

Professors: O.Mas, O.Muñoz i M.Sanz

Durada: 3h

Consultes sobre l'examen: 19 de gener de 2015.

**P1.** (10 punts) En aquest exercici es vol estudiar la influència de  $R_b$  en la resposta temporal i freqüencial del circuit de la figura 1, a on  $R = R_a = 10\text{ k}\Omega$ ,  $C = 10\text{ nF}$  i  $100\text{ }\Omega \leq R_b \leq 20\text{ k}\Omega$ .

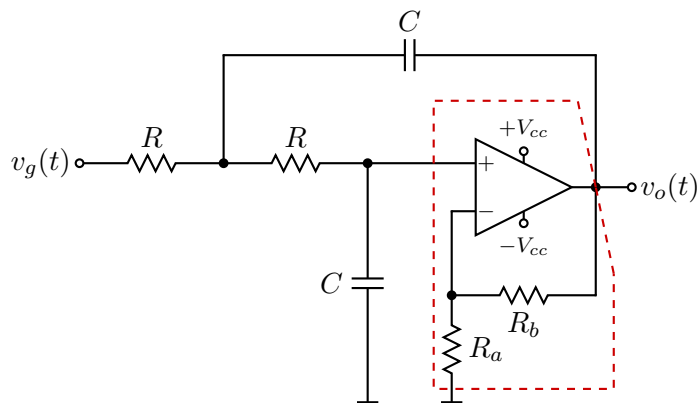


Figura 1: Circuit sota estudi

Calcularem en primer lloc la funció de xarxa del circuit. Per això es demana:

- Trobeu un model equivalent amb font controlada de la part requadrada del circuit de la figura 1 i dibuixeu el circuit complet resultant.
- Per al circuit complet amb la font controlada, escriviu les equacions adients per calcular la funció de xarxa i **demostru** que aquesta val

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_g(s)} = \left(1 + \frac{R_b}{R_a}\right) \frac{\frac{1}{R^2 C^2}}{s^2 + \frac{2 - \frac{R_b}{R_a}}{RC} s + \frac{1}{R^2 C^2}}$$

Si no heu sabut obtenir el circuit equivalent, utilitzeu el circuit de la figura 1 per al càlcul.

Ara estudiarem l'efecte de  $R_b$  a la resposta temporal, per al marge de valors de  $R_b$  indicats.

- Expliqueu com afecta  $R_b$  al tipus d'esmoreïment del circuit, a la freqüència de les oscil·lacions (si n'hi ha) i a la durada del transitori.
- Expliqueu com afecta  $R_b$  a la tensió en règim permanent per a una entrada graó unitari.
- Per tal de corroborar els dos apartats anteriors, dibuixeu el diagrama de zeros i pols per a  $R_b = 5,6\text{ k}\Omega$ ,  $R_b = 15\text{ k}\Omega$ , i  $R_b = 20\text{ k}\Omega$ , i calculeu en cada cas la resposta a un graó unitari. Es pot deixar la resposta en funció dels residus associats a la resposta lliure. S'han de donar però tota la resta de paràmetres de la resposta.

Finalment estudiarem l'efecte de  $R_b$  a la resposta freqüencial, **per al marge de valors de  $R_b$  indicats**.

- Expliqueu com afecta  $R_b$  a la forma de la corba de guany del circuit.
- Dibuixeu el diagrama de Bode de guany per a  $R_b = 5,6\text{ k}\Omega$  i  $R_b = 15\text{ k}\Omega$  (asimptòtic i corba real amb correccions).

### Solució:

- Ens adonem que la part requadrada correspon a un amplificador no inversor d'amplificació  $k = 1 + \frac{R_b}{R_a}$  i, per tant, el seu model equivalent (circuit obert a l'entrada i font de tensió controlada per tensió a la sortida) és el representat a la figura 2 dins del circuit complet.

