в интервале (a, b) найдется по меньшей мере одна точка c такая, что

$$|f'(c)| > \left|\frac{f(b)-f(a)}{b-a}\right|.$$

Дать геометрическую иллюстрацию этого факта.

1266. Длказать, что если: 1) функция $f(x)$ имеет вторую производную $f''(x)$ на сегменте $[a, b]$ и 2) $f'(a) = f'(b) = 0$, то в интервале (a, b) существует по меньшей мере одна точка c такая, что

$$|f''(c)| \geqslant \frac{4}{(b-a)^2}|f(b)-f(a)|.$$

1267. Автомобиль, начав двигаться из некоторого начального пункта, закончил свой путь в t с, пройдя при этом расстояние s м. Доказать, что в некоторый момент времени абсолютная величина ускорения движения автомобиля была не меньше

$$\frac{4s}{t^2}\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

§ 7. Возрастание и убывание функции. Неравенства

1°. Возрастание и убывание функции. Функция $f(x)$ называется *возрастающей* (*убывающей*) на сегменте $[a, b]$, если

$$f(x_2) > f(x_1) \text{ при } a \leqslant x_1 < x_2 \leqslant b$$

(или соответственно $f(x_2) < f(x_1)$ при $a \leqslant x_1 < x_2 \leqslant b$).

Если дифференцируемая функция $f(x)$ возрастает (убывает) на сегменте $[a, b]$, то

$$f'(x) \geqslant 0 \text{ при } a \leqslant x \leqslant b \text{ (или } f'(x) \leqslant 0 \text{ при } a \leqslant x \leqslant b).$$

2°. Достаточный признак возрастания (убывания функции). Если функция $f(x)$ непрерывна на сегменте $[a, b]$ и внутри него имеет положительную (отрицательную) производную $f'(x)$, то функция $f(x)$ возрастает (убывает) на $[a, b]$.

Определить промежутки монотонности **в строгом смысле** (возрастания или убывания) следующих функций:

1268. $y = 2 + x - x^2$. **1269.** $y = 3x - x^3$.

1270. $y = \dfrac{2x}{1+x^2}$. **1271.** $y = \dfrac{\sqrt{x}}{x+100}$ $(x \geqslant 0)$.