

383. Показать, что функция $f(x) = \frac{1+x^2}{1+x^4}$ ограничена в интервале $-\infty < x < +\infty$.

384. Показать, что функция $f(x) = \frac{1}{x} \cos \frac{1}{x}$ не ограничена в любой окрестности точки $x = 0$, однако не является бесконечно большой при $x \rightarrow 0$.

385. Исследовать на ограниченность функцию

$$f(x) = \ln x \cdot \sin^2 \frac{\pi}{x}$$

в интервале $0 < x < \varepsilon$.

386. Показать, что функция $f(x) = \frac{x}{1+x}$ в области $0 \leq x < +\infty$ имеет нижнюю грань $m = 0$ и верхнюю грань $M = 1$.

387. Функция $f(x)$ определена и монотонно возрастает на сегменте $[a, b]$. Чему равны ее нижняя и верхняя грани на этом сегменте?

Определить нижнюю и верхнюю грани функций:

388. $f(x) = x^2$ на $[-2, 5]$.

389. $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ на $(-\infty, +\infty)$.

390. $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$ на $(0, +\infty)$.

391. $f(x) = x + \frac{1}{x}$ на $(0, +\infty)$.

392. $f(x) = \sin x$ на $(0, +\infty)$.

393. $f(x) = \sin x + \cos x$ на $[0, 2\pi]$.

394. $f(x) = 2^x$ на $(-1, 2)$.

395. $f(x) = [x]$: а) на $(0, 2)$ и б) на $[0, 2]$.

396. $f(x) = x - [x]$ на $[0, 1]$.

397. Определить колебание функции

$$f(x) = x^2$$

на интервалах: а) $(1; 3)$; б) $(1,9; 2,1)$; в) $(1,99; 2,01)$; г) $(1,999; 2,001)$.