

2°. Касательная плоскость и нормаль. Уравнение касательной плоскости к поверхности $z = f(x, y)$ в точке ее $M(x, y, z)$ имеет вид

$$Z - z = \frac{\partial z}{\partial x} (X - x) + \frac{\partial z}{\partial y} (Y - y).$$

Уравнение нормали в точке M есть

$$\frac{X - x}{\frac{\partial z}{\partial x}} = \frac{Y - y}{\frac{\partial z}{\partial y}} = \frac{Z - z}{-1}.$$

Если уравнение поверхности задано в неявном виде $F(x, y, z) = 0$, то соответственно имеем:

$$\frac{\partial F}{\partial x} (X - x) + \frac{\partial F}{\partial y} (Y - y) + \frac{\partial F}{\partial z} (Z - z) = 0$$

— уравнение касательной плоскости и

$$\frac{X - x}{\frac{\partial F}{\partial x}} = \frac{Y - y}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \frac{Z - z}{\frac{\partial F}{\partial z}}$$

— уравнение нормали.

3°. Огибающая кривая семейства плоских кривых. Огибающая кривая однопараметрического семейства кривых $f(x, y, \alpha) = 0$ (α — параметр) удовлетворяет системе уравнений:

$$f(x, y, \alpha) = 0, \quad f'_\alpha(x, y, \alpha) = 0.$$

4°. Огибающая поверхность семейства поверхностей. Огибающая поверхность однопараметрического семейства поверхностей $F(x, y, z, \alpha) = 0$ удовлетворяет системе уравнений:

$$F(x, y, z, \alpha) = 0, \quad F'_\alpha(x, y, z, \alpha) = 0.$$

В случае двухпараметрического семейства поверхностей $\Phi(x, y, z, \alpha, \beta) = 0$ огибающая поверхность удовлетворяет следующим уравнениям:

$$\begin{aligned} \Phi(x, y, z, \alpha, \beta) &= 0, \quad \Phi'_\alpha(x, y, z, \alpha, \beta) = 0, \\ \Phi'_\beta(x, y, z, \alpha, \beta) &= 0. \end{aligned}$$

Написать уравнения касательных прямых и нормальных плоскостей в данных точках к следующим кривым:

3528. $x = a \cos \alpha \cos t$, $y = a \sin \alpha \cos t$, $z = a \sin t$; в точке $t = t_0$.

3529. $x = a \sin^2 t$, $y = b \sin t \cos t$, $z = c \cos^2 t$; в точке $t = \frac{\pi}{4}$.