называется *средним значением* функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$.

Если функция $f(x)$ непрерывна на $[a, b]$, то найдется точка $c \in (a, b)$ такая, что

$$M[f] = f(c).$$

2°. **Первая теорема о среднем.** Если: 1) функции $f(x)$ и $\varphi(x)$ ограничены и соответственно интегрируемы на сегменте $[a, b]$; 2) функция $\varphi(x)$ не меняет знака при $a < x < b$, то

$$\int_a^b f(x)\,\varphi(x)\,dx = \mu \int_a^b \varphi(x)\,dx,$$

где $m \leqslant \mu \leqslant M$ и $m = \inf\limits_{a<x<b} f(x)$, $M = \sup\limits_{a<x<b} f(x)$; 3) если, сверх того, функция $f(x)$ непрерывна на сегменте $[a, b]$, то $\mu = f(c)$, где $a \leqslant c \leqslant b$.

3°. **Вторая теорема о среднем.** Если: 1) функции $f(x)$ и $\varphi(x)$ ограничены и собственно интегрируемы на сегменте $[a, b]$; 2) функция $\varphi(x)$ монотонна при $a < x < b$, то

$$\int_a^b f(x)\,\varphi(x)\,dx = \varphi(a+0)\int_a^\xi f(x)\,dx + \varphi(b-0)\int_\xi^b f(x)\,dx,$$

где $a \leqslant \xi \leqslant b$; 3) если, сверх того, функция $\varphi(x)$ монотонно убывающая (в широком смысле!) и неотрицательная, то

$$\int_a^b f(x)\,\varphi(x)\,dx = \varphi(a+0)\int_a^\xi f(x)\,dx \quad (a \leqslant \xi \leqslant b);$$

3′) если же функция $\varphi(x)$ монотонно возрастающая (в широком смысле) и неотрицательная, то

$$\int_a^b f(x)\,\varphi(x)\,dx = \varphi(b-0)\int_\xi^b f(x)\,dx \quad (a \leqslant \xi \leqslant b).$$

2316. Определить знаки следующих определенных интегралов:

а) $\int\limits_0^{2\pi} x \sin x\,dx$; б) $\int\limits_0^{2\pi} \frac{\sin x}{x}\,dx$,

в) $\int\limits_{-2}^{2} x^3 2^x\,dx$; г) $\int\limits_{1/2}^{1} x^2 \ln x\,dx$.

2317. Какой интеграл больше:

а) $\int\limits_0^{\pi/2} \sin^{10} x\,dx$ или $\int\limits_0^{\pi/2} \sin^2 x\,dx$?

б) $\int\limits_0^1 e^{-x}\,dx$ или $\int\limits_0^1 e^{-x^2}\,dx$?