в) $\left|\sin\left(\sum\limits_{k=1}^{n} x_k\right)\right| \leqslant \sum\limits_{k=1}^{n} \sin x_k \quad (0 \leqslant x_k \leqslant \pi;$

$k = 1, 2, \ldots, n)$;

г) $(2n)! < 2^{2n}(n!)^2$.

11. Пусть c — положительное число, не являющееся точным квадратом целого числа, и A/B — сечение, определяющее вещественное число $\sqrt{c}$, где в класс B входят все положительные рациональные числа b такие, что $b^2 > c$, а в класс A — все остальные рациональные числа. Доказать, что в классе A нет наибольшего числа, а в классе B нет наименьшего числа.

12. Сечение A/B, определяющее число $\sqrt[3]{2}$, строится следующим образом: класс A содержит все рациональные числа a такие, что $a^3 < 2$; класс B содержит все остальные рациональные числа. Доказать, что в классе A нет наибольшего числа, а в классе B — наименьшего.

13. Построив соответствующие сечения, доказать равенства:

а) $\sqrt{2} + \sqrt{8} = \sqrt{18}$; б) $\sqrt{2}\sqrt{3} = \sqrt{6}$.

14. Построить сечение, определяющее число $2^{\sqrt{2}}$.

15. Доказать, что всякое непустое числовое множество, ограниченное снизу, имеет нижнюю грань, а всякое непустое числовое множество, ограниченное сверху, имеет верхнюю грань.

16. Показать, что множество всех правильных рациональных дробей m/n, где m и n — натуральные числа и $0 < m < n$, не имеет наименьшего и наибольшего элементов. Найти нижнюю и верхнюю грани этого множества.

17. Определить нижнюю и верхнюю грани множества рациональных чисел r, удовлетворяющих неравенству $r^2 < 2$.

18. Пусть $\{-x\}$ — множество чисел, противоположных числам $x \in \{x\}$. Доказать, что

а) $\inf\{-x\} = -\sup\{x\}$; б) $\sup\{-x\} = -\inf\{x\}$.

19. Пусть $\{x + y\}$ есть множество всех сумм $x + y$, где $x \in \{x\}$ и $y \in \{y\}$.