

Если потенциал u — однозначная функция, то

$$\int_{AB} \mathbf{a} \, dr = u(B) - u(A).$$

В частности, в этом случае циркуляция вектора \mathbf{a} равна нулю.

Необходимым и достаточным условием потенциальности поля \mathbf{a} , заданного в поверхностно односвязной области, является выполнение условия $\operatorname{rot} \mathbf{a} = 0$, т. е. такое поле должно быть безвихревым.

4401. Найти величину и направление градиента поля $u = x^2 + 2y^2 + 3z^2 + xy + 3x - 2y - 6z$ в точках: а) $O(0, 0, 0)$; б) $A(1, 1, 1)$ и в) $B(2, 0, 1)$. В какой точке градиент поля равен нулю?

4401.1. Пусть $u = xy - z^2$. Найти величину и направление $\operatorname{grad} u$ в точке $M(-9, 12, 10)$.

Чему равна производная $\frac{\partial u}{\partial l}$ в направлении биссектрисы координатного угла xOy ?

4402. В каких точках пространства $Oxyz$ градиент поля

$$u = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

а) перпендикулярен к оси Oz ; б) параллелен оси Oz ; в) равен нулю?

4403. Дано скалярное поле

$$u = \ln \frac{1}{r},$$

где $r = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}$. В каких точках пространства $Oxyz$ имеет место равенство $|\operatorname{grad} u| = 1$?

4404. Построить поверхности уровня скалярного поля

$$u = \sqrt{x^2 + y^2 + (z+8)^2} + \sqrt{x^2 + y^2 + (z-8)^2}.$$

Найти поверхность уровня, проходящую через точку $M(9, 12, 28)$. Чему равен $\max u$ в области $x^2 + y^2 + z^2 \leq 36$?

4405. Найти угол φ между градиентами поля

$$u = \frac{x}{x^2 + y^2 + z^2}$$

в точках $A(1, 2, 2)$ и $B(-3, 1, 0)$.

4406. Пусть дано скалярное поле $u = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$.

Построить поверхности уровня и поверхности равного модуля градиента поля.