Случай 2. Пусть $\frac{m+1}{n}$ — целое. Полагаем $a+bx^n = z^N$, где N — знаменатель дроби p.

Случай 3. Пусть $\frac{m+1}{n}+p$ — целое. Применяем подстановку $ax^{-n}+b=z^N$, где N — знаменатель дроби p.

Если $n=1$, то эти случаи эквивалентны следующим: 1) p — целое; 2) m — целое; 3) $m+p$ — целое.

Найти следующие интегралы:

1981. $\int \sqrt{x^3+x^4}\, dx$.

1982. $\int \frac{\sqrt{x}}{(1+\sqrt[3]{x})^2}\, dx$.

1983. $\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1+\sqrt[3]{x^2}}}$.

1984. $\int \frac{x^5\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$.

1985. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^3}}$.

1986. $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}$.

1987. $\int \frac{dx}{x\sqrt[6]{1+x^6}}$.

1988. $\int \frac{dx}{x^3\sqrt[5]{1+\frac{1}{x}}}$.

1989. $\int \sqrt[3]{3x-x^3}\, dx$.

1990. В каких случаях интеграл

$$\int \sqrt{1+x^m}\, dx,$$

где m — рациональное число, представляет собой элементарную функцию?

§ 4. Интегрирование тригонометрических функций

Интегралы вида $\int \sin^m x \cos^n x\, dx$, где m и n — целые числа, вычисляются с помощью искусственных преобразований или применением формул понижения.