

$$2376.1. \int_0^{+\infty} x^\alpha |x-1|^\beta dx.$$

$$2377. \int_0^{+\infty} \frac{P_m(x)}{P_n(x)} dx, \text{ где } P_m(x) \text{ и } P_n(x) \text{ — взаимно}$$

простые многочлены соответственно степеней m и n .

Исследовать на абсолютную и условную сходимость следующие интегралы:

$$2378. \int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx.$$

У к а з а н и е. $|\sin x| \geq \sin^2 x$.

$$2379. \int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x} \cos x}{x+100} dx. \quad 2380. \int_0^{+\infty} x^p \sin(x^q) dx \quad (q \neq 0).$$

$$2380.1. \int_0^{\pi/2} \sin(\sec x) dx. \quad 2380.2. \int_0^{+\infty} x^3 \cos(e^x) dx.$$

$$2381. \int_0^{+\infty} \frac{x^p \sin x}{1+x^q} dx \quad (q \geq 0).$$

$$2382. \int_0^{+\infty} \frac{\sin\left(x + \frac{1}{x}\right)}{x^n} dx. \quad 2383. \int_a^{+\infty} \frac{P_m(x)}{P_n(x)} \sin x dx,$$

где $P_m(x)$ и $P_n(x)$ — целые многочлены и $P_n(x) > 0$, если $x \geq a \geq 0$.

2384. Если $\int_a^{+\infty} f(x) dx$ сходится, то обязательно ли $f(x) \rightarrow 0$ при $x \rightarrow +\infty$?

Рассмотреть примеры:

$$a) \int_0^{+\infty} \sin(x^2) dx; \quad б) \int_0^{+\infty} (-1)^{[x^2]} dx.$$

2384.1. Пусть $f(x) \in C^{(1)}[x_0, +\infty)$, $|f'(x)| < C$ при $x_0 \leq x < +\infty$ и $\int_{x_0}^{+\infty} |f(x)| dx$ сходится. Доказать, что $f(x) \rightarrow 0$ при $x \rightarrow +\infty$.