

2952. $f(x) = \operatorname{sgn}(\cos x)$.

2953. $f(x) = \arcsin(\sin x)$.

2954. $f(x) = \arcsin(\cos x)$. 2955. $f(x) = x - [x]$.

2956. $f(x) = (x) -$ расстояние x до ближайшего целого числа.

2957. $f(x) = |\sin x|$. 2958. $f(x) = |\cos x|$.

2959.
$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha^n \frac{\sin nx}{\sin x} \quad (|\alpha| < 1).$$

2960. Разложить в ряд Фурье функцию

$$f(x) = \sec x \quad \left(-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}\right).$$

У к а з а н и е. Вывести соотношение между коэффициентами a_n и a_{n-2} .

2961. Функцию $f(x) = x^2$ разложить в ряд Фурье: а) в интервале $(-\pi, \pi)$ по косинусам кратных дуг; б) в интервале $(0, \pi)$ по синусам кратных дуг; в) в интервале $(0, 2\pi)$.

Нарисовать график функций и графики сумм рядов Фурье для случаев а), б) и в).

Пользуясь этими разложениями, найти суммы рядов:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \quad \text{и} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}.$$

2962. Исходя из разложения

$$x = 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sin nx}{n} \quad (-\pi < x < \pi),$$

почленным интегрированием получить разложения в ряд Фурье на интервале $(-\pi, \pi)$ функций x^2 , x^3 и x^4 .

2963. Написать равенство Ляпунова для функции

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } |x| < \alpha; \\ 0 & \text{при } \alpha < |x| < \pi. \end{cases}$$

Исходя из равенства Ляпунова, найти суммы рядов:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\alpha}{n^2} \quad \text{и} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n\alpha}{n^2}.$$