Πανεπιστήμιο Πατρών
Τμήμα Μηχ. Η/Υ & Πληροφορικής

Ψ Η Φ Ι Α Κ Ε Σ   Τ Η Λ Ε Π Ι Κ Ο Ι Ν Ω Ν Ι Ε Σ

Εργαστηριακές Ασκήσεις 2020-2021 : 1ο σετ

Ερώτημα 1 – Κωδικοποίηση Huffman

Σκοπός του ερωτήματος αυτού είναι να μελετηθεί εκτενώς η μέθοδος κωδικοποίησης διακριτών πηγών που βασίζεται στον κώδικα Huffman. Αυτό θα επιτευχθεί μέσω της μελέτης σχετικής βιβλιογραφίας, αλλά και μέσω της υλοποίησης ενός συστήματος κωδικοποίησης/αποκωδικοποίησης μιας πηγής χαρακτήρων κειμένου. Η απόδοση του συστήματος θα εξεταστεί ως προς τη δυνατότητα συμπίεσης τόσο «τεχνητών» πηγών (τυχαία παραγόμενοι χαρακτήρες) όσο και πραγματικών πηγών (αρχείο Αγγλικών λέξεων) στο υπολογιστικό περιβάλλον MATLAB.

Πηγές για το Ερώτημα 1:

Για να αξιολογήσουμε τη δυνατότητα συμπίεσης/κωδικοποίησης των τεχνικών που θα μελετήσουμε στα πλαίσια της άσκησης, θεωρούμε τις ακόλουθες πηγές:

- **Πηγή Α:** Η πηγή Α θεωρούμε πως είναι μια τεχνητή πηγή, και πιο συγκεκριμένα μια διακριτή πηγή χωρίς μνήμη που παράγει πεζούς χαρακτήρες του Αγγλικού αλφάβητου με βάση συγκεκριμένες πιθανότητες. Για τις πιθανότητες της πηγής μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τις τιμές που δίνονται σε αυτό το σύνδεσμο. Στο MATLAB, μπορείτε εύκολα να δημιουργήσετε μια τυχαία πηγή χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση randsrc.
- **Πηγή Β:** Η πηγή Β είναι ένα αρχείο το οποίο δίνεται και το οποίο περιέχει 3.857 Αγγλικές λέξεις οι οποίες ξεκινούν από το χαρακτήρα k.

Ερωτήσεις – Ζητούμενα για το ερώτημα 1:

Για το πρώτο ερώτημα της εργαστηριακής άσκησης καλείστε να συντάξετε μια τεχνική αναφορά η οποία να παρουσιάζει τα κυριότερα σημεία της θεωρίας κωδικοποίησης πηγής και του κώδικα Huffman, και να απαντά στα ακόλουθα ζητούμενα:

1. Να υλοποιηθούν τρεις συναρτήσεις (3 m-files) στο περιβάλλον του MATLAB. Η λειτουργία κάθε συνάρτησης θα είναι (α) ο υπολογισμός των κωδικών λέξεων της κωδικοποίησης Huffman χρησιμοποιώντας ένα αλφάβητο εισόδου καθώς και τις αντίστοιχες πιθανότητες, (β) η συμπίεση / κωδικοποίηση μιας ακολουθίας από σύμβολα σε δυαδικά ψηφία και (γ) η αποσυμπίεση / αποκωδικοποίηση μιας δυαδικής ακολουθίας σε σύμβολα. Δηλαδή, θα πρέπει να φτιαχτούν συναρτήσεις αντίστοιχες των συναρτήσεων (α) huffmandict, (β) huffmanenco και (γ) huffmandeco που παρέχει το MATLAB. Επισημαίνεται πως δεν επιτρέπεται η χρήση των έτοιμων συναρτήσεων για το ερώτημα αυτό.
2. Να χρησιμοποιήσετε τις συναρτήσεις που αναπτύξατε στο προηγούμενο ερώτημα και τις πιθανότητες των συμβόλων της πηγής A, για να κωδικοποιήσετε τόσο την πηγή A (δημιουργήστε 10.000 τυχαίους χαρακτήρες) όσο και την πηγή B. Να επιβεβαιώσετε τη σωστή αποκωδικοποίηση, και να σχολιάσετε το μήκος της κωδικοποίησης για κάθε πηγή.
3. Να κωδικοποιήσετε την πηγή B, χρησιμοποιώντας αυτή τη φορά πιθανότητες συμβόλων τις οποίες θα εκτιμήσετε από το αρχείο kwords.txt το οποίο σας δίνεται. Σχολιάστε το μήκος της κωδικοποίησης που προκύπτει αυτή τη φορά.
4. Να θεωρήσετε τη δεύτερης τάξης επέκταση της πηγής A, να υπολογίσετε τις πιθανότητες εμφάνισης κάθε ζεύγους από χαρακτήρες και να κωδικοποιήσετε 5.000 ζεύγη χαρακτήρων της πηγής A. Να συγκρίνετε τα αποτελέσματά σας με τη θεωρία και με τα αποτελέσματα του ερωτήματος 2 πιο πάνω.
5. Να κωδικοποιήσετε την πηγή B, τόσο με τις πιθανότητες των ζευγών χαρακτήρων του προηγούμενου ερωτήματος, όσο και με πιθανότητες για ζεύγη χαρακτήρων τις οποίες θα εκτιμήσετε από το ίδιο το αρχείο. Σχολιάστε τα αποτελέσματά σας.

