и ограничена поверхностями:

$$z=\frac{x^2+y^2}{m},\ z=\frac{x^2+y^2}{n},\ xy=a^2,\ xy=b^2,\ y=\alpha x,\ y=\beta x$$

$$(0<a<b;\ 0<\alpha<\beta;\ 0<m<n).$$

4094. Найти среднее значение функции

$$f(x,\ y,\ z)=x^2+y^2+z^2$$

в области $x^2+y^2+z^2\leqslant x+y+z$.

4095. Найти среднее значение функции

$$f(x,\ y,\ z)=e^{\sqrt{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}}}$$

в области $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}\leqslant 1$.

4096. Пользуясь теоремой о среднем, оценить интеграл

$$u=\iiint\limits_{x^2+y^2+z^2\leqslant R^2}\frac{dx\,dy\,dz}{\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2}},$$

где $a^2+b^2+c^2>R^2$.

4097. Доказать, что если функция $f(x,\ y,\ z)$ непрерывна в области V и

$$\iiint\limits_{\omega}f(x,\ y,\ z)\,dx\,dy\,dz=0$$

для любой области $\omega\subset V$, то $f(x,\ y,\ z)\equiv 0$ при $(x,\ y,\ z)\in V$.

4098. Найти $F'(t)$, если:

а) $F(t)=\iiint\limits_{x^2+y^2+z^2\leqslant t^2}f(x^2+y^2+z^2)\,dx\,dy\,dz,$

где f — дифференцируемая функция;

б) $F(t)=\iiint\limits_{\substack{0\leqslant x\leqslant t\\ 0\leqslant y\leqslant t\\ 0\leqslant z\leqslant t}}f(xyz)\,dx\,dy\,dz,$

где f — дифференцируемая функция.

4099. Найти

$$\iiint\limits_{x^2+y^2+z^2\leqslant 1}x^my^nz^p\,dx\,dy\,dz,$$

где m, n и p — целые неотрицательные числа.

4100. Вычислить *интеграл Дирихле*

$$\iiint\limits_{V}x^py^qz^r(1-x-y-z)^s\,dx\,dy\,dz$$

$$(p>0,\ q>0,\ r>0,\ s>0),$$