Доказать, что объем этого тела равен

$$V = \frac{H}{6}\left[S(a) + 4S\left(\frac{a+b}{2}\right) + S(b)\right],$$

где $H = b - a$ (*формула Симпсона*).

2461. Тело представляет собой множество точек $M(x, y, z)$, где $0 \leqslant z \leqslant 1$, причем $0 \leqslant x \leqslant 1$, $0 \leqslant y \leqslant 1$, если z рационально, и $-1 \leqslant x \leqslant 0$, $-1 \leqslant y \leqslant 0$, если z иррационально. Доказать, что объем этого тела не существует, хотя соответствующий интеграл

$$\int\limits_0^1 S(z)\,dz = 1.$$

Найти объемы тел, ограниченных следующими поверхностями:

2462. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad z = \frac{c}{a}x, \quad z = 0.$

2463. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ (эллипсоид).

2464. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad z = \pm c.$

2465. $x^2 + z^2 = a^2$, $y^2 + z^2 = a^2$.

2466. $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $x^2 + y^2 = ax$.

2467. $z^2 = b(a - x)$, $x^2 + y^2 = ax$.

2468. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{z^2} = 1 \quad (0 < z < a).$

2469. $x + y + z^2 = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

2470. $x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + zx = a^2$.

2471. Доказать, что объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy плоской фигуры

$$a \leqslant x \leqslant b, \quad 0 \leqslant y \leqslant y(x),$$

где $y(x)$ — однозначная непрерывная функция, равен

$$V_y = 2\pi \int\limits_a^b xy(x)\,dx.$$

Найти объемы тел, ограниченных поверхностями, полученными при вращении отрезков следующих линий:

2472. $y = b\left(\frac{x}{a}\right)^{2/3}$ $(0 \leqslant x \leqslant a)$ вокруг оси Ox (нейлоид).

2473. $y = 2x - x^2$, $y = 0$: а) вокруг оси Ox; б) вокруг оси Oy.