

4455.1. Дано векторное поле

$$\mathbf{a} = \frac{y}{\sqrt{z}} \mathbf{i} - \frac{x}{\sqrt{z}} \mathbf{j} + \sqrt{xy} \mathbf{k}.$$

Вычислив  $\operatorname{rot} \mathbf{a}$  в точке  $M(1, 1, 1)$ , приближенно найти циркуляцию  $\Gamma$  поля вдоль бесконечно малой окружности

$$\left. \begin{aligned} (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 &= \varepsilon^2, \\ (x-1) \cos \alpha + (y-1) \cos \beta + (z-1) \cos \gamma &= 0, \end{aligned} \right\}$$

где  $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ .

4456. Плоский установившийся поток жидкости характеризуется вектором скорости

$$\mathbf{w} = u(x, y) \mathbf{i} + v(x, y) \mathbf{j}.$$

Определить: 1) количество жидкости  $Q$ , протекающее через замкнутый контур  $C$ , ограничивающий область  $S$  (расход жидкости); 2) циркуляцию  $\Gamma$  вектора скорости вдоль контура  $C$ . Каким уравнениям удовлетворяют функции  $u$  и  $v$ , если жидкость несжимаема и поток безвихревой?

4457. Показать, что поле

$$\mathbf{a} = yz(2x + y + z) \mathbf{i} + xz(x + 2y + z) \mathbf{j} + xy(x + y + 2z) \mathbf{k}$$

— потенциальное и найти потенциал этого поля.

4457.1. Убедившись в потенциальности поля

$$\mathbf{a} = \frac{2}{(y+z)^{1/2}} \mathbf{i} - \frac{x}{(y+z)^{3/2}} \mathbf{j} - \frac{x}{(y+z)^{3/2}} \mathbf{k},$$

найти работу поля вдоль пути, соединяющего в положительном октанте точки  $M(1, 1, 3)$  и  $N(2, 4, 5)$ .

4458. Найти потенциал гравитационного поля

$$\mathbf{a} = -\frac{m}{r^3} \mathbf{r},$$

создаваемого массой  $m$ , помещенной в начале координат.

4459. Найти потенциал гравитационного поля, создаваемого системой масс  $m_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), помещенных в точках  $M_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

4460. Доказать, что поле  $\mathbf{a} = f(r) \mathbf{r}$ , где  $f(r)$  — однозначная непрерывная функция, является потенциальным. Найти потенциал этого поля.