

1388. Найти три члена разложения функции $f(x) = \sqrt{x}$ по целым неотрицательным степеням разности $x-1$.

1389. Функцию $f(x) = x^x - 1$ разложить по целым неотрицательным степеням бинома $x-1$ до члена с $(x-1)^3$.

1390. Функцию $y = a \operatorname{ch} \frac{x}{a}$ ($a > 0$) в окрестности точки $x = 0$ приближенно заменить параболой 2-го порядка.

1391. Функцию $f(x) = \sqrt{1+x^2} - x$ ($x > 0$) разложить по целым неотрицательным степеням дроби $\frac{1}{x}$ до члена с $\frac{1}{x^3}$.

1392. Найти разложение функции $f(h) = \ln(x+h)$ ($x > 0$) по целым неотрицательным степеням приращения h до члена с h^n (n — натуральное число).

1393. Пусть

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \dots + \frac{h^n}{n!} f^{(n)}(x + \theta h)$$

($0 < \theta < 1$), причем $f^{(n+1)}(x) \neq 0$.

Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \theta = \frac{1}{n+1}$.

1393.1. Пусть при $x \rightarrow 0$ имеем

$$f(x) = 1 + kx + o(x).$$

Доказать, что $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x)]^{1/x} = e^k$.

1393.2. Пусть $f(x) \in C^{(2)}[0, 1]$ и $f(0) = f(1) = 0$, причем $|f''(x)| \leq A$ при $x \in (0, 1)$. Доказать, что $|f'(x)| \leq \frac{A}{2}$ при $0 \leq x \leq 1$.

1393.3. Пусть $f(x)$ ($-\infty < x < +\infty$) — дважды дифференцируемая функция и

$$M_k = \sup_{-\infty < x < +\infty} |f^{(k)}(x)| < +\infty \quad (k = 0, 1, 2).$$

Доказать неравенство $M_1^2 \leq 2M_0M_2$.

1394. Оценить абсолютную погрешность приближенных формул:

$$a) e^x \approx 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} \quad \text{при } 0 \leq x \leq 1;$$