

$$\begin{aligned} \text{IV. } (1+x)^m &= 1 + mx + \frac{m(m-1)}{2!} x^2 + \dots \\ &\dots + \frac{m(m-1)\dots(m-n+1)}{n!} x^n + \dots \quad (-1 \leq x \leq 1). \\ \text{V. } \ln(1+x) &= x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + \dots \\ &\quad (-1 < x \leq 1). \end{aligned}$$

4°. Действия со степенными рядами. Внутри общего интервала сходимости $|x-a| < R$ имеем:

$$\text{а) } \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-a)^n \pm \sum_{n=0}^{\infty} b_n (x-a)^n = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \pm b_n) (x-a)^n;$$

$$\text{б) } \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-a)^n \sum_{n=0}^{\infty} b_n (x-a)^n = \sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-a)^n,$$

где $c_n = a_0 b_n + a_1 b_{n-1} + \dots + a_n b_0$;

$$\text{в) } \frac{d}{dx} \left[\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-a)^n \right] = \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) a_{n+1} (x-a)^n;$$

$$\text{г) } \int \left[\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-a)^n \right] dx = C + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n+1} (x-a)^{n+1}.$$

5°. Степенные ряды комплексной области. Рассмотрим ряд

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n (z-a)^n,$$

где

$$c_n = a_n + i b_n, \quad a = \alpha + i\beta, \quad z = x + iy, \quad i^2 = -1.$$

Для каждого такого ряда имеется замкнутый *круг сходимости* $|z-a| \leq R$, внутри которого данный ряд сходится (и притом абсолютно), а вне расходится. *Радиус сходимости* R равен радиусу сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=0}^{\infty} |c_n| r^n$$

в действительной области.

Определить радиус и интервал сходимости и исследовать поведение в граничных точках интервала сходимости следующих степенных рядов:

$$2812. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^p}. \quad 2813. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + (-2)^n}{n} (x+1)^n.$$