Ερώτημα 2 - Κωδικοποίηση PCM

Η PCM είναι μια μέθοδος κωδικοποίησης κυματομορφής, η οποία μετατρέπει ένα αναλογικό σήμα σε ψηφιακά δεδομένα. Τυπικά, η μέθοδος PCM αποτελείται από τρία βασικά τμήματα: έναν δειγματολήπτη, έναν κβαντιστή, και έναν κωδικοποιητή. Η έξοδος του κωδικοποιητή είναι μια ακολουθία από κωδικές λέξεις (σύμβολα) σταθερού μήκους N bits.

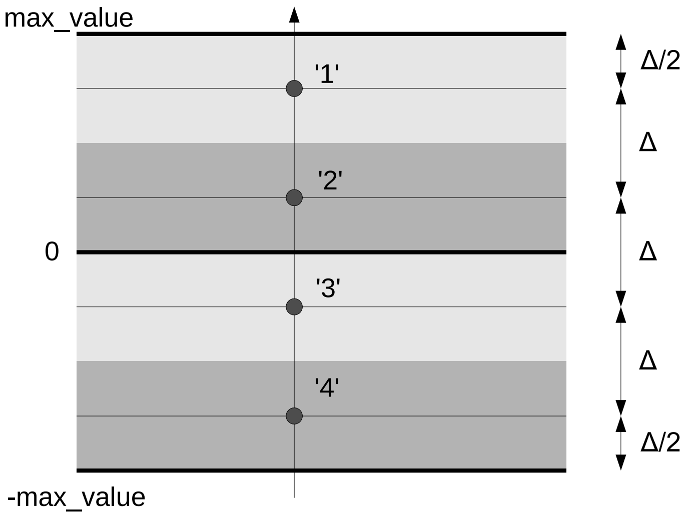
Στην άσκηση αυτή, ο βασικός στόχος είναι η εξοικείωση με τη λειτουργία του κβαντιστή. Συγκεκριμένα, καλούμαστε να υλοποιήσουμε έναν ομοιόμορφο και ένα μη ομοιόμορφο κβαντιστή N bits, δηλαδή 2^N επιπέδων. Οι κβαντιστές πρέπει να υλοποιηθούν ως συναρτήσεις MATLAB:

Ομοιόμορφος Κβαντιστής:

Καλείστε να υλοποιήσετε σε MATLAB την παρακάτω συνάρτηση:

- [xq, centers] = my_quantizer(x, N, min_value, max_value);
- x: το σήμα εισόδου υπό μορφή διανύσματος
- N: ο αριθμός των bits που θα χρησιμοποιηθούν
- max_value: η μέγιστη αποδεκτή τιμή του σήματος εισόδου
- min_value: η ελάχιστη αποδεκτή τιμή του σήματος εισόδου
- xq: το διάνυσμα του σήματος εξόδου κωδικοποιημένο ως εξής: τα επίπεδα κβάντισης αναπαρίστανται με τους ακεραίους $1,2,\dots,2^N$, όπου το μεγαλύτερο θετικό επίπεδο κβάντισης αντιστοιχεί στον ακέραιο 1. Οι ακέραιοι αυτοί μπορούν να αναπαρασταθούν δυαδικά με N bits.
- centers: τα κέντρα των περιοχών κβάντισης.

