Обратное утверждение неверно. Рассмотреть пример

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{3^3}+\ldots$$

2593. Доказать, что если для ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n\ (a_n>0)$ существует

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=q, \qquad \text{(А)}$$

то существует также

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=q. \qquad \text{(Б)}$$

Обратное утверждение неверно: если существует предел (Б), то предел (А) может и не существовать. Рассмотреть пример

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3+(-1)^n}{2^{n+1}}.$$

2594. Доказать, что если $\overline{\lim\limits_{n\to\infty}}\sqrt[n]{a_n}=q\ (a_n>0)$, то а) при $q<1$ ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится; б) при $q>1$ этот ряд расходится (*обобщенный признак Коши*).

Исследовать сходимость рядов:

2595. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2+(-1)^n}{2^n}$. 2596. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{a\cos^2 n\pi/3}{2^n}$.

2597. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^3\left[\sqrt{2}+(-1)^n\right]^n}{3^n}$.

2597.1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1+\cos n}{2+\cos n}\right)^{2n-\ln n}$.

Пользуясь признаками Раабе и Гаусса, исследовать сходимость следующих рядов:

2598. $\left(\frac{1}{2}\right)^p+\left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\right)^p+\left(\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\right)^p+\ldots$