

731. Исследовать следующие функции на непрерывность и выяснить характер точек разрыва, если:

$$a) f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{при } 0 \leq x \leq 1, \\ 2-x & \text{при } 1 < x \leq 2; \end{cases}$$

$$б) f(x) = \begin{cases} x & \text{при } |x| \leq 1, \\ 1 & \text{при } |x| > 1; \end{cases}$$

$$в) f(x) = \begin{cases} \cos \frac{\pi x}{2} & \text{при } |x| \leq 1, \\ |x-1| & \text{при } |x| > 1; \end{cases}$$

$$г) f(x) = \begin{cases} \operatorname{ctg}^2 \pi x & \text{для нецелого } x, \\ 0 & \text{для целого } x; \end{cases}$$

$$д) f(x) = \begin{cases} \sin \pi x & \text{для рационального } x, \\ 0 & \text{для иррационального } x. \end{cases}$$

732. Функция $d = d(x)$ представляет собой кратчайшее расстояние точки x числовой оси Ox от множества точек ее, состоящего из отрезков $0 \leq x \leq 1$ и $2 \leq x \leq 3$. Найти аналитическое выражение функции d , построить ее график и исследовать на непрерывность.

733. Фигура E состоит из равнобедренного треугольника с основанием 1 и высотой 1 и двух прямоугольников с основаниями 1 каждый и высотами, равными 2 и 3 (рис. 5). Функция $S = S(y)$ ($0 \leq y < +\infty$) представляет собой площадь части фигуры E , заключенной между параллелями $Y = 0$ и $Y = y$; а функция $b = b(y)$

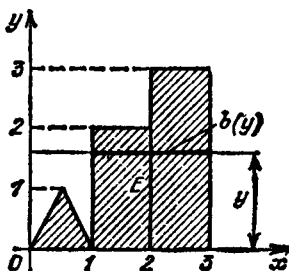


Рис. 5

($0 \leq y < +\infty$) есть длина сечения фигуры E параллелью $Y = y$. Найти аналитические выражения функций S и b , построить их графики и исследовать на непрерывность.

734. Доказать, что функция Дирихле

$$\chi(x) = \lim_{m \rightarrow \infty} \left\{ \lim_{n \rightarrow \infty} \cos^n(\pi m! x) \right\}$$

разрывна при каждом значении x .