

$$1370. \lim_{x \rightarrow +\infty} [(x+a)^{1+(1/x)} - x^{1+1/(x+a)}].$$

1371. Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{y}{x}$, если кривая $y = f(x)$ входит при $x \rightarrow 0$ в начале координат $(0, 0)$ ($\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 0$) под углом α .

1372. Доказать, что $\lim_{x \rightarrow +0} x^{f(x)} = 1$, если непрерывная кривая $y = f(x)$ входит при $x \rightarrow +0$ в начало координат ($\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = 0$) и при $0 < x < \varepsilon$ целиком остается внутри острого угла, образованного прямыми: $y = -kx$ и $y = kx$ ($k \neq \infty$).

1373. Доказать, что если для функции $f(x)$ существует вторая производная $f''(x)$, то

$$f''(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) + f(x-h) - 2f(x)}{h^2}.$$

1373.1. Исследовать на дифференцируемость в точке $x = 0$ функцию:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}, & \text{если } x \neq 0; \\ \frac{1}{2}, & \text{если } x = 0. \end{cases}$$

1373.2. Найти асимптоту кривой $y = \frac{x^{1+x}}{(1+x)^x} (x > 0)$.

1374. Исследовать возможность применения правила Лопиталя к следующим примерам:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{-2x} (\cos x + 2 \sin x) + e^{-x^2} \sin^2 x}{e^{-x} (\cos x + \sin x)};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + x + \sin x \cos x}{(x + \sin x \cos x) e^{\sin x}}.$$

1375. Найти предел отношения площади кругового сегмента, имеющего хорду b и стрелку h , к площади равнобедренного треугольника, вписанного в этот сегмент, если дуга сегмента при неизменном радиусе R