3519. $(1-x^2)\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}-2x\frac{\partial z}{\partial x}-\frac{1}{4}z=0$ $(|x|<1)$, если $u=\frac{1}{2}(y+\arccos x)$, $v=\frac{1}{2}(y-\arccos x)$, $w=z\sqrt[4]{1-x^2}$.

3520. $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=2\frac{x\frac{\partial z}{\partial x}-y\frac{\partial z}{\partial y}}{x^2-y^2}-$ $-\frac{3(x^2+y^2)z}{(x^2-y^2)^2}$ $(|x|>|y|)$, если $u=x+y$, $v=x-y$, $w=\frac{z}{\sqrt{x^2-y^2}}$.

3521. Доказать, что всякое уравнение

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+a\frac{\partial z}{\partial x}+b\frac{\partial z}{\partial y}+cz=0$$

(a, b, c — постоянные) путем замены

$$z=ue^{\alpha x+\beta y},$$

где α и β — постоянные величины и $u=u(x, y)$, можно привести к виду

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+c_1u=0 \quad (c_1=\text{const}).$$

3522. Показать, что уравнение $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{\partial u}{\partial y}$ не изменяет своего вида при замене переменных

$$x'=\frac{x}{y}, \quad y'=-\frac{1}{y}, \quad u'=\frac{u}{\sqrt{y}}e^{-\frac{x^2}{4y}},$$

где u' — функция переменных x' и y'.

3523. В уравнении

$$q(1+q)\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-(1+p+q+2pq)\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+$$
$$+p(1+p)\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0,$$

где $p=\frac{\partial z}{\partial x}$ и $q=\frac{\partial z}{\partial y}$, положить $u=x+z$, $v=$ $=y+z$, $w=x+y+z$, считая, что $w=w(u, v)$.