Как следует подобрать коэффициенты a и b, чтобы функция $f(x)$ была непрерывной и дифференцируемой в точке $x = x_0$?

1011. Пусть

$$F(x) = \begin{cases} f(x), & \text{если } x \leqslant x_0; \\ ax + b, & \text{если } x > x_0, \end{cases}$$

где функция $f(x)$ дифференцируема слева при $x = x_0$.

При каком выборе коэффициентов a и b функция $F(x)$ будет непрерывной и дифференцируемой в точке x_0?

1012. На сегменте $a \leqslant x \leqslant b$ построить сопряжение двух полупрямых

$$y = k_1 (x-a) \quad (-\infty < x < a),$$
$$y = k_2 (x-b) \quad (b < x < +\infty)$$

с помощью кубической параболы

$$y = A(x-a)(x-b)(x-c),$$

(где параметры A и c подлежат определению).

1013. Часть кривой $y = \frac{m^2}{|x|}$ $(|x| > c)$ дополнить параболой

$$y = a + bx^2 \quad (|x| \leqslant c)$$

(где a и b — неизвестные параметры) так, чтобы получилась гладкая кривая.

1014. Можно ли утверждать, что сумма $F(x) = f(x) + g(x)$ не имеет производной в точке $x = x_0$, если: а) функция $f(x)$ имеет производную в точке x_0, а функция $g(x)$ не имеет производной в этой точке; б) обе функции $f(x)$ и $g(x)$ не имеют производной в точке x_0?

1015. Можно ли утверждать, что произведение

$$F(x) = f(x)\, g(x)$$

не имеет производной в точке $x = x_0$, если: а) функция $f(x)$ имеет производную в точке x_0, а функция $g(x)$ не имеет производной в этой точке; б) обе функции $f(x)$ и $g(x)$ не имеют производной в точке x_0?

Полагая $x_0 = 0$, рассмотреть примеры: а) $f(x) = x$, $g(x) = |x|$; б) $f(x) = |x|$, $g(x) = |x|$.