407. Пусть $y = f(x)$. Сформулировать с помощью неравенств, что значит:

а) $y \to b - 0$ при $x \to a$;
б) $y \to b - 0$ при $x \to a - 0$;
в) $y \to b - 0$ при $x \to a + 0$;
г) $y \to b + 0$ при $x \to a$;
д) $y \to b + 0$ при $x \to a - 0$;
е) $y \to b + 0$ при $x \to a + 0$;
ж) $y \to b - 0$ при $x \to \infty$;
з) $y \to b - 0$ при $x \to -\infty$;
и) $y \to b - 0$ при $x \to +\infty$;
к) $y \to b + 0$ при $x \to \infty$;
л) $y \to b + 0$ при $x \to -\infty$;
м) $y \to b + 0$ при $x \to +\infty$.

Привести соответствующие примеры.

408. Пусть

$$P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n,$$

где a_i ($i=0, 1, \ldots, n$; $n \geqslant 1, a_0 \neq 0$) — вещественные числа.

Доказать, что $\lim\limits_{x\to\infty} |P(x)| = +\infty$.

409. Пусть $R(x) = \dfrac{a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n}{b_0x^m + b_1x^{m-1} + \ldots + b_m}$, где $a_0 \neq 0$ и $b_0 \neq 0$.

Доказать, что

$$\lim_{x\to\infty} R(x) = \begin{cases} \infty, & \text{если } n > m; \\ \dfrac{a_0}{b_0}, & \text{если } n = m; \\ 0, & \text{если } n < m. \end{cases}$$

410. Пусть $R(x) = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$,

где $P(x)$ и $Q(x)$ — многочлены от x и

$$P(a) = Q(a) = 0.$$

Какие возможные значения имеет выражение

$$\lim \frac{P(x)}{\ldots}?$$