

4311. Петлей декартова листа $x^3 + y^3 = 3axy$ ($a > 0$).

У к а з а н и е. Положить $y = tx$.

4312. Лемнискатой $(x^2 + y^2)^2 = a^2 (x^2 - y^2)$.

У к а з а н и е. Положить $y = x \operatorname{tg} \varphi$.

4313. Кривой $x^3 + y^3 = x^2 + y^2$ и осями координат.

4314. Вычислить площадь, ограниченную кривой

$$(x + y)^{n+m+1} = ax^ny^m \quad (a > 0, n > 0, m > 0).$$

4315. Вычислить площадь, ограниченную кривой

$$\left(\frac{x}{a}\right)^n + \left(\frac{y}{b}\right)^n = 1 \quad (a > 0, b > 0, n > 0)$$

и осями координат.

У к а з а н и е. Положить $\frac{x}{a} = \cos^{2/n} \varphi$, $\frac{y}{b} = \sin^{2/n} \varphi$.

4316. Вычислить площадь, ограниченную кривой

$$\left(\frac{x}{a}\right)^n + \left(\frac{y}{b}\right)^n = \left(\frac{x}{a}\right)^{n-1} + \left(\frac{y}{b}\right)^{n-1}$$

($a > 0, b > 0, n > 1$) и осями координат.

4317. Вычислить площадь петли кривой

$$\left(\frac{x}{a}\right)^{2n+1} + \left(\frac{y}{b}\right)^{2n+1} = c \left(\frac{x}{a}\right)^n \left(\frac{y}{b}\right)^n$$

($a > 0, b > 0, c > 0, n > 0$).

4318. Эпициклоидой называется кривая, описываемая точкой подвижной окружности радиуса r , катящейся без скольжения по неподвижной окружности радиуса R и остающейся вне нее.

Найти площадь, ограниченную эпициклоидой, предполагая, что отношение $\frac{R}{r} = n$ есть целое число ($n \geq 1$).

Разобрать частный случай $r = R$ (кардиоида).

4319. Гипоциклоидой называется кривая, описываемая точкой подвижной окружности радиуса r , катящейся без скольжения по неподвижной окружности радиуса R и остающейся внутри нее. Найти площадь, ограниченную гипоциклоидой, предполагая, что отношение $R/r = n$ есть целое число ($n \geq 2$).

Разобрать частный случай $r = R/4$ (астроида).