проходящего через эту точку, т. е. существует

$$\lim_{t\to 0} f(t\cos\alpha,\ t\sin\alpha) = f(0,\ 0);$$

однако эта функция не является непрерывной в точке $(0,\ 0)$.

3203.1. Исследовать на равномерную непрерывность линейную функцию $u = 2x - 3y + 5$ в бесконечной плоскости $E^2 = \{|x| < +\infty,\ |y| < +\infty\}$.

3203.2. Исследовать на равномерную непрерывность в плоскости $E^2 = \{|x| < +\infty,\ |y| < +\infty\}$ функцию

$$u = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

3203.3. Будет ли равномерно непрерывной функция

$$f(x,\ y) = \sin\frac{\pi}{1 - x^2 - y^2}$$

в области $x^2 + y^2 < 1$.

3203.4. Дана функция $u = \arcsin\frac{x}{y}$. Является ли эта функция непрерывной в своей области определения E?

Будет ли функция u равномерно непрерывной в области E?

3204. Показать, что множество точек разрыва функции $f(x,\ y) = x\sin\frac{1}{y}$, если $y \neq 0$ и $f(x,\ 0) = 0$, не является замкнутым.

3205. Доказать, что если функция $f(x,\ y)$ в некоторой области G непрерывна по переменной x и равномерно относительно x непрерывна по переменной y, то эта функция непрерывна в рассматриваемой области.

3206. Доказать, что если в некоторой области G функция $f(x,\ y)$ непрерывна по переменной x и удовлетворяет условию Липшица по переменной y, т. е.

$$|f(x,\ y') - f(x,\ y'')| \leqslant L\,|y' - y''|,$$

где $(x,\ y') \in G$, $(x,\ y'') \in G$ и L — постоянная, то эта функция непрерывна в данной области.

3207. Доказать, что если функция $f(x,\ y)$, где $(x,\ y) \in E$, непрерывна по каждой переменной x и y в отдельности и монотонна по одной из них, то эта функция непрерывна по совокупности переменных в области E (*теорема Юнга*).

3208. Пусть функция $f(x,\ y)$ непрерывна в области $a \leqslant x \leqslant A$, $b \leqslant y \leqslant B$, а последовательность функций