15 а) Решите уравнение

$$2\cos^3 x + \sqrt{3}\cos^2 x + 2\cos x + \sqrt{3} = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

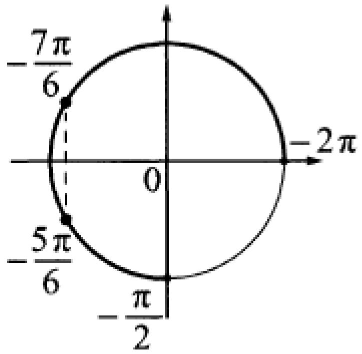
Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$\left(2\cos x + \sqrt{3}\right)\left(\cos^2 x + 1\right) = 0.$$

Значит, или $\cos^2 x = -1$, что невозможно, или $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, откуда $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, или $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.



Получим числа: $-\frac{7\pi}{6}$; $-\frac{5\pi}{6}$.

Ответ: а) $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$;

б) $-\frac{7\pi}{6}$; $-\frac{5\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Задача №2   ЕГЭ-2015год (Задача №15)

15 а) Решите уравнение

$$\frac{\sin 2x}{\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)}=\sqrt{2}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

Решение.

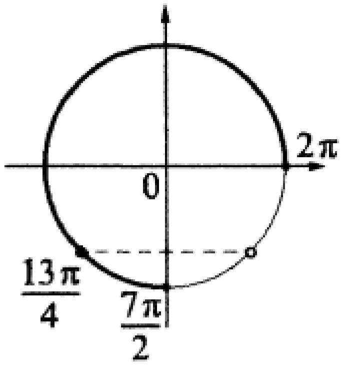
а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$\frac{2\sin x\ \cos x}{-\cos x}=\sqrt{2}.$$

Значит, $\sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, откуда $x=-\frac{\pi}{4}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$, или $x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$.

При этих значениях переменной $\cos x\neq 0$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.



Получим число $\frac{13\pi}{4}$.

Ответ: а) $-\frac{\pi}{4}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $-\frac{3\pi}{4}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) $\frac{13\pi}{4}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

15 а) Решите уравнение

$$\cos 2x + 2\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

Решение.

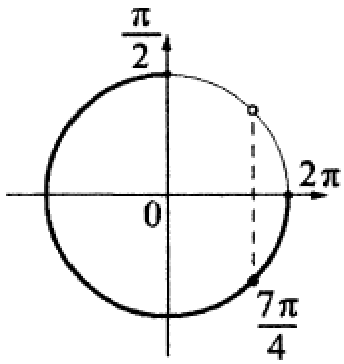
а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$2\cos^2 x - 1 + 2\sqrt{2}\cos x - 2 = 0;\ \left(\sqrt{2}\cos x - 1\right)\left(\sqrt{2}\cos x + 3\right) = 0.$$

Значит, $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, откуда $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, или $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$.

Уравнение $\cos x = -\frac{3\sqrt{2}}{2}$ корней не имеет.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.



Получим число $\frac{7\pi}{4}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{4} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$;

б) $\frac{7\pi}{4}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

15 а) Решите уравнение

$$4\sin^2 x = \operatorname{tg} x.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\pi; 0]$.

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

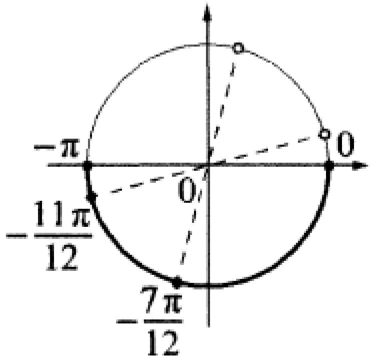
$$4\sin^2 x = \frac{\sin x}{\cos x};\quad \frac{4\sin^2 x\ \cos x - \sin x}{\cos x} = 0;\quad \frac{\sin x \cdot (2\sin 2x - 1)}{\cos x} = 0.$$

Значит, или $\sin x = 0$, откуда $x = \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, или $\sin 2x = \frac{1}{2}$, откуда $x = \frac{\pi}{12} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, или $x = \frac{5\pi}{12} + \pi m$, $m \in \mathbb{Z}$.

