ΕΥΓΕΝΙΑ ΔΟΥΜΟΥ

evgedoum@ece.auth.gr

ΑΕΜ: 10178

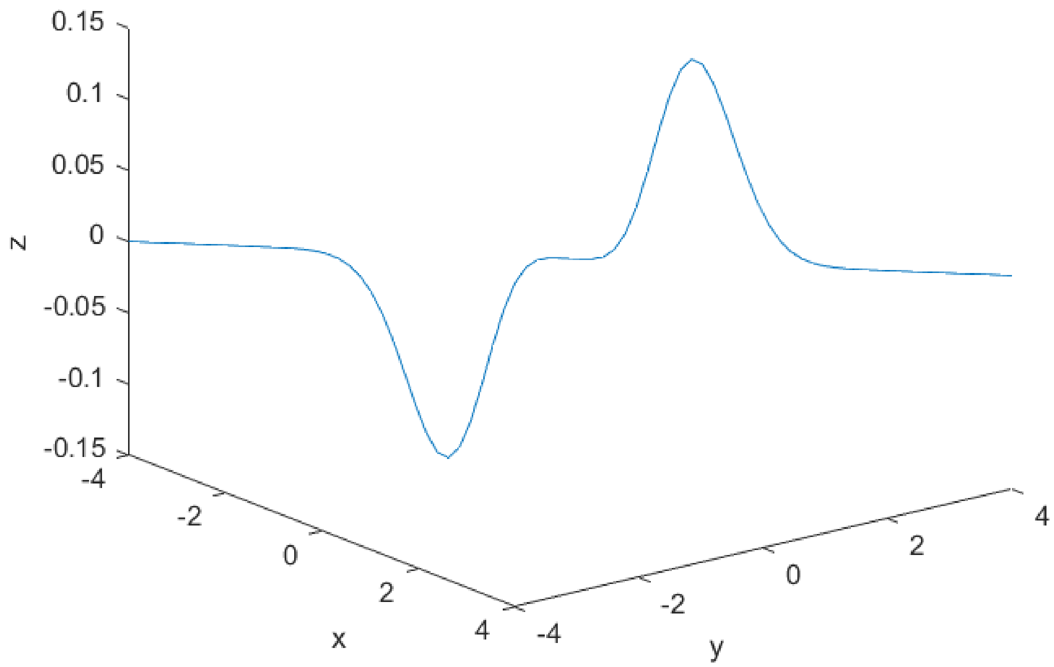
2η Εργαστηριακή Άσκηση :

Ελαχιστοποίηση Με Χρήση Παραγώγων

Οι γραφικές παραστάσεις προκύπτουν από υλοποίηση στο Matlab της κάθε μεθόδου , εφαρμόζοντας τον κώδικα στην δοσμένη συνάρτηση πολλών μεταβλητών

$f(x,y) = x^5 e^{-x^2-y^2}$ στο διάστημα (x_0, y_0).

Θέμα 1: Σχεδίαση της Συνάρτησης f (E1_functionF)



Θέμα 2: Μέθοδος Μέγιστης Καθόδου

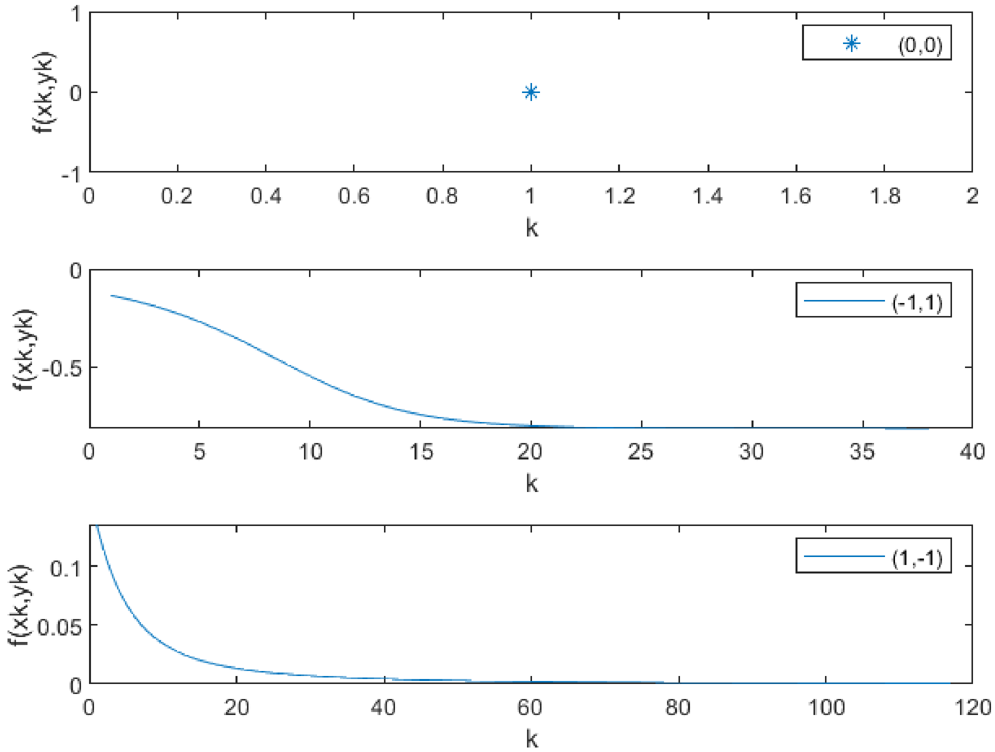
Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται για 3 διαφορετικά αρχικά σημεία:

