

ОТДЕЛ III

НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

§ 1. Простейшие неопределенные интегралы

1°. Понятие неопределенного интеграла. Если функция $f(x)$ определена и непрерывна на промежутке (a, b) и $F(x)$ — ее первообразная, т. е. $F'(x) = f(x)$ при $a < x < b$, то

$$\int f(x) dx = F(x) + C, \quad a < x < b,$$

где C — произвольная постоянная.

2°. Основные свойства неопределенного интеграла:

а) $d[\int f(x) dx] = f(x) dx$; б) $\int d\Phi(x) = \Phi(x) + C$

в) $\int Af(x) dx = A \int f(x) dx$ ($A = \text{const}$; $A \neq 0$);

г) $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.

3°. Таблица простейших интегралов:

I. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ ($n \neq -1$).

II. $\int \frac{dx}{x} = \ln |x| + C$ ($x \neq 0$).

III. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \begin{cases} \operatorname{arctg} x + C, \\ -\operatorname{arccotg} x + C. \end{cases}$

IV. $\int \frac{dx}{1-x^2} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + C$.

V. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \begin{cases} \operatorname{arcsin} x + C, \\ -\operatorname{arccos} x + C. \end{cases}$

VI. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm 1}} = \ln |x + \sqrt{x^2 \pm 1}| + C$.

VII. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ ($a > 0$, $a \neq 1$); $\int e^x dx = e^x + C$.

VIII. $\int \sin x dx = -\cos x + C$. IX. $\int \cos x dx = \sin x + C$.