

$$3032. \frac{x}{1-x^2} + \frac{x^2}{1-x^4} + \frac{x^3}{1-x^8} + \dots, \text{ если}$$

а) $|x| < 1$; б) $|x| > 1$.

$$3033. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(1-x^n)(1-x^{n+1})}, \text{ если а) } |x| < 1; \text{ б) } |x| > 1.$$

§ 8. Нахождение определенных интегралов с помощью рядов

С помощью разложения подынтегральной функции в ряд вычислить следующие интегралы:

$$3034. \int_0^1 \ln \frac{1}{1-x} dx. \quad 3035. \int_0^1 \frac{\ln(x + \sqrt{1+x^2})}{x} dx.$$

$$3036. \int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{x} dx.$$

$$3037. \int_0^1 x^{p-1} \ln(1-x^q) dx \quad (p > 0, q > 0).$$

$$3038. \int_0^1 \ln x \cdot \ln(1-x) dx.$$

$$3039. \int_0^{+\infty} \frac{x dx}{e^{2\pi x} - 1}. \quad 3040. \int_0^{+\infty} \frac{x dx}{e^x + 1}.$$

3041. Разложить по целым положительным степеням модуля k ($0 \leq k < 1$) полный эллиптический интеграл 1-го рода

$$F(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi}}.$$

3042. Разложить по целым положительным степеням модуля k ($0 \leq k < 1$) полный эллиптический интеграл 2-го рода

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi} d\varphi.$$

3043. Выразить длину дуги эллипса

$$x = a \cos t, y = b \sin t \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$