Ειδικότερα, ο κβαντιστής θα πρέπει να περιορίζει τη δυναμική περιοχή του σήματος εισόδου στις τιμές [min_value:max_value], θέτοντας τα δείγματα που βρίσκονται εκτός δυναμικής περιοχής στην αντίστοιχη ακραία αποδεκτή τιμή. Στη συνέχεια, ο κβαντιστής θα υπολογίζει το βήμα κβαντισμού Δ, τα κέντρα της κάθε περιοχής, την περιοχή στην οποία ανήκει κάθε δείγμα του σήματος εισόδου, και θα βγάζει ως έξοδο το διάνυσμα xq των ακεραίων. Το διάνυσμα αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως δείκτης στο διάνυσμα centers, και να πάρουμε το κβαντισμένο σήμα ως centers(xq). Το 1ο στοιχείο του διανύσματος οφείλει να είναι το μικρότερο επίπεδο κβάντισης και το τελευταίο στοιχείο το μεγαλύτερο επίπεδο κβάντισης. Ένα παράδειγμα των περιοχών κβάντισης για N=2 bits φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



Σχήμα 1: Παράδειγμα επιπέδων ομοιόμορφου κβαντιστή για N=2bits

Μη Ομοιόμορφος Κβαντιστής:

Για τη μη ομοιόμορφη κβάντιση του διανύσματος εισόδου θα χρησιμοποιηθεί ο αλγόριθμος Lloyd-Max ο οποίος επιτρέπει την σχεδίαση βέλτιστου κβαντιστή για οποιοδήποτε αριθμό επιπέδων. Καλείστε να υλοποιήσετε σε MATLAB την παρακάτω συνάρτηση:

[xq, centers, D] = Lloyd_Max(x, N, min_value, max_value);

Οι είσοδοι είναι ίδιες με την περίπτωση του ομοιόμορφου κβαντιστή.

- xq: το κωδικοποιημένο διάνυσμα εξόδου μετά από Kmax επαναλήψεις του αλγορίθμου, όπως στην περίπτωση του ομοιόμορφου κβαντιστή
- centers: τα κέντρα των περιοχών κβάντισης μετά από Kmax επαναλήψεις του αλγορίθμου
- D: Διάνυσμα που περιέχει τις τιμές $[D_1{:}D_{kmax}]$ όπου Di αντιστοιχεί στην μέση παραμόρφωση στην επανάληψη i του αλγορίθμου.

Παρακάτω δίνεται μια σύντομη περιγραφή του αλγορίθμου:

1. Αρχικά επιλέγετε ένα τυχαίο σύνολο επιπέδων κβαντισμού:

$$\left\{\tilde{x}_1^{(0)}, \tilde{x}_2^{(0)}, \ldots, \tilde{x}_M^{(0)}\right\}$$

Στο πλαίσιο της άσκησης επιλέξτε τα επίπεδα αυτά να αντιστοιχούν στα κέντρα του ομοιόμορφου κβαντιστή.

Σε κάθε επανάληψη i του Αλγόριθμου Lloyd-Max:

1. Υπολογίζετε τα όρια των ζωνών κβαντισμού, που πρέπει να είναι στο μέσον των επιπέδων κβαντισμου, δηλαδή:

$$\mathrm{T}_k = (\tilde{x}_k^{(i)} + \tilde{x}_{k+1}^{(i)})/2, \quad 1 \le k \le M-1$$

Σε κάθε επανάληψη εκτός της τελευταίας, στο διάνυσμα των κέντρων οφείλετε να συμπεριλαμβάνετε ως κέντρα τα min_value και max_value. Δηλαδή, σε κάθε επανάληψη το εύρος του σήματος να είναι το [min_value, max_value].

2. Υπολογίστε το κβαντισμένο σήμα με βάση τις περιοχές αυτές και μετρήστε την μέση παραμόρφωση Di με βάση το δοθέν σήμα

3. Τα νέα επίπεδα κβαντισμού είναι τα κεντροειδή των ζωνών:

$$\tilde{x}_k^{(i+1)} = \mathrm{E}\left[x \middle| \mathrm{T}_{k-1} < x < \mathrm{T}_k\right]$$

4. Επαναλαμβάνουμε τα 3 τελευταία βήματα μέχρις ότου:

$$\left|D_i - D_{i-1}\right| < \varepsilon$$

Η τιμή του ε καθορίζει και τον αριθμό των Kmax επαναλήψεων. Τα κέντρα μετά από κάθε επανάληψη θα είναι ίδια σε πλήθος. Αυτό που αλλάζει είναι η θέση τους, καθώς οι περιοχές κβάντισης θα ορίζονται ως [min_value, {centers(1)+centers(2)}/2], [{centers(1)+centers(2)}/2, {centers(2)+ centers(3)}/2] , ..., [{centers(end-1)+centers(end)}/2, max_value]. Στην περίπτωση που εντοπίσετε κάποιο NaN κατά την εκτέλεση κάποιου κβαντιστή, το πρόβλημα ενδέχεται να βρίσκεται στην είσοδο και να χρειαστεί κάποια κανονικοποίηση στα δεδομένα εισόδου.

