

2252. Можно ли в интеграле  $\int_0^3 x \sqrt[3]{1-x^3} dx$  положить  $x = \sin t$ ?

2253. Можно ли в интеграле  $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$  при замене переменной  $x = \sin t$  в качестве новых пределов взять числа  $\pi$  и  $\frac{\pi}{2}$ ?

2254. Доказать, что если  $f(x)$  непрерывна на  $[a, b]$ , то

$$\int_a^b f(x) dx = (b-a) \int_0^1 f(a + (b-a)x) dx.$$

2255. Доказать равенство

$$\int_0^a x^3 f(x^2) dx = \frac{1}{2} \int_0^{a^2} x f(x) dx \quad (a > 0).$$

2256. Пусть  $f(x)$  — непрерывная функция на сегменте  $[A, B] \supset [a, b]$ . Найти  $\frac{d}{dx} \int_a^b f(x+y) dy$  при  $[a-x, b-x] \subset [A, B]$ .

2257. Доказать, что если  $f(x)$  непрерывна на  $[0, 1]$ , то

$$\text{а) } \int_0^{\pi/2} f(\sin x) dx = \int_0^{\pi/2} f(\cos x) dx;$$

$$\text{б) } \int_0^{\pi} x f(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} f(\sin x) dx.$$

2258. Доказать, что для непрерывной на  $[-1, 1]$  функции  $f(x)$  имеем: 1)  $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2 \int_0^1 f(x) dx$ , если функция  $f(x)$  четная, и 2)  $\int_{-1}^1 f(x) dx = 0$ , если функция  $f(x)$  нечетная. Дать геометрическую интерпретацию этих фактов.

2259. Доказать, что одна из первообразных четной функции есть функция нечетная, а всякая первообразная нечетной функции есть функция четная.

2260. Вычислить интеграл

$$\int_{1/2}^2 \left(1 + x - \frac{1}{x}\right) e^{x+(1/x)} dx,$$