формы, укрепленного основанием и обращенного вершиной вниз, если радиус основания равен R, высота конуса H и удельный вес γ.

§ 11. Приближенное вычисление определенных интегралов

1°. Формула прямоугольников. Если функция $y = y(x)$ непрерывна и дифференцируема достаточное число раз на конечном сегменте $[a, b]$ и $h = \dfrac{b-a}{n}$, $x_i = a + ih$ $(i=0, 1, \ldots, n)$, $y_i = y(x_i)$, то

$$\int_a^b y(x)\,dx = h(y_0 + y_1 + \ldots + y_{n-1}) + R_n,$$

где

$$R_n = \frac{(b-a)h}{2} y'(\xi) \quad (a \leqslant \xi \leqslant b).$$

2°. Формула трапеций. При тех же обозначениях имеем:

$$\int_b^a y(x)\,dx = h\left(\frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1}\right) + R_n$$

где

$$R_n = -\frac{(b-a)h^2}{12} f''(\xi') \quad (a \leqslant \xi' \leqslant b).$$

3°. Параболическая формула (формула Симпсона). Полагая $n = 2k$, получим:

$$\int_a^b y(x)\,dx = \frac{h}{3}\left[(y_0 + y_{2k}) + 4(y_1 + y_3 + \ldots + y_{2k-1}) + {}\right.$$
$$\left. + 2(y_2 + y_4 + \ldots + y_{2k-2})\right] + R_n,$$

где

$$R_n = -\frac{(b-a)h^4}{180} f^{IV}(\xi'') \quad (a \leqslant \xi'' \leqslant b).$$

2531. Применяя формулу прямоугольников ($n = 12$), приближенно вычислить

$$\int_0^{2\pi} x \sin x\,dx$$

и результат сравнить с точным ответом.

С помощью формулы трапеций вычислить интегралы и оценить их погрешности, если:

2532. $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ $(n = 8)$. **2533.** $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{1+x^3}$ $(n = 12)$.