

$$630. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{x}{2} \cos \frac{x}{4} \dots \cos \frac{x}{2^n} \right).$$

631. Пусть $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\varphi(x)}{\psi(x)} = 1$, где $\psi(x) > 0$ и пусть $\alpha_{mn} \rightarrow 0$ ($m = 1, 2, \dots$) при $n \rightarrow \infty$, т. е. $|\alpha_{mn}| < \varepsilon$ при $m = 1, 2, \dots$ и $n > N(\varepsilon)$.

Доказать, что

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} [\varphi(\alpha_{1n}) + \varphi(\alpha_{2n}) + \dots + \varphi(\alpha_{nn})] = \\ = \lim_{n \rightarrow \infty} [\psi(\alpha_{1n}) + \psi(\alpha_{2n}) + \dots + \psi(\alpha_{nn})], \quad (1) \end{aligned}$$

предполагая, что предел в правой части равенства (1) существует.

Пользуясь предыдущей теоремой, найти:

$$632. \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(\sqrt[3]{1 + \frac{k}{n^2}} - 1 \right).$$

$$633. \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(\sin \frac{ka}{n^2} \right).$$

$$634. \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n (a^{k/n^2} - 1) \quad (a > 0).$$

$$635. \lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{k}{n^2} \right).$$

$$636. \lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=1}^n \cos \frac{ka}{n \sqrt{n}}.$$

637. Последовательность x_n задана равенствами

$$x_1 = \sqrt{a}, \quad x_2 = \sqrt{a + \sqrt{a}}, \quad x_3 = \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a}}}, \dots$$

($a > 0$).

Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.