останется расходящимся, если, не переставляя его членов, изменить знаки их так, чтобы за p положительными членами следовало бы q отрицательных ($p \neq q$). Сходимость будет иметь место лишь при $p = q$.

§ 3. Действия над рядами

Сумма и произведение рядов. По определению полагают:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \pm \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} c_n$,

где

$$c_n = a_1 b_n + a_2 b_{n-1} + \ldots + a_n b_1.$$

Равенство а) имеет неформальный смысл, если оба ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ сходятся, а равенство б) —если, сверх того, по меньшей мере один из этих рядов сходится абсолютно.

2706. Что можно сказать о сумме двух рядов, из которых а) один ряд сходится, а другой расходится; б) оба ряда расходятся?

2707. Найти сумму двух рядов:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{1}{3^n}+\frac{(-1)^n}{n^3}\right]+\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{1}{3^{n+1}}+\frac{(-1)^{n+1}}{n^3}\right].$$

Найти суммы следующих рядов:

2708. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left[\frac{1}{2^n}+\frac{(-1)^n}{3^n}\right]$.

2709. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\frac{2n\pi}{3}}{2^n}$.

2710. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} x^{[n/2]}y^{[(n+1)/2]}$ $(|xy| < 1)$.

2711. Показать, что $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\cdot\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n!} = 1$.