

3669. $u = \frac{\alpha_1}{x_1} + \frac{\alpha_2}{x_2} + \dots + \frac{\alpha_n}{x_n}$, если

$$\beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n = 1$$

$$(\alpha_i > 0, \beta_i > 0, x_i > 0, i = 1, 2, \dots, n).$$

3670. $u = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n}$, если $x_1 + x_2 + \dots + x_n = a$
 $(a > 0, \alpha_i > 1, i = 1, 2, \dots, n).$

3671. Найти экстремум квадратичной формы

$$u = \sum_{i,j}^n a_{ij} x_i x_j \quad (a_{ij} = a_{ji})$$

при условии

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 = 1.$$

3672. Доказать неравенство

$$\frac{x^n + y^n}{2} \geq \left(\frac{x+y}{2} \right)^n,$$

если $n \geq 1$ и $x \geq 0, y \geq 0$.

У к а з а н и е. Найти минимум функции $z = \frac{1}{2} (x^n + y^n)$
 при условии $x + y = s$.

3673. Доказать неравенство Гёльдера

$$\sum_{i=1}^n a_i x_i \leq \left(\sum_{i=1}^n a_i^k \right)^{1/k} \left(\sum_{i=1}^n x_i^{k'} \right)^{1/k'}$$

$$(a_i > 0, x_i > 0, i = 1, 2, \dots, n; k > 1, \frac{1}{k} + \frac{1}{k'} = 1).$$

У к а з а н и е. Найти минимум функции

$$u = \left(\sum_{i=1}^n a_i^k \right)^{1/k} \left(\sum_{i=1}^n x_i^{k'} \right)^{1/k'}$$

при условии

$$\sum_{i=1}^n a_i x_i = A.$$

3674. Доказать неравенство Адамара для определителя $A = |a_{ij}|$ порядка n :

$$A^2 \leq \prod_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^n a_{ij}^2 \right).$$