

С какой абсолютной погрешностью может быть вычислена третья сторона треугольника  $c$ ?

3251. Показать, что функция

$$f(x, y) = \sqrt{|xy|}$$

непрерывна в точке  $(0, 0)$ , имеет в этой точке обе частные производные  $f'_x(0, 0)$  и  $f'_y(0, 0)$ , однако не является дифференцируемой в точке  $(0, 0)$ .

Выяснить поведение производных  $f'_x(x, y)$  и  $f'_y(x, y)$  в окрестности точки  $(0, 0)$ .

3252. Показать, что функция

$$f(x, y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \text{ если } x^2 + y^2 \neq 0$$

и

$$f(0, 0) = 0,$$

в окрестности точки  $(0, 0)$  непрерывна и имеет ограниченные частные производные  $f'_x(x, y)$  и  $f'_y(x, y)$ , однако эта функция недифференцируема в точке  $(0, 0)$ .

3253. Показать, что функция

$$f(x, y) = (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2}, \text{ если } x^2 + y^2 \neq 0$$

и

$$f(0, 0) = 0,$$

имеет в окрестности точки  $(0, 0)$  частные производные  $f'_x(x, y)$  и  $f'_y(x, y)$ , которые разрывны в точке  $(0, 0)$  и неограничены в любой окрестности ее; тем не менее эта функция дифференцируема в точке  $(0, 0)$ .

3254. Доказать, что функция  $f(x, y)$ , имеющая ограниченные частные производные  $f'_x(x, y)$  и  $f'_y(x, y)$  в некоторой выпуклой области  $E$ , равномерно непрерывна в этой области.

3255. Доказать, что если функция  $f(x, y)$  непрерывна по переменной  $x$  при каждом фиксированном значении  $y$  и имеет ограниченную производную  $f'_y(x, y)$  по переменной  $y$ , то эта функция непрерывна по совокупности переменных  $x$  и  $y$ .

Найти указанные частные производные в следующих задачах:

$$3256. \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}, \frac{\partial^4 u}{\partial x^3 \partial y}, \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2}, \text{ если}$$

$$u = x - y + x^2 + 2xy + y^2 + x^3 - 3x^2y - y^3 + x^4 - 4x^2y^2 + y^4.$$