Найти отношение поверхности тела вращения к поверхности равновеликого шара.

2500. Фигура, ограниченная параболой $y^2 = 2px$ и прямой $x = p/2$, вращается вокруг прямой $y = p$. Найти объем и поверхность тела вращения.

§ 9. Вычисление моментов. Координаты центра тяжести

1°. Моменты. Если на плоскости Oxy масса M плотности $\rho = \rho(y)$ заполняет некоторый ограниченный континуум Ω (линию, плоскую область) и $\omega = \omega(y)$ — соответствующая мера (длина дуги, площадь) той части континуума Ω, ординаты которой не превышают y, то *k-м моментом* массы M относительно оси Ox называется число

$$M_k = \lim_{\max \Delta y_i \to 0} \sum_{i=1}^{n} \rho(y_i)\, y_i^k \Delta\omega(y_i) = \int_{\Omega} \rho y^k d\omega(y) \quad (k = 0, 1, 2, \ldots),$$

где $\Delta y_i = y_i - y_{i-1}$ и $\Delta\omega(y_i) = \omega(y_i) - \omega(y_{i-1})$.

Как частные случаи, получаем при $k = 0$ *массу M*, при $k = 1$ — *статический момент*, при $k = 2$ — *момент инерции*.

Аналогично определяются моменты массы относительно координатных плоскостей.

Если $\rho = 1$, то соответствующий момент называется *геометрическим* (момент линии, плоской фигуры, тела и т. д.).

2°. Центр тяжести. Координаты центра тяжести (x_0, y_0) однородной плоской фигуры площади S определяются по формулам

$$x_0 = \frac{M_1^{(y)}}{S}, \quad y_0 = \frac{M_1^{(x)}}{S},$$

где $M_1^{(y)}$, $M_1^{(x)}$ — геометрические статические моменты фигуры относительно осей Oy и Ox.

2501. Найти статический момент и момент инерции дуги полуокружности радиуса a относительно диаметра, проходящего через концы этой дуги.

2501.1. Найти статический момент дуги параболы

$$y^2 = 2px \ (0 \leqslant x \leqslant p/2)$$

относительно прямой $x = p/2$.

2502. Найти статический момент и момент инерции однородной треугольной пластинки с основанием b и высотой h относительно основания ($\rho = 1$).

2502.1. Найти моменты инерции $I_x = M_2^{(x)}$ и $I_y = M_2^{(y)}$ относительно осей Ox и Oy параболического сегмента,