ЧАСТЬ ВТОРАЯ

ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

ОТДЕЛ VI

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

§ 1. Предел функции. Непрерывность

1°. Предел функции. Пусть функция $f(P) = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ определена на множестве E, имеющем точку сгущения P_0. Говорят, что

$$\lim_{P \to P_0} f(P) = A,$$

если для любого $\varepsilon > 0$ существует $\delta = \delta(\varepsilon, P_0) > 0$ такое, что

$$|f(P) - A| < \varepsilon,$$

если только $P \in E$ и $0 < \rho(P, P_0) < \delta$, где $\rho(P, P_0)$ — расстояние между точками P и P_0.

2°. Непрерывность. Функция $f(P)$ называется *непрерывной в точке* P_0, если

$$\lim_{P \to P_0} f(P) = f(P_0).$$

Функция $f(P)$ *непрерывна в данной области*, если она непрерывна в каждой точке этой области.

3°. Равномерная непрерывность. Функция $f(P)$ называется *равномерно непрерывной* в области G, если для каждого $\varepsilon > 0$ существует $\delta > 0$, зависящее только от ε, такое, что для любых точек P' и P'' из G имеет место неравенство

$$|f(P') - f(P'')| < \varepsilon,$$

если только

$$\rho(P', P'') < \delta.$$

Функция, непрерывная в ограниченной и замкнутой области, равномерно непрерывна в этой области.

Определить и изобразить области существования следующих функций:

3136. $u = x + \sqrt{y}$. **3137.** $u = \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{y^2 - 1}$.

3138. $u = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$. **3139.** $u = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}$.