

$$д) f(x) = \frac{1}{x^2} e^{-1/x^2}; \quad е) f(x) = x^x \quad (x > 0);$$

$$ж) f(x) = x \ln^2 x.$$

741. Обязательно ли будет разрывна в данной точке  $x_0$  сумма двух функций  $f(x) + g(x)$ , если: а) функция  $f(x)$  непрерывна, а функция  $g(x)$  разрывна при  $x = x_0$ ; б) обе функции  $f(x)$  и  $g(x)$  разрывны при  $x = x_0$ ? Построить соответствующие примеры.

742. Обязательно ли произведение двух функций  $f(x)g(x)$  терпит разрыв непрерывности в данной точке  $x_0$ , если: а) функция  $f(x)$  непрерывна, а функция  $g(x)$  разрывна в этой точке; б) обе функции  $f(x)$  и  $g(x)$  разрывны при  $x = x_0$ ? Построить соответствующие примеры.

743. Можно ли утверждать, что квадрат разрывной функции есть также разрывная функция?

Построить пример всюду разрывной функции, квадрат которой есть функция непрерывная.

744. Исследовать на непрерывность функции  $f[g(x)]$  и  $g[f(x)]$ , если:

$$а) f(x) = \operatorname{sgn} x \text{ и } g(x) = 1 + x^2;$$

$$б) f(x) = \operatorname{sgn} x \text{ и } g(x) = x(1 - x^2);$$

$$в) f(x) = \operatorname{sgn} x \text{ и } g(x) = 1 + x - [x].$$

745. Исследовать на непрерывность сложную функцию  $y = f(u)$ , где  $u = \varphi(x)$ , если

$$f(u) = \begin{cases} u & \text{при } 0 < u \leq 1; \\ 2 - u & \text{при } 1 < u < 2 \end{cases}$$

и

$$\varphi(x) = \begin{cases} x & \text{при } x \text{ рациональном;} \\ 2 - x & \text{при } x \text{ иррациональном} \end{cases} \quad (0 < x < 1).$$

746. Доказать, что если  $f(x)$  — непрерывная функция, то  $F(x) = |f(x)|$  есть также непрерывная функция.

747. Доказать, что если функция  $f(x)$  непрерывна, то функция

$$f_c(x) = \begin{cases} -c, & \text{если } f(x) < -c; \\ f(x), & \text{если } |f(x)| \leq c; \\ c, & \text{если } f(x) > c, \end{cases}$$

где  $c$  — любое положительное число, также непрерывна.