

Разложив предварительно производные, путем почленного интегрирования получить разложения в степенной ряд следующих функций:

2869. $f(x) = \operatorname{arctg} x$. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$.

2870. $f(x) = \arcsin x$. 2871. $f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$.

2872. $f(x) = \ln(1 - 2x \cos \alpha + x^2)$.

2873. Применяя различные методы, найти разложения в степенной ряд следующих функций:

а) $f(x) = (1+x) \ln(1+x)$;

б) $f(x) = \frac{1}{4} \ln \frac{1+x}{1-x} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x$;

в) $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{2-x}{1+4x}$;

г) $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{2x}{2-x^2}$;

д) $f(x) = x \operatorname{arctg} x - \ln \sqrt{1+x^2}$;

е) $f(x) = \arccos(1-2x^2)$;

ж) $f(x) = x \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$;

з) $f(x) = x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2}$.

2874. Используя единственность разложения

$$f(x+h) - f(x) = hf'(x) + \frac{h^2}{2!} f''(x) + \dots,$$

найти производные n -го порядка от следующих функций:

а) $f(x) = e^{ax}$; б) $f(x) = e^{a/x}$; в) $f(x) = \operatorname{arctg} x$.

2875. Функцию $f(x) = \ln \frac{1}{2+2x+x^2}$ разложить по целым положительным степеням биннома $x+1$.

2876. Функцию $f(x) = \frac{1}{1-x}$ разложить в степенной ряд по отрицательным степеням переменной x .

2877. Функцию $f(x) = \ln x$ разложить в степенной ряд по целым положительным степеням дроби $\frac{x-1}{x+1}$.

2878. Функцию $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x}}$ разложить в сте-