i) (0 , 0)   ii) (-1 , 1)   iii) (1 , 1)

Όλα τα διαγράμματα που ακολουθούν, αντιστοιχούν από πάνω προς τα κάτω στα αρχικά αυτά σημεία.

2.α. Σταθερό Βήμα $γ_κ$= 0.1 & e= 0.1

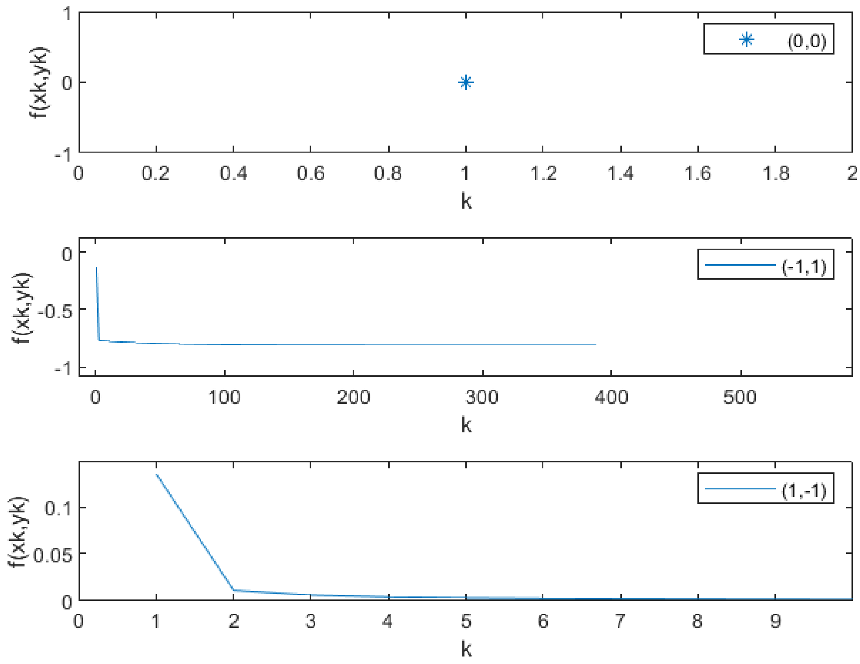
(megistikathodosA.m & E2_plotA.m)



2.β. Βήμα $γ_κ$ τέτοιο έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται η $f(x_k+g_kd_k)$, e=0.01

