

$$1272. y = x + \sin x. \quad 1273. y = x + |\sin 2x|.$$

$$1274. y = \cos \frac{\pi}{x}. \quad 1275. y = \frac{x^2}{2^x}.$$

$$1276. y = x^n e^{-x} \quad (n > 0, x \geq 0). \quad 1277. y = x^2 - \ln x^2.$$

$$1278. f(x) = x \left(\sqrt{\frac{3}{2}} + \sin \ln x \right), \text{ если } x > 0 \text{ и } f(0) = 0.$$

1279. Доказать, что при увеличении числа сторон n периметр p_n правильного n -угольника, вписанного в окружность, возрастает, а периметр P_n правильного n -угольника, описанного около этой окружности, убывает. Пользуясь этим, доказать, что p_n и P_n имеют общий предел при $n \rightarrow \infty$.

1280. Доказать, что функция $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ возрастает на интервалах $(-\infty, -1)$ и $(0, +\infty)$.

1281. Доказать, что целая рациональная функция $P(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ ($n \geq 1$, $a_n \neq 0$) является монотонной (в строгом смысле!) в интервалах $(-\infty, -x_0)$ и $(x_0, +\infty)$, где x_0 — достаточно большое положительное число.

1282. Доказать, что рациональная функция

$$R(x) = \frac{a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n}{b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m} \quad (a_nb_m \neq 0),$$

отличная от тождественной постоянной, монотонна (в строгом смысле!) в интервалах $(-\infty, -x_0)$ и $(x_0, +\infty)$, где x_0 — достаточно большое положительное число.

1283. Производная монотонной функции обязательно ли является монотонной? Рассмотреть пример: $f(x) = x + \sin x$.

1284. Доказать, что если $\varphi(x)$ — монотонно возрастающая дифференцируемая функция и

$$|f'(x)| \leq \varphi'(x) \text{ при } x \geq x_0,$$

то

$$|f(x) - f(x_0)| \leq \varphi(x) - \varphi(x_0) \text{ при } x \geq x_0.$$

Дать геометрическую интерпретацию этого факта.

1285. Пусть функция $f(x)$ непрерывна в промежутке $a \leq x < +\infty$ и сверх того $f'(x) > k > 0$ при $x > a$, где k — постоянная.