

Доказать равенства:

а) $\inf \{x + y\} = \inf \{x\} + \inf \{y\}$;

б) $\sup \{x + y\} = \sup \{x\} + \sup \{y\}$.

20. Пусть $\{xy\}$ есть множество всех произведений xy , где $x \in \{x\}$ и $y \in \{y\}$, причем $x \geq 0$ и $y \geq 0$.

Доказать равенства:

а) $\inf \{xy\} = \inf \{x\} \cdot \inf \{y\}$;

б) $\sup \{xy\} = \sup \{x\} \cdot \sup \{y\}$.

21. Доказать неравенства:

а) $|x - y| \geq ||x| - |y||$;

б) $|x + x_1 + \dots + x_n| \geq |x| - (|x_1| + \dots + |x_n|)$

Решить неравенства:

22. $|x + 1| < 0,01$. 23. $|x - 2| \geq 10$.

24. $|x| > |x + 1|$. 25. $|2x - 1| < |x - 1|$.

26. $|x + 2| + |x - 2| \leq 12$. 27. $|x + 2| - |x| > 1$.

28. $||x + 1| - |x - 1|| < 1$. 29. $|x(1 - x)| < 0,05$.

30. Доказать тождество

$$\left(\frac{x + |x|}{2}\right)^2 + \left(\frac{x - |x|}{2}\right)^2 = x^2.$$

31. При измерении длины в 10 см абсолютная погрешность составляла 0,5 мм; при измерении расстояния в 500 км абсолютная погрешность была равна 200 м. Какое измерение точнее?

32. Определить, сколько верных знаков содержит число $x = 2,3752$, если относительная погрешность этого числа составляет 1 %?

33. Число $x = 12,125$ содержит 3 верных знака. Определить, какова относительная погрешность этого числа.

34. Стороны прямоугольника равны:

$$x = 2,50 \text{ см} \pm 0,01 \text{ см}, \quad y = 4,00 \text{ см} \pm 0,02 \text{ см}.$$

В каких границах заключается площадь S этого прямоугольника? Каковы абсолютная погрешность Δ и относительная погрешность δ площади прямоугольника, если за стороны его принять средние значения?