если

$$u = f(x + y + z,\ x^2 + y^2 + z^2).$$

Найти полные дифференциалы первого и второго порядков от следующих сложных функций (x, y и z — независимые переменные):

3288. $u = f(t)$, где $t = x + y$.

3289. $u = f(t)$, где $t = \frac{y}{x}$. **3290.** $u = f(\sqrt{x^2 + y^2})$.

3291. $u = f(t)$, где $t = xyz$. **3292.** $u = f(x^2 + y^2 + z^2)$.

3293. $u = f(\xi, \eta)$, где $\xi = ax$, $\eta = by$.

3294. $u = f(\xi, \eta)$, где $\xi = x + y$, $\eta = x - y$.

3295. $u = f(\xi, \eta)$, где $\xi = xy$, $\eta = \frac{x}{y}$.

3296. $u = f(x + y, z)$.

3297. $u = f(x + y + z,\ x^2 + y^2 + z^2)$.

3298. $u = f\left(\frac{x}{y}, \frac{y}{z}\right)$.

3299. $u = f(x, y, z)$, где $x = t$, $y = t^2$, $z = t^3$.

3300. $u = f(\xi, \eta, \zeta)$, где $\xi = ax$, $\eta = by$, $\zeta = cz$.

3301. $u = f(\xi, \eta, \zeta)$, где $\xi = x^2 + y^2$, $\eta = x^2 - y^2$, $\zeta = 2xy$.

Найти $d^n u$, если:

3302. $u = f(ax + by + cz)$. **3303.** $u = f(ax, by, cz)$.

3304. $u = f(\xi, \eta, \zeta)$, где $\xi = a_1x + b_1y + c_1z$, $\eta = a_2x + b_2y + c_2z$, $\zeta = a_3x + b_3y + c_3z$.

3305. Пусть $u = f(r)$, где $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ и f — дважды дифференцируемая функция. Показать, что

$$\Delta u = F(r),$$

где $\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа, и найти функцию F.

3306. Пусть u и v — дважды дифференцируемые функции и Δ — оператор Лапласа (см. задачу 3305). Доказать, что

$$\Delta(uv) = u\,\Delta v + v\,\Delta u + 2\Delta(u, v),$$

где

$$\Delta(u, v) = \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z}\frac{\partial v}{\partial z}.$$

3307. Показать, что функция

$$u = \ln\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$$