

1104. Доказать приближенную формулу

$$\sqrt{a^2+x} \approx a + \frac{x}{2a} \quad (a > 0),$$

где $|x| \ll a$ (соотношение $A \ll B$ между положительными A и B означает, что A весьма мало по сравнению с B).

С помощью этой формулы приближенно вычислить:

а) $\sqrt{5}$; б) $\sqrt{34}$; в) $\sqrt{120}$ и сравнить с табличными данными.

1104.1. Доказать формулу

$$\sqrt{a^2+x} = a + \frac{x}{2a} - r \quad (a > 0, x > 0),$$

где

$$0 < r < \frac{x^2}{8a^3}.$$

1105. Доказать приближенную формулу

$$\sqrt[n]{a^n+x} \approx a + \frac{x}{na^{n-1}} \quad (a > 0),$$

где $|x| \ll a$.

С помощью этой формулы приближенно вычислить:

а) $\sqrt[3]{9}$; б) $\sqrt[4]{80}$; в) $\sqrt[7]{100}$; г) $\sqrt[10]{1000}$.

1106. Сторона квадрата $x = 2,4 \text{ м} \pm 0,05 \text{ м}$. С какими предельной абсолютной и относительной погрешностями можно вычислить площадь этого квадрата?

1107. С какой относительной погрешностью допустимо измерить радиус R шара, чтобы объем его можно было определить с точностью до 1 %?

1108. Для определения ускорения силы тяжести с помощью колебания маятника пользуются формулой $g = 4\pi^2 l / T^2$, где l — длина маятника, T — полный период колебаний маятника. Как отразится на значении g относительная погрешность δ при измерении: а) длины l ; б) периода T ?

1109. Определить абсолютную погрешность десятичного логарифма числа x ($x > 0$), если относительная погрешность этого числа равна δ .