3524. В уравнении

$$x^{2} \frac{\partial^{2} u}{\partial x^{2}} + y^{2} \frac{\partial^{2} u}{\partial y^{2}} + z^{2} \frac{\partial^{2} u}{\partial z^{2}} =$$

$$= \left(x \frac{\partial u}{\partial x}\right)^{2} + \left(y \frac{\partial u}{\partial y}\right)^{2} + \left(z \frac{\partial u}{\partial z}\right)^{2}$$

положить  $x = e^{\xi}$ ,  $y = e^{\eta}$ ,  $z = e^{\eta}$ ,  $u = e^{\omega}$ , где  $w \Rightarrow w (\xi, \eta, \zeta)$ .

3525. Показать, что вид уравнения

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right)^2 = 0$$

не меняется при любом распределении ролей между переменными x, y и z.

3526. Решить уравнение

$$\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$$

приняв x за функцию от переменных y и z.

3527. Преобразовать уравнение

$$A\left(\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}\right) \frac{\partial^{2} z}{\partial x^{2}} + 2B\left(\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}\right) \frac{\partial^{2} z}{\partial x \partial y} + C\left(\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}\right) \frac{\partial^{2} z}{\partial y^{2}} = \mathbf{Q}_{2}$$

применяя преобразование Лежандра

$$X = \frac{\partial z}{\partial x}$$
,  $Y = \frac{\partial z}{\partial y}$ ,  $Z = x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} - z$ 

где Z = Z(X, Y).

## § 5. Геометрические приложения

 Касательная прямая и нормальная плоскость. Уравиение касательной пряжой к кривой

$$x = \varphi(t), y = \psi(t), z = \chi(t)$$

в точке ее M(x, y, z) имеет вид

$$\frac{X-x}{\frac{dx}{dt}} = \frac{Y-y}{\frac{dy}{dt}} = \frac{Z-z}{\frac{dz}{dt}}.$$

Уравнение нормальной плоскости в этой точке:

$$\frac{dx}{dt}(X-x)+\frac{dy}{dt}(Y-y)+\frac{dz}{ds}(Z-z)=0.$$