Πηγές για το ερώτημα 2:

Στο ερώτημα αυτό, θα κωδικοποιήσουμε δύο πηγές, A και B.

Πηγή A: Η έξοδος της πρώτης πηγής είναι μια τυχαία διαδικασία, που ακολουθεί την εκθετική κατανομή. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της εκθετικής κατανομής $f_X(x)$ δίνεται παρακάτω:

$$f_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & \alpha\lambda\lambda o\acute{\upsilon}. \end{cases}$$

Για να παράγετε M δείγματα μιας τέτοιας τυχαίας διαδικασίας στο MATLAB, μπορείτε να ακολουθήσετε την ακόλουθη διαδικασία:

- Παράγετε M δείγματα από μια κυκλικά συμμετρική μιγαδική Gaussian κατανομή μέσης τιμής 0 και διασποράς 1 (t~CN(0,1)) χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση randn(.) ως:

```
>> t = (randn(M,1)+j*randn(M,1))/sqrt(2);
```

- Τα M δείγματα που προκύπτουν από το τετράγωνο του μέτρου των παραπάνω δειγμάτων ακολουθούν εκθετική κατανομή

```
>> x= abs(t) .^ 2;
```

Για τις ανάγκες της άσκησης, M=10000. Μέχρι την τελική συγγραφή της άσκησης όμως, μπορείτε να πειραματιστείτε με λιγότερα δείγματα για να αποφύγετε τους μεγάλους χρόνους εκτέλεσης των κβαντιστών.

Πηγή B: Η πηγή αυτή είναι ένα σήμα φωνής το οποίο εκτείνεται συχνοτικά μέχρι τα 4KHz περίπου. Δίνεται ένα ψηφιακό ηχητικό σήμα υπό μορφή αρχείου κυματομορφής (.wav) το οποίο θα θεωρήσουμε ικανοποιητική αναπαράσταση του αντίστοιχου αναλογικού. Το αρχείο 'speech.wav', περιέχει δείγματα σήματος φωνής με ρυθμό δειγματοληψίας fs = 8 KHz κβαντισμένα με N = 16 bits (PCM κωδικοποίηση).

Για να φορτώσετε το σήμα στο MATLAB, χρησιμοποιήστε την εντολή:

```
>>[y,fs,N]=wavread('speech.wav');
```

ενώ για να το ακούσετε, την εντολή

```
>>wavplay(y,fs);
```

Σε περίπτωση που το εύρος τιμών της πηγής είναι μεγαλύτερο από το εύρος [min_value, max_value], τότε να κανονικοποιήσετε τη πηγή B στο διάστημα [min_value, max_value].

Ερωτήσεις – Ζητούμενα για το ερώτημα 2:

