

2172. $\int \varphi(x) dx$, где $\varphi(x)$ — расстояние числа x до ближайшего целого числа.

2173. $\int [x] |\sin \pi x| dx$ ($x \geq 0$).

2174. $\int f(x) dx$, где $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & \text{при } |x| \leq 1; \\ 1-|x| & \text{при } |x| > 1. \end{cases}$

2175. $\int f(x) dx$, где $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } -\infty < x < 0; \\ x+1, & \text{если } 0 \leq x \leq 1; \\ 2x, & \text{если } 1 < x < +\infty. \end{cases}$

2176. Найти $\int x f''(x) dx$.

2177. Найти $\int f'(2x) dx$.

2178. Найти $f(x)$, если $f'(x^2) = \frac{1}{x}$ ($x > 0$).

2179. Найти $f(x)$, если $f'(\sin^2 x) = \cos^2 x$.

2180. Найти $f(x)$, если

$$f'(\ln x) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 < x \leq 1; \\ x & \text{при } 1 < x < +\infty \end{cases}$$

и $f(0) = 0$.

2180. 1. Пусть $f(x)$ — монотонная непрерывная функция и $f^{-1}(x)$ — ее обратная функция.

Доказать, что если

$$\int f(x) dx = F(x) + C,$$

то

$$\int f^{-1}(x) dx = x f^{-1}(x) - F(f^{-1}(x)) + C.$$

Рассмотреть примеры: а) $f(x) = x^n$ ($n > 0$); б) $f(x) = e^x$; в) $f(x) = \arcsin x$; г) $f(x) = \operatorname{Arth} x$.