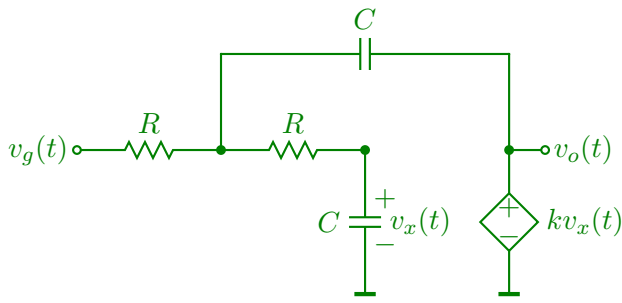


Figura 2: Model Equivalent

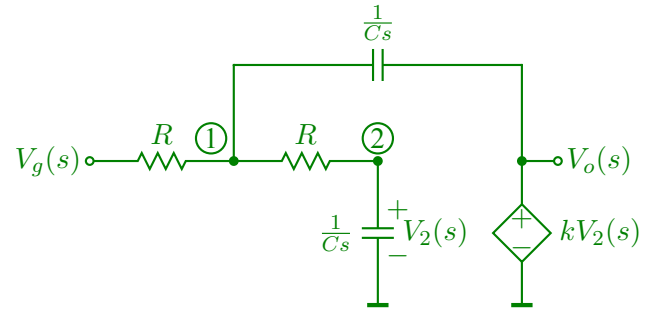


Figura 3: Circuit transformat

- b) Per determinar la relació entre  $V_o(s)$  i  $V_g(s)$  analitzarem el circuit en el domini transformat de Laplace (figura 3) utilitzant el mètode Nodal. Com que no és útil plantejar KCL's als nodes on hi ha fonts de tensió connectades a massa, plantejem els KCL's als nodes restants (nodes 1 i 2 a l'esquema) i substituïm  $V_o(s) = kV_2(s)$ , amb  $k = 1 + \frac{R_b}{R_a}$ , en aquestes equacions. Així doncs en el sistema resultant les incògnites que queden són  $V_1(s)$  i  $V_2(s)$ .

$$\text{KCL 1:} \quad (V_1 - V_g)G + (V_1 - kV_2)Cs + (V_1 - V_2)G = 0$$

$$\text{KCL 2:} \quad (V_2 - V_1)G + V_2Cs = 0$$

Reordenant i plantejant les equacions en forma matricial, s'obté:

$$\begin{pmatrix} 2G + Cs & -kCs - G \\ -G & G + Cs \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_g G \\ 0 \end{pmatrix}$$

i resolent per Cramer obtenim la tensió  $V_2(s)$ :

$$V_2(s) = \frac{\begin{vmatrix} 2G + Cs & V_g G \\ -G & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2G + Cs & -kCs - G \\ -G & G + Cs \end{vmatrix}} = V_g(s) \cdot \frac{G^2}{C^2 s^2 + (3 - k)GCs + G^2} = V_g(s) \cdot \frac{\frac{1}{R^2 C^2}}{s^2 + \frac{2 - \frac{R_b}{R_a}}{RC} s + \frac{1}{R^2 C^2}}$$

Finalment, multipliquem per  $k = 1 + \frac{R_b}{R_a}$  per obtenir  $V_o(s)$ . Aleshores, dividint el resultat per  $V_g(s)$  arribem a l'expressió de  $H(s)$ :

$$H(s) = \left(1 + \frac{R_b}{R_a}\right) \frac{\frac{1}{R^2 C^2}}{s^2 + \frac{2 - \frac{R_b}{R_a}}{RC} s + \frac{1}{R^2 C^2}}$$

Cal fer notar que, si haguéssim treballat amb el circuit original, hauria estat una mica més farragós. Efectivament, al no substituir l'amplificador no-inversor pel seu model, hi hauria un node més al circuit i, per tant, s'hauria de plantejar un KCL addicional, arribant a un sistema de tres equacions.

- c) Obtenim en primer lloc el factor d'esmoreïment  $\zeta$ . Per això tenim en compte que un polinomi de segon grau es pot expressar com  $s^2 + 2\zeta\omega_o s + \omega_o^2$ :

$$2\zeta \frac{1}{RC} = \frac{2 - \frac{R_b}{R_a}}{RC} \rightarrow \zeta = 1 - \frac{R_b}{2R_a} \quad (1)$$

Pels valors donats a l'enunciat,  $R_a = 10 \text{ k}\Omega$  i  $100 \Omega \leq R_b \leq 20 \text{ k}\Omega$ , es dedueix que  $0 \leq \zeta \leq 0,99$ , és a dir, els pols del circuit seran complexos per a tot el marge de valors de  $R_b$ . Per tant, el circuit presentarà una resposta lliure amb oscil·lacions esmoreïdes (subesmoreït), excepte per al cas  $R_b = 20 \text{ k}\Omega$  per al qual la resposta lliure serà una sinusoide no esmoreïda (oscil·lador).

