

$$в) \frac{A}{x} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{x}{100} \right)^{-n} \right]; \quad г) \frac{\ln 2}{\ln \left( 1 + \frac{x}{101} \right)}.$$

1412. Считая  $x$  малым по абсолютной величине, вывести приближенную формулу вида  $x = \alpha \sin x + \beta \operatorname{tg} x$  с точностью до члена с  $x^5$ .

Применить эту формулу для приближенного спрямления дуг малой угловой величины.

1413. Оценить относительную погрешность следующего правила Чебышева: круговая дуга приближенно равна сумме боковых сторон равнобедренного треугольника, построенного на хорде этой дуги и имеющего высотой  $\sqrt{4/3}$  ее стрелки.

### § 11. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения функции

1°. Необходимое условие экстремума. Говорят, что функция  $f(x)$  имеет в точке  $x_0$  экстремум (максимум или минимум), если функция определена в двухсторонней окрестности точки  $x_0$  и для всех точек  $x$  некоторой области:  $0 < |x - x_0| < \delta$ , выполнено соответственно неравенство

$$f(x) < f(x_0) \text{ или } f(x) > f(x_0).$$

В точке экстремума производная  $f'(x_0) = 0$ , если она существует.

2°. Достаточные условия экстремума.

Первое правило. Если 1) функция  $f(x)$  определена и непрерывна в некоторой окрестности  $|x - x_0| < \delta$  точки  $x_0$  такой, что  $f'(x_0) = 0$  или не существует (критическая точка); 2)  $f(x)$  имеет конечную производную  $f'(x)$  в области  $0 < |x - x_0| < \delta$ ; 3) производная  $f'(x)$  сохраняет определенный знак слева от  $x_0$  и справа от  $x_0$ , то поведение функции  $f(x)$  характеризуется следующей таблицей:

	Знак производной		Вывод
	$x < x_0$	$x > x_0$	
I	+	+	Экстремума нет
II	+	—	Максимум
III	—	+	Минимум
IV	—	—	Экстремума нет