4033. $z = c \operatorname{arctg} \dfrac{y}{x}$, $z = 0$, $\sqrt{x^2+y^2} = a \operatorname{arctg} \dfrac{y}{x}$ $(y \geqslant 0)$.

4033.1. $z = ye^{-xy/a^2}$, $xy=a^2$, $xy=2a^2$, $y=m$, $y=n$, $z=0$ $(0<m<n)$.

4034. $\dfrac{x^n}{a^n}+\dfrac{y^n}{b^n}+\dfrac{z^n}{c^n}=1$, $x=0$, $y=0$, $z=0$ $(n>0)$.

4035. $\left(\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}\right)^n+\left(\dfrac{z}{c}\right)^m=1$, $x=0$, $y=0$, $z=0$ $(n>0,\ m>0)$.

§ 4. Вычисление площадей поверхностей

1°. Случай явного задания поверхности. Площадь гладкой криволинейной поверхности $z = z(x, y)$ выражается интегралом

$$S=\iint\limits_{\Omega}\sqrt{1+\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}\,dx\,dy,$$

где Ω — проекция данной поверхности на плоскость Oxy.

2°. Случай параметрического задания поверхности. Если уравнение поверхности задано параметрически:

$$x = x(u, v),\quad y = y(u, v),\quad z = z(u, v),$$

где $(u, v) \in \Omega$, Ω — ограниченная замкнутая квадрируемая область и функции x, y и z непрерывно дифференцируемы в области Ω, то для площади поверхности имеем формулу

$$S=\iint\limits_{\Omega}\sqrt{EG-F^2}\,du\,dv,$$

где

$$E=\left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)^2,$$

$$G=\left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial v}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial v}\right)^2,$$

$$F=\frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial v}+\frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial y}{\partial v}+\frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial z}{\partial v}.$$

4036. Найти площадь части поверхности $az = xy$, заключенной внутри цилиндра $x^2 + y^2 = a^2$.

4037. Найти площадь поверхности тела, ограниченного поверхностями $x^2 + z^2 = a^2$, $y^2 + z^2 = a^2$.

4038. Найти площадь части сферы $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, заключенной внутри цилиндра $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(b \leqslant a)$.