

Практические задания к уроку 6

Инструкции к сдаче:

Присылайте фото листочков с вашими решениями в текстовом файле .doc или .txt или в формате .pdf

Прикладывайте ссылку на ваш репозиторий с кодом. Для написания кода используйте привычную среду программирования, желательно, Jupiter Notebook

Тема “Элементы теории вероятностей”

1. Задание (теорема сложения)

Найти вероятность выпадения 2 или 5 очков при подбрасывании игральной кости, на гранях которой имеются соответственно 1,2,3,4,5 и 6 очков.

Вероятность выпадения любого числа $1/6$. А вероятность выпадение 2 или 5 по правилу сложения независимых вероятностей $= 1/6 + 1/6 = 2/6$

Ответ: $2/6$.

2. Задание (теорема умножения)

Найти вероятность того, что при двух подбрасываниях той же самой игральной кости сначала выпадет 2, а затем 5.

Вероятность выпадения любого числа $1/6$. А вероятность выпадение 2 а затем 5 по правилу умножения независимых вероятностей $= 1/6 * 1/6 = 1/36$

Ответ: $1/36$.

3. Задание

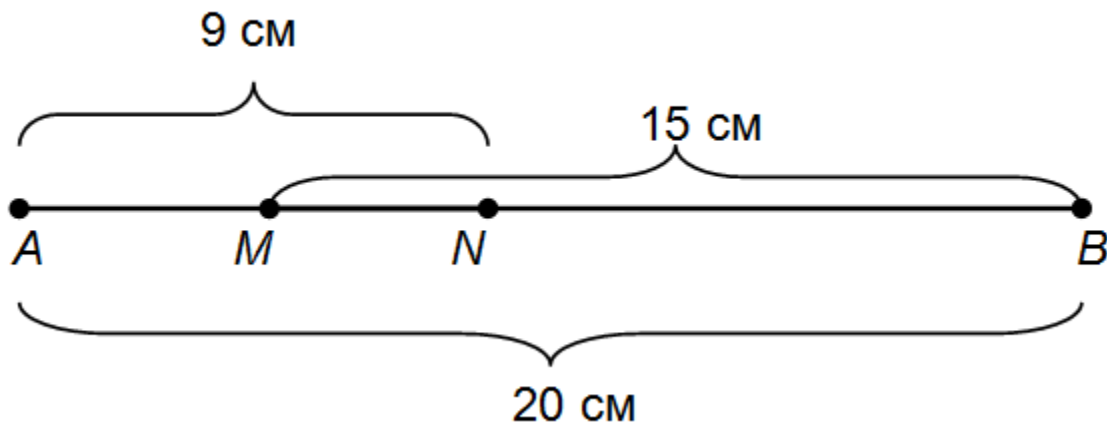
Найти вероятность выпадения 2 и 5 очков при двух подбрасываниях той же самой игральной игральной кости.

Применив логику, можно понять, что 2 и 5 могут выпасть в последовательности 2 и 5 или 5 и 2. Т.е. из 36 вариантов нам подходят 2. И вероятность $2/36 = 1/18$.

Ответ: $1/18$.

4. Задание (Геометрическая вероятность +интервалы)

На отрезке АВ длиной 20 см наугад отметили точку С. Какова вероятность, что она находится на расстоянии не более 9 см от точки А и не более 15 см от точки В?



Из рисунка видно, что наугад поставленная точка должна попасть в интервал MN, чтобы было выполнено условие задачи. В системе координат с нулем в точке A, координата точки M – 5, точки N – 9. Длина отрезка MN, исходя из логических измышлений и математических вычислений – 4. Длина всего отрезка – 20. Благоприятны 4 см из 20. Поэтому вероятность благоприятного исхода $= \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$ или 20%.

Ответ: $\frac{1}{5}$ или 20%.

5. Задание.

Телефонный номер состоит из 7 цифр. Какова вероятность, что это номер 8882227? Учитывая, что телефон не может начинаться на 0, то всего номеров 10 000 000 (включая номер 0 000 000) – 1 000 000 (включая 000 000) = 9 000 000. Поэтому вероятность того, что номер равен 8882227 равна $1 / 9\,000\,000$.

Ответ: $1 / 9\,000\,000$.

6. Задание.

Набирая номер телефона, абонент забыл 2 последние цифры, и, помня только то, что эти цифры различны и среди них нет нуля, стал набирать их наудачу. Сколько вариантов ему надо перебрать, чтобы наверняка найти нужный номер? Какова вероятность того, что он угадает номер с первого раза?

Задача сводится к поиску числа размещений из 9-ти элементов по 2. $A_9^2 = \frac{9!}{(9-2)!} = 9 * 8 = 72$. Получается, что абоненту нужно перебрать 72 варианта, в худшем случае. И поэтому вероятность угадать с первого раза $1/72$.

Ответ: Вариантов – 72. Вероятность угадать с первого раза – $1/72 * 100\%$.

7. Задание** (необязательное)

Чёрный куб покрасили снаружи белой краской, затем разрезали на 27 одинаковых маленьких кубиков и как попало сложили из них большой куб. С какой вероятностью все грани этого куба будут белыми?

Каждый из маленьких кубиков может занять одно из 27 мест. Встать на одну из 6-ти граней. Повернуться одним из 4-х способов на этой грани.

Успехами в нашей задаче будут:

- 1) 24 варианта расположения центрального (глубинного) кубика. Он не покрашен. И расположен в невидимой области. Может вертеться как хочет.
- 2) Центральные кубики на каждой грани. Их всего 6. И каждый может занять 6 позиций. Причем каждый можно 4-мя способами повернуть вокруг оси проходящей, через окрашенную грань. При этом остальные 5 могут распределиться несколькими способами по остальным граням. В итоге, подходящих нам вариантов – $4^6 \cdot 6! = 4^6 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$
- 3) Центральный кубик на любой грани может занять 2 положения, которые нам подходят. При этом остальные 11 тоже могут занять по 2 положения. Возможных вариантов $2^{12} \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$.
- 4) Угловые кубики могут занять 3 положения, которые нам подходят. Т.к. они покрашены с трех сторон. При этом остальные 7 тоже могут занять по 3 положения. Поэтому возможных, подходящих нам вариантов – $3^8 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$.

В итоге получается, что количество удачных вариантов $\frac{24 \cdot 4^6 \cdot 6! \cdot 2^{12} \cdot 12! \cdot 3^8 \cdot 8!}{24^{27} \cdot 27!} = \frac{3^8 \cdot 2^{24} \cdot 12! \cdot 8! \cdot 6!}{24^{26} \cdot 27!}$. Эксель говорит, что это величина примерно равная $1,8298 \cdot 10^{-37}$. Мне кажется, что «верблюд с большей вероятностью пройдет через игольное ушко....». Нашел в интернете еще одно решение. С похожим ходом размышлений и таким-же ответом. Поэтому решил оставить вот эту «жуткую» формулу без дальнейших сокращений.

Ответ: с вероятностью $\frac{3^8 \cdot 2^{24} \cdot 12! \cdot 8! \cdot 6!}{24^{26} \cdot 27!} \cdot 100 \%$. (умножил на 100, чтобы руководителям, о которых говорилось на вебинаре, было проще принимать управленческие решения.)