

2975. Как следует продолжить заданную в интервале $(0, \pi/2)$ интегрируемую функцию $f(x)$ в интервал $(-\pi, \pi)$, чтобы ее разложение в ряд Фурье имело вид

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2n-1)x \quad (-\pi < x < \pi)?$$

2976. Как следует продолжить заданную в интервале $(0, \pi/2)$ интегрируемую функцию $f(x)$ в интервал $(-\pi, \pi)$, чтобы ее разложение в ряд Фурье имело вид

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(2n-1)x \quad (-\pi < x < \pi)?$$

2977. Функцию

$$f(x) = x \left(\frac{\pi}{2} - x \right)$$

разложить в интервале $(0, \pi/2)$:

а) по косинусам нечетных дуг; б) по синусам нечетных дуг.

Нарисовать графики суммы рядов Фурье для случаев а) и б).

2978. Функция $f(x)$ *антипериодична* с периодом π , т. е.

$$f(x + \pi) = -f(x).$$

Какой особенностью обладает ряд Фурье этой функции в интервале $(-\pi, \pi)$?

2979. Какой особенностью обладает ряд Фурье функции $f(x)$ в интервале $(-\pi, \pi)$, если $f(x + \pi) = f(x)$?

2980. Какими особенностями обладают коэффициенты Фурье a_n, b_n ($n = 1, 2, \dots$) функции $y = f(x)$ периода 2π , если график функции: а) имеет центры симметрии в точках $(0, 0), (\pm \pi/2, 0)$; б) имеет центр симметрии в начале координат и оси симметрии $x = \pm \pi/2$?

2981. Как связаны между собой коэффициенты Фурье a_n, b_n и α_n, β_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) функций $\varphi(x)$ и $\psi(x)$, если

$$\varphi(-x) = \psi(x)?$$

2982. Как связаны между собой коэффициенты Фурье a_n, b_n и α_n, β_n ($a = 0, 1, 2, \dots$) функций $\varphi(x)$ и $\psi(x)$, если

$$\varphi(-x) = -\psi(x)?$$