Atès que els pols en funció de  $\zeta$  són

$$p_{1,2} = -\zeta\omega_o \pm j\omega_o\sqrt{1 - \zeta^2} \quad (2)$$

la durada del transitori, (aprox.  $5 \cdot \frac{1}{\zeta \omega_o}$ ), i també la freqüència de les oscil·lacions,  $(\omega_o \sqrt{1 - \zeta^2})$ , s'incrementen a mesura que  $\zeta$  decreix. Podem concloure doncs que **l'esmoreïment decreix a mesura que  $R_b$  augmenta i que, en conseqüència, tant la durada del transitori com la freqüència de les oscil·lacions augmenten**.

$$R_b \uparrow \Rightarrow \zeta \downarrow \Rightarrow \text{Durada transitori } \uparrow \text{ i freqüència oscil·lacions } \uparrow$$

d) La resposta en règim permanent per a una entrada esglaió unitari és una tensió continua de valor:

$$H(0) = 1 + \frac{R_b}{R_a} \quad (3)$$

Per tant, **aquesta tensió creix amb el valor de  $R_b$** .

$$R_b \uparrow \Rightarrow \text{Resposta en règim permanent a un esglaió unitari } \uparrow$$

e) Determinem en primer lloc la ubicació dels pols per a cada valor de  $R_b$  donat (taula 1) i representem gràficament la seva ubicació al pla  $s$ .

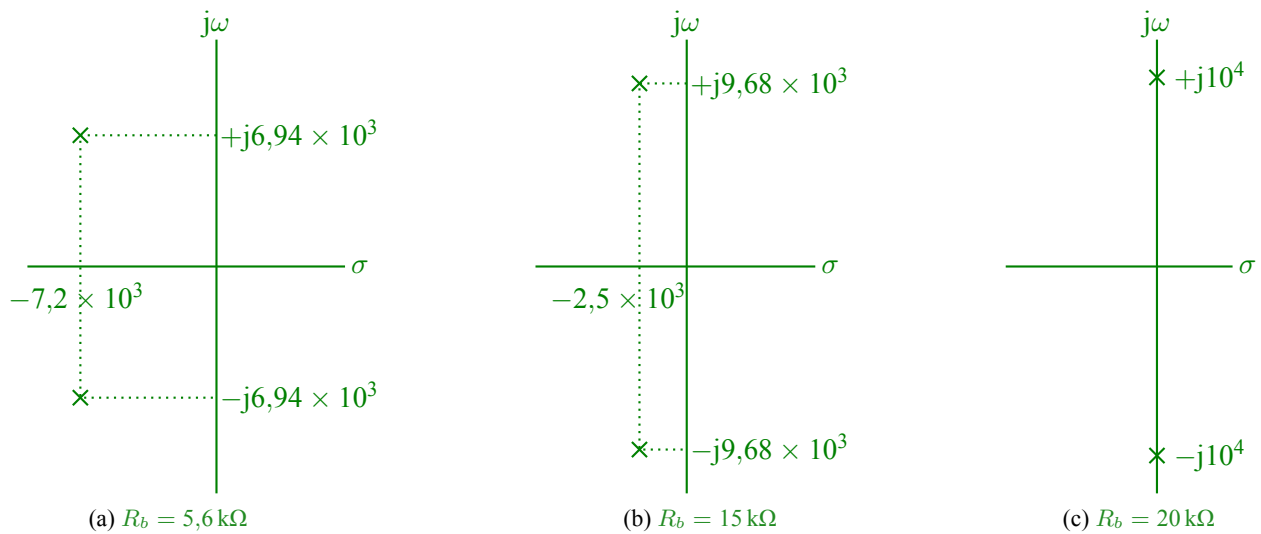


Figura 4: Diagrames de zeros i pols

Per calcular a continuació la resposta del circuit a un graó unitari, veiem que com els pols de  $H(s)$  són complexos conjugats, els residus associats a aquests pols també ho seran. Així doncs, la resposta,  $v_o(t)$ , a  $u(t)$ , es calcula fent:

