

параллельных осей  $l$  и  $l_0$ , из которых  $l_0$  проходит через центр тяжести фигуры и  $d$  — расстояние между этими осями.

4068. Доказать, что момент инерции плоской области  $S$  относительно прямой, проходящей через ее центр тяжести  $O(0, 0)$  и составляющей угол  $\alpha$  с осью  $Ox$ , равен

$$I = I_x \cos^2 \alpha - 2I_{xy} \sin \alpha \cos \alpha + I_y \sin^2 \alpha,$$

где  $I_x$  и  $I_y$  — моменты инерции области  $S$  относительно осей  $Ox$  и  $Oy$  и  $I_{xy}$  — центробежный момент:

$$I_{xy} = \iint_S \rho xy \, dx \, dy.$$

4069. Найти момент инерции правильного треугольника со стороной  $a$  относительно прямой, проходящей через центр тяжести треугольника и составляющей угол  $\alpha$  с его высотой.

4070. Определить силу давления воды на боковую стенку  $x \geq 0$  цилиндрического сосуда  $x^2 + y^2 = a^2$ ,  $z = 0$ , если уровень воды  $z = h$ .

4071. Шар радиуса  $a$  погружен в жидкость постоянной плотности  $\delta$  на глубину  $h$  (считая от центра шара), где  $h \geq a$ . Найти силу давления жидкости на верхнюю и нижнюю части шаровой поверхности.

4072. Прямой круговой цилиндр, радиус основания которого равен  $a$ , а высота  $b$ , целиком погружен в жидкость плотности  $\delta$  так, что центр его находится на глубине  $h$  под поверхностью воды, а ось цилиндра составляет угол  $\alpha$  с вертикалью. Определить силу давления жидкости на нижнее и верхнее основания цилиндра.

4073. Определить силу притяжения однородным цилиндром  $x^2 + y^2 \leq a^2$ ,  $0 \leq z \leq h$ , материальной точки  $P(0, 0, b)$ , если масса цилиндра равна  $M$ , а масса точки равна  $m$ .

4074. Распределение давления тела на площадку смятия

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1$$

дается формулой  $p = p_0 \left( 1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right)$ .

Определить среднее давление тела на эту площадку.

4075. Луг, имеющий форму прямоугольника со сторонами  $a$  и  $b$ , равномерно покрыт скошенной травой