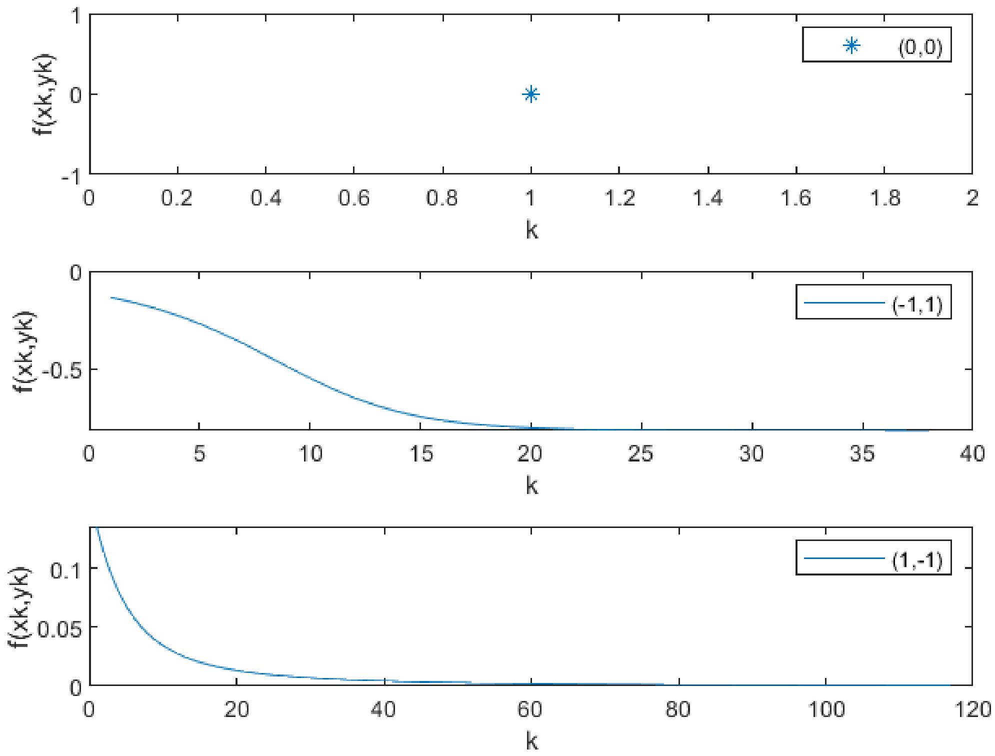
(megistikathodosB.m & E2_plotB.m)

Για το σημείο (-1,1) ο αλγόριθμος δεν τερματίζει ποτέ (για την εκτύπωση των άλλων 2 σημείων, στο αρχείο E2_plotB.m τοποθετήθηκε σε σχόλια το κομμάτι του κώδικα όπου αφορούσε την εκτύπωση του σημείου (-1,1) όπου εντοπίστηκε το πρόβλημα)



2.γ. <u>Επιλογή Βήματος γ_κ βάσει του κανόνα Armijo e= 0.01, a=2*10^(-3), b=1/4</u>

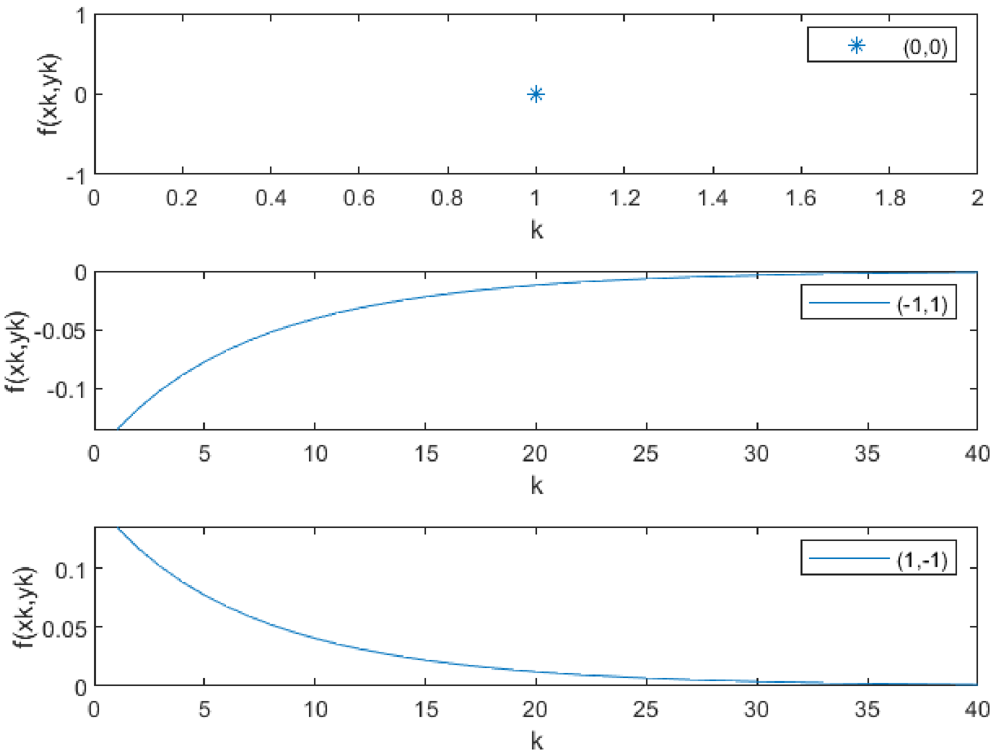
(megistikathodosC.m & E2_plotC.m)



