

398. Определить колебание функции

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$$

на интервалах: а) $(-1; 1)$; б) $(-0,1; 0,1)$; в) $(-0,01; 0,01)$; г) $(-0,001; 0,001)$.

399. Пусть $m[f]$ и $M[f]$ — соответственно нижняя и верхняя грани функции $f(x)$ на промежутке (a, b) .

Доказать, что если $f_1(x)$ и $f_2(x)$ — функции, определенные на (a, b) , то

$$m[f_1 + f_2] \geq m[f_1] + m[f_2]$$

и

$$M[f_1 + f_2] \leq M[f_1] + M[f_2].$$

Построить примеры функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$, для которых в последних соотношениях имеет место: а) случай равенства и б) случай неравенства.

400. Пусть функция $f(x)$ определена в области $[a, +\infty)$ и ограничена на каждом сегменте $[a, b] \subset [a, +\infty)$.

Положим:

$$m(x) = \inf_{a \leq \xi \leq x} f(\xi) \text{ и } M(x) = \sup_{a \leq \xi \leq x} f(\xi).$$

Построить графики функций $y = m(x)$ и $y = M(x)$, если:

а) $f(x) = \sin x$ и б) $f(x) = \cos x$.

401. С помощью « ε — δ »-рассуждений доказать, что

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4.$$

Заполнить следующую таблицу:

ε	0,1	0,01	0,001	0,0001	...
δ					

402. На языке « ε — δ » доказать, что

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(1-x)^2} = +\infty.$$