

вычислить интегралы Френеля

$$\int_0^{+\infty} \sin(x^2) dx = \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx,$$

$$\int_0^{+\infty} \cos(x^2) dx = \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} \frac{\cos x}{\sqrt{x}} dx.$$

Найти величины интегралов:

$$3831. \int_{-\infty}^{+\infty} \sin(ax^2 + 2bx + c) dx \quad (a \neq 0).$$

$$3832. \int_{-\infty}^{+\infty} \sin x^2 \cdot \cos 2ax dx.$$

$$3833. \int_{-\infty}^{+\infty} \cos x^2 \cdot \cos 2ax dx.$$

3834. Доказать формулы:

$$1) \int_0^{+\infty} \frac{\cos \alpha x}{a^2 - x^2} dx = \frac{\pi}{2a} \sin \alpha a;$$

$$2) \int_0^{+\infty} \frac{x \sin \alpha x}{a^2 - x^2} dx = -\frac{\pi}{2} \cos \alpha a,$$

где $a \neq 0$ и интегралы понимаются в смысле главного значения Коши.

3835. Найти преобразование Лапласа

$$F(p) = \int_0^{+\infty} e^{-pt} f(t) dt \quad (p > 0)$$

для функции $f(t)$, если:

а) $f(t) = t^n$ (n — натуральное число);

б) $f(t) = \sqrt{t}$; в) $f(t) = e^{\alpha t}$;

г) $f(t) = te^{-\alpha t}$; д) $f(t) = \cos t$;

е) $f(t) = \frac{1 - e^{-t}}{t}$;

ж) $f(t) = \sin \alpha \sqrt{t}$.