

200. Найти функцию вида $f(x) = a + bc^x$, если $f(0) = 15$, $f(2) = 30$, $f(4) = 90$.

201. Доказать, что если для линейной функции

$$f(x) = ax + b$$

значения аргумента $x = x_n$ ($n = 1, 2, \dots$) образуют арифметическую прогрессию, то соответствующие значения функции $y_n = f(x_n)$ ($n = 1, 2, \dots$) образуют также арифметическую прогрессию.

202. Доказать, что если для показательной функции

$$f(x) = a^x \quad (a > 0)$$

значения аргумента $x = x_n$ ($n = 1, 2, \dots$) образуют арифметическую прогрессию, то соответствующие значения функции $y_n = f(x_n)$ ($n = 1, 2, \dots$) образуют геометрическую прогрессию).

203. Пусть функция $f(u)$ определена при $0 < u < 1$. Найти области определения функций:

а) $f(\sin x)$; б) $f(\ln x)$; в) $f\left(\frac{[x]}{x}\right)$.

204. Пусть $f(x) = \frac{1}{2}(a^x + a^{-x})$ ($a > 0$). Показать, что

$$f(x+y) + f(x-y) = 2f(x)f(y).$$

205. Пусть $f(x) + f(y) = f(z)$. Определить z , если

а) $f(x) = ax$; б) $f(x) = \frac{1}{x}$;

в) $f(x) = \operatorname{arctg} x$ ($|x| < 1$); г) $f(x) = \log \frac{1+x}{1-x}$.

Найти $\varphi[\varphi(x)]$, $\psi[\psi(x)]$, $\varphi[\psi(x)]$ и $\psi[\varphi(x)]$, если:

206. $\varphi(x) = x^3$ и $\psi(x) = 2^x$.

207. $\varphi(x) = \operatorname{sgn} x$ и $\psi(x) = \frac{1}{x}$.

208. $\varphi(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ x & \text{при } x > 0 \end{cases}$ и $\psi(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ -x^3 & \text{при } x > 0. \end{cases}$