

В каких точках сферы нормальная производная функции u имеет: а) наибольшее значение, б) наименьшее значение, в) равна нулю?

3564. Найти производную функции $u = x^2 + y^2 + z^2$ в направлении внешней нормали эллипсоида $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ в точке его $M_0(x_0, y_0, z_0)$.

3565. Пусть $\frac{\partial u}{\partial n}$ и $\frac{\partial v}{\partial n}$ — нормальные производные функций u и v в точке поверхности $F(x, y, z) = 0$. Доказать, что $\frac{\partial}{\partial n}(uv) = u \frac{\partial v}{\partial n} + v \frac{\partial u}{\partial n}$.

Найти огибающие однопараметрических семейств плоских кривых.

3566. $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$ ($p = \text{const}$).

3567. $(x-a)^2 + y^2 = \frac{a^2}{2}$.

3568. $y = kx + \frac{a}{k}$ ($a = \text{const}$).

3569. $y^2 = 2px + p^2$.

3570. Найти кривую, огибаемую отрезком длины l , концы которого скользят по осям координат.

3571. Найти огибающую эллипсов $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, имеющих постоянную площадь S .

3572. Найти огибающую траекторий снаряда, выпущенного в безвоздушном пространстве с начальной скоростью v_0 , при варьировании в вертикальной плоскости угла бросания α .

3573. Доказать, что огибающая нормалей плоской кривой есть эволюта этой кривой.

3574. Исследовать характер *дискриминантных кривых* семейств следующих линий (c — переменный параметр):

а) кубических парабол $y = (x-c)^3$;

б) полукубических парабол $y^2 = (x-c)^3$;

в) парабол Нейля $y^3 = (x-c)^2$;

г) строфоид $(y-c)^2 = x^2 \frac{a-x}{a+x}$.

3575. Определить огибающую семейства шаров радиуса r , центры которых расположены на окружности $x = R \cos t$, $y = R \sin t$, $z = 0$ (t — параметр, $R > r$).