4220. Вычислить n-кратный интеграл

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\dots\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-\left\{\sum\limits_{i,j=1}^{n} a_{ij}x_ix_j+2\sum\limits_{i=1}^{n} b_ix_i+c\right\}}\,dx_1dx_2\dots dx_n,$$

если $\sum\limits_{i,j=1}^{n} a_{ij}x_ix_j$ $(a_{ij}=a_{ji})$ — положительно определенная квадратичная форма.

§ 11. Криволинейные интегралы

1°. Криволинейный интеграл 1-го рода. Если $f(x, y, z)$ — функция, определенная и непрерывная в точках гладкой кривой C

$$x = x(t), \quad y = y(t), \; z = z(t) \quad (t_0 \leqslant t \leqslant T) \tag{1}$$

и ds — дифференциал дуги, то по определению полагают

$$\int\limits_C f(x, y, z)\,ds = \int\limits_{t_0}^{T} f(x(t), y(t), z(t))\sqrt{x'^2(t)+y'^2(t)+z'^2(t)}\,dt.$$

Особенность этого интеграла состоит в том, что он не зависит от направления кривой C.

2°. Механические приложения криволинейного интеграла 1-го рода. Если $\rho = \rho(x, y, z)$ — линейная плотность в текущей точке (x, y, z) кривой C, то *масса кривой* C равна:

$$M = \int\limits_C \rho(x, y, z)\,ds.$$

Координаты центра тяжести (x_0, y_0, z_0) этой кривой выражаются формулами

$$x_0 = \frac{1}{M}\int\limits_C x\rho(x, y, z)\,ds, \quad y_0 = \frac{1}{M}\int\limits_C y\rho(x, y, z)\,ds,$$

$$z_0 = \frac{1}{M}\int\limits_C z\rho(x, y, z)\,ds.$$

3°. Криволинейный интеграл 2-го рода. Если функции $P = P(x, y, z)$, $Q = Q(x, y, z)$, $R = R(x, y, z)$ непрерывны в точках кривой (1), пробегаемой в направлении возрастания параметра t, то полагают

$$\int\limits_C P(x, y, z)\,dx + Q(x, y, z)\,dy + R(x, y, z)\,dz =$$

$$= \int\limits_{t_0}^{T} \{P(x(t), y(t), z(t))\,x'(t) + Q(x(t), y(t), z(t))\,y'(t) +$$

$$+ R(x(t), y(t), z(t))\,z'(t)\}\,dt. \tag{2}$$

При изменении направления обхода кривой C этот интеграл изменяет свой знак на обратный. Механически интеграл (2) представ-