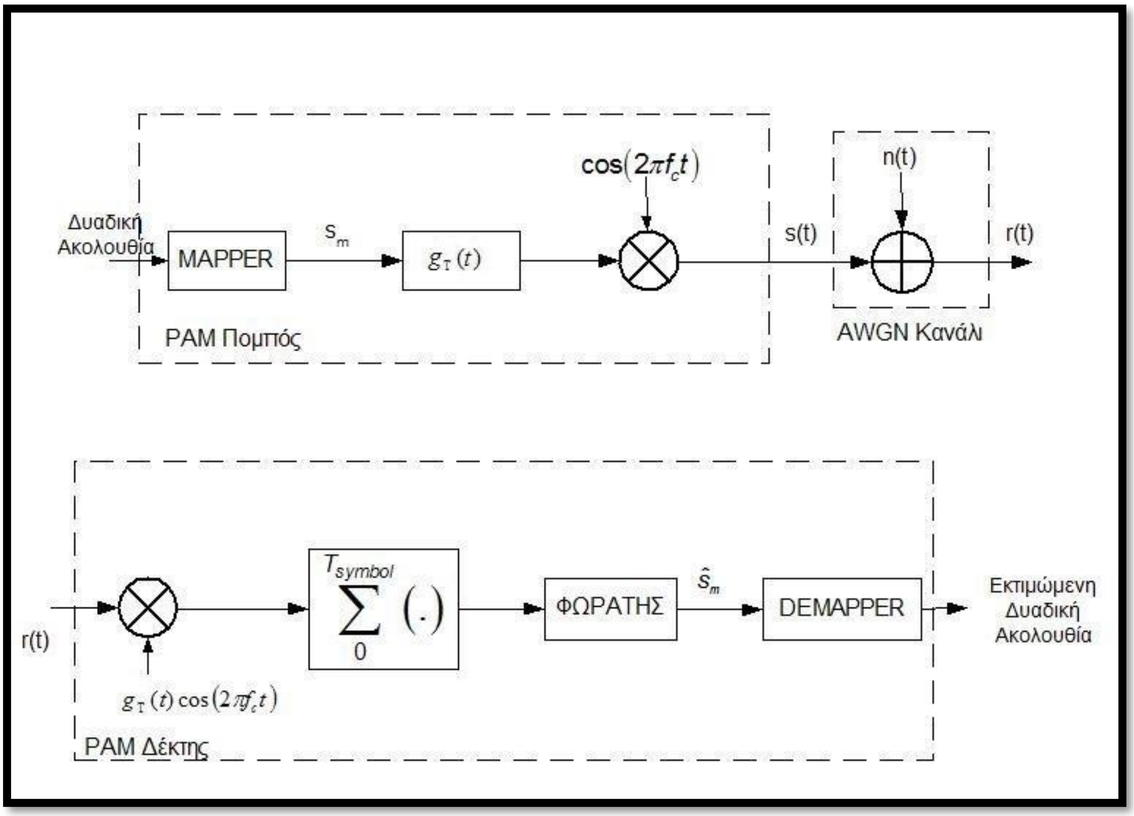
1. Χρησιμοποιώντας τον ομοιόμορφο κβαντιστή που υλοποιήσατε, κωδικοποιήστε την πηγή A για min_value = 0, max_value = 4, και N= 4 και 6 bits.
    a. Υπολογίστε το SQNR (dB) στην έξοδο του κβαντιστή. Συγκρίνετε τη μέση παραμόρφωση που μετράτε, με αυτή που προκύπτει αν την υπολογίσετε θεωρητικά και σχολιάστε τα αποτελέσματα.
    b. Ποια είναι η πιθανότητα να βρεθεί η είσοδος του κβαντιστή εκτός της δυναμικής περιοχής του (πιθανότητα υπερφόρτωσης – distortion overload); Υπολογίστε πειραματικά την πιθανότητα αυτή.

2. Χρησιμοποιώντας τον ομοιόμορφο κβαντιστή και τον αλγόριθμο Lloyd-Max, κωδικοποιείστε την πηγή B για min_value = -1, max_value = 1 και N = 2, 4 και 6 bits.
    a. Σχεδιάστε το πώς μεταβάλλεται το SQNR (dB) σε σχέση με τον αριθμό των επαναλήψεων του αλγορίθμου Kmax (χρησιμοποιήστε οποιαδήποτε τιμή ε = [10^{-16}, 10^{-6}]).
    b. Συγκρίνετε τη τιμή του SQNR μετά από Kmax επαναλήψεις με αυτή που προκύπτει αν χρησιμοποιήσουμε ομοιόμορφο κβαντιστή. Υπολογίστε και σχολιάστε την απόδοση των δύο κβαντιστών.
    c. Υλοποιήστε μια συνάρτηση που να υπολογίζει (θεωρητικά) την πιθανότητα εμφάνισης κάθε στάθμης του κβαντιστή. Για να επαληθεύσετε τους υπολογισμούς σας μετρήστε κάθε πιθανότητα εμφάνισης και συγκρίνετε την με τη θεωρητική τιμή που υπολογίσατε. Επιπλέον, υπολογίστε την εντροπία των επιπέδων κβάντισης.
    d. Σχολιάστε την αποδοτικότητα της κωδικοποίησης PCM βασισμένοι στο MSE.

Υποσημείωση: Το τελικό SQNR που υπολογίζετε να δίνεται σε dB, δηλαδή στη μορφή $10\log_{10}(.)$.

Ερώτημα 3-Μελέτη Απόδοσης Ομόδυνου Ζωνοπερατού Συστήματος M-PAM

Στην άσκηση αυτή καλείστε να συγκρίνετε την απόδοση της διαμόρφωσης M-PAM για M= 2, 4, 8 και 16 αντίστοιχα . Η σύγκριση αυτή θα βασιστεί σε μετρήσεις πιθανότητας σφάλματος bit (Bit Error Rate, BER) και συμβόλου (Symbol Error Rate, SER), που θα πραγματοποιηθούν σε ομόδυνο ζωνοπερατό σύστημα με ορθογώνιο παλμό.



