

Вводя обобщенные полярные координаты r и φ по формулам

$$x = ar \cos^{\alpha} \varphi, \quad y = br \sin^{\alpha} \varphi \quad (r \geq 0),$$

где a , b и α — надлежащим образом подобранные постоянные и $\frac{D(x, y)}{D(r, \varphi)} = \alpha abr \cos^{\alpha-1} \varphi \sin^{\alpha-1} \varphi$, найти площади, ограниченные следующими кривыми (параметры считаются положительными):

$$3991. \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{x}{h} + \frac{y}{k}.$$

$$3992. \quad \frac{x^3}{a^3} + \frac{y^3}{b^3} = \frac{x^2}{h^2} + \frac{y^2}{k^2}; \quad x=0, \quad y=0.$$

$$3993. \quad \left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right)^4 = \frac{x^3}{h^3} + \frac{y^3}{k^3} \quad (x > 0, \quad y > 0).$$

$$3994. \quad \left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right)^4 = \frac{x^3}{h^3} - \frac{y^3}{k^3} \quad (x > 0, \quad y > 0).$$

$$3994.1 \quad \left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right)^5 = \frac{x^2 y^3}{c^4}.$$

$$3995. \quad \sqrt[4]{\frac{x}{a}} + \sqrt[4]{\frac{y}{b}} = 1; \quad x=0, \quad y=0.$$

Производя надлежащую замену переменных, найти площади фигур, ограниченных кривыми:

$$3996. \quad x + y = a, \quad x + y = b, \quad y = \alpha x, \quad y = \beta x$$

$$(0 < a < b; \quad 0 < \alpha < \beta).$$

$$3997. \quad xy = a^2, \quad xy = 2a^2, \quad y = x, \quad y = 2x \quad (x > 0; \quad y > 0).$$

$$3998. \quad y^2 = 2px, \quad y^2 = 2qx, \quad x^2 = 2ry, \quad x^2 = 2sy$$

$$(0 < p < q; \quad 0 < r < s).$$

$$3998.1. \quad x^2 = ay, \quad x^2 = by, \quad x^3 = cy^2, \quad x^3 = dy^2$$

$$(0 < a < b; \quad 0 < c < d).$$

$$3998.2. \quad y = ax^p, \quad y = bx^p, \quad y = cx^q, \quad y = dx^q,$$

$$(0 < p < q; \quad 0 < a < b; \quad 0 < c < d).$$

$$3999. \quad \sqrt{\frac{x}{a}} + \sqrt{\frac{y}{b}} = 1, \quad \sqrt{\frac{x}{a}} + \sqrt{\frac{y}{b}} = 2,$$

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b}, \quad 4 \frac{x}{a} = \frac{y}{b} \quad (a > 0, \quad b > 0).$$

$$3999.1. \quad \left(\frac{x}{a}\right)^{2/3} + \left(\frac{y}{b}\right)^{2/3} = 1, \quad \left(\frac{x}{a}\right)^{2/3} + \left(\frac{y}{b}\right)^{2/3} = 4,$$

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b}, \quad 8 \frac{x}{a} = \frac{y}{b} \quad (x > 0, \quad y > 0).$$