993. При каком условии функция

$$f(x)=|x|^n \sin\frac{1}{|x|^m}\ (x\neq 0) \text{ и } f(0)=0\ (m>0)$$

имеет: а) ограниченную производную в окрестности начала координат; б) неограниченную производную в этой окрестности?

994. Найти $f'(a)$, если

$$f(x)=(x-a)\,\varphi(x),$$

где функция $\varphi(x)$ непрерывна при $x=a$.

995. Показать, что функция

$$f(x)=|x-a|\,\varphi(x),$$

где $\varphi(x)$ — непрерывная функция и $\varphi(a)\neq 0$, не имеет производной в точке a.

Чему равны односторонние производные $f'_-(a)$ и $f'_+(a)$?

996. Построить пример непрерывной функции, не имеющей производной в данных точках: $a_1, a_2, \ldots, a_n$.

997. Показать, что функция

$$f(x)=x^2\left|\cos\frac{\pi}{x}\right|\quad (x\neq 0) \text{ и } f(0)=0$$

имеет точки недифференцируемости в любой окрестности точки $x=0$, но дифференцируема в этой точке.

Построить эскиз графика этой функции.

998. Показать, что функция

$$f(x)=\begin{cases} x^2, & \text{если } x \text{ рационально;}\\ 0, & \text{если } x \text{ иррационально,}\end{cases}$$

имеет производную лишь при $x=0$.

999. Исследовать на дифференцируемость следующие функции:

а) $y=|(x-1)(x-2)^2(x-3)^3|$; б) $y=|\cos x|$;

в) $y=|\pi^2-x^2|\sin^2 x$; г) $y=\arcsin(\cos x)$;

д) $y=\begin{cases}\dfrac{x-1}{4}(x+1)^2 & \text{при } |x|\leqslant 1;\\ |x|-1 & \text{при } |x|>1.\end{cases}$

Для функции $f(x)$ определить левую производную $f'_-(x)$ и правую производную $f'_+(x)$, если:

1000. $f(x)=|x|$. **1001.** $f(x)=[x]\sin\pi x$.