

пенной ряд по целым положительным степеням дроби $\frac{x}{1+x}$.

2879. Пусть $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$. Доказать непосредственно, что

$$f(x)f(y) = f(x+y).$$

2880. Пусть по определению

$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \quad \text{и} \quad \cos x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}.$$

Доказать, что

$$\text{а) } \sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x; \quad \text{б) } \sin^2 x + \cos^2 x = 1.$$

2881. Написать несколько членов разложения в степенной ряд функции

$$f(x) = \left[\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x^n}{n+1} \right) \right]^{-1}$$

Производя соответствующие действия со степенными рядами, получить разложения в степенные ряды следующих функций:

$$2882. f(x) = (1+x)e^{-x}. \quad 2883. f(x) = (1-x)^2 \operatorname{ch} \sqrt{x}.$$

$$2884. f(x) = \ln^2(1-x). \quad 2885. f(x) = (1+x^2) \operatorname{arctg} x.$$

$$2886. f(x) = e^x \cos x. \quad 2887. f(x) = e^x \sin x.$$

$$2888. f(x) = \frac{\ln(1+x)}{1+x}. \quad 2889. f(x) = (\operatorname{arctg} x)^2.$$

$$2890. f(x) = \left(\frac{\arcsin x}{x} \right)^2.$$

Написать три члена разложения (отличные от нуля) в степенной ряд по положительным степеням переменной x следующих функций:

$$2891. f(x) = \operatorname{tg} x. \quad 2892. f(x) = \operatorname{th} x.$$

$$2893. f(x) = \operatorname{ctg} x - \frac{1}{x}.$$