

656. Пусть  $x \rightarrow +\infty$ . Выделить главный член вида  $Cx^n$  и определить порядки роста относительно бесконечно большой  $x$  следующих функций:

а)  $x^3 + 100x + 10000$ ; б)  $\frac{2x^5}{x^3 - 3x + 1}$ ;

в)  $\sqrt[3]{x^2 - x} + \sqrt{x}$ ; г)  $\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{x}}}$ .

657. Пусть  $x \rightarrow +\infty$ . Выделить главный член вида  $C\left(\frac{1}{x}\right)^n$  и определить порядки малости относительно бесконечно малой  $\frac{1}{x}$  следующих функций:

а)  $\frac{x+1}{x^4+1}$ ; б)  $\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ ;

в)  $\sqrt{x+2} - 2\sqrt{x+1} + \sqrt{x}$ ; г)  $\frac{1}{x} \sin \frac{1}{x}$ .

658. Пусть  $x \rightarrow 1$ . Выделить главный член вида  $C\left(\frac{1}{x-1}\right)^n$  и определить порядки роста относительно бесконечно большой  $\frac{1}{x-1}$  следующих функций:

а)  $\frac{x^2}{x^2-1}$ ; б)  $\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ ; в)  $\frac{x}{\sqrt[3]{1-x^3}}$ ;

г)  $\frac{1}{\sin \pi x}$ ; д)  $\frac{\ln x}{(1-x)^2}$ .

659. Пусть  $x \rightarrow +\infty$  и  $f_n(x) = x^n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ). Доказать, что 1) каждая из функций  $f_n(x)$  растет быстрее, чем предшествующая функция  $f_{n-1}(x)$ ; 2) функция  $e^x$  растет быстрее, чем каждая из функций  $f_n(x)$  ( $n = 1, 2, \dots$ ).

660. Пусть  $x \rightarrow +\infty$  и

$$f_n(x) = \sqrt[n]{x} \quad (n = 1, 2, \dots).$$

Доказать, что 1) каждая из функций  $f_n(x)$  растет медленнее, чем предшествующая функция  $f_{n-1}(x)$ ; 2) функция  $f(x) = \ln x$  растет медленнее, чем каждая из функций  $f_n(x)$  ( $n = 1, 2, \dots$ ).