$$2763.\ f_n(x)=\begin{cases} n^2x, & \text{если } 0\leqslant x\leqslant \frac{1}{n};\\ n^2\left(\frac{2}{n}-x\right), & \text{если } \frac{1}{n}<x<\frac{2}{n};\\ 0, & \text{если } x\geqslant\frac{2}{n}\end{cases}$$

на сегменте $0\leqslant x\leqslant 1$.

2764. Пусть $f(x)$ — произвольная функция, определенная на сегменте $[a, b]$, и $f_n(x)=\frac{[nf(x)]}{n}$ ($n=1, 2, \ldots$).

Доказать, что $f_n(x)\rightrightarrows f(x)$ ($a\leqslant x\leqslant b$) при $n\to\infty$.

2765. Пусть функция $f(x)$ имеет непрерывную производную $f'(x)$ в интервале (a, b) и

$$f_n(x)=n\left[f\left(x+\frac{1}{n}\right)-f(x)\right].$$

Доказать, что $f_n(x)\rightrightarrows f'(x)$ на сегменте $\alpha\leqslant x\leqslant\beta$, где $a<\alpha<\beta<b$.

2766. Пусть $f_n(x)=\sum\limits_{i=0}^{n-1}\frac{1}{n}f\left(x+\frac{i}{n}\right)$, где $f(x)$ — непрерывная на $(-\infty, +\infty)$ функция. Доказать, что последовательность $f_n(x)$ сходится равномерно на любом конечном сегменте $[a, b]$.

Исследовать характер сходимости следующих рядов:

2767. $\sum\limits_{n=0}^{\infty}x^n$ а) на интервале $|x|<q$, где $q<1$; б) на интервале $|x|<1$.

2768. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n^2}$ на сегменте $-1\leqslant x\leqslant 1$.

2768.1. $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$ на интервале $(0, +\infty)$.

2769. $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(1-x)x^n$ на сегменте $0\leqslant x\leqslant 1$.