<u>Θέμα 3:</u> Μέθοδος Newton

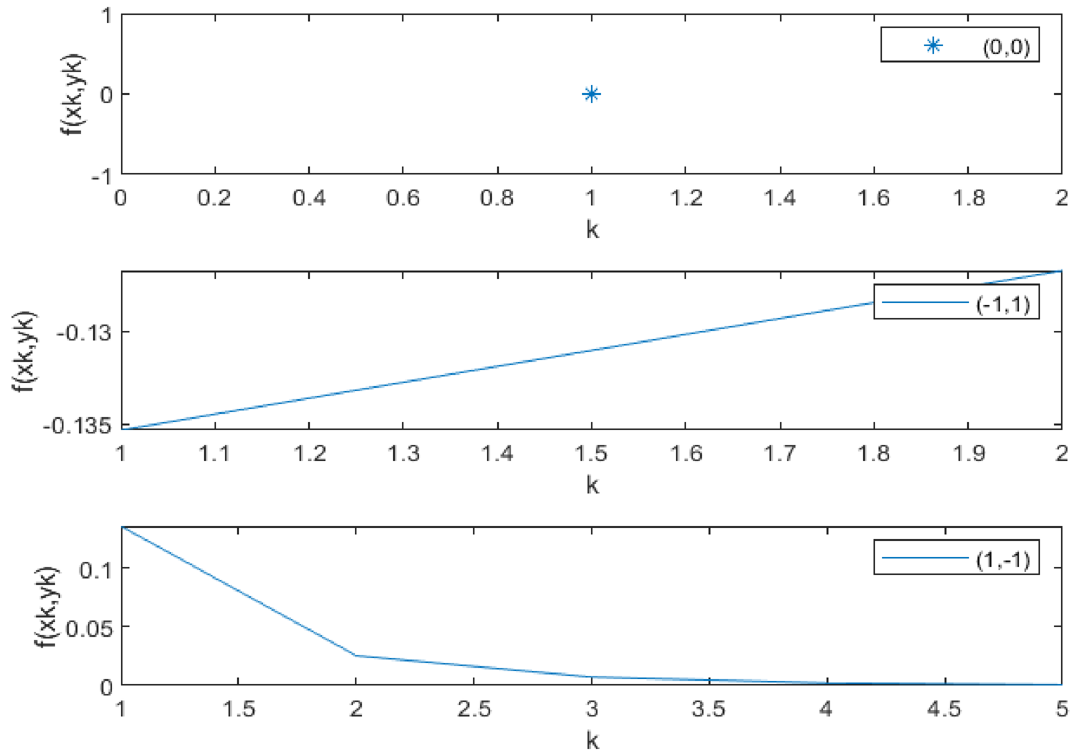
3.α. <u>Σταθερό Βήμα γ_κ= 0.1 & e= 0.1</u>

(newtonsA.m & E3_plotA.m)



