}(x) \leftarrow 0$

процедура FIND(x)

пока $x \neq \pi(x)$:

$x \leftarrow \pi(x)$

вернуть x

процедура UNION(x, y)

$r_x \leftarrow \text{FIND}(x)$

$r_y \leftarrow \text{FIND}(y)$

если $r_x = r_y$: вернуть

если $\text{rank}(r_x) > \text{rank}(r_y)$:

$\pi(r_y) \leftarrow r_x$

иначе:

$\pi(r_x) \leftarrow r_y$

если $\text{rank}(r_x) = \text{rank}(r_y)$:

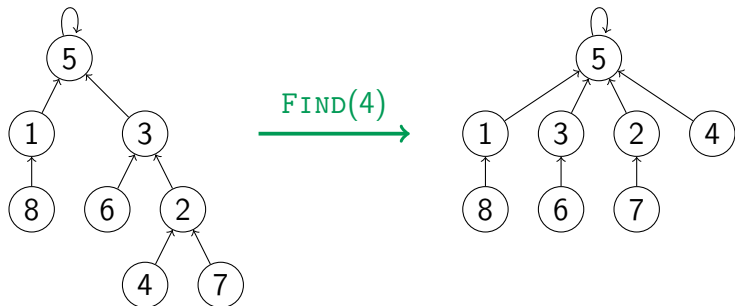
$\text{rank}(r_x) \leftarrow \text{rank}(r_y) + 1$

Оценка высоты деревьев

Лемма

В поддереве, корень которого имеет ранг k , есть хотя бы 2^k вершин.

Сжатие путей



процедура $\text{FIND}(x)$

если $x \neq \pi(x)$:

$\pi(x) \leftarrow \text{FIND}(\pi(x))$

вернуть $\pi(x)$