Вместо x и y ввести новые переменные u и v и определить пределы интегрирования в следующих двойных интегралах:

3957. $\int\limits_a^b dx \int\limits_{\alpha x}^{\beta x} f(x, y)\, dy \quad (0 < a < b;\ 0 < \alpha < \beta)$, если $u = x$, $v = y/x$.

3958. $\int\limits_0^2 dx \int\limits_{1-x}^{2-x} f(x, y)\, dy$, если $u = x + y$, $v = x - y$.

3959. $\iint\limits_{\Omega} f(x, y)\, dx\, dy$, где область Ω ограничена кривыми $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$, $x = 0$, $y = 0$ $(a > 0)$, если $x = u \cos^4 v$, $y = u \sin^4 v$.

3960. Показать, что замена переменных

$$x + y = \xi, \quad y = \xi\eta$$

переводит треугольник $0 \leqslant x \leqslant 1$, $0 \leqslant y \leqslant 1 - x$ в единичный квадрат $0 \leqslant \xi \leqslant 1$, $0 \leqslant \eta \leqslant 1$.

3961. При какой замене переменных криволинейный четырехугольник, ограниченный кривыми $xy = 1$, $xy = 2$, $x - y + 1 = 0$, $x - y - 1 = 0$ $(x > 0,\ y > 0)$, перейдет в прямоугольник, стороны которого параллельны осям координат?

Произведя соответствующие замены переменных, свести двойные интегралы к однократным:

3962. $\iint\limits_{|x|+|y|\leqslant 1} f(x + y)\, dx\, dy$.

3963. $\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant 1} f(ax + by + c)\, dx\, dy \quad (a^2 + b^2 \neq 0)$.

3964. $\iint\limits_{\Omega} f(xy)\, dx\, dy$, где область Ω ограничена кривыми $xy = 1$, $xy = 2$, $y = x$, $y = 4x$ $(x > 0,\ y > 0)$.

Вычислить следующие двойные интегралы:

3965. $\iint\limits_{\Omega} (x + y)\, dx\, dy$, где область Ω ограничена кривой $x^2 + y^2 = x + y$.

3966. $\iint\limits_{|x|+|y|\leqslant 1} (|x| + |y|)\, dx\, dy$.

3967. $\iint\limits_{\Omega} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}\, dx\, dy$, где область Ω ограничена эллипсом $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.