

В частности, из первого при $x = \pi/2$ получаем формулу Валиса

$$\frac{\pi}{2} = \prod_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{2n-1} \cdot \frac{2n}{2n+1}.$$

Доказать следующие равенства:

$$3051. \prod_{n=2}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{1}{2}.$$

$$3052. \prod_{n=2}^{\infty} \frac{n^3 - 1}{n^3 + 1} = \frac{2}{3}.$$

$$3053. \prod_{n=2}^{\infty} \left[1 - \frac{2}{n(n+1)}\right] = \frac{1}{3}.$$

$$3054. \prod_{n=0}^{\infty} \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^{2n}\right] = 2.$$

$$3055. \prod_{n=1}^{\infty} \cos \frac{\pi}{2^{n+1}} = \frac{2}{\pi}.$$

$$3056. \prod_{n=1}^{\infty} \cos \frac{x}{2^n} = \frac{\sin x}{x}.$$

$$3057. \prod_{n=1}^{\infty} \operatorname{ch} \frac{x}{2^n} = \frac{\operatorname{sh} x}{x}.$$

$$3058. \prod_{n=0}^{\infty} (1 + x^{2^n}) = \frac{1}{1-x} \quad (|x| < 1).$$

$$3059. \frac{\pi}{2} = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}} \cdots$$

$$3060. \prod_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{3n-1} \cdot \frac{3n}{3n+1} = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}}.$$

Доказать сходимость и определить значения следующих бесконечных произведений:

$$3061. \prod_{n=2}^{\infty} \frac{n^2-4}{n^2-1}. \quad 3062. \prod_{n=1}^{\infty} \left[1 + \frac{1}{n(n+2)}\right].$$