

759. Найти обратную функцию дробно-линейной функции

$$y = \frac{ax + b}{cx + d} \quad (ad - bc \neq 0).$$

В каком случае обратная функция совпадает с данной?

760. Найти обратную функцию $x = x(y)$, если

$$y = x + [x].$$

761. Показать, что существует единственная непрерывная функция $y = y(x)$ ($-\infty < x < +\infty$), удовлетворяющая уравнению Кеплера

$$y - e \sin y = x \quad (0 \leq e < 1).$$

762. Показать, что уравнение $\operatorname{ctg} x = kx$ для каждого вещественного k ($-\infty < k < +\infty$) имеет в интервале $0 < x < \pi$ единственный непрерывный корень $x = x(k)$.

763. Может ли немонотонная функция $y = f(x)$ ($-\infty < x < +\infty$) иметь однозначную обратную функцию? Рассмотреть пример:

$$y = \begin{cases} x, & \text{если } x \text{ рационально;} \\ -x, & \text{если } x \text{ иррационально.} \end{cases}$$

764. В каком случае функция $y = f(x)$ и обратная функция $x = f^{-1}(y)$ представляют одну и ту же функцию?

765. Показать, что обратная функция разрывной функции $y = (1 + x^2) \operatorname{sgn} x$ есть функция непрерывная.

766. Доказать, что если функция $f(x)$ определена и строго монотонна на сегменте $[a, b]$ и

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = f(a) \quad (a \leq x_n \leq b),$$

то

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a.$$

Определить однозначные непрерывные ветви обратных функций для следующих функций:

$$767. y = x^2. \quad 768. y = 2x - x^2. \quad 769. y = \frac{2x}{1 + x^2}.$$

$$770. y = \sin x. \quad 771. y = \cos x. \quad 772. y = \operatorname{tg} x.$$