4440.2. Выразить $\operatorname{rot} \boldsymbol{a}(x, y, z)$ а) в цилиндрических координатах; б) в сферических координатах.

4441. Найти поток вектора $\boldsymbol{r}$:

а) через боковую поверхность конуса $x^2 + y^2 \leqslant z^2$ $(0 \leqslant z \leqslant h)$;

б) через основание этого конуса.

4442. Найти поток вектора $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{i}yz + \boldsymbol{j}xz + \boldsymbol{k}xy$: а) через боковую поверхность цилиндра $x^2 + y^2 \leqslant a^2$ $(0 \leqslant z \leqslant h)$; б) через полную поверхность этого цилиндра.

4443. Найти поток радиуса-вектора $\boldsymbol{r}$ через поверхность $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$ $(0 \leqslant z \leqslant 1)$.

4444. Найти поток вектора $\boldsymbol{a} = x^2\boldsymbol{i} + y^2\boldsymbol{j} + z^2\boldsymbol{k}$ через положительный октант сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$, $z \geqslant 0$.

4445. Найти поток вектора $\boldsymbol{a} = y\boldsymbol{i} + z\boldsymbol{j} + x\boldsymbol{k}$ через полную поверхность пирамиды, ограниченной плоскостями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x + y + z = a$ $(a > 0)$.

Проверить результат, применяя формулу Остроградского.

4445.1. Найти поток вектора $\boldsymbol{a} = x^3\boldsymbol{i} + y^3\boldsymbol{j} + z^3\boldsymbol{k}$ через сферу $x^2 + y^2 + z^2 = x$.

4446. Доказать, что поток вектора $\boldsymbol{a}$ через поверхность S, заданную уравнением $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(u, v)$ $((u, v) \in \Omega)$, равен

$$\iint\limits_S a_n dS = \iint\limits_\Omega \left(\boldsymbol{a}\, \frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial u}\, \frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial v}\right) du\, dv,$$

где $a_n = \boldsymbol{a}\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{n}$ — единичный вектор нормали к поверхности S.

4447. Найти поток вектора $\boldsymbol{a} = m\boldsymbol{r}/r^3$ (m — постоянная) через замкнутую поверхность S, окружающую начало координат.

4448. Найти поток вектора $\boldsymbol{a}(\boldsymbol{r}) = \sum\limits_{i=1}^{n} \operatorname{grad}\left(-\dfrac{e_i}{4\pi r_i}\right)$, где e_i — постоянные и r_i — расстояния точек M_i (*источники*) от переменной точки $M(\boldsymbol{r})$, через замкнутую поверхность S, окружающую точки M_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$.

4449. Доказать, что $\displaystyle\iint\limits_S \frac{\partial u}{\partial n}\, dS = \iiint\limits_V \nabla^2 u\, dx\, dy\, dz$,

где поверхность S ограничивает тело V.

4450. Количество тепла, протекающее в поле температуры u за единицу времени через элемент поверхности