

Доказать равенства:

$$3872. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}} \cdot \int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^4}} = \frac{\pi}{4}.$$

$$3873. \int_0^{+\infty} e^{-x^4} dx \cdot \int_0^{+\infty} x^2 e^{-x^4} dx = \frac{\pi}{8\sqrt{2}}.$$

$$3874. \prod_{m=1}^n \int_0^{+\infty} x^{m-1} e^{-x^n} dx = \left(\frac{1}{n}\right)^{n-\frac{1}{2}} (2\pi)^{\frac{n-1}{2}}.$$

$$3875. \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{+\infty} e^{-x^n} dx = 1.$$

Используя равенство $\frac{1}{x^m} = \frac{1}{\Gamma(m)} \int_0^{+\infty} t^{m-1} e^{-xt} dt$ ($x > 0$),

найти интегралы:

$$3876. \int_0^{+\infty} \frac{\cos ax}{x^m} dx \quad (0 < m < 1).$$

$$3877. \int_0^{+\infty} \frac{\sin ax}{x^m} dx \quad (0 < m < 2).$$

3878. Доказать формулы Эйлера:

$$a) \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-\lambda t \cos \alpha} \cos(\lambda t \sin \alpha) dt = \frac{\Gamma(x)}{\lambda^x} \cos \alpha x;$$

$$б) \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-\lambda t \cos \alpha} \sin(\lambda t \sin \alpha) dt = \frac{\Gamma(x)}{\lambda^x} \sin \alpha x$$

$$\left(\lambda > 0, x > 0, -\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2} \right).$$

3879. Найти длину дуги кривой

$$r^n = a^n \cos n\varphi \quad (a > 0, n - \text{натуральное}).$$

3880. Найти площадь, ограниченную кривой

$$|x|^n + |y|^n = a^n \quad (n > 0, a > 0).$$