нием целочисленных: $x = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$; б) периодическая с периодом, равным 1.

2794. Показать, что ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} [nxe^{-nx} - (n-1)\, xe^{-(n-1)x}]$ сходится неравномерно на сегменте $0 \leqslant x \leqslant 1$, однако его сумма есть функция, непрерывная на этом сегменте.

2795. Определить области существования функций $f(x)$ и исследовать их на непрерывность, если

$$\text{а) } f(x) = \sum_{n=1}^{\infty}\left(x + \frac{1}{n}\right)^n; \qquad \text{б) } f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x + n(-1)^n}{x^2 + n^2};$$

$$\text{в) } f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{(1+x^2)^n}.$$

2796. Пусть r_k $(k = 1, 2, \ldots)$ — рациональные числа сегмента $[0, 1]$. Показать, что функция

$$f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{|x - r_k|}{3^k} \quad (0 \leqslant x \leqslant 1)$$

обладает следующими свойствами: 1) непрерывна; 2) дифференцируема в иррациональных точках и недифференцируема в рациональных.

2797. Доказать, что *дзета-функция Римана*

$$\zeta(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}$$

непрерывна в области $x > 1$ и имеет в этой области непрерывные производные всех порядков.

2798. Доказать, что *тэта-функция*

$$\theta(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-\pi n^2 x}$$

определена и бесконечно дифференцируема при $x > 0$.

2799. Определить область существования функции $f(x)$ и исследовать ее на дифференцируемость, если:

$$\text{а) } f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x}{n + x}; \qquad \text{б) } f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|x|}{n^2 + x^2}.$$