

2570. Доказать, что если  $\lim_{n \rightarrow \infty} na_n = a \neq 0$ , то ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  расходится.

2571. Доказать, что если ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  с положительными и монотонно убывающими членами сходится, то  $\lim_{n \rightarrow \infty} na_n = 0$ .

2572. Является ли сходящимся ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ , если

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_{n+1} + a_{n+2} + \dots + a_{n+p}) = 0$$

при  $p = 1, 2, 3, \dots$ ?

Пользуясь критерием Коши, доказать сходимость следующих рядов:

2573.  $a_0 + \frac{a_1}{10} + \dots + \frac{a_n}{10^n} + \dots$  ( $|a_n| < 10$ ).

2574.  $\frac{\sin x}{2} + \frac{\sin 2x}{2^2} + \dots + \frac{\sin nx}{2^n} + \dots$

2575.  $\frac{\cos x - \cos 2x}{1} + \frac{\cos 2x - \cos 3x}{2} + \dots$   
 $\dots + \frac{\cos nx - \cos (n+1)x}{n} + \dots$

2575.1.  $\frac{\cos x}{1^2} + \frac{\cos x^2}{2^2} + \dots + \frac{\cos x^n}{n^2} + \dots$

У к а з а н и е. Использовать неравенство

$$\frac{1}{n^2} < \frac{1}{n(n-1)} = \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} \quad (n = 2, 3, \dots).$$

Пользуясь критерием Коши, доказать расходимость следующих рядов:

2576.  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$

2577.  $1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots$

2577.1.  $\frac{1}{\sqrt{1 \cdot 2}} + \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}} + \dots$