

$$3500. \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \left(1 + \frac{\partial z}{\partial y}\right)^3, \text{ если} \\ u = x \text{ и } v = y + z.$$

3501. С помощью линейной замены

$$\xi = x + \lambda_1 y, \eta = x + \lambda_2 y$$

преобразовать уравнение

$$A \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2B \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + C \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad (1)$$

где  $A$ ,  $B$  и  $C$  — постоянные и  $AC - B^2 < 0$ , к виду

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta} = 0.$$

Найти общий вид функции, удовлетворяющей уравнению (1).

3502. Доказать, что вид уравнения Лапласа

$$\Delta z \equiv \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

не меняется при любой невырожденной замене переменных

$$x = \varphi(u, v), y = \psi(u, v),$$

удовлетворяющей условиям:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial u} = \frac{\partial \psi}{\partial v}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial v} = -\frac{\partial \psi}{\partial u}.$$

3503. Преобразовать уравнения

$$\text{а) } \Delta u \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0; \text{ б) } \Delta(\Delta u) = 0,$$

полагая  $u = f(r)$ , где  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

3504. Какой вид принимает уравнение

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + cw = 0,$$

если положить

$$w = f(u),$$

где  $u = (x - x_0)(y - y_0)$ ?

3505. Преобразовать выражение

$$A = x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial u}{\partial x},$$

полагая

$$x + y = X, y = XY.$$