если

а) $u = x^2 - 2xy - 3y^2$; б) $u = x^{y^2}$;

в) $u = \arccos\sqrt{\dfrac{x}{y}}$.

3230. Пусть $f(x, y) = xy\dfrac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$, если $x^2 + y^2 \neq 0$ и $f(0, 0) = 0$. Показать, что $f''_{xy}(0, 0) \neq f''_{yx}(0, 0)$.

3230.1. Существует ли $f''_{xy}(0, 0)$, если

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{2xy}{x^2 + y^2} & \text{при } x^2 + y^2 > 0; \\ 0 & \text{при } x = y = 0. \end{cases}$$

3231. Пусть $u = f(x, y, z)$ — однородная функция измерения n. Проверить теорему Эйлера об однородных функциях на следующих примерах:

а) $u = (x - 2y + 3z)^2$; б) $u = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$;

в) $u = \left(\dfrac{x}{y}\right)^{y/z}$.

3232. Доказать, что если дифференцируемая функция $u = f(x, y, z)$ удовлетворяет уравнению

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} + z\frac{\partial u}{\partial z} = nu,$$

то она является однородной функцией измерения n.

Указание. Рассмотреть вспомогательную функцию

$$F(t) = \frac{f(tx, ty, tz)}{t^n}.$$

3233. Доказать, что если $f(x, y, z)$ — дифференцируемая однородная функция измерения n, то ее частные производные $f'_x(x, y, z)$, $f'_y(x, y, z)$, $f'_z(x, y, z)$ — однородные функции измерения $n-1$.

3234. Пусть $u = f(x, y, z)$ — дважды дифференцируемая однородная функция измерения n. Доказать, что

$$\left(x\frac{\partial}{\partial x} + y\frac{\partial}{\partial y} + z\frac{\partial}{\partial z}\right)^2 u = n(n-1)u.$$

Найти дифференциалы первого и второго порядков от следующих функций (x, y, z — независимые переменные):

3235. $u = x^m y^n$. **3236.** $u = \dfrac{x}{y}$.