

есть непрерывно дифференцируемое векторное поле, то скаляр

$$\operatorname{div} \mathbf{a} = \nabla \mathbf{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$$

называется *дивергенцией* или *расходимостью* этого поля.

Вектор

$$\operatorname{rot} \mathbf{a} = \nabla \times \mathbf{a} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ a_x & a_y & a_z \end{vmatrix}$$

носит название *ротации* или *вихря* поля.

3°. Поток вектора через поверхность. Если вектор $\mathbf{a}(\mathbf{r})$ порождает векторное поле в области Ω , то потоком вектора через данную поверхность S , расположенную в Ω , в указанную сторону, характеризуемую единичным вектором нормали $\mathbf{n}(\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma)$, называется интеграл

$$\iint_S a_n dS = \iint_S (a_x \cos \alpha + a_y \cos \beta + a_z \cos \gamma) dS,$$

где $a_n = \mathbf{a} \cdot \mathbf{n}$ — нормальная проекция вектора. Формула Остроградского в векторной трактовке принимает вид $\iint_S a_n dS =$

$= \iiint_V \operatorname{div} \mathbf{a} dx dy dz$, где S есть поверхность, ограничивающая объем V , и \mathbf{n} — единичный вектор внешней нормали к поверхности S .

4°. Циркуляция вектора. Линейным интегралом от вектора $\mathbf{a}(\mathbf{r})$, взятым по некоторой кривой C (работа поля), называется число

$$\int_C \mathbf{a} d\mathbf{r} = \int_C a_x dx + a_y dy + a_z dz.$$

Если контур C замкнут, то линейный интеграл называется *циркуляцией* вектора \mathbf{a} вдоль контура C .

В векторной форме формула Стокса имеет вид $\oint_C \mathbf{a} d\mathbf{r} = \iint_S (\operatorname{rot} \mathbf{a})_n dS$, где C — замкнутый контур, ограничивающий

поверхность S , причем направление нормали \mathbf{n} к поверхности S должно быть выбрано так, чтобы для наблюдателя, стоящего на поверхности S , головой по направлению нормали, обход контура C совершался против хода часовой стрелки (для правой системы координат).

5°. Потенциальное поле. Векторное поле $\mathbf{a}(\mathbf{r})$, являющееся градиентом некоторого скаляра u :

$$\operatorname{grad} u = \mathbf{a},$$

называется *потенциальным*, а величина u называется *потенциалом* поля.