

при $s = 1$ среднее арифметическое; при $s = 2$ среднее квадратичное.

Доказать, что:

1) $\min(a, b) \leq \Delta_s(a, b) \leq \max(a, b)$;

2) функция $\Delta_s(a, b)$ при $a \neq b$ есть возрастающая функция переменной s ;

3) $\lim_{s \rightarrow -\infty} \Delta_s(a, b) = \min(a, b)$;

$\lim_{s \rightarrow +\infty} \Delta_s(a, b) = \max(a, b)$.

У к а з а н и е. Рассмотреть $\frac{d}{ds} [\ln \Delta_s(a, b)]$.

1297(н). Доказать неравенства:

а) $x^\alpha - 1 > \alpha(x - 1)$ при $\alpha \geq 2, x > 1$;

б) $\sqrt[n]{x} - \sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{x-a}$, если $n > 1, x > a > 0$;

в) $1 + 2 \ln x \leq x^2$ при $x > 0$.

§ 8. Направление вогнутости.

Точки перегиба

1°. Достаточные условия вогнутости. График дифференцируемой функции $y = f(x)$ называется *вогнутым вверх* или *выпуклым вниз* (вогнутым вниз или выпуклым вверх) на сегменте $[a, b]$, если отрезок кривой

$$y = f(x) \quad (a \leq x \leq b)$$

расположен выше (соответственно ниже) касательной, проведенной в любой точке этого отрезка. Достаточным условием вогнутости графика вверх (вниз), в предположении существования второй производной $f''(x)$ при $a \leq x \leq b$, является выполнение неравенства

$$f''(x) > 0 \quad (f''(x) < 0) \quad \text{при } a < x < b.$$

2°. Достаточное условие точки перегиба. Точки, в которых меняется направление вогнутости графика функции, называются *точками перегиба*. Точка x_0 , для которой либо $f''(x_0) = 0$, либо $f''(x_0)$ не существует, причем $f'(x_0)$ имеет смысл, есть точка перегиба, если $f''(x)$ меняет свой знак при переходе через значение x_0 .

1298. Исследовать направление вогнутости кривой

$$y = 1 + \sqrt[3]{x}$$

в точках $A(-1, 0)$, $B(1, 2)$ и $C(0, 0)$.