

Найти интегралы ( $n$  — натуральное число):

$$2295. \int_0^{\pi} \sin^{n-1} x \cos (n+1) x dx.$$

$$2296. \int_0^{\pi} \cos^{n-1} x \sin (n+1) x dx.$$

$$2297. \int_0^{2\pi} e^{-ax} \cos^{2n} x dx.$$

$$2298. \int_0^{\pi/2} \ln \cos x \cdot \cos 2nx dx.$$

2299. Применяя многократное интегрирование по частям, вычислить интеграл Эйлера:  $B(m, n) = \int_0^1 x^{m-1} (1-x)^{n-1} dx$ , где  $m$  и  $n$  — целые положительные числа.

2300. Многочлен Лежандра  $P_n(x)$  определяется формулой:  $P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} [(x^2-1)^n]$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ).

Доказать, что

$$\int_{-1}^1 P_m(x) P_n(x) dx = \begin{cases} 0, & \text{если } m \neq n, \\ \frac{2}{2n+1}, & \text{если } m = n, \end{cases}$$

2301. Пусть функция  $f(x)$  собственнo интегрируема на  $[a, b]$  и  $F(x)$  — функция такая, что  $F'(x) = f(x)$  всюду в  $[a, b]$ , за исключением, быть может, конечного числа внутренних точек  $c_i$  ( $i = 1, \dots, p$ ) и точек  $a$  и  $b$ , где функция  $F(x)$  терпит разрыв 1-го рода («обобщенная первообразная»). Доказать, что

$$\int_a^b f(x) dx = F(b-0) - F(a+0) - \sum_{i=1}^p [F(c_i+0) - F(c_i-0)].$$

2302. Пусть функция  $f(x)$  собственнo интегрируема на сегменте  $[a, b]$  и

$$F(x) = C + \int_a^x f(\xi) d\xi$$

— ее неопределенный интеграл.

Доказать, что функция  $F(x)$  непрерывна и во всех точках непрерывности функции  $f(x)$  имеет место