б) *минимум*, если $df(P_0)=0$, $d^2f(P_0)>0$ при $\sum_{i=1}^{n}|dx_i|\neq 0$.

Исследование знака второго дифференциала $d^2f(P_0)$ может быть проведено путем приведения соответствующей квадратичной формы к каноническому виду.

В частности, для случая функции $f(x, y)$ двух независимых переменных x и y в стационарной точке (x_0, y_0) $(df(x_0, y_0)=0)$ при условии, что $D=AC-B^2\neq 0$, где $A=f''_{xx}(x_0, y_0)$, $B=f''_{xy}(x_0, y_0)$, $C=f''_{yy}(x_0, y_0)$ имеем:

1) *минимум*, если $D>0$, $A>0$ $(C>0)$;
2) *максимум*, если $D>0$, $A<0$ $(C<0)$;
3) *отсутствие экстремума*, если $D<0$.

4°. Условный экстремум. Задача определения экстремума функции $f(P_0)=f(x_1, \ldots, x_n)$ при наличии ряда соотношений $\varphi_i(P)=0$ $(i=1, \ldots, m;\ m<n)$ сводится к нахождению обычного экстремума для *функции Лагранжа*

$$L(P)=f(P)+\sum_{i=1}^{m}\lambda_i\varphi_i(P),$$

где λ_i $(i=1, \ldots, m)$ — постоянные множители. Вопрос о существовании и характере условного экстремума в простейшем случае решается на основании исследования знака второго дифференциала $d^2L(P_0)$ в стационарной точке P_0 функции $L(P)$ при условии, что переменные $dx_1, \ldots, dx_n$ связаны соотношениями

$$\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial\varphi_i}{\partial x_j}dx_j=0 \quad (i=1, \ldots, m).$$

5°. Абсолютный экстремум. Функция $f(P)$, дифференцируемая в ограниченной и замкнутой области, достигает своих наибольшего и наименьшего значений в этой области или в стационарной точке, или в граничной точке области.

Исследовать на экстремум следующие функции нескольких переменных:

3621. $z=x^2+(y-1)^2$. **3622.** $z=x^2-(y-1)^2$.
3623. $z=(x-y+1)^2$.
3624. $z=x^2-xy+y^2-2x+y$.
3625. $z=x^2y^3(6-x-y)$. **3626.** $z=x^3+y^3-3xy$.
3627. $z=x^4+y^4-x^2-2xy-y^2$.
3627.1. $z=2x^4+y^4-x^2-2y^2$.

3628. $z=xy+\frac{50}{x}+\frac{20}{y}$ $(x>0,\ y>0)$.

3629. $z=xy\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}}$ $(a>0,\ b>0)$.