

209. Найти $f[f(x)]$, $f\{f[f(x)]\}$, если

$$f(x) = \frac{1}{1-x}.$$

210. Пусть $f_n(x) = \underbrace{f(f(\dots f(x)))}_{n \text{ раз}}$. Найти $f_n(x)$, если

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}.$$

211. Найти $f(x)$, если $f(x+1) = x^2 - 3x + 2$.

212. Найти $f(x)$, если $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ ($|x| \geq 2$).

213. Найти $f(x)$, если $f\left(\frac{1}{x}\right) = x + \sqrt{1+x^2}$ ($x > 0$).

213.1. Найти $f(x)$, если $f\left(\frac{x}{x+1}\right) = x^2$.

Доказать, что следующие функции являются монотонно возрастающими в указанных промежутках:

214. $f(x) = x^3$ ($0 \leq x < +\infty$).

215. $f(x) = \sin x$ ($-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$).

216. $f(x) = \operatorname{tg} x$ ($-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$).

217. $f(x) = 2x + \sin x$ ($-\infty < x < +\infty$).

Доказать, что следующие функции являются монотонно убывающими в указанных промежутках:

218. $f(x) = x^3$ ($-\infty < x \leq 0$).

219. $f(x) = \cos x$ ($0 \leq x \leq \pi$).

220. $f(x) = \operatorname{ctg} x$ ($0 < x < \pi$).

221. Исследовать на монотонность следующие функции:

а) $f(x) = ax + b$; б) $f(x) = ax^3 + bx + c$;

в) $f(x) = x^3$; г) $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$;

д) $f(x) = a^x$ ($a > 0$).