

Доказать, что

$$f(D) \{e^{\lambda x} u(x)\} = e^{\lambda x} f(D + \lambda) u(x),$$

где  $\lambda$  — постоянно.

1234. Доказать, что если в уравнении

$$\sum_{k=0}^n a_k x^k y_x^{(k)} = 0$$

положить  $x = e^t$ , где  $t$  — независимая переменная, то это уравнение примет вид:

$$\sum_{k=0}^n a_k D(D-1) \dots (D-k+1) y = 0,$$

где  $D = \frac{d}{dt}$ .

## § 6. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши

1°. Теорема Ролля. Если: 1) функция  $f(x)$  определена и непрерывна на сегменте  $[a, b]$ ; 2)  $f(x)$  имеет конечную производную  $f'(x)$  внутри этого сегмента; 3)  $f(a) = f(b)$ , то существует по меньшей мере одно число  $c$  из интервала  $(a, b)$  такое, что

$$f'(c) = 0.$$

2°. Теорема Лагранжа. Если: 1) функция  $f(x)$  определена и непрерывна на сегменте  $[a, b]$ ; 2)  $f(x)$  имеет конечную производную  $f'(x)$  на интервале  $(a, b)$ , то

$$f(b) - f(a) = (b-a) f'(c), \text{ где } a < c < b$$

(формула конечных приращений).

3°. Теорема Коши. Если: 1) функции  $f(x)$  и  $g(x)$  определены и непрерывны на сегменте  $[a, b]$ ; 2)  $f(x)$  и  $g(x)$  имеют конечные производные  $f'(x)$  и  $g'(x)$  на интервале  $(a, b)$ ; 3)  $f'(x) + g'(x) \neq 0$  при  $a < x < b$ ; 4)  $g(a) \neq g(b)$ , то

$$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}, \text{ где } a < c < b.$$

1235. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3).$$

1236. Функция  $f(x) = 1 - \sqrt[3]{x^3}$  обращается в нуль при  $x_1 = -1$  и  $x_2 = 1$ , но тем не менее  $f'(x) \neq 0$  при  $-1 \leq x \leq 1$ . Объяснить кажущееся противоречие с теоремой Ролля.