

3133.1. Пусть $f(x) \in C[a, b]$ и

$$M_k = \int_a^b x^k f(x) dx = 0 \quad (k=0, 1, 2, \dots).$$

Доказать, что $f(x) \equiv 0$ при $x \in [a, b]$.

У к а з а н и е. Использовать теорему Вейерштрасса об аппроксимации непрерывной функции многочленами.

3134. Пусть $f(x)$ — непрерывная 2π -периодическая функция и a_n, b_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) — ее коэффициенты Фурье. Доказать, что тригонометрические многочлены Фейера

$$\sigma_n(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} \left(1 - \frac{i}{n}\right) (a_i \cos ix + b_i \sin ix)$$

равномерно сходятся к функции $f(x)$ на отрезке $[-\pi, \pi]$.

3135. Построить многочлен Фейера $\sigma_{2n-1}(x)$ для функции

$$f(x) = |x| \quad \text{при } -\pi \leq x \leq \pi.$$