

Regelungstechnik

Die Vorlesung "Regelungstechnik" wird im Bachelor-Studiengang "Elektrotechnik und Informationstechnik" in der Vertiefungsrichtung "Automatisierungstechnik und Informationstechnik" im 4. Fachsemester gehalten und baut auf der Vorlesung "Grundlagen der Systemtheorie und Regelungstechnik" aus dem 3. Fachsemester auf.

Das Skript zur Vorlesung enthält eine Zusammenfassung wesentlicher Teile des Vorlesungsstoffes. Nicht enthalten sind einige weiterführende Beispiele und Herleitungen, die in der Vorlesung an der Tafel erarbeitet werden.

Maßgeblich für den Stoff der Prüfung sind zusätzlich zum Skript auch die Vorlesungsmitschrift, die in die Vorlesung integrierten Übungen und die Hausaufgaben sowie die Laborunterlagen.

Literatur

- Lutz, H.; Wendt, W.: Taschenbuch der Regelungstechnik, Verlag Harri Deutsch, 2003.
- Schulz, G.: Regelungstechnik 1 – Lineare und nichtlineare Regelung, Rechnergestützter Reglerentwurf, Oldenbourg Verlag, 2015.
- Bechtloff, J.: Regelungstechnik, Vogel Verlag, 2012.
- Lunze, J.: Regelungstechnik 1 – Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen, Springer Verlag, 2013.
- Föllinger, O.: Regelungstechnik – Einführung in die Methoden und ihre Anwendung, Hüthig Buch Verlag, 2008.
- Philippsen, H.W.: Einstieg in die Regelungstechnik, Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, 2004.
- Dorf, R.C.; Bishop, R.H.: Modern Control Systems, Prentice Hall, 2015.
- Unbehauen, H.: Regelungstechnik, Band I-III, Vieweg Verlag.

Lernziele

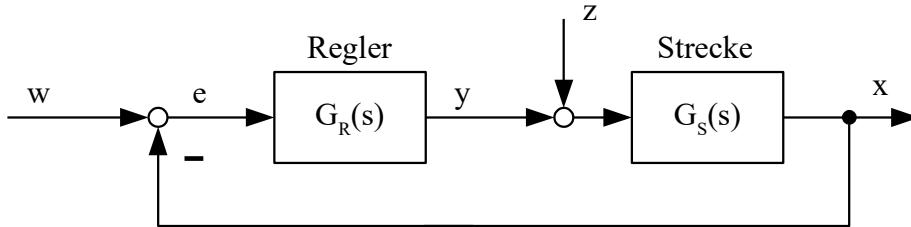
- Regelkreise im Zeitbereich mit Hilfe von Integralkriterien und empirischen Einstellregeln entwerfen können
- Regelkreise im Frequenzbereich analysieren und entwerfen können
- Regelkreise mit dem Wurzelortskurvenverfahren analysieren und entwerfen können
- Vermischte Regelungen analysieren und entwerfen können
- Regelkreise mit einfachen Nichtlinearitäten beschreiben und analysieren können
- Rechnergestützte Hilfsmittel für die Simulation und Analyse von Regelungen benutzen können

Vorlesungsinhalte

- 1 Einführung
- 2 Entwurf linearer Regelkreise im Zeitbereich
 - Integralkriterien
 - Empirische Einstellregeln
- 3 Optimierungskriterien im Frequenzbereich
 - Betragsoptimum
 - Symmetrisches Optimum
- 4 Frequenzkennlinienverfahren (Loop Shaping)
- 5 Wurzelortskurvenverfahren
- 6 Weitere Regelungsverfahren
 - Kompensationsregler
 - Smith-Prädiktor
 - Internal Model Control
- 7 Vermaschte Regelungen
 - Störgrößenaufschaltung
 - Kaskadenregelung
 - Vorsteuerung
 - Weitere strukturelle Varianten des Regelkreises
- 8 Nichtlineare Regelungen
 - Schaltende Regler
 - Stetigähnliche Regler
- 9 Zusammenfassung und Ausblick

1 Einführung

Standardregelkreis:



Prinzipielle Vorgehensweise beim Entwurf einer Regelung

1. Schritt: Analyse

Untersuchung der Strecke und der Störgrößen;

Zusammenfassen der wichtigsten Streckeneigenschaften (Differentialgleichung, Frequenzgang, Übertragungsfunktion)

2. Schritt: Synthese

Auswahl eines Reglers auf Grund der Anforderungen an die Regelung und der Art der Sollwertsignale sowie der Störgrößen

3. Schritt: Simulation

Im Allg. wird vor der Realisierung und Inbetriebnahme die Regelung simuliert
(→ Softwarepakete, z.B. Matlab/Simulink).

Rückblick auf das vorherige Semester:

- Beschreibung linearer zeitinvarianter Systeme
 - im Zeitbereich: Differentialgleichung, Antwortfunktionen
 - im Frequenzbereich: Übertragungsfunktion, Pol-/Nullstellen, s-Ebene, Frequenzgang, Bode-Diagramm, Nyquist-Ortskurve
- Verknüpfung von Übertragungsgliedern:
Reihenschaltung, Parallelschaltung, Rückkopplungsschaltung, Umformung von Blockschaltbildern
- Eigenschaften elementarer Übertragungsglieder: P, PT₁, PT₂, I, IT₁, D, DT₁, T, Allpass...
- Übertragungsverhalten der wichtigsten stetigen Regler: P-, I-, PI-, PD-, PID-Regler
- Stabilität geschlossener Regelkreise (Hurwitz, Nyquist)
- Verhalten linearer Regelkreise:
 - Führungs- und Störverhalten,
 - Stationäre Genauigkeit,
 - Schnelligkeit und Dämpfung

In der Vorlesung „Grundlagen der Systemtheorie und Regelungstechnik“ (3. Semester) wurde bereits die Analyse von Regelkreisen im Zeitbereich und im Frequenzbereich behandelt.

Im Rahmen der Vorlesung „Regelungstechnik“ (4. Semester) folgt nun der nächste Schritt:
Der Entwurf von Regelkreisen.

1.1 Entwurf (Synthese) von Regelkreisen

Problemstellung:

Nach welchen Kriterien erfolgt die Auswahl und Einstellung des Reglers für eine vorgegebene Strecke?

Ein Regler im Regelkreis muss so ausgewählt und eingestellt werden, dass die Regelung folgende Anforderungen erfüllt:

- Stabilität
- Ausreichende stationäre Genauigkeit
- Ausreichende Schnelligkeit und Dämpfung

Der Regelkreisentwurf in der Praxis ist stets ein Kompromiss zwischen gestellten Anforderungen (z.B. Schnelligkeit) und technischen Grenzen (z.B. Stellgrößenbeschränkungen). Beim Entwurf einer Regelung ist es notwendig, dass die Regelungstechniker eng mit denjenigen zusammenarbeiten, die die Konstruktion der Anlage durchführen und über das Prozesswissen verfügen.

Die Synthese von Regelkreisen kann viele Lösungen aufweisen. Jede Lösung ist dann optimal im Sinne des jeweils gewählten Gütekriteriums!

Es sind zahlreiche Verfahren für den Entwurf von Regelkreisen entwickelt worden sowohl im Zeitbereich (siehe Kapitel 2) als auch im Frequenzbereich (siehe Kapitel 3-6).

Die Synthese einer Regelung erfolgt in 3 Schritten:

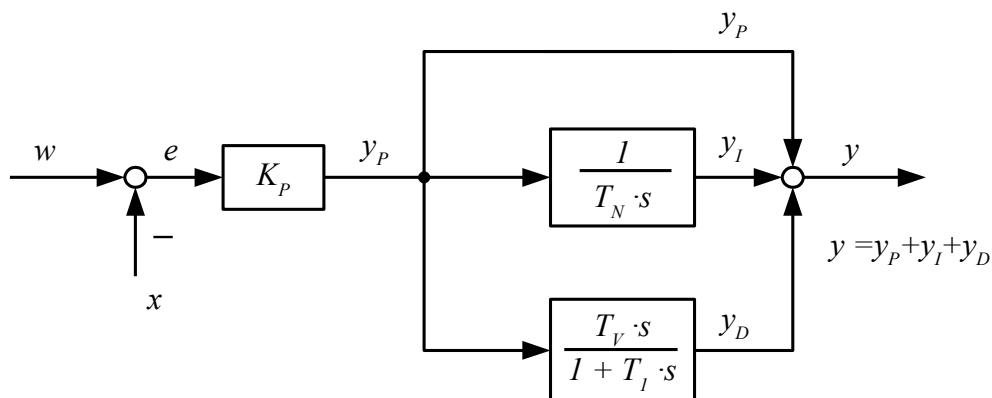
- (1) Wahl der Regelungsstruktur:
 - Liste der Stellgrößen und (Ersatz-)Regelgrößen
 - Modellbildung des Prozesses (mindestens qualitativ)
 - Entscheidung über die Blockschaltbildstruktur der Regelkreise
- (2) Wahl der Regler:
 - Mehrgrößen-Regler oder mehrere einzelne einschleifige Regelkreise?
 - Standard-Reglertyp oder eine andere Struktur des Reglers?
- (3) Parameterermittlung:
 - Ermittlung der Parameter des Reglers anhand des Modells der Regelstrecke und der Güteanforderungen an den Regelkreis

1.2 Der PID-Regler und daraus ableitbare Reglertypen

Der PID-Regler setzt sich aus den drei grundlegenden Anteilen P-, I- und D-Glied zusammen. Da der ideale D-Anteil nicht realisierbar ist, muss der reale PID-Regler noch eine „parasitäre“ Verzögerungszeitkonstante besitzen. Somit ergibt sich die Übertragungsfunktion des realen PID-Reglers (PIDT_1) :

$$G_R(s) = K_P \cdot \left(1 + \frac{1}{T_N \cdot s} + \frac{T_V \cdot s}{1 + T_1 \cdot s} \right)$$

Standardstruktur des realen PID-Reglers (PIDT_1):



Reglerparameter: K_P : Verstärkungsfaktor

T_N : Nachstellzeit

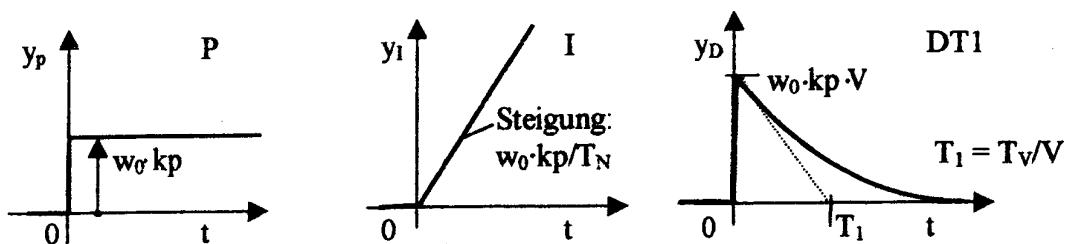
T_V : Vorhaltzeit

T_1 : Verzögerungszeitkonstante (parasitäre Zeitkonstante)

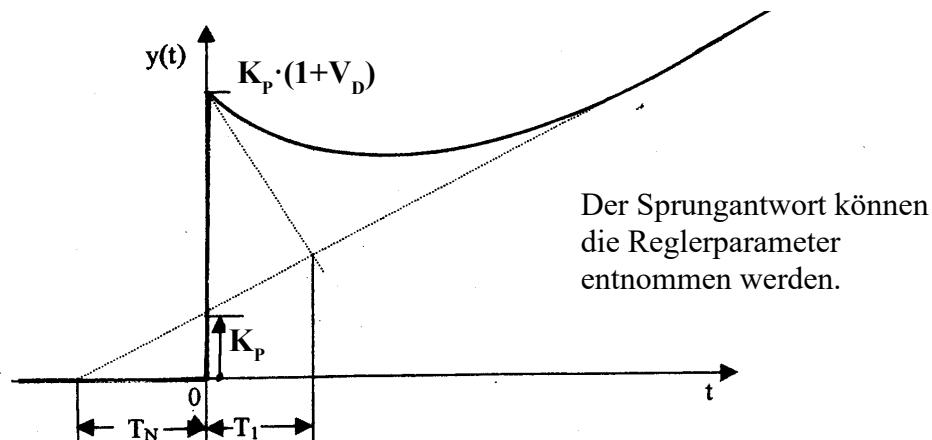
Der dimensionslose Quotient $V_D = T_V / T_1$ wird Differenzierverstärkung oder Vorhaltverstärkung genannt. Oft ist der Wert nicht einstellbar, sondern fest vorgegeben (typischerweise $V_D=10$).

Bei dem in paralleler Form aufgebauten PID-Regler können leicht die Sonderfälle P-, PD, PI- und I-Regler erzeugt werden. Dazu müssen nur die Parallelzweige derjenigen Anteile ausgeschaltet werden, die nicht wirksam werden sollen.

Einzelne Anteile der Sprungantwort des PID-Reglers:



Übergangsfunktion (Einheitssprungantwort) des PID-Reglers (Addition der Anteile y_P , y_I , y_D):



Wirkung des PID-Reglers:

- Der Proportionalterm $K_P \cdot e$ wirkt wie ein P-Regler.
- Der Integrierterterm sorgt dafür, dass die Stellgröße y bei geringen, lang andauernden Regelabweichungen zunehmend größer wird. Dadurch können Regelabweichungen schließlich vollständig beseitigt werden.
- Der Differenzierterterm reagiert auf die Änderungstendenz der Regelabweichung und kann daher schon frühzeitig einer Regelabweichung entgegenwirken. Der Einsatz des D-Anteils ist aber problematisch, wenn Messrauschen vorliegt.

1.3 Industrielle Realisierung von Reglern

Die technische Realisierung von Reglern erfolgt, abgesehen von einfachen mechanischen Reglern, meist elektrisch, für Sonderanwendungen auch pneumatisch oder hydraulisch. Bei elektrischen Reglern wird zwischen Analog- und Digitalreglern unterschieden. In der industriellen Praxis realisiert man Regler heute überwiegend in Digitaltechnik. Dabei werden die Rechenfunktionen mittels Software auf Digitalrechnern realisiert.

Viele Firmen bieten komplette Regler als Geräte an. Diese so genannten Kompaktregler werden heute üblicherweise als digitale Regler mit Mikroprozessoren realisiert. Der Vorteil liegt hierbei insbesondere im hohen Bedienungskomfort. Durch Konfigurieren kann der Anwender selbst den Regler an die Aufgabenstellung anpassen. Kompaktregler können über serielle Schnittstellen oder Feldbusse in größere Automatisierungssysteme integriert werden. Kompaktregler verfügen über zusätzliche Steuerungsfunktionen, die im Festwertspeicher der Geräte hinterlegt sind, z.B. Filter, Linearisierer, Begrenzungen von Sollwert und Stellgröße, Anti-Windup, Störgrößen-aufschaltung am Ein- oder Ausgang, adaptive Parametereinstellung.

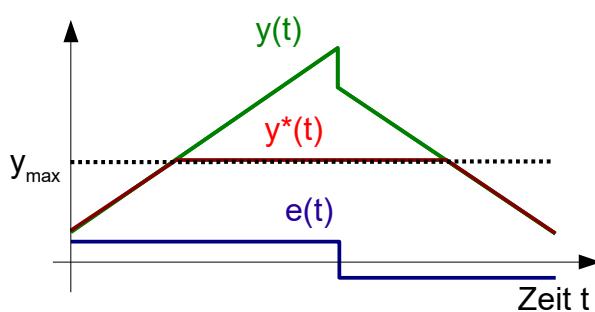
Eine andere Möglichkeit zur Bereitstellung von Reglerfunktionalität bieten PC-basierte Steuerungen oder Speicherprogrammierbare Steuerungen (SPS). In modernen Automatisierungssystemen stehen dem Anwender im Allg. vorgefertigte Regler-Software-Bausteine zur Verfügung.

1.4 Anti-Windup

In nahezu jedem Regelkreis ist das vom Regler generierte Stellsignal auf technisch sinnvolle Werte begrenzt. Solch eine Begrenzung stellt eine Nichtlinearität dar. Überschreitet das Stellsignal die Begrenzungswerte kommt es zu Abweichungen vom erwarteten Verhalten des geschlossenen Kreises, weil der Regler meist nur für den linearen Fall bemessen wurde.

Der eingeschränkte Stellbereich hat eine schwerwiegende Folge für den I-Anteil des Reglers, da bei Überschreiten der Stellgrößenbegrenzung ein Windup-Effekt auftritt, das heißt der I-Anteil nimmt einen Wert oberhalb der Möglichkeiten des Stellgliedes ein und verursacht beim Rücklauf ungewollte Verzögerungen.

Eine über längere Zeit anstehende positive oder negative Regeldifferenz $e(t)$ lässt den I-Anteil der Stellgröße $y(t)$ betragsmäßig unbegrenzt weiter anwachsen, auch wenn die Stellgrößenbegrenzung y_{\max} erreicht ist („wind up“).



Der Regler kann diesen I-Anteil nur dann abbauen, wenn die Regeldifferenz $e(t)$ ihr Vorzeichen umkehrt. Die tatsächliche Stellgröße verharret jedoch solange an der oberen Grenze, bis die Summe aus P- und I-Anteil den Grenzwert wieder unterschreitet.

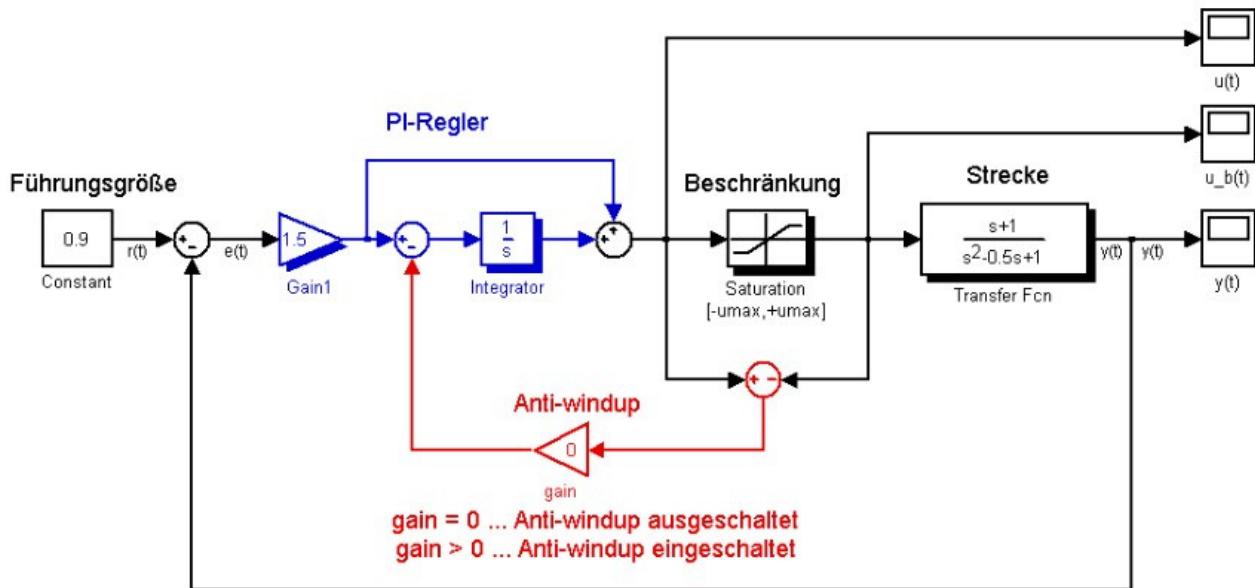
Die Folge dieses Windup-Effekts ist ein ungünstiges bzw. unerwünschtes Verhalten der Regelung, z.B. starkes Überschwingen des Istwertes oder sogar Instabilität.

Der Problematik des Windup tritt man mit der Begrenzung des I-Anteils auf die Stellgrößengrenzen entgegen (Anti-Windup). Anti-Windup vermeidet das „Weglaufen“ des I-Anteils über bestimmte Grenzen, d.h. es wird der unnötigen Integration entgegengewirkt, wenn die Stellgröße in der Begrenzung ist. Dabei gibt es unterschiedliche Mechanismen, z.B.:

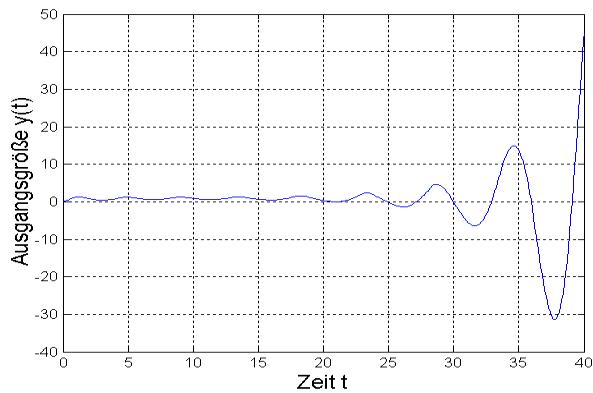
- Anti-Windup-Hold: Die Integration wird angehalten, solange die Stellgröße in der Begrenzung ist.
- Dynamischer Anti-Windup-Reset: Solange die Stellgröße am Anschlag ist, wird der Integratorausgang immer so zurückgesetzt, dass die Summe aus P- und I-Anteil genau zu den Grenzwerten der Stellgröße führt.

Der D-Anteil wird nach der I-Anteil-Begrenzung hinzugefügt. Anschließend findet die Begrenzung des Reglerausgangs auf die Grenzwerte statt. Dadurch werden Spitzen, die auf den D-Anteil zurückzuführen sind, abgeschnitten.

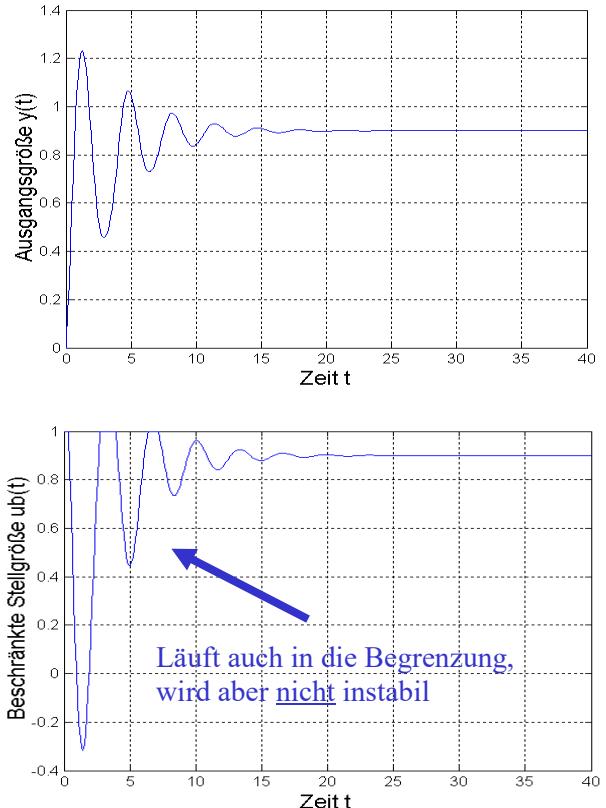
Beispiel:



ohne Anti-Windup:



mit Anti-Windup:



2 Entwurf linearer Regelkreise im Zeitbereich

Forderung: Die Regelung soll Abweichungen zwischen Istwert $x(t)$ und Sollwert $w(t)$ ausreichend schnell beseitigen.

Problem: Wie kann die Güte einer Regelung beurteilt werden?
Maß für die Regelgüte?

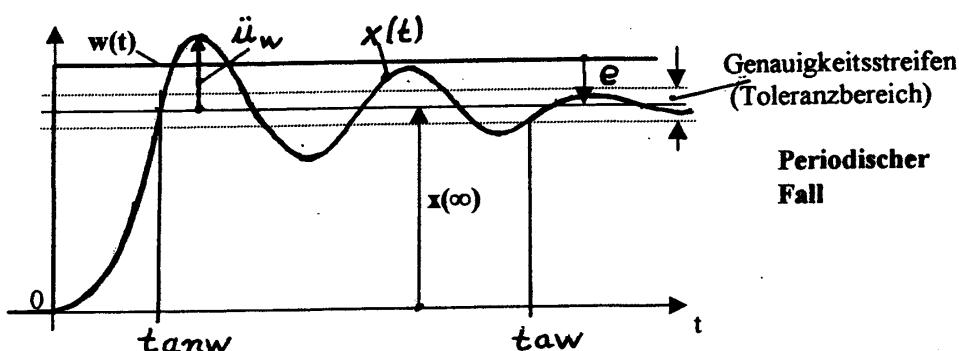
Statische und dynamische Kenngrößen einer Regelung

- Berechnung nur möglich, wenn Führungsübertragungsfunktion und Störübertragungsfunktion analytisch vorgegeben sind
- Graphische Ermittlung näherungsweise möglich aus den gemessenen Einschwingvorgängen

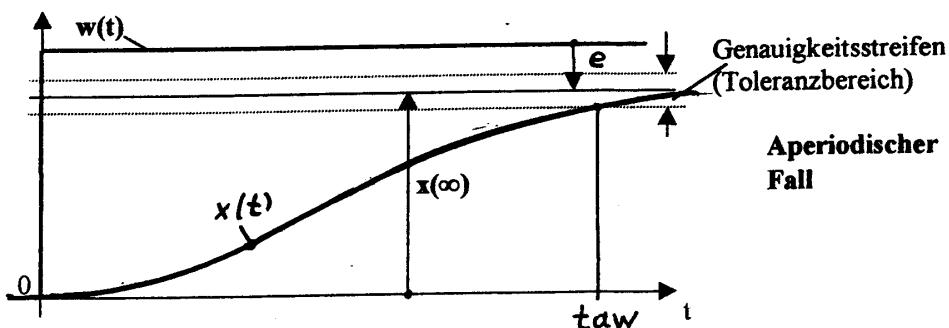
Zur Beurteilung der Regelgüte im Zeitbereich eignen sich z.B. die folgenden Kennwerte aus der Führungs- bzw. Störsprungantwort der Regelung:

Anregelzeit, Ausregelzeit, Überschwingweite und bleibende Regeldifferenz.

a.) Führungsverhalten ($z(t) = 0$)



Periodischer Fall



Aperiodischer Fall

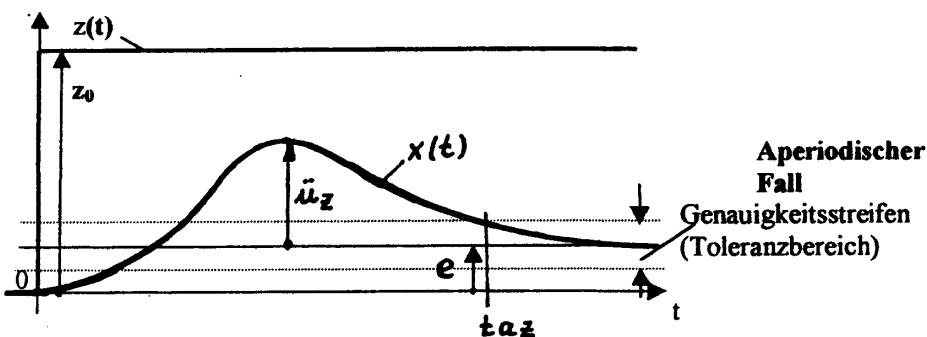
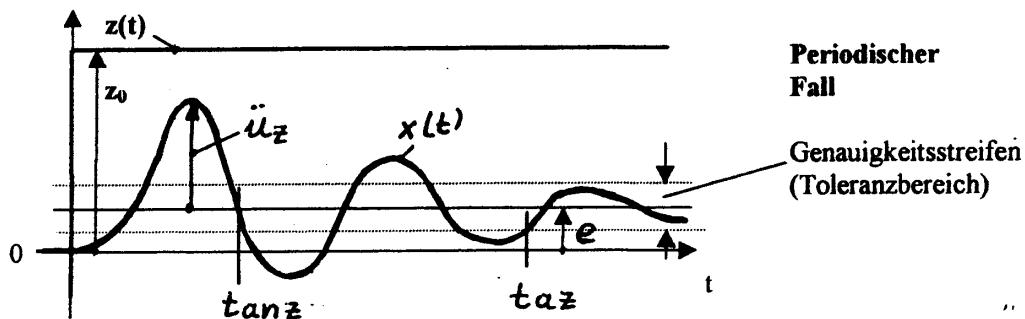
Kenngrößen: t_{anw} : Anregelzeit, t_{aw} : Ausregelzeit, \ddot{u}_w : Überschwinger
 $100\% [\ddot{u}_w / x(\infty)]$: Überschwinger in %, e : Stationäre Abweichung

Beim aperiodischen Fall treten \ddot{u}_w und t_{anw} oft nicht auf.

Vorgabe des Toleranzbandes, z.B.: $\pm 1\%$ von w .

Im Allg. ist die zulässige stationäre Regeldifferenz e kleiner als der halbe Toleranzbereich, so dass w innerhalb des Toleranzbandes liegt.

b.) Störverhalten ($w(t) \equiv 0$)



Kenngrößen: t_{anz} : Anregelzeit, t_{az} : Ausregelzeit, \ddot{u}_z : Überschwinger
100% $[\ddot{u}_z / z_0]$: Überschwinger in %, e : Stationäre Abweichung

Beim aperiodischen Fall tritt die Anregelzeit t_{anz} nicht auf.

2.1 Integralkriterien

Integralkriterien sind ein Maß zur Abschätzung der Güte des Regelkreisverhaltens nach der durch die Sprungantwort abgegrenzten Fläche.

Parameterabhängiges Güteintegral:

$$\int_0^{\infty} f(e(t)) dt \rightarrow \text{Min}$$

z.B. bei PID-Regler: $\int_0^{\infty} f(e(K_p, T_N, T_V, t)) dt \rightarrow \text{Min}$

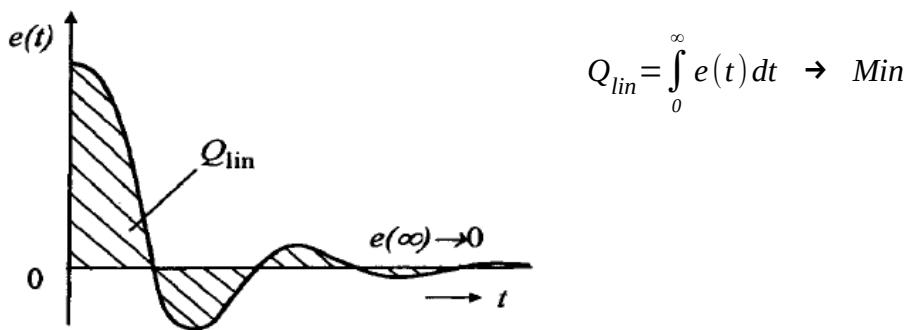
(Optimierungsvorschrift für die Reglerparameter)

Problem: Integral konvergiert nicht immer, z.B. bei bleibender Regeldifferenz $e(\infty)$

Abhilfe: Integrand geeignet modifizieren, z.B. $e(t)$ ersetzen durch $e(t) - e(\infty)$

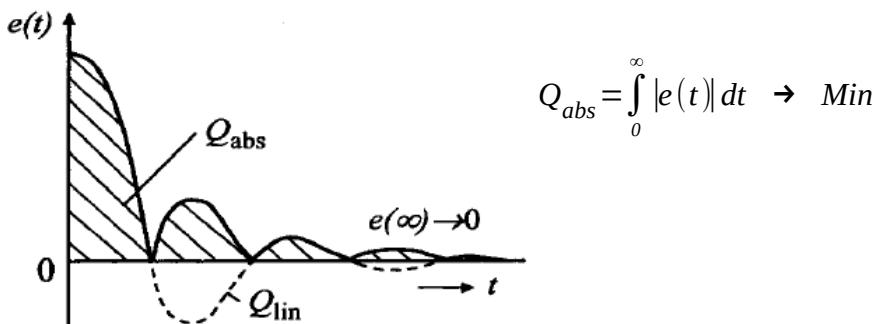
Beim Reglerentwurf auf Basis der Integralkriterien muss ein Optimierungsproblem gelöst werden und man erhält dann die im Sinne des Gütekriteriums optimalen Reglerparameter. Der Entwurf ist im Allgemeinen mit erheblichem mathematischen Aufwand verbunden und nur bei exakter Kenntnis der Regelstrecke sinnvoll anwendbar und wirkungsvoll.

