4°. Признак сравнения II. Если

$$a_n = O^*\left(\frac{1}{n^p}\right)\;^{*)},$$

то а) при $p > 1$ ряд (1) сходится и б) при $p \leqslant 1$ расходится.

5°. Признак Даламбера. Если $a_n > 0$ ($n = 1, 2, \ldots$) и

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = q,$$

то а) при $q < 1$ ряд (1) сходится и б) при $q > 1$ расходится.

6°. Признак Коши. Если $a_n \geqslant 0$ ($n = 1, 2, \ldots$) и

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = q,$$

то а) при $q < 1$ ряд (1) сходится и б) при $q > 1$ расходится.

7°. Признак Раабе. Если $a_n > 0$ ($n = 1, 2, \ldots$) и

$$\lim_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = p,$$

то а) при $p > 1$ ряд (1) сходится и б) при $p < 1$ расходится.

8°. Признак Гаусса. Если $a_n > 0$ ($n = 1, 2, \ldots$) и

$$\frac{a_n}{a_{n+1}} = \lambda + \frac{\mu}{n} + \frac{\theta_n}{n^{1+\varepsilon}},$$

где $|\theta_n| < C$ и $\varepsilon > 0$, то а) при $\lambda > 1$ ряд (1) сходится и б) при $\lambda < 1$ расходится; в) при $\lambda = 1$ ряд (1) сходится, если $\mu > 1$, и расходится, если $\mu \leqslant 1$.

9°. Интегральный признак Коши. Если $f(x)$ ($x \geqslant 1$) — неотрицательная невозрастающая непрерывная функция, то ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$$

сходится или расходится одновременно с интегралом

$$\int_1^{+\infty} f(x)\,dx.$$

Доказать непосредственно сходимость следующих рядов и найти их суммы:

2546. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{2^{n-1}} + \ldots$

2547. $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \ldots$
$\ldots + \left(\frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n}\right) + \ldots$

---

*) Значение символа O^* см. отдел I, § 6, 1°.