Найти:

2806. $\lim\limits_{x\to 1-0} \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \cdot \frac{x^n}{x^n+1}$.

2807. $\lim\limits_{x\to 1-0} \sum\limits_{n=1}^{\infty} (x^n - x^{n+1})$.

2808. $\lim\limits_{x\to +0} \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n n^x}$. 2808.1. $\lim\limits_{x\to \infty} \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^2}{1+n^2x^2}$.

2809. Законно ли почленное дифференцирование ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{x}{n^2}?$$

2810. Законно ли почленное интегрирование ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(x^{\frac{1}{2n+1}} - x^{\frac{1}{2n-1}}\right)$$

на сегменте $[0, 1]$?

2811. Пусть $f(x)$ $(-\infty < x < +\infty)$ — бесконечно дифференцируемая функция и последовательность ее производных $f^{(n)}(x)$ $(n = 1, 2, \dots)$ сходится равномерно на каждом конечном интервале (a, b) к функции $\varphi(x)$. Доказать, что $\varphi(x) = Ce^x$, где C — постоянная величина. Рассмотреть пример $f_n(x) = e^{-(x-n)^2}$, $n = 1, 2, \dots$

2811.1. Пусть функции $f_n(x)$, $n=1, 2, \dots$, — определены и ограничены на $(-\infty, +\infty)$ и $f_n(x) \rightrightarrows \varphi(x)$ на каждом сегменте $[a, b]$. Следует ли отсюда, что

$$\lim_{n\to\infty} \sup_x f(x) = \sup_x \varphi(x)?$$

§ 5. Степенные ряды

1°. Интервал сходимости. Для каждого степенного ряда

$$a_0 + a_1(x-a) + \dots + a_n(x-a)^n + \dots$$

существует замкнутый *интервал сходимости*: $|x-a| \leqslant R$, внутри которого данный ряд сходится, а вне расходится. *Радиус*