

Найти координаты центра тяжести однородных пластинок, ограниченных следующими кривыми:

4052. $ay = x^2$, $x + y = 2a$ ($a > 0$).

4053. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$, $x = 0$, $y = 0$.

4054. $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ ($x > 0$, $y > 0$).

4055. $\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right)^3 = \frac{xy}{c^2}$ (петля).

4056. $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2xy$ ($x > 0$, $y > 0$).

4057. $r = a(1 + \cos \varphi)$, $\varphi = 0$.

4058. $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ ($0 \leq t \leq 2\pi$), $y = 0$.

4059. Найти координаты центра тяжести круглой пластинки $x^2 + y^2 \leq a^2$, если плотность ее в точке $M(x, y)$ пропорциональна расстоянию точки M от точки $A(a, 0)$.

4060. Определить кривую, описываемую центром тяжести переменной площади, ограниченной кривыми:

$$y = \sqrt{2px}, \quad y = 0, \quad x = X.$$

Найти моменты инерции I_x и I_y относительно осей координат Ox и Oy площадей ($\rho = 1$), ограниченных следующими кривыми:

4061. $\frac{x}{b_1} + \frac{y}{h} = 1$, $\frac{x}{b_2} + \frac{y}{h} = 1$, $y = 0$ ($b_1 > 0$, $b_2 > 0$, $h > 0$).

4062. $(x-a)^2 + (y-a)^2 = a^2$, $x = 0$, $y = 0$ ($0 \leq x \leq a$).

4063. $r = a(1 + \cos \varphi)$.

4064. $x^4 + y^4 = a^2(x^2 + y^2)$.

4065. $xy = a^2$, $xy = 2a^2$, $x = 2y$, $2x = y$ ($x > 0$, $y > 0$).

4066. Найти полярный момент

$$I_0 = \iint_S (x^2 + y^2) dx dy$$

площади S , ограниченной кривой

$$(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2).$$

4066.1. Найти центробежный момент инерции I_{xy} однородной фигуры, ограниченной кривыми

$$ay = x^2, \quad ax = y^2 \quad (a > 0).$$

4067. Доказать формулу $I_l = I_c + Sd^2$, где I_l , I_c — моменты инерции фигуры S относительно двух