

4327. Вычислить *логарифмический интеграл простого слоя*

$$u(x, y) = \oint_C \kappa \ln \frac{1}{r} ds,$$

где  $\kappa = \text{const}$  — плотность,  $r = \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2}$  и контур  $C$  есть окружность  $\xi^2 + \eta^2 = R^2$ .

4328. Вычислить в полярных координатах  $\rho$  и  $\varphi$  логарифмические потенциалы простого слоя

$$I_1 = \int_0^{2\pi} \cos m\varphi \ln \frac{1}{r} d\varphi \quad \text{и} \quad I_2 = \int_0^{2\pi} \sin m\varphi \ln \frac{1}{r} d\varphi,$$

где  $r$  — расстояние между точкой  $(\rho, \varphi)$  и переменной точкой  $(1, \psi)$  и  $m$  — натуральное число.

4329. Вычислить *интеграл Гаусса*

$$u(x, y) = \oint_C \frac{\cos(r, n)}{r} ds,$$

где  $r = \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2}$  — длина вектора  $r$ , соединяющего точку  $A(x, y)$  с переменной точкой  $M(\xi, \eta)$  простого замкнутого гладкого контура  $C$ ,  $(r, n)$  — угол между вектором  $r$  и внешней нормалью  $n$  к кривой  $C$  в точке ее  $M$ .

4330. Вычислить в полярных координатах  $\rho$  и  $\varphi$  логарифмические потенциалы двойного слоя

$$K_1 = \int_0^{2\pi} \cos m\varphi \frac{\cos(r, n)}{r} d\varphi,$$

$$K_2 = \int_0^{2\pi} \sin m\varphi \frac{\cos(r, n)}{r} d\varphi,$$

где  $r$  — расстояние между точкой  $A(\rho, \varphi)$  и переменной точкой  $M(1, \psi)$ ,  $(r, n)$  — угол между направлением  $AM = r$  и радиусом  $OM = n$ , проведенным из точки  $O(0, 0)$ , и  $m$  — натуральное число.

4331. Дважды дифференцируемая функция  $u = u(x, y)$  называется *гармонической*, если  $\Delta u \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ . Доказать, что  $u$  есть гармоническая