Lineare Regelfläche



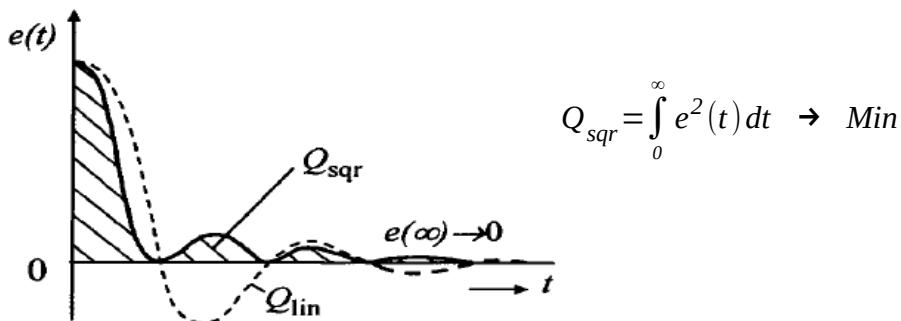
Ein wesentlicher Nachteil der linearen Regelfläche ist, dass sich bei periodischen Einschwingvorgängen positive und negative Flächenanteile aufheben, so dass das Integral auch sehr klein wird; bei Dauerschwingung sogar null. Daher eignet sich das Kriterium nur zur Beurteilung sehr stark gedämpfter oder monotoner Regelverläufe.

Betragsregelfläche (IAE: Integral of Absolute Error)



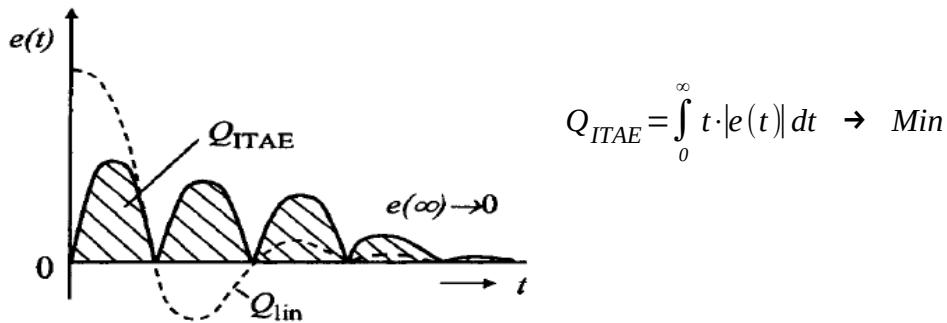
Die Betragsbildung vermeidet, dass sich positive und negative Flächenanteile aufheben. Aber die mathematische Auswertung ist umständlich, da die Integration nicht geschlossen durchgeführt werden kann; der Integrationsbereich muss so aufgetrennt werden, dass über positive und negative Flächenanteile gesondert integriert und aufsummiert werden kann.

Quadratische Regelfläche (ISE: Integral of Squared Error)



Durch die Quadrierung gehen große Werte der Regeldifferenz stärker in das Gütekriterium ein als kleine. Das Integral ist leichter auswertbar als bei der Betragsbildung, da keine Auftrennung des Integrationsbereichs notwendig ist; in vielen Fällen ist eine analytische Berechnung möglich. Bei einem mit diesem Kriterium optimierten Regelkreis erreicht die Führungssprungantwort schnell ihren Endwert, aber die Ausregelzeiten sind größer als mit dem Kriterium der Betragsregelfläche.

Zeitgewichtete Betragsregelfläche (ITAE: Integral of Time Multiplied Absolute Error)



$$Q_{\text{ITAE}} = \int_0^{\infty} t \cdot |e(t)| dt \rightarrow \text{Min}$$

Die Betragbildung vermeidet, dass sich positive und negative Flächenanteile aufheben. Durch die Multiplikation mit der Zeit werden kleine Regeldifferenzen mit zunehmender Zeit stärker gewichtet, so dass zusätzlich die Dauer der Regeldifferenz berücksichtigt wird. Ein nach diesem Kriterium optimierter Regelkreis ist so eingestellt, dass nur wenige große Überschwingungen auftreten.

Zeitgewichtete quadratische Regelfläche (ITSE: Integral of Time Multiplied Squared Error)

$$Q_{\text{ITSE}} = \int_0^{\infty} t \cdot e^2(t) dt \rightarrow \text{Min}$$

Durch die Quadrierung gehen große Werte der Regeldifferenz stärker in das Gütekriterium ein als kleine. Die Multiplikation mit der Zeit bewertet kleine Regeldifferenzen mit zunehmender Zeit stärker, so dass zusätzlich die Dauer der Regeldifferenz berücksichtigt wird.

Quadratische Regelfläche mit Berücksichtigung des quadratischen Stellauwands (ISECE: Integral of Squared Error with Control Effort)

$$Q_{\text{ISECE}} = \int_0^{\infty} [e^2(t) + \alpha \cdot u^2(t)] dt \rightarrow \text{Min}$$

Das Integral der quadratischen Stellgröße ist ein Maß für die eingesetzte Stellenergie. Mit dem Bewertungsfaktor α können die Regelgüte und Stellenergie unterschiedlich zueinander gewichtet werden. Ein „großes“ α bestraft große Stellamplituden und führt damit zu einem langsamen Abklingen der Regelgröße bei kleinen Stellamplituden. Durch den Strafterm $\alpha \cdot u^2(t)$ kann man Stellgrößenausschläge niedriger halten (im Vergleich zu $\alpha=0$), damit die Stellgrößenbegrenzungen nicht oder nicht so lange überschritten werden bzw. die Stellgröße $u(t)$ nicht gegen unendlich strebt¹. Dadurch wird das Stellglied geschont und verschleißt nicht so schnell. Die Regelung wird zwar etwas langsamer, aber auch robuster.

Quadratische Regelfläche mit Berücksichtigung der quadratischen Änderung des Stellauwands

$$Q = \int_0^{\infty} [e^2(t) + \alpha \cdot \Delta u^2(t)] dt \rightarrow \text{Min}$$

Die Berücksichtigung von $\Delta u^2(t)$ statt $u^2(t)$ hat Vorteile bei Anwendungen, in denen nicht das Halten eines Absolutwerts der Stellgröße Energie verbraucht, sondern die Änderung der Stellgröße. Eine Bestrafung von $\Delta u^2(t)$ statt $u^2(t)$ ist insbesondere dann sinnvoll, wenn die Stellgröße im eingeschwungenen Zustand nicht wieder auf 0 zurück geht.

1 Beispiel: Ein Regelkreis aus integraler Strecke und P-Regler kann bei positiver Verstärkung nie instabil werden (Nyquist-Kriterium: offener Kreis hat eine maximale Phasenverschiebung von -90°). Das Optimum jeder beliebigen Regelfläche liegt in diesem Fall bei einer Reglerverstärkung $K_{R,\text{opt}} \rightarrow \infty$ und die Stellgröße $u(t)$ wird unendlich groß.

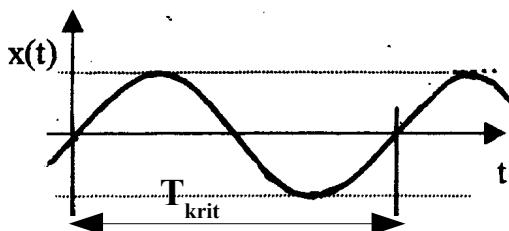
2.2 Einstellregeln im Zeitbereich

Die günstige Einstellung von Reglern ist vom jeweiligen Anwendungsfall abhängig. Es existieren keine universellen, optimalen Einstellregeln. Oft genügt es, wenn man sich bei der Einstellung von Reglern auf Erfahrungswerte (Einstellregeln) bezieht, die in ähnlichen Fällen schon gute Ergebnisse erbracht haben. Praktische Einstellregeln gehen von experimentell ermittelten Kenngrößen aus (z.B. aus der Sprungantwort des Systems). Der wesentliche Vorteil dieser Einstellregeln ist, dass sich die Reglerparameter auf einfache Weise ohne großen Rechenaufwand aus den Kenngrößen der Strecke bestimmen lassen.

Die bekanntesten Einstellverfahren wurden von Ziegler und Nichols angegeben. Diese Methoden entstanden in der Praxis und wurden anschließend in der Theorie bestätigt. Das Ziegler-Nichols-Kriterium zielt auf optimales Störverhalten. Die Ergebnisse sind günstig für Strecken, die näherungsweise PT_1-T_c -Übertragungsverhalten haben¹. Das Ziegler-Nichols-Kriterium liegt in zwei verschiedenen Formen vor, zum einen die Methode mit Schwingversuch und zum anderen die Methode mit der Streckensprungantwort.

2.2.1 Einstellregeln nach ZIEGLER und NICHOLS (Schwingversuch)

Beim Schwingversuch wird die Regelung mit einem P-Regler betrieben, wobei die Reglerverstärkung K_p solange erhöht wird bis die Stabilitätsgrenze erreicht ist und eine Dauerschwingung auftritt:



Daraus bestimmt man die kritische Reglerverstärkung K_{pkrit} und die Periodendauer T_{krit} der Dauerschwingung.

Anschließend können die Reglerparameter (P, PI oder PID) nach der folgenden Tabelle eingestellt werden:

Regler	K_p	T_N	T_v
P	$0,5 \cdot K_{pkrit}$	-	-
PI	$0,45 \cdot K_{pkrit}$	$0,83 \cdot T_{krit}$	-
PID	$0,6 \cdot K_{pkrit}$	$0,5 \cdot T_{krit}$	$0,125 \cdot T_{krit}$

Vorteil: Einfaches und schnelles Entwurfsverfahren; kein Streckenmodell notwendig

Nachteil: System muss an der Stabilitätsgrenze betrieben werden

1 Viele industrielle Prozesse weisen Übertragungsfunktionen mit stabilem, weitgehend aperiodischem Verhalten auf und sind gut beschreibbar durch ein PT_n -Glied. Häufig ist auch eine gute Approximation durch ein vereinfachtes mathematisches Modell mit PT_1T_c -Verhalten (Verzögerungsglied 1. Ordnung mit Totzeit) möglich.

Beispiel: Regelung einer PT_2-T_1 -Strecke mit einem PI-Regler (Einstellregel nach Ziegler-Nichols)

$$G_S(s) = \frac{0,8}{(5s+1)(6s+1)} \cdot e^{-2s} \quad G_R(s) = K_P \cdot \frac{s \cdot T_N + 1}{s \cdot T_N}$$

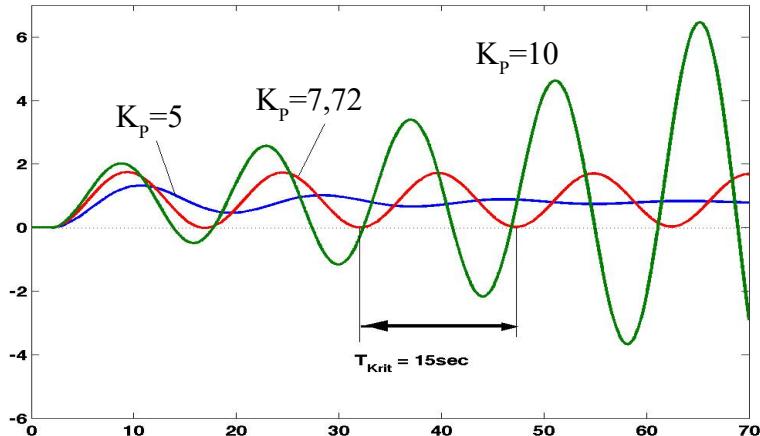
Schwingversuch mit P-Regler
nach Ziegler-Nichols:

Kritische Reglerverstärkung

$$K_{P\text{krit}} = 7,72$$

Periodendauer der
Dauerschwingung:

$$T_{\text{krit}} = 15 \text{ sec}$$

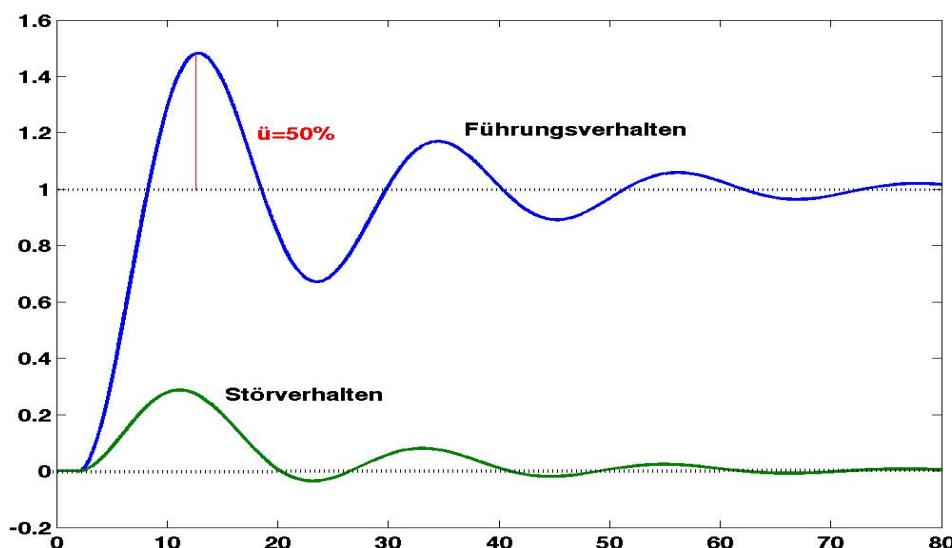


Kennwerte des PI-Reglers gemäß Ziegler-Nichols:

$$K_P = 0,45 \cdot K_{P\text{krit}} = 3,47$$

$$T_N = 0,83 \cdot T_{\text{krit}} = 12,45 \text{ sec}$$

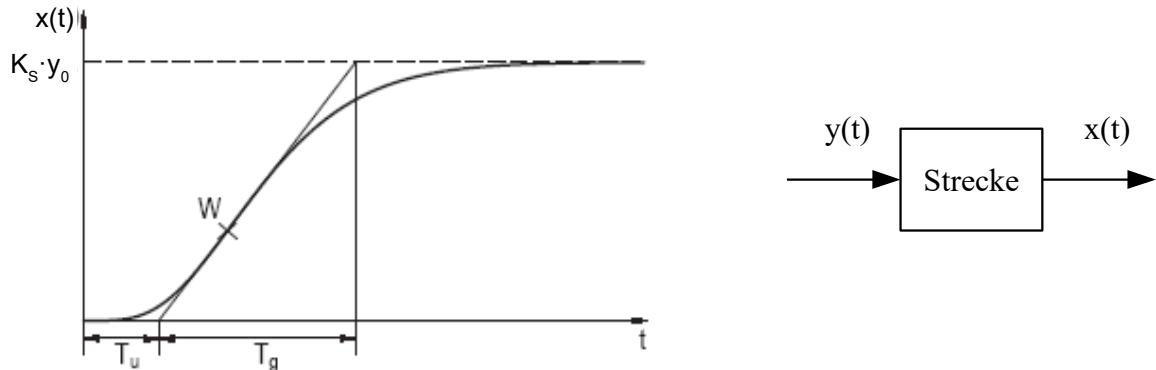
Sprungantwort des nach Ziegler-Nichols eingestellten Regelkreises:



Die Sprungantworten sind periodisch und nur schwach gedämpft.

2.2.2 Einstellregeln nach ZIEGLER und NICHOLS (Streckensprungantwort)

Messung der Sprungantwort der Regelstrecke:



Ermittlung folgender Kennwerte:

Verzugszeit T_u , Ausgleichszeit T_g , Streckenverstärkungsfaktor K_s

Reglerparameter (P, PI oder PID) nach Tabelle einstellen:

Regler	K_p	T_N	T_v
P	$T_g / (K_s \cdot T_u)$	-	-
PI	$0,9 \cdot T_g / (K_s \cdot T_u)$	$3,33 \cdot T_u$	-
PID	$1,2 \cdot T_g / (K_s \cdot T_u)$	$2 \cdot T_u$	$0,5 \cdot T_u$

Vorteil: Sehr wenig Information über das System notwendig

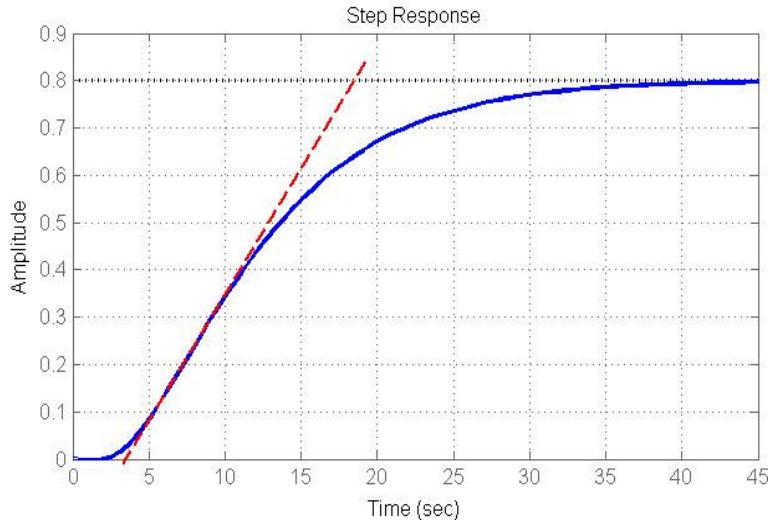
Nachteil: Führungs- und Störgrößenverhalten werden hierbei gleich behandelt.
Verfahren führt zu Überschwingen von 40-50%.

Bei gestörter Sprungantwort ist das Auffinden des Wendepunkts und das korrekte Anlegen der Wendetangente sehr schwierig. Der Parameter T_u (Verzugszeit) ist sehr empfindlich bezüglich Unsicherheiten bei der Wendetangentenmethode, so dass ggf. die Reglereinstellungen falsch bestimmt wird.

Verfahren ist nicht geeignet für

- PT_1 -Strecken (da $T_u=0$)
- schwingungsfähige Strecken
- Strecken mit großer Totzeit

Beispiel: Kennwertermittlung aus der Sprungantwort einer PT_2T_1 -Strecke



Wendetangente einzeichnen und Kennwerte ermitteln:

$$T_u = 4 \text{ sec}$$

$$K_S / T_g = 0,8 / 14 = 0,057$$

Es ist nur die Steigung der Wendetangente, also das Verhältnis K_S / T_g relevant. Daher ist es ausreichend, wenn die Sprungantwort bis kurz nach dem Wendepunkt gemessen wird.

Kennwerte des PI-Reglers nach Ziegler-Nichols:

$$K_P = 0,9 \cdot \frac{T_g}{K_S \cdot T_u} = 3,9 \quad , \quad T_N = 3,33 \cdot T_u = 13,3 \text{ sec}$$

2.2.3 Einstellregeln nach CHIEN, HRONES, RESWICK

Weiterentwicklung der zweiten Methode von Ziegler und Nichols.

Besonders geeignet für Sprungantworten mit mehr s-förmigem Verlauf (PT_n -Glieder)!

Regler		Aperiodische Einstellung kürzester Dauer		Periodische Einstellung mit 20% Überschwingen	
		Führungsverhalten	Störungsverhalten	Führungsverhalten	Störungsverhalten
P	K_P	$\frac{0,3 \cdot T_g}{K_S \cdot T_u}$	$\frac{0,3 \cdot T_g}{K_S \cdot T_u}$	$\frac{0,7 \cdot T_g}{K_S \cdot T_u}$	$\frac{0,7 \cdot T_g}{K_S \cdot T_u}$
	K_P	$\frac{0,35 \cdot T_g}{K_S \cdot T_u}$	$\frac{0,6 \cdot T_g}{K_S \cdot T_u}$	$\frac{0,6 \cdot T_g}{K_S \cdot T_u}$	$\frac{0,7 \cdot T_g}{K_S \cdot T_u}$
PI	T_N	$1,2 \cdot T_g$	$4 \cdot T_u$	T_g	$2,3 \cdot T_u$
	K_P	$\frac{0,6 \cdot T_g}{K_S \cdot T_u}$	$\frac{0,95 \cdot T_g}{K_S \cdot T_u}$	$\frac{0,95 \cdot T_g}{K_S \cdot T_u}$	$\frac{1,2 \cdot T_g}{K_S \cdot T_u}$
PID	T_N	T_g	$2,4 \cdot T_u$	$1,35 \cdot T_g$	$2 \cdot T_u$
	T_V	$0,5 \cdot T_u$	$0,42 \cdot T_u$	$0,47 \cdot T_u$	$0,42 \cdot T_u$

Vorteile:

- Verbesserte Einstellregeln gegenüber Ziegler-Nichols
- Besonders geeignet für Sprungantworten mit mehr s-förmigem Verlauf (PT_n -Glieder)!
- Reglerparameter sind getrennt festgelegt für günstiges Führungs- und Störverhalten sowie für gewünschte Dämpfung

Einstellregeln anwendbar für $T_g/T_u > 3$

T_g/T_u : Maß für die Regelbarkeit der Strecke (gilt nur für aperiodische Strecken mit Ausgleich)

Die günstige Reglereinstellung ist von der Regelbarkeit der Strecke abhängig! Je größer die Regelbarkeit ist, desto größer darf die Verstärkung des Reglers gewählt werden.

Ist die Verzugszeit T_u der Strecke sehr klein, so erkennt der Regler fast verzögerungsfrei einen Störgrößensprung und baut dementsprechend die Störung schnell ab → gute Regelbarkeit.

Die Überschwingweite \ddot{u}_z der Störsprungantwort ist direkt proportional zur Verzugszeit und umgekehrt proportional zur Ausgleichszeit:

$$\ddot{u}_z \sim \frac{T_u}{T_g}$$

Beispiel: Regelung einer PT_2-T_u -Strecke mit Totzeit mit einem PI-Regler
(Einstellregeln nach Ziegler-Nichols und nach Chien-Hrones-Reswick)

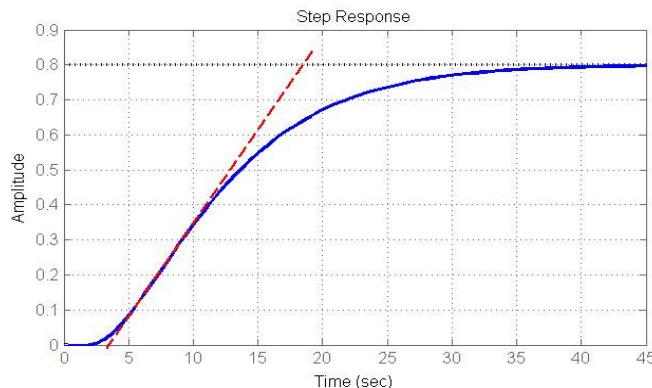
$$G_S(s) = \frac{0,8}{(5s+1)(6s+1)} \cdot e^{-2s} \quad G_R(s) = K_P \cdot \frac{s \cdot T_N + 1}{s \cdot T_N}$$

Aus der Wendetangente der Streckensprungantwort folgt:

$$T_u = 4 \text{ sec}, \quad T_g = 14 \text{ sec}$$

Streckenverstärkung:

$$K_S = 0,8$$



Einstellung der Kennwerte des PI-Reglers:

Ziegler-Nichols:

$$K_P = 0,9 \cdot \frac{T_g}{K_S \cdot T_u} = 3,9$$

$$T_N = 3,33 \cdot T_u = 13,3 \text{ sec}$$

Chien-Hrones-Reswick mit aperiodischem Regelverlauf
bei Führungssprung:

$$K_P = 0,35 \cdot \frac{T_g}{K_S \cdot T_u} = 1,5$$

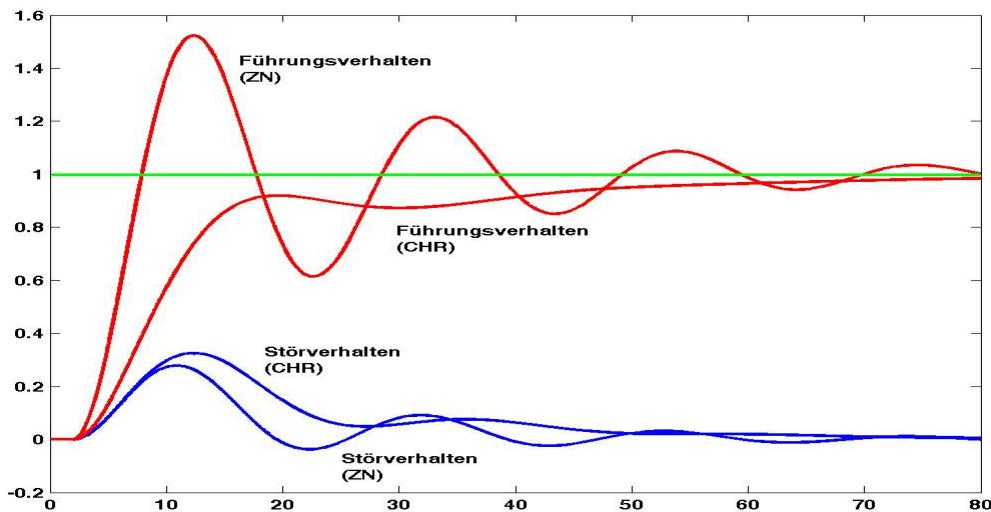
$$T_N = 1,2 \cdot T_g = 16,8 \text{ sec}$$

bei Störsprung:

$$K_P = 0,6 \cdot \frac{T_g}{K_S \cdot T_u} = 2,6$$

$$T_N = 4 \cdot T_u = 16 \text{ sec}$$

Vergleich der Führungssprungantworten:



Bei der Reglereinstellung nach CHR ist die Regelung viel stärker gedämpft als bei der Einstellung nach Ziegler-Nichols.

Die Einstellregeln von Ziegler-Nichols führen (typischerweise) zu einem relativ starken Über-
schwingen der Sprungantwort!

2.2.4 T-Summen-Regel von KUHN

Voraussetzung: Streckensprungantwort beginnt bei null; kein Überschwingen

Eine aperiodische Regelstrecke wird beschrieben durch:

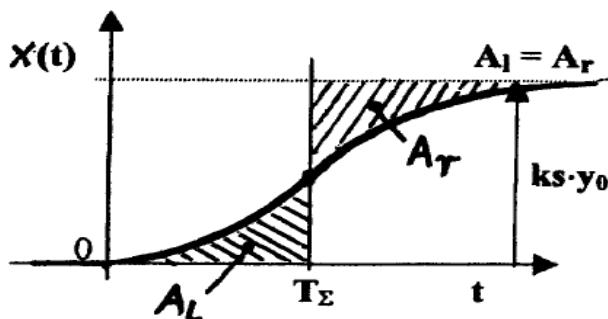
$$G(s) = K_s \cdot \frac{(1+T_{D1} \cdot s) \cdot (1+T_{D2} \cdot s) \cdots (1+T_{Dm} \cdot s)}{(1+T_1 \cdot s) \cdot (1+T_2 \cdot s) \cdots (1+T_n \cdot s)} \cdot e^{-s \cdot T_t}$$

Die Strecke hat kein Überschwingen, wenn gilt:

- Zählergrad kleiner Nennergrad ($m < n$)
- alle Zählerzeitkonstanten sind kleiner als die größte Nennerzeitkonstante (Verzögerungszeitkonstante)

Summenzeitkonstante: $T_\Sigma = (T_1 + T_2 + \dots + T_n) + T_t - (T_{D1} + T_{D2} + \dots + T_{Dm})$

Die Abschätzung von T_Σ ist aus der gemessenen Sprungantwort möglich, wenn die Übertragungsfunktion $G(s)$ der Strecke nicht bekannt ist:



Einstellregeln für die T-Summen-Regel nach KUHN:

	Regler	K_p	T_N	T_v
Normale Regelung	P	$1/K_s$	–	–
	PD	$1/K_s$	–	$0,33 \cdot T_\Sigma$
	PI	$0,5/K_s$	$0,5 \cdot T_\Sigma$	–
	PID	$1/K_s$	$0,66 \cdot T_\Sigma$	$0,167 \cdot T_\Sigma$
Schnelle Regelung	PI	$1/K_s$	$0,7 \cdot T_\Sigma$	–
	PID	$2/K_s$	$0,8 \cdot T_\Sigma$	$0,194 \cdot T_\Sigma$

- Anwendung für Strecken mit s-förmiger Sprungantwort (ohne Überschwingen)
- als Streckenparameter werden nur die Verstärkung und die Summenzeitkonstante benötigt
- einfach zu handhabendes Verfahren
- unempfindlich gegen Störungen
- eher langsames Einschwingverhalten der eingestellten Regelkreise

Beispiel: Regelung einer PT_2-T_1 -Strecke mit einem PI-Regler (T-Summen-Regel nach Kuhn)

$$G_S(s) = \frac{0,8}{(5s+1)(6s+1)} \cdot e^{-2 \cdot s} \quad G_R(s) = K_P \cdot \frac{T_N \cdot s + 1}{T_N \cdot s}$$

Summenzeitkonstante:

$$T_{\Sigma} = (5 + 6) + 2 - 0 = 13$$

Einstellung der Parameter des PI-Reglers gemäß T-Summen-Regel:

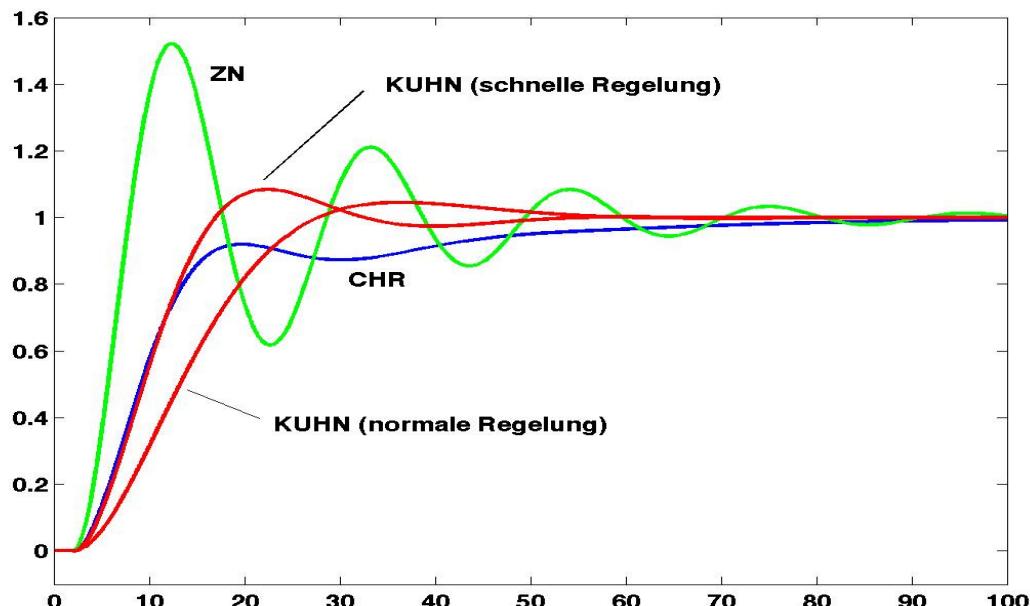
Normale Regelung: $K_P = \frac{0,5}{K_S} = \frac{5}{8} = 0,625$

$$T_N = 0,5 \cdot T_{\Sigma} = 6,5$$

Schnelle Regelung: $K_P = \frac{1}{K_S} = \frac{5}{4} = 1,25$

$$T_N = 0,7 \cdot T_{\Sigma} = 9,1$$

Führungssprungantwort



2.2.5 Einstellregeln nach LATZEL

Beim Reglerentwurf mit den Einstellregeln nach LATZEL wird die Regelstrecke durch ein PT_n -Glied mit n gleichen Zeitkonstanten beschrieben:

$$G_S(s) = \frac{K_S}{(1 + T_M \cdot s)^n}$$

Zur Approximation der Strecke kann das praktikable Verfahren der Zeitprozentkennwerte nach SCHWARZE verwendet werden, mit dem man eine erheblich bessere Beschreibung des Übergangsverhaltens der Regelstrecke erhält als beim Wendetangentenverfahren. Anstelle des einen Wendepunkts werden beim Verfahren der Zeitprozentkennwerte drei Punkte der Streckenübergangsfunktion verwendet, wodurch die Genauigkeit der Ergebnisse erheblich verbessert wird.

