

введя новую переменную

$$t = x + \frac{1}{x}.$$

2261. В интеграле  $\int_0^{2\pi} f(x) \cos x dx$  выполнить замену переменного  $\sin x = t$ .

2262. Вычислить интеграл

$$\int_{-2\pi n}^1 \left| \cos \left( \ln \frac{1}{x} \right) \right| dx,$$

где  $n$  — натуральное число.

2263. Найти  $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ .

2264. Найти интеграл  $\int_{-1}^3 \frac{f'(x)}{1 + f^2(x)} dx$ , если

$$f(x) = \frac{(x+1)^2(x-1)}{x^3(x-2)}.$$

2265. Доказать, что если  $f(x)$  — непрерывная периодическая функция, определенная при  $-\infty < x < +\infty$  и имеющая период  $T$ , то

$$\int_a^{a+T} f(x) dx = \int_0^T f(x) dx,$$

где  $a$  — любое число.

2266. Доказать, что при  $n$  нечетном функции

$$F(x) = \int_0^x \sin^n x dx \quad \text{и} \quad G(x) = \int_0^x \cos^n x dx$$

периодические с периодом  $2\pi$ ; а при  $n$  четном каждая из этих функций есть сумма линейной функции и периодической функции.

2267. Доказать, что функция  $F(x) = \int_{x_0}^x f(x) dx$ ,

где  $f(x)$  — непрерывная периодическая функция с периодом  $T$ , в общем случае, есть сумма линейной функции и периодической функции периода  $T$ .