1456. Доказать неравенства:

а) $|3x-x^3|\leqslant 2$ при $|x|\leqslant 2$;

б) $\frac{1}{2^{p-1}}\leqslant x^p+(1-x)^p\leqslant 1$, если $0\leqslant x\leqslant 1$ и $p>1$;

в) $x^m(a-x)^n\leqslant\frac{m^n n^n}{(m+n)^{m+n}}a^{m+n}$ при $m>0$, $n>0$ и $0\leqslant x\leqslant a$;

г) $\frac{x+a}{2^{(n-1)/n}}\leqslant\sqrt[n]{x^n+a^n}\leqslant x+a$ $(x>0,\ a>0,\ n>1)$;

д) $|a\sin x+b\cos x|\leqslant\sqrt{a^2+b^2}$.

1456.1. Доказать неравенство

$$\frac{2}{3}\leqslant\frac{x^2+1}{x^2+x+1}\leqslant 2$$

при $-\infty<x<+\infty$.

1457. Определить «отклонение от нуля» многочлена

$$P(x)=x(x-1)^2(x+2)$$

на сегменте $[-2, 1]$, т. е. найти

$$E_p=\sup_{-2\leqslant x\leqslant 1}|P(x)|.$$

1458. При каком выборе коэффициента q многочлен

$$P(x)=x^2+q$$

наименее отклоняется от нуля на сегменте $[-1, 1]$, т. е.

$$E_p=\sup_{-1\leqslant x\leqslant 1}|P(x)|=\min.$$

1459. *Абсолютным отклонением* двух функций $f(x)$ и $g(x)$ на сегменте $[a, b]$ называется число

$$\Delta=\sup_{a\leqslant x\leqslant b}|f(x)-g(x)|.$$

Определить абсолютное отклонение функций

$$f(x)=x^2 \text{ и } g(x)=x^3$$

на сегменте $[0, 1]$.

1460. Функцию $f(x)=x^2$ на сегменте $[x_1, x_2]$ приближенно заменить линейной функцией

$$g(x)=(x_1+x_2)x+b$$

так, чтобы абсолютное отклонение функций $f(x)$ и $g(x)$