Σχήμα 1

Ομόδυνο M-PAM

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 1 ο πομπός του συστήματος M-PAM δέχεται ως είσοδο μια δυαδική ακολουθία, τη μετατρέπει σε σύμβολα, την πολλαπλασιάζει με τον ορθογώνιο παλμό, και κατόπιν το σήμα μεταφέρεται στη ζώνη μετάδοσης μέσω του διαμορφωτή. Το σήμα που στάλθηκε μολύνεται με θόρυβο AWGN και φθάνει στο δέκτη του κάθε συστήματος. Εκεί αποδιαμορφώνεται και προκύπτει ένα μονοδιάστατο διάνυσμα για το M-PAM. Σε κάθε περίπτωση το διάνυσμα που προκύπτει εισάγεται στο φωρατή όπου και αποφασίζεται ποιο σύμβολο στάλθηκε. Τέλος, ο demapper κάνει την αντίστροφη αντιστοίχιση από σύμβολα σε bits. Το σύστημα περιγράφεται στη συνέχεια.

Δυαδική Ακολουθία Εισόδου

Η είσοδος του συστήματος είναι μια ακολουθία bits, όπου οι τιμές 0 και 1 εμφανίζονται ισοπίθανα. Μια τέτοια ακολουθία μπορεί να παραχθεί αν χρησιμοποιήσετε κατάλληλα κάποια από τις συναρτήσεις randsrc, rand ή randn. Το πλήθος των bits που πρέπει να στείλετε θα πρέπει να είναι της τάξης των $L_b = 10000 - 100000$ bits.

Αντιστοιχία Bits - Συμβόλων

Ο mapper στην ουσία μετατρέπει τα bits σε σύμβολα. Κάθε σύμβολο αντιστοιχεί σε μια συγκεκριμένη ακολουθία $log_2(M)$ δυαδικών ψηφίων. Επομένως, ο mapper θα πρέπει για κάθε $log_2(M)$ δυαδικά ψηφία να εξάγει και ένα από τα σύμβολα της διαμόρφωσης. Αντίστοιχα, ο demapper δέχεται ως είσοδο το σύμβολο που έχει ανιχνεύσει ο φωρατής (decision device) του δέκτη και παράγει την αντίστοιχη ακολουθία των $log_2(M)$ δυαδικών ψηφίων.

Ένα σημαντικό στοιχείο κατά την αντιστοίχιση αυτή είναι η κωδικοποίηση Gray. Σύμφωνα με αυτήν, αν δύο σύμβολα είναι γειτονικά στο δυσδιάστατο ή μονοδιάστατο χώρο σημάτων, τότε σε αυτά ανατίθενται διατάξεις δυαδικών ψηφίων που διαφέρουν μόνο κατά ένα δυαδικό ψηφίο μεταξύ τους.

Ορθογώνιος Παλμός

Το σύστημα M-PAM που καλείστε να προσομοιώσετε χρησιμοποιούν ορθογώνιο παλμό για τη μετάδοση των συμβόλων ο οποίος ορίζεται ως:

$$g_T(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2E_s}{T_{symbol}}} = \sqrt{\frac{2}{T_{symbol}}}, 0 \leq t \leq T_{symbol} \\ 0, \alpha\lambda\lambda o\acute{\upsilon} \end{cases} \quad (1)$$

όπου E_s είναι η ενέργεια ανά σύμβολο, την οποία κανονικοποιούμε ως $E_s = 1$, και T_{symbol} είναι η περίοδος συμβόλου.

Διαμόρφωση M-PAM

Οι κυματομορφές του M-αδικού PAM είναι μονοδιάστατα σήματα, τα οποία μπορούν να εκφρασθούν ως

$$s_m(t) = s_m g_T(t) cos(2\pi f_c t), \quad 0 \leq t \leq T_{symbol} \quad (2)$$

όπου $s_m = (2m-1-M)A,\ m = 1,..,M$. Το A καθορίζει την ενέργεια των συμβόλων.
Στην περίπτωση που τα σήματα PAM έχουν διαφορετικές ενέργειες (π.χ. όταν $M > 2$), θέλουμε η μέση ενέργεια των μεταδιδόμενων συμβόλων να είναι ίση με 1.

