dS, равно $dQ = -kn \operatorname{grad} u\, dS$, где k — коэффициент внутренней теплопроводности и n — единичный вектор нормали к поверхности S. Определить количество тепла, накопленное телом V за единицу времени. Используя скорость повышения температуры, вывести уравнение, которому удовлетворяет температура тела (*уравнение теплопроводности*).

4451. Находящаяся в движении несжимаемая жидкость заполняет объем V. Предполагая, что в области V отсутствуют источники и стоки, вывести *уравнение неразрывности*.

$$\frac{d\rho}{dt} + \operatorname{div}(\rho \boldsymbol{v}) = 0,$$

где $\rho = \rho(x, y, z)$ — плотность жидкости, $\boldsymbol{v}$ — вектор скорости, t — время

Указание. Рассмотреть поток жидкости через произвольный объем ω, содержащийся в V.

4452. Найти работу вектора $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{r}$ вдоль отрезка винтовой линии $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{i}a\cos t + \boldsymbol{j}a\sin t + \boldsymbol{k}bt$ $(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$.

4452.1. Найти работу поля $\boldsymbol{a} = \frac{1}{y}\boldsymbol{i} + \frac{1}{z}\boldsymbol{j} + \frac{1}{x}\boldsymbol{k}$ вдоль прямолинейного отрезка, соединяющего точки $M(1, 1, 1)$ и $N(2, 4, 8)$.

4452.2. Найти работу поля $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{i}e^{y-z} + \boldsymbol{j}e^{z-x} + \boldsymbol{k}e^{x-y}$ вдоль прямолинейного отрезка между точками $O(0, 0, 0)$ и $M(1, 3, 5)$.

4452.3. Найти работу поля $\boldsymbol{a} = (y+z)\boldsymbol{i} + (2+x)\boldsymbol{j} + (x+y)\boldsymbol{k}$ вдоль кратчайшей дуги большого круга сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 25$, соединяющей точки $M(3, 4, 0)$ и $N(0, 0, 5)$.

4453. Найти работу вектора $\boldsymbol{a} = f(r)\boldsymbol{r}$, где f — непрерывная функция, вдоль дуги AB.

4454. Найти циркуляцию вектора $\boldsymbol{a} = -y\boldsymbol{i} + x\boldsymbol{j} + c\boldsymbol{k}$ (c — постоянная): а) вдоль окружности $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$; б) вдоль окружности $(x-2)^2 + y^2 = 1$, $z = 0$.

4455. Найти циркуляцию Γ вектора $\boldsymbol{a} = \operatorname{grad}\left(\operatorname{arctg}\frac{y}{x}\right)$ вдоль контура C в двух случаях: а) C не окружает ось Oz; б) C окружает ось Oz.