

4416. Найти производную поля $u = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$ в данной точке $M(x, y, z)$ в направлении радиуса-вектора r этой точки.

В каком случае эта производная будет равна величине градиента?

4417. Найти производную поля $u = 1/r$, где $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, в направлении $l\{\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma\}$.

В каком случае эта производная равна нулю?

4418. Найти производную поля $u = u(x, y, z)$ в направлении градиента поля $v = v(x, y, z)$.

В каком случае эта производная будет равна нулю?

4419. Написать в ортах векторное поле $a = c \times \nabla u$, если

$$u = \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \quad \text{и} \quad c = i + j + k.$$

4420. Определить силовые линии векторного поля

$$a = xi + yj + 2zk.$$

4421. Доказать непосредственным вычислением, что дивергенция вектора a не зависит от выбора прямоугольной координатной системы.

4422. Доказать, что $\operatorname{div} a(M) = \lim_{a(S) \rightarrow 0} \frac{1}{V} \iint_S a_n dS$, где S — замкнутая поверхность, окружающая точку M и ограничивающая объем V , n — внешняя нормаль к поверхности S , $a(S)$ — диаметр поверхности S .

4422.1. Найти дивергенцию поля $a = \frac{-ix + jy + kz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ в точке $M(3, 4, 5)$. Чему приближенно равен поток Π вектора a через бесконечно малую сферу $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-5)^2 = \epsilon^2$?

4423. Найти

$$\operatorname{div} \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \end{vmatrix}.$$

4424. Доказать, что а) $\operatorname{div}(a + b) = \operatorname{div} a + \operatorname{div} b$; б) $\operatorname{div}(uc) = c \operatorname{grad} u$ (c — постоянный вектор, u — скаляр); в) $\operatorname{div}(ua) = u \operatorname{div} a + a \operatorname{grad} u$.

4425. Найти $\operatorname{div}(\operatorname{grad} u)$.