3901. Вычислить интеграл $\iint\limits_{\substack{0\leqslant x\leqslant 1\\ 0\leqslant y\leqslant 1}} xy\,dx\,dy$, рассматривая его как предел интегральной суммы, разбивая область интегрирования на квадраты прямыми

$$x = i/n,\ y = j/n \qquad (i,\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n-1)$$

и выбирая значение подынтегральной функции в правых верхних вершинах этих квадратов.

3902. Составить нижнюю $\underline{S}$ и верхнюю $\overline{S}$ интегральные суммы для функции $f(x,\ y) = x^2 + y^2$ в области $1 \leqslant x \leqslant 2$, $1 \leqslant y \leqslant 3$, разбивая последнюю на прямоугольники прямыми

$$x = 1 + \frac{i}{n},\ y = 1 + \frac{2j}{n} \qquad (i,\ j = 0,\ 1,\ \ldots,\ n).$$

Чему равны пределы этих сумм при $n \to \infty$?

3903. Приближенно вычислить интеграл

$$\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant 25} \frac{dx\,dy}{\sqrt{24 + x^2 + y^2}},$$

аппроксимируя область интегрирования системой вписанных квадратов, вершины которых A_{ij} находятся в целочисленных точках, и выбирая значения подынтегральной функции в вершинах этих квадратов, наиболее удаленных от начала координат. Сравнить полученный результат с точным значением интеграла.

3904. Приближенно вычислить интеграл $\iint\limits_{S} \sqrt{x+y}\,dS$, где S — треугольник, ограниченный прямыми $x = 0$, $y = 0$ и $x + y = 1$, разбив область S прямыми $x = \mathrm{const}$, $y = \mathrm{const}$, $x + y = \mathrm{const}$ на четыре равных треугольника и выбрав значение подынтегральной функции в центрах тяжестей этих треугольников.

3905. Область $S\,\{x^2 + y^2 \leqslant 1\}$ разбита на конечное число квадрируемых частей ΔS_i $(i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$ диаметра меньше чем δ. При каком значении δ будет обеспечено выполнение неравенства

$$\left|\iint\limits_{S} \sin(x+y)\,dS - \sum_{i=1}^{n} \sin(x_i + y_i)\,\Delta S_i\right| < 0{,}001,$$

где $(x_i,\ y_i) \in \Delta S_i$?