

1425. Можно ли утверждать, что если функция $f(x)$ в точке x_0 имеет максимум, то в некоторой достаточно малой окрестности этой точки слева от точки x_0 функция $f(x)$ возрастает, а справа от нее убывает?

Рассмотреть пример:

$$f(x) = 2 - x^2 \left(2 + \sin \frac{1}{x} \right), \text{ если } x \neq 0 \text{ и } f(0) = 2.$$

1426 (н). Доказать, что функция

$$f(x) = e^{-1/x^2}, \text{ если } x \neq 0, \text{ и } f(0) = 0,$$

имеет в точке $x = 0$ минимум, а функция

$$g(x) = xe^{-1/x^2}, \text{ если } x \neq 0, \text{ и } g(0) = 0$$

не имеет в точке $x = 0$ экстремума, хотя

$$f^{(n)}(0) = 0, \quad g^{(n)}(0) = 0 \quad (n = 1, 2, \dots).$$

Построить графики этих функций.

1427. Исследовать на экстремум функции:

$$\text{а) } f(x) = e^{-1/|x|} \left(\sqrt{2} + \sin \frac{1}{x} \right) \text{ при } x \neq 0 \text{ и } f(0) = 0;$$

$$\text{б) } f(x) = e^{-1/|x|} \left(\sqrt{2} + \cos \frac{1}{x} \right) \text{ при } x \neq 0 \text{ и } f(0) = 0.$$

Построить графики этих функций.

1428. Исследовать на экстремум в точке $x = 0$ функцию

$$f(x) = |x| \left(2 + \cos \frac{1}{x} \right), \text{ если } x \neq 0 \text{ и } f(0) = 0.$$

Построить график этой функции.

Найти экстремумы следующих функций:

$$\text{1429. } y = x^3 - 6x^2 + 9x - 4. \quad \text{1430. } y = 2x^3 - x^4.$$

$$\text{1431. } y = x(x-1)^2(x-2)^2. \quad \text{1432. } y = x + \frac{1}{x}.$$

$$\text{1433. } y = \frac{2x}{1+x^2}. \quad \text{1434. } y = \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 + 2x + 1}.$$

$$\text{1435. } y = \sqrt{2x - x^2} \quad \text{1436. } y = x^3 \sqrt{x-1}.$$

$$\text{1437. } y = xe^{-x}. \quad \text{1438. } y = \sqrt{x} \ln x.$$