

или расходятся одновременно. В частности, это имеет место, если $\varphi(x) \sim \psi(x)$ при $x \rightarrow +\infty$.

Признак сравнения III. а) Пусть

$$f(x) = O^*\left(\frac{1}{x^p}\right) \text{ при } x \rightarrow +\infty.$$

В таком случае интеграл (1) сходится, если $p > 1$, и расходится, если $p \leq 1$.

б) Пусть

$$f(x) = O^*\left(\frac{1}{(b-x)^p}\right) \text{ при } x \rightarrow b-0.$$

В таком случае интеграл (2) сходится, если $p < 1$ и расходится, если $p \geq 1$.

4°. *Специальный признак сходимости.* Если: 1) функция $\varphi(x)$ монотонно стремится к нулю при $x \rightarrow +\infty$ и 2) функция $f(x)$ имеет ограниченную первообразную

$$F(x) = \int_a^x f(\xi) d\xi,$$

то интеграл

$$\int_a^{+\infty} f(x) \varphi(x) dx$$

сходится, вообще говоря, не абсолютно.

В частности, интегралы

$$\int_a^{+\infty} \frac{\cos x}{x^p} dx \text{ и } \int_a^{+\infty} \frac{\sin x}{x^p} dx \quad (a > 0)$$

сходятся, если $p > 0$.

5°. *Главное значение в смысле Коши.* Если функция $f(x)$ такова, что при любом $\varepsilon > 0$ существуют собственные интегралы

$$\int_a^{c-\varepsilon} f(x) dx \text{ и } \int_{c+\varepsilon}^b f(x) dx \quad (a < c < b),$$

то под *главным значением в смысле Коши* (в. п.) понимается число

$$\text{в. п. } \int_a^b f(x) dx = \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \left[\int_a^{c-\varepsilon} f(x) dx + \int_{c+\varepsilon}^b f(x) dx \right].$$

Аналогично

$$\text{в. п. } \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \lim_{a \rightarrow +\infty} \int_{-\infty}^a f(x) dx.$$

Вычислить интегралы:

$$2334. \int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^a} \quad (a > 0). \quad 2335. \int_0^1 \ln x dx.$$