Χρονικές Μονάδες Προσομοίωσης

Τα συστήματα που θέλουμε να προσομοιώσουμε μεταδίδουν σύμβολα με ρυθμό $R_{symbol} = 250\ Ksymbols/sec$. Τότε η περίοδος συμβόλου είναι $T_{symbol} = 4\ \mu sec$. Στη ζώνη μετάδοσης, χρησιμοποιείται η φέρουσα συχνότητα $f_c = 2.5\ MHz$, οπότε η περίοδος της φέρουσας είναι $T_c = 0.4\ \mu sec$. Στο πλαίσιο της προσομοίωσης, για να έχουμε μια ικανοποιητική αναπαράσταση των ζωνοπερατών σημάτων, πραγματοποιείται δειγματοληψία 2 φορές μεγαλύτερη του ορίου του Nyquist, δηλαδή παίρνουμε 4 δείγματα ανά περίοδο φέρουσας και άρα η περίοδος δειγματοληψίας είναι $T_{sample} = \frac{T_c}{4} = 0.1\mu sec$.

Υπόδειξη: Εφόσον το σύστημα προσομοιώνεται σε ρυθμό δειγματοληψίας, κάθε τιμή των $s_m(t)$ αντιστοιχεί σε χρόνο $T_{sample} = 0{,}1\ \mu sec$, τον οποίο μπορούμε να κανονικοποιήσουμε στο $T_{sample} = 1$, οπότε αντίστοιχα προκύπτει: $T_{sample} = 1$, $T_c = 4$ (άρα $f_c = \frac{1}{T_c}$), $T_{symbol} = 40$ δηλαδή σε κάθε περίοδο φέρουσας κρατάμε 4 δείγματα, και κάθε περίοδος συμβόλου περιλαμβάνει 10 κύκλους φέρουσας ή 40 δείγματα ανά μεταδιδόμενο σύμβολο.

Κανάλι AWGN

Το ζωνοπερατό σήμα που εκπέμπει ο πομπός του συστήματος διέρχεται μέσα από ένα ιδανικό κανάλι προσθετικού θορύβου. Ο θόρυβος είναι λευκός και ακολουθεί Gaussian κατανομή μηδενικής μέσης τιμής και διασποράς $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$.
Ο θόρυβος μπορεί να παραχθεί με χρήση της συνάρτησης $randn$ ως εξής:
$noise = sqrt(\sigma^2) * randn(\frac{L_b}{log_2(M)} * 40{,}1)$.
Η διασπορά του θορύβου καθορίζεται κάθε φορά από το $\frac{SNR}{bit}$ που θέλουμε να έχουμε στο δέκτη του συστήματος. Υπενθυμίζεται ότι λόγω των κανονικοποιήσεων που έχουμε κάνει, η ενέργεια ανά σύμβολο είναι $E_s = 1$, οπότε η ενέργεια ανά bit είναι $E_b = \frac{E_s}{log_2(M)}$ ή $E_b = \frac{1}{log_2(M)}$. Ο υπολογισμός της διασποράς του θορύβου βασίζεται στη σχέση για το SNR (dB), δηλαδή $SNR = 10log_{10}\left(\frac{E_b}{N_0}\right) = 10log_{10}\left(\frac{E_b}{2\sigma^2}\right)$. Άρα, $\sigma^2 = \frac{E_b}{2} * 10^{-\frac{SNR}{10}} = \frac{1}{2log_2(M)} * 10^{-\frac{SNR}{10}}$.

Αποδιαμορφωτής M-PAM

Ο αποδιαμορφωτής του συστήματος M-PAM συσχετίζει (δηλαδή πολλαπλασιάζει και ολοκληρώνει-αθροίζει) το ληφθέν σήμα με τη φέρουσα και τον ορθογώνιο παλμό. Η συσχέτιση γίνεται στα χρονικά πλαίσια μιας περιόδου συμβόλου. Κατά την προσομοίωση υποθέτουμε ότι το M-PAM είναι ομόδυνο. Αυτό σημαίνει ότι ο δέκτης γνωρίζει τη φάση της φέρουσας και τα χρονικά πλαίσια κάθε συμβόλου, δηλαδή είναι πλήρως συγχρονισμένος με τον πομπό. Ο αποδιαμορφωτής συσχετίζει το ληφθέν σήμα με τη συνιστώσα της φέρουσας, οπότε προκύπτει μια τιμή r, η οποία είναι η εκτιμηθείσα τιμή του τρέχοντος συμβόλου πάνω στον αστερισμό του M-PAM.

Φωρατής M-PAM

Ο φωρατής δέχεται ως είσοδο την τιμή r, και αποφασίζει σε ποιο σύμβολο (όπως αυτά ορίστηκαν διανυσματικά παραπάνω) βρίσκεται εγγύτερα. Για το M-PAM το σύμβολο s_m που θα έχει τη μικρότερη απόσταση από το r, αντιστοιχεί και στο σύμβολο που στάλθηκε.

