

3275. $d^n u$, если $u = e^{ax+by}$.

3276. $d^n u$, если $u = X(x) Y(y)$.

3277. $d^n u$, если $u = f(x+y+z)$.

3278. $d^n u$, если $u = e^{ax+by+cz}$.

3279. Пусть $P_n(x, y, z)$ — однородный многочлен степени n . Доказать, что

$$d^n P_n(x, y, z) = n! P_n(dx, dy, dz).$$

3280. Пусть

$$Au = x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y}.$$

Найти Au и $A^2 u = A(Au)$, если

а) $u = \frac{x}{x^2 + y^2}$; б) $u = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$.

3281. Пусть

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}.$$

Найти Δu , если

а) $u = \sin x \operatorname{ch} y$; б) $u = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$.

3282. Пусть

$$\Delta_1 u = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2$$

и

$$\Delta_2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^3} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^3} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^3}.$$

Найти $\Delta_1 u$ и $\Delta_2 u$, если

а) $u = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$; б) $u = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}.$

Найти производные первого и второго порядков от следующих сложных функций:

3283. $u = f(x^2 + y^2 + z^2).$

3284. $u = f\left(x, \frac{x}{y}\right).$

3285. $u = f(x, xy, xyz).$

3286. Найти $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$, если $u = f(x + y, xy).$

3287. Найти $\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2},$