

2455. Найти отношение площади, ограниченной петлей кривой

$$y = \pm \left(\frac{1}{3} - x \right) \sqrt{x},$$

к площади круга, длина окружности которого равна длине контура этой кривой.

§ 7. Вычисление объемов

1°. Объем тела по известным поперечным сечениям. Если объем V тела существует и $S = S(x)$ [$a \leq x \leq b$] есть площадь сечения тела плоскостью, перпендикулярной к оси Ox в точке x , то

$$V = \int_a^b S(x) dx.$$

2°. Объем тела вращения. Объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox криволинейной трапеции

$$a \leq x \leq b, \quad 0 \leq y \leq y(x),$$

где $y(x)$ — непрерывная однозначная функция, равен

$$V_x = \pi \int_a^b y^2(x) dx.$$

В более общем случае, объем кольца, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры $a \leq x \leq b$, $y_1(x) \leq y \leq y_2(x)$, где $y_1(x)$ и $y_2(x)$ — непрерывные неотрицательные функции, равен

$$V = \pi \int_a^b [y_2^2(x) - y_1^2(x)] dx.$$

2456. Найти объем чердака, основание которого есть прямоугольник со сторонами a и b , верхнее ребро равно c , а высота равна h .

2457. Найти объем обелиска, параллельные основания которого суть прямоугольники со сторонами A , B и a , b , а высота равна h .

2458. Найти объем усеченного конуса, основания которого суть эллипсы с полуосями A , B и a , b , а высота равна h .

2459. Найти объем параболоида вращения, основание которого S , а высота равна H .

2460. Пусть для кубируемого тела площадь $S = S(x)$ его поперечного сечения, перпендикулярного к оси Ox , изменяется по квадратичному закону:

$$S(x) = Ax^2 + Bx + C \quad [a \leq x \leq b],$$

где A , B и C — постоянные.