представление в виде степенного ряда

$$f(x, y) = f(a, b) + \sum_{i+j \geqslant 1}^{\infty} \frac{1}{i!\,j!} f^{(i+j)}_{x^i y^j}(a, b)(x-a)^i (y-b)^j. \qquad (2)$$

Частные случаи формул (1) и (2) при $a = b = 0$ соответственно носят названия *формулы Маклорена* и *ряда Маклорена*.

Аналогичные формулы имеют место для функции более чем двух переменных.

3°. Особые точки плоских кривых. Точка $M_0(x_0, y_0)$ дифференцируемой кривой $F(x, y) = 0$ называется *особой*, если

$$F(x_0, y_0) = 0, \; F'_x(x_0, y_0) = 0, \; F'_y(x_0, y_0) = 0.$$

Пусть $M_0(x_0, y_0')$ — изолированная особая точка кривой класса $C^{(2)}$ и числа

$$A = F''_{xx}(x_0, y_0) = 0, \quad B = F''_{xy}(x_0, y_0), \quad C = F''_{yy}(x_0, y_0)$$

не все равны нулю. Тогда, если

1) $AC - B^2 > 0$, то M_0 — *изолированная точка*;

2) $AC - B^2 < 0$, то M_0 — *двойная точка* (*узел*);

3) $AC - B^2 = 0$, то M_0 — *точка возврата* или *изолированная точка*.

В случае $A = B = C = 0$ возможны более сложные типы особых точек. У кривых, не принадлежащих классу гладкости $C^{(2)}$, могут быть особенности более сложной природы: *точки прекращения*, *угловые точки* и др.

3581. Функцию $f(x, y) = 2x^2 - xy - y^2 - 6x - 3y + 5$ разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $A(1, -2)$.

3582. Функцию $f(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $A(1, 1, 1)$.

3583. Найти приращение, получаемое функцией $f(x, y) = x^2y + xy^2 - 2xy$, при переходе от значений $x = 1$, $y = -1$ к значениям $x_1 = 1 + h$, $y_1 = -1 + k$.

3584. Разложить $f(x + h, y + k, z + l)$ по целым положительным степеням величин h, k и l, если

$$f(x, y, z) = \\ = Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Dxy + 2Exz + 2Fyz.$$

3585. В разложении функции $f(x, y) = x^y$ в окрестности точки $A(1, 1)$ выписать члены до второго порядка включительно.

3586. Разложить по формуле Маклорена до членов четвертого порядка включительно функцию

$$f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}.$$