

## § 11. Приближение непрерывных функций многочленами

1°. Интерполяционная формула Лагранжа. Многочлен Лагранжа

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^n \frac{(x-x_0) \dots (x-x_{i-1})(x-x_{i+1}) \dots (x-x_n)}{(x_i-x_0) \dots (x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1}) \dots (x_i-x_n)} y_i$$

обладает свойством  $P_n(x_i) = y_i$  ( $i = 0, 1, \dots, n$ ).

2°. Многочлены Бернштейна. Если  $f(x)$  — непрерывная на сегменте  $[0, 1]$  функция, то многочлены Бернштейна

$$B_n(x) = \sum_{i=0}^n f\left(\frac{i}{n}\right) C_n^i x^i (1-x)^{n-i}$$

при  $n \rightarrow \infty$  сходятся равномерно на сегменте  $[0, 1]$  к функции  $f(x)$ .

3121. Построить многочлен  $P_n(x)$  наименьшей степени  $n$ , принимающий заданную систему значений:

$x$	-2	0	4	5
$y$	5	1	-3	1

Чему приближенно равны

$$P_n(-1), P_n(1), P_n(6)?$$

3122. Написать уравнение параболы  $y = ax^2 + bx + c$ , проходящей через три точки:  $A(x_0 - h, y_{-1})$ ,  $B(x_0, y_0)$ ,  $C(x_0 + h, y_1)$ .

3123. Вывести формулу для приближенного извлечения корней  $y = \sqrt{x}$  ( $1 \leq x \leq 100$ ), используя значения  $x_0 = 1$ ,  $y_0 = 1$ ;  $x_1 = 25$ ,  $y_1 = 5$ ;  $x_2 = 100$ ,  $y_2 = 10$ .

3124. Вывести приближенную формулу вида

$$\sin x^\circ \approx ax + bx^3 \quad (0 \leq x \leq 90; x = \arg x^\circ),$$

используя значения

$$\sin 0^\circ = 0, \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \sin 90^\circ = 1.$$

Пользуясь этой формулой, приближенно найти:

$$\sin 20^\circ, \sin 40^\circ, \sin 80^\circ.$$