Для существования предела функции $f(x)$ в точке a необходимо и достаточно, чтобы

$$f(a-0) = f(a+0).$$

4°. Бесконечный предел. Условная запись

$$\lim_{x\to a} f(x) = \infty$$

обозначает, что для любого $E > 0$ справедливо неравенство:

$$|f(x)| > E, \text{ если только } 0 < |x-a| < \delta(E).$$

5°. Частичный предел. Если для некоторой последовательности $x_n \to a$ $(x_n \neq a)$ имеет место равенство

$$\lim_{n\to\infty} f(x_n) = B,$$

то число (или символ ∞) B называется *частичным пределом* (соответственно конечным или бесконечным) *функции* $f(x)$ в точке a.

Наименьший и наибольший из этих частичных пределов обозначаются

$$\underline{\lim}_{x\to a} f(x) \quad \text{и} \quad \overline{\lim}_{x\to a} f(x)$$

и называются соответственно *нижним и верхним пределами* функции $f(x)$ в точке a.

Равенство

$$\underline{\lim}_{x\to a} f(x) = \overline{\lim}_{x\to a} f(x)$$

необходимо и достаточно для существования предела (соответственно конечного или бесконечного) функции $f(x)$ в точке a.

381. Показать, что функция, определяемая условиями:

$$f(x) = n, \text{ если } x = \frac{m}{n},$$

где m и n — взаимно простые целые числа и $n > 0$ и

$$f(x) = 0, \text{ если } x \text{ иррационально},$$

конечна, но не ограничена в каждой точке x (т. е. не ограничена в любой окрестности этой точки).

382. Если функция $f(x)$ определена и локально ограничена в каждой точке: а) интервала, б) сегмента, то является ли эта функция ограниченной на данном интервале или соответственно сегменте?

Привести соответствующие примеры.