

Вычислить следующие многократные интегралы:

$$4204. \text{ а) } \int_0^1 \int_0^1 \dots \int_0^1 (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) dx_1 dx_2 \dots dx_n;$$

$$\text{ б) } \int_0^1 \int_0^1 \dots \int_0^1 (x_1 + x_2 + \dots + x_n)^2 dx_1 dx_2 \dots dx_n.$$

$$4205. I_n = \int_{x_1 > 0, x_2 > 0, \dots, x_n > 0,} \int_{x_1 + x_2 + \dots + x_n \leq a} dx_1 dx_2 \dots dx_n.$$

$$4206. \int_0^1 dx_1 \int_0^{x_1} dx_2 \dots \int_0^{x_{n-1}} x_1 x_2 \dots x_n dx_n.$$

$$4207. \int_{x_1 > 0, x_2 > 0, \dots, x_n > 0,} \int_{x_1 + x_2 + \dots + x_n \leq 1} \sqrt{x_1 + x_2 + \dots + x_n} dx_1 \dots dx_n.$$

4208. Найти объем n -мерного параллелепипеда, ограниченного плоскостями

$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n = \pm h_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$,
если $\Delta = |a_{ij}| \neq 0$.

4209. Найти объем n -мерной пирамиды

$$\frac{x_1}{a_1} + \frac{x_2}{a_2} + \dots + \frac{x_n}{a_n} \leq 1, \quad x_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$(a_i > 0, i = 1, 2, \dots, n).$$

4210. Найти объем n -мерного конуса, ограниченного поверхностями

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} + \dots + \frac{x_{n-1}^2}{a_{n-1}^2} = \frac{x_n^2}{a_n^2}, \quad x_n = a_n.$$

4211. Найти объем n -мерного шара

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 \leq a^2.$$

4212. Найти $\int \int \dots \int_{\Omega} x_n^2 dx_1 dx_2 \dots dx_n$, где область Ω определяется неравенствами

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{n-1}^2 \leq a^2, \quad -\frac{h}{2} \leq x_n \leq \frac{h}{2}.$$

4213. Вычислить

$$\int \int \dots \int_{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 \leq 1} \frac{dx_1 dx_2 \dots dx_n}{\sqrt{1 - x_1^2 - x_2^2 - \dots - x_n^2}}.$$