

равенство

$$F'(x) = f(x).$$

Что можно сказать о производной функции $F(x)$ в точках разрыва функции $f(x)$?

Рассмотреть примеры:

а) $f\left(\frac{1}{n}\right) = 1$ ($n = \pm 1, \pm 2, \dots$) и $f(x) = 0$ при $x \neq \frac{1}{n}$;

б) $f(x) = \operatorname{sgn} x$.

Найти неопределенные интегралы от ограниченных разрывных функций:

2303. $\int \operatorname{sgn} x \, dx$. 2304. $\int \operatorname{sgn}(\sin x) \, dx$.

2305. $\int [x] \, dx$ ($x \geq 0$). 2306. $\int x [x] \, dx$ ($x \geq 0$).

2307. $\int (-1)^{[x]} \, dx$.

2308. $\int_0^x f(x) \, dx$, где $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } |x| < l, \\ 0, & \text{если } |x| > l. \end{cases}$

Вычислить определенные интегралы от ограниченных разрывных функций:

2309. $\int_0^3 \operatorname{sgn}(x - x^3) \, dx$. 2310. $\int_0^2 [e^x] \, dx$.

2311. $\int_0^6 [x] \sin \pi x / 6 \, dx$. 2312. $\int_0^\pi x \operatorname{sgn}(\cos x) \, dx$.

2313. $\int_1^{a+1} \ln [x] \, dx$, где a — натуральное число.

2314. $\int_0^1 \operatorname{sgn}[\sin(\ln x)] \, dx$.

2315. Найти $\int_E |\cos x| \sqrt{\sin x} \, dx$, где E — множество тех значений сегмента $[0, 4\pi]$, для которых подынтегральное выражение имеет смысл.

§ 3. Теоремы о среднем

1°. Среднее значение функции. Число

$$M[f] = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) \, dx$$