2548. $\frac{1}{2}+\frac{3}{2^2}+\frac{5}{2^3}+\ldots+\frac{2n-1}{2^n}+\ldots$

2549. $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}+\ldots$

2550. $\frac{1}{1\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 7}+\ldots+\frac{1}{(3n-2)(3n+1)}+\ldots$

2551. а) $q\sin\alpha+q^2\sin 2\alpha+\ldots+q^n\sin n\alpha+\ldots$;

б) $q\cos\alpha+q^2\cos 2\alpha+\ldots+q^n\cos n\alpha+\ldots$

$(|q|<1)$.

2552. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\sqrt{n+2}-2\sqrt{n+1}+\sqrt{n})$.

2553. Исследовать сходимость ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin nx$.

Указание. Показать, что при $x\neq k\pi$ (k — целое) невозможно, чтобы $\sin nx\to 0$ при $n\to\infty$!

2554. Доказать, что если ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ сходится, то ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty}A_n,\text{ где } A_n=\sum_{i=p_n}^{p_{n+1}-1}a_i\quad(p_1=1,\quad p_1<p_2<\ldots),$$

полученный в результате группировки членов данного ряда без нарушения порядка следования их, также сходится и имеет ту же сумму. Обратное неверно; привести пример.

2555. Доказать, что если члены ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ положительны и ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}A_n$, полученный в результате группировки членов этого ряда, сходится, то данный ряд также сходится.

Исследовать сходимость рядов:

2556. $1-1+1-1+1-1+\ldots$

2557. $0{,}001+\sqrt{0{,}001}+\sqrt[3]{0{,}001}+\ldots$

2558. $\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\ldots+\frac{1}{n!}+\ldots$

2559. $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\ldots+\frac{1}{2n-1}+\ldots$