1456. Доказать неравенства:

а) $|3x - x^3| \leqslant 2$ при $|x| \leqslant 2$;

б) $\frac{1}{2^{p-1}} \leqslant x^p + (1-x)^p \leqslant 1$, если $0 \leqslant x \leqslant 1$ и $p > 1$;

в) $x^m (a-x)^n \leqslant \frac{m^n n^n}{(m+n)^{m+n}} a^{m+n}$ при $m > 0$, $n > 0$ и $0 \leqslant x \leqslant a$;

г) $\frac{x+a}{2^{(n-1)/n}} \leqslant \sqrt[n]{x^n + a^n} \leqslant x + a$ $(x > 0,\ a > 0,\ n > 1)$;

д) $|a \sin x + b \cos x| \leqslant \sqrt{a^2 + b^2}$.

1456.1. Доказать неравенство

$$\frac{2}{3} \leqslant \frac{x^2+1}{x^2+x+1} \leqslant 2$$

при $-\infty < x < +\infty$.

1457. Определить «отклонение от нуля» многочлена

$$P(x) = x(x-1)^2(x+2)$$

на сегменте $[-2, 1]$, т. е. найти

$$E_p = \sup_{-2 \leqslant x \leqslant 1} |P(x)|.$$

1458. При каком выборе коэффициента q многочлен

$$P(x) = x^2 + q$$

наименее отклоняется от нуля на сегменте $[-1, 1]$, т. е.

$$E_p = \sup_{-1 \leqslant x \leqslant 1} |P(x)| = \min.$$

1459. *Абсолютным отклонением* двух функций $f(x)$ и $g(x)$ на сегменте $[a, b]$ называется число

$$\Delta = \sup_{a \leqslant x \leqslant b} |f(x) - g(x)|.$$

Определить абсолютное отклонение функций:

$$f(x) = x^2 \text{ и } g(x) = x^3$$

на сегменте $[0, 1]$.

1460. Функцию $f(x) = x^2$ на сегменте $[x_1, x_2]$ приближенно заменить линейной функцией

$$g(x) = (x_1 + x_2)x + b$$

так, чтобы абсолютное отклонение функций $f(x)$ и $g(x)$