и ограничена поверхностями:

$$z = \frac{x^2+y^2}{m},\ z = \frac{x^2+y^2}{n},\ xy = a^2,\ xy = b^2,\ y = \alpha x,\ y = \beta x$$

$$(0 < a < b;\ 0 < \alpha < \beta;\ 0 < m < n).$$

4094. Найти среднее значение функции

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$$

в области $x^2 + y^2 + z^2 \leqslant x + y + z$.

4095. Найти среднее значение функции

$$f(x, y, z) = e^{\sqrt{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}}}$$

в области $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leqslant 1$.

4096. Пользуясь теоремой о среднем, оценить интеграл

$$u = \iiint\limits_{x^2+y^2+z^2 \leqslant R^2} \frac{dx\,dy\,dz}{\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}},$$

где $a^2 + b^2 + c^2 > R^2$.

4097. Доказать, что если функция $f(x, y, z)$ непрерывна в области V и

$$\iiint\limits_{\omega} f(x, y, z)\,dx\,dy\,dz = 0$$

для любой области $\omega \subset V$, то $f(x, y, z) \equiv 0$ при $(x, y, z) \in V$.

4098. Найти $F'(t)$, если:

а) $F(t) = \iiint\limits_{x^2+y^2+z^2 \leqslant t^2} f(x^2+y^2+z^2)\,dx\,dy\,dz$,

где f — дифференцируемая функция;

б) $F(t) = \iiint\limits_{\substack{0 \leqslant x \leqslant t \\ 0 \leqslant y \leqslant t \\ 0 \leqslant z \leqslant t}} f(xyz)\,dx\,dy\,dz$,

где f — дифференцируемая функция.

4099. Найти

$$\iiint\limits_{x^2+y^2+z^2 \leqslant 1} x^m y^n z^p\,dx\,dy\,dz,$$

где m, n и p — целые неотрицательные числа.

4100. Вычислить *интеграл Дирихле*

$$\iiint\limits_{V} x^p y^q z^r (1-x-y-z)^s\,dx\,dy\,dz$$

$$(p > 0,\ q > 0,\ r > 0,\ s > 0),$$