3524. В уравнении

$$x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+z^2\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=$$
$$=\left(x\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(y\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2+\left(z\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2$$

положить $x=e^{\xi}$, $y=e^{\eta}$, $z=e^{\zeta}$, $u=e^{w}$, где $w=w(\xi,\eta,\zeta)$.

3525. Показать, что вид уравнения

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}-\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right)^2=0$$

не меняется при любом распределении ролей между переменными x, y и z.

3526. Решить уравнение

$$\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-2\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0,$$

приняв x за функцию от переменных y и z.

3527. Преобразовать уравнение

$$A\left(\frac{\partial z}{\partial x},\ \frac{\partial z}{\partial y}\right)\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+2B\left(\frac{\partial z}{\partial x},\ \frac{\partial z}{\partial y}\right)\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+$$
$$+C\left(\frac{\partial z}{\partial x},\ \frac{\partial z}{\partial y}\right)\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0,$$

применяя *преобразование Лежандра*

$$X=\frac{\partial z}{\partial x},\quad Y=\frac{\partial z}{\partial y},\quad Z=x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}-z,$$

где $Z=Z(X,\ Y)$.

§ 5. Геометрические приложения

1°. **Касательная прямая и нормальная плоскость.** Уравнение *касательной прямой* к кривой

$$x=\varphi(t),\ y=\psi(t),\ z=\chi(t)$$

в точке ее $M(x,\ y,\ z)$ имеет вид

$$\frac{X-x}{\frac{dx}{dt}}=\frac{Y-y}{\frac{dy}{dt}}=\frac{Z-z}{\frac{dz}{dt}}.$$

Уравнение *нормальной плоскости* в этой точке:

$$\frac{dx}{dt}(X-x)+\frac{dy}{dt}(Y-y)+\frac{dz}{ds}(Z-z)=0.$$