в) $x+x^2\sin x=O(x^2)$; г) $\dfrac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2}=O\left(\dfrac{1}{x^2}\right)$;

д) $\ln x=o(x^\varepsilon)$ $(\varepsilon>0)$; е) $x^p e^{-x}=o\left(\dfrac{1}{x^2}\right)$;

ж) $\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}\sim\sqrt{x}$; з) $x^2+x\ln^{100}x\sim x^2$.

652. Доказать, что при достаточно большом $x>0$ имеют место неравенства:

а) $x^2+10x+100<0{,}001x^3$;

б) $\ln^{1000}x<\sqrt{x}$; в) $x^{10}e^x<e^{2x}$.

652.1. Доказать асимптотическую формулу

$$\sqrt{x^2+px+q}=x+\frac{p}{2}+O\left(\frac{1}{x}\right)$$

при $x\to+\infty$.

653. Пусть $x\to 0$. Выделить главный член вида Cx^n (C — постоянная) и определить порядки малости относительно переменной x следующих функций:

а) $2x-3x^3+x^5$; б) $\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}$;

в) $\sqrt{1-2x}-\sqrt[3]{1-3x}$; г) $\operatorname{tg}x-\sin x$.

654. Пусть $x\to 0$. Показать, что бесконечно малые

а) $f(x)=\dfrac{1}{\ln x}$; б) $f(x)=e^{-1/x^2}$

не сравнимы с бесконечно малой x^n $(n>0)$, каково бы ни было n, т. е. ни при каком n не может иметь место равенство $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^n}=k$, где k — конечная величина, отличная от нуля.

655. Пусть $x\to 1$. Выделить главный член вида $C(x-1)^n$ и определить порядки малости относительно бесконечно малой $x-1$ следующих функций:

а) x^3-3x+2; б) $\sqrt[3]{1-\sqrt{x}}$;

в) $\ln x$; г) e^x-e; д) x^x-1.