4033. $z = c \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$, $z = 0$, $\sqrt{x^2+y^2} = a \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ $(y \geqslant 0)$.

4033.1. $z = ye^{-xy/a^2}$, $xy=a^2$, $xy= 2a^2$, $y = m$, $y = n$, $z = 0$ $(0 < m < n)$.

4034. $\frac{x^n}{a^n} + \frac{y^n}{b^n} + \frac{z^n}{c^n} = 1$, $x=0$, $y=0$, $z=0$ $(n>0)$.

4035. $\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right)^n + \left(\frac{z}{c}\right)^m = 1$, $x=0$, $y=0$, $z=0$ $(n>0,\ m>0)$.

§ 4. Вычисление площадей поверхностей

1°. Случай явного задания поверхности. Площадь гладкой криволинейной поверхности $z = z(x, y)$ выражается интегралом

$$S = \iint\limits_{\Omega} \sqrt{1+\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}\, dx\, dy,$$

где Ω — проекция данной поверхности на плоскость Oxy.

2°. Случай параметрического задания поверхности. Если уравнение поверхности задано параметрически:

$$x = x(u, v), \quad y = y(u, v), \quad z = z(u, v),$$

где $(u, v) \in \Omega$, Ω — ограниченная замкнутая квадрируемая область и функции x, y и z непрерывно дифференцируемы в области Ω, то для площади поверхности имеем формулу

$$S = \iint\limits_{\Omega} \sqrt{EG - F^2}\, du\, dv,$$

где

$$E = \left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)^2,$$

$$G = \left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial v}\right)^2,$$

$$F = \frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial y}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial z}{\partial v}.$$

4036. Найти площадь части поверхности $az = xy$, заключенной внутри цилиндра $x^2 + y^2 = a^2$.

4037. Найти площадь поверхности тела, ограниченного поверхностями $x^2 + z^2 = a^2$, $y^2 + z^2 = a^2$.

4038. Найти площадь части сферы $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, заключенной внутри цилиндра $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ $(b \leqslant a)$.