

Найти интегралы:

$$2025. \int \frac{dx}{2 \sin x - \cos x + 5}.$$

$$2026. \int \frac{dx}{(2 + \cos x) \sin x}.$$

$$2027. \int \frac{\sin^2 x}{\sin x + 2 \cos x} dx. \quad 2028. \int \frac{dx}{1 + \varepsilon \cos x};$$

а) $0 < \varepsilon < 1$; б) $\varepsilon > 1$.

$$2029. \int \frac{\sin^2 x}{1 + \sin^2 x} dx. \quad 2030. \int \frac{dx}{a^2 \sin^2 x + b^2 \cos^2 x}.$$

$$2031. \int \frac{\cos^2 x dx}{(a^2 \sin^2 x + b^2 \cos^2 x)^2}.$$

$$2032. \int \frac{\sin x \cos x}{\sin x + \cos x} dx.$$

$$2033. \int \frac{dx}{(a \sin x + b \cos x)^2}.$$

$$2034. \int \frac{\sin x dx}{\sin^3 x + \cos^3 x}.$$

$$2035. \int \frac{dx}{\sin^4 x + \cos^4 x}.$$

$$2036. \int \frac{\sin^2 x \cos^2 x}{\sin^8 x + \cos^8 x} dx.$$

$$2037. \int \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx. \quad 2038. \int \frac{\sin x \cos x}{1 + \sin^4 x} dx.$$

$$2039. \int \frac{dx}{\sin^6 x + \cos^6 x}. \quad 2040. \int \frac{dx}{(\sin^2 x + 2 \cos^2 x)^2}.$$

2041. Найти интеграл $\int \frac{dx}{a \sin x + b \cos x}$, приведя знаменатель к логарифмическому виду.

2042. Доказать, что

$$\int \frac{a_1 \sin x + b_1 \cos x}{a \sin x + b \cos x} dx = Ax + B \ln |a \sin x + b \cos x| + C,$$

где A, B, C — постоянные.

У к а з а н и е. Положить

$a_1 \sin x + b_1 \cos x = A(a \sin x + b \cos x) + B(a \cos x - b \sin x)$,
где A и B — постоянные.

Найти интегралы:

$$2043. \int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + 2 \cos x} dx. \quad 2043.1. \int \frac{\sin x}{\sin x - 3 \cos x} dx.$$