Ausgewertet werden die drei Punkte der Streckensprungantwort zu den Zeiten $t_{10\%}$, $t_{50\%}$, $t_{90\%}$, nach denen die Sprungantwort 10%, 50% bzw. 90% des stationären Endwertes erreicht hat. Aus diesen Zeitprozentkennwerten kann man mit Hilfe von Tabellen die Ordnung n und die Zeitkonstante T der Modellübertragungsfunktion ermitteln.

Für diese Modellübertragungsfunktion hat Latzel Einstellregeln für PI- und PID-Regler entwickelt.

Tabelle: Einstellregeln nach LATZEL; 10% Überschwingen

n	PI-Regler		PID-Regler		
	K_P	T_N	K_P	T_N	T_V
2	$1,650/K_S$	$1,55 \cdot T_M$	-	-	-
3	$0,884/K_S$	$1,96 \cdot T_M$	$2,543/K_S$	$2,47 \cdot T_M$	$0,66 \cdot T_M$
4	$0,656/K_S$	$2,30 \cdot T_M$	$1,491/K_S$	$2,92 \cdot T_M$	$0,84 \cdot T_M$
5	$0,540/K_S$	$2,59 \cdot T_M$	$1,109/K_S$	$3,31 \cdot T_M$	$0,99 \cdot T_M$
6	$0,468/K_S$	$2,86 \cdot T_M$	$0,914/K_S$	$3,66 \cdot T_M$	$1,13 \cdot T_M$
7	$0,417/K_S$	$3,10 \cdot T_M$	$0,782/K_S$	$3,97 \cdot T_M$	$1,25 \cdot T_M$
8	$0,379/K_S$	$3,32 \cdot T_M$	$0,689/K_S$	$4,27 \cdot T_M$	$1,36 \cdot T_M$
9	$0,349/K_S$	$3,53 \cdot T_M$	$0,617/K_S$	$4,54 \cdot T_M$	$1,47 \cdot T_M$
10	$0,325/K_S$	$3,73 \cdot T_M$	$0,559/K_S$	$4,80 \cdot T_M$	$1,57 \cdot T_M$

Fazit zu den empirischen Einstellregeln:

- Einstellregeln ermöglichen eine schnelle und unkomplizierte Festlegung der Reglerparameter,
- ergeben aber praktisch nicht immer das bestmögliche Zeitverhalten.
- Forderungen an das dynamische Übergangsverhalten des Regelkreises können bei der Wahl der Reglerparameter nicht berücksichtigt werden.
- Nur anwendbar bei Regelkreisen, an die keine wesentlichen Dynamikforderungen gestellt werden.
- Meistens ist noch eine Optimierung von Hand erforderlich in einer zweiten Phase der Parameteranpassung.

Die hier vorgestellten empirischen Einstellregeln gelten nur für Strecken mit P-Verhalten. Für Strecken mit I-Verhalten existieren entsprechende Beziehungen, die auch von der Sprungantwort ausgehen.

3 Optimierungskriterien im Frequenzbereich

Im Folgenden werden zwei Verfahren für den Reglerentwurf im Frequenzbereich vorgestellt. Beide Verfahren – Betragsoptimum und Symmetrisches Optimum – sind einfache Einstellregeln und werden oft in der Antriebstechnik angewendet.

3.1 Betragsoptimum

Das Betragsoptimum basiert auf folgendem Grundgedanken:

Wenn eine Regelung eine kleine Anregelzeit hat, dann entspricht das im Frequenzbereich einer großen Bandbreite des Frequenzgangs des geschlossenen Regelkreises.

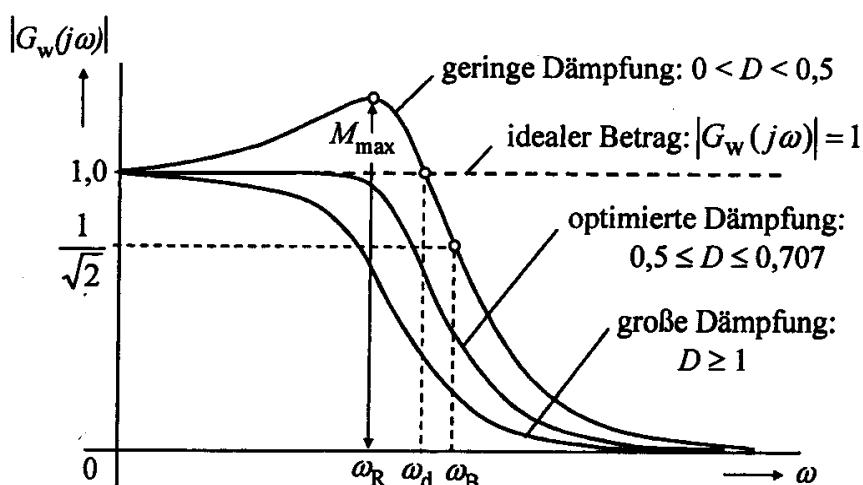
Daher wird gefordert, dass der Frequenzgang des geschlossenen Regelkreises ausgehend von $\omega=0$ einen möglichst breiten Frequenzbereich haben soll, in dem der Betrag des Frequenzgangs möglichst nahe bei 1 liegt.

Ideales Führungsverhalten

$$|G_w(j\omega)| = 1 \quad \text{für alle Kreisfrequenzen } \omega$$

ist bei technischen Systemen nicht realisierbar, da immer Verzögerungselemente im Regelkreis vorhanden sind, die bei höheren Frequenzen den Betrag des Frequenzgangs verkleinern.

Mögliche Verläufe des Amplitudengangs eines geschlossenen Regelkreises beim Führungsverhalten:



Die Entwurfsidee beim Betragsoptimum beruht darauf, Einstellwerte für die Reglerparameter zu ermitteln, so dass der Betrag des Frequenzgangs ausgehend von $\omega=0$ über einen großen Frequenzbereich möglichst nahe an 1 ist.

Es handelt sich beim Betragsoptimum nicht um eine Optimierung im strengen Sinne, sondern um eine Einstellregel.

In der elektrischen Antriebstechnik wird das Betragsoptimum häufig für die Einstellung von Strom- bzw. Drehmomentreglern eingesetzt.

Herleitung des Betragsoptimums für die Regelung einer PT₂-Strecke mit einem PI-Regler:

$$G_S(s) = \frac{K_S}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)} \quad \text{mit } T_1 \gg T_2$$

$$G_R(s) = K_R \cdot \frac{T_N s + 1}{T_N s}$$

Kompensation der größten Streckenzeitzkonstante T_N=T₁

Offener Regelkreis: $G_0(s) = \frac{K_S K_R}{T_1 \cdot s \cdot (1+T_2 \cdot s)}$ (IT₁-Verhalten)

Führungsverhalten: $G_W(s) = \frac{G_0(s)}{1+G_0(s)} = \frac{K_R \cdot K_S}{T_1 T_2 s^2 + T_1 s + K_R \cdot K_S} \quad \text{PT}_2$

Frequenzgang: $G_W(j\omega) = \frac{K_R \cdot K_S}{K_R \cdot K_S - T_1 T_2 \omega^2 + j\omega T_1}$

Betrag: $|G_W(j\omega)| = \frac{K_R K_S}{\sqrt{K_R^2 K_S^2 + (T_1^2 - 2K_R K_S T_1 T_2)\omega^2 + T_1^2 T_2^2 \omega^4}}$

Entwurfsziel: Der Betrag des Frequenzgang soll ausgehend von $\omega=0$ für einen möglichst breiten Frequenzbereich möglichst nahe bei 1 liegen.

$$\begin{aligned} |G_W(j\omega)| &= 1 \\ |G_W(j\omega)|^2 &= 1 \Rightarrow \frac{K_R^2 K_S^2}{K_R^2 K_S^2 + T_1 \cdot (T_1 - 2K_R K_S T_2) \omega^2 + T_1^2 T_2^2 \omega^4} = 1 \end{aligned}$$

Die Bedingung ist nicht realisierbar, sondern lässt sich nur näherungsweise erfüllen:

$$|G_W(j\omega)| \approx 1 \quad \text{bzw.} \quad |G_W(j\omega)|^2 \approx 1 .$$

D.h. Zähler- und Nennerpolynom müssen möglichst viele gleiche Koeffizienten haben. Damit ergibt sich die Bedingung:

$$T_1 \cdot (T_1 - 2K_R K_S T_2) \cdot \omega^2 = 0 \Rightarrow K_R = \frac{T_1}{2K_S T_2}$$

Die Bedingung $T_1^2 T_2^2 \omega^4 = 0 \cdot \omega^4$ ist nicht realisierbar, aber für kleine Frequenzen ω kann dieser Term vernachlässigt werden.

Damit ergibt sich für die Reglereinstellung für einen PI-Regler nach dem Betragsoptimum:

$$K_R = \frac{T_1}{2K_S T_2} , \quad T_N = T_1 \quad \text{für } T_1 \gg T_2$$

Allgemein gilt:

Reglereinstellung nach dem Betragsoptimum für PI-Regler und aperiodische PT_2 -Strecke:

$$K_P = \frac{1}{2 \cdot K_S} \cdot \left(\frac{T_1}{T_2} + \frac{T_2}{T_1} \right) \quad T_N = \frac{(T_1 + T_2)(T_1^2 + T_2^2)}{T_1^2 + T_1 T_2 + T_2^2}$$

Wenn eine Streckenzeitzkonstante groß gegenüber der anderen ist, $T_1 \gg T_2$, dann vereinfacht sich die Reglereinstellung zu:

$$K_P = \frac{T_1}{2 \cdot K_S \cdot T_2} \quad T_N = T_1$$

D.h. in diesem Fall wird mit der Nachstellzeit T_N des Reglers die größere Streckenzeitzkonstante kompensiert.

Das Verfahren ist gut geeignet für stabile Verzögerungsstrecken, deren Sprungantwort aperiodisch ist oder nur stark gedämpft schwingt. Bei schwach gedämpften Strecken kann die Regelung instabil werden.

Berechnung des Führungsverhaltens des betragsoptimierten Regelkreises:

Setzt man die Reglereinstellung nach dem Betragsoptimum

$$K_R = \frac{T_1}{2 \cdot K_S \cdot T_2}, \quad T_N = T_1$$

in die zuvor bereits berechnete Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises

$$G_W(s) = \frac{K_R \cdot K_S}{T_1 T_2 s^2 + T_1 s + K_R \cdot K_S}$$

ein, dann folgt für den betragsoptimierten Regelkreis:

$$G_W(s) = \frac{\frac{T_1}{2 \cdot T_2}}{T_1 T_2 s^2 + T_1 s + \frac{T_1}{2 \cdot T_2}} = \frac{1}{2 T_2^2 s^2 + 2 T_2 s + 1}$$

Koeffizientenvergleich mit der PT_2 -Standardform: $T_0^2 = 2 T_2^2$, $2DT_0 = 2 T_2$

Damit ergibt sich als Dämpfung des betragsoptimierten Regelkreises:

$$D = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

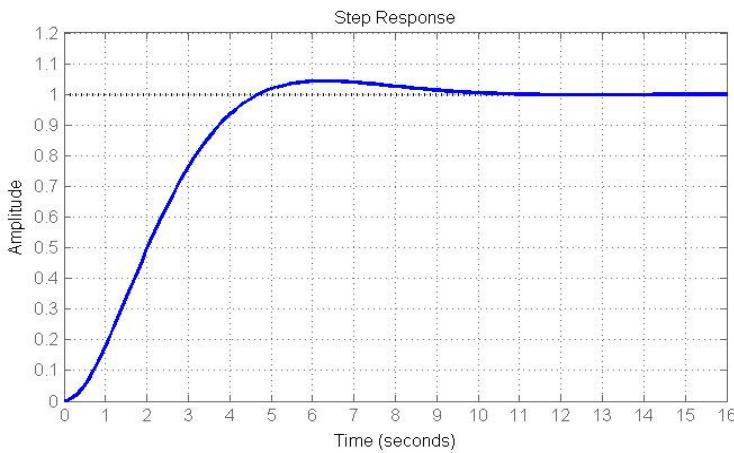
Die Reglereinstellung nach dem Betragsoptimum liefert also ein gut gedämpftes Führungsverhalten mit einer Überschwingweite von $\ddot{u}=4,3\%$ bzw. einer Phasenreserve von 65° .

Beispiel: Führungssprungantwort eines betragsoptimierten Regelkreises

$$\text{PT}_2\text{-Strecke: } G_S(s) = \frac{2}{(10s+1)(s+1)}$$

$$\text{PI-Regler nach Betragsoptimum: } K_P = 2,5 , \quad T_N = 10 \rightarrow G_R(s) = 2,5 \cdot \frac{10s+1}{10s}$$

$$\text{Führungsverhalten: } G_W(s) = \frac{1}{2s^2 + 2s + 1}$$



Anwendung des Betragsoptimums bei proportionalen Regelstrecken mit Verzögerung höherer Ordnung und einer großen Zeitkonstante

$$G_S(s) = \frac{K_S}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(T_3 s + 1) \dots (T_n s + 1)} \quad \text{mit } T_1 \gg \sum_{i=2}^n T_i = T_E$$

Mit der Ersatzzeitkonstante T_E erhält man eine PT_2 -Näherung der Regelstrecke:

$$G_S(s) \approx \frac{K_S}{(T_1 s + 1)(T_E s + 1)}$$

Reglereinstellung des PI-Reglers nach dem Betragsoptimum:

$$K_P = \frac{T_1}{2 \cdot K_S \cdot T_E} \quad T_N = T_1$$

Anmerkung: Satz von der Summe der kleinen Zeitkonstanten

$$N(s) = (1 + T_1 s)(1 + T_2 s) \dots (1 + T_n s) \approx 1 + (T_1 + T_2 + \dots + T_n) s = 1 + T_E \cdot s$$

Ist die Summe der Zeitkonstanten klein gegenüber der Integratorzeitkonstanten oder gegenüber einer Verzögerungszeitkonstanten, haben die Produkte höherer Ordnung der kleinen Zeitkonstanten nur geringen Einfluss auf das Zeitverhalten des Regelkreises. (Näherung gilt für nicht zu große ω)

Übungsaufgabe: Betragsoptimum

Eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion

$$G_S(s) = \frac{1,5}{(6s+1) \cdot (0,5s+1) \cdot (0,3s+1)}$$

soll mit einem PI-Regler geregelt werden.

- Ermitteln Sie die Reglerparameter nach dem Betragsoptimum.
- Skizzieren Sie qualitativ die Führungssprungantwort des betragsoptimierten Regelkreises.

3.2 Symmetrisches Optimum

(Kessler 1958)

Strecke mit IT_1 -Anteil:

$$G_S(s) = \frac{K_S}{s(T_1 s + 1)}$$

(oft in der Antriebstechnik)

Regelung z.B. mit PI-Regler:

$$G_R(s) = K_R \cdot \frac{T_N s + 1}{T_N \cdot s}$$

Offener Regelkreis:

$$G_0(s) = G_R(s) \cdot G_S(s) = \frac{K_R K_S}{T_N s^2} \cdot \frac{T_N \cdot s + 1}{T_1 \cdot s + 1}$$

Die Kompensation $T_N = T_1$ ist hier nicht zulässig, da die Regelung dann grenzstabil ist (doppeltes I-Verhalten im offenen Regelkreis!).

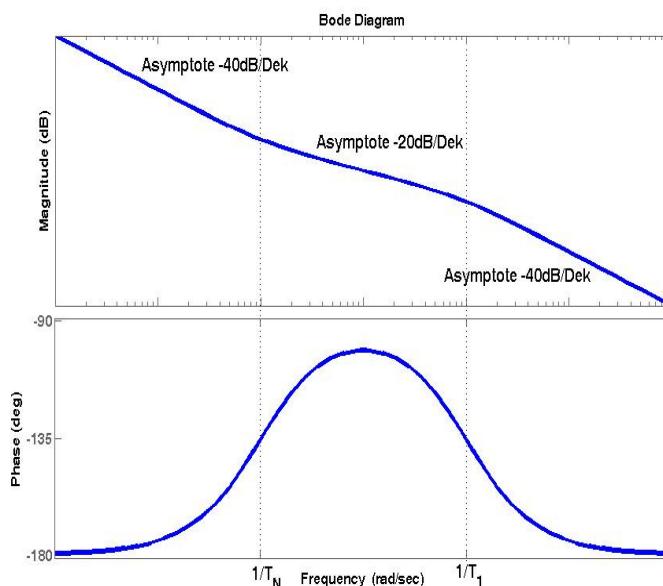
Idee: Maximale Phasenanhebung bei Durchtrittsfrequenz

Die Reglerparameter K_R und T_N lassen sich so einstellen, dass die Phase bei der Durchtrittsfrequenz ein Maximum erreicht.

Bode-Diagramm des offenen Regelkreises G_0

Betrag von $G_0(j\omega)$:

$$|G_0(j\omega)| = \frac{K_R K_S}{\omega^2 T_N} \sqrt{\frac{(\omega T_N)^2 + 1}{(\omega T_1)^2 + 1}}$$



Phase von $G_0(j\omega)$:

$$\varphi(\omega) = -\pi + \arctan(\omega T_N) - \arctan(\omega T_1)$$

Berechnung der Kreisfrequenz ω_{\max} , bei der die Phase maximal ist:

$$\frac{d \varphi(\omega)}{d \omega} = 0 \Rightarrow \frac{T_N}{1 + (\omega T_N)^2} - \frac{T_1}{1 + (\omega T_1)^2} = 0$$

$$T_N \cdot (1 + \omega^2 T_1^2) - T_1 \cdot (1 + \omega^2 T_N^2) = 0$$

$$\omega^2 T_N T_1 (T_1 - T_N) + T_N - T_1 = 0$$

$$\omega^2 T_N T_1 = 1$$

$$\omega_{max} = \omega_D = \frac{1}{\sqrt{T_N \cdot T_1}}$$

D.h. der Regler wird so eingestellt, dass die Durchtrittsfrequenz das geometrische Mittel der beiden Eckfrequenzen $\omega_{E1}=1/T_N$ und $\omega_{E2}=1/T_1$ annimmt.

Je größer der Abstand zwischen $\omega_{E1}=1/T_N$ und $\omega_{E2}=1/T_1$ bzw. das Verhältnis T_N/T_1 ist, desto größer ist die Phasenanhebung.

Ansatz: $T_N = a^2 \cdot T_1$ (wegen Stabilität: $T_N > T_1$, also: $a > 1$)

$$|G_0(j\omega_D)| = |G_0(j\omega_{max})| = 1 \quad \text{mit } \omega_{max} = \frac{1}{\sqrt{T_N \cdot T_1}}$$

$$|G_0(j\omega_{max})| = \frac{K_R K_S}{\omega_{max}^2 T_N} \cdot \sqrt{\frac{(\omega_{max} T_N)^2 + 1}{(\omega_{max} T_1)^2 + 1}} = \frac{K_R K_S}{\frac{1}{T_1}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{T_N}{T_1} + 1}{\frac{T_1}{T_N} + 1}}$$

$$|G_0(j\omega_{max})| = K_R K_S T_1 \sqrt{\frac{T_N}{T_1}} = K_R K_S T_1 a = 1$$

Reglereinstellung nach dem Symmetrischen Optimum:

$$K_{Ropt} = \frac{1}{a \cdot K_S \cdot T_1} \quad T_N = a^2 \cdot T_1 \quad \omega_D = \frac{1}{a T_1}$$

Standardeinstellung: $a=2$

$$K_{Ropt} = \frac{1}{2 K_S \cdot T_1} ; \quad T_N = 4 \cdot T_1 \quad \omega_D = \frac{1}{2 T_1}$$

Zusammenhang zwischen Phasenreserve und Parameter a:

$$\varphi_R = \varphi(\omega_D) + \pi = -\pi + \arctan(\omega_D T_N) - \arctan(\omega_D T_1) + \pi = \arctan\left(\sqrt{\frac{T_N}{T_1}}\right) - \arctan\left(\sqrt{\frac{T_1}{T_N}}\right)$$

Mit $a^2 = \frac{T_N}{T_1}$ und $\arctan(x) - \arctan(y) = \arctan\left(\frac{x-y}{1+xy}\right)$ folgt:

$$\varphi_R = \arctan(a) - \arctan\left(\frac{1}{a}\right) = \arctan\left(\frac{a^2 - 1}{2a}\right) \Rightarrow a^2 - 2 \cdot a \cdot \tan \varphi_R - 1 = 0$$

$$a = \tan \varphi_R + \sqrt{\tan^2 \varphi_R + 1} = \frac{1 + \sin \varphi_R}{\cos \varphi_R}$$

Berechnung der Führungsübertragungsfunktion des symmetrisch optimierten Regelkreises:

Mit den Optimierungsgleichungen $T_N = a^2 \cdot T_1$ und $K_R = \frac{1}{a \cdot K_S \cdot T_1}$

folgt für den offenen Regelkreis:

$$G_0(s) = K_R \cdot \frac{T_N s + 1}{T_N s} \cdot \frac{K_S}{s(1+T_1 s)} = \frac{1}{a K_S T_1} \cdot \frac{a^2 T_1 s + 1}{a^2 T_1 s} \cdot \frac{K_S}{s(1+T_1 s)} = \frac{1 + a^2 T_1 s}{a^3 T_1^2 s^2 \cdot (1+T_1 s)}$$

Damit ergibt sich die Führungsübertragungsfunktion des symmetrisch optimierten Regelkreises:

$$G_W(s) = \frac{G_0(s)}{1+G_0(s)} = \frac{1+a^2 T_1 s}{a^3 T_1^2 s^2 \cdot (1+T_1 s) + 1+a^2 T_1 s}$$

$$G_W(s) = \frac{1+a^2 T_1 s}{1+a^2 T_1 s + a^3 T_1^2 s^2 + a^3 T_1^3 s^3} \quad \text{PDT}_3$$

$$G_W(s) = \frac{1+a^2 T_1 s}{(1+a T_1 s)(a^2 T_1^2 s^2 + a(a-1) T_1 s + 1)}$$

Berechnung der Dämpfung D des symmetrisch optimierten Regelkreises:

$$T_0^2 = a^2 \cdot T_1^2 \Rightarrow T_0 = a T_1, \quad 2 D T_0 = a(a-1) T_1$$

$$D = \frac{a(a-1) T_1}{2 a T_1} \Rightarrow D = \frac{a-1}{2}$$

z.B. $a=1,6 \quad D=0,3$

$$a=2 \quad D=0,5 \quad \text{Polstellen: } s_1 = -\frac{1}{2T_1}, \quad s_{2,3} = -\frac{1}{4T_1} \pm j \cdot \frac{\sqrt{3}}{4T_1}$$

$a=2,4 \quad D=0,7$

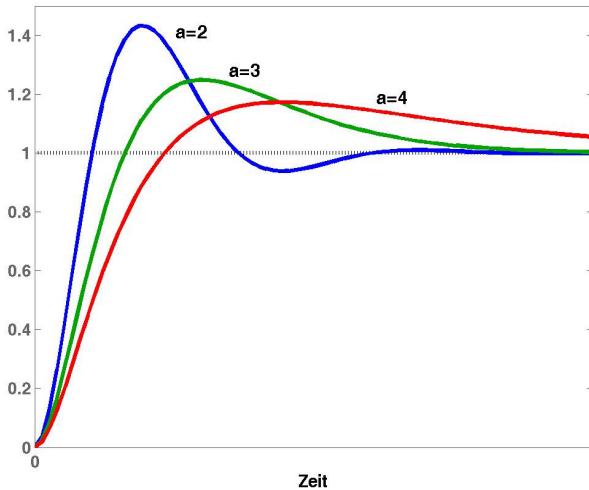
$$a=3 \quad D=1 \quad \text{Polstellen: } s_{1,2,3} = -\frac{1}{3T_1}$$

Berechnung der Störübertragungsfunktion des symmetrisch optimierten Regelkreises:

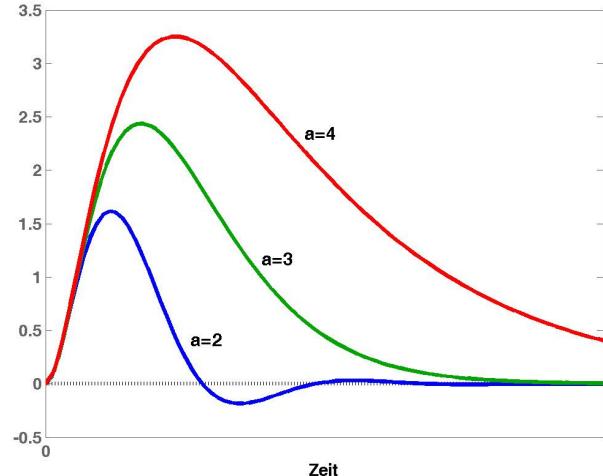
$$G_Z(s) = \frac{G_S(s)}{1+G_0(s)} = \frac{K_S}{s(1+T_1 s)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{a^3 T_1^2 s^2 \cdot (1+T_1 s)}} = \frac{K_S}{s(1+T_1 s) + \frac{1+a^2 T_1 s}{a^3 T_1^2 s}}$$

$$G_Z(s) = \frac{K_S a^3 T_1^2 s}{1+a^2 T_1 s + a^3 T_1^2 s^2 + a^3 T_1^3 s^3} \quad \text{DT}_3$$

Führungssprungantwort
des symmetrisch optimierten Regelkreises

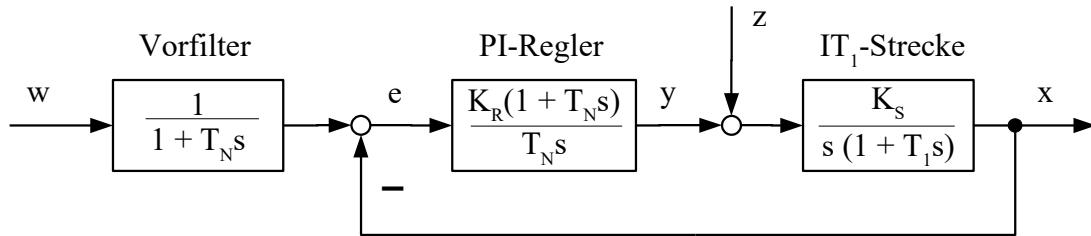


Störsprungantwort
des symmetrisch optimierten Regelkreises

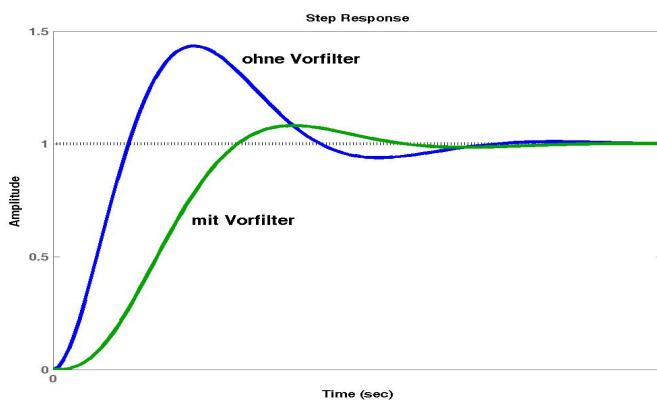


Die große Überschwingweite beim Führungsverhalten wird im Wesentlichen verursacht durch die Nullstelle von $G_w(s)$, d.h. durch die Zählerzeitkonstante $T_D = a^2 \cdot T_1$.

