

Прототипы задания 25

1. Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 5 и 20, $BD=10$. Докажите, что треугольники CBD и ADB подобны.
2. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.
3. Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, делит её на две равные по площади части.
4. На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади трапеции.
5. Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AB и CD четырёхугольника пересекаются в точке M . Докажите, что треугольники MBC и MDA подобны.
6. Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.
7. Точка E — середина боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника ECD равна половине площади трапеции.
8. Высоты AA_1 и BB_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке E . Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.
9. Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке E стороны BC . Докажите, что E — середина BC .
10. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.
11. В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что треугольники A_1CB_1 и ACB подобны.
12. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках P и T соответственно. Докажите, что $BP=DT$.
13. Биссектрисы углов B и C трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O , лежащей на стороне AD . Докажите, что точка O равноудалена от прямых AB , BC и CD .
14. Окружности с центрами в точках I и J пересекаются в точках A и B , причём точки I и J лежат по одну стороны от прямой AB . Докажите, что $AB \perp IJ$.

15. Окружности с центрами в точках I и J не имеют общих точек. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $m:n$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся также $m:n$.
16. Докажите, что медиана треугольника делит его на два треугольника, площади которых равны между собой.