

$dS$ , равно  $dQ = -kn \operatorname{grad} u \, dS$ , где  $k$  — коэффициент внутренней теплопроводности и  $n$  — единичный вектор нормали к поверхности  $S$ . Определить количество тепла, накопленное телом  $V$  за единицу времени. Используя скорость повышения температуры, вывести уравнение, которому удовлетворяет температура тела (*уравнение теплопроводности*).

4451. Находящаяся в движении несжимаемая жидкость заполняет объем  $V$ . Предполагая, что в области  $V$  отсутствуют источники и стоки, вывести *уравнение неразрывности*.

$$\frac{d\rho}{dt} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0,$$

где  $\rho = \rho(x, y, z)$  — плотность жидкости,  $\mathbf{v}$  — вектор скорости,  $t$  — время

**У к а з а н и е.** Рассмотреть поток жидкости через произвольный объем  $\omega$ , содержащийся в  $V$ .

4452. Найти работу вектора  $\mathbf{a} = \mathbf{r}$  вдоль отрезка винтовой линии  $\mathbf{r} = i a \cos t + j a \sin t + k b t$  ( $0 \leq t \leq 2\pi$ ).

4452.1. Найти работу поля  $\mathbf{a} = \frac{1}{y} i + \frac{1}{z} j + \frac{1}{x} k$  вдоль прямолинейного отрезка, соединяющего точки  $M(1, 1, 1)$  и  $N(2, 4, 8)$ .

4452.2. Найти работу поля  $\mathbf{a} = i e^{y-z} + j e^{z-x} + k e^{x-y}$  вдоль прямолинейного отрезка между точками  $O(0, 0, 0)$  и  $M(1, 3, 5)$ .

4452.3. Найти работу поля  $\mathbf{a} = (y+z) i + (2+x) j + (x+y) k$  вдоль кратчайшей дуги большого круга сферы  $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ , соединяющей точки  $M(3, 4, 0)$  и  $N(0, 0, 5)$ .

4453. Найти работу вектора  $\mathbf{a} = f(r) \mathbf{r}$ , где  $f$  — непрерывная функция, вдоль дуги  $AB$ .

4454. Найти циркуляцию вектора  $\mathbf{a} = -y i + x j + c k$  ( $c$  — постоянная): а) вдоль окружности  $x^2 + y^2 = 1, z = 0$ ; б) вдоль окружности  $(x-2)^2 + y^2 = 1, z = 0$ .

4455. Найти циркуляцию  $\Gamma$  вектора  $\mathbf{a} = \operatorname{grad}\left(\arctg \frac{y}{x}\right)$  вдоль контура  $C$  в двух случаях: а)  $C$  не окружает ось  $Oz$ ; б)  $C$  окружает ось  $Oz$ .