3556. Найти проекции эллипсоида

$$x^2 + y^2 + z^2 - xy = 1$$

на координатные плоскости.

3557. Квадрат $\{0 \leqslant x \leqslant 1,\ 0 \leqslant y \leqslant 1\}$ разбит на конечное число частей σ диаметра $\leqslant \delta$. Оценить сверху число δ, если направления нормалей к поверхности

$$z = 1 - x^2 - y^2$$

в любых точках $P(x, y)$ и $P_1(x_1, y_1)$, принадлежащих одной и той же части σ, отличаются меньше чем на 1°.

3558. Пусть

$$z = f(x, y), \text{ где } (x, y) \in D, \tag{1}$$

— уравнение поверхности и $\varphi(P_1, P)$ — угол между нормалями к поверхности (1) в точках $P(x, y) \in D$ и $P_1(x_1, y_1) \in D$.

Доказать, что если область D ограничена и замкнута и функция $f(x, y)$ имеет ограниченные производные 2-го порядка в области D, то справедливо *неравенство Ляпунова*

$$\varphi(P_1, P) < C\rho(P_1, P), \tag{2}$$

где C — постоянная и $\rho(P_1, P)$ — расстояние между точками P и P_1.

3559. Под каким углом пересекается цилиндр $x^2 + y^2 = a^2$ с поверхностью $bz = xy$ в общей точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$?

3560. Показать, что координатные поверхности сферических координат $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$, $y = x \operatorname{tg} \varphi$, $x^2 + y^2 = z^2 \operatorname{tg}^2 \theta$ попарно ортогональны.

3561. Показать, что сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 2ax$, $x^2 + y^2 + z^2 = 2by$, $x^2 + y^2 + z^2 = 2cz$ образуют триортогональную систему.

3562. Через каждую точку $M(x, y, z)$ проходят при $\lambda = \lambda_1$, $\lambda = \lambda_2$, $\lambda = \lambda_3$ три поверхности второго порядка:

$$\frac{x^2}{a^2 - \lambda^2} + \frac{y^2}{b^2 - \lambda^2} + \frac{z^2}{c^2 - \lambda^2} = -1 \quad (a > b > c > 0).$$

Доказать ортогональность этих поверхностей.

3563. Найти производную функции $u = x + y + z$ в направлении внешней нормали сферы $x + y + z = 1$ в точке ее $M_0(x_0, y_0, z_0)$.