3°. Основные формулы. Если x — независимая переменная, то

I. $(x^n)' = nx^{n-1}$ (n — постоянное число).

II. $(\sin x)' = \cos x$. III. $(\cos x)' = -\sin x$.

IV. $(\operatorname{tg} x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$. V. $(\operatorname{ctg} x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$.

VI. $(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

VII. $(\arccos x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

VIII. $(\operatorname{arctg} x)' = \dfrac{1}{1+x^2}$. IX. $(\operatorname{arcctg} x)' = -\dfrac{1}{1+x^2}$.

X. $(a^x)' = a^x \ln a$, $(e^x)' = e^x$.

XI. $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$ $(a > 0)$;

$$(\ln x)' = \frac{1}{x} \quad (a > 0,\ a \neq 1;\quad x > 0).$$

XII. $(\operatorname{sh} x)' = \operatorname{ch} x$. XIII. $(\operatorname{ch} x)' = \operatorname{sh} x$.

XIV. $(\operatorname{th} x)' = \dfrac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$. XV. $(\operatorname{cth} x)' = -\dfrac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$.

4°. Односторонние производные. Выражения

$$f'_{-}(x) = \lim_{\Delta x \to -0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

и

$$f'_{+}(x) = \lim_{\Delta x \to +0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

называются соответственно *левой* или *правой производной* функции $f(x)$ в точке x.

Для существования производной $f'(x)$ необходимо и достаточно, чтобы

$$f'_{-}(x) = f'_{+}(x).$$

5°. Бесконечная производная. Если функция $f(x)$ непрерывна в точке x и

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \infty,$$

то говорят, что в точке x функция $f(x)$ имеет *бесконечную производную*. В этом случае касательная к графику функции $y = f(x)$ в точке x перпендикулярна к оси Ox.