

$$2325. \int_0^{100} \frac{e^{-x}}{x+100} dx.$$

2326. Доказать равенства:

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{x^n}{1+x} dx = 0; \quad б) \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\pi/2} \sin^n x dx = 0.$$

2326.1. Найти:

$$a) \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^1 \frac{dx}{\varepsilon x^2 + 1}; \quad б) \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_a^b f(x) \frac{dx}{x},$$

где $a > 0$, $b > 0$ и $f(x) \in C[0, 1]$.

2327. Пусть $f(x)$ непрерывна на $[a, b]$ и $\varphi(x)$ непрерывна на $[a, b]$ и дифференцируема на (a, b) , причем

$$\varphi'(x) > 0 \text{ при } a < x < b.$$

Доказать вторую теорему о среднем, применяя интегрирование по частям и используя первую теорему о среднем.

Пользуясь второй теоремой о среднем, оценить интегралы:

$$2328. \int_{100\pi}^{200\pi} \frac{\sin x}{x} dx.$$

$$2329. \int_a^b \frac{e^{-\alpha x}}{x} \sin x dx \quad (\alpha \geq 0; 0 < a < b).$$

$$2330. \int_a^b \sin x^2 dx \quad (0 < a < b).$$

2331. Пусть функции $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ интегрируемы на промежутке $[a, b]$ вместе со своими квадратами. Доказать *неравенство Коши—Буняковского*

$$\left\{ \int_a^b \varphi(x) \psi(x) dx \right\}^2 \leq \int_a^b \varphi^2(x) dx \int_a^b \psi^2(x) dx.$$

2332. Пусть функция $f(x)$ непрерывно дифференцируема на сегменте $[a, b]$ и $f(a) = 0$.