

от разрывной функции $f(x, y) = \operatorname{sgn}(x-y)$ является функцией непрерывной. Построить график функции $u = F(y)$.

3712. Исследовать на непрерывность функцию

$$F(y) = \int_0^1 \frac{y f(x)}{x^2 + y^2} dx,$$

где функция $f(x)$ непрерывна и положительна на сегменте $[0, 1]$.

3713. Найти:

а) $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \int_{\alpha}^{1+\alpha} \frac{dx}{1+x^2+\alpha^2}$; б) $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \int_{-1}^1 \sqrt{x^2+\alpha^2} dx$;

в) $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \int_0^2 x^2 \cos \alpha x dx$; г) $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{dx}{1 + \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n}$.

3713.1. Найти

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_0^{\pi/2} e^{-R \sin \theta} d\theta.$$

3714. Пусть функция $f(x)$ непрерывна на сегменте $[A, B]$. Доказать, что

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_a^x [f(t+h) - f(t)] dt = f(x) - f(a) \quad (A < a < x < B).$$

3714.1. Пусть 1) $\varphi_n(x) \geq 0$ ($n = 1, 2, \dots$) на $[-1, 1]$; 2) $\varphi_n(x) \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$ на $0 < \varepsilon \leq |x| \leq 1$;

3) $\int_{-1}^1 \varphi_n(x) dx \rightarrow 1$ при $n \rightarrow \infty$.

Доказать, что, если $f(x) \in C[-1, 1]$, то

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-1}^1 f(x) \varphi_n(x) dx = f(0).$$

3715. Можно ли совершить предельный переход под знаком интеграла в выражении

$$\lim_{y \rightarrow 0} \int_0^1 \frac{x}{y^3} e^{-x^2/y^3} dx?$$