Einsatz eines Vorfilters, um das Überschwingen beim Führungsverhalten zu verringern:



Führungssprungantwort des symmetrisch optimierten Regelkreises für a=2 (mit / ohne Vorfilter):



ohne Vorfilter:

$$G_w(s) = \frac{1 + 4 T_1 s}{1 + 4 T_1 s + 8 T_1^2 s^2 + 8 T_1^3 s^3}$$

mit Vorfilter:

$$\tilde{G}_w(s) = \frac{1}{1 + 4 T_1 s + 8 T_1^2 s^2 + 8 T_1^3 s^3}$$

	Überschwingweite ü	Anregelzeit t_{anw}	Ausregelzeit $t_{aw} (\pm 2\%)$
ohne Vorfilter	43,4%	$3,1 \cdot T_1$	$16,5 \cdot T_1$
mit Vorfilter	8,1%	$7,6 \cdot T_1$	$13,4 \cdot T_1$

Zusammenfassung: Symmetrisches Optimum

Offener Regelkreis: $G_0(s) = G_R(s) \cdot G_S(s) = \frac{K_R K_S}{s^2 \cdot T_N} \cdot \frac{s \cdot T_N + 1}{s \cdot T_1 + 1}$

Optimale Reglereinstellung: $K_{R,opt} = \frac{1}{a \cdot K_S \cdot T_1}$ $T_N = a^2 \cdot T_1$ (Standardwert: a=2)

Zusammenhang mit der Dämpfung des Regelkreises: $D = \frac{a-1}{2} \Rightarrow a = 2D+1$

Anwendung des Symmetrischen-Optimum-Verfahrens bei Regelstrecken mit Verzögerung höherer Ordnung

a) Integrale Regelstrecken mit Verzögerung höherer Ordnung

IT_n-Strecke: $G_S(s) = \frac{K_S}{s \cdot (s \cdot T_1 + 1) \cdot (s \cdot T_E + 1)}$ mit $T_1 \gg T_E$, $T_E = \sum_{i=2}^n T_i$

Regelung mit PID-Regler: $G_R(s) = K_R \cdot \frac{(s \cdot T_N + 1)(s \cdot T_V + 1)}{s \cdot T_N}$

Kompensation der großen Streckenzeitzkonstante durch die Vorhaltzeit: $T_V = T_1$

Einstellregel: $K_{R,opt} = \frac{1}{a \cdot K_S \cdot T_E}$ $T_N = a^2 \cdot T_E$ $T_V = T_1$

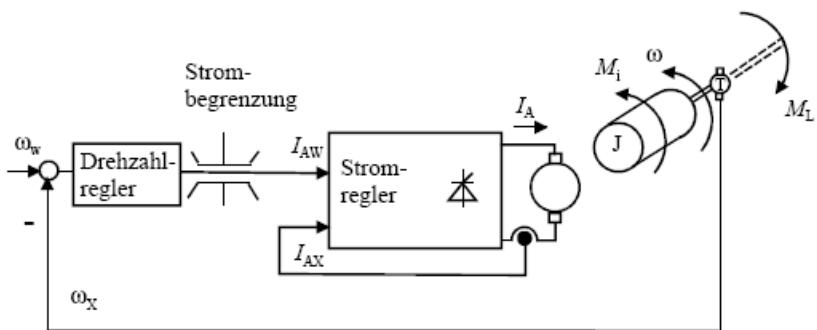
b) Proportionale Regelstrecken mit Verzögerung höherer Ordnung

PT_n-Struktur: $G_S(s) = \frac{K_S}{(s \cdot T_1 + 1) \cdot (s \cdot T_E + 1)}$ mit $T_E = \sum_{i=2}^n T_i$ und $T_1 \gg a^2 \cdot T_E$

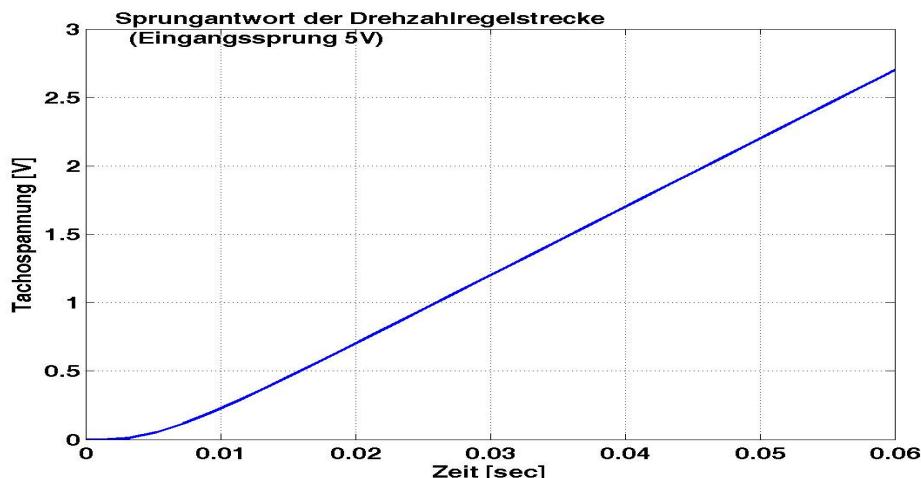
Regelung mit PI-Regler: $G_R(s) = K_R \cdot \frac{s \cdot T_N + 1}{s \cdot T_N}$

Einstellregel: $K_{R,opt} = \frac{T_1}{a \cdot K_S \cdot T_E}$ $T_N = a^2 \cdot T_E$

Übungsaufgabe: Auslegung einer Drehzahlregelung mit dem Symmetrischen Optimum



Sprungantwort der Drehzahlregelstrecke:



- a) Durch welches Übertragungsverhalten lässt sich die Drehzahlregelstrecke in guter Näherung beschreiben?
Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion der Drehzahlregelstrecke aus der Sprungantwort.
- b) Entwerfen Sie den PI-Regler für die Drehzahlregelung nach dem Symmetrischen Optimum (für die Fälle D=0,7 und D=0,5).

Beispiel:

Vergleich der Verfahren am Beispiel der Regelung einer PT_3 -Strecke mit einem PI-Regler

$$PT_3\text{-Strecke: } G_S(s) = \frac{1,56}{(1+0,72s)(1+0,024s)(1+0,034s)}$$

Ersatzzeitkonstante der Regelstrecke:

$$T_E = T_2 + T_3 = 0,024 + 0,034 = 0,058$$

a) Reglerentwurf mit dem Betragsoptimum

Einstellung des PI-Reglers::

$$K_P = \frac{T_1}{2 \cdot K_S \cdot T_E} = \frac{0,72}{2 \cdot 1,56 \cdot 0,058} = 3,98 , \quad T_N = T_1 = 0,72$$

b) Symmetrisches Optimum:

Einstellung des PI-Reglers:

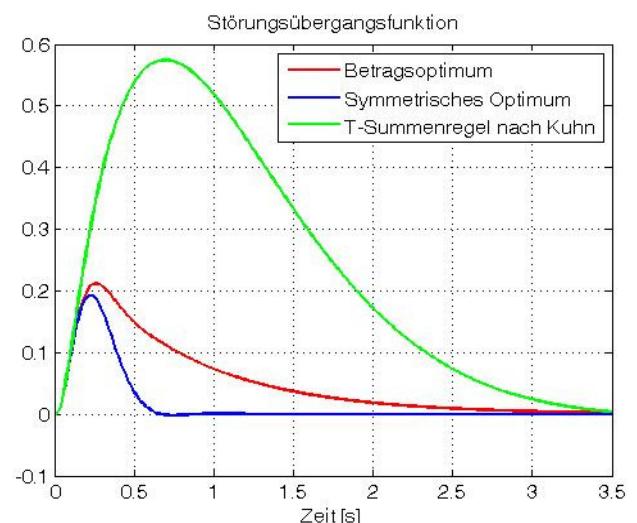
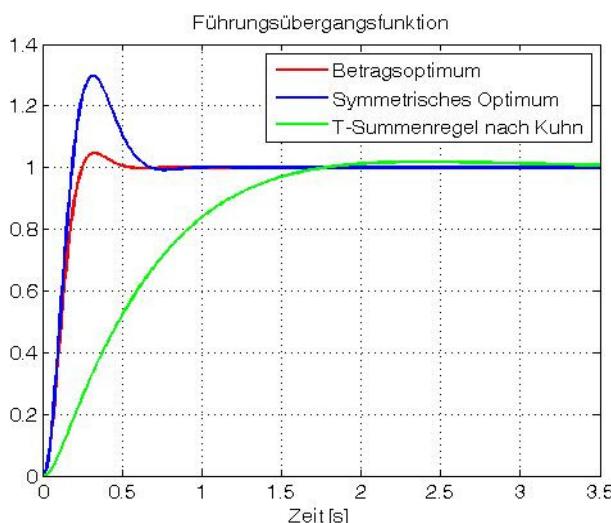
$$K_P = \frac{T_1}{2 \cdot K_S \cdot T_E} = \frac{0,72}{2 \cdot 1,56 \cdot 0,058} = 3,98 , \quad T_N = 4 \cdot T_E = 0,23$$

c) T-Summenregel von Kuhn:

$$\text{Summenzeitkonstante: } T_{\Sigma} = 0,72 + 0,024 + 0,034 = 0,778$$

Einstellung des PI-Reglers:

$$K_P = \frac{1}{K_S} = \frac{1}{1,56} = 0,64 , \quad T_N = 0,7 \cdot T_{\Sigma} = 0,54$$



Fazit zu den Optimierungskriterien im Frequenzbereich:

- Die Einstellregeln nach dem Symmetrischen Optimum bzw. dem Betragsoptimum sind ohne großen mathematischen Aufwand anwendbar, allerdings müssen die Parameter der Regelstrecke bekannt sein.
- Im Vergleich zum Symmetrischen Optimum haben betragsoptimierte Regelkreise eine stärkere Dämpfung, aber die Regelung ist langsamer.
- Sind Störungen zu erwarten, dann ist die Reglereinstellung nach dem Symmetrischen Optimum vorteilhaft.
- Die Verfahren wurden zur Auslegung von Antriebsregelungen entwickelt und werden insbesondere verwendet für Drehzahl-, Strom- und Drehmomentregelungen (z.B. bei Werkzeugmaschinen, Industrierobotern, Aufzügen).

4 Frequenzkennlinienverfahren (Loop Shaping)

Den Frequenzkennlinien des offenen Regelkreises kann man wesentliche Informationen über die Eigenschaften des geschlossenen Regelkreises entnehmen.

4.1 Vereinfachtes Nyquist-Kriterium

In der Vorlesung „Grundlagen der Systemtheorie und Regelungstechnik“ im 3. Semester wurde bereits das vereinfachte Nyquist-Kriterium behandelt, das die Stabilitätsuntersuchung von geschlossenen Regelkreisen ausgehend vom Verlauf des Frequenzgangs des offenen Regelkreises $G_0(j\omega)$ ermöglicht.

Vorteile des Nyquist-Kriteriums:

- Für praktische Anwendungen ist es ausreichend, wenn der Frequenzgang des offenen Regelkreises grafisch vorliegt.
- Anwendung auch bei Totzeitsystemen möglich.

Voraussetzung für die Anwendbarkeit des vereinfachten Nyquist-Kriteriums ist, dass der offene Regelkreis $G_0(s)$ nur Polstellen mit negativem Realteil hat und höchstens einen Einfach- oder Doppelpol im Ursprung. Außerdem wird vorausgesetzt, dass die statische Verstärkung des offenen Regelkreises positiv ist.

In diesem Fall ist der geschlossene Regelkreis stabil, wenn der kritische Punkt $(-1, j \cdot 0)$ stets links der Ortskurve $G_0(j\omega)$ liegt, wenn diese in Richtung wachsender ω -Werte durchlaufen wird. („Linke-Hand-Regel“).

Dabei ist der Teil der Ortskurve maßgeblich, der dem kritischen Punkt am nächsten liegt.

Das Kriterium ist notwendig und hinreichend.

Das Nyquist-Kriterium in Ortskurvendarstellung ist sehr anschaulich, jedoch in seiner Anwendung bei Systemen höherer Ordnung unhandlich, insbesondere wenn Parameter des Regelkreises variiert werden (Erkennung des Einflusses von Parameteränderungen oder zusätzlicher Glieder, die z.B. im kritischen Bereich eine Phasenanhebung bzw. Amplitudenabsenkung bewirken).

Eine Alternative ist die Anwendung des vereinfachten Nyquist-Kriteriums am Bode-Diagramm $G_0(j\omega)$ des offenen Regelkreises:

Wenn der Frequenzgang des offenen Regelkreises bei der Durchtrittsfrequenz ω_D , bei der der Amplitudengang die 0dB-Linie schneidet, eine Phasenverschiebung $\varphi(\omega_D) > -180^\circ$ hat, dann ist der geschlossene Regelkreis stabil.

Oder anders formuliert:

Wenn der Frequenzgang des offenen Regelkreises bei der kritischen Frequenz ω_k , bei der die Phase -180° beträgt, einen Betrag $|G_0(j\omega_k)| < 0 \text{ dB}$ hat, dann ist der geschlossene Regelkreis stabil.

4.2 Stabilitätsgüte

Im Gegensatz zu anderen Stabilitätskriterien bietet das Nyquist-Kriterium auch die Möglichkeit einer praktischen Abschätzung der Stabilitätsgüte (relative Stabilität) eines Regelkreises.

Je größer z.B. der Abstand der Ortskurve des offenen Regelkreises vom kritischen Punkt -1 ist, desto weiter ist der geschlossene Regelkreis von der Stabilitätsgrenze entfernt.

Amplitudenreserve und Phasenreserve sind ein Maß für die Stabilitätsgüte eines Regelkreises und geben Auskunft über die Robustheit des geschlossenen Regelkreises und das Abklingen der Eigenbewegungen.

Amplitudenreserve A_R (gain margin):

Kehrwert des Betrags des Frequenzgangs bei einem Phasenwinkel von -180° :

$$A_R = \frac{1}{|G_0(j\omega_{krit})|} \quad \text{bei } \varphi(\omega_{krit}) = -180^\circ$$

Die Amplitudenreserve ist der Faktor, um den die Kreisverstärkung K_0 des offenen Kreises noch erhöht werden kann, ohne dass der geschlossene Regelkreis instabil wird.

Phasenreserve φ_R (phase margin):

Phasenabstand zum Phasenwinkel -180° bei der Durchtrittsfrequenz ω_D :

$$\varphi_R = 180^\circ + \varphi(\omega_D) \quad \text{bei } |G_0(j\omega_D)| = 1 \text{ bzw. } \lg |G_0(j\omega_D)| = 0$$

Die Phasenreserve ist der Phasenwinkel, um den das System noch weiter nacheilen kann, ohne dass der geschlossene Regelkreis instabil wird.

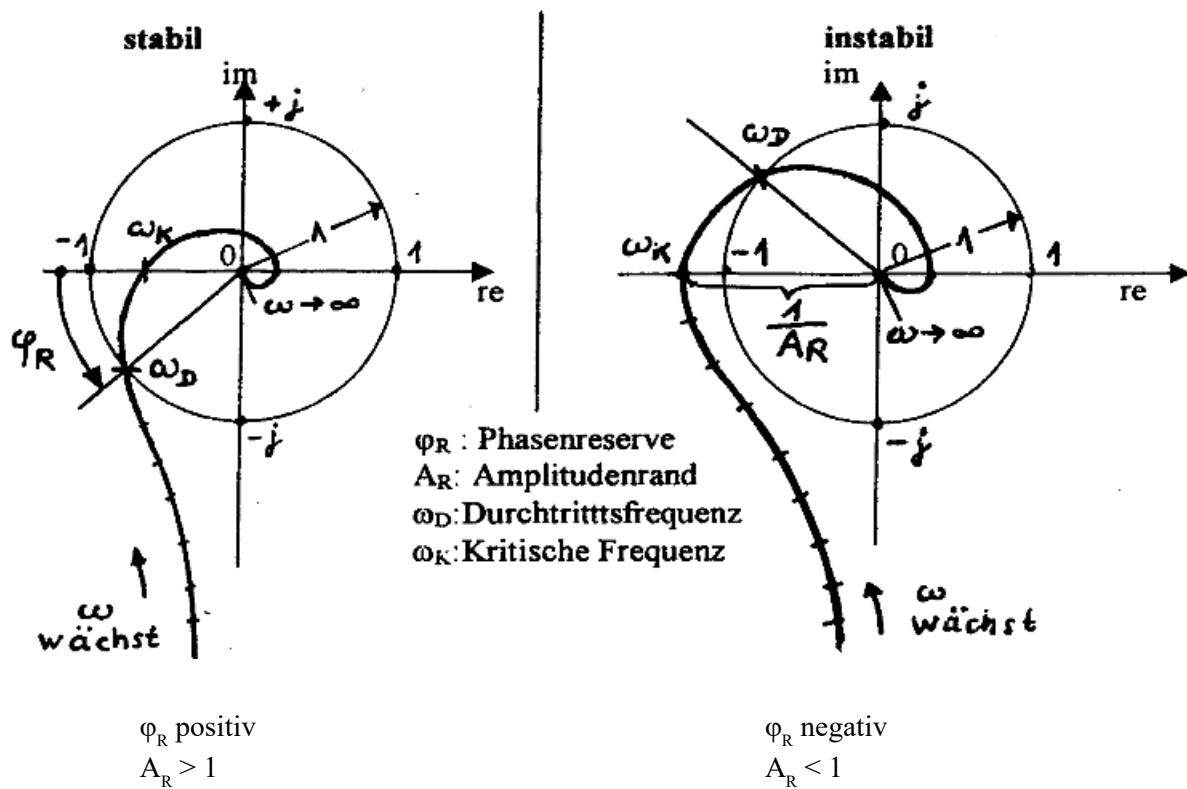
Die Dämpfung des geschlossenen Regelkreises ist umso größer je größer die Phasenreserve φ_R des offenen Regelkreises ist.

Die Einstellung von Regelkreisen muss so vorgenommen werden, dass die Stabilitätsgrenze nicht erreicht wird. Der Abstand (Reserve) zur Stabilitätsgrenze muss so groß sein, dass bei Parameteränderungen der Regelstrecke keine Instabilität auftritt.

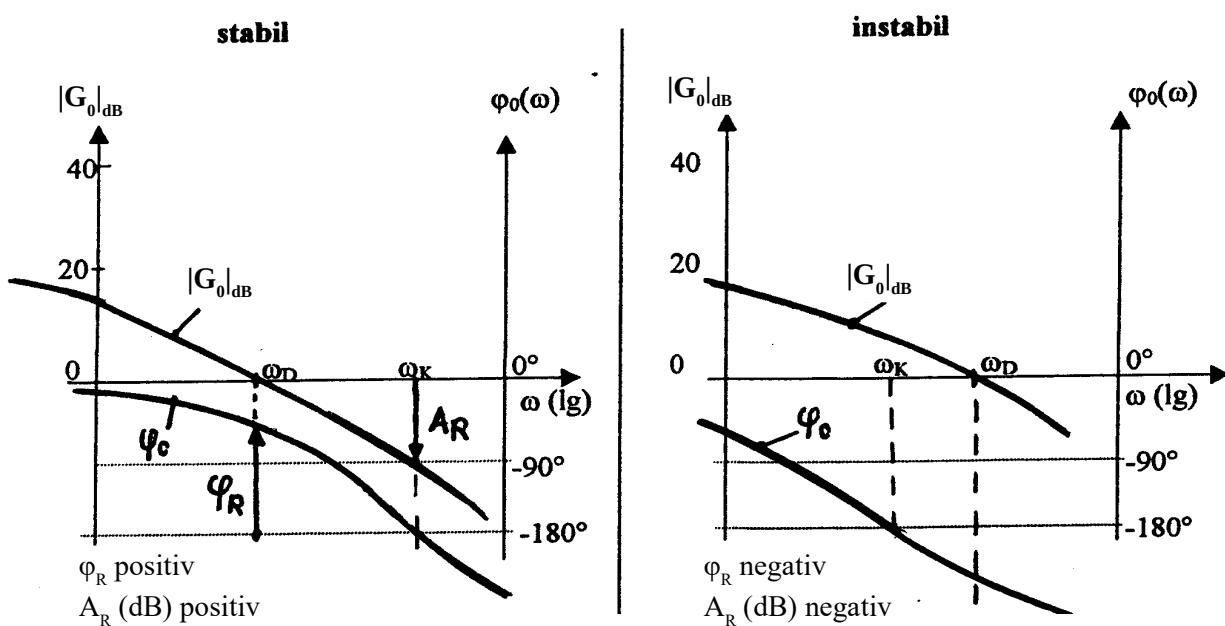
Praktische Erfahrungswerte:

	Führungsverhalten	Störverhalten
Phasenreserve φ_R	$40^\circ \dots 70^\circ$	$20^\circ \dots 50^\circ$
Amplitudenreserve A_R	$4 \dots 10$ (12dB ... 20dB)	$1,5 \dots 3$ (3,5dB ... 9,5dB)

Anwendung des Nyquist-Kriteriums bei der Ortskurve von $G_0(j\omega)$:



Anwendung des vereinfachten Nyquist-Kriteriums am Bode-Diagramm von $G_0(j\omega)$:



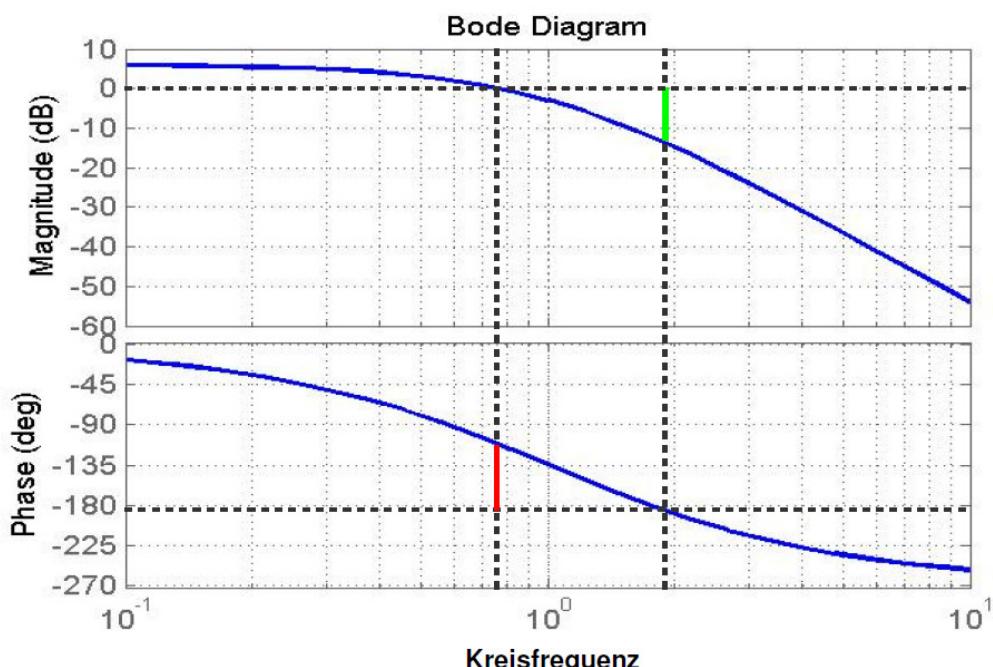
Beispiel: Amplituden- und Phasenreserve

Eine PT₃-Strecke mit der Übertragungsfunktion

$$G_S(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$$

wird mit einem P-Regler mit Verstärkungsfaktor K_R=2 geregelt.

Bode-Diagramm des offenen Regelkreises $G_0(s) = \frac{2}{(s+1)^3}$:



Phasenreserve: φ_R=68°, Amplitudenreserve A_R=12dB=4.

Der geschlossene Regelkreis ist stabil.

Aus der Amplitudenreserve von A_R=4 folgt, dass die Kreisverstärkung des offenen Kreises noch um den Faktor 4 erhöht werden kann, bis die Stabilitätsgrenze erreicht ist.

Damit ergibt sich die kritische Reglerverstärkung K_{R,krit} = 4 · K_R = 8.

4.3 Frequenzkennlinienverfahren

Sind die Bedingungen für das vereinfachte Nyquist-Kriterium erfüllt, dann kann man den Frequenzkennlinien des offenen Regelkreises folgende Informationen über das Verhalten des geschlossenen Regelkreises entnehmen:

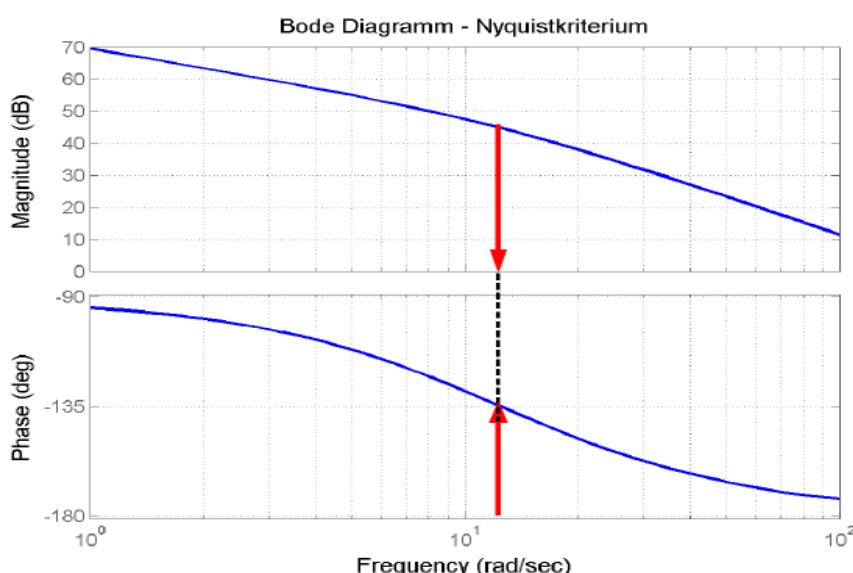
- Stabilität:
Der Regelkreis ist stabil, wenn die Phasenreserve $\varphi_R > 0^\circ$ ist, ansonsten ist er instabil.
- Schnelligkeit:
Der Regelkreis ist umso schneller je größer die Durchtrittsfrequenz ω_D ausfällt.
- Dämpfung:
Der Regelkreis ist umso stärker gedämpft je größer die Phasenreserve φ_R ausfällt.

Der Vorteil der Frequenzkennlinien liegt darin, dass die Parameter des offenen Regelkreises (Kreisverstärkung, Zeitkonstanten etc.) als markante geometrische Eigenschaften in Erscheinung treten. Hierdurch lässt sich das dynamische Verhalten der Regelung anschaulich überblicken, und es wird ermöglicht, gezielte Maßnahmen zur Verbesserung der Dynamik vorzunehmen.

Beim Frequenzkennlinienverfahren („Loop Shaping“) versucht man durch Wahl eines geeigneten Korrekturgliedes (Regler) den offenen Kreis so zu formen, dass der geschlossene Kreis ein gewünschtes Verhalten aufweist.

Bei der einfachen Variante des Frequenzkennlinienverfahrens wird folgendermaßen vorgegangen:

- Wahl der Regler-Zeitkonstanten (z.B Kompensation von Polstellen der Strecke)
- Festlegen der Phasenreserve $\varphi_R \rightarrow$ Maß für Dämpfung
- Verschieben der Betragskennlinie (durch ein P-Glied) bis der 0-dB-Durchgang bei der Frequenz für die geforderte Phasenreserve φ_R liegt.



Beispiel: Regelung einer PT_3 -Strecke mit einem PI-Regler

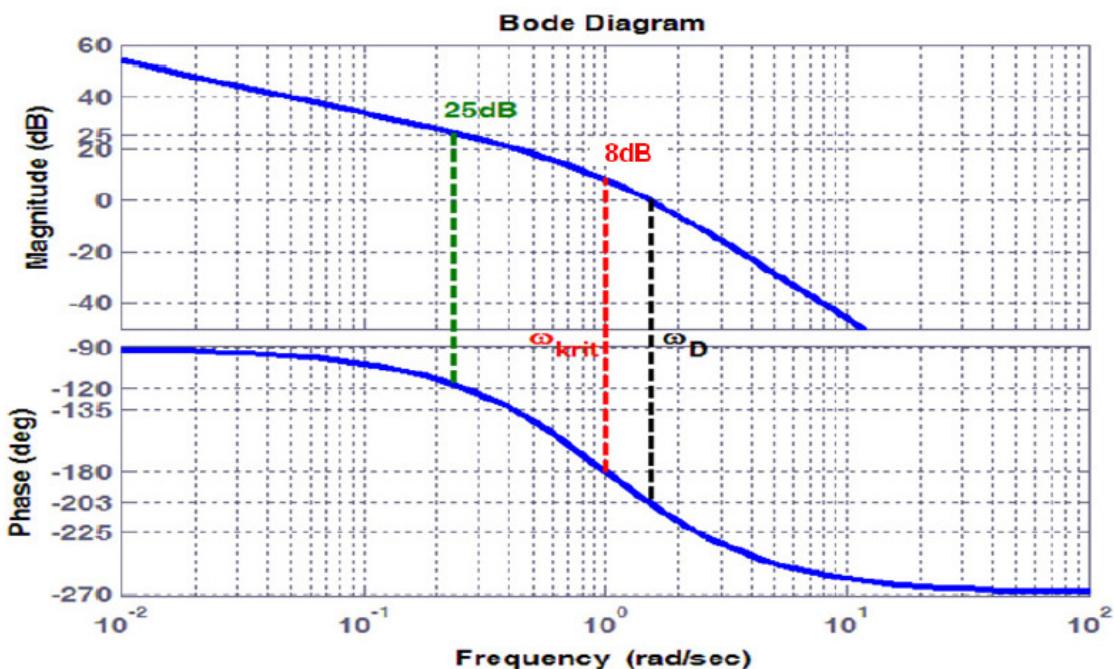
$$G_S(s) = \frac{1}{(s+1)^3} ; G_R(s) = K_P \cdot \left(1 + \frac{1}{s}\right)$$

- a) Ist für $K_P=5$ die Regelung stabil?
- b) Bei welchem K_P befindet sich die Regelung an der Stabilitätsgrenze?
- c) Wie groß ist K_P zu wählen, wenn die Regelung stabil mit einer Phasenreserve von 60° sein soll? Wie groß ist hierbei die Amplitudenreserve (in dB)?

