1217. Используя тождество

$$\frac{1}{x^2+1}=\frac{1}{2i}\left(\frac{1}{x-i}-\frac{1}{x+i}\right),$$

доказать, что

$$\left(\frac{1}{x^2+1}\right)^{(n)}=\frac{(-1)^n n!}{(1+x^2)^{(n+1)/2}}\sin\left[(n+1)\operatorname{arcctg}x\right].$$

Указание. Применить формулу Муавра.

1218. Найти n-ю производную от функции

$$f(x)=\operatorname{arctg}x.$$

Найти $f^{(n)}(0)$, если:

1219. а) $f(x)=\dfrac{1}{(1-2x)(1+x)}$; б) $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{1-x}}$.

1220. а) $f(x)=x^2e^{ax}$; б) $f(x)=\operatorname{arctg}x$;

в) $f(x)=\arcsin x$.

1221. а) $f(x)=\cos(m\arcsin x)$; б) $f(x)=\sin(m\arcsin x)$.

1222. а) $f(x)=(\operatorname{arctg}x)^2$; б) $f(x)=(\arcsin x)^2$.

1223. Найти $f^{(n)}(a)$, если

$$f(x)=(x-a)^n\varphi(x),$$

где функция $\varphi(x)$ имеет непрерывную производную $(n-1)$-го порядка в окрестности точки a.

1224. Доказать, что функция

$$f(x)=\begin{cases} x^{2n}\sin\dfrac{1}{x}, & \text{если } x\neq 0,\\ 0, & \text{если } x=0\end{cases}$$

(n — натуральное число) в точке $x=0$ имеет производные до n-го порядка включительно и не имеет производной $(n+1)$-го порядка.

1225. Доказать, что функция

$$f(x)=\begin{cases} e^{-1/x^2}, & \text{если } x\neq 0,\\ 0, & \text{если } x=0\end{cases}$$

бесконечно дифференцируема при $x=0$.

Построить график этой функции.