и ограниченного поверхностями:

$$\frac{x^m}{a^m}+\frac{y^n}{b^n}+\frac{z^p}{c^p}=1\quad (m>0,\ n>0,\ p>0),$$

$$x=0,\ y=0,\ z=0.$$

§ 8. Приложения тройных интегралов к механике

1°. Масса тела. Если тело занимает объем V и $\rho=\rho(x, y, z)$ — плотность его в точке (x, y, z), то *масса тела* равна

$$M=\iiint\limits_V \rho\, dx\, dy\, dz. \tag{1}$$

2°. Центр тяжести тела. *Координаты центра тяжести* (x_0, y_0, z_0) тела вычисляются по формулам

$$\left.\begin{aligned} x_0&=\frac{1}{M}\iiint\limits_V \rho x\, dx\, dy\, dz,\\ y_0&=\frac{1}{M}\iiint\limits_V \rho y\, dx\, dy\, dz,\\ z_0&=\frac{1}{M}\iiint\limits_V \rho z\, dx\, dy\, dz. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Если тело однородно, то в формулах (1) и (2) можно положить $\rho=1$.

3°. Моменты инерции. *Моментами инерции тела относительно координатных плоскостей* называются соответственно интегралы

$$I_{xy}=\iiint\limits_V \rho z^2 dx\, dy\, dz,\qquad I_{yz}=\iiint\limits_V \rho x^2 dx\, dy\, dz,$$

$$I_{zx}=\iiint\limits_V \rho y^2 dx\, dy\, dz.$$

Моментом инерции тела относительно некоторой оси l называется интеграл

$$I_l=\iiint\limits_V \rho r^2 dx\, dy\, dz,$$

где r — расстояние переменной точки тела (x, y, z) от оси l. В частности для координатных осей Ox, Oy и Oz соответственно имеем:

$$I_x=I_{xy}+I_{xz},\qquad I_y=I_{yx}+I_{yz},\qquad I_z=I_{zx}+I_{zy}.$$

Моментом инерции тела относительно начала координат называется интеграл

$$I_0=\iiint\limits_V \rho\,(x^2+y^2+z^2)\, dx\, dy\, dz.$$

Очевидно, имеем: $I_0=I_{xy}+I_{yz}+I_{zx}$.