ОТДЕЛ II

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

§ 1. Производная явной функции

1°. **Определение производной.** Если x и $x_1 = x + \Delta x$ — значения независимой переменной, то разность

$$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$$

называется *приращением* функции $y = f(x)$ на сегменте $[x, x_1]$.

Выражение

$$y' = f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}, \tag{1}$$

если оно имеет смысл, носит название *производной*, а сама функция $f(x)$ в этом случае называется *дифференцируемой*.

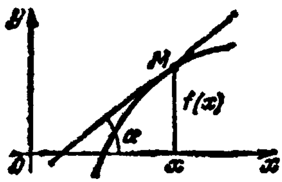

Рис. 6

Геометрически число $f'(x)$ представляет собой угловой коэффициент касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке его x ($\operatorname{tg} \alpha = f'(x)$) (рис. 6).

2°. **Основные правила нахождения производной.** Если c — постоянная величина и функции $u = u(x)$, $v = v(x)$, $w = w(x)$ имеют производные, то

1) $c' = 0$;

2) $(cu)' = cu'$;

3) $(u + v - w)' = u' + v' - w'$;

4) $(uv)' = u'v + v'u$;

5) $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$ $(v \neq 0)$;

6) $(u^n)' = nu^{n-1}u'$ (n — постоянное число);

7) если функции $y = f(u)$ и $u = \varphi(x)$ имеют производные, то

$$y'_x = y'_u u'_x.$$