

Обратное утверждение неверно. Рассмотрим пример

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \dots$$

2593. Доказать, что если для ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  ( $a_n > 0$ ) существует

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = q, \quad (\text{А})$$

то существует также

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = q. \quad (\text{Б})$$

Обратное утверждение неверно: если существует предел (Б), то предел (А) может и не существовать. Рассмотрим пример

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 + (-1)^n}{2^{n+1}}.$$

2594. Доказать, что если  $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = q$  ( $a_n > 0$ ),

то а) при  $q < 1$  ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сходится; б) при  $q > 1$  этот ряд расходится (обобщенный признак Коши).

Исследовать сходимость рядов:

$$2595. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + (-1)^n}{2^n}. \quad 2596. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a \cos^3 n\pi/3}{2^n}.$$

$$2597. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 [\sqrt{2} + (-1)^n]^n}{3^n}.$$

$$2597.1. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1 + \cos n}{2 + \cos n} \right)^{2n-1} n.$$

Пользуясь признаками Раабе и Гаусса, исследовать сходимость следующих рядов:

$$2598. \left( \frac{1}{2} \right)^p + \left( \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \right)^p + \left( \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \right)^p + \dots$$