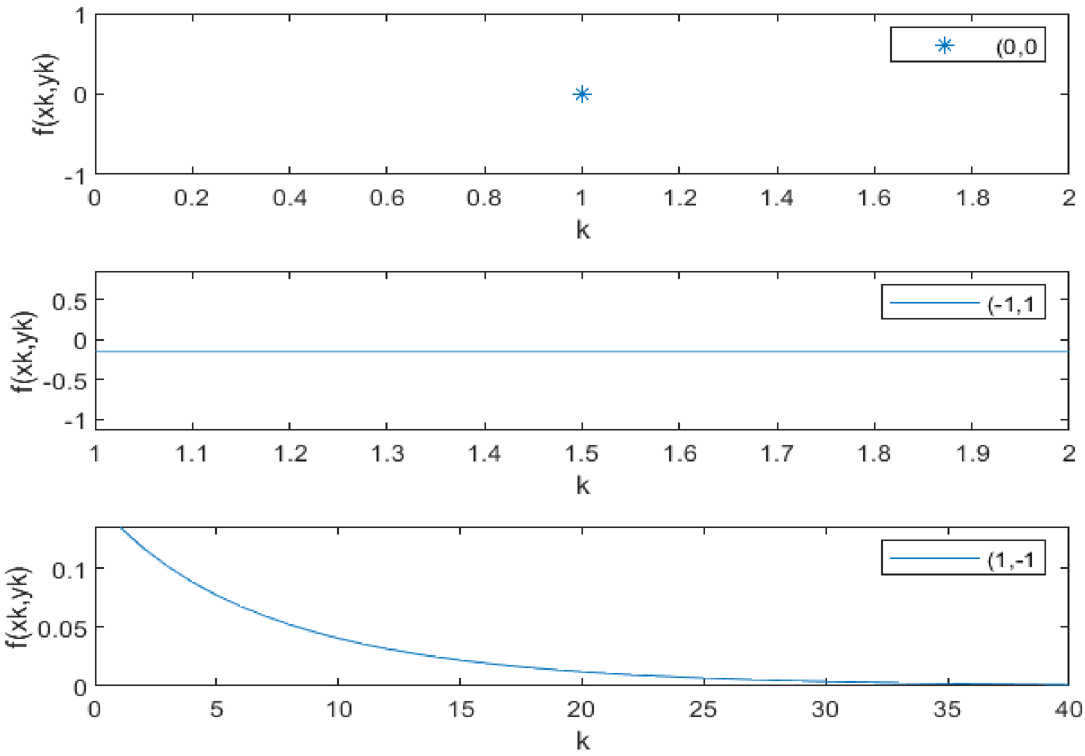
3.β. Βήμα $γ_κ$ τέτοιο έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται η $f(x_k+g_kd_k)$, e=0.01

(newtonsB.m & E3_plotB.m)



3.γ. <u>Επιλογή Βήματος $γ_κ$ βάσει του κανόνα Armijo e= 0.01, a=2*10^(-3), b=1/4</u>

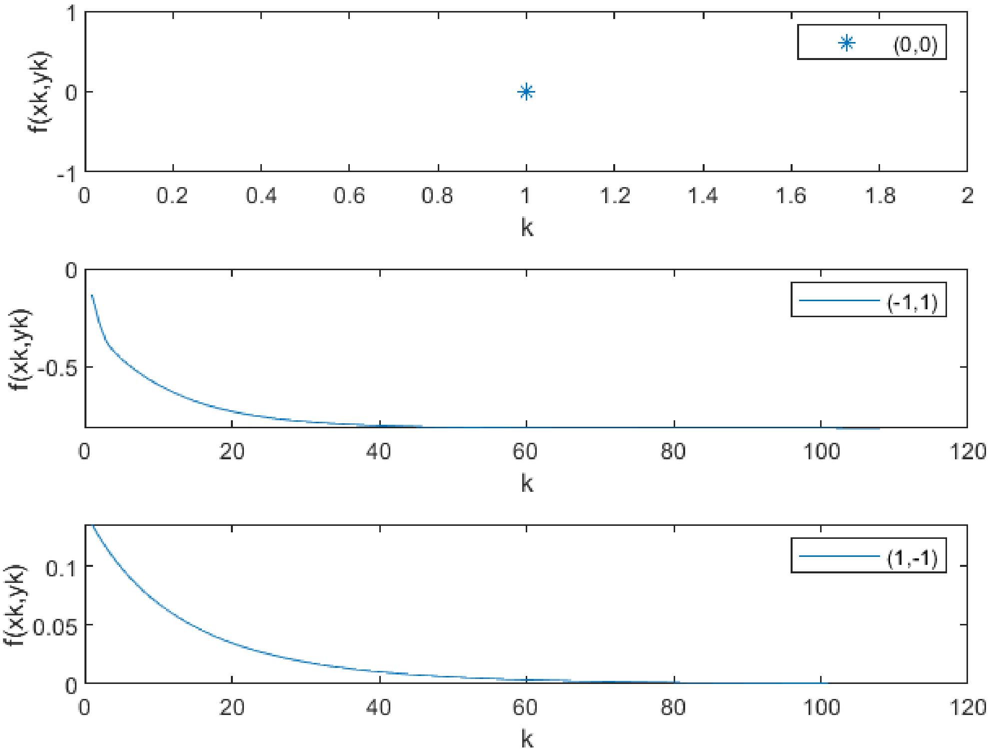
(newtonsC.m & E3_plotC.m)