Offener Regelkreis: $G_O(s) = K_P \cdot \left(\frac{1+s}{s}\right) \cdot \frac{1}{(s+1)^3} = \frac{K_P}{s \cdot (s+1)^2}$

Lösungsweg 1: Grafische Lösung mit dem Bode-Diagramm

Bode-Diagramm des offenen Regelkreises für $K_P=5$:



- a) Bei Durchtrittsfrequenz beträgt die Phase $\varphi(\omega_D) = -203^\circ < -180^\circ$
→ Regelung instabil (nach Nyquist-Kriterium)
- b) Bei Phase $\varphi(\omega_k) = -180^\circ$ ist der Betrag ca. 8dB
Stabilitätsgrenze: Betragskennlinie muss um 8dB abgesenkt werden (Verschiebung um -8dB)
 $-8\text{dB} = 10^{-8/20} = 0,398 \rightarrow K_P = K_{P_alt} \cdot 10^{-8/20} = 5 \cdot 10^{-8/20} = 1,99$
(Genauere Berechnung ergibt Stabilitätsgrenze bei $K_P=2$)
- c) Geforderte Phasenreserve 60° , d.h. bei $\varphi = -120^\circ$ muss der 0dB-Durchgang sein →
Betragskennlinie um 25dB absenken:
 $-25\text{dB} = 10^{-25/20} = 0,056 \rightarrow K_P = 5 \cdot 10^{-25/20} = 0,28$
Amplitudenreserve: $A_R = -(8-25)\text{dB} = 17\text{dB}$

Lösungsweg 2: Analytische Lösung

Frequenzgang des offenen Regelkreises: $G_0(j\omega) = \frac{K_p}{j\omega \cdot (j\omega + 1)^2}$

Betrag und Phase:

$$|G_0(j\omega)| = \frac{K_p}{\omega \cdot (\omega^2 + 1)}, \quad \varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - 2 \cdot \arctan(\omega)$$

b) Stabilitätsgrenze, d.h. Phase $\varphi(\omega_D) = \varphi(\omega_{krit}) = -180^\circ = -\pi$

$$-\pi = -\frac{\pi}{2} - 2 \cdot \arctan(\omega_{krit}) \Rightarrow \arctan(\omega_{krit}) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \omega_{krit} = \omega_D = 1$$

$$|G_0(j\omega_{krit})| = |G_0(j\omega_D)| = 1 \Rightarrow \frac{K_p}{1 \cdot (1+1)} = 1 \Rightarrow K_{p,krit} = 2$$

c) Phasenreserve $\varphi_R = 60^\circ$, d.h. Phase $\varphi(\omega_D) = -120^\circ = -\frac{2\pi}{3}$

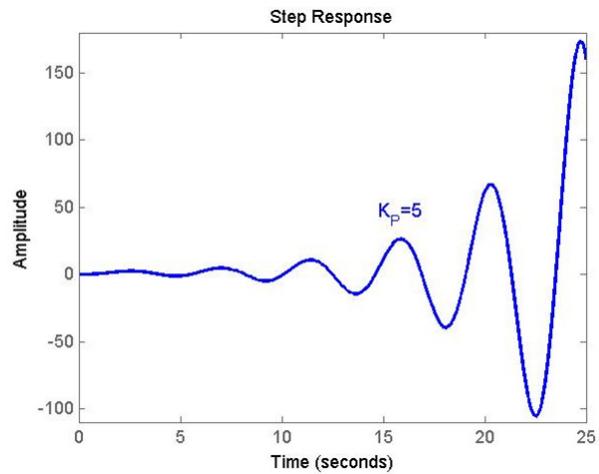
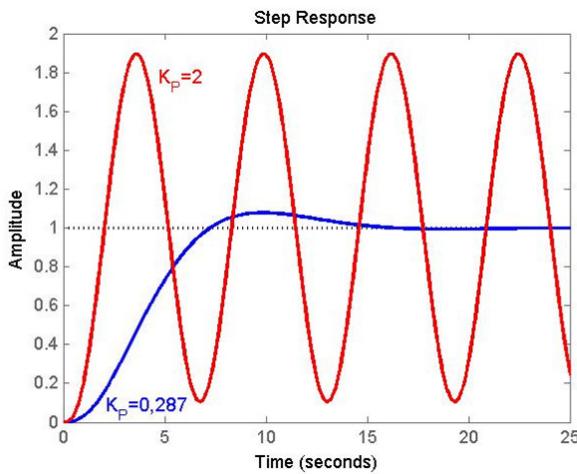
$$-\frac{2\pi}{3} = -\frac{\pi}{2} - 2 \cdot \arctan(\omega_D) \Rightarrow \arctan(\omega_D) = \frac{\pi}{12} \Rightarrow \omega_D = 0,268$$

$$|G_0(j\omega_D)| = 1 \Rightarrow \frac{K_p}{0,268 \cdot (0,268^2 + 1)} = 1 \Rightarrow K_p = 0,287$$

Amplitudenreserve: $A_R = \frac{1}{|G_0(j\omega_{krit})|}$

$$|G_0(j\omega_{krit})| = \frac{0,287}{1 \cdot (1^2 + 1)} = 0,1435 \Rightarrow A_R = \frac{1}{0,1435} = 6,97 = 16,9 \text{ dB}$$

Führungssprungantworten für verschiedene Reglerverstärkungen:



Übungsaufgabe: Regelung einer IT_1 -Strecke mit einem P-Regler

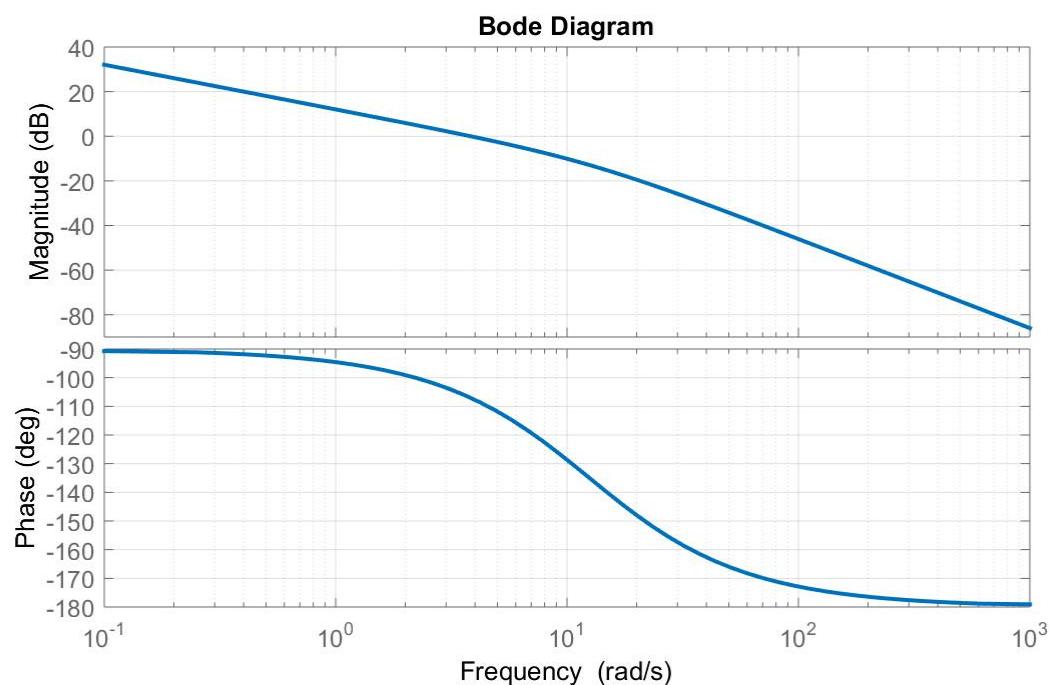
$$IT_1\text{-Strecke: } G_S(s) = \frac{1}{5 \cdot s \cdot (1 + 0,08 s)}$$

Berechnen Sie die Reglerverstärkung K_p des P-Reglers so, dass sich eine Phasenreserve $\varphi_R = 80^\circ$ (aperiodische Regelung) einstellt.

a) Analytische Lösung:

b) Grafische Lösung:

Bode-Diagramm des offenen Kreises für $K_p=20$



Grundvoraussetzung beim „Loop-Shaping“-Verfahren ist, dass die entsprechenden Güteforderungen in Kennwerte der Frequenzkennlinien transferiert werden.

Für den Zusammenhang zwischen den Kennwerten im Zeitbereich und im Frequenzbereich können folgende Faustformeln verwendet werden:

- Anstiegszeit und Durchtrittsfrequenz:
 $\omega_D \cdot t_r \approx 1,5$
 - Überschwingweite und Phasenreserve:
 $\varphi_R [^\circ] + \ddot{\psi} [\%] \approx 70$

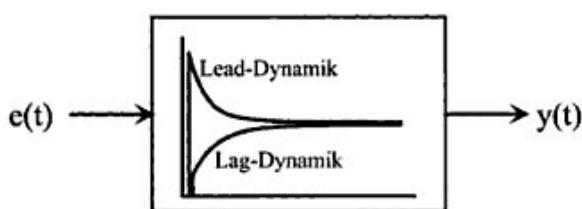
Vorgehensweise beim Frequenzkennlinienverfahren:

- Aus den Güteanforderungen an den geschlossenen Kreis $G_w(s)$ werden Vorgaben für das Frequenzkennliniendiagramm des offenen Kreises $G_0(s)$ abgeleitet.
 - Zunächst wird das Frequenzkennliniendiagramm der Regelstrecke $G_s(s)$ gezeichnet. Dazu wird die Frequenzkennlinie eines oder mehrerer Regler oder Korrekturglieder $H_i(s)$ addiert. Ziel ist es, die an die Frequenzkennlinie des offenen Kreises $G_0(s)$ gestellten Güteforderungen zu erfüllen.
 - Das Zeitverhalten des geschlossenen Kreises wird simuliert. Entspricht das Verhalten nicht den gegebenen Güteforderungen, dann wird der Entwurf unter Verwendung anderer Regler oder Korrekturglieder $H_i(s)$ wiederholt.

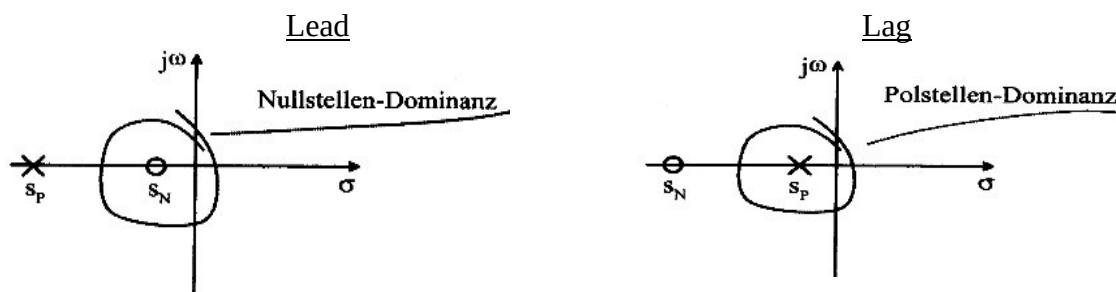
4.4 Korrekturglieder beim Frequenzkennlinienverfahren

Korrekturglieder, die häufig zur Frequenzgangkorrektur des offenen Kreises eingesetzt werden, sind das phasenanhebende Lead-Element und das phasenabsenkende Lag-Element.

Lead- bzw. Lag-Übergangsverhalten:



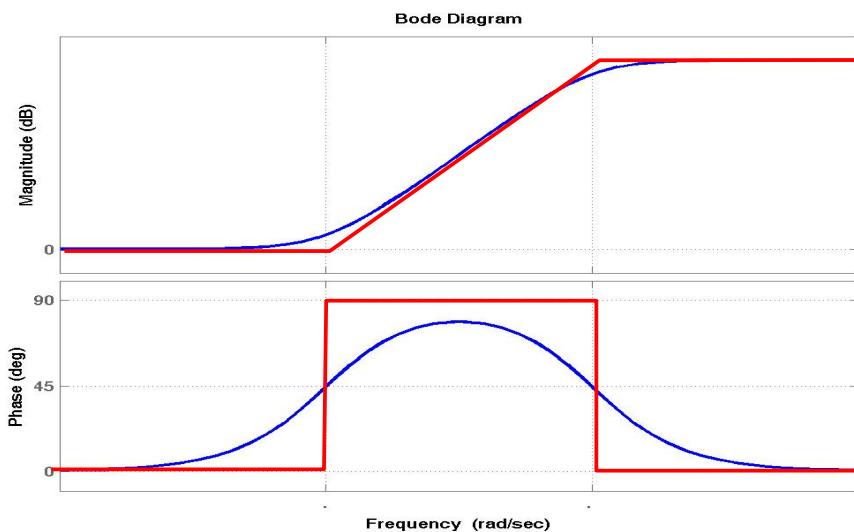
Pol-Nullstellen-Plan:



a) Lead-Element

$$G_{Lead}(s) = \frac{1 + T_D \cdot s}{1 + T_1 \cdot s}$$

mit $T_1 < T_D$



Die Phase wird in einem bestimmten Frequenzbereich angehoben, ohne die Amplitude in diesem Bereich wesentlich zu beeinflussen.

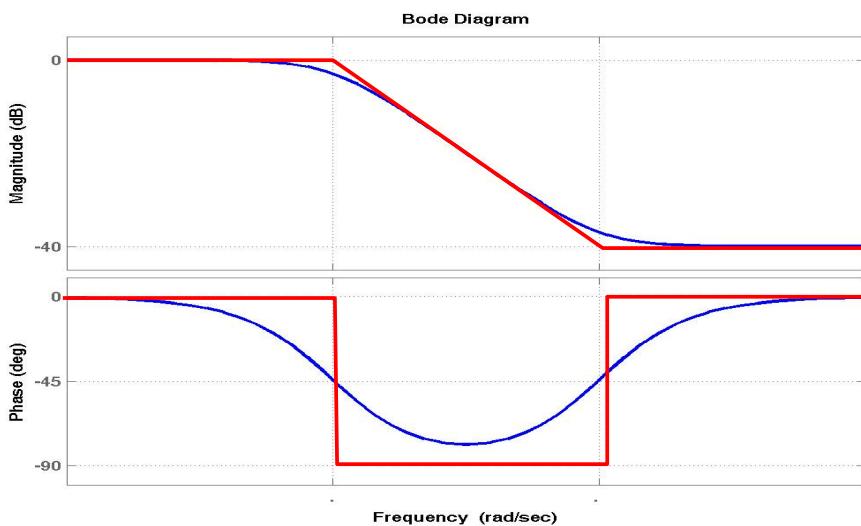
Lead-Elemente wendet man im Bereich der Durchtrittsfrequenz an, um die Phasenreserve zu vergrößern, ohne die Verstärkung zu verändern. Dadurch wird die Stabilitätsgüte verbessert und das Überschwingen verringert.

Für große Frequenzen entsteht aber eine an sich unerwünschte Erhöhung der Betragskennlinie. Der Abstand der Eckfrequenzen des Lead-Glieds legt den Faktor fest, um den der Betrag angehoben wird.

b) Lag-Element

$$G_{Lag}(s) = \frac{1 + T_D \cdot s}{1 + T_1 \cdot s}$$

mit $T_1 > T_D$



Die Betragskennlinie wird oberhalb einer bestimmten Frequenz abgesenkt, ohne die Phase für diese Frequenzen wesentlich zu verändern. Der Abstand der Eckfrequenzen des Lag-Glieds legt den Faktor fest, um den der Betrag abgesenkt wird.

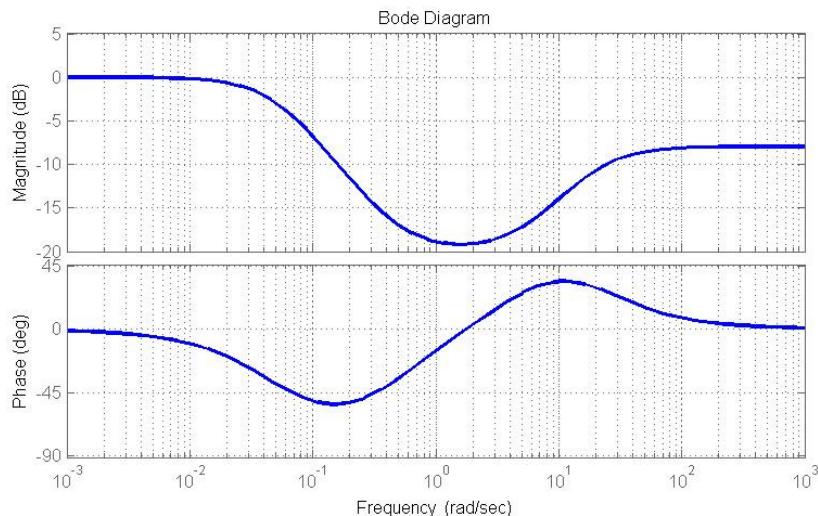
Lag-Elemente wendet man für Frequenzen unterhalb der Durchtrittsfrequenz an. Mit einem zusätzlichen Verstärkungsfaktor kann der Betrag im Bereich der kleinen Frequenzen angehoben werden, ohne die Phasenreserve wesentlich zu beeinflussen. Dadurch kann eine ggf. auftretende bleibende Regeldifferenz verringert werden.

c) Lead-Lag-Element

$$G_{LL}(s) = \frac{(1+T_{D1}\cdot s)(1+T_{D2}\cdot s)}{(1+T_1\cdot s)(1+T_2\cdot s)} \quad \text{mit} \quad T_1 < T_{D1}, \quad T_2 > T_{D2}$$

Durch die Kombination von Lead- und Lag-Element wird die Phasenkennlinie angehoben und die Betragskennlinie abgesenkt.

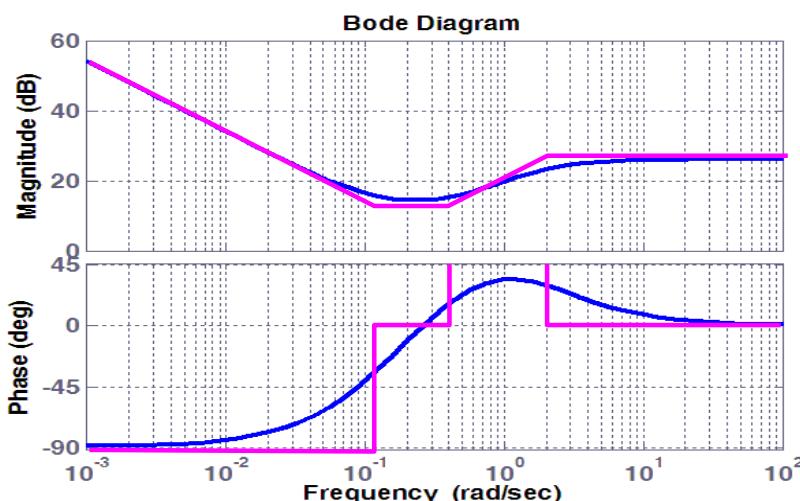
Beispiel: $G_{LL}(s) = G_{lead}(s) \cdot G_{Lag}(s) = \frac{1+0,2\cdot s}{1+0,05\cdot s} \cdot \frac{1+2\cdot s}{1+20\cdot s}$



Werden sowohl ein Lead- als auch ein Lag-Element eingesetzt, sollte man zur Kompensation der vom Lag-Element bewirkten Phasenabsenkung das Lead-Element so entwerfen, dass es die Phase stärker als nötig anhebt (Überkompensation).

Auch der PID-Regler bewirkt die Kombination der beiden Maßnahmen (Phasenanhebung und Betragsabsenkung).

Beispiel: Realer PID-Regler $G_R(s) = 5 \cdot \left(1 + \frac{1}{10s} + \frac{1,5s}{1+0,5s}\right) = 1,25 \cdot \frac{(1+2,5s)(1+8s)}{2,5s(1+0,5s)}$



Beispiel: Entwurf von Lead- und Lag-Korrekturelementen zur Regelung einer PT_2 -Strecke

5 Wurzelortskurvenverfahren

Das dynamische Verhalten eines Regelkreises

- ist abhängig von der Pol-Nullstellenverteilung des geschlossenen Kreises und
- wird durch die Wahl der Regelpараметer beeinflusst.

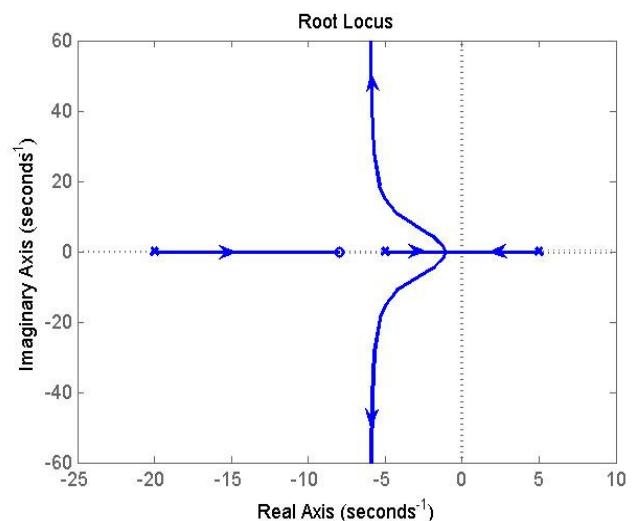
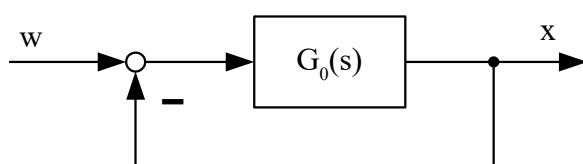
Variiert man einen Parameter (z.B. die Reglerverstärkung) des offenen Regelkreises, so verändert sich die Lage der Polstellen des geschlossenen Regelkreises in der s-Ebene.

Die Wurzelortskurve (WOK) beschreibt die Bahnen der Polstellen des geschlossenen Kreises in der s-Ebene bei Variation jeweils eines Reglerparameters.

Die Wurzelortskurve ermöglicht es, aus der bekannten Verteilung der Pol- und Nullstellen des offenen Regelkreises $G_0(s)$ in der s-Ebene in anschaulicher Weise auf die Polstellen des geschlossenen Regelkreises zu schließen.

Beispiel:

Wurzelortskurve für den Regelkreis mit $G_0(s) = k_0 \cdot \frac{s+6}{(s-5)(s+5)(s+20)}$



Die Wurzelortskurve kann als Basis für den Reglerentwurf dienen:

- Aussagen über die Stabilität des geschlossenen Kreises sind möglich
- Beurteilung der Stabilitätsgüte (z.B. Abstand der Polstellen von der imaginären Achse)
- Aussagen über das dynamische Verhalten des geschlossenen Kreises sind möglich (z.B. Dämpfung, Schnelligkeit)

Nachteil: Die Wurzelortskurve ist nicht anwendbar auf Systeme mit Totzeit.

5.1 Definition der Wurzelortskurve

Die Polstellen des geschlossenen Kreises ergeben sich aus der charakteristischen Gleichung:

$$1 + G_0(s) = 0 \Rightarrow G_0(s) = -1$$

$$G_0(s) = k_0 \cdot \frac{(s - s_{N1}) \cdot (s - s_{N2}) \dots (s - s_{Nm})}{(s - s_{P1}) \cdot (s - s_{P2}) \dots (s - s_{Pn})} = k_0 \cdot \frac{Z_0(s)}{N_0(s)} = -1$$

$$k_0 \cdot Z_0(s) + N_0(s) = 0$$

Die Wurzelortskurve ist der geometrische Ort, d.h. die Gesamtheit aller Punkte s , welche die charakteristische Gleichung

$$1 + G_0(s) = 0$$

erfüllen, wobei k_0 der Parameter ist.

Zerlegung von $G_0(s)$ in Betrag und Phase:

$$G_0(s) = k_0 \cdot \frac{\prod_{i=1}^m |(s - s_{Ni})|}{\prod_{i=1}^n |(s - s_{Pi})|} \cdot e^{j(\sum_{i=1}^m \arg(s - s_{Ni}) - \sum_{i=1}^n \arg(s - s_{Pi}))}$$

Aus der Bedingung $G_0(s) = -1$ folgt:

$$|G_0(s)| = 1 \quad \text{und}$$

$$\arg\{G_0(s)\} = (2l+1) \cdot \pi \quad \text{mit } l = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

Die Orte der Wurzeln des charakteristischen Polynoms findet man aus der Phasenbedingung:

$$\arg\{G_0(s)\} = \sum_{i=1}^m \arg\{s - s_{Ni}\} - \sum_{i=1}^n \arg\{s - s_{Pi}\} = (2l+1) \cdot \pi \quad \text{mit } l = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

Alle Punkte der komplexen s -Ebene, die die Phasenbedingung erfüllen, stellen also den geometrischen Ort aller möglichen Polstellen des geschlossenen Regelkreises dar, die durch die Variation von k_0 entstehen können. Man kann damit analytisch oder geometrisch bestimmen, ob ein beliebiger Punkt s der komplexen Ebene auf der Wurzelortskurve liegt oder nicht.

Die Skalierung der Wurzelortskurve, d.h. die Zuordnung zwischen den Kurvenpunkten und den Werten von k_0 , ergibt sich aus der Amplitudenbedingung:

$$k_0 = \frac{\prod_{i=1}^n |(s - s_{Pi})|}{\prod_{i=1}^m |(s - s_{Ni})|}, \quad k_0 \geq 0$$

Für $k_0 \rightarrow 0$ gehen die Polstellen des geschlossenen Kreises in die Polstellen des offenen Kreises über.

Für $k_0 \rightarrow \infty$ gehen die Polstellen des geschlossenen Kreises in die Nullstellen des offenen Kreises und/oder in $s = \pm\infty$ über.

5.2 Eigenschaften und Konstruktionsvorschriften der Wurzelortskurve

Der Zusammenhang zwischen Phasen- und Amplitudenbedingung ermöglicht eine grafisch-numerische Konstruktion der Wurzelortskurve. Für die Konstruktion der Wurzelortskurve ist dieser Weg allerdings meistens zu aufwändig. Regeln zur vereinfachten Konstruktion der Wurzelortskurve wurden 1950 von W. Evans entwickelt (*root-locus method*).

Regel 1:

Die Wurzelortskurve hat n Äste. Sie beginnen für $k_0=0$ in den n Polstellen des offenen Kreises und enden für $k_0 \rightarrow \infty$ in den m Nullstellen und $(n-m)$ -fach im Unendlichen.

Regel 2:

Die Wurzelortskurve ist symmetrisch zur reellen Achse, da komplexe Polstellen bzw. komplexe Nullstellen nur als konjugiert komplexe Polpaare bzw. Nullstellenpaare auftreten.

Regel 3:

Ein Punkt der reellen Achse gehört genau dann zur Wurzelortskurve, wenn rechts von ihm auf der reellen Achse eine ungerade Anzahl von Pol- und Nullstellen des offenen Kreises liegt.

(Konjugiert komplexe Pol- und Nullstellen können bei dieser Regel also unberücksichtigt bleiben).

Regel 4:

Die Asymptoten der ins Unendliche strebenden Wurzelortskurven-Äste schneiden sich sämtlich in einem Punkt auf der reellen Achse, dem Wurzelschwerpunkt

$$\delta_S = \frac{1}{n-m} \cdot \left(\sum_{i=1}^n s_{P,i} - \sum_{i=1}^m s_{N,i} \right)$$

Regel 5:

Die Asymptotenrichtungen der Wurzelortskurve sind gegeben durch

$$\varphi_i = \frac{(2i+1)}{n-m} \cdot \pi \quad (i=0, 1, 2, \dots, n-m-1)$$

Regel 6:

Die (von den Nullstellen und Polstellen des offenen Kreises verschiedenen) Verzweigungspunkte der Wurzelortskurve folgen aus

$$\sum_{i=1}^m \frac{1}{s - s_{N,i}} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{s - s_{P,i}} = 0$$

Regel 7:

Schneiden sich in einem (von den Nullstellen und Polstellen des offenen Kreises verschiedenen) Verzweigungspunkt der Wurzelortskurve r Äste, gehen also $2r$ Kurvenstücke von ihm aus, so ist der Betrag des Schnittwinkels benachbarter Kurvenstücke

$$|\Delta \varphi| = \frac{\pi}{r}$$

Regel 8:

Die Schnittpunkte $s=j\omega$ der Wurzelortskurve mit der imaginären Achse (Stabilitätsgrenze) erhält man aus der charakteristischen Gleichung

$$k_0 \cdot Z_0(j\omega) + N_0(j\omega) = 0 \quad \text{bzw.}$$

$$k_0 \cdot \prod_{i=1}^m (j\omega - s_{Ni}) + \prod_{i=1}^n (j\omega - s_{Pi}) = 0$$

durch Auflösen nach ω und k_0 .

Da in dieser Gleichung sowohl der Realteil als auch der Imaginärteil gleichzeitig verschwinden müssen, ergeben sich zwei Gleichungen für ω und k_0 .

Regel 9:

Die Austrittswinkel aus einer Polstelle und die Eintrittswinkel in eine Nullstelle erfüllen die Phasenbedingung.

Austrittswinkel aus einer r-fachen Polstelle $s_{P\alpha}$:

$$\varphi_{P\alpha} = \frac{1}{r} \cdot \left[\sum_{i=1}^m \arg \{s_{P\alpha} - s_{Ni}\} - \sum_{\substack{i=1, \\ i \neq \alpha}}^n \arg \{s_{P\alpha} - s_{Pi}\} + (2l+1) \cdot \pi \right], \quad l=0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

Die Austrittswinkel konjugiert komplexer Polstellen sind zueinander symmetrisch:

$$\varphi_{P1} = -\varphi_{P2}$$

Eintrittswinkel in eine r-fache Nullstelle $s_{N\alpha}$:

$$\varphi_{N\alpha} = \frac{1}{r} \cdot \left[\sum_{i=1}^n \arg \{s_{N\alpha} - s_{Pi}\} - \sum_{\substack{i=1, \\ i \neq \alpha}}^m \arg \{s_{N\alpha} - s_{Ni}\} + (2l+1) \cdot \pi \right], \quad l=0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

Die Eintrittswinkel konjugiert komplexer Nullstellen sind zueinander symmetrisch:

$$\varphi_{N1} = -\varphi_{N2}$$

Für die Verwendung der Wurzelortskurve zum Reglerentwurf ist es wichtig, die hier angegebenen Konstruktionsprinzipien zu kennen, um daraus ableiten zu können, *warum* die Wurzelortskurven so wie dargestellt verlaufen. Dies gilt auch, wenn man die Wurzelortskurve nicht per Hand zeichnet, sondern von einem Rechner ausgegeben lässt. Nur wenn man die Konstruktionsprinzipien kennt, kann man beim Reglerentwurf durch die Einführung von Nullstellen oder Polstellen des Reglers die Wurzelortskurve zielgerichtet so verändern, dass die Polstellen des Regelkreises für eine geeignet gewählte Reglerverstärkung in die gewünschten Gebiete verschoben werden.

Die bisherigen Betrachtungen und Konstruktionsregeln gehen davon aus, dass der Verstärkungsfaktor k_0 positiv ist. Wenn k_0 negativ ist, ändern sich die Konstruktionsregeln. Die Wurzelortskurve für $k_0 < 0$ wird als komplementäre Wurzelortskurve bezeichnet.

