

$$\text{в) } x + x^2 \sin x = O(x^2); \quad \text{г) } \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} = O\left(\frac{1}{x^2}\right);$$

$$\text{д) } \ln x = o(x^e) \quad (e > 0); \quad \text{е) } x^p e^{-x} = o\left(\frac{1}{x^3}\right);$$

$$\text{ж) } \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} \sim \sqrt{x}; \quad \text{з) } x^2 + x \ln^{100} x \sim x^2.$$

652. Доказать, что при достаточно большом $x > 0$ имеют место неравенства:

$$\text{а) } x^2 + 10x + 100 < 0,001x^3;$$

$$\text{б) } \ln^{100} x < \sqrt{x}; \quad \text{в) } x^{10} e^x < e^{2x}.$$

652.1. Доказать асимптотическую формулу

$$\sqrt{x^2 + px + q} = x + \frac{p}{2} + O\left(\frac{1}{x}\right)$$

при $x \rightarrow +\infty$.

653. Пусть $x \rightarrow 0$. Выделить главный член вида Cx^n (C — постоянная) и определить порядки малости относительно переменной x следующих функций:

$$\text{а) } 2x - 3x^3 + x^5; \quad \text{б) } \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x};$$

$$\text{в) } \sqrt{1-2x} - \sqrt[3]{1-3x}; \quad \text{г) } \operatorname{tg} x - \sin x.$$

654. Пусть $x \rightarrow 0$. Показать, что бесконечно малые

$$\text{а) } f(x) = \frac{1}{\ln x}; \quad \text{б) } f(x) = e^{-1/x^2}$$

не сравнимы с бесконечно малой x^n ($n > 0$), каково бы ни было n , т. е. ни при каком n не может иметь место равенство $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^n} = k$, где k — конечная величина, отличная от нуля.

655. Пусть $x \rightarrow 1$. Выделить главный член вида $C(x-1)^n$ и определить порядки малости относительно бесконечно малой $x-1$ следующих функций:

$$\text{а) } x^3 - 3x + 2; \quad \text{б) } \sqrt[3]{1 - \sqrt{x}};$$

$$\text{в) } \ln x; \quad \text{г) } e^x - e; \quad \text{д) } x^x - 1.$$