

3901. Вычислить интеграл  $\iint_{\substack{0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1}} xy \, dx \, dy$ ,

рассматривая его как предел интегральной суммы, разбивая область интегрирования на квадраты прямыми

$$x = i/n, \quad y = j/n \quad (i, j = 1, 2, \dots, n-1)$$

и выбирая значение подынтегральной функции в правых верхних вершинах этих квадратов.

3902. Составить нижнюю  $S$  и верхнюю  $\bar{S}$  интегральные суммы для функции  $f(x, y) = x^2 + y^2$  в области  $1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 3$ , разбивая последнюю на прямоугольники прямыми

$$x = 1 + \frac{i}{n}, \quad y = 1 + \frac{2j}{n} \quad (i, j = 0, 1, \dots, n).$$

Чему равны пределы этих сумм при  $n \rightarrow \infty$ ?

3903. Приблизленно вычислить интеграл

$$\iint_{x^2+y^2 \leq 25} \frac{dx \, dy}{\sqrt{24+x^2+y^2}},$$

аппроксимируя область интегрирования системой вписанных квадратов, вершины которых  $A_{ij}$  находятся в целочисленных точках, и выбирая значения подынтегральной функции в вершинах этих квадратов, наиболее удаленных от начала координат. Сравнить полученный результат с точным значением интеграла.

3904. Приблизленно вычислить интеграл  $\int_S \sqrt{x+y} \, dS$ ,

где  $S$  — треугольник, ограниченный прямыми  $x = 0$ ,  $y = 0$  и  $x + y = 1$ , разбив область  $S$  прямыми  $x = \text{const}$ ,  $y = \text{const}$ ,  $x + y = \text{const}$  на четыре равных треугольника и выбрав значение подынтегральной функции в центрах тяжести этих треугольников.

3905. Область  $S \{x^2 + y^2 \leq 1\}$  разбита на конечное число квадратуемых частей  $\Delta S_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) диаметра меньше чем  $\delta$ . При каком значении  $\delta$  будет обеспечено выполнение неравенства

$$\left| \iint_S \sin(x+y) \, dS - \sum_{i=1}^n \sin(x_i + y_i) \Delta S_i \right| < 0,001,$$

где  $(x_i, y_i) \in \Delta S_i$ ?