Beispiel: Wurzelortskurve

$$\text{PI-Regler: } G_R(s) = k_0 \cdot \left(1 + \frac{2}{s}\right) \quad \text{PT}_2\text{-Strecke: } G_S(s) = \frac{1}{(s+4)(s-1)}$$

$$\Rightarrow \text{Offener Regelkreis: } G_0(s) = k_0 \frac{s+2}{s(s+4)(s-1)}$$

Polüberschuss: $n-m=2$

→ 2 WOK-Äste enden im Unendlichen

Wurzelschwerpunkt (Regel 4):

$$\delta = \frac{1}{2} \cdot (0 - 4 + 1 - (-2)) = -\frac{1}{2}$$

Asymptotenrichtungen (Regel 5):

$$\varphi_{1,2} = \pm \frac{\pi}{2}$$

Verzweigungspunkt (Regel 6):

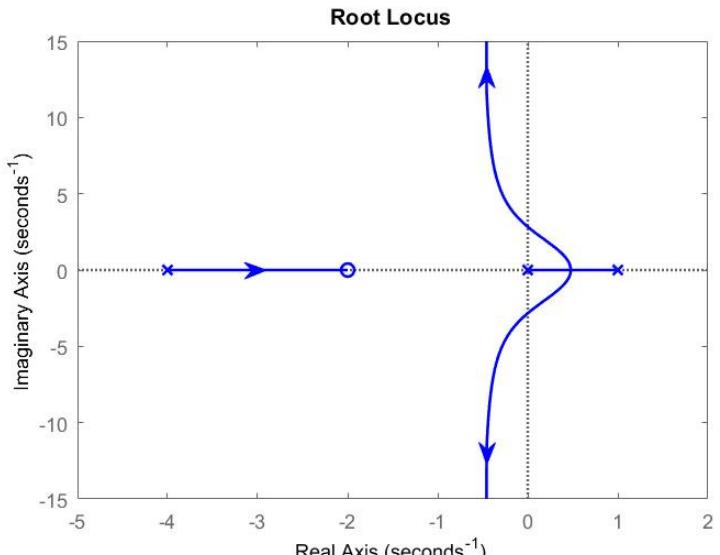
$$\frac{1}{s+2} - \frac{1}{s} - \frac{1}{s+4} - \frac{1}{s-1} = 0$$

$$s(s+4)(s-1) - (s+2)(s+4)(s-1) - s(s+2)(s-1) - s(s+2)(s+4) = 0$$

$$-2(s+4)(s-1) - (s^2 + 2s)(2s+3) = 0$$

$$-2s^2 - 6s + 8 - 2s^3 - 7s^2 - 6s = 0 \rightarrow s^3 + 4,5s^2 + 6s - 4 = 0$$

$$\Rightarrow \text{VZP: } s = 0,48 \quad (s = -2,49 \pm j \cdot 1,48)$$



Schnittwinkel im Verzweigungspunkt (Regel 7):

$$|\Delta \varphi| = \frac{\pi}{r} = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$$

Berechnung der Stabilitätsgrenze (Regel 8):

$$k_0 \cdot Z_0(j\omega) + N_0(j\omega) = 0$$

$$k_0(j\omega + 2) + j\omega(j\omega + 4)(j\omega - 1) = 0 \rightarrow j\omega k_0 + 2k_0 + j\omega(-\omega^2 + 3j\omega - 4) = 0$$

$$2k_0 - 3\omega^2 + j\omega(k_0 - 4 - \omega^2) = 0$$

Aus der Bedingung $\text{Re}=0$ folgt: $2k_0 - 3\omega^2 = 0 \Rightarrow k_0 = 1,5\omega^2$

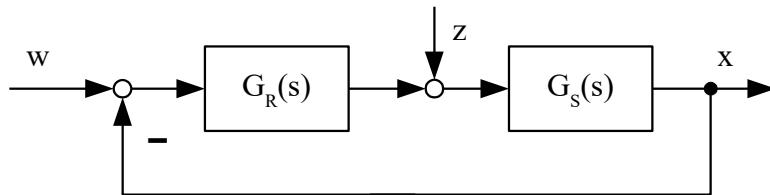
Einsetzen in die Bedingung $\text{Im}=0$ ergibt: $\omega(k_0 - 4 - \omega^2) = \omega(1,5\omega^2 - 4 - \omega^2) = \omega(0,5\omega^2 - 4) = 0$

$$1.) \omega = 0 \Rightarrow k_{0,krit} = 0$$

$$2.) 0,5\omega^2 - 4 = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{8} \Rightarrow k_{0,krit} = 12$$

Die Regelung ist stabil für $k_0 > 12$.

Beispiel: Wurzelortskurve



Regler: $G_R(s) = k_0$ Strecke: $G_S(s) = \frac{s^2 - 2s + 2}{s^2 + 2s + 2}$ (Allpass 2. Ordnung)

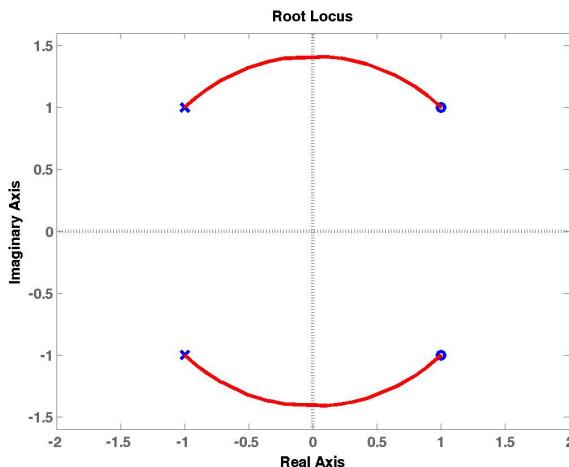
Offener Regelkreis: $G_O(s) = k_0 \cdot \frac{s^2 - 2s + 2}{s^2 + 2s + 2} = k_0 \cdot \frac{(s-1+j)(s-1-j)}{(s+1+j)(s+1-j)}$

Austrittswinkel aus den konjugiert komplexen Polstellen (Regel 9):

Polstellen $s_P = -1 \pm j$: $\varphi_{P1} = \pi + \frac{3}{4}\pi - \frac{\pi}{2} + \pi = \frac{\pi}{4}$, $\varphi_{P2} = -\frac{\pi}{4}$

Eintrittswinkel in die konjugiert komplexen Nullstellen (Regel 9):

Nullstellen $s_N = 1 \pm j$: $\varphi_{N1} = 0 + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} + \pi = \frac{3}{4}\pi$, $\varphi_{N2} = -\frac{3}{4}\pi$



Berechnung der Stabilitätsgrenze (Regel 8):

$$k_0 \cdot Z_0(j\omega) + N_0(j\omega) = 0$$

$$k_0 \cdot ((j\omega)^2 - 2j\omega + 2) + (j\omega)^2 + 2j\omega + 2 = 0 \Rightarrow (2 - \omega^2)(1 + k_0) + 2j\omega(1 - k_0) = 0$$

aus $\text{Im}=0$ folgt:

1.) $\omega = 0$ mit $\text{Re}=0 \rightarrow k_{0,krit} = -1$

2.) $k_{0,krit} = 1$ mit $\text{Re}=0 \rightarrow \omega_{krit} = \sqrt{2}$

Die Regelung ist stabil für $0 < k_0 < 1$; instabil für $k_0 > 1$.

In MATLAB können mit der Funktion `polG=rlocus(G1)` Wurzelortskurven ermittelt und ausgewertet werden.

Die Polstellen des geschlossenen Regelkreises werden berechnet und in der Ausgangsvariablen `polG` gespeichert. Ohne Angabe der Ausgangsvariablen in `rlocus(G1, G2 ...)` werden die Wurzelortskurven direkt auf dem Bildschirm ausgegeben.

Physikalische Analogie für die Wurzelortskurve:

Ersetzt man beim offenen Regelkreis alle Polstellen durch negative Ladungen, alle Nullstellen durch gleich große positive Ladungen,

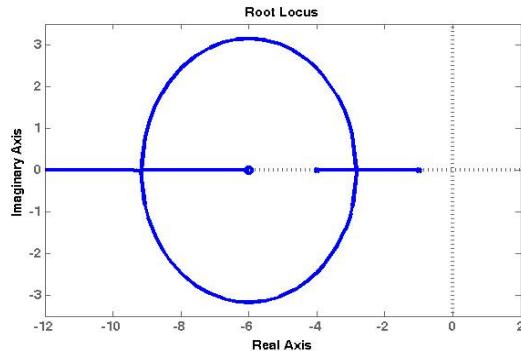
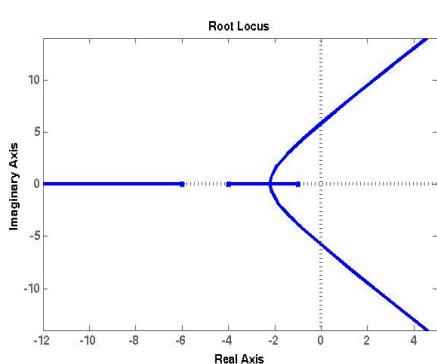
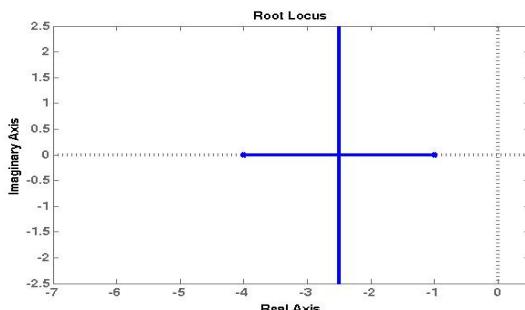
und bringt dann auf einen bereits bekannten Punkt der Wurzelortskurve ein masseloses negativ geladenes Teilchen, so lässt sich nun die Bewegung dieses Teilchens anschaulich verfolgen:

Die Bahnkurve, die das Teilchen aufgrund der Wechselwirkung zwischen Abstoßung von den Polstellen und Anziehung durch die Nullstellen beschreibt, liegt gerade auf der Wurzelortskurve.

Zur Wurzelortskurve hinzukommende

- Polstellen haben „abstoßende“ Wirkung,
- Nullstellen haben „anziehende“ Wirkung

Beispiel:



Potential-Analogie: Die WOK verläuft beim Austritt aus der reellen Achse konkav zu benachbarten Nullstellen von $G_0(s)$ bzw. konvex zu benachbarten Polstellen.

Übungsaufgabe: Wurzelortskurve

$$G_0(s) = K_R \cdot \frac{60}{(s+9)(s^2 + 6s + 10)} = k_0 \cdot \frac{1}{(s+9)(s+3+j)(s+3-j)}$$

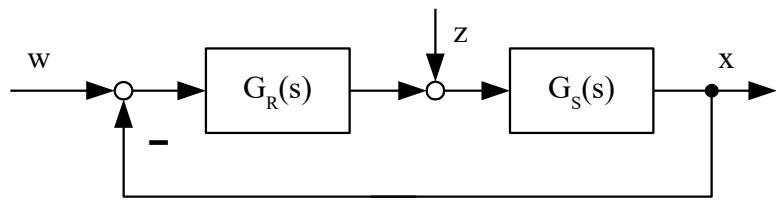
Übungsaufgabe: Wurzelortskurve

$$G_0(s) = k_0 \cdot \frac{s-1}{s^3 + 3s^2 + s + 3} = k_0 \cdot \frac{s-1}{(s+3)(s+j)(s-j)}$$

Übungsaufgabe: Wurzelortskurve

$$G_0(s) = k_0 \cdot \frac{(s+4)}{s(s+8)(s+3+j)(s+3-j)}$$

Übungsaufgabe: Wurzelortskurve



$$\text{PI-Regler: } G_R(s) = K_R \cdot \left(1 + \frac{5}{s}\right)$$

$$\text{PT}_1\text{-Strecke: } G_S(s) = \frac{2}{0,5 s + 1}$$

Die Wurzelortskurve vermittelt in anschaulicher Weise tiefere Einsichten über das dynamische Verhalten von Regelkreisen.

Im Folgenden werden nur einige spezielle Fälle betrachtet:

- Instabile Systeme:

Da die WOK in den Polstellen des offenen Regelkreises startet, sind geschlossene Regelkreise mit instabiler Strecke (oder Regler) bei kleinen Verstärkungen auch instabil. Daher ist eine gewisse Mindestverstärkung $k_0 > k_{0,krit}$ notwendig, um den Regelkreis zu stabilisieren.

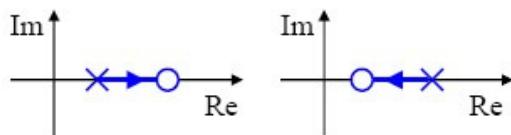
- Nicht phasenminimale Systeme:

Da die WOK in den Nullstellen des offenen Regelkreises endet, werden geschlossene Regelkreise mit nicht phasenminimaler Strecke (oder Regler) bei großen Verstärkungen instabil.

Daher darf eine gewisse Maximalverstärkung $k_0 < k_{0,krit}$ nicht überschritten werden, um den Regelkreis stabil zu halten.

- Kürzen von Pol- und Nullstellen:

Das Kürzen von instabilen Pol- und Nullstellen ist nicht erlaubt!



Die WOK zeigt, dass der gesamte geschlossene Regelkreis instabil sein wird, wenn die Nullstelle die Polstelle nicht exakt trifft (was in der Praxis immer der Fall sein wird). Ein Ast der WOK verläuft dann komplett in der rechten s-Halbebene (egal ob die Nullstelle leicht rechts oder links von der Polstelle liegt).

Bei einer Kürzung von stabilen Pol/Nullstellen liegt dieser kurze Ast der WOK in der linken s-Halbebene und beeinflusst den sonstigen Verlauf der WOK nur minimal (je näher sich die Polstelle und die Nullstelle sind, desto geringer ist die Beeinflussung).

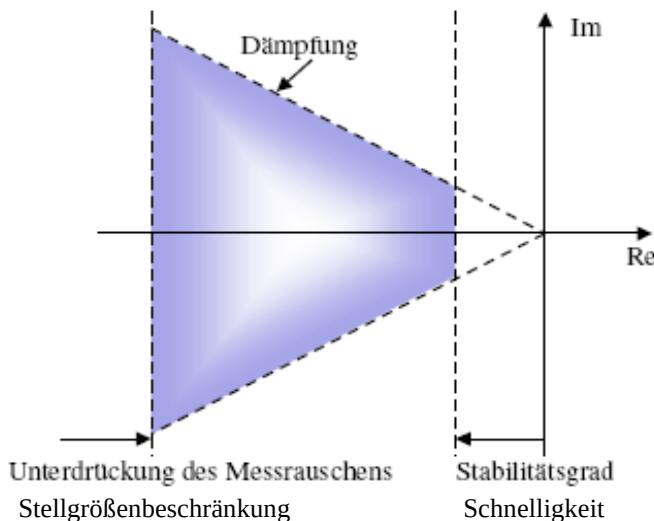
5.3 Reglerentwurf mit der Wurzelortskurve

Beispiel: Reglerentwurf zur Stabilisierung eines invertierten Pendels

5.4 Reglerentwurf durch Vorgabe der Wunschlage der Polstellen des geschlossenen Regelkreises

Für die Dynamik des Regelkreises sind die Polstellen erheblich wichtiger als die Nullstellen; für das Stabilitätsverhalten sind die Polstellen sogar allein entscheidend.

Geeignetes Gebiet für eine Polvorgabe:



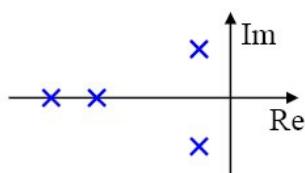
Qualitative Überlegungen:

- Alle Polstellen müssen stabil sein, also einen negativen Realteil aufweisen.
- Mindestabstand zur Imaginärachse entsprechend der Mindestschnelligkeit der Eigenbewegungen; Polstellen, die sehr nahe an der imaginären Achse liegen, führen auf (zu) langsames Verhalten.
- Polstellen, die sehr weit entfernt von der imaginären Achse liegen, führen auf (zu) aggressives Stellverhalten und eine (zu) geringe Robustheit gegenüber Modellfehlern.
- Konjugiert komplexe Polpaare müssen eine Mindestdämpfung aufweisen.
- Polstellen so wenig wie möglich vom ursprünglichen (ungeregelten) Platz verschieben, um das Stellsignal nicht zu groß werden zu lassen (Stellsignalbegrenzungen!).

Ausschlaggebend für das Zeitverhalten der Regelung sind die näher an der imaginären Achse liegenden Polstellen, die so genannten dominanten Polstellen (große Zeitkonstanten).

Oft lässt sich der geschlossene Regelkreis durch ein schwingungsfähiges System 2. Ordnung beschreiben. Auch viele Systeme höherer Ordnung können durch ein PT_2 -System approximiert werden, wenn das konjugiert komplexe Polpaar in $G_w(s)$ dominant ist, d.h. weit rechts im Vergleich zu den restlichen Polstellen des geschlossenen Regelkreises liegt (also sehr langsam ist).

Beispiel:



6 Weitere Regelungsverfahren

6.1 Kompensationsregler

Ausgehend vom bekannten Modell der Strecke $G_S(s)$ und dem Wunschverhalten des Regelkreises $G_W(s)$ ist ein Kompensationsregler direkt berechenbar.

$$G_W(s) = \frac{G_R(s) \cdot G_S(s)}{1 + G_R(s) \cdot G_S(s)}$$

$$G_W(s) \cdot (1 + G_R(s) \cdot G_S(s)) = G_R(s) \cdot G_S(s)$$

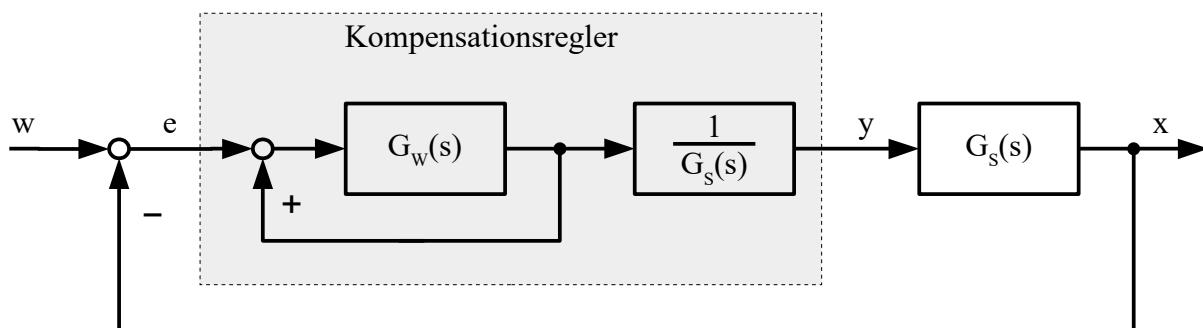
$$G_R(s) \cdot G_S(s) - G_R(s) \cdot G_S(s) \cdot G_W(s) = G_W(s)$$

$$G_R(s) = \frac{G_W(s)}{G_S(s) - G_S(s) \cdot G_W(s)}$$

$$G_R(s) = \frac{1}{G_S(s)} \cdot \frac{G_W(s)}{1 - G_W(s)}$$

Der Regler enthält das inverse Modell der Strecke, das alle Pol- und Nullstellen der Strecke kompensiert, d.h. es erfolgt eine vollständige Kompensation der Regelstrecke!

Wirkungsplan des Regelkreises mit einem Kompensationsregler:



Der Kompensationsregler stellt theoretisch jedes gewünschte Regelkreisverhalten $G_W(s)$ her.

Die Voraussetzung für die Realisierbarkeit des Kompensationsreglers ist, dass der Polüberschuss des geforderten Wunschverhaltens $G_W(s)$ mindestens so groß wie der Polüberschuss der Strecke sein muss, damit der Regler aufgrund der eingeschlossenen Invertierung der Strecke noch ein kausales System ist.

Das Modell $G_W(s)$ wird sinnvollerweise für stationär genaues Führungsverhalten ausgelegt, d.h. $G_W(0) = 1$. Bei einer Regelstrecke mit P-Verhalten ergibt sich aus der Rechnung dann automatisch ein integrierender Regler.

Eine praktische Beschränkung bei der Wahl des Wunschverhaltens $G_W(s)$ ergibt sich durch stets vorhandene Stellgrößenbeschränkungen, die die Schnelligkeit von $G_W(s)$ limitieren.

Die Berechnung des Kompensationsreglers ist sehr einfach, aber der resultierende Regler kann in Abhängigkeit von der Regelstrecke eine sehr hohe Ordnung aufweisen und erfordert einen erhöhten programmtechnischen Aufwand bei der Realisierung.

Der Kompensationsregler ist wenig robust, da er von der exakten Kenntnis der Streckenparameter abhängt und entsprechend empfindlich gegenüber Parameterfehlern bzw. -schwankungen der Regelstrecke ist.

Damit das Verfahren anwendbar ist, müssen folgende Bedingungen an die Regelstrecke erfüllt sein:

- Die Regelstrecke muss stabil sein. Bei diesem einfachen Verfahren würden instabile Polstellen durch Allpass-Nullstellen mit positivem Realteil gekürzt. In der Praxis wird man aber die Polstellen nie exakt treffen, das Gesamtsystem bleibt folglich instabil.
- Die Regelstrecke muss aus dem gleichen Grunde minimalphasig sein, sonst würde eine Allpass-Nullstelle der Strecke wiederum durch eine instabile Polstelle des Reglers kompensiert, was ebenfalls bei Anregungen ein unbeschränktes Wachsen der Stellgröße zur Folge hat.

Trotz der genannten Einschränkungen ist die Kompensation eine nützliche Entwurfsmethode für die Praxis:

Es reicht oft aus, die dominanten (langsam) Zeitkonstanten der Strecke zu kompensieren.

Kompensation von Streckenpolstellen,

$$\text{z.B. } G_S(s) = K_S \cdot \frac{(1+T_{Z1}s) \dots}{(1+T_1s)(1+T_2s)\dots} \quad \text{mit } T_1 > T_2 > \dots$$

durch Reglernullstellen,

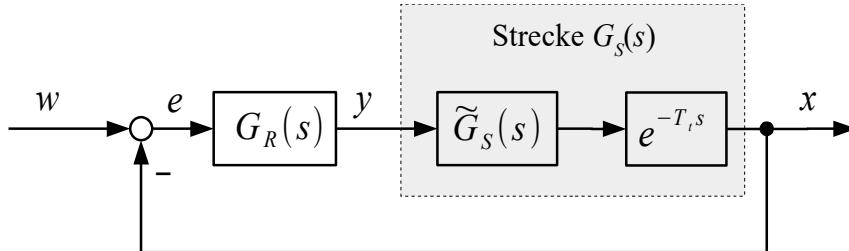
$$\text{z.B. PI-Regler } G_R(s) = K_P \cdot \frac{1+T_Ns}{T_Ns}$$

- Größte Streckenzeitzkonstante kompensieren: $T_N = T_1$
- Falls $T_2, T_3 \dots$ annähernd so groß sind wie T_1 , kann es besser sein, mit der Reglenzeitzkonstante die Summenzeitkonstante T_Σ der Strecke zu kompensieren:

$$T_N = T_\Sigma = \sum_i T_i$$

6.2 Smith-Prädiktor

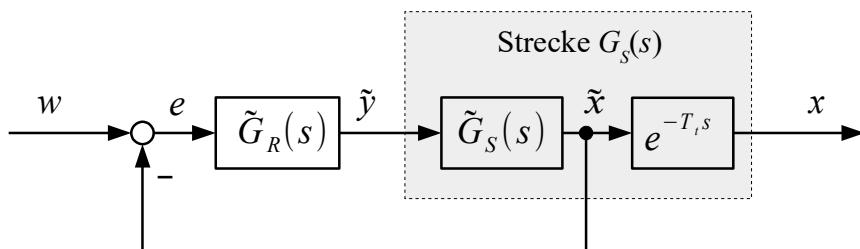
Die Regelung von Strecken mit Totzeit ist schwierig. Totzeit führen zur Phasenabsenkung im Frequenzgang des offenen Regelkreises und damit zur Destabilisierung der Regelung.



Außerdem lassen sich viele Reglerentwurfsverfahren nicht bei Strecken mit Totzeit anwenden, z.B. Hurwitz-Verfahren, Wurzelortskurvenverfahren oder Kompensationsregler. Dieses Problem lässt sich aber mit einem Smith-Prädiktor lösen.

Die Grundidee des Smith-Prädiktors besteht darin, den Regler nur für den Streckenanteil ohne Totzeit entwerfen, so dass ein Regler $\tilde{G}_R(s)$ für die totzeitfreie Strecke $\tilde{G}_S(s)$ mit einem Standardverfahren ausgelegt werden kann.

Dazu geht man von der folgenden Regelkreisstruktur aus, bei der sich die Totzeit nicht mehr im geschlossenen Regelkreis befindet, sondern dem geschlossenen Regelkreis nachgeschaltet ist:



Wenn die beiden oben dargestellten Regelkreise äquivalent sein sollen, kann durch Gleichsetzen des Führungsverhaltens

$$G_W(s) = \frac{G_R(s)\tilde{G}_S(s)e^{-T_i s}}{1+G_R(s)\tilde{G}_S(s)e^{-T_i s}} = \frac{\tilde{G}_R(s)\tilde{G}_S(s)}{1+\tilde{G}_R(s)\tilde{G}_S(s)}e^{-T_i s}$$

der entsprechende Smith-Prädiktor-Regler $G_R(s)$ berechnet werden:

$$\frac{G_R(s)}{1+G_R(s)\tilde{G}_S(s)e^{-T_i s}} = \frac{\tilde{G}_R(s)}{1+\tilde{G}_R(s)\tilde{G}_S(s)}$$

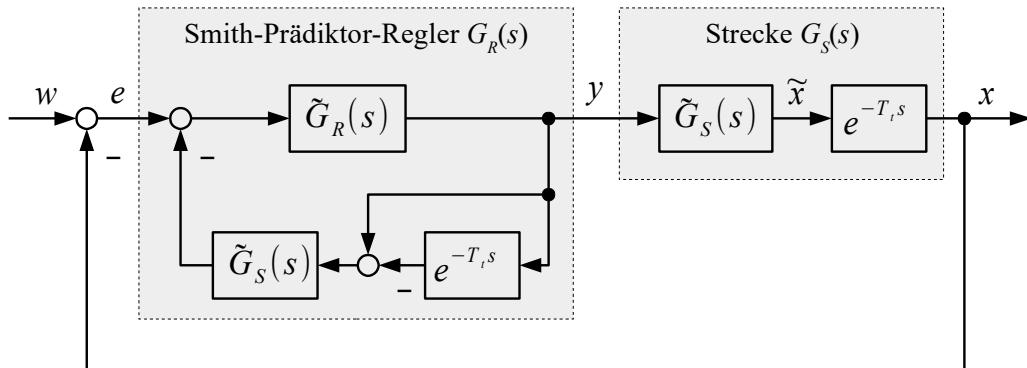
$$G_R(s)(1+\tilde{G}_R(s)\tilde{G}_S(s)) = \tilde{G}_R(s)(1+G_R(s)\tilde{G}_S(s)e^{-T_i s})$$

$$G_R(s)(1+\tilde{G}_R(s)\tilde{G}_S(s)) = \tilde{G}_R(s) + \tilde{G}_R(s)G_R(s)\tilde{G}_S(s)e^{-T_i s}$$

$$G_R(s)(1+\tilde{G}_R(s)\tilde{G}_S(s) - \tilde{G}_R(s)\tilde{G}_S(s)e^{-T_i s}) = \tilde{G}_R(s)$$

$$G_R(s) = \frac{\tilde{G}_R(s)}{1+\tilde{G}_R(s)\tilde{G}_S(s)(1-e^{-T_i s})}$$

Wirkungsplan des Regelkreises mit Smith-Prädiktor:



Vorgehensweise beim Entwurf des Smith-Prädiktors:

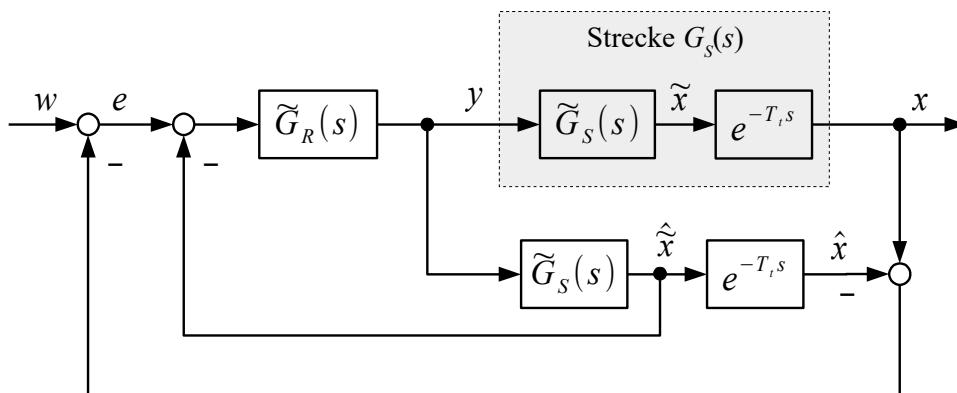
1. Regler $\tilde{G}_R(s)$ für die Strecke $\tilde{G}_S(s)$ ohne Totzeit mit geeignetem Standardverfahren entwerfen.
2. Regler $G_R(s)$ für den Standardregelkreis mit der totzeitbehafteten Strecke $G_S(s)$ nach der Formel für den Smith-Prädiktor-Regler berechnen:

$$G_R(s) = \frac{\tilde{G}_R(s)}{1 + \tilde{G}_R(s)\tilde{G}_S(s)(1 - e^{-T_t s})}$$

Damit erhält man als Führungsverhalten des totzeitbehafteten Regelkreises das um die Totzeit T_t verschobene Führungsverhalten des totzeitfreien Regelkreises.

Beim Smith-Prädiktor handelt es sich um einen modellbasierten Regler. Innerhalb der Regelung wird ein Modell der Strecke verwendet, um die Wirkung der Stellgröße y auf das Verhalten der Regelstrecke vorherzusagen, wie man an dem folgenden umgeformten Blockschaltbilds gut erkennen kann. Dies erklärt auch die Bezeichnung „Prädiktor“.

Der Regler $\tilde{G}_R(s)$ verarbeitet die Differenz $x - \hat{x}$ der Ausgangsgrößen der Regelstrecke und des Modells und die Ausgangsgröße des totzeitfreien Streckenteils.



Der Vorteil des Smith-Prädiktors gegenüber einem Standardregler zeigt sich besonders, wenn die Totzeit groß gegenüber der Einschwingzeit des Streckenteils ohne Totzeit ist.

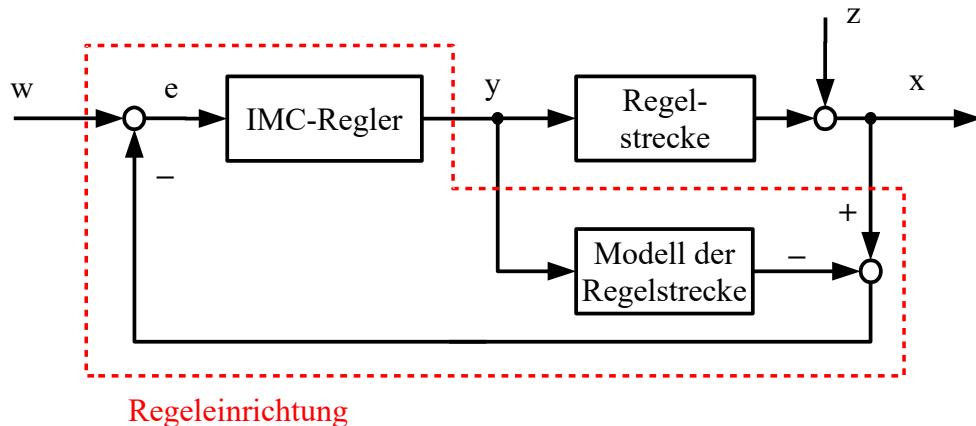
Der Nachteil des Smith-Prädiktors ist, dass ein genaues mathematisches Streckenmodell erforderlich ist und dass der Regler bei großen Totzeiten wenig robust ist. Je größer die Totzeit ist, umso empfindlicher ist der Regler gegenüber Parameterungenaugkeiten.

