

Пользуясь интегральным признаком Коши, исследовать сходимость рядов с общим членом:

$$2619. a_n = \frac{1}{n \ln^p n} \quad (n > 1).$$

$$2620. a_n = \frac{1}{n (\ln n)^p (\ln \ln n)^q} \quad (n > 2).$$

2620.1. Исследовать сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln 2 \cdot \ln 3 \cdot \dots \cdot \ln (n+1)}{\ln (2+p) \cdot \ln (3+p) \cdot \dots \cdot \ln (n+1+p)} \quad (p > 0).$$

2620.2. Исследовать сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma(n)}{n^s}$ , где

$\gamma(n)$  — число цифр числа  $n$ .

2620.3. Пусть  $\lambda_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) — последовательные положительные корни уравнения  $\operatorname{tg} x = x$ .

Исследовать сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^{-2}$ .

2621. Исследовать сходимость ряда  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln (n!)}$ .

2622. Доказать, что ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  с положительными монотонно убывающими членами сходится или расходится одновременно с рядом  $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n a_{2n}$ .

2623. Пусть  $f(x)$  — положительная монотонно невозрастающая функция.

Доказать, что если ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$  сходится, то для остатка его

$$R_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} f(k)$$

справедлива оценка

$$\int_{n+1}^{+\infty} f(x) dx < R_n < f(n+1) + \int_{n+1}^{+\infty} f(x) dx.$$