

Пользуясь этим, найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ с точностью до 0,01.

2624. Доказать *признак Ермакова*: пусть $f(x)$ — положительная монотонно убывающая функция и

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x f(e^x)}{f(x)} = \lambda.$$

Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$ сходится, если $\lambda < 1$, и расходится, если $\lambda > 1$.

2625. Доказать *признак Лобачевского*: ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ с положительными и монотонно стремящимися к нулю членами сходится или расходится одновременно с рядом $\sum_{m=0}^{\infty} p_m 2^{-m}$, где p_m — наибольший номер членов a_n , удовлетворяющих неравенству

$$a_n \geq 2^{-m} \quad (n = 1, 2, \dots, p_m).$$

Исследовать сходимость следующих рядов:

$$2626. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n-2}}{n^{\alpha}}.$$

$$2627. \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+a} - \sqrt[4]{n^2+n+b}).$$

$$2628. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{ctg} \frac{n\pi}{4n-2} - \sin \frac{n\pi}{2n+1} \right).$$

$$2629. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \sqrt{\ln \frac{n+1}{n}} \right).$$

$$2630. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n!)}{n^{\alpha}}. \quad 2631. \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\sqrt[3]{n}}.$$

$$2632. \sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-\sqrt{n}}.$$