Μετρήσεις BER-SER

Για να μετρήσετε το BER (Bit Error Rate), δηλαδή την πιθανότητα εμφάνισης σφάλματος bit, θα πρέπει να συγκρίνετε την τιμή bit που λάβατε με αυτήν που στείλατε. Για να πραγματοποιήσετε αξιόπιστες μετρήσεις BER, θα πρέπει αυτές να προέρχονται από έναν αρκετά μεγάλο αριθμό δεδομένων. Ένας πρακτικός κανόνας είναι ότι για να μετρήσετε μια τιμή BER της τάξης του 10^{-2} χρειάζεστε 10^4 bits δεδομένων, για BER της τάξης του 10^{-3} χρειάζεστε 10^5 bits δεδομένων, κ.ο.κ.

Οι καμπύλες BER συνήθως σχεδιάζονται σε λογαριθμική κλίμακα ως προς τον άξονα y, δηλαδή ως προς την πιθανότητα σφάλματος. Για να μετρήσετε το SER (Symbol Error Rate), δηλαδή την πιθανότητα εμφάνισης σφάλματος σε σύμβολο, θα πρέπει να συγκρίνετε την τιμή συμβόλου που λάβατε με αυτό που στείλατε. Χρησιμοποιείστε τον ίδιο αριθμό δεδομένων που χρησιμοποιήσατε για τον υπολογισμό του BER.

Ερωτήσεις-Ζητούμενα για το ερώτημα 3

- Με βάση τις παραπάνω υποδείξεις, υλοποιήστε το σύστημα M-PAM και αναφερθείτε στα βασικά του σημεία.
- Μετρήστε την πιθανότητα σφάλματος bit και σχεδιάστε την καμπύλη BER για M = 2, 4, 8, 16 για απλή κωδικοποίηση για τιμές του $SNR = 0{:}\,5{:}\,40dB$. Επαναλάβετε το ερώτημα για M = 4, 8, 16 αν τα σύμβολα στην αντιστοίχιση κωδικοποιούνταν κατά Gray. Οι καμπύλες να σχεδιαστούν όλες στο ίδιο γράφημα.
- Μετρήστε την πιθανότητα σφάλματος συμβόλου και σχεδιάστε την καμπύλη SER για M = 4, 8, 16 για απλή και κατά Gray κωδικοποίηση για τιμές του $SNR = 0{:}\,5{:}\,40dB$. Οι καμπύλες θα πρέπει και πάλι να σχεδιαστούν όλες στο ίδιο γράφημα.

Διαδικαστικά:

- Η αναφορά παραδίδεται μόνο ηλεκτρονικά μέσω e-class (ενότητα "Εργασίες"). Στο τέλος της αναφοράς παραθέστε τον κώδικα που υλοποιήσατε. Το αρχείο τη αναφοράς θα πρέπει να είναι σε μορφή pdf και να έχει ως όνομα τον αριθμό μητρώου σας. Για παράδειγμα αν η άσκηση έχει γίνει από τον φοιτητή με ΑΜ 1234 θα πρέπει το αρχείο να έχει όνομα 1234.pdf.
- Για να ανεβάσετε μια άσκηση θα πρέπει πρώτα να έχετε εγγραφεί στο μάθημα. Αν δεν είστε εγγεγραμμένοι στο μάθημα το σύστημα δεν θα σας αφήσει να ανεβάσετε την άσκηση. Η εγγραφή γίνεται από τις επιλογές που διατίθενται στο e-class.
- Φροντίστε να διαπιστώσετε ότι η άσκησή σας έχει υποβληθεί σωστά στο e-class. Δεν θα γίνουν δεκτές ασκήσεις αργότερα με τη δικαιολογία ότι την έχετε υποβάλει αλλά για κάποιο λόγο η άσκηση δεν υπάρχει στο e-class.
- Η άσκηση είναι ατομική και θα γίνει προφορική εξέταση σε αυτή (δειγματοληπτικά) στο τέλος του εξαμήνου.
- Η παράδοση της άσκησης μπορεί να γίνει μέχρι Κυριακή 10/01/2021.
- Τυχόν απορίες σχετικές με την άσκηση θα λύνονται είτε σε ώρες ηλεκτρονικού γραφείου που θα αφορά τις εργαστηριακές ασκήσεις του μαθήματος και θα ανακοινωθούν προσεχώς, είτε μέσω της ενότητας Συζητήσεις στο e-class.