1002. $f(x)=x\left|\cos\dfrac{\pi}{x}\right|$ $(x\neq 0)$, $f(0)=0$.

1003. $f(x)=\sqrt{\sin x^2}$.

1004. $f(x)=\dfrac{x}{1+e^{1/x}}$ $(x\neq 0)$, $f(0)=0$.

1005. $f(x)=\sqrt{1-e^{-x^2}}$.

1006. $f(x)=|\ln|x||$ $(x\neq 0)$.

1007. $f(x)=\arcsin\dfrac{2x}{1+x^2}$.

1008. $f(x)=(x-2)\operatorname{arctg}\dfrac{1}{x-2}$ $(x\neq 2)$, $f(2)=0$.

1009. Показать, что функция $f(x)=x\sin\dfrac{1}{x}$ при $x\neq 0$ и $f(0)=0$ непрерывна при $x=0$, но не имеет в этой точке ни левой, ни правой производной.

1009.1. Пусть x_0 — точка разрыва 1-го рода функции $f(x)$. Выражения

$$f'_-(x_0)=\lim_{h\to -0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0-0)}{h}$$

и

$$f'_+(x_0)=\lim_{h\to +0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0+0)}{h}$$

называются *обобщенными односторонними* (соответственно левой и правой) *производными* функции $f(x)$ в точке x_0.

Найти $f'_-(x_0)$ и $f'_+(x_0)$ в точках разрыва x_0 функции $f(x)$, если:

а) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^2+x^3}{x}}$; б) $f(x)=\operatorname{arctg}\dfrac{1+x}{1-x}$;

в) $f(x)=\dfrac{1}{1+e^{1/x}}$.

1010. Пусть

$$f(x)=\begin{cases} x^2, & \text{если } x\leqslant x_0;\\ ax+b, & \text{если } x>x_0.\end{cases}$$