При найденных значениях переменной $\cos x \neq 0$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $[-\pi; 0]$.

Получим числа: $-\pi$; $-\frac{11\pi}{12}$; $-\frac{7\pi}{12}$; 0.



Ответ: а) πk, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{12} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;

$\frac{5\pi}{12} + \pi m$, $m \in \mathbb{Z}$;

б) $-\pi$; $-\frac{11\pi}{12}$; $-\frac{7\pi}{12}$; 0.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

15 а) Решите уравнение

$$2\cos 2x+\sqrt{2}\sin x+1=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};3\pi\right]$.

Решение.

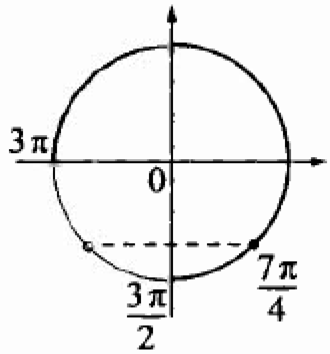
а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$2-4\sin^2 x+\sqrt{2}\sin x+1=0;\ \left(\sqrt{2}\sin x+1\right)\left(2\sqrt{2}\sin x-3\right)=0.$$

Значит, $\sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, откуда $x=-\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$, или $x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z}$.

Уравнение $\sin x=\frac{3\sqrt{2}}{4}$ корней не имеет.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};3\pi\right]$.



Получим число $\frac{7\pi}{4}$.

Ответ: а) $-\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ -\frac{3\pi}{4}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z}$;

б) $\frac{7\pi}{4}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

15 а) Решите уравнение

$$8\sin^2 x + 2\sqrt{3}\cos x + 1 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Решение.

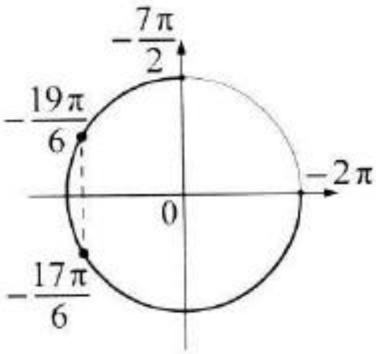
а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$8 - 8\cos^2 x + 2\sqrt{3}\cos x + 1 = 0;\ \left(2\cos x + \sqrt{3}\right)\left(4\cos x - 3\sqrt{3}\right) = 0.$$

Значит, $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, откуда $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$, или $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi m,\ m \in \mathbb{Z}$.

Уравнение $\cos x = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ корней не имеет.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.



Получим числа: $-\frac{19\pi}{6}$; $-\frac{17\pi}{6}$.

Ответ: а) $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z};\ -\frac{5\pi}{6} + 2\pi m,\ m \in \mathbb{Z}$;

б) $-\frac{19\pi}{6}$; $-\frac{17\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

15 а) Решите уравнение

$$16^{\sin x}=\left(\frac{1}{4}\right)^{2\sin 2x}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\frac{7\pi}{2}\right]$.

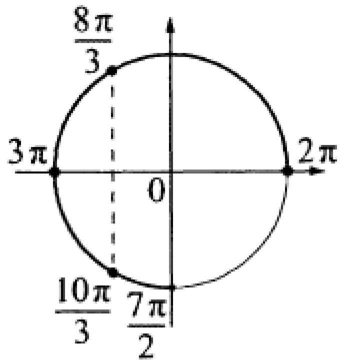
Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$4^{2\sin x}=4^{-4\sin x\cos x};\ -4\sin x\cdot\cos x=2\sin x;\ 2\sin x\ (2\cos x+1)=0.$$

Значит, или $\sin x=0$, откуда $x=\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$, или $\cos x=-\frac{1}{2}$, откуда $x=\frac{2\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$, или $x=-\frac{2\pi}{3}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\frac{7\pi}{2}\right]$.



Получим числа: 2π; $\frac{8\pi}{3}$; 3π; $\frac{10\pi}{3}$.

Ответ: а) πk, $k\in\mathbb{Z}$, $\frac{2\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$;

$-\frac{2\pi}{3}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) 2π, $\frac{8\pi}{3}$; 3π; $\frac{10\pi}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2