$$V_o(s) = \frac{1}{s} \cdot H(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{s - p} + \frac{B^*}{s - p^*} \quad (4)$$

i aplicant la transformada inversa de Laplace s'obté un senyal en el domini temporal de la forma:

$$v_o(t) = Au(t) + 2|B|e^{\text{Re}\{p\}t} \cos(\text{Im}\{p\}t + \angle B)u(t) = \left[ A + 2|B|e^{-\zeta\omega_o t} \cos\left(\omega_o \sqrt{1 - \zeta^2}t + \angle B\right) \right] u(t) \quad (5)$$

on el residu associat a la resposta forçada,  $A$ , val:

$$A = \frac{1}{s} \cdot H(s) \cdot s|_{s=0} = H(0) \quad (6)$$

Particularitzant per a cada valor de  $R_b$  obtenim els resultats que apareixen a la taula 1, on el residu corresponent al pol  $p_1$  l'hem escrit com a  $B$ ,  $B'$  i  $B''$  per posar de manifest que el seu valor canvia amb el valor de  $R_b$ .

Comproven doncs que a mesura que  $R_b$  s'incrementa tant la durada del transitori com la freqüència de les oscil·lacions augmenten, tant és així que, en el cas límit de  $R_b = 20 \text{ k}\Omega$ , la resposta lliure no desapareix mai i el transitori no existeix.

f) La corba d'amplificació i, per tant, la de guany, correspon a la d'un filtre pas baix ( $H(0) \neq 0$  i  $H(s)|_{s \rightarrow \infty} \rightarrow 0$ ). Aquesta corba presentarà una ressonància per a  $\zeta = 1 - \frac{R_a}{2R_b} < \frac{1}{\sqrt{2}}$ , és a dir, per a  $R_b > 5,86 \text{ k}\Omega$ .

Taula 1: Resultats per a diferents valors de  $R_b$ 

$R_b$	$\zeta$	pols	$v_o(t)$
5,6 k $\Omega$	0,72	$-7200 \pm 6939,7j$	$1,56u(t) + 2 B e^{-7200t} \cos(6939,7t + \angle B)u(t)$
15 k $\Omega$	0,25	$-2500 \pm 9682,5j$	$2,5u(t) + 2 B' e^{-2500t} \cos(9682,5t + \angle B')u(t)$
20 k $\Omega$	0	$\pm 10.000j$	$3u(t) + 2 B''  \cos(10.000t + \angle B'')u(t)$

