

§ 8. Вычисление площадей поверхностей вращения

Площадь поверхности, образованной вращением гладкой кривой AB вокруг оси Ox , равна

$$P = 2\pi \int_A^B |y| ds,$$

где ds — дифференциал дуги.

Найти площади поверхностей, образованных вращением следующих кривых:

2486. $y = x \sqrt{\frac{x}{a}}$ ($0 \leq x \leq a$) вокруг оси Ox .

2487. $y = a \cos \frac{\pi x}{2b}$ ($|x| \leq b$) вокруг оси Ox .

2488. $y = \operatorname{tg} x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$) вокруг оси Ox .

2489. $y^2 = 2px$ ($0 \leq x \leq x_0$): а) вокруг оси Ox ; б) вокруг оси Oy .

2490. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($0 < b \leq a$); а) вокруг оси Ox ;

б) вокруг оси Oy .

2491. $x^2 + (y-b)^2 = a^2$ ($b \geq a$) вокруг оси Ox .

2492. $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ вокруг оси Ox .

2493. $y = a \operatorname{ch} \frac{x}{a}$ ($|x| \leq b$); а) вокруг оси Ox ; б) вокруг оси Oy .

2494. $\pm x = a \ln \frac{a + \sqrt{a^2 - y^2}}{y} - \sqrt{a^2 - y^2}$ вокруг оси Ox .

2495. $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ ($0 \leq t \leq 2\pi$); а) вокруг оси Ox ; б) вокруг оси Oy ; в) вокруг прямой $y = 2a$.

2496. $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$ вокруг прямой $y = x$.

2497. $r = a(1 + \cos \varphi)$ вокруг полярной оси.

2498. $r^2 = a^2 \cos 2\varphi$: а) вокруг полярной оси; б) вокруг оси $\varphi = \frac{\pi}{2}$; в) вокруг оси $\varphi = \frac{\pi}{4}$.

2499. Тело образовано вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной параболой $ay = a^2 - x^2$ и осью Ox .