

Вычислить интегралы:

$$3906. \int_0^1 dx \int_0^1 (x+y) dy. \quad 3907. \int_0^1 dx \int_{x^2}^x xy^2 dy.$$

$$3908. \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^a r^2 \sin^2 \varphi dr.$$

3909. Доказать равенство

$$\iint_R X(x) Y(y) dx dy = \int_a^A X(x) dx \cdot \int_b^B Y(y) dy,$$

если  $R$  — прямоугольник:  $a \leq x \leq A$ ,  $b \leq y \leq B$ , и функции  $X(x)$  и  $Y(y)$  непрерывны на соответствующих сегментах.

$$3910. \text{ Вычислить } I = \int_a^A dx \int_b^B f(x, y) dy, \text{ если}$$

$$f(x, y) = F''_{xy}(x, y).$$

3911. Пусть  $f(x)$  — непрерывная функция в промежутке  $a \leq x \leq b$ . Доказать неравенство

$$\left[ \int_a^b f(x) dx \right]^2 \leq (b-a) \int_a^b f^2(x) dx,$$

где знак равенства имеет место лишь, если  $f(x) = \text{const.}$

У к а з а н и е. Рассмотреть интеграл

$$\int_a^b dx \int_a^b [f(x) - f(y)]^2 dy.$$

3912. Какой знак имеют интегралы:

$$a) \iint_{|x|+|y|\leq 1} \ln(x^2+y^2) dx dy;$$

$$б) \iint_{x^2+y^2\leq 4} \sqrt[3]{1-x^2-y^2} dx dy;$$

$$в) \iint_{\substack{0\leq x\leq 1 \\ -1\leq y\leq 1-x}} \arcsin(x+y) dx dy?$$

3913. Найти среднее значение функции

$$f(x, y) = \sin^2 x \sin^2 y$$

в квадрате:  $0 \leq x \leq \pi$ ,  $0 \leq y \leq \pi$ .

3914. Пользуясь теоремой о среднем, оценить интеграл

$$I = \iint_{|x|+|y|\leq 10} \frac{dx dy}{100 + \cos^2 x + \cos^2 y}.$$