

$$д) f(x) = \frac{1}{x^2} e^{-1/x^2}; \quad е) f(x) = x^x \quad (x > 0);$$

$$ж) f(x) = x \ln^2 x.$$

741. Обязательно ли будет разрывна в данной точке x_0 сумма двух функций $f(x) + g(x)$, если: а) функция $f(x)$ непрерывна, а функция $g(x)$ разрывна при $x = x_0$; б) обе функции $f(x)$ и $g(x)$ разрывны при $x = x_0$? Построить соответствующие примеры.

742. Обязательно ли произведение двух функций $f(x)g(x)$ терпит разрыв непрерывности в данной точке x_0 , если: а) функция $f(x)$ непрерывна, а функция $g(x)$ разрывна в этой точке; б) обе функции $f(x)$ и $g(x)$ разрывны при $x = x_0$? Построить соответствующие примеры.

743. Можно ли утверждать, что квадрат разрывной функции есть также разрывная функция?

Построить пример всюду разрывной функции, квадрат которой есть функция непрерывная.

744. Исследовать на непрерывность функции $f[g(x)]$ и $g[f(x)]$, если:

$$а) f(x) = \operatorname{sgn} x \text{ и } g(x) = 1 + x^2;$$

$$б) f(x) = \operatorname{sgn} x \text{ и } g(x) = x(1 - x^2);$$

$$в) f(x) = \operatorname{sgn} x \text{ и } g(x) = 1 + x - [x].$$

745. Исследовать на непрерывность сложную функцию $y = f(u)$, где $u = \varphi(x)$, если

$$f(u) = \begin{cases} u & \text{при } 0 < u \leq 1; \\ 2 - u & \text{при } 1 < u < 2 \end{cases}$$

и

$$\varphi(x) = \begin{cases} x & \text{при } x \text{ рациональном;} \\ 2 - x & \text{при } x \text{ иррациональном} \end{cases} \quad (0 < x < 1).$$

746. Доказать, что если $f(x)$ — непрерывная функция, то $F(x) = |f(x)|$ есть также непрерывная функция.

747. Доказать, что если функция $f(x)$ непрерывна, то функция

$$f_c(x) = \begin{cases} -c, & \text{если } f(x) < -c; \\ f(x), & \text{если } |f(x)| \leq c; \\ c, & \text{если } f(x) > c, \end{cases}$$

где c — любое положительное число, также непрерывна.