

4426. Найти $\operatorname{div} [\operatorname{grad} f(r)]$, где $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.
В каком случае $\operatorname{div} [\operatorname{grad} f(r)] = 0$?

4427. Вычислить: а) $\operatorname{div} r$; б) $\operatorname{div} r/r$.

4428. Вычислить $\operatorname{div} [f(r) c]$, где c — постоянный вектор.

4429. Найти $\operatorname{div} [f(r) r]$. В каком случае дивергенция этого вектора равна нулю?

4430. Найти: а) $\operatorname{div} (u \operatorname{grad} u)$; б) $\operatorname{div} (u \operatorname{grad} v)$.

4431. Жидкость, заполняющая пространство, вращается вокруг оси Oz против часовой стрелки с постоянной угловой скоростью ω . Найти дивергенцию вектора скорости v и вектора ускорения w в точке $M(x, y, z)$ пространства в данный момент времени.

4432. Найти дивергенцию гравитационного силового поля, создаваемого конечной системой притягивающих центров.

4433. Найти выражение дивергенции плоского вектора $a = a(r, \varphi)$ в полярных координатах r и φ .

4434. Выразить $\operatorname{div} a(x, y, z)$ в ортогональных криволинейных координатах u, v, w , если $x = f(u, v, w)$, $y = g(u, v, w)$, $z = h(u, v, w)$. Как частный случай получить выражение $\operatorname{div} a$ в цилиндрических и сферических координатах.

У к а з а н и е. Рассмотреть поток вектора a через бесконечно малый параллелепипед, ограниченный поверхностями $u = \text{const}$, $v = \text{const}$, $w = \text{const}$.

4435. Доказать, что: а) $\operatorname{rot} (a + b) = \operatorname{rot} a + \operatorname{rot} b$;
б) $\operatorname{rot} (ua) = u \operatorname{rot} a + \operatorname{grad} (u \times a)$.

4436. Найти: а) $\operatorname{rot} r$; б) $\operatorname{rot} [f(r) r]$.

4436.1. Найти величину и направление $\operatorname{rot} a$ в точке $M(1, 2, -2)$, если $a = \frac{y}{z} i + \frac{z}{x} j + \frac{x}{y} k$.

4437. Найти: а) $\operatorname{rot} cf(r)$; б) $\operatorname{rot} [c \times f(r) r]$ (c — постоянный вектор).

4438. Доказать, что $\operatorname{div} (a \times b) = b \operatorname{rot} a - a \operatorname{rot} b$.

4439. Найти: а) $\operatorname{rot} (\operatorname{grad} u)$; б) $\operatorname{div} (\operatorname{rot} a)$.

4440. Жидкость, заполняющая пространство, вращается вокруг оси $l \{\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma\}$ с постоянной угловой скоростью ω . Найти ротацию вектора линейной скорости v в точке пространства $M(x, y, z)$ в данный момент времени.

4440.1. Найти выражение ротации плоского вектора $a = a(r, \varphi)$ в полярных координатах r и φ .