

**У к а з а н и е.** Рассмотреть экстремум определителя  $A = |a_{ij}|$  при наличии соотношений

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}^2 = S_i \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Определить наибольшие (sup) и наименьшие (inf) значения следующих функций в указанных областях:

3675.  $z = x - 2y - 3$ , если  $0 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq y \leq 1$ ,  $0 \leq x + y \leq 1$ .

3676.  $z = x^2 + y^2 - 12x + 16y$ , если  $x^2 + y^2 \leq 25$ .

3677.  $z = x^2 - xy + y^2$ , если  $|x| + |y| \leq 1$ .

3678.  $u = x^2 + 2y^2 + 3z^2$ , если  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 100$ .

3679.  $u = x + y + z$ , если  $x^2 + y^2 \leq z \leq 1$ .

3680. Найти нижнюю грань (inf) и верхнюю грань (sup) функции

$$u = (x + y + z) e^{-(x+2y+3z)}$$

в области  $x > 0$ ,  $y > 0$ ,  $z > 0$ .

3681. Показать, что функция  $z = (1 + e^y) \cos x - ye^y$  имеет бесконечное множество максимумов и ни одного минимума.

3682. Является ли достаточным для минимума функции  $f(x, y)$  в точке  $M_0(x_0, y_0)$ , чтобы эта функция имела минимум вдоль каждой прямой, проходящей через точку  $M_0$ ?

Рассмотреть пример  $f(x, y) = (x - y^2)(2x - y^2)$ .

3683. Данное положительное число  $a$  разложить на  $n$  положительных сомножителей так, чтобы сумма обратных величин их была наименьшей.

3684. Данное положительное число  $a$  разложить на  $n$  слагаемых так, чтобы сумма их квадратов была наименьшей.

3685. Данное положительное число  $a$  разложить на  $n$  положительных множителей так, чтобы сумма заданных положительных степеней их была наименьшей.

3686. На плоскости даны  $n$  материальных точек  $P_1(x_1, y_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2)$ , ...,  $P_n(x_n, y_n)$  с массами, соответственно равными  $m_1, m_2, \dots, m_n$ .

При каком положении точки  $P(x, y)$  момент инерции системы относительно этой точки будет наименьшим?

3687. При каких размерах открытая прямоугольная ванна данной вместимости  $V$  имеет наименьшую поверхность?