и, кроме того, следующим условиям:

$$u(x,\ 2x) = x,\ u'_x(x,\ 2x) = x^2.$$

Найти

$$u''_{xx}(x,\ 2x),\ u''_{xy}(x,\ 2x),\ u''_{yy}(x,\ 2x).$$

Полагая $z = z(x,\ y)$, решить следующие уравнения:

3354. $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0.$ **3355.** $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y} = 0.$

3356. $\dfrac{\partial^n z}{\partial y^n} = 0.$

3357. Полагая $u = u(x,\ y,\ z)$, решить уравнение

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x\,\partial y\,\partial z} = 0.$$

3358. Найти решение $z = z(x,\ y)$ уравнения

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x^2 + 2y,$$

удовлетворяющее условию: $z(x,\ x^2) = 1$.

3359. Найти решение $z = z(x,\ y)$ уравнения

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 2,$$

удовлетворяющее условиям: $z(x,\ 0) = 1,\ z'_y(x,\ 0) = x$.

3360. Найти решение $z = z(x,\ y)$ уравнения

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y} = x + y,$$

удовлетворяющее условиям: $z(x,\ 0) = x,\ z(0,\ y) = y^2$.

§ 3. Дифференцирование неявных функций

1°. Теорема существования. Если: 1) функция $F(x,\ y,\ z)$ обращается в нуль в некоторой точке $\widehat{A}_0(x_0,\ y_0,\ z_0)$; 2) $F(x,\ y,\ z)$ и $F'_z(x,\ y,\ z)$ определены и непрерывны в окрестности точки $\widehat{A}_0$; 3) $F'_z(x_0,\ y_0,\ z_0) \neq 0$, то в некоторой достаточно малой окрестности точки $A_0(x_0,\ y_0)$ существует единственная однозначная непрерывная функция

$$z = f(x,\ y), \tag{1}$$

удовлетворяющая уравнению

$$F(x,\ y,\ z) = 0$$

и такая, что $z_0 = f(x_0,\ y_0)$.