

4140. $z = x^2 + y^2$, $z = \frac{1}{2} (x^2 + y^2)$, $x + y = \pm 1$,
 $x - y = \pm 1$.

4141. $\frac{x^n}{a^n} + \frac{y^n}{b^n} + \frac{z^n}{c^n} = 1$, $x=0$, $y=0$, $z=0$ ($n>0$,
 $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$).

4142. Определить координаты центра тяжести тела, имеющего форму куба: $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$, $0 \leq z \leq 1$, если плотность тела в точке (x, y, z) равна

$$\rho = x^{\frac{2\alpha-1}{1-\alpha}} y^{\frac{2\beta-1}{1-\beta}} z^{\frac{2\gamma-1}{1-\gamma}},$$

где $0 < \alpha < 1$, $0 < \beta < 1$, $0 < \gamma < 1$.

Определить моменты инерции относительно координатных плоскостей однородных тел, ограниченных следующими поверхностями (параметры положительны):

4143. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, $x=0$, $y=0$, $z=0$.

4144. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$. 4145. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z^2}{c^2}$, $z=c$.

4146. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{x}{a}$.

4147. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2 \frac{z}{c}$, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$.

4147.1. $\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \right)^2 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$.

4147.2. $\left(\frac{x}{a} \right)^n + \left(\frac{y}{b} \right)^n + \left(\frac{z}{c} \right)^n = 1$, $x=0$, $y=0$, $z=0$
 $(n>0; x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0)$.

Определить моменты инерции относительно оси Oz однородных тел, ограниченных поверхностями:

4148. $z = x^2 + y^2$, $x + y = \pm 1$, $x - y = \pm 1$, $z=0$.

4149. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$, $x^2 + y^2 = z^2$ ($z > 0$).

4149.1. $(x^2 + y^2 + z^2)^3 = a^5 z$.

4150. Найти момент инерции неоднородного шара $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$ массы M относительно его диаметра, если плотность шара в текущей точке $P(x, y, z)$ пропорциональна расстоянию этой точки от центра шара.

4151. Доказать равенство $I_l = I_{l_0} + M a^2$, где I_l — момент инерции тела относительно некоторой оси l , I_{l_0} — момент инерции относительно оси l_0 , параллель-