

# Моделирование волатильности портфеля активов на основе «Copula-GARCH»

Финансовая эконометрика

# Формализация модели

Уравнения для дисперсии по частным GARCH-моделям:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{i,t} &= z_{i,t}\sigma_{i,t}, & z_{i,t} &\sim \text{idd}(0; 1) \\ \sigma_{i,t}^2 &= \omega_i + \sum_{k=1}^p \alpha_{i,k} \varepsilon_{i,t-k}^2 + \sum_{k=1}^q \beta_{i,k} \sigma_{i,t-k}^2 \\ i &\in \{1; \dots; d\}\end{aligned}$$

Этапы моделирования:

1. Оценка частных GARCH-моделей;
2. Расчёт условных стандартизированных остатков  $z_{i,t}$
3. Моделирование многомерной величины  $z_t$

# Модель «copula-GARCH» в R

## # одномерные GARCH-модели

```
library(fGarch)
dax.gfit <- garchFit(data=dax, formula=~garch(1,1),
  shape=1.25, include.shape=F, cond.dist="ged", trace=F)
smi.gfit <- garchFit(data=smi, formula=~garch(1,1),
  shape=1.3, include.shape=F, cond.dist="sged", trace=F)
```

## # стандартизированные остатки

```
z <- matrix(nrow=T, ncol=2)
z[,1] <- dax.gfit$residuals / dax.gfit@sigma.t
z[,2] <- smi.gfit$residuals / smi.gfit@sigma.t
```

## # частные распределения остатков

```
mean <- c(0,0); sd <- c(1,1); nu <- c(1.25,1.3)
xi <- c(1, smi.gfit@fit$par["skew"])

cdf <- matrix(nrow=T, ncol=2)
for (i in 1:2) cdf[,i] <- psged(z[,i], mean=mean[i],
  sd=sd[i], nu=nu[i], xi=xi[i])
```

# Модель «copula–GARCH» в R

## # подгонка копул

```
norm.fit <- fitCopula(cdf, copula=norm.cop)
stud.fit <- fitCopula(cdf, copula=stud.cop)
gumb.fit <- fitCopula(cdf, copula=gumb.cop)
clay.fit <- fitCopula(cdf, copula=clay.cop)
```

## # метод Монте-Карло

```
cdf.sim <- rcopula(n=N, copula=stud.fit@copula)

z.sim <- matrix(nrow=N, ncol=2)
for (i in 1:2) z.sim[,i] <- qsged(cdf.sim[,i],
  mean=mean[i], sd=sd[i], nu=nu[i], xi=xi[i])

frc1 <- predict(dax.gfit, n.ahead=1)
frc2 <- predict(smi.gfit, n.ahead=1)

mu <- c(frc1[,1], frc2[,1])
sigma <- c(frc1[,3], frc2[,3])
```

# Оценка финансового риска

# модельные доходности портфеля

```
prt.sim <- w[1]*(mu[1]+sigma[1]*z.sim[,1]) +  
           w[2]*(mu[2]+sigma[2]*z.sim[,2])
```

# измерители риска

```
prt.sim <- sort(prt.sim)  
VaR <- prt.sim[alpha*N]  
ES <- mean(prt.sim[1:(alpha*N-1)])
```

VaR	-0.017
ES	-0.026

# Домашнее задание

- рассчитать показатели VaR и ES для портфеля финансовых активов
- построить кривую VaR
- провести тест Купика и рассчитать значения функций потерь

Исходные данные – котировки с сайтов [finam.ru](http://finam.ru), [finance.yahoo.com](http://finance.yahoo.com) и др.