6.3 Internal Model Control (IMC)

Je genauer das Wissen über den zu regelnden Prozess ist, desto effizienter kann die Regelung sein.

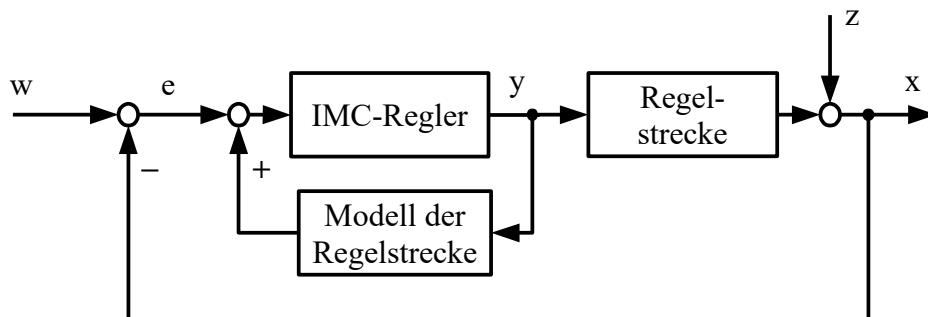
Viele Entwurfsverfahren erfordern das dynamische Modell der Regelstrecke. Die im Modell enthaltenen Informationen über das Verhalten der Regelstrecke gehen in entscheidender Weise in die Wahl der Reglerparameter ein. Das Reglergesetz selbst beinhaltet jedoch das Modell nicht.

Die Idee bei der modellbasierten Regelung ist, das mathematische Modell der Regelstrecke als Bestandteil des Reglers zu verwenden. Deshalb wird dieses Verfahren auch als Internal Model Control (IMC) bezeichnet.



Parallel zur Strecke wird ein Modell der Strecke geschaltet. Statt der Regelgröße wird die Abweichung zwischen Streckenausgang und Modellausgang rückgekoppelt. Im Idealfall, d.h. ohne Störungen ($z=0$) und mit fehlerfreiem Modell, ist die Rückkopplung inaktiv und der Regelkreis wird zu einer Steuerung.

Der IMC-Regler lässt sich in die Standardregelkreisform bringen, wie das folgende äquivalente Blockschaltbild zeigt:



Damit ergibt sich für die Regeleinrichtung:

$$G_R(s) = \frac{G_{IMC}(s)}{1 - G_{IMC} \cdot G_M(s)}$$

Der IMC-Regler $G_{IMC}(s)$ besteht aus einem Korrekturglied $K(s)$ und einem Filter $F(s)$:

$$G_{IMC}(s) = K(s) \cdot F(s)$$

Führungsverhalten:

$$G_W(s) = \frac{G_S(s)K(s)F(s)}{1 + K(s)F(s)[G_S(s) - G_M(s)]}$$

wobei $G_S(s)$ die Übertragungsfunktion der Regelstrecke ist und $G_M(s)$ das Streckenmodell.

Für eine ideale Regelung gilt: $x(t) = w(t)$.

Damit folgt für das ideale Führungsverhalten:

$$G_W(s) = 1$$

Dies lässt sich offensichtlich durch die ideale Wahl des IMC-Reglers erzeugen:

$G_M(s) = G_S(s)$ d.h. das reglerinterne Modell ist fehlerfrei, also identisch mit der Streckenübertragungsfunktion

$K(s) = G_S^{-1}(s)$ Korrekturglied ist das inverse Streckenmodell

$F(s) = 1$ Filter entfällt

Der ideale IMC-Regler ist vollständig durch die Regelstrecke gegeben, d.h. es müssen keine Reglerparameter bestimmt werden.

Problem: Ein idealer IMC-Regler ist praktisch nicht realisierbar!

Das interne Modell kann nicht exakt gleich der realen Strecke gewählt werden. Im Allgemeinen wird eine Abweichung bestehen:

$$\Delta G(s) = G_S(s) - G_M(s)$$

Das Korrekturglied $K(s)$ realisiert bestenfalls das fehlerbehaftete inverse interne Streckenmodell.

Die Inversion des Modells kann problematisch oder unmöglich sein, z.B. wenn die Strecke einen Nennergradüberschuss hat. Das Filter $F(s)$ sorgt für Realisierbarkeit und verleiht dem Regelkreis das gewünschte dynamische Verhalten, z.B.:

$$F(s) = \frac{1}{(1 + T_f \cdot s)^n}$$

Die Ordnung n wird so gewählt, dass das Produkt $K(s) \cdot F(s)$ realisierbar ist, d.h. Zählergrad \leq Nennergrad. Damit ist die Filterzeitkonstante T_f der einzige freie Entwurfsparameter.

Bei der IMC-Regelung ist das Streckenmodell $G_M(s)$ ein Bestandteil des Reglers:

$$G_R(s) = \frac{K(s) \cdot F(s)}{1 - K(s) \cdot F(s) \cdot G_M(s)}$$

Daher kann der entstehende Regler eine sehr hohe dynamische Ordnung haben.

Häufig lassen sich die in der Praxis auftretenden Regelstrecken aber näherungsweise durch sehr einfache Modelle beschreiben. Es lässt sich zeigen, dass man bei sehr einfachen Modellen in der IMC-Regelung die bekannten Reglerstrukturen (z.B. PI-Regler) wiederfindet.

7 Vermaschte Regelung

Bisher wurden nur einschleifige Regelungen betrachtet. Diese haben jedoch einige Nachteile:

- Der Regler greift bei Beseitigung von Störungen erst dann ein, wenn eine Regeldifferenz bereits vorliegt. Dadurch können bei großen Zeitkonstanten Schwingungen oder Instabilität auftreten.
- Es kann nicht gleichzeitig optimales Führungs- und Störverhalten realisiert werden.

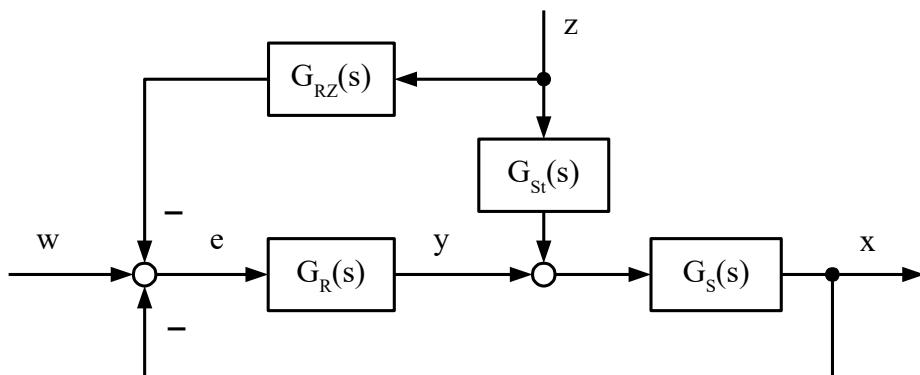
Eine Alternative bietet die vermaschte Regelung. Dabei wird die Struktur des Regelkreises so verändert, dass die Störungen stark reduziert und ohne große Zeitverzögerung auf den Reglereingang übertragen werden.

Die Voraussetzung ist, dass Störgrößen oder Hilfsregelgrößen messbar sind und über ein Stellglied beeinflusst werden können.

7.1 Störgrößenaufschaltung

Beim einschleifigen Regelkreis besteht das Problem, dass wegen der Verzögerung in der Strecke die Störgröße erst verspätet am Eingang des Reglers erscheint.

Abhilfe: Die messbare Störgröße wird über ein korrigierendes Übertragungsglied vor dem Regler (oder auch nach dem Regler) aufgeschaltet.



Die Störgrößenaufschaltung ist eine Vorsteuerung. Die Stabilität des Regelkreises wird nicht beeinflusst, da die charakteristische Gleichung $1+G_0(s)=0$ unverändert bleibt.

Ziel: Auslegung von $G_{RZ}(s)$, so dass die Störung kompensiert wird.

$$\text{Störverhalten: } G_Z(s) = \frac{[G_{St}(s) - G_{RZ}(s) \cdot G_R(s)] \cdot G_S(s)}{1 + G_R(s) \cdot G_S(s)}$$

Bedingung für eine vollständige Kompensation der Störung z:

$$G_Z(s) = 0$$

$$[G_{St}(s) - G_{RZ}(s) \cdot G_R(s)] \cdot G_S(s) = 0$$

$$G_{RZ}(s) = \frac{G_{St}(s)}{G_R(s)}$$

In der Praxis ist selten eine vollständige Kompensation der Störgröße erreichbar, da die genaue Nachbildung von $G_{RZ}(s)$ zu aufwändig und meist nicht möglich ist (Realisierbarkeit!).

Merkmale einer Regelung mit Störgrößenaufschaltung:

- Die Hauptstörung wird früher erkannt und die Regelgeschwindigkeit stark verbessert.
Besonders geeignet, wenn die Störgröße im Anfangsstück der Strecke angreift, da es beim Verzögerungsverhalten der realen Strecke dann lange dauert, bis der Regler die Störgrößenänderung „bemerkt“ und reagiert.
- Für die Genauigkeit sorgt weiterhin der Regelkreis; insbesondere werden damit weitere Störungen auskorrigiert.
Daher kann die Störgrößenaufschaltung die Regelung auch nicht ersetzen!
- Das Führungsverhalten wird durch die Störgrößenaufschaltung nicht beeinflusst.
- Die Störgrößenaufschaltung stellt eine Steuerung dar. Daher wird die Stabilität der Regelung nicht beeinträchtigt.
- Die Störgröße muss mit erträglichem Aufwand messtechnisch erfassbar sein und die Zeitverzögerung zwischen Störort und Aufschaltort soll gering sein!

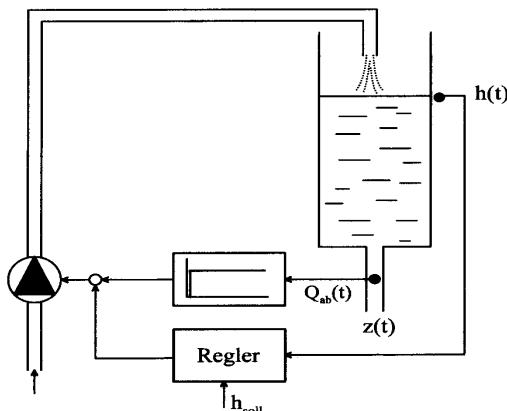
Beispiel: Niveauregelung mit Störgrößenaufschaltung

Bei größeren Abflusslängen, z.B. wenn das Reservoir auf einem Hügel platziert ist und die Frischwasserzufuhr zum Versorgungsgebiet (Verbraucher) einige 100 Meter beträgt, vergeht einige Zeit, bis sich eine Entnahme in der Wasserhöhe $h(t)$ ausdrückt.

Der Regler bemerkt die Wasserentnahme zu spät.

Beobachtet man aber den Wasseraustritt $Q_{ab}(t)$ direkt im Versorgungsgebiet, kann die Pumpe sofort aktiviert werden.

Es fließt unmittelbar so viel Frischwasser in das Becken nach wie in etwa entnommen wird.
Der Regler hat nur noch für den exakten Ausgleich auf das Sollniveau zu sorgen.



Beispiel: Störgrößenaufschaltung

Regelstrecke:

$$G_S(s) = \frac{1,5}{4s^2 + 4s + 1}$$

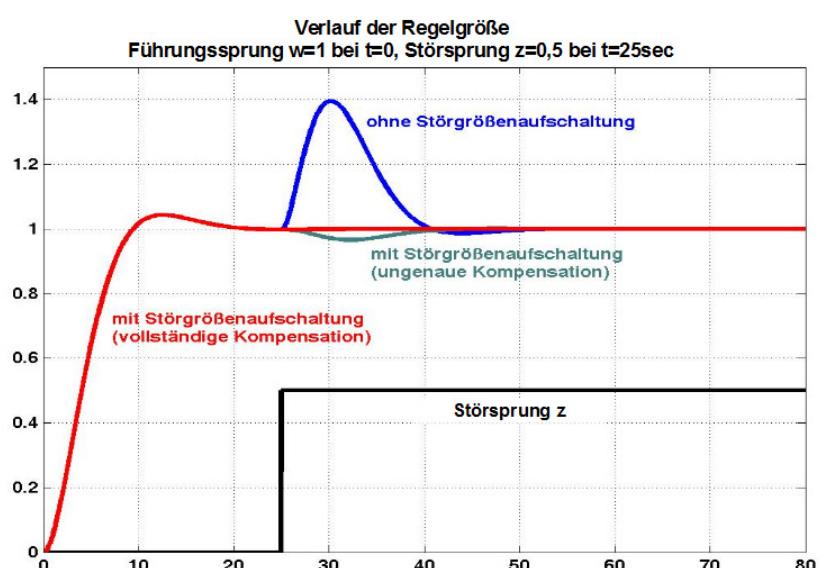
PI-Regler:

$$G_R(s) = \frac{2s + 1}{6s}$$

Störgrößenaufschaltung:

$$G_{RZ}(s) = \frac{1}{G_R(s)} = \frac{6s}{2s + 1}$$

(für $G_{St}(s) = 1$)



Nachgebende Störgrößenaufschaltung:

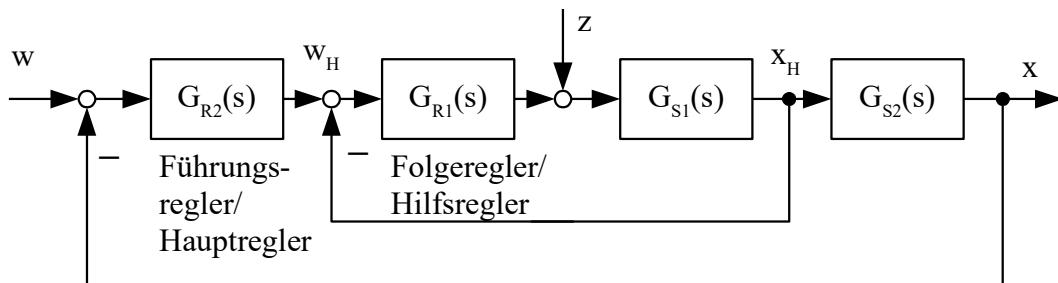
Die Aufschaltung der Störgröße erfolgt über ein differenzierendes Glied. Bei sprunghafter Aufschaltung der Störgröße wird das Störsignal zunächst zwar proportional übertragen, klingt dann aber nach einer e-Funktion ab. Bei erheblichen Nichtlinearitäten können starke, starre Aufschaltungen zu einer Verschiebung des Arbeitspunkts führen. Ein solcher falscher Dauereingriff wird durch eine nachgebende Störgrößenaufschaltung vermieden.

Weitere Vorteile:

- Nur die Störungen, die mit großer Änderungsgeschwindigkeit auftreten, verursachen eine große Vorsteuerung.
- Je langsamer die Störung einwirkt, desto kleiner ist die Vorsteuerung. Langsam verlaufende Störungen kann jedoch der Regler selbst ausregeln.

7.2 Kaskadenregelung

Die Voraussetzung für eine Kaskadenregelung ist, dass sich die Strecke in Teilstrecken unterteilen lässt und eine Hilfsregelgröße messbar ist.

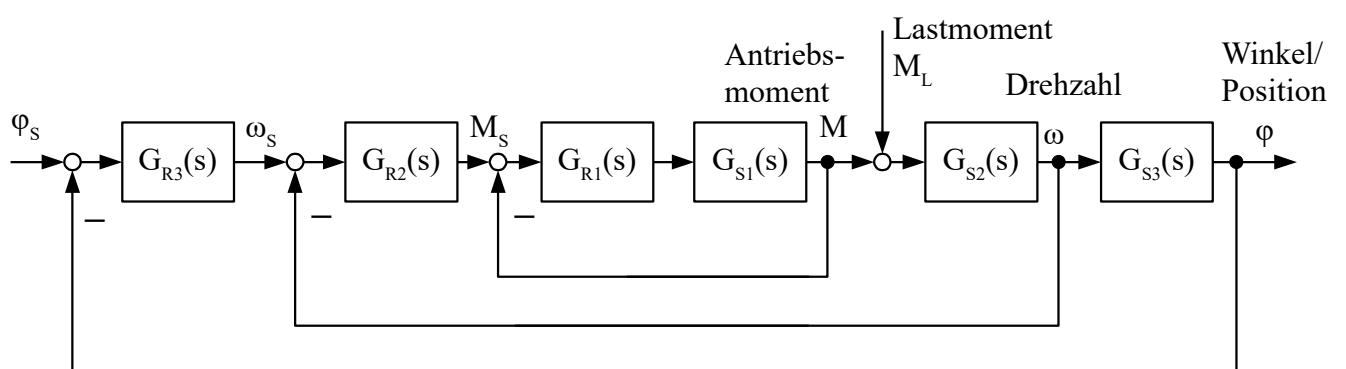


Für die Funktionsfähigkeit der Kaskadenregelung ist es außerdem erforderlich, dass der unterlagerte Regelkreis schneller reagiert als der überlagerte Regelkreis.

Kaskadenregelungen werden eingesetzt z.B. in der Verfahrenstechnik, bei Heizungsanlagen oder in der Antriebsregelung. Das dynamische Verhalten von elektrischen Antrieben kann durch unterlagerte Strom- und Momentenregelungen verbessert werden. Damit wird bei Änderungen der Führungs- oder Störgröße ein schnellerer Anstieg des Motormoments erreicht.

Beispiel: Lageregelung von Arbeitsmaschinen und Industrierobotern

Hier werden zusätzlich zur Position auch die Drehzahl und das Antriebsmoment zurückgeführt. Damit ergibt sich eine 3-stufige Kaskade: Strom/Drehmomentregelung im innersten Regelkreis, Drehzahlregelung im mittleren Regelkreis, Lage-/Positionsregelung im äußeren Regelkreis.



Vorteile der Kaskadenstruktur:

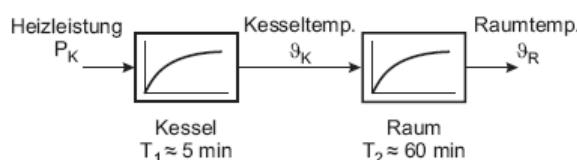
- Störungen werden in den unterlagerten Regelkreisen weitgehend ausgeregelt, bevor sie sich in den überlagerten Regelkreisen zu sehr auswirken können. Ohne innere Rückführung muss die Störung erst die (möglicherweise großen) Zeitkonstanten im äußeren Streckenteil passieren, ehe sie vom Regler bemerkt wird.
- Streckenzwischengrößen (Regelgrößen der unterlagerten Kreise) können begrenzt werden.
- Nichtlinearitäten im unterlagerten Regelkreis werden in ihrer Auswirkung stark reduziert.
- Die Reglersynthese erfolgt beginnend mit dem inneren Regelkreis, d.h. zuerst wird der innere Regelkreis eingestellt, dann der äußere Regelkreis.

Nachteil:

- Höherer Aufwand, da mehrere Regler eingesetzt werden und die messtechnische Erfassung weiterer Größen notwendig ist.

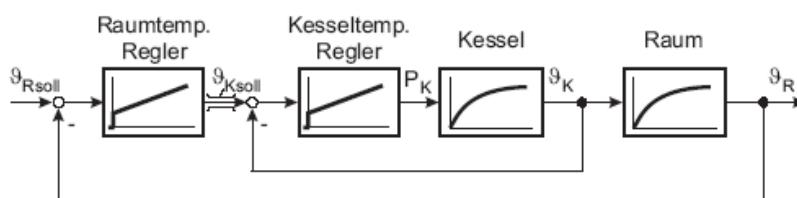
Beispiel: Heizungsanlage

Streckenmodell:



Die Kesseltemperatur soll mit einem Sensor überwacht und bei gefährlichen Werten soll die Heizleistung reduziert werden. Es wird ein zusätzlicher Regler zur Regelung der Kesseltemperatur verwendet. Durch eine geeignet eingestellte Begrenzung des Sollwertes für die Kesseltemperatur wird eine Kesselüberhitzung vermieden.

Kaskadenregelung der Heizungsanlage:



Entwurf einer Kaskadenregelung:

1) Entwurf des inneren Reglers:

Ziel des Entwurfs des inneren Kreises ist es, dort einwirkende Störungen soweit auszuregeln, dass sie keinen wesentlichen Einfluss auf den äußeren Kreis haben. Anforderungen an den inneren Regelkreis können andere sein als beim gesamten Regelkreis, z.B. stationäre Genauigkeit ist nicht immer notwendig.

2) Zusammenfassung des inneren Kreises zu einem Block:

Dieser Block bildet zusammen mit dem äußeren Streckenteil die Regelstrecke für den äußeren Regler. Bei der Wahl des äußeren Reglers liegt dann wieder ein einschleifiger Regelkreis vor.

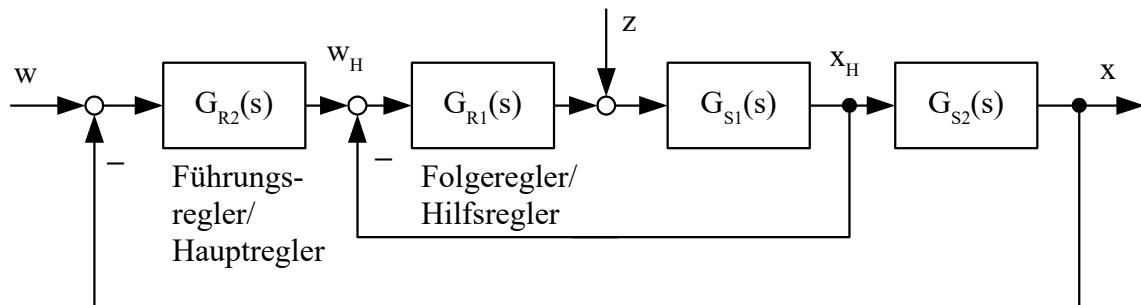
3) Entwurf des äußeren Reglers:

Der äußere Kreis wird so entworfen, dass die Regelgröße x ein gutes Führungsverhalten bezüglich der Führungsgröße w besitzt.

Übungsaufgabe: Kaskadenregelung

Zur Regelung einer PT_2 -Strecke, die sich aus zwei PT_1 -Teilstrecken zusammensetzt, soll eine Kaskadenregelung entworfen werden.

Strecke: $G_S(s) = G_{S1}(s) \cdot G_{S2}(s) = \frac{1,8}{2s+1} \cdot \frac{0,5}{6s+1}$

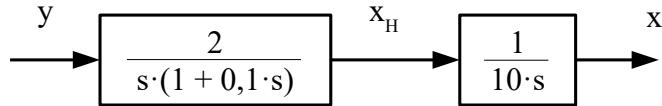


Anforderungen:

- Der Folgeregler soll so eingestellt werden, dass die Verzögerungszeitkonstante des inneren Regelkreises 5mal so klein wie die Zeitkonstante des inneren Streckenteils wird.
- Der Führungsregler soll so eingestellt werden, dass das Führungsverhalten des äußeren Regelkreises stationär genau ist und eine Dämpfung $D=1$ hat.

Übungsaufgabe: Kaskadenregelung

Die folgende Strecke soll mit einer Kaskadenregelung geregelt werden:



Im inneren und äußeren Regelkreis sollen jeweils P-Regler eingesetzt werden. Entwerfen Sie die Kaskadenregelung so, dass folgende Anforderungen erfüllt sind:

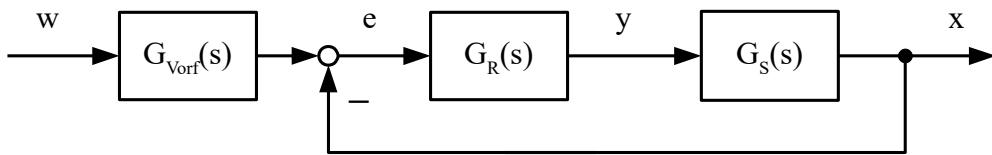
- Der Hilfsregelkreis soll eine Dämpfung von $D = \frac{1}{\sqrt{2}}$ haben.
- Der Hauptregelkreis soll eine Phasenreserve von 80° aufweisen.

7.3 Regelkreis mit Vorsteuerung

Durch den Einsatz einer Vorsteuerung kann das Führungsverhalten und das Störverhalten des Regelkreises unabhängig voneinander optimal ausgelegt werden:

- Standardregelkreis wird auf optimiertes Störverhalten ausgelegt.
- Das Führungsverhalten wird anschließend durch Hinzufügen einer Vorsteuerung verbessert.
- Das Störverhalten verändert sich nicht, nur das Führungsverhalten.
- Die Stabilitätseigenschaften des erweiterten Regelkreises ändern sich nicht.
- Durch eine statische Vorsteuerung wird die stationäre Regeldifferenz bei konstanten Führungsgrößen kompensiert.

7.3.1 Vorfilter



Führungsverhalten:

$$\tilde{G}_W(s) = G_{Vorf}(s) \cdot G_W(s)$$

$$\tilde{G}_W(s) = G_{Vorf}(s) \cdot \frac{G_S(s) \cdot G_R(s)}{1 + G_R(s) \cdot G_S(s)} = G_{Vorf}(s) \cdot \frac{G_S(s) \cdot G_R(s)}{1 + G_0(s)}$$

Vorfilter auf ideales Führungsverhalten $\tilde{G}_W(s) = 1$ auslegen:

$$G_{Vorf, ideal}(s) = \frac{1}{G_W(s)} = 1 + \frac{1}{G_R(s) \cdot G_S(s)}$$

Problem beim dynamischen Vorfilter:

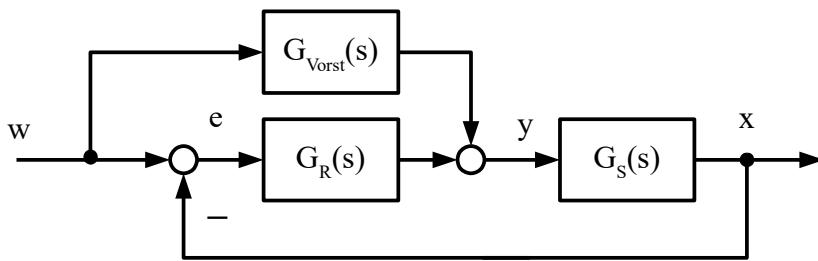
Eine ideale Vorsteuerung ist im Allgemeinen nicht realisierbar, da Zählergrad > Nennergrad ist.
D.h. die vollständige dynamische Kompensation nicht möglich.

Alternative:

Statisches Vorfilter zur Kompensation der stationären Regeldifferenz

$$G_{Vorf}(s) = \frac{1}{G_W(0)} = V$$

7.3.2 Führungsgrößenaufschaltung



Führungsverhalten:

$$G_W(s) = \frac{(G_{Vorst}(s) + G_R(s)) \cdot G_S(s)}{1 + G_R(s) \cdot G_S(s)} = \left[\frac{G_{Vorst}(s)}{G_R(s)} + 1 \right] \cdot \frac{G_0(s)}{1 + G_0(s)}$$

Vorsteuerung auf ideales Führungsverhalten $G_W(s) = 1$ auslegen:

$$G_{Vorst, ideal}(s) = \frac{1}{G_S(s)}$$

Problem:

Eine ideale Vorsteuerung ist im Allgemeinen nicht realisierbar, da Zählergrad > Nennergrad ist.
D.h. die vollständige dynamische Kompensation nicht möglich.

Alternative:

Statische Vorsteuerung zur Kompensation der stationären Regeldifferenz

→ Arbeitspunkttaufschaltung:

$$G_{Vorst}(s) = \frac{1}{G_S(0)} = \frac{1}{K_S}$$

Vergleich: Führungsgrößenaufschaltung und Vorfilter

Die Führungsgrößenaufschaltung hängt im Gegensatz zum Vorfilter nicht vom Regler ab. Dies hat den Vorteil, dass sie nicht geändert werden muss, wenn der Regler z.B. durch nachträgliches Optimieren verändert wird.

Das Vorfilter hat gegenüber der Führungsgrößenaufschaltung den Vorteil, dass es eine Pol-Nullstellenkompensation ermöglicht. Wenn die Führungsübertragungsfunktion $G_W(s)$ einer Regelung unerwünschte D-Anteile (Nullstellen) aufweist (vgl. Symmetrisches Optimum), kann dies zu evtl. starkem Überschwingen der Sprungantwort führen. Das Vorfilter kann dazu genutzt werden, die störenden Nullstellen in $G_W(s)$ wegzukürzen. Zunächst kann man sich also beim Entwurf des Reglers auf die Veränderung der Polstellen des geschlossenen Regelkreises konzentrieren. Die evtl. negativen Nebenwirkungen eines starken D-Anteils auf das Führungsverhalten werden danach mit dem Vorfilter kompensiert.

Um die Realisierbarkeit des Vorfilters zu gewährleisten, können entsprechend Verzögerungsglieder (parasitäre PT₁-Glieder) hinzugefügt werden.

Vorfilter G_{Vorf} und Führungsgrößenaufschaltung G_{Vorst} sind äquivalent und lassen sich ineinander umrechnen.

7.4 Weitere strukturelle Varianten des Regelkreises

Spezielle Regelungsstrukturen, die typischerweise in verfahrenstechnischen Anlagen auftreten, sind die Verhältnisregelung, die Split-Range-Regelung und die Auswahlregelung.

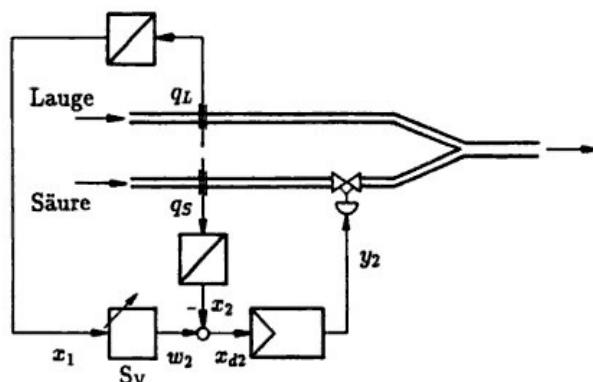
7.4.1 Verhältnisregelung

Die Verhältnisregelung ist eine Sonderform der Folgeregelung, bei der eine Prozessgröße in einem bestimmten, einstellbaren Verhältnis zu einer anderen Größe geregelt wird. Dies dient dazu, das vorgegebene Verhältnis zweier Größen konstant zu halten. Bei der Verhältnisregelung handelt sich um die Zusammenschaltung eines Regelkreises und einer Führungssteuerung: Als Führungsgröße im Regelkreis dient der gemessene Zustand einer anderen Prozessgröße. Die bei einer Verhältnisregelung auftretenden dynamischen Probleme unterscheiden sich kaum von denen eines einschleifigen Regelkreises.

