

$$2429. x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3} \text{ (астроида).}$$

$$2430. x^4 + y^4 = ax^2y.$$

У к а з а н и е. Положить  $y = tx$ .

### § 6. Вычисление длин дуг

1°. Длина дуги в прямоугольных координатах. Длина дуги отрезка гладкой (непрерывно дифференцируемой) кривой

$$y = y(x) \quad (a \leq x \leq b)$$

равна

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + y'^2(x)} dx.$$

2°. Длина дуги кривой, заданной параметрически. Если кривая  $C$  задана уравнениями

$$x = x(t), \quad y = y(t) \quad (t_0 \leq t \leq T),$$

где  $x(t), y(t) \in C^{(1)}[t_0, T]$ , то длина дуги кривой  $C$  равна

$$s = \int_{t_0}^T \sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)} dt.$$

3°. Длина дуги в полярных координатах. Если

$$r = r(\varphi) \quad (\alpha \leq \varphi \leq \beta),$$

где  $r(\varphi) \in C^{(1)}[\alpha, \beta]$ , то длина дуги соответствующего отрезка кривой равна

$$s = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{r^2(\varphi) + r'^2(\varphi)} d\varphi.$$

Длины дуг пространственных кривых см. в отд. VIII.

Найти длины дуг следующих кривых:

$$2431. y = x^{3/2} \quad (0 \leq x \leq 4).$$

$$2432. y^2 = 2px \quad (0 \leq x \leq x_0).$$

$$2433. y = a \operatorname{ch} \frac{x}{a} \text{ от точки } A(0, a) \text{ до точки } B(b, h).$$

$$2434. y = e^x \quad (0 \leq x \leq x_0).$$

$$2435. x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}\ln y \quad (1 \leq y \leq e).$$

$$2436. y = a \ln \frac{a^2}{a^2 - x^2} \quad (0 \leq x \leq b < a).$$

$$2437. y = \ln \cos x \quad \left(0 \leq x \leq a < \frac{\pi}{2}\right).$$