и

$$f(\xi, \eta, \zeta)=\begin{cases}1, & \text{если } \xi^2+\eta^2+\zeta^2<a^2;\\ 0, & \text{если } \xi^2+\eta^2+\zeta^2\geqslant a^2,\end{cases}$$

предполагая, что

$$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}>a>0.$$

Вычислить следующие поверхностные интегралы 2-го рода:

4362. $\iint\limits_S (x\,dy\,dz+y\,dz\,dx+z\,dx\,dy)$, где S — внешняя сторона сферы $x^2+y^2+z^2=a^2$.

4363. $\iint\limits_S f(x)\,dy\,dz+g(y)\,dz\,dx+h(z)\,dx\,dy$, где $f(x)$, $g(y)$, $h(z)$ — непрерывные функции и S — внешняя сторона поверхности параллелепипеда $0\leqslant x\leqslant a$; $0\leqslant y\leqslant b$; $0\leqslant z\leqslant c$.

4364. $\iint\limits_S (y-z)\,dy\,dz+(z-x)\,dz\,dx+(x-y)\,dx\,dy$, где S — внешняя сторона конической поверхности $x^2+y^2=z^2$ $(0\leqslant z\leqslant h)$.

4365. $\iint\limits_S \left(\frac{dy\,dz}{x}+\frac{dz\,dx}{y}+\frac{dx\,dy}{z}\right)$, где S — внешняя сторона эллипсоида $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$.

4366. $\iint\limits_S x^2\,dy\,dz+y^2\,dz\,dx+z^2\,dx\,dy$, где S — внешняя сторона сферы $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$.

§ 15. Формула Стокса

Если $P=P(x, y, z)$, $Q=Q(x, y, z)$, $R=R(x, y, z)$ — непрерывно дифференцируемые функции и C — простой замкнутый кусочно гладкий контур, ограничивающий конечную кусочно гладкую двустороннюю поверхность S, то имеет место *формула Стокса*:

$$\oint\limits_C P\,dx+Q\,dy+R\,dz=\iint\limits_S \begin{vmatrix}\cos\alpha & \cos\beta & \cos\gamma\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ P & Q & R\end{vmatrix} dS,$$

где $\cos\alpha$ $\cos\beta$, $\cos\gamma$ — направляющие косинусы нормали к поверхности S, направленной в ту сторону, относительно которой обход контура C совершается против хода часовой стрелки (для правой координатной системы).