

$= 0, 1, 2, \dots$ ) при  $x \in (a, b)$ . Доказать, что функция  $f(x)$  разлагается в степенной ряд

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - x_0)^n \quad (x_0 \in (a, b)),$$

сходящийся в интервале  $(a, b)$ .

2899.2. Пусть  $f(x) \in C^{(\infty)}[-1, 1]$  и  $f^{(n)}(x) \geq 0$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) при  $x \in [-1, 1]$ . Доказать, что в интервале  $(-1, 1)$  функция  $f(x)$  разлагается в степенной ряд

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n.$$

У к а з а н и е. Используя монотонность производных  $f^{(n)}(x)$  для остаточного члена  $R_n(x)$  ряда Тейлора функции  $f(x)$ , получить оценку

$$|R_n(x)| \leq |x|^{n+1} f(1).$$

2900. Доказать, что если 1)  $a_n \geq 0$  и 2) существует

$$\lim_{x \rightarrow R-0} \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = S, \text{ то } \sum_{n=0}^{\infty} a_n R^n = S.$$

Разложить в степенной ряд функции:

$$2901. \int_0^x e^{-t} dt. \quad 2902. \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{1-t^4}}.$$

$$2903. \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt. \quad 2904. \int_0^x \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx.$$

$$2905. \int_0^x \frac{t dt}{\ln(1+t)} \quad (\text{написать четыре члена}).$$

Применяя почленное дифференцирование, вычислить суммы следующих рядов:

$$2906. x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots$$

$$2907. x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots$$

$$2908. 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$