

1016. Что можно сказать о дифференцируемости функции

$$F(x) = f(g(x))$$

в данной точке $x = x_0$, если: а) функция $f(x)$ имеет производную в точке $x = g(x_0)$, а функция $g(x)$ не имеет производной в точке $x = x_0$; б) функция $f(x)$ не имеет производной в точке $x = g(x_0)$, а функция $g(x)$ имеет производную в точке $x = x_0$; в) функция $f(x)$ не имеет производной в точке $x = g(x_0)$ и функция $g(x)$ не имеет производной в точке $x = x_0$?

Полагая $x_0 = 0$, рассмотреть примеры:

а) $f(x) = x^2$, $g(x) = |x|$, б) $f(x) = |x|$, $g(x) = x^2$

в) $f(x) = 2x + |x|$, $g(x) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}|x|$.

1017. В каких точках график функции $y = x + \sqrt[3]{\sin x}$ имеет вертикальные касательные?

Построить этот график.

1018. Может ли функция $f(x)$ в точке ее разрыва иметь: а) конечную производную; б) бесконечную производную?

Рассмотреть пример: $f(x) = \operatorname{sgn} x$.

1019. Если функция $f(x)$ дифференцируема в ограниченном интервале (a, b) и $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$, то обязательно ли

1) $\lim_{x \rightarrow a} f'(x) = \infty$; 2) $\lim_{x \rightarrow a} |f'(x)| = +\infty$?

Рассмотреть пример: $f(x) = \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x}$ при $x \rightarrow 0$.

1020. Если функция $f(x)$ дифференцируема в ограниченном интервале (a, b) и $\lim_{x \rightarrow a} f'(x) = \infty$, то обязательно ли

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty?$$

Рассмотреть пример: $f(x) = \sqrt[3]{x}$ при $x \rightarrow 0$.

1021. Пусть функция $f(x)$ дифференцируема в интервале $(x_0, +\infty)$ и существует $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Следует ли отсюда, что существует $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$?

Рассмотреть пример: $f(x) = \frac{\sin(x^2)}{x}$.