637.1. Последовательность x_n задается следующим образом:

$$x_1 = 0,\ x_2 = 1,$$

$$x_n = \frac{1}{2}(x_{n-1} + x_{n-2}) \quad (n = 2,\ 3,\ \ldots).$$

Найти $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$

637.2. Последовательность y_n определяется с помощью последовательности x_n соотношениями:

$$y_0 = x_0,\ y_n = x_n - \alpha x_{n-1} \quad (n = 1,\ 2,\ \ldots),$$

где $|\alpha| < 1$. Найти $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$, если $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = b$.

637.3. Последовательность x_n определяется следующим образом:

$$x_0 = 1,\ x_n = \frac{1}{1 + x_{n-1}} \quad (n = 1,\ 2,\ \ldots).$$

Найти $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$.

Указание Рассмотреть разности между x_n и корнями уравнения $x = \dfrac{1}{1+x}$.

638. Последовательность функций

$$y_n = y_n(x) \quad (0 \leqslant x \leqslant 1)$$

определяется следующим образом:

$$y_1 = \frac{x}{2},\quad y_n = \frac{x}{2} - \frac{y_{n-1}^2}{2} \quad (n = 2,\ 3,\ \ldots).$$

Найти $\lim\limits_{n\to\infty} y_n$.

639. Последовательность функций $y_n = y_n(x)$ $(0 \leqslant x \leqslant 1)$ определяется следующим образом:

$$y_1 = \frac{x}{2},\quad y_n = \frac{x}{2} + \frac{y_{n-1}^2}{2} \quad (n = 2,\ 3,\ \ldots).$$

Найти $\lim\limits_{n\to\infty} y_n$.

639.1. Пусть $x > 0$ и $y_n = y_{n-1}(2 - xy_{n-1})$ $(n = 1,\ ^{\cdot},\ \ldots)$. Доказать, что если $y_i > 0$ $(i = 0,\ 1)$, то последовательность y_n сходится и

$$\lim_{n\to\infty} y_n = \frac{1}{x}.$$