

3602. Функцию  $e^{x+y}$  разложить в степенной ряд по целым положительным степеням биномов  $x-1$  и  $y+1$ .

3603. Написать разложение в ряд Тейлора функции  $f(x, y) = \frac{x}{y}$  в окрестности точки  $M(1, 1)$ .

3604. Пусть  $z$  — та неявная функция от  $x$  и  $y$ , определяемая уравнением  $z^3 - 2xz + y = 0$ , которая при  $x = 1$  и  $y = 1$  принимает значение  $z = 1$ .

Написать несколько членов разложения функции  $z$  по возрастающим степеням биномов  $x-1$  и  $y-1$ .

Изучить типы особых точек следующих кривых и примерно изобразить эти кривые:

3605.  $y^2 = ax^2 + x^3$ . 3606.  $x^3 + y^3 - 3xy = 0$ .

3607.  $x^2 + y^2 = x^4 + y^4$ . 3608.  $x^2 + y^4 = x^6$ .

3609.  $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$ . 3610.  $(y - x^2)^2 = x^3$ .

3611.  $(a + x)y^2 = (a - x)x^2$ .

3612. Изучить форму кривой  $y^2 = (x-a)(x-b)(x-c)$  в зависимости от значений параметров  $a, b, c$  ( $a \leq b \leq c$ ).

Исследовать особые точки трансцендентных кривых:

3613.  $y^2 = 1 - e^{-x^2}$ . 3614.  $y^2 = 1 - e^{-x^3}$ . 3615.  $y = x \ln x$ .

3616.  $y = \frac{x}{1 + e^{1/x}}$ .

3617.  $y = \arctg\left(\frac{1}{\sin x}\right)$ . 3618.  $y^2 = \sin \frac{\pi}{x}$ .

3619.  $y^2 = \sin x^2$ . 3620.  $y^2 = \sin^3 x$ .

## § 7. Экстремум функции нескольких переменных

1°. Определение экстремума. Пусть функция  $f(P) = f(x_1, \dots, x_n)$  определена в окрестности точки  $P_0$ . Если или  $f(P_0) > f(P)$ , или  $f(P_0) < f(P)$  при  $0 < \rho(P_0, P) < \delta$ , то говорят, что функция  $f(P)$  имеет строгий экстремум (соответственно максимум или минимум) в точке  $P_0$ .

2°. Необходимое условие экстремума. Дифференцируемая функция  $f(P)$  может достигать экстремума лишь в стационарной точке  $P_0$ , т. е. такой, что  $df_i(P_0) = 0$ . Следовательно, точки экстремума функции  $f(P)$  удовлетворяют системе уравнений  $f_{x_i}(x_1, \dots, x_n) = 0$  ( $i = 1, \dots, n$ ).

3°. Достаточное условие экстремума. Функция  $f(P)$  в точке  $P_0$  имеет:

а) максимум, если  $df_i(P_0) = 0$ ,  $d^2f(P_0) < 0$ , при  $\sum_{i=1}^n |dx_i| \neq 0$ , и