

$$2044. \int \frac{dx}{3+5 \operatorname{tg} x}. \quad 2045. \int \frac{a_1 \sin x + b_1 \cos x}{(a_1 \sin x + b_1 \cos x)^2} dx.$$

2046. Доказать, что

$$\int \frac{a_1 \sin x + b_1 \cos x + c_1}{a \sin x + b \cos x + c} dx = Ax + B \ln |a \sin x + b \cos x + c| + C \int \frac{dx}{a \sin x + b \cos x + c},$$

где A, B, C — некоторые постоянные коэффициенты.

Найти интегралы:

$$2047. \int \frac{\sin x + 2 \cos x - 3}{\sin x - 2 \cos x + 3} dx.$$

$$2048. \int \frac{\sin x}{\sqrt{2} + \sin x + \cos x} dx.$$

$$2049. \int \frac{2 \sin x + \cos x}{3 \sin x + 4 \cos x - 2} dx.$$

2050. Доказать, что

$$\int \frac{a_1 \sin^2 x + 2b_1 \sin x \cos x + c_1 \cos^2 x}{a \sin x + b \cos x} dx = A \sin x + B \cos x + C \int \frac{dx}{a \sin x + b \cos x},$$

где A, B, C — постоянные коэффициенты.

Найти интегралы:

$$2051. \int \frac{\sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x}{\sin x + \cos x} dx.$$

$$2052. \int \frac{\sin^2 x - \sin x \cos x + 2 \cos^2 x}{\sin x + 2 \cos x} dx.$$

2053. Доказать, что если $(a-c)^2 + b^2 \neq 0$, то

$$\int \frac{a_1 \sin x + b_1 \cos x}{a \sin^2 x + 2b \sin x \cos x + c \cos^2 x} dx = A \int \frac{du_1}{k_1 u_1^2 + \lambda_1} + B \int \frac{du_2}{k_2 u_2^2 + \lambda_2},$$

где A, B — неопределенные коэффициенты, λ_1, λ_2 — корни уравнения

$$\begin{vmatrix} a-\lambda & b \\ b & c-\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (\lambda_1 \neq \lambda_2).$$

$$u_i = (a - \lambda_i) \sin x + b \cos x \text{ и } k_i = \frac{1}{a - \lambda_i} \quad (i = 1, 2).$$