

2172.  $\int \varphi(x) dx$ , где  $\varphi(x)$  — расстояние числа  $x$  до ближайшего целого числа.

2173.  $\int [x] |\sin \pi x| dx$  ( $x \geq 0$ ).

2174.  $\int f(x) dx$ , где  $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & \text{при } |x| \leq 1; \\ 1-|x| & \text{при } |x| > 1. \end{cases}$

2175.  $\int f(x) dx$ , где  $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } -\infty < x < 0; \\ x+1, & \text{если } 0 \leq x \leq 1; \\ 2x, & \text{если } 1 < x < +\infty. \end{cases}$

2176. Найти  $\int x f''(x) dx$ .

2177. Найти  $\int f'(2x) dx$ .

2178. Найти  $f(x)$ , если  $f'(x^2) = \frac{1}{x}$  ( $x > 0$ ).

2179. Найти  $f(x)$ , если  $f'(\sin^2 x) = \cos^2 x$ .

2180. Найти  $f(x)$ , если

$$f'(\ln x) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 < x \leq 1; \\ x & \text{при } 1 < x < +\infty \end{cases}$$

и  $f(0) = 0$ .

2180. 1. Пусть  $f(x)$  — монотонная непрерывная функция и  $f^{-1}(x)$  — ее обратная функция.

Доказать, что если

$$\int f(x) dx = F(x) + C,$$

то

$$\int f^{-1}(x) dx = x f^{-1}(x) - F(f^{-1}(x)) + C.$$

Рассмотреть примеры: а)  $f(x) = x^n$  ( $n > 0$ ); б)  $f(x) = e^x$ ; в)  $f(x) = \arcsin x$ ; г)  $f(x) = \operatorname{Arth} x$ .