

останется расходящимся, если, не переставляя его членов, изменить знаки их так, чтобы за  $p$  положительными членами следовало бы  $q$  отрицательных ( $p \neq q$ ). Сходимость будет иметь место лишь при  $p = q$ .

### § 3. Действия над рядами

Сумма и произведение рядов. По определению полагают:

$$а) \sum_{n=1}^{\infty} a_n \pm \sum_{n=1}^{\infty} b_n = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n);$$

$$б) \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sum_{n=1}^{\infty} b_n = \sum_{n=1}^{\infty} c_n$$

где

$$c_n = a_1 b_n + a_2 b_{n-1} + \dots + a_n b_1.$$

Равенство а) имеет неформальный смысл, если оба ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  сходятся, а равенство б) — если, сверх того, по меньшей мере один из этих рядов сходится абсолютно.

2706. Что можно сказать о сумме двух рядов, из которых а) один ряд сходится, а другой расходится; б) оба ряда расходятся?

2707. Найти сумму двух рядов:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{3^n} + \frac{(-1)^n}{n^3} \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{3^{n+1}} + \frac{(-1)^{n+1}}{n^3} \right].$$

Найти суммы следующих рядов:

$$2708. \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{2^n} + \frac{(-1)^n}{3^n} \right].$$

$$2709. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{2n\pi}{3}}{2^n}.$$

$$2710. \sum_{n=0}^{\infty} x^{(n/2)} y^{l(n+1)/2} \quad (|xy| < 1).$$

$$2711. \text{Показать, что } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} = 1.$$