Вычислить интегралы:

4196. $\int\limits_0^1\int\limits_0^1\int\limits_0^1 \frac{dx\,dy\,dz}{x^p y^q z^r}$. **4197.** $\iiint\limits_{x^2+y^2+z^2>1} \frac{dx\,dy\,dz}{(x^2+y^2+z^2)^2}$.

4198. $\iiint\limits_{x^2+y^2+z^2\leqslant 1} \frac{dx\,dy\,dz}{(1-x^2-y^2-z^2)^p}$.

4199. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-(x^2+y^2+z^2)}\,dx\,dy\,dz$.

4200. Вычислить интеграл

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-P(x_1,\,x_2,\,x_3)}dx_1\,dx_2\,dx_3,$$

где $P(x_1, x_2, x_3) = \sum\limits_{i=1}^{3}\sum\limits_{j=1}^{3} a_{ij}x_ix_j\ (a_{ij}=a_{ji})$ — положительно определенная квадратичная форма.

§ 10. Многократные интегралы

1°. **Непосредственное вычисление кратного интеграла.** Если функция $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ непрерывна в ограниченной области Ω, определяемой неравенствами

$$\begin{cases} x_1' \leqslant x_1 \leqslant x_1'', \\ x_2'(x_1) \leqslant x_2 \leqslant x_2''(x_1), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n'(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}) \leqslant x_n \leqslant x_n''(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}), \end{cases}$$

где x_1' и x_1'' — постоянные числа и $x_2'(x_1)$, $x_2''(x_1)$, … …, $x_n'(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1})$, $x_n''(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1})$ — непрерывные функции, то соответствующий многократный интеграл может быть вычислен по формуле

$$\iint\limits_{\Omega}\ldots\int f(x_1, x_2, \ldots, x_n)\,dx_1dx_2\ldots dx_n =$$
$$= \int\limits_{x_1'}^{x_1''} dx_1 \int\limits_{x_2'(x_1)}^{x_2''(x_1)} dx_2 \ldots \int\limits_{x_n'(x_1,\ldots,x_{n-1})}^{x_n''(x_1,\ldots,x_{n-1})} f(x_1, x_2, \ldots, x_n)\,dx_n.$$

2°. **Замена переменных в кратном интеграле.** Если 1) функция $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ равномерно непрерывна в ограниченной измеримой области Ω; 2) непрерывно дифференцируемые функции

$$x_i = \varphi_i(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)\ (i = 1, 2, \ldots, n)$$

осуществляют взаимно однозначное отображение области Ω про-