

Доказать равенства:

а)  $\inf \{x + y\} = \inf \{x\} + \inf \{y\}$ ;

б)  $\sup \{x + y\} = \sup \{x\} + \sup \{y\}$ .

20. Пусть  $\{xy\}$  есть множество всех произведений  $xy$ , где  $x \in \{x\}$  и  $y \in \{y\}$ , причем  $x \geq 0$  и  $y \geq 0$ .

Доказать равенства:

а)  $\inf \{xy\} = \inf \{x\} \cdot \inf \{y\}$ ;

б)  $\sup \{xy\} = \sup \{x\} \cdot \sup \{y\}$ .

21. Доказать неравенства:

а)  $|x - y| \geq ||x| - |y||$ ;

б)  $|x + x_1 + \dots + x_n| \geq |x| - (|x_1| + \dots + |x_n|)$

Решить неравенства:

22.  $|x + 1| < 0,01$ .      23.  $|x - 2| \geq 10$ .

24.  $|x| > |x + 1|$ .      25.  $|2x - 1| < |x - 1|$ .

26.  $|x + 2| + |x - 2| \leq 12$ .      27.  $|x + 2| - |x| > 1$ .

28.  $||x + 1| - |x - 1|| < 1$ .      29.  $|x(1 - x)| < 0,05$ .

30. Доказать тождество

$$\left(\frac{x + |x|}{2}\right)^2 + \left(\frac{x - |x|}{2}\right)^2 = x^2.$$

31. При измерении длины в 10 см абсолютная погрешность составляла 0,5 мм; при измерении расстояния в 500 км абсолютная погрешность была равна 200 м. Какое измерение точнее?

32. Определить, сколько верных знаков содержит число  $x = 2,3752$ , если относительная погрешность этого числа составляет 1 %?

33. Число  $x = 12,125$  содержит 3 верных знака. Определить, какова относительная погрешность этого числа.

34. Стороны прямоугольника равны:

$$x = 2,50 \text{ см} \pm 0,01 \text{ см}, \quad y = 4,00 \text{ см} \pm 0,02 \text{ см}.$$

В каких границах заключается площадь  $S$  этого прямоугольника? Каковы абсолютная погрешность  $\Delta$  и относительная погрешность  $\delta$  площади прямоугольника, если за стороны его принять средние значения?