

656. Пусть $x \rightarrow +\infty$. Выделить главный член вида Cx^n и определить порядки роста относительно бесконечно большой x следующих функций:

а) $x^3 + 100x + 10000$; б) $\frac{2x^5}{x^3 - 3x + 1}$;

в) $\sqrt[3]{x^2 - x} + \sqrt{x}$; г) $\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{x}}}$.

657. Пусть $x \rightarrow +\infty$. Выделить главный член вида $C\left(\frac{1}{x}\right)^n$ и определить порядки малости относительно бесконечно малой $\frac{1}{x}$ следующих функций:

а) $\frac{x+1}{x^4+1}$; б) $\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$;

в) $\sqrt{x+2} - 2\sqrt{x+1} + \sqrt{x}$; г) $\frac{1}{x} \sin \frac{1}{x}$.

658. Пусть $x \rightarrow 1$. Выделить главный член вида $C\left(\frac{1}{x-1}\right)^n$ и определить порядки роста относительно бесконечно большой $\frac{1}{x-1}$ следующих функций:

а) $\frac{x^2}{x^2-1}$; б) $\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$; в) $\frac{x}{\sqrt[3]{1-x^3}}$;

г) $\frac{1}{\sin \pi x}$; д) $\frac{\ln x}{(1-x)^2}$.

659. Пусть $x \rightarrow +\infty$ и $f_n(x) = x^n$ ($n = 1, 2, \dots$). Доказать, что 1) каждая из функций $f_n(x)$ растет быстрее, чем предшествующая функция $f_{n-1}(x)$; 2) функция e^x растет быстрее, чем каждая из функций $f_n(x)$ ($n = 1, 2, \dots$).

660. Пусть $x \rightarrow +\infty$ и

$$f_n(x) = \sqrt[n]{x} \quad (n = 1, 2, \dots).$$

Доказать, что 1) каждая из функций $f_n(x)$ растет медленнее, чем предшествующая функция $f_{n-1}(x)$; 2) функция $f(x) = \ln x$ растет медленнее, чем каждая из функций $f_n(x)$ ($n = 1, 2, \dots$).