

4455.1. Дано векторное поле

$$\mathbf{a} = \frac{y}{\sqrt{z}} \mathbf{i} - \frac{x}{\sqrt{z}} \mathbf{j} + \sqrt{xy} \mathbf{k}.$$

Вычислив $\operatorname{rot} \mathbf{a}$ в точке $M(1, 1, 1)$, приближенно найти циркуляцию Γ поля вдоль бесконечно малой окружности

$$\left. \begin{aligned} (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 &= \varepsilon^2, \\ (x-1) \cos \alpha + (y-1) \cos \beta + (z-1) \cos \gamma &= 0, \end{aligned} \right\}$$

где $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$.

4456. Плоский установившийся поток жидкости характеризуется вектором скорости

$$\mathbf{w} = u(x, y) \mathbf{i} + v(x, y) \mathbf{j}.$$

Определить: 1) количество жидкости Q , протекающее через замкнутый контур C , ограничивающий область S (расход жидкости); 2) циркуляцию Γ вектора скорости вдоль контура C . Каким уравнениям удовлетворяют функции u и v , если жидкость несжимаема и поток безвихревой?

4457. Показать, что поле

$$\mathbf{a} = yz(2x + y + z) \mathbf{i} + xz(x + 2y + z) \mathbf{j} + xy(x + y + 2z) \mathbf{k}$$

— потенциальное и найти потенциал этого поля.

4457.1. Убедившись в потенциальности поля

$$\mathbf{a} = \frac{2}{(y+z)^{1/2}} \mathbf{i} - \frac{x}{(y+z)^{3/2}} \mathbf{j} - \frac{x}{(y+z)^{3/2}} \mathbf{k},$$

найти работу поля вдоль пути, соединяющего в положительном октанте точки $M(1, 1, 3)$ и $N(2, 4, 5)$.

4458. Найти потенциал гравитационного поля

$$\mathbf{a} = -\frac{m}{r^3} \mathbf{r},$$

создаваемого массой m , помещенной в начале координат.

4459. Найти потенциал гравитационного поля, создаваемого системой масс m_i ($i = 1, 2, \dots, n$), помещенных в точках M_i ($i = 1, 2, \dots, n$).

4460. Доказать, что поле $\mathbf{a} = f(r) \mathbf{r}$, где $f(r)$ — однозначная непрерывная функция, является потенциальным. Найти потенциал этого поля.