

3602. Функцию e^{x+y} разложить в степенной ряд по целым положительным степеням биномов $x-1$ и $y+1$.

3603. Написать разложение в ряд Тейлора функции $f(x, y) = \frac{x}{y}$ в окрестности точки $M(1, 1)$.

3604. Пусть z — та неявная функция от x и y , определяемая уравнением $z^3 - 2xz + y = 0$, которая при $x = 1$ и $y = 1$ принимает значение $z = 1$.

Написать несколько членов разложения функции z по возрастающим степеням биномов $x-1$ и $y-1$.

Изучить типы особых точек следующих кривых и примерно изобразить эти кривые:

$$3605. y^2 = ax^2 + x^3. \quad 3606. x^3 + y^3 - 3xy = 0.$$

$$3607. x^2 + y^2 = x^4 + y^4. \quad 3608. x^2 + y^4 = x^6.$$

$$3609. (x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2). \quad 3610. (y - x^2)^2 = x^3.$$

$$3611. (a + x)y^2 = (a - x)x^2.$$

3612. Изучить форму кривой $y^2 = (x-a)(x-b)(x-c)$ в зависимости от значений параметров a, b, c ($a \leq b \leq c$).

Исследовать особые точки трансцендентных кривых:

$$3613. y^2 = 1 - e^{-x^2}. \quad 3614. y^2 = 1 - e^{-x^3}. \quad 3615. y = x \ln x.$$

$$3616. y = \frac{x}{1 + e^{1/x}}.$$

$$3617. y = \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\sin x} \right). \quad 3618. y^2 = \sin \frac{\pi}{x}.$$

$$3619. y^2 = \sin x^2. \quad 3620. y^2 = \sin^3 x.$$

§ 7. Экстремум функции нескольких переменных

1°. Определение экстремума. Пусть функция $f(P) = f(x_1, \dots, x_n)$ определена в окрестности точки P_0 . Если или $f(P_0) > f(P)$, или $f(P_0) < f(P)$ при $0 < \rho(P_0, P) < \delta$, то говорят, что функция $f(P)$ имеет строгий экстремум (соответственно максимум или минимум) в точке P_0 .

2°. Необходимое условие экстремума. Дифференцируемая функция $f(P)$ может достигать экстремума лишь в стационарной точке P_0 , т. е. такой, что $df_i(P_0) = 0$. Следовательно, точки экстремума функции $f(P)$ удовлетворяют системе уравнений $f_{x_i}(x_1, \dots, x_n) = 0$ ($i = 1, \dots, n$).

3°. Достаточное условие экстремума. Функция $f(P)$ в точке P_0 имеет:

а) максимум, если $df_i(P_0) = 0$, $d^2f(P_0) < 0$, при $\sum_{i=1}^n |dx_i| \neq 0$, и