

3786. Доказать, что интеграл Дирихле

$$I(\alpha) = \int_0^{+\infty} \frac{\sin \alpha x}{x} dx$$

имеет при $\alpha \neq 0$ производную, однако ее нельзя найти с помощью правила Лейбница.

У к а з а н и е. Положить $\alpha x = y$.

3787. Показать, что функция

$$F(\alpha) = \int_0^{+\infty} \frac{\cos x}{1 + (x + \alpha)^2} dx$$

непрерывна и дифференцируема в области

$$-\infty < \alpha < +\infty.$$

3788. Исходя из равенства

$$\frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x} = \int_a^b e^{-xy} dy,$$

вычислить интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x} dx \quad (a > 0, b > 0).$$

3789. Доказать формулу Фруллани

$$\int_0^{+\infty} \frac{f(ax) - f(bx)}{x} dx = f(0) \ln \frac{b}{a} \quad (a > 0, b > 0),$$

где $f(x)$ — непрерывная функция и интеграл $\int_A^{+\infty} \frac{f(x)}{x} dx$ имеет смысл при любом $A > 0$.

Применяя формулу Фруллани, вычислить интегралы:

$$3790. \int_0^{+\infty} \frac{\cos ax - \cos bx}{x} dx \quad (a > 0, b > 0).$$

$$3791. \int_0^{+\infty} \frac{\sin ax - \sin bx}{x} dx \quad (a > 0, b > 0).$$