

ной  $l$  и проходящей через центр тяжести тела,  $d$  — расстояние между осями и  $M$  — масса тела.

4152. Доказать, что момент инерции тела, занимающего объем  $V$ , относительно оси  $l$ , проходящей через его центр тяжести  $O(0, 0, 0)$  и образующей углы  $\alpha, \beta, \gamma$  с осями координат, равен:

$$I_l = I_x \cos^2 \alpha + I_y \cos^2 \beta + I_z \cos^2 \gamma - 2K_{xy} \cos \alpha \cos \beta - \\ - 2K_{xz} \cos \alpha \cos \gamma - 2K_{yz} \cos \beta \cos \gamma,$$

где  $I_x, I_y, I_z$  — моменты инерции тела относительно осей координат и

$$K_{xy} = \iiint_V \rho xy \, dx \, dy \, dz, \quad K_{xz} = \iiint_V \rho xz \, dx \, dy \, dz,$$

$$L_{yz} = \iiint_V \rho yz \, dx \, dy \, dz$$

— центробежные моменты.

4153. Найти момент инерции однородного цилиндра  $x^2 + y^2 \leq a^2, z = \pm h$ , плотности  $\rho_0$  относительно прямой  $x = y = z$ .

4154. Найти момент инерции относительно начала координат однородного тела плотности  $\rho_0$ , ограниченного поверхностью

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = a^2 (x^2 + y^2).$$

4155. Найти ньютонов потенциал в точке  $P(x, y, z)$  однородного шара  $\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 \leq R^2$  плотности  $\rho_0$ .

У к а з а н и е. Положить, что ось  $O\xi$  проходит через точку  $P(x, y, z)$ .

4156. Найти ньютонов потенциал в точке  $P(x, y, z)$  сферического слоя  $R_1^2 \leq \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 \leq R_2^2$ , если плотность  $\rho = f(R)$ , где  $f$  — известная функция и  $R = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}$ .

4157. Найти ньютонов потенциал в точке  $P(0, 0, z)$  цилиндра  $\xi^2 + \eta^2 \leq a^2, 0 \leq \zeta \leq h$ , постоянной плотности  $\rho_0$ .

4158. С какой силой притягивает однородный шар  $\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 \leq R^2$  массы  $M$  материальную точку  $P(0, 0, a)$  массы  $m$ ?

4159. Найти силу притяжения однородным цилиндром  $\xi^2 + \eta^2 \leq a^2, 0 \leq \zeta \leq h$ , плотности  $\rho_0$ , точки  $P(0, 0, z)$  с единичной массой.

4160. Найти силу притяжения однородным шаровым сектором плотности  $\rho_0$  материальной точки с мас-