

2964. Разложить в ряд Фурье функцию

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{если } 0 \leq x \leq 1; \\ 1, & \text{если } 1 < x < 2; \\ 3-x, & \text{если } 2 \leq x \leq 3. \end{cases}$$

Пользуясь формулами

$$\cos x = \frac{1}{2} (t + \bar{t}), \quad \sin x = \frac{1}{2i} (t - \bar{t}),$$

где $t = e^{ix}$ и $\bar{t} = e^{-ix}$, получить разложение в ряд Фурье следующих функций:

2965. $\cos^{2m} x$ (m — целое положительное число).

2966. $\frac{q \sin x}{1 - 2q \cos x + q^2} \quad (|q| < 1).$

2967. $\frac{1 - q^2}{1 - 2q \cos x + q^2} \quad (|q| < 1).$

2968. $\frac{1 - q \cos x}{1 - 2q \cos x + q^2} \quad (|q| < 1).$

2969. $\ln (1 - 2q \cos x + q^2) \quad (|q| < 1).$

Разложить в ряд Фурье неограниченные периодические функции:

2970. $f(x) = \ln \left| \sin \frac{x}{2} \right|.$

2971. $f(x) = \ln \left| \cos \frac{x}{2} \right|.$

2972. $f(x) = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right|.$

2973. Разложить в ряд Фурье функцию

$$f(x) = \int_0^x \ln \sqrt{\left| \operatorname{ctg} \frac{t}{2} \right|} dt \quad (-\pi \leq x \leq \pi).$$

2974. Разложить в ряд Фурье функции

$$x = x(s), \quad y = y(s) \quad (0 \leq s \leq 4a),$$

дающие параметрическое представление контура квадрата: $0 < x < a$, $0 < y < a$, где s — длина дуги, отсчитанная против хода часовой стрелки от точки $O(0, 0)$.