

У к а з а н и е. Положить $t = \frac{\cos \frac{x+a}{2}}{\sin \frac{x-a}{2}}$.

2065. Вывести формулу понижения для интеграла

$$I_n = \int \left(\frac{\sin \frac{x-a}{2}}{\sin \frac{x+a}{2}} \right)^n dx$$

(n — натуральное число).

§ 5. Интегрирование различных трансцендентных функций

2066. Доказать, что если $P(x)$ — многочлен степени n , то

$$\begin{aligned} \int P(x) e^{ax} dx &= \\ &= e^{ax} \left[\frac{P(x)}{a} - \frac{P'(x)}{a^2} + \dots + (-1)^n \frac{P^{(n)}(x)}{a^{n+1}} \right] + C. \end{aligned}$$

2067. Доказать, что если $P(x)$ — многочлен степени n , то

$$\begin{aligned} \int P(x) \cos ax dx &= \\ &= \frac{\sin ax}{a} \left[P(x) - \frac{P''(x)}{a^2} + \frac{P^{(4)}(x)}{a^4} - \dots \right] + \\ &+ \frac{\cos ax}{a^2} \left[P'(x) - \frac{P'''(x)}{a^2} + \frac{P^{(5)}(x)}{a^4} - \dots \right] + C \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} \int P(x) \sin ax dx &= \\ &= -\frac{\cos ax}{a} \left[P(x) - \frac{P''(x)}{a^2} + \frac{P^{(4)}(x)}{a^4} - \dots \right] + \\ &+ \frac{\sin ax}{a^2} \left[P'(x) - \frac{P'''(x)}{a^2} + \frac{P^{(5)}(x)}{a^4} - \dots \right] + C. \end{aligned}$$

Найти интегралы:

2068. $\int x^3 e^{3x} dx$. 2069. $\int (x^3 - 2x + 2) e^{-x} dx$.

2070. $\int x^5 \sin 5x dx$. 2071. $\int (1+x^2)^2 \cos x dx$.