$$\textbf{2763.}\ f_n(x) = \begin{cases} n^2x, & \text{если } 0 \leqslant x \leqslant \dfrac{1}{n}; \\ n^2\left(\dfrac{2}{n} - x\right), & \text{если } \dfrac{1}{n} < x < \dfrac{2}{n}; \\ 0, & \text{если } x \geqslant \dfrac{2}{n} \end{cases}$$

на сегменте $0 \leqslant x \leqslant 1$.

2764. Пусть $f(x)$ — произвольная функция, определенная на сегменте $[a, b]$, и $f_n(x) = \frac{[nf(x)]}{n}$ ($n = 1, 2, \ldots$).

Доказать, что $f_n(x) \rightrightarrows f(x)$ ($a \leqslant x \leqslant b$) при $n \to \infty$.

2765. Пусть функция $f(x)$ имеет непрерывную производную $f'(x)$ в интервале (a, b) и

$$f_n(x) = n\left[f\left(x + \frac{1}{n}\right) - f(x)\right].$$

Доказать, что $f_n(x) \rightrightarrows f'(x)$ на сегменте $\alpha \leqslant x \leqslant \beta$, где $a < \alpha < \beta < b$.

2766. Пусть $f_n(x) = \sum\limits_{i=0}^{n-1} \frac{1}{n} f\left(x + \frac{i}{n}\right)$, где $f(x)$ — непрерывная на $(-\infty, +\infty)$ функция. Доказать, что последовательность $f_n(x)$ сходится равномерно на любом конечном сегменте $[a, b]$.

Исследовать характер сходимости следующих рядов:

2767. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} x^n$ а) на интервале $|x| < q$, где $q < 1$; б) на интервале $|x| < 1$.

2768. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$ на сегменте $-1 \leqslant x \leqslant 1$.

2768.1. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ на интервале $(0, +\infty)$.

2769. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (1-x)x^n$ на сегменте $0 \leqslant x \leqslant 1$.