

введя новую переменную

$$t = x + \frac{1}{x}.$$

2261. В интеграле $\int_0^{2\pi} f(x) \cos x dx$ выполнить замену переменного $\sin x = t$.

2262. Вычислить интеграл

$$\int_{-2\pi n}^1 \left| \cos \left(\ln \frac{1}{x} \right) \right| dx,$$

где n — натуральное число.

2263. Найти $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$.

2264. Найти интеграл $\int_{-1}^3 \frac{f'(x)}{1 + f^2(x)} dx$, если

$$f(x) = \frac{(x+1)^2(x-1)}{x^3(x-2)}.$$

2265. Доказать, что если $f(x)$ — непрерывная периодическая функция, определенная при $-\infty < x < +\infty$ и имеющая период T , то

$$\int_a^{a+T} f(x) dx = \int_0^T f(x) dx,$$

где a — любое число.

2266. Доказать, что при n нечетном функции

$$F(x) = \int_0^x \sin^n x dx \quad \text{и} \quad G(x) = \int_0^x \cos^n x dx$$

периодические с периодом 2π ; а при n четном каждая из этих функций есть сумма линейной функции и периодической функции.

2267. Доказать, что функция $F(x) = \int_{x_0}^x f(x) dx$,

где $f(x)$ — непрерывная периодическая функция с периодом T , в общем случае, есть сумма линейной функции и периодической функции периода T .