

$$2560. \frac{1}{1001} + \frac{1}{2001} + \frac{1}{3001} + \dots + \frac{1}{1000n+1} + \dots$$

$$2561. 1 + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \dots + \frac{n}{2n-1} + \dots$$

$$2562. 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{(2n-1)^2} + \dots$$

$$2563. \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{1}{3\sqrt{4}} + \dots \\ \dots + \frac{1}{n\sqrt{n+1}} + \dots$$

$$2564. \frac{1}{\sqrt{1 \cdot 3}} + \frac{1}{\sqrt{3 \cdot 5}} + \dots \\ \dots + \frac{1}{\sqrt{(2n-1)(2n+1)}} + \dots$$

2565. Доказать, что ряд чисел, обратных членам арифметической прогрессии, расходится.

2566. Доказать, что если ряды $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (A)$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n (B)$ сходятся и $a_n \leq c_n \leq b_n$ ($n=1, 2, \dots$), то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} c_n (C)$ также сходится. Что можно сказать о сходимости ряда (C) , если ряды (A) и (B) расходятся?

2567. Пусть даны два расходящихся ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ с неотрицательными членами.

Что можно сказать о сходимости рядов:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \min(a_n, b_n)$ и б) $\sum_{n=1}^{\infty} \max(a_n, b_n)$?

2568. Доказать, что если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ($a_n \geq 0$) сходится, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ также сходится. Обратное утверждение неверно; привести примеры.

2569. Доказать, что если ряды $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2$ сходятся, то сходятся также ряды $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n b_n|$, $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)^2$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|a_n|}{n}$.