

计算机图形学：9-sph 实验报告

09 孙浩然

2025 年 5 月 10 日

1 实验简介

本实验实现了用于流体模拟的光滑粒子流体动力学 (Smoothed Particle Hydrodynamics, SPH) 模型。具体实现的功能有：

- 实现了弱可压缩的 SPH 方法 (Weakly Compressible SPH, WCSPH)

2 实验原理

光滑粒子流体动力学 (SPH) 的基本思想是将流体看作非连续介质，用许多微小的粒子的组合来模拟流体的行为。每个粒子 i 具有一定的质量 m_i ，在时刻 t 具有位置 x_i ，速度 v_i 和加速度 a_i 。将时间离散化为一个个时刻，通过当前时刻 t_n 的上述物理量，以及时间积分

$$v(t_{n+1}) = v(t_n) + a(t_n)\Delta t, \quad x(t_{n+1}) = x(t_n) + v(t_{n+1})\Delta t$$

来确定下一个时刻 t_{n+1} 粒子 i 的速度和位置。

其中，粒子加速度 $a(t_n)$ 由流体满足的 Navier-Stokes (NS) 方程确定，即

$$\begin{cases} \rho \frac{Dv}{Dt} = \rho g - \nabla p + \mu \nabla^2 v \\ \nabla \cdot v = 0 \end{cases}$$

其中 ρ 为流体的密度， v 为速度场， g 是重力加速度， p 为流体内部的压强， μ 为黏度系数。方程第二行 $\nabla \cdot v = 0$ 为不可压缩条件。

对于上述 NS 方程，在处理时间离散时，SPH 中采用算子分裂的方法：

1. 不考虑压强，更新速度：

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho g + \mu \nabla^2 v$$

2. 考虑压强，更新速度：

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\nabla p$$

3. 根据最终计算得到的速度，更新粒子位置。

对于空间离散，SPH 方法中将每一个粒子视为对连续物理场的采样，并通过核函数 W 来拟合采样得到的物理场。

2.0.1 WCSPH 算法

WCSPH 是一种弱可压缩的模拟方法，其中压强的计算公式为：

$$p_i = k_1 \left(\left(\frac{\rho_i}{\rho_0} \right)^{k_2} - 1 \right)$$

其中 k_1 对应代码中的参数 `stiffness`， k_2 对应代码中的参数 `exponent`。

3 节点连接

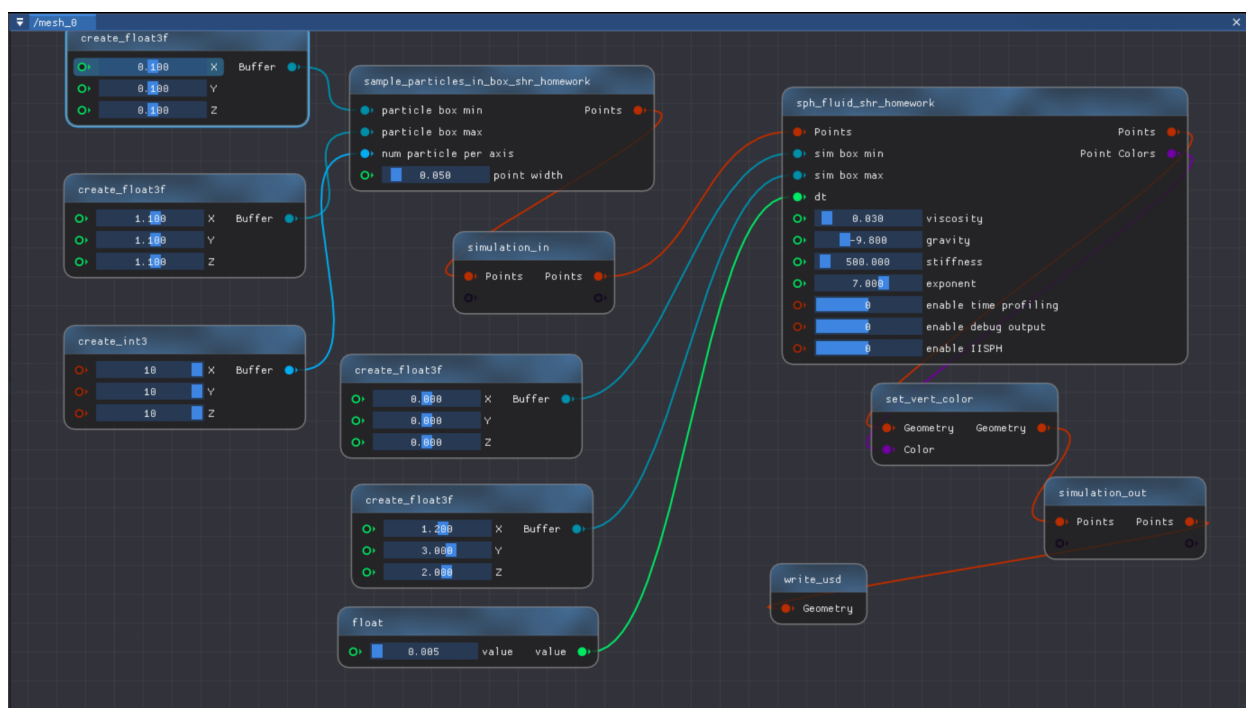


图 1: Caption