

17

Решите неравенство $\log_2^2(16+6x-x^2)+10\log_{0,5}(16+6x-x^2)+24>0$.

Решение.

Пусть $t = \log_2(16+6x-x^2)$, тогда неравенство примет вид:

$$t^2 - 10t + 24 > 0; (t-4)(t-6) > 0,$$

откуда $t < 4$; $t > 6$.

При $t < 4$ получим: $\log_2(16+6x-x^2) < 4$; $0 < 16+6x-x^2 < 16$; $0 < x^2-6x < 16$,

откуда $-2 < x < 0$; $6 < x < 8$.

При $t > 6$ получим: $\log_2(16+6x-x^2) > 6$; $16+6x-x^2 > 64$; $x^2-6x+48 < 0$;

решений нет.

Решение исходного неравенства: $-2 < x < 0$; $6 < x < 8$.

Ответ: $(-2; 0)$; $(6; 8)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного включением точек 0 и/или 6, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

17

Решите неравенство $\frac{3\lg^2 x - 8}{\lg^2 x - 4} \geq 2$.

Решение.

Пусть $t = \lg x$, тогда неравенство примет вид:

$$\frac{3t^2 - 8}{t^2 - 4} \geq 2; \frac{t^2}{t^2 - 4} \geq 0,$$

откуда $t < -2$; $t = 0$; $t > 2$.

При $t < -2$ получим: $\lg x < -2$, откуда $0 < x < 0,01$.

При $t = 0$ получим: $\lg x = 0$, откуда $x = 1$.

При $t > 2$ получим: $\lg x > 2$, откуда $x > 100$.

Решение исходного неравенства: $0 < x < 0,01$; $x = 1$; $x > 100$.

Ответ: $(0; 0,01)$; 1 ; $(100; +\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 1, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

17

Решите неравенство $\frac{105}{\left(2^{4-x^2}-1\right)^2} - \frac{22}{2^{4-x^2}-1} + 1 \geq 0$.

Решение.

Пусть $t = 2^{4-x^2} - 1$, тогда неравенство примет вид:

$$\frac{t^2 - 22t + 105}{t^2} \geq 0; \frac{(t-7)(t-15)}{t^2} \geq 0,$$

откуда $t < 0$; $0 < t \leq 7$; $t \geq 15$.

При $t < 0$ получим: $2^{4-x^2} - 1 < 0$; $4 - x^2 < 0$, откуда $x < -2$; $x > 2$.

При $0 < t \leq 7$ получим: $0 < 2^{4-x^2} - 1 \leq 7$; $0 < 4 - x^2 \leq 3$, откуда $-2 < x \leq -1$; $1 \leq x < 2$.

При $t \geq 15$ получим: $2^{4-x^2} - 1 \geq 15$; $4 - x^2 \geq 4$, откуда $x = 0$.

Решение исходного неравенства: $x < -2$; $-2 < x \leq -1$; $x = 0$; $1 \leq x < 2$; $x > 2$.

Ответ: $(-\infty; -2)$; $(-2; -1]$; 0 ; $[1; 2)$; $(2; +\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек -1 , 0 и/или 1 , ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	<i>2</i>

17

Решите неравенство $\lg^4 x - 4\lg^3 x + 5\lg^2 x - 2\lg x \geq 0$.

Решение.

Пусть $t = \lg x$, тогда неравенство примет вид:

$$t^4 - 4t^3 + 5t^2 - 2t \geq 0; t(t-1)^2(t-2) \geq 0,$$

откуда $t \leq 0$; $t = 1$; $t \geq 2$.При $t \leq 0$ получим: $\lg x \leq 0$, откуда $0 < x \leq 1$.При $t = 1$ получим: $\lg x = 1$, откуда $x = 10$.При $t \geq 2$ получим: $\lg x \geq 2$, откуда $x \geq 100$.Решение исходного неравенства: $0 < x \leq 1$; $x = 10$; $x \geq 100$.Ответ: $(0; 1]$; 10 ; $[100; +\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек 1, 10 и/или 100, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

17

Решите неравенство $\frac{2}{3^x-9} \geq \frac{8}{3^x-3}$.

Решение.

Пусть $t = 3^x$, тогда неравенство примет вид:

$$\frac{2}{t-9} \geq \frac{8}{t-3}; \frac{t-11}{(t-9)(t-3)} \leq 0,$$

откуда $t < 3$; $9 < t \leq 11$.

При $t < 3$ получим: $3^x < 3$, откуда $x < 1$.

При $9 < t \leq 11$ получим: $9 < 3^x \leq 11$, откуда $2 < x \leq \log_3 11$.

Решение исходного неравенства: $x < 1$; $2 < x \leq \log_3 11$.

Ответ: $(-\infty; 1)$; $(2; \log_3 11]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки $\log_3 11$, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

17

Решите неравенство $\frac{31-5 \cdot 2^x}{4^x-24 \cdot 2^x+128} \geq 0,25$.

Решение.

Пусть $t = 2^x$, тогда неравенство примет вид:

$$\frac{31-5t}{t^2-24t+128} \geq 0,25; \frac{t^2-4t+4}{t^2-24t+128} \leq 0; \frac{(t-2)^2}{(t-8)(t-16)} \leq 0,$$

откуда $t = 2$; $8 < t < 16$.

При $t = 2$ получим: $2^x = 2$, откуда $x = 1$.

При $8 < t < 16$ получим: $8 < 2^x < 16$, откуда $3 < x < 4$.

Решение исходного неравенства: $x = 1$; $3 < x < 4$.

Ответ: 1; (3; 4).

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 1, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

17

Решите неравенство $(\log_2^2 x - 2 \log_2 x)^2 < 11 \log_2^2 x - 22 \log_2 x - 24$.

Решение.

Пусть $t = \log_2 x$, тогда неравенство примет вид:

$$\begin{aligned} (t^2 - 2t)^2 - 11(t^2 - 2t) + 24 < 0; & (t^2 - 2t - 3)(t^2 - 2t - 8) < 0; \\ (t - 3)(t + 1)(t - 4)(t + 2) < 0, \end{aligned}$$

откуда $-2 < t < -1$; $3 < t < 4$.

При $-2 < t < -1$ получим: $-2 < \log_2 x < -1$, откуда $\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2}$.

При $3 < t < 4$ получим: $3 < \log_2 x < 4$, откуда $8 < x < 16$.

Решение исходного неравенства: $\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2}$; $8 < x < 16$.

Ответ: $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$; $(8; 16)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного включением граничных точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2