

4440.2. Выразить $\operatorname{rot} \mathbf{a}(x, y, z)$ а) в цилиндрических координатах; б) в сферических координатах.

4441. Найти поток вектора \mathbf{r} :

а) через боковую поверхность конуса $x^2 + y^2 \leq z^2$ ($0 \leq z \leq h$);

б) через основание этого конуса.

4442. Найти поток вектора $\mathbf{a} = xyz\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + kxy$: а) через боковую поверхность цилиндра $x^2 + y^2 \leq a^2$ ($0 \leq z \leq h$); б) через полную поверхность этого цилиндра.

4443. Найти поток радиуса-вектора \mathbf{r} через поверхность $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$ ($0 \leq z \leq 1$).

4444. Найти поток вектора $\mathbf{a} = x^2\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$ через положительный октант сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.

4445. Найти поток вектора $\mathbf{a} = y\mathbf{i} + z\mathbf{j} + x\mathbf{k}$ через полную поверхность пирамиды, ограниченной плоскостями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x + y + z = a$ ($a > 0$).

Проверить результат, применяя формулу Остроградского.

4445.1. Найти поток вектора $\mathbf{a} = x^3\mathbf{i} + y^3\mathbf{j} + z^3\mathbf{k}$ через сферу $x^2 + y^2 + z^2 = x$.

4446. Доказать, что поток вектора \mathbf{a} через поверхность S , заданную уравнением $\mathbf{r} = \mathbf{r}(u, v)$ ($(u, v) \in \Omega$), равен

$$\iint_S a_n dS = \iint_\Omega \left(\mathbf{a} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v} \right) du dv,$$

где $a_n = \mathbf{a} \mathbf{n}$ и \mathbf{n} — единичный вектор нормали к поверхности S .

4447. Найти поток вектора $\mathbf{a} = m\mathbf{r}/r^3$ (m — постоянная) через замкнутую поверхность S , окружающую начало координат.

4448. Найти поток вектора $\mathbf{a}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^n \operatorname{grad} \left(-\frac{e_i}{4\pi r_i} \right)$,

где e_i — постоянные и r_i — расстояния точек M_i (источники) от переменной точки $M(\mathbf{r})$, через замкнутую поверхность S , окружающую точки M_i ($i = 1, 2, \dots, n$).

4449. Доказать, что $\iint_S \frac{\partial u}{\partial n} dS = \iiint_V \nabla^2 u dx dy dz$,

где поверхность S ограничивает тело V .

4450. Количество тепла, протекающее в поле температуры u за единицу времени через элемент поверхности