Die Verhältnisregelung wird vor allem bei der Mischung zweier Mengenströme eingesetzt, die in einem bestimmten, einstellbaren Verhältnis zueinander stehen.

Beispiel 1: Mischungsregelung eines Säure-Lauge-Stroms

Die Säure wird in einem bestimmten Verhältnis zur Lauge dosiert. Die Führungsgröße w_2 für die Säure wird über einen Verhältniseinsteller S_v aus dem Durchfluss der Lauge gebildet: $w_2 = K \cdot x_1$

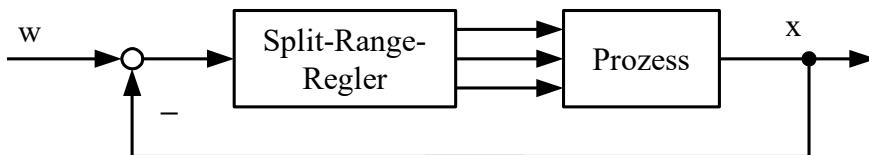


Beispiel 2: Brennofen - Feuerung mit konstantem Verhältnis von Brenngas zu Verbrennungsluft.

Während der Mengenstrom des Brenngases nach äußeren Gesichtspunkten geregelt wird, z.B. nach der momentan geforderten Heizleistung, stellt die Verhältnisregelung die dafür erforderliche Luftmenge zur Verfügung. Die Luftpengenregelung ist dann eine Folgeregelung, Führungsgröße ist die Stellgröße der Regelung des Brennstoffes.

7.4.2 Split-Range-Regelung

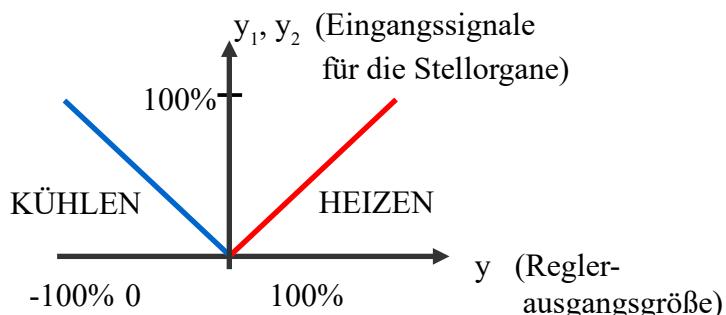
Bei einer Split-Range-Regelung verfügt die Regelstrecke über mehrere Stellglieder mit unterschiedlicher physikalischer Wirkung, die auf dieselbe Regelgröße wirken. Es handelt sich hierbei also um eine Mehrgrößenregelung.



Split-Range-Regelungen kommen z.B. zum Einsatz, wenn eine Regelgröße durch Heizen und Kühlen zu regeln ist oder durch zu- und ablaufende Produktströme oder durch unterschiedlich große Stellventile. Bei Regelkreisen, die über große Lastbereiche betrieben werden, ist es oft vorteilhaft, wenn der Stellbereich unterteilt (gesplittet) und mehreren Stellgeräten zugeordnet wird, z.B. ein Ventil für große und ein Ventil für kleine Durchflüsse.

Da bei der Split-Range-Regelung ein Regelkreis auf mehrere Stellglieder einwirkt, können sich erheblich schwerer zu bewältigende dynamische Probleme ergeben als bei einschleifigen Regelkreisen.

Beispiel: Temperaturregelung als Split-Range-Regelung mit einem bipolaren Stellbereich



Bei Ansteigen der Reglerausgangsgröße von -100% auf 0% wird zunächst die Kühlleistung von 100% auf 0% reduziert. Steigt die Reglerausgangsgröße weiter (von 0% auf 100%), erhöht sich die Heizleistung von 0% auf 100%.

Die Split-Range-Funktion besteht im Prinzip aus zwei Kennlinien für die beiden Aktoren (Stellorgane). Falls die beiden Stellglieder unterschiedlich stark wirken, d.h. unterschiedliche Verstärkungsfaktoren haben, sollte dies durch unterschiedliche Steigungen der beiden Kennlinien kompensiert werden, damit sich aus der Sicht des Reglers ein möglichst einheitliches Verhalten ergibt.

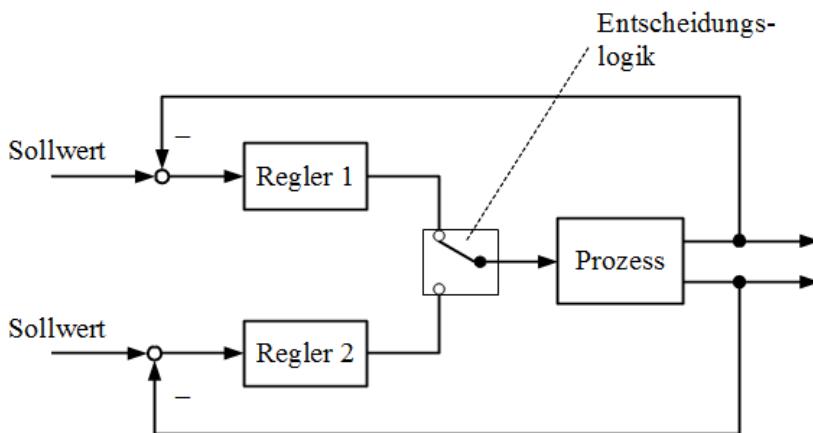
Die beiden Proportionalbereiche können auch so auseinander verschoben werden, dass eine tote Zone um den Sollwert entsteht. In diesem Fall wird in der Nähe des Sollwerts weder geheizt noch gekühlt, wodurch Energie gespart werden kann. Dafür kann nicht so schnell und genau geregelt werden wie bei direkt aneinander grenzenden oder gar überlappenden Proportionalbereichen.

Überlappen sich die beiden Proportionalbereiche im Bereich des Sollwerts, bedeutet dies, dass in der Nähe des Sollwerts gleichzeitig geheizt und gekühlt wird. Eine solche Regelung ist sehr schnell und exakt, da die Zuleitungen nicht zuerst aufgeheizt bzw. abgekühlt werden müssen. Sie verbraucht aber viel Energie, da sich Heiz- und Kühlwirkungen teilweise unnötig kompensieren.

7.4.3 Auswahlregelung oder Ablöseregelung

Auswahlregelungen werden bei Prozessen eingesetzt, bei denen sich aufgrund vom Betriebszustand völlig unterschiedliche Streckenverhalten und damit völlig andere Anforderungen an den Regler ergeben.

Bei einer Auswahlregelung bedienen zwei oder mehr Regler nur ein Stellglied. Je nach Betriebszustand werden unterschiedliche Reglertypen bzw. -strukturen ausgewählt oder zugeschaltet (Strukturvariable Regelung).



Eine Auswahlvorrichtung legt fest, welcher der beteiligten Regler die Kontrolle über das Stellgerät bekommt. Dies kann anhand verschiedener Kriterien erfolgen:

- Anhand der Stellsignale der beteiligten Regler:
Bei Maximal-Auswahl-Regelung erhält der Regler Vorrang, dessen Stellsignal den größten Wert hat; bei der Minimal-Auswahl-Regelung wird dem Regler Vorrang gegeben, dessen Stellsignal den kleinsten Wert hat.
- Anhand anderer messbarer Signale, z.B. einer der beiden Regelgrößen.

Entscheidend für Auswahl- oder Ablöseregelungen ist, dass zu jedem Zeitpunkt immer nur ein Regler die Kontrolle über das Stellgerät bekommt und im Eingriff auf die Strecke ist, während der andere Regler auf seinen Einsatz wartet.

Es muss vermieden werden, dass es zum Ablösezeitpunkt wegen möglicher Windup-Probleme des „Stand-by“-Reglers zu Sprüngen im Stellwert und damit zu unruhigem Regelungsverhalten kommt. Eine Möglichkeit ist die Umschaltung des „Stand-by“-Reglers in die Betriebsart Hand mit der Nachführung des Stellwertes entsprechend des im Eingriff befindlichen Reglers.

Bei einer Override-Regelung (Begrenzungsregelung) wird durch geeignetes Umschalten auf einen zusätzlichen Begrenzungsregler erreicht, dass eine zweite Prozessgröße innerhalb vorgegebener Grenzen bleibt und damit unerwünschte Betriebsbedingungen verhindert werden.

Die Anwendung der Override-Regelung erfolgt z.B., wenn zwei Prozessgrößen von derselben Stellgröße beeinflusst werden: Eine der Größen (Hauptregelgröße) soll geregelt werden und die andere Prozessgröße (Hilfsregelgröße) darf dabei einen Grenzwert nicht über- bzw. unterschreiten. Bevor der Grenzwert erreicht wird, erfolgt ein Umschalten auf die Regelung der anderen Regelgröße, also die Begrenzungsregelung.

Anwendungsbeispiel:

Primäre Prozessgröße: Durchflussregelung; Sekundäre Prozessgröße: Druckbegrenzung (Sicherheit)

8 Nichtlineare Regelungen

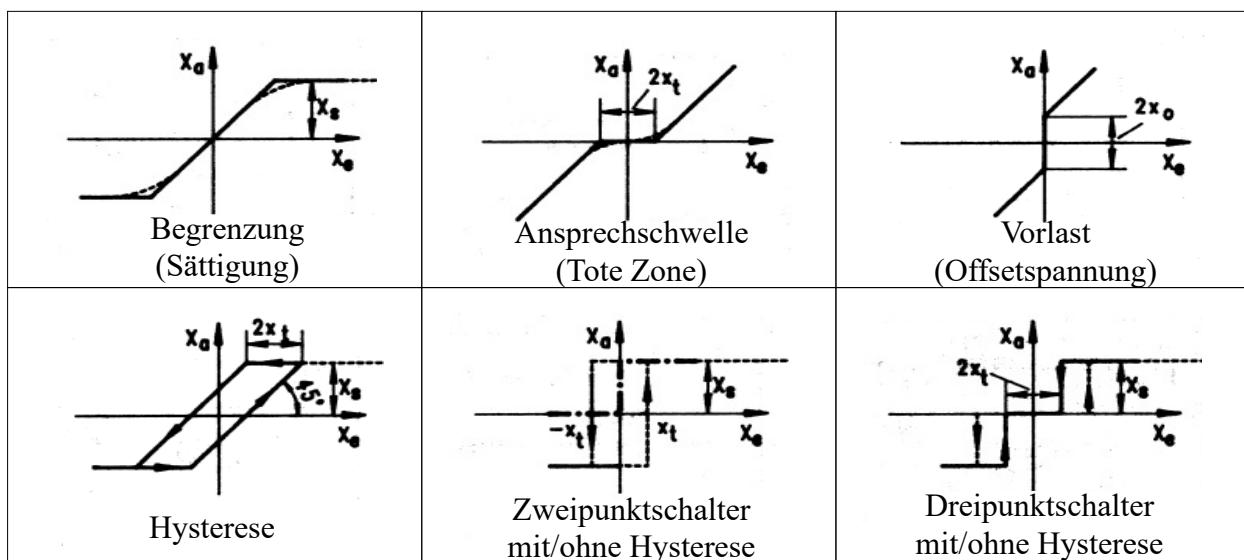
Nichtlinearitäten in der Regelstrecke sind meist unerwünscht und erschweren den Reglerentwurf. Nichtlineare Regler werden dagegen für einfache Regelungen in der Praxis oft eingesetzt.

Eigenschaften nichtlinearer Systeme:

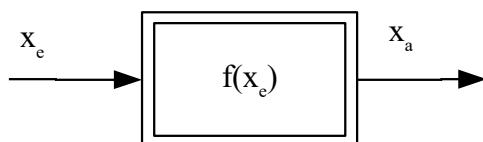
- Das Superpositions- und das Verstärkungsprinzip gelten nicht (im Allgemeinen).
- Zur analytischen Behandlung von nichtlinearen Systemen gibt es keine in sich abgeschlossene (mathematische) Theorie.
- Nichtlineare Differentialgleichungen lassen sich im Allg. nur numerisch lösen, was ziemlich aufwändig ist. Wenn es möglich ist, sollte man eine Linearisierung in der Umgebung von Arbeitspunkten vornehmen.

Um die Ein-Ausgangsbeziehungen von Nichtlinearitäten zu kennzeichnen, werden Kennlinien verwendet. Kennlinien beschreiben einen nichtlinearen statischen Zusammenhang zwischen einer Eingangsgröße und einer Ausgangsgröße. Wenn eine Größe auf nichtlineare Weise von mehr als einer anderen Größe abhängt, muss die Kennlinie zum Kennfeld erweitert werden.

Die folgende Abbildung zeigt die Kennlinien der wichtigsten Nichtlinearitäten:



In Wirkungsplänen mit kontinuierlichem Signalfluss wird folgendes Symbol für durch Kennlinien darstellbare Nichtlinearitäten verwendet:

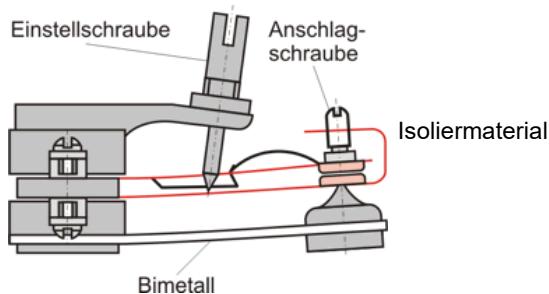


Achtung: Bei nichtlinearen Systemen gilt das Kommutativgesetz nicht! Wenn eine Reihenschaltung Nichtlinearitäten enthält, dann ist die Reihenfolge der Übertragungsglieder nicht vertauschbar.

8.1 Schaltende Regler

Unstetige Regler, auch schaltende Regler genannt, haben eine endliche Anzahl von Stellstufen, z.B. Zweipunkt- und Dreipunktregler. Solche Regler finden beispielsweise Anwendung bei vielen Temperaturregelungen im Haushalt, z.B. Kühlschrank, Bügeleisen, Waschmaschine etc.

Beispiel: Bimetall-Temperaturregler



Vorteile schaltender Regler:

- einfach im Aufbau und sehr robust
- kostengünstig
- arbeiten mit einfachen Stellgliedern (Bimetallkontakt, Relais) zusammen

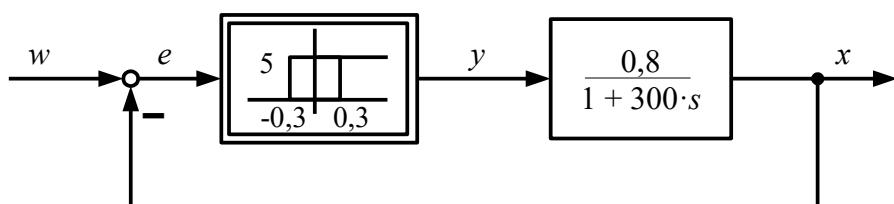
Nachteile:

- starke Beanspruchung des Stellglieds durch Hin- und Herschalten zwischen den Anschlägen
- bei konstantem Sollwert entstehen Dauerschwingungen
(Amplitude und Frequenz können durch die Reglerparameter beeinflusst werden)

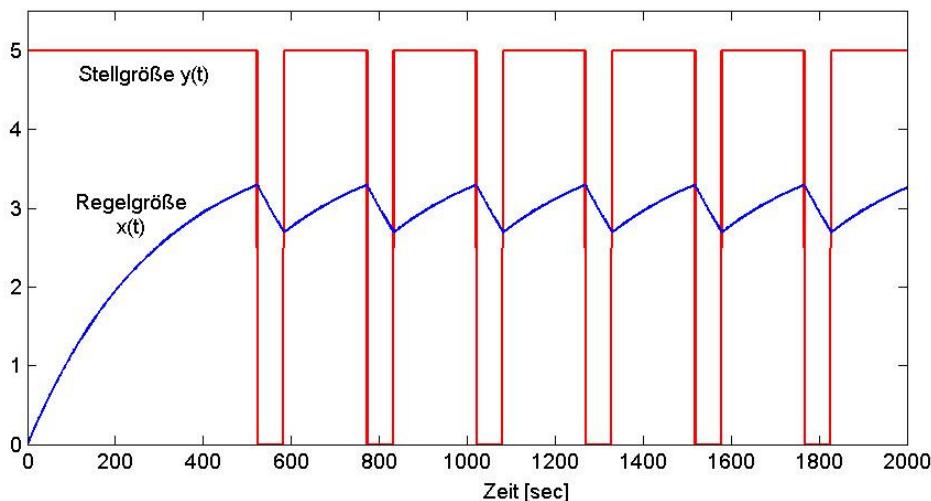
Regelung mit Zweipunktregler

Ein reiner Zweipunktschalter führt zu einem (theoretisch unendlich schnellen) ständigen Hin- und Herschalten der Stellgröße („Rattern“). Dadurch wird das Stellglied sehr stark beansprucht. Um die zeitlichen Abstände zwischen dem Hin- und Herschalten zu vergrößern, verwendet man Zweipunktregler mit Hysterese. Die Verringerung der Schaltfrequenz hat allerdings eine Vergrößerung der Arbeitsbewegung zur Folge.

Beispiel: Zweipunktregelung einer Temperaturstrecke, z.B. Gebäudeheizung



Verlauf der Stellgröße $y(t)$ und der Regelgröße $x(t)$ bei Vorgabe eines Sollwertsprungs $w=3$:



Es entsteht eine Dauerschwingung, d.h. eine pendelnde Arbeitsbewegung der Regelgröße um den Sollwert. Bei einer Zweipunktregelung schwankt die Regelgröße innerhalb eines Bandes periodisch um den Sollwert. Charakteristisch sind

- die Amplitude bzw. die Schwankungsbreite Δx (Genauigkeit),
- die Periodendauer T_s (bzw. die Schaltfrequenz f_s) sowie
- der Mittelwert x_m .

Diese Gütekriterien werden einerseits durch den Prozess bestimmt, andererseits durch die Schaltkennlinie im Regler. Hier ist vor allem die Hysterese (Schaltdifferenz) einflussreich. Die Amplitude der Dauerschwingung ist durch die Hysteresebreite gegeben. Wenn man die Hysteresebreite verkleinert, dann wird die Genauigkeit größer, aber auch die Schaltfrequenz $f_s = 1/T_s$, d.h. die Schwingung wird schneller und die Auslenkung wird Δx kleiner.

Bei Reglern ohne Hysterese kommt es bei unverzögerten Strecken deshalb zum ständigen Schalten.

Bei Strecken mit Totzeit stellt sich eine zusätzliche Abweichung der mittleren Regelgröße x_m vom Sollwert ein (entspricht quasi einer bleibenden Regeldifferenz!).

Regelung mit Dreipunktregler

Bei einem Dreipunktregler unterbricht die tote Zone den Stelleingriff während der korrekturfreien Zeit. Dies kann die Dauerschwingung auf Kosten einer verminderter stationären Genauigkeit verhindern.

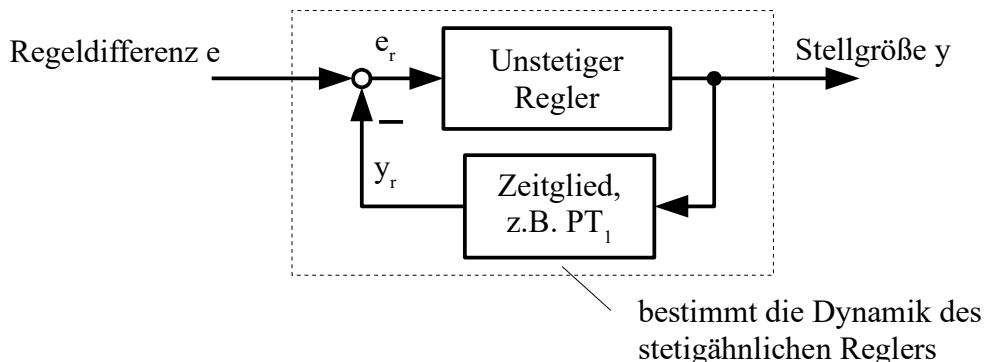
In Verbindung mit einem integrierenden Stellglied ergeben Dreipunktregele ein Zeitverhalten, das mit dem einer kontinuierlichen Regelung vergleichbar ist.

Beispielsweise kann ein elektrischer Stellantrieb mit den drei Zuständen "Linkslauf" (Öffnen), "Aus", "Rechtslauf" (Schließen) ein Ventil in jede beliebige Hubstellung fahren.

Mit Hilfe geeigneter Ansteuerverfahren erhält man mit einem schaltenden Regler und einem integrierendem Stellglied (z.B. Stellmotor) ein quasistetiges P-, PI- oder PID- Regelverhalten. Bei einer zum Streckenverhalten passenden Auslegung unterscheidet sich das Regelverhalten eines Dreipunkt-Schrittreglers kaum vom Verhalten der stetigen Regler. Ein Dreipunkt-Schrittregler reagiert regelungstechnisch mitunter sogar günstiger, z.B. wenn bei einer Regelgröße das durch Störungen verursachte Rauschen innerhalb der toten Zone liegt.

8.2 Schaltender Regler mit Rückführung

Beim schaltenden Regler mit Rückführung wird die Stellgröße $y(t)$ über eine Gegenkopplung mit definiertem Zeitverhalten dem Eingangssignal $e(t)$ des Reglers aufgeschaltet.



Mit der Übertragungsfunktion der dynamischen Rückführung kann ein Zeitverhalten wie das von stetigen Reglern erzeugt werden. Die Kenngrößen des Schaltverhaltens lassen sich dabei durch die Rückführung unabhängig von den Parametern der Regelstrecke einstellen.

Durch die zusätzliche Rückführung des schaltenden Reglers wird bei geeigneter Strecke die Schwingung um den Mittelwert der Regelgröße verringert, aber auch die Schaltfrequenz erhöht.

Durch die modifizierte Regeldifferenz

$$e_r = e - y_r = (w - x) - y_r = w - (x + y_r)$$

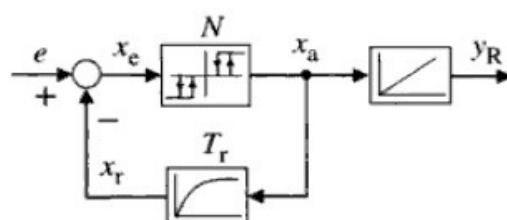
entsteht eine "vorgetäuschte" Erhöhung der Regelgröße x .

Je größer die Rückkopplung y_r , desto früher bzw. schneller wird umgeschaltet. Durch die Rückführung wird aus dem gewöhnlichen Schaltregler, der die volle Stellgröße bis zum Erreichen des Sollwertes eingeschaltet lässt, ein sogenannter Schrittregler, der durch die Abgabe einzelner, kurzer Stellimpulse ein weitgehend überschwingfreies Annähern der Regelgröße an den Sollwert ermöglicht. Der Regler „zittert“ die Regelgröße $x(t)$ an die Führungsgröße $w(t)$ heran durch kurzzeitige Einwirkung auf die Regelstrecke, d.h. die Schaltfrequenz wird erhöht und es entsteht eine stetigähnliche Regelung.

Eine verzögernde Rückführung (PT_1) bewirkt ein PD-ähnliches Verhalten; eine verzögert-nachgebende Rückführung (Reihenschaltung PT_1 und DT_1) bewirkt ein PID-ähnliches Verhalten. Eine verzögert-nachgebende Rückführung kann auf einfache Weise erzeugt werden durch die Parallelschaltung und anschließende Differenzbildung von zwei Verzögerungsgliedern gleicher Verstärkung aber mit unterschiedlichen Zeitkonstanten.

Dreipunktregler mit Rückführung:

Einen quasistetigen PI-Regler erhält man durch einen Dreipunktregler mit verzögerter Rückführung und nachgeschaltetem I-Glied (Stellmotor).

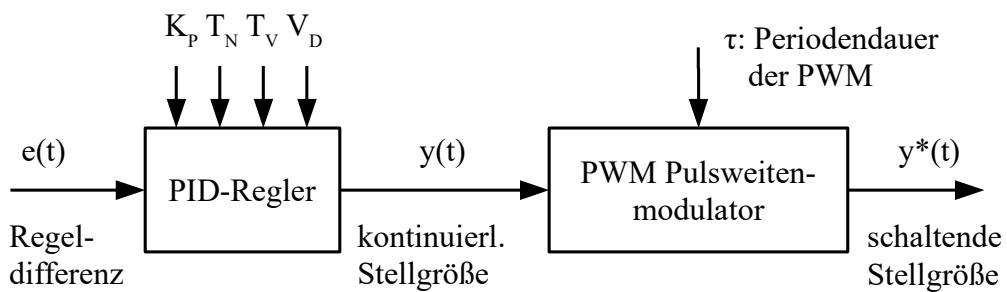


8.3 Schaltender PID-Regler

Der schaltende PID-Regler ist ein Regler, dessen Ausgangssignal (Stellgröße) nur zwei oder drei verschiedene Werte annehmen kann, der sich aber im Mittel wie ein PID-Regler verhält.

Realisierung:

Zu einem normalen PID-Regler mit kontinuierlichem Ausgangssignal $y(t)$ wird in Reihe ein Pulsweitenmodulator (PWM) geschaltet, der das Zweipunkt- oder Dreipunktsignal $y^*(t)$ herstellt.



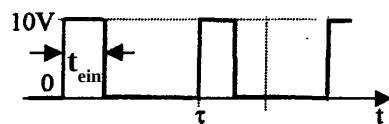
Puls-Weiten-Modulation (PWM):

Ein Rechtecksignal mit konstanter Frequenz wird mit einem bestimmten Tastverhältnis moduliert (= Impulse mit voller Spannung, aber variabler Breite). Die Periodendauer des Signals bleibt hierbei konstant.

Eine PWM ist charakterisiert durch ihre Frequenz und ihr Tastverhältnis (duty cycle):

$$\frac{t_{ein}}{\tau} = \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}} \quad \overline{y^*(t)} = y$$

t_{ein} : Einschaltzeit
 τ : Periodendauer

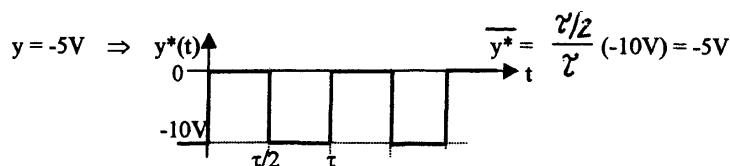
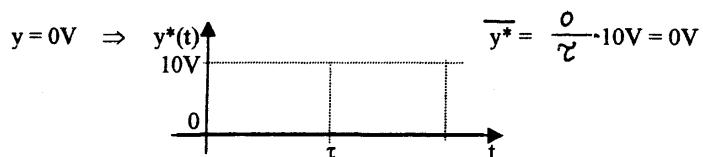
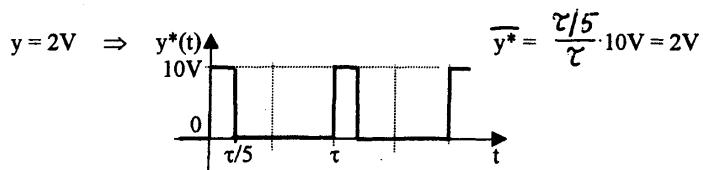
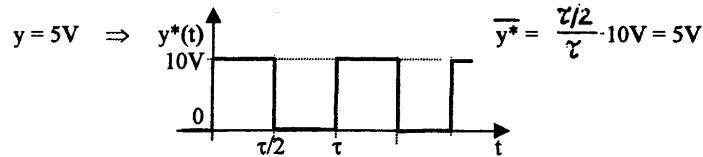


Eines der häufigsten Einsatzfelder für die Pulsweitenmodulation (PWM) ist die Steuerungstechnik. Eine der Hauptanwendungen für PWM ist die Ansteuerung von (Gleichstrom-) Motoren. Der große Vorteil der PWM ist dabei der gute Wirkungsgrad. Es wird weniger Leistung verbraucht, da der Motor durch die Breite der Schaltimpulse gesteuert wird und nicht permanent eine Eingangsspannung anliegt, die von einer Elektronik auf die gewünschte Motorspannung heruntergeregelt wird.

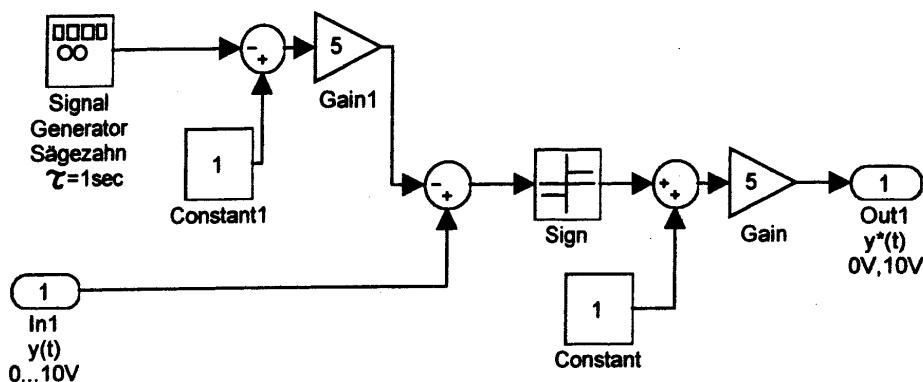
Beispiel für die Funktion der PWM:

$y(t)$ soll zwischen -10V und +10V liegen. Die Ausgangsgröße y^* der PWM kann die drei Werte +10V, 0V, -10V annehmen.

$$\text{Einschaltdauer: } t_{ein} = \frac{y}{10V} \cdot \tau$$



Simulink-Modell für PWM:



Zunächst wird ein Sägezahnsignal erzeugt, das ansteigend zwischen 0 und 10 verläuft.

Vergleich des Sägezahnsignals mit der Stellgröße $y(t)$:

Solange $y(t)$ größer ist als das Sägezahnsignal, wird der Ausgang $y^*(t)$ auf 10 gelegt; ansonsten ist der Ausgang $y^*(t)=0$.

9 Zusammenfassung und Ausblick

Zusammenfassung:

- Entwurf linearer Regelkreise im Zeitbereich
 - Integralkriterien, Empirische Einstellregeln
- Optimierungskriterien im Frequenzbereich
 - Symmetrisches Optimum, Betragsoptimum
- Frequenzkennlinienverfahren (Loop Shaping)
- Wurzelortskurvenverfahren
- Weitere Regelungsverfahren
 - Kompensationsregler, Smith-Prädiktor, IMC
- Vermaschte Regelungen
 - Störgrößenaufschaltung, Kaskadenregelung, Vorsteuerung, weitere strukturelle Varianten des Regelkreises
- Nichtlineare Regelungen
 - Schaltende Regler, Stetigähnliche Regler

Ausblick:

- Digitale Regelungstechnik (Pflichtfach im 5. Semester)
- Motion Control (Pflichtfach im 5. Semester)
- Regelung im Zustandsraum (Lehrveranstaltung im Master)
- Mehrgrößenregelung
- Adaptive Regelung (Lehrveranstaltung im Master)
- Lernende Regelung (Lehrveranstaltung im Master)
- Fuzzy-Regelung
- ...