с помощью ряда, расположенного по целым положительным степеням эксцентриситета.

Доказать равенства:

3044. $\int\limits_0^1 \frac{dx}{x^x} = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$.

3045. $\int\limits_0^{+\infty} e^{-x^2} \sin ax\, dx = \frac{1}{2} \sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{(2n+1)!} a^{2n+1}$.

3046. $\int\limits_0^{2\pi} e^{\cos x} \cos(\sin x) \cos nx\, dx = \frac{\pi}{n!}$ $(n=0, 1, 2, \ldots)$.

Найти:

3047. $\int\limits_0^{2\pi} e^{a \cos x} \cos(a \sin x - nx)\, dx$ (n — натуральное число).

3048. $\int\limits_0^{\pi} \frac{x \sin \alpha}{1 - 2\alpha \cos x + \alpha^2}\, dx$.

Указание См. пример 2864.

3049. $\int\limits_0^{\pi} \ln(1 - 2\alpha \cos x + \alpha^2)\, dx$.

3050. Доказать формулу

$$\int\limits_0^{\infty} \frac{e^{-x}}{a+x}\, dx = \frac{1}{a} - \frac{1!}{a^2} + \frac{2!}{a^3} - \ldots$$
$$\ldots + (-1)^{n-1} \frac{(n-1)!}{a^n} + (-1)^n \frac{\theta_n n!}{a^{n+1}}, \quad (1)$$

где $a > 0$ и $0 < \theta_n < 1$.

С какой точностью выразится интеграл

$$\int\limits_0^{+\infty} \frac{e^{-x}}{100+x}\, dx,$$

если в формуле (1) взять два члена?