122. Построить пример числовой последовательности, для которой все члены данной числовой последовательности

$$a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$$

являются ее частичными пределами. Какие еще частичные пределы обязательно имеет построенная последовательность?

123. Построить пример последовательности:

а) не имеющей конечных частичных пределов;

б) имеющей единственный конечный частичный предел, но не являющейся сходящейся;

в) имеющей бесконечное множество частичных пределов;

г) имеющей в качестве своего частичного предела каждое вещественное число.

124. Доказать, что последовательности x_n и $y_n = x_n\sqrt[n]{n}$ $(n = 1, 2, \ldots)$ имеют одни и те же частичные пределы.

125. Доказать, что из ограниченной последовательности x_n $(n = 1, 2, \ldots)$ всегда можно выделить сходящуюся подпоследовательность x_{p_n} $(n = 1, 2, \ldots)$.

126. Доказать, что если последовательность x_n $(n = 1, 2, \ldots)$ не ограничена, то существует подпоследовательность x_{p_n} такая, что $\lim\limits_{n\to\infty} x_{p_n} = \infty$.

127. Пусть последовательность x_n $(n = 1, 2, \ldots)$ сходится, а последовательность y_n $(n = 1, 2, \ldots)$ расходится. Что можно утверждать о сходимости последовательностей:

а) $x_n + y_n$; б) $x_n y_n$?

Привести соответствующие примеры.

128. Пусть последовательности x_n и y_n $(n = 1, 2, \ldots)$ расходятся. Можно ли утверждать, что последовательности

а) $x_n + y_n$; б) $x_n y_n$

также расходятся? Привести соответствующие примеры.

129. Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$, и y_n $(n = 1, 2, \ldots)$ — произвольная последовательность. Можно ли утверждать, что $\lim\limits_{n\to\infty} x_n y_n = 0$? Привести соответствующие примеры.