3500. $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y} = \left(1 + \dfrac{\partial z}{\partial y}\right)^3$, если

$$u = x \text{ и } v = y + z.$$

3501. С помощью линейной замены

$$\xi = x + \lambda_1 y, \quad \eta = x + \lambda_2 y$$

преобразовать уравнение

$$A\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2B\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y} + C\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \qquad (1)$$

где A, B и C — постоянные и $AC - B^2 < 0$, к виду

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi\,\partial \eta} = 0.$$

Найти общий вид функции, удовлетворяющей уравнению (1).

3502. Доказать, что вид уравнения Лапласа

$$\Delta z \equiv \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

не меняется при любой невырожденной замене переменных

$$x = \varphi(u, v), \quad y = \psi(u, v),$$

удовлетворяющей условиям:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial u} = \frac{\partial \psi}{\partial v}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial v} = -\frac{\partial \psi}{\partial u}.$$

3503. Преобразовать уравнения

а) $\Delta u \equiv \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$; б) $\Delta(\Delta u) = 0$,

полагая $u = f(r)$, где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

3504. Какой вид принимает уравнение

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x\,\partial y} + cw = 0,$$

если положить

$$w = f(u),$$

где $u = (x - x_0)(y - y_0)$?

3505. Преобразовать выражение

$$A = x\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x},$$

полагая

$$x + y = X, \quad y = XY.$$