или расходятся одновременно. В частности, это имеет место, если $\varphi(x) \sim \psi(x)$ при $x \to +\infty$.

Признак сравнения III. а) Пусть

$$f(x) = O^*\left(\frac{1}{x^p}\right) \text{ при } x \to +\infty.$$

В таком случае интеграл (1) сходится, если $p > 1$, и расходится, если $p \leqslant 1$.

б) Пусть

$$f(x) = O^*\left(\frac{1}{(b-x)^p}\right) \text{ при } x \to b-0.$$

В таком случае интеграл (2) сходится, если $p < 1$ и расходится, если $p \geqslant 1$.

4°. Специальный признак сходимости. Если: 1) функция $\varphi(x)$ монотонно стремится к нулю при $x \to +\infty$ и 2) функция $f(x)$ имеет ограниченную первообразную

$$F(x) = \int_a^x f(\xi)\, d\xi,$$

то интеграл

$$\int_a^{+\infty} f(x)\varphi(x)\, dx$$

сходится, вообще говоря, не абсолютно.

В частности, интегралы

$$\int_a^{+\infty} \frac{\cos x}{x^p}\, dx \quad \text{и} \quad \int_a^{+\infty} \frac{\sin x}{x^p}\, dx \quad (a > 0)$$

сходятся, если $p > 0$.

5°. Главное значение в смысле Коши. Если функция $f(x)$ такова, что при любом $\varepsilon > 0$ существуют собственные интегралы

$$\int_a^{c-\varepsilon} f(x)\, dx \quad \text{и} \quad \int_{c+\varepsilon}^b f(x)\, dx \quad (a < c < b),$$

то под *главным значением в смысле Коши* (*v*. p.) понимается число

$$\text{v. p.} \int_a^b f(x)\, dx = \lim_{\varepsilon \to +0} \left[\int_a^{c-\varepsilon} f(x)\, dx + \int_{c+\varepsilon}^b f(x)\, dx\right].$$

Аналогично

$$\text{v. p.} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\, dx = \lim_{a \to +\infty} \int_{-a}^{a} f(x)\, dx.$$

Вычислить интегралы:

2334. $\displaystyle\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$ $(a > 0)$. **2335.** $\displaystyle\int_0^1 \ln x\, dx$.