

и 2) сферическую систему координат φ, ψ, r , где

$$x = r \cos \varphi \cos \psi, \quad y = r \sin \varphi \cos \psi, \quad z = r \sin \psi,$$

и

$$\frac{D(x, y, z)}{D(r, \varphi, \psi)} = r^2 \cos \psi.$$

Вычислить следующие тройные интегралы:

4076. $\iiint_V xy^2z^3 dx dy dz$, где область V ограничена поверхностями $z = xy$, $y = x$, $x = 1$, $z = 0$.

4077. $\iiint_V \frac{dx dy dz}{(1+x+y+z)^3}$, где область V ограничена поверхностями $x+y+z=1$, $x=0$, $y=0$, $z=0$.

4078. $\iiint_V xyz dx dy dz$, где область V ограничена поверхностями $x^2+y^2+z^2=1$, $x=0$, $y=0$, $z=0$.

4079. $\iiint_V \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \right) dx dy dz$, где область V ограничена поверхностью

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

4080. $\iiint_V \sqrt{x^2+y^2} dx dy dz$, где область V ограничена поверхностями

$$x^2+y^2=z^2, \quad z=1.$$

Различными способами расставить пределы интегриции в следующих тройных интегралах:

$$4081. \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_0^{x+y} f(x, y, z) dz.$$

$$4082. \int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^1 f(x, y, z) dz.$$

$$4083. \int_0^1 dx \int_0^1 dy \int_0^{x^2+y^2} f(x, y, z) dz.$$

Заменить тройные интегралы однократными:

$$4084. \int_0^x d\xi \int_0^\xi d\eta \int_0^\eta f(\zeta) d\zeta. \quad 4085. \int_0^1 dx \int_0^1 dy \int_0^{x+y} f(z) dz.$$