<u>Θέμα 4:</u> Μέθοδος Levenberg-Marquardt

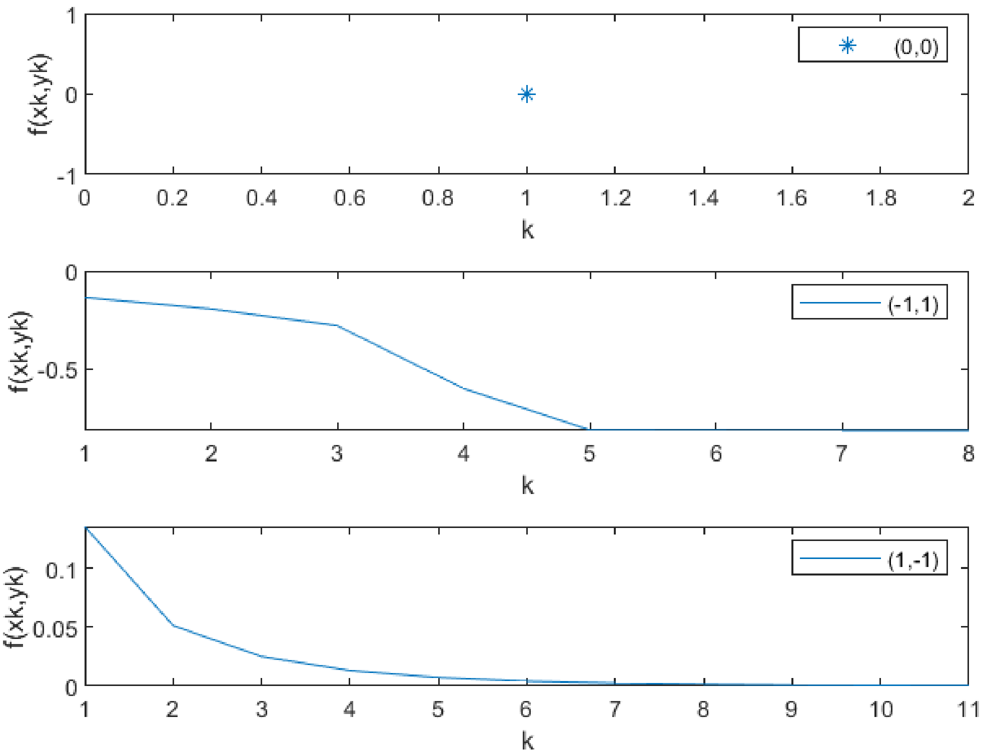
4.α. <u>Σταθερό Βήμα γ_κ= 0.1 & e= 0.1</u>

(levenA.m & E4_plotA.m)

