

Найти отношение поверхности тела вращения к поверхности равновеликого шара.

2500. Фигура, ограниченная параболой  $y^2 = 2px$  и прямой  $x = p/2$ , вращается вокруг прямой  $y = p$ . Найти объем и поверхность тела вращения.

### § 9. Вычисление моментов.

#### Координаты центра тяжести

1°. М о м е н т ы. Если на плоскости  $Oxy$  масса  $M$  плотности  $\rho = \rho(y)$  заполняет некоторый ограниченный континуум  $\Omega$  (линию, плоскую область) и  $\omega = \omega(y)$  — соответствующая мера (длина дуги, площадь) той части континуума  $\Omega$ , ординаты которой не превышают  $y$ , то  $k$ -м моментом массы  $M$  относительно оси  $Ox$  называется число

$$M_k = \lim_{\max \Delta y_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \rho(y_i) y_i^k \Delta \omega(y_i) = \int_{\Omega} \rho y^k d\omega(y_i) \quad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

где  $\Delta y_i = y_i - y_{i-1}$  и  $\Delta \omega(y_i) = \omega(y_i) - \omega(y_{i-1})$ .

Как частные случаи, получаем при  $k = 0$  массу  $M$ , при  $k = 1$  — статический момент, при  $k = 2$  — момент инерции.

Аналогично определяются моменты массы относительно координатных плоскостей.

Если  $\rho = 1$ , то соответствующий момент называется геометрическим (момент линии, плоской фигуры, тела и т. д.).

2°. Ц е н т р т я ж е с т и. Координаты центра тяжести  $(x_0, y_0)$  однородной плоской фигуры площади  $S$  определяются по формулам

$$x_0 = \frac{M_1^{(y)}}{S}, \quad y_0 = \frac{M_1^{(x)}}{S},$$

где  $M_1^{(y)}$ ,  $M_1^{(x)}$  — геометрические статические моменты фигуры относительно осей  $Oy$  и  $Ox$ .

2501. Найти статический момент и момент инерции дуги полуокружности радиуса  $a$  относительно диаметра, проходящего через концы этой дуги.

2501.1. Найти статический момент дуги параболы

$$y^2 = 2px \quad (0 \leq x \leq p/2)$$

относительно прямой  $x = p/2$ .

2502. Найти статический момент и момент инерции однородной треугольной пластинки с основанием  $b$  и высотой  $h$  относительно основания ( $\rho = 1$ ).

2502.1. Найти моменты инерции  $I_x = M_2^{(x)}$  и  $I_y = M_2^{(y)}$  относительно осей  $Ox$  и  $Oy$  параболического сегмента,