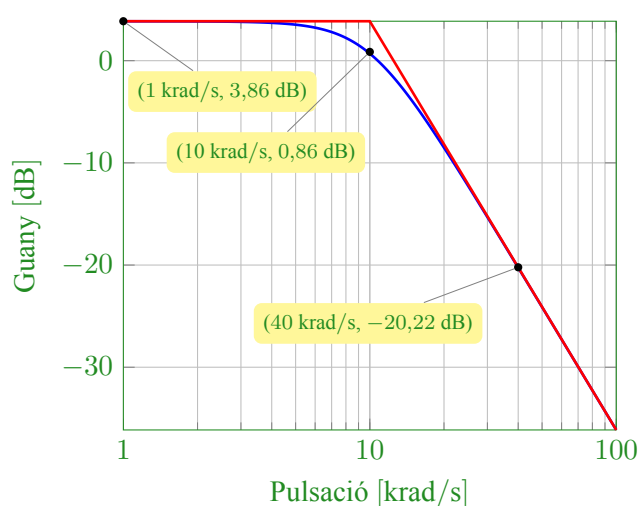
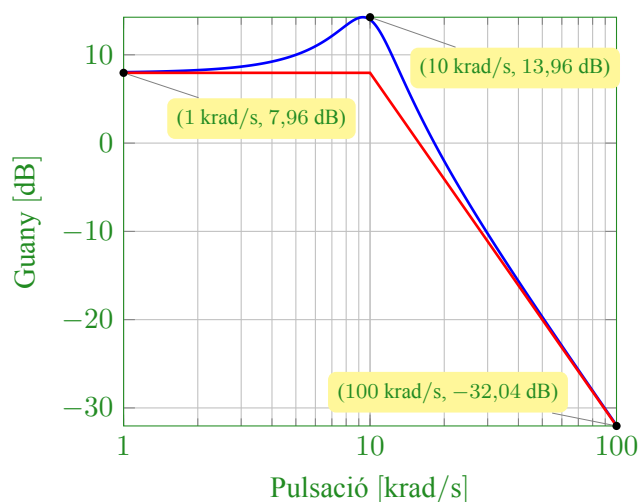
- g) Com els pols són complexos en tots dos casos, la corba asimptòtica de guany presentarà una freqüència de colze,  $\omega_o$ , d'igual valor en ambdós casos, mentre que el guany en continua,  $20 \log |H(0)|$  variarà ja que depèn del valor de  $R_b$  (taula 2). Així doncs, el diagrama asimptòtic de guany correspondrà a una recta de pendent nul·la a baixes freqüències fins a arribar a la freqüència de colze, que es convertirà en una recta de pendent  $-40$  dB/dècada a partir d'aquesta freqüència de colze.

Pel que fa a la corba de guany real, també serà diferent en funció del valor de  $R_b$ , atès que la correcció a la freqüència de colze,  $-20 \log(2\zeta)$ , també depèn d'aquest paràmetre (vegeu la taula 2).

Tot això queda representat amb detall a la figura 5.

Taula 2: Paràmetres de la corba de guany per a diferents valors de  $R_b$ 

$R_b$	$\omega_o$	$\zeta$	$20 \log( H(0) )$	Correcció a $\omega_o = -20 \log(2\zeta)$
5,6 k $\Omega$	$10^4$ rad/s	0,72	3,86 dB	$-3,17$ dB $\simeq -3$ dB
15 k $\Omega$	$10^4$ rad/s	0,25	7,96 dB	6 dB

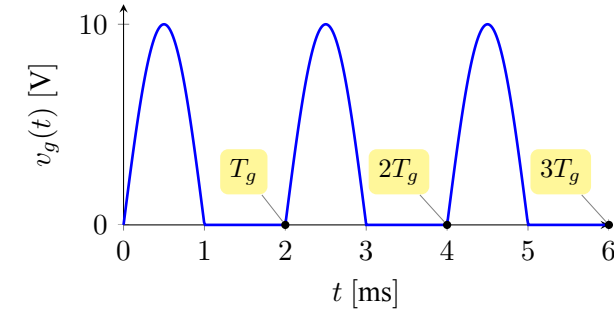
(a)  $R_b = 5,6$  k $\Omega$ (b)  $R_b = 15$  k $\Omega$ Figura 5: Diagrames de Bode de guany per a  $R_b = 5,6$  k $\Omega$  i  $R_b = 15$  k $\Omega$ 

✱

**P2.** (10 punts) A la sortida d'un circuit rectificador tenim el senyal  $v_g(t)$  que es mostra a la figura 6 (a). Se sap que aquest senyal es pot descomposar en una suma de senyals sinusoidals segons s'indica a l'equació (7),

$$v_g(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos(2\pi n f_g t + \varphi_n) \quad (7)$$

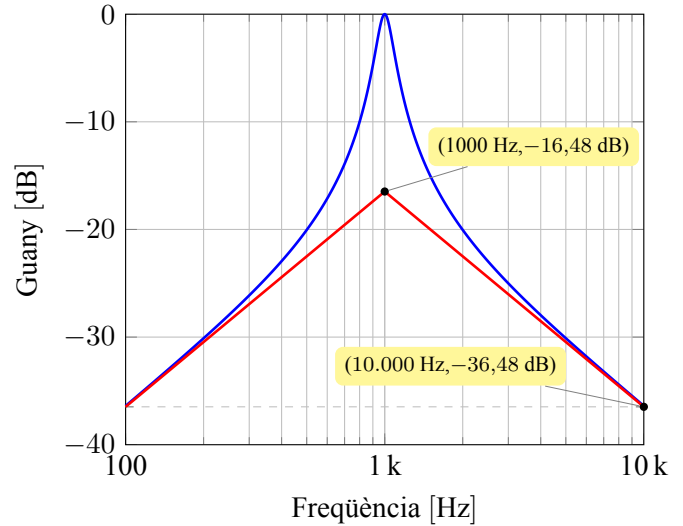
on els coeficients  $A_n$  i  $\varphi_n$  fins a  $n = 4$  es detallen a la taula de la figura 6 (b).



