

$$1002. f(x) = x \left| \cos \frac{\pi}{x} \right| \quad (x \neq 0), \quad f(0) = 0.$$

$$1003. f(x) = \sqrt{\sin x^2}.$$

$$1004. f(x) = \frac{x}{1 + e^{1/x}} \quad (x \neq 0), \quad f(0) = 0.$$

$$1005. f(x) = \sqrt{1 - e^{-x^2}}.$$

$$1006. f(x) = |\ln |x|| \quad (x \neq 0).$$

$$1007. f(x) = \arcsin \frac{2x}{1 + x^2}.$$

$$1008. f(x) = (x-2) \operatorname{arctg} \frac{1}{x-2} \quad (x \neq 2), \quad f(2) = 0.$$

1009. Показать, что функция $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$ при $x \neq 0$ и $f(0) = 0$ непрерывна при $x = 0$, но не имеет в этой точке ни левой, ни правой производной.

1009.1. Пусть x_0 — точка разрыва 1-го рода функции $f(x)$. Выражения

$$f'_-(x_0) = \lim_{h \rightarrow -0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - 0)}{h}$$

и

$$f'_+(x_0) = \lim_{h \rightarrow +0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 + 0)}{h}$$

называются *обобщенными односторонними* (соответственно левой и правой) *производными* функции $f(x)$ в точке x_0 .

Найти $f'_-(x_0)$ и $f'_+(x_0)$ в точках разрыва x_0 функции $f(x)$, если:

$$a) f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + x^3}{x}}; \quad б) f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1+x}{1-x};$$

$$в) f(x) = \frac{1}{1 + e^{1/x}}.$$

1010. Пусть

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \leq x_0; \\ ax + b, & \text{если } x > x_0. \end{cases}$$