

3183. Показать, что для функции

$$f(x, y) = (x + y) \sin \frac{1}{x} \sin \frac{1}{y}$$

оба повторных предела $\lim_{x \rightarrow 0} \{ \lim_{y \rightarrow 0} f(x, y) \}$ и $\lim_{y \rightarrow 0} \{ \lim_{x \rightarrow 0} f(x, y) \}$ не существуют, тем не менее существует $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} f(x, y) = 0$.

3183.1. Существует ли предел

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{2xy}{x^2 + y^2}?$$

3183.2. Чему равен предел функции

$$f(x, y) = x^2 e^{-(x^2 + y^2)}$$

вдоль любого луча

$$x = t \cos \alpha, y = t \sin \alpha \quad (0 \leq t < +\infty)$$

при $t \rightarrow +\infty$?

Можно ли эту функцию назвать бесконечно малой при $x \rightarrow \infty$ и $y \rightarrow \infty$?

3184. Найти $\lim_{x \rightarrow a} \{ \lim_{y \rightarrow b} f(x, y) \}$ и $\lim_{y \rightarrow b} \{ \lim_{x \rightarrow a} f(x, y) \}$, если:

а) $f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^4}, \quad a = \infty, b = \infty;$

б) $f(x, y) = \frac{x^y}{1 + x^y}, \quad a = \infty, b = +0;$

в) $f(x, y) = \sin \frac{\pi x}{2x + y}, \quad a = \infty, b = \infty;$

г) $f(x, y) = \frac{1}{xy} \operatorname{tg} \frac{xy}{1 + xy}, \quad a = 0, b = \infty;$

д) $f(x, y) = \log_x (x + y), \quad a = 1, b = 0.$

Найти следующие двойные пределы:

3185. $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{x + y}{x^2 - xy + y^2}.$ 3186. $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{x^2 + y^2}{x^4 + y^4}.$

3187. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow a}} \frac{\sin xy}{x}.$ 3188. $\lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow +\infty}} (x^2 + y^2) e^{-(x+y)}.$