(a) Senyal sinusoidal rectificat a mitja ona (Nota:  $f_g \equiv \frac{1}{T_g}$ )

$n$	0	1	2	3	4	...
$A_n$	3,18 V	5 V	2,12 V	0 V	0,42 V	...
$\varphi_n$	$0^\circ$	$-90^\circ$	$-180^\circ$	-	$-180^\circ$	...

(b) Taula de coeficients de la sèrie (7)



(c) Diagrama de Bode de guany del filtre

Figura 6: Dades del problema

Es demana:

- a) Dibuixeu amb precisió i detall suficient l'espectre del senyal  $v_g(t)$  fins a una freqüència de 2 kHz (inclosa).

La sortida del rectificador es connecta, sense que s'apreciïn efectes de càrrega, a l'entrada d'un filtre que presenta el diagrama de guany que es mostra a la figura 6 (c).

- b) Indiqueu de quin tipus de filtre es tracta, quin ordre té, i els valors de tots els seus paràmetres.
- c) Determineu una possible funció de xarxa,  $H(s)$  de l'esmentat filtre i trobeu el valor dels seus pols.
- d) Calculeu i representeu gràficament l'espectre **d'amplitud** del senyal de sortida del filtre,  $v_o(t)$ , fins a 2 kHz. Cal que justifiqueu tots els valors obtinguts.
- e) Dels circuits mostrats a la figura 7, escolliu-ne un que pugui realitzar la corba de guany donada, doneu un nom a tots els seus elements i assigneu-los valors estandaritzats per tal d'aconseguir el comportament demanat, tenint en compte que només disposem d'inductors de 24 mH.

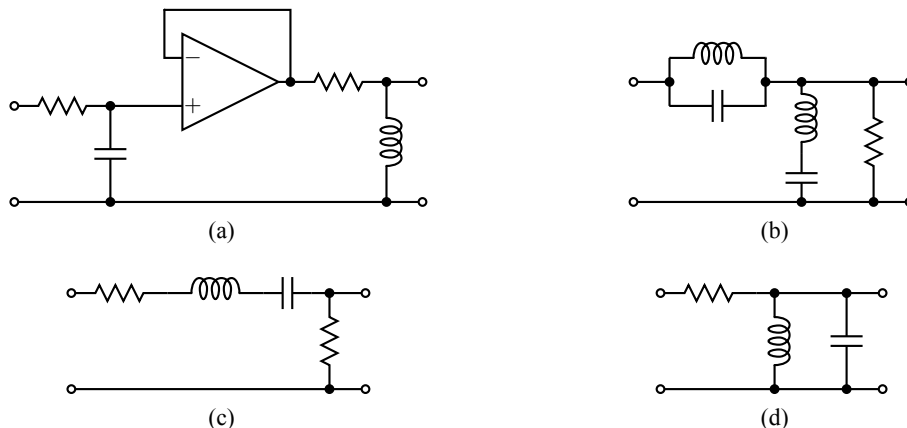


Figura 7: Candidats per a implementar el filtre

## Solució:

- a) L'espectre demanat es pot deduir dels valors consignats a la taula de la figura 6 (b), i es mostra a la figura 8. El terme de  $n = 0$  és un senyal continu que correspon al valor mig del senyal  $v_g(t)$ ; el terme de  $n = 1$  correspon a un senyal sinusoidal de la mateixa freqüència que l'excitació (freqüència fonamental, 500 Hz), i la resta són senyals sinusoidals (harmònics) de freqüències múltiples enteres de la fonamental.

