

4416. Найти производную поля  $u = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$  в данной точке  $M(x, y, z)$  в направлении радиуса-вектора  $r$  этой точки.

В каком случае эта производная будет равна величине градиента?

4417. Найти производную поля  $u = 1/r$ , где  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ , в направлении  $l\{\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma\}$ .

В каком случае эта производная равна нулю?

4418. Найти производную поля  $u = u(x, y, z)$  в направлении градиента поля  $v = v(x, y, z)$ .

В каком случае эта производная будет равна нулю?

4419. Написать в ортах векторное поле  $a = c \times \nabla u$ , если

$$u = \operatorname{arctg} \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \text{ и } c = i + j + k.$$

4420. Определить силовые линии векторного поля

$$a = xi + yj + 2zk.$$

4421. Доказать непосредственным вычислением, что дивергенция вектора  $a$  не зависит от выбора прямоугольной координатной системы.

4422. Доказать, что  $\operatorname{div} a(M) = \lim_{a(S) \rightarrow 0} \frac{1}{V} \iint_S a_n dS$ , где  $S$  — замкнутая поверхность, окружающая точку  $M$  и ограничивающая объем  $V$ ,  $n$  — внешняя нормаль к поверхности  $S$ ,  $a(S)$  — диаметр поверхности  $S$ .

4422.1. Найти дивергенцию поля  $a = \frac{-ix + jy + kz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$  в точке  $M(3, 4, 5)$ . Чему приближенно равен поток  $\Pi$  вектора  $a$  через бесконечно малую сферу  $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-5)^2 = \epsilon^2$ ?

4423. Найти

$$\operatorname{div} \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \end{vmatrix}.$$

4424. Доказать, что а)  $\operatorname{div}(a + b) = \operatorname{div} a + \operatorname{div} b$ ; б)  $\operatorname{div}(uc) = c \operatorname{grad} u$  ( $c$  — постоянный вектор,  $u$  — скаляр); в)  $\operatorname{div}(ua) = u \operatorname{div} a + a \operatorname{grad} u$ .

4425. Найти  $\operatorname{div}(\operatorname{grad} u)$ .