

§ 4. Графическое изображение функции

1°. Для построения графика функции $y = f(x)$ поступают следующим образом: 1) определяют область существования функции: $X = \{x\}$; 2) выбирают достаточно густую сеть значений аргумента x_1, x_2, \dots, x_n из X и составляют таблицу соответствующих значений функции

$$y_i = f(x_i) \quad (i = 1, 2, \dots, n);$$

3) наносят систему точек $M_i(x_i, y_i)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) на координатную плоскость Oxy и соединяют их линией, характер которой учитывает положение промежуточных точек.

2°. Чтобы получить грамотный график функции, следует изучить общие свойства этой функции.

В первую очередь нужно: 1) решив уравнение $f(x) = 0$, определить точки пересечения графика функции с осью Ox (нули функции); 2) установить области изменения аргумента, где функция положительна или отрицательна; 3) если возможно, выяснить *промежутки монотонности* (возрастания или убывания) функции; 4) изучить поведение функции при неограниченном приближении аргумента к граничным точкам области существования функции.

В этом параграфе предполагается, что свойства простейших элементарных функций — степенной, показательной, тригонометрических и т. п., известны читателю.

Пользуясь этими свойствами, можно, не проделывая большой вычислительной работы, сразу рисовать эскизы графиков многих функций. Другие графики иногда удается свести к комбинации (сумме или произведению и т. п.) этих простейших графиков.

237. Построить график линейной однородной функции

$$y = ax$$

при $a = 0; 1/2; 1; 2; -1$.

238. Построить график линейной функции

$$y = x + b$$

при $b = 0, 1, 2, -1$.

239. Построить графики линейных функций:

$$a) y = 2x + 3; \quad б) y = 2 - 0,1x; \quad y = -\frac{x}{2} - 1.$$

240. Температурный коэффициент линейного расширения железа $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-6}$. Построить в подходящем масштабе график функции

$$l = f(T) \quad (-40^\circ \leq T \leq 100^\circ),$$

где T — температура в градусах и l — длина железного стержня при температуре T , если $l = 100$ см при $T = 0^\circ$.