

1242. Доказать, что у многочлена Чебышева—Лагерра

$$L_n(x) = e^x \frac{d^n}{dx^n} (x^n e^{-x})$$

все корни положительные.

1243. Доказать, что у многочлена Чебышева—Эрмита

$$H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x^2})$$

все корни вещественные.

1244. Найти на кривой  $y = x^3$  точку, касательная в которой параллельна хорде, соединяющей точки  $A(-1, -1)$  и  $B(2, 8)$ .

1245. Верна ли формула конечных приращений для функции  $f(x) = 1/x$  на сегменте  $[a, b]$ , если  $ab < 0$ ?

1246. Найти функцию  $\theta = \theta(x, \Delta x)$  такую, что

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta x f'(x + \theta \Delta x) \quad (0 < \theta < 1),$$

если:

а)  $f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$ ;    б)  $f(x) = x^3$ ;

в)  $f(x) = 1/x$ ;    г)  $f(x) = e^x$ .

1246.1. Пусть  $f(x) \in C^{(1)}(-\infty, +\infty)$  и для любых  $x$  и  $h$  справедливо тождество:

$$f(x+h) - f(x) \equiv hf'(x).$$

Доказать, что  $f(x) = ax + b$ , где  $a$  и  $b$  — постоянные.

1246.2. Пусть  $f(x) \in C^{(2)}(-\infty, +\infty)$  и для любых  $x$  и  $h$  справедливо тождество

$$f(x+h) - f(x) \equiv hf' \left( x + \frac{h}{2} \right).$$

Доказать, что  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , где  $a$ ,  $b$  и  $c$  — постоянные.

1247. Доказать, что если  $x \geq 0$ , то

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{x} = \frac{1}{2\sqrt{x+\theta(x)}},$$

где

$$\frac{1}{4} \leq \theta(x) \leq \frac{1}{2},$$

причем  $\lim_{x \rightarrow +0} \theta(x) = 1/4$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \theta(x) = 1/2$ .