

сходится равномерно при каждом значении  $\alpha \neq 0$  и не сходится равномерно при  $\alpha = 0$ .

3772. Законен ли переход к пределу под знаком интеграла в выражении

$$\lim_{\alpha \rightarrow +0} \int_0^{+\infty} \alpha e^{-\alpha x} dx?$$

3773. Функция  $f(x)$  интегрируема в промежутке  $(0, +\infty)$ . Доказать формулу

$$\lim_{\alpha \rightarrow +0} \int_0^{+\infty} e^{-\alpha x} f(x) dx = \int_0^{+\infty} f(x) dx.$$

3773.1. Доказать, что если  $f'(x)$  абсолютно интегрируема на  $[a, +\infty]$ , то существует  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

3774. Доказать, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{+\infty} f(x) \sin nx dx = 0,$$

если функция  $f(x)$  абсолютно интегрируема в промежутке  $(0, +\infty)$ .

3775. Доказать, что если 1)  $f(x, y) \xrightarrow{y \rightarrow y_0} f(x, y_0)$  в каждом конечном интервале  $(a, b)$ ; 2)  $|f(x, y)| \leq F(x)$ , где  $\int_a^{+\infty} F(x) dx < +\infty$ , то

$$\lim_{y \rightarrow y_0} \int_a^{+\infty} f(x, y) dx = \int_a^{+\infty} \lim_{y \rightarrow y_0} f(x, y) dx.$$

3776. Вычислить интеграл

$$\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx = \int_0^{+\infty} \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \left( 1 + \frac{x^2}{n} \right)^{-n} \right] dx,$$

используя предельный переход под знаком интеграла.

3776.1. Пусть  $f(x)$  — непрерывна и ограничена на  $[0, +\infty)$ . Доказать, что

$$\lim_{y \rightarrow 0} \frac{2}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{yf(x)}{x^2 + y^2} dx = f(0).$$

3776.2. Найти

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^n + 1}.$$