4336. Доказать *теорему о среднем* для гармонической функции $u(M) = u(x, y)$:

$$u(M) = \frac{1}{2\pi R} \oint\limits_C u(\xi, \eta)\, ds,$$

где C — окружность радиуса R с центром в точке M.

4337. Доказать, что функция $u(x, y)$, гармоническая в ограниченной и замкнутой области и не являющаяся постоянной в этой области, не может достигать своих наибольшего и наименьшего значений во внутренней точке этой области (*принцип максимума*).

4338. Доказать *формулу Римана*

$$\iint\limits_S \begin{vmatrix} L[u] & M[v] \\ u & v \end{vmatrix} dx\, dy = \oint\limits_C P\, dx + Q\, dy,$$

где

$$L[u] = \frac{\partial^2 u}{\partial x\, \partial y} + a\frac{\partial u}{\partial x} + b\frac{\partial u}{\partial y} + cu,$$

$$M[v] = \frac{\partial^2 v}{\partial x\, \partial y} - a\frac{\partial v}{\partial x} - b\frac{\partial v}{\partial y} + cv$$

(a, b, c — постоянные), P и Q — некоторые определенные функции и контур C ограничивает конечную область S.

4339. Пусть $u = u(x, y)$ и $v = v(x, y)$ — компоненты скорости установившегося потока жидкости. Определить количество жидкости, вытекшее за единицу времени из ограниченной контуром C области S (т. е. разность между количествами вышедшей и вошедшей жидкости). Какому уравнению удовлетворяют функции u и v, если жидкость несжимаема и в области S отсутствуют источники и стоки?

4340. Согласно закону Био — Савара электрический ток i, протекающий по элементу проводника ds, создает в точке пространства $M(x, y, z)$ магнитное поле с напряжением

$$d\mathbf{H} = ki\,\frac{(\mathbf{r} \times d\mathbf{s})}{r^3},$$

где $\mathbf{r}$ — вектор, соединяющий элемент ds с точкой M, и k — коэффициент пропорциональности. Найти проекции H_x, H_y, H_z напряжения магнитного поля $\mathbf{H}$ в точке M для случая замкнутого проводника C.