

Найти: а) $f'_x(1, 1, 1)$, если $z = z(x, y)$ есть неявная функция, определяемая уравнением (1); б) $f'_x(1, 1, 1)$, если $y = y(x, z)$ есть неявная функция, определяемая уравнением (1). Объяснить, почему эти производные различны.

3389. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ при $x = 1$, $y = -2$, $z = 1$, если $x^2 + 2y^2 + 3z^2 + xy - z - 9 = 0$.

Найти dz и d^2z , если:

3390. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

3391. $xyz = x + y + z$.

3392. $\frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y} + 1$. 3393. $z = x + \operatorname{arctg} \frac{y}{z-x}$.

3394. Найти du , если $u^3 - 3(x+y)u^2 + z^3 = 0$.

3395. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если $F(x+y+z, x^2+y^2+z^2) = 0$.

3396. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $F(x-y, y-z, z-x) = 0$.

3397. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ и $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, если $F(x, x+y, x+y+z) = 0$.

3398. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, если $F(xz, yz) = 0$.

3399. Найти d^2z , если:

а) $F(x+z, y+z) = 0$; б) $F\left(\frac{x}{z}, \frac{y}{z}\right) = 0$.

3391.1. Пусть $z = z(x, y)$ — та дифференцируемая функция, определяемая уравнением

$$z^3 - xz + y = 0,$$

которая при $x = 3$, $y = -2$ принимает значение $z = 2$. Найти $dz(3, -2)$ и $d^2z(3, -2)$.

3400. Пусть $x = x(y, z)$, $y = y(x, z)$, $z = z(x, y)$ — функции, определяемые уравнением $F(x, y, z) = 0$.

Доказать, что

$$\frac{\partial x}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = -1.$$