водную

$$f'(x) = k,$$

есть линейная:

$$f(x) = kx + b.$$

1261. Что можно сказать о функции $f(x)$, если $f^{(n)}(x) = 0$?

1261.1. Пусть $f(x) \in C^{(\infty)}(-\infty, +\infty)$ и для каждого x существует натуральное число n_x ($n_x \leqslant n$) такое, что

$$f^{(n_x)}(x) = 0.$$

Доказать, что функция $f(x)$ есть полином.

1262. Доказать, что единственная функция $y = y(x)$ $(-\infty < x < +\infty)$, удовлетворяющая уравнению

$$y' = \lambda y \quad (\lambda = \text{const}),$$

есть показательная;

$$y = Ce^{\lambda x},$$

где C — произвольная постоянная.

Указание. Рассмотреть $(ye^{-\lambda x})'$.

1263. Проверить, что функции

$$f(x) = \operatorname{arctg}\frac{1+x}{1-x} \quad \text{и} \quad g(x) = \operatorname{arctg} x$$

имеют одинаковые производные в областях:

1) $x < 1$ и 2) $x > 1$.

Вывести зависимость между этими функциями.

1264. Доказать тождества:

а) $2\operatorname{arctg} x + \arcsin\frac{2x}{1+x^2} = \pi \operatorname{sgn} x$ при $|x| \geqslant 1$;

б) $3\arccos x - \arccos(3x - 4x^3) = \pi$ при $|x| \leqslant \frac{1}{2}$.

1265. Доказать, что если: 1) функция $f(x)$ непрерывна на сегменте $[a, b]$; 2) имеет конечную производную $f'(x)$ внутри него; 3) не является линейной, то