780. Найти функцию y = y(x), заданную уравнениями:

$$x = \operatorname{arctg} t, \ y = \operatorname{arcctg} t \ (-\infty < t < +\infty).$$

В какой области определена эта функция?

781. Пусть x = ch t, y = sh t ( $-\infty < t < +\infty$ ).

В каких областях изменения параметра *t* переменную *y* можно рассматривать как однозначную функцию от переменной *x*? Найти выражения *y* для различных областей.

782. Каковы необходимые и достаточные условия того, чтобы система уравнений  $x = \varphi(t), y = \psi(t)$  ( $\alpha < t < \beta$ ) определяла бы y как однозначную функцию от x?

Рассмотреть пример:  $x = \sin^2 t$ ,  $y = \cos^2 t$ .

783. При каких условиях две системы уравнений

$$x = \varphi(t), y = \psi(t) \quad (a < t < b)$$

И

$$x = \varphi(\chi(\tau), y = \psi(\chi(\tau)) (\alpha < \tau < \beta)$$

определяют одну и ту же функцию y = y(x)?

784. Пусть функции  $\varphi(x)$  и  $\psi(x)$  определены и непрерывны на интервале (a, b) и  $A = \inf_{x \in A} \varphi(x)$ ,  $B = \inf_{x \in A} \varphi(x)$ 

=  $\sup_{a < x < b} \varphi(x)$ . В каком случае существует однозначная функция f(x), определенная в интервале (A, B) и такая, что

$$\psi(x) = f(\varphi(x)) \text{ при } a < x < b?$$

## § 9. Равномерная непрерывность функции

 $1^{\circ}$ . О пределение равномерной непрерывности. Функцня f(x) называется равномерно непрерывной на данном множестве (интервале, сегменте и т. п.)  $X = \{x\}$ , если f(x) определена на X и для каждого  $\epsilon > 0$  существует  $\delta = \delta(\epsilon) > 0$  такое, что для любых значений x',  $x'' \in X$  из неравенства

$$|x'-x''|<\delta$$

Следует неравенство

$$|f_{i}(x') - f_{i}(x'')| < \varepsilon.$$

 $2^{\circ}$ . Теорема Кантора. Функция f(x), определен ная и непрерывная на ограниченном сегменте  $\{a,b\}$ , равномерно непрерывна на этом сегменте.