2588. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{\ln n}}$. **2589.** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n-2}}{(2n^2+n+1)^{n+1/2}}$.

2589.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n+3^n}$. **2589.2.** $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n(n-1)}$.

2590. $\sqrt{2}+\sqrt{2-\sqrt{2}}+\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}+$

$$+\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}+\ldots.$$

Указание. $\sqrt{2}=2\cos\frac{\pi}{4}$.

2591. Доказать, что если

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=q \quad (a_n>0),$$

то $a_n=o(q_1^n)$, где $q_1>q$.

2591.1. Пусть для членов знакоположительного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ $(a_n>0)$ выполнено неравенство

$$\frac{a_{n+1}}{a_n}\leqslant\rho<1 \text{ при } n\geqslant n_0.$$

Доказать, что для остатка ряда

$$R_n=a_{n+1}+a_{n+2}+\ldots$$

имеет место оценка

$$R_n\leqslant a_{n_0}\frac{\rho^{n-n_0+1}}{1-\rho}, \quad \text{если } n\geqslant n_0.$$

2591.2. Сколько членов ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{[(2n)!!]^2}{(4n)!!}$, где $[(2n)!!]^2=$ $=2\cdot4\ldots2n$, достаточно взять, чтобы соответствующая частная сумма S_n отличалась от суммы ряда S меньше, чем на $\varepsilon=10^{-6}$?

2592. Доказать, что если $\overline{\lim_{n\to\infty}}\frac{a_{n+1}}{a_n}=q<1$ $(a_n>0)$, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится.