

45. Сформулировать с помощью неравенств следующие утверждения:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \infty$; б) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = -\infty$; в) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = +\infty$.

Предполагая, что n пробегает натуральный ряд чисел, определить значения следующих выражений:

46. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10\,000n}{n^2 + 1}$. 47. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$.

48. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3} \sin nl}{n+1}$. 49. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-2)^n + 3^n}{(-2)^{n+1} + 3^{n+1}}$.

50. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+a+a^2+\dots+a^n}{1+b+b^2+\dots+b^n} \quad (|a| < 1, |b| < 1)$.

51. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right)$.

52. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{1}{n} - \frac{2}{n} + \frac{3}{n} - \dots + \frac{(-1)^{n-1}n}{n} \right|$.

53. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1^2}{n^3} + \frac{2^2}{n^3} + \dots + \frac{(n-1)^2}{n^3} \right]$.

54. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1^3}{n^3} + \frac{3^2}{n^3} + \dots + \frac{(2n-1)^2}{n^3} \right]$.

55. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \dots + \frac{2n-1}{2^n} \right)$.

56. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right]$.

57. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2} \sqrt[4]{2} \sqrt[8]{2} \dots \sqrt[2^n]{2})$.

Доказать следующие равенства:

58. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2^n} = 0$. 59. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{n!} = 0$.

60. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^k}{a^n} = 0 \quad (a > 1)$. 61. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{n!} = 0$.

62. $\lim_{n \rightarrow \infty} nq^n = 0$, если $|q| < 1$.

63. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1 \quad (a > 0)$. 64. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_a n}{n} = 0 \quad (a > 1)$.

65. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$. 66. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n!}} = 0$.