

Если потенциал  $u$  — однозначная функция, то

$$\int_{AB} \mathbf{a} \, dr = u(B) - u(A).$$

В частности, в этом случае циркуляция вектора  $\mathbf{a}$  равна нулю.

Необходимым и достаточным условием потенциальности поля  $\mathbf{a}$ , заданного в поверхностно односвязной области, является выполнение условия  $\operatorname{rot} \mathbf{a} = 0$ , т. е. такое поле должно быть безвихревым.

**4401.** Найти величину и направление градиента поля  $u = x^2 + 2y^2 + 3z^2 + xy + 3x - 2y - 6z$  в точках: а)  $O(0, 0, 0)$ ; б)  $A(1, 1, 1)$  и в)  $B(2, 0, 1)$ . В какой точке градиент поля равен нулю?

**4401.1.** Пусть  $u = xy - z^2$ . Найти величину и направление  $\operatorname{grad} u$  в точке  $M(-9, 12, 10)$ .

Чему равна производная  $\frac{\partial u}{\partial l}$  в направлении биссектрисы координатного угла  $xOy$ ?

**4402.** В каких точках пространства  $Oxyz$  градиент поля

$$u = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

а) перпендикулярен к оси  $Oz$ ; б) параллелен оси  $Oz$ ; в) равен нулю?

**4403.** Дано скалярное поле

$$u = \ln \frac{1}{r},$$

где  $r = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}$ . В каких точках пространства  $Oxyz$  имеет место равенство  $|\operatorname{grad} u| = 1$ ?

**4404.** Построить поверхности уровня скалярного поля

$$u = \sqrt{x^2 + y^2 + (z+8)^2} + \sqrt{x^2 + y^2 + (z-8)^2}.$$

Найти поверхность уровня, проходящую через точку  $M(9, 12, 28)$ . Чему равен  $\max u$  в области  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 36$ ?

**4405.** Найти угол  $\varphi$  между градиентами поля

$$u = \frac{x}{x^2 + y^2 + z^2}$$

в точках  $A(1, 2, 2)$  и  $B(-3, 1, 0)$ .

**4406.** Пусть дано скалярное поле  $u = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ .

Построить поверхности уровня и поверхности равного модуля градиента поля.