

1217. Используя тождество

$$\frac{1}{x^2+1} = \frac{1}{2i} \left(\frac{1}{x-i} - \frac{1}{x+i} \right),$$

доказать, что

$$\left(\frac{1}{x^2+1} \right)^{(n)} = \frac{(-1)^n n!}{(1+x^2)^{(n+1)/2}} \sin [(n+1) \operatorname{arctg} x].$$

У к а з а н и е. Применить формулу Муавра.

1218. Найти n -ю производную от функции

$$f(x) = \operatorname{arctg} x.$$

Найти $f^{(n)}(0)$, если:

$$1219. \text{ а) } f(x) = \frac{1}{(1-2x)(1+x)}; \quad \text{ б) } f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x}}.$$

$$1220. \text{ а) } f(x) = x^2 e^{ax}; \quad \text{ б) } f(x) = \operatorname{arctg} x;$$

$$\text{ в) } f(x) = \arcsin x.$$

$$1221. \text{ а) } f(x) = \cos(m \arcsin x); \quad \text{ б) } f(x) = \sin(m \arcsin x).$$

$$1222. \text{ а) } f(x) = (\operatorname{arctg} x)^3; \quad \text{ б) } f(x) = (\arcsin x)^2.$$

1223. Найти $f^{(n)}(a)$, если

$$f(x) = (x-a)^n \varphi(x),$$

где функция $\varphi(x)$ имеет непрерывную производную $(n-1)$ -го порядка в окрестности точки a .

1224. Доказать, что функция

$$f(x) = \begin{cases} x^{2n} \sin \frac{1}{x}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0 \end{cases}$$

(n — натуральное число) в точке $x = 0$ имеет производные до n -го порядка включительно и не имеет производной $(n+1)$ -го порядка.

1225. Доказать, что функция

$$f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0 \end{cases}$$

бесконечно дифференцируема при $x = 0$.

Построить график этой функции.