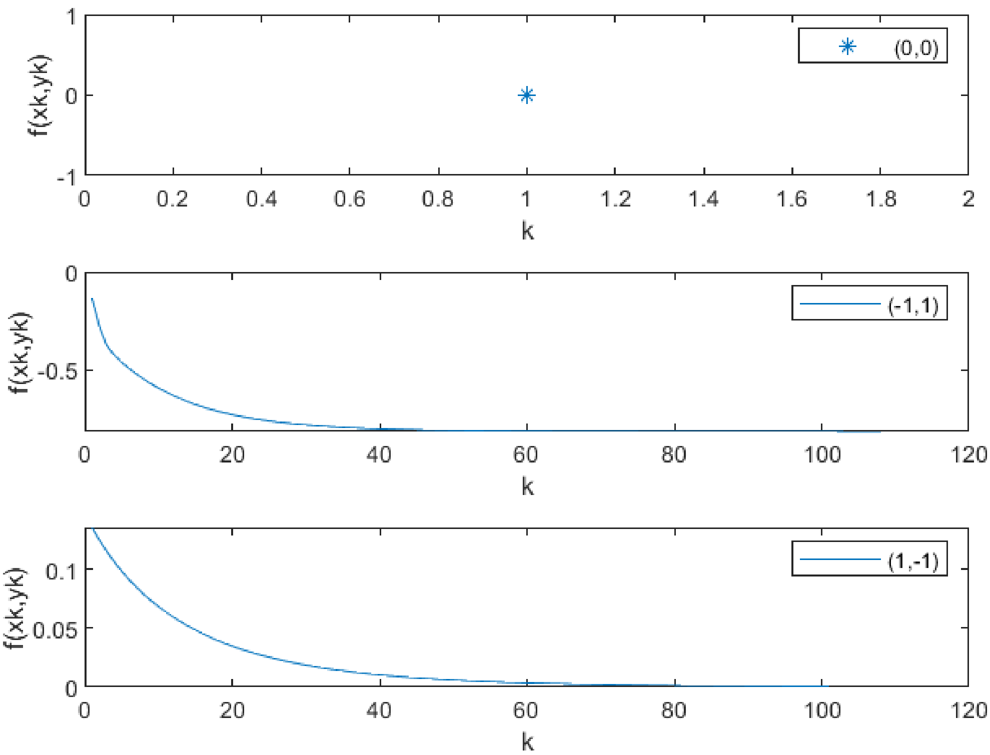


4.β. <u>Βήμα γ_k τέτοιο έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται η $f(x_k+g_kd_k)$, e=0.01</u>

(levenB.m & E4_plotB.m)



4.γ. Επιλογή Βήματος $γ_κ$ βάσει του κανόνα Armijo e= 0.01, a=2*10^(-3), b=1/4



ΣΧΟΛΙΑ-ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1. Από το διάγραμμα της f παρατηρούμε ότι η ελάχιστη τιμή της μεφανίζεται για αρνητικά y και κοντά στην περιοχή του μηδενός στον άξονα x.
2. Για το σημείο (0,0) παρατηρούμε πως όλες οι μέθοδοι εγκλωβίζονται στο σημείο αυτό καθώς είναι το τοπικό ελάχιστο της συνάρτησης και έτσι δεν εκτελείται καμία επανάληψη.
3. Και στις 3 μεθόδους χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος του χρυσού τομέα από την προηγούμενη εργασία για την εύρεση εκείνου του γκ που ελαχιστοποιεί την συνάρτηση f.

4. <u>ΜΕΘΟΔΟΣ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΚΑΘΟΔΟΥ:</u>
   -Για το (-1,1) παρατηρούμε ότι η β) περίπτωση συγκριτικά με τη γ) έχει πιο απότομη κλίση της καμπύλης της f αλλά μεγαλύτερο αριθμό επαναλήψεων k .
   -Για το (1,-1) παρατηρούμε ότι μετά από έναν αριθμό επαναλήψεων η συνάρτηση εγκλωβίζεται και πάλι στο τοπικό ελάχιστο (0,0) και αδυνατεί να βρεθεί στο πραγματικό ελάχιστο.

5. <u>ΜΕΘΟΔΟΣ NEWTON:</u>
   -Δεδομένου ότι ο εσσιανός πίνακας δεν είναι θετικά ορισμένος με αποτέλεσμα ο αλγόριθμος να μην συγκλίνει ποτέ σε ελάχιστο, έτσι τερματίζουμε τον αλγόριθμο όταν $f(x_k) >= f(x_{k-1})$

- Για το (-1,1) παρατηρούμε ότι η τιμή της συνάρτησης f αντί να μειώνεται, αυξάνεται, αντίθετα από το ζητούμενο.
-Για το (1,-1) η συνάρτηση και πάλι εγκλωβίζεται στο τοπικό ελάχιστο της αρχής των αξόνων.
Η μέθοδος αυτή δεν δίνει καθόλου καλά αποτελέσματα.

6. <u>ΜΕΘΟΔΟΣ LEVENBERG-MARQUARDT¨</u>
Η μέθοδος αυτή είναι μια καλύτερη εκδοχή της μεθόδου Newton καθώς ξεπερνάει το πρόβλημα του μη θετικά ορισμένου εσσιανού πίνακα.
-Για το (-1,1) παρατηρούμε ότι ο αλγόριθμος λειτουργεί καλά.
- Για το (1,-1) η συνάρτηση και πάλι εγκλωβίζεται στο τοπικό ελάχιστο της αρχής των αξόνων.

Τελικά:

- το σημείο (-1,1) οδηγεί σε πιο ασφαλή συμπεράσματα καθώς τα άλλα δύο σημεία εγκλωβίζονται στο (0,0) είτε από την αρχή είτε μετά από κάποιο πεπερασμένο αριθμό επαναλήψεων.
- Η μέθοδος Newton δεν δίνει σωστές λύσεις λόγω του αρνητικού εσσιανού.
- Στις άλλες 2 περιπτώσεις η επιλογή του $γ_k$ μέσω της ελαχιστοποίησης της $f(x_k + γ_k * d_k)$ είναι η πιο αποδοτική.