

785. Цех завода вырабатывает квадратные пластинки, стороны которых x могут принимать значения в пределах от 1 до 10 см. С каким допуском δ можно обрабатывать стороны этих пластинок, чтобы независимо от их длины (в указанных границах) площадь их y отличалась от проектной меньше, чем на ε ? Произвести численный расчет, если:

а) $\varepsilon = 1 \text{ см}^2$; б) $\varepsilon = 0,01 \text{ см}^2$; в) $\varepsilon = 0,0001 \text{ см}^2$.

786. Цилиндрическая муфта, ширина которой ε и длина δ , надета на кривую $y = \sqrt[3]{x}$ и скользит по ней так, что ось муфты остается параллельной оси Ox . Чему должно быть равно δ , чтобы эта муфта свободно прошла участок кривой, определяемый неравенством $-10 \leq x \leq 10$, если: а) $\varepsilon = 1$; б) $\varepsilon = 0,1$; в) $\varepsilon = 0,01$; г) ε произвольно мало?

787. В положительном смысле сформулировать на языке « ε — δ » утверждение: функция $f(x)$ непрерывна на некотором множестве (интервале, сегменте и т. п.), но не является равномерно непрерывной на этом множестве.

788. Показать, что функция $f(x) = 1/x$ непрерывна в интервале $(0, 1)$, но не является равномерно непрерывной в этом интервале.

789. Показать, что функция $f(x) = \sin \pi/x$ непрерывна и ограничена в интервале $(0, 1)$, но не является равномерно непрерывной в этом интервале.

790. Показать, что функция $f(x) = \sin x^2$ непрерывна и ограничена в бесконечном интервале $-\infty < x < +\infty$, но не является равномерно непрерывной в этом интервале.

791. Доказать, что если функция $f(x)$ определена и непрерывна в области $a \leq x < +\infty$ и существует конечный

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x),$$

то $f(x)$ равномерно непрерывна в этой области.

792. Показать, что неограниченная функция

$$f(x) = x + \sin x$$

равномерно непрерывна на всей оси $-\infty < x < +\infty$.

793. Является ли равномерно непрерывной функция $f(x) = x^2$ на интервале а) $(-l, l)$, где l — любое,