

2474. $y = \sin x$, $y = 0$ ($0 \leq x \leq \pi$): а) вокруг оси Ox ; б) вокруг оси Oy .

2475. $y = b \left(\frac{x}{a} \right)^2$, $y = b \left| \frac{x}{a} \right|$: а) вокруг оси Ox ; б) вокруг оси Oy .

2476. $y = e^{-x}$, $y = 0$ ($0 \leq x < +\infty$): а) вокруг оси Ox ; б) вокруг оси Oy .

2477. $x^2 + (y-b)^2 = a^2$ ($0 < a \leq b$) вокруг оси Ox .

2478. $x^2 - xy + y^2 = a^2$ вокруг оси Ox .

2479. $y = e^{-x} \sqrt{\sin x}$ ($0 \leq x < +\infty$) вокруг оси Ox .

2480. $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ ($0 \leq t \leq 2\pi$), $y = 0$: а) вокруг оси Ox ; б) вокруг оси Oy ; в) вокруг прямой $y = 2a$.

2481. $x = a \sin^3 t$, $y = b \cos^3 t$ ($0 \leq t \leq 2\pi$): а) вокруг оси Ox ; б) вокруг оси Oy .

2481.1. Найти объем тела, образованного вращением площади петли кривой $x = 2t - t^2$, $y = 4t - t^3$ вокруг: а) оси Ox ; б) оси Oy .

2482. Доказать, что объем тела, образованного вращением вокруг полярной оси плоской фигуры

$$0 \leq \alpha \leq \varphi \leq \beta \leq \pi, \quad 0 \leq r \leq r(\varphi)$$

(φ и r — полярные координаты), равен

$$V = \frac{2\pi}{3} \int_{\alpha}^{\beta} r^3(\varphi) \sin \varphi d\varphi.$$

Найти объемы тел, образованных вращением плоских фигур, заданных в полярных координатах:

2483. $r = a(1 + \cos \varphi)$ ($0 \leq \varphi \leq 2\pi$): а) вокруг полярной оси; б) вокруг прямой $r \cos \varphi = -\frac{a}{4}$.

2484. $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$: а) вокруг оси Ox ; б) вокруг оси Oy ; в) вокруг прямой $y = x$.

У к а з а н и е. Перейти к полярным координатам.

2484.1. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной полувитком спирали Архимеда

$$r = a\varphi \quad (a > 0; 0 \leq \varphi \leq \pi),$$

вокруг полярной оси.

2484.2. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями: $\varphi = \pi r^2$, $\varphi = \pi$, вокруг полярной оси.

2485. Найти объем тела, образованного вращением фигуры $a \leq r \leq a\sqrt{2 \sin 2\varphi}$ вокруг полярной оси.