**2800.** Показать, что последовательность

$$f_n(x)=\frac{1}{n}\operatorname{arctg} x^n \quad (n=1,\ 2,\ \ldots)$$

сходится равномерно на интервале $(-\infty,\ +\infty)$, но

$$[\lim_{n\to\infty} f_n(x)]'_{x=1} \neq \lim_{n\to\infty} f'_n(1).$$

**2801.** Показать, что последовательность

$$f_n(x)=x^2+\frac{1}{n}\sin n\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$$

сходится равномерно на интервале $(-\infty,\ +\infty)$, но

$$[\lim_{n\to\infty} f_n(x)]' \neq \lim_{n\to\infty} f'_n(x).$$

**2802.** При каких значениях параметра $\alpha$: а) последовательность

$$f_n(x)=n^\alpha x e^{-nx} \tag{1}$$

($n = 1,\ 2,\ \ldots$) сходится на сегменте $[0,\ 1]$; б) последовательность (1) сходится равномерно на $[0,\ 1]$; в) возможен предельный переход под знаком интеграла

$$\lim_{n\to\infty}\int_0^1 f_n(x)\,dx?$$

**2803.** Показать, что последовательность

$$f_n(x)=nxe^{-nx^2} \quad (n=1,\ 2,\ \ldots)$$

сходится на сегменте $[0,\ 1]$, но

$$\int_0^1 [\lim_{n\to\infty} f_n(x)]\,dx \neq \lim_{n\to\infty}\int_0^1 f_n(x)dx.$$

**2804.** Показать, что последовательность

$$f_n(x) = nx\,(1-x)^n \quad (n = 1,\ 2,\ \ldots)$$

сходится неравномерно на сегменте $[0,\ 1]$, однако

$$\lim_{n\to\infty}\int_0^1 f_n(x)\,dx=\int_0^1 \lim_{n\to\infty} f_n(x)\,dx.$$

**2805.** Законен ли переход к пределу под знаком интеграла в выражении

$$\lim_{n\to\infty}\int_0^1 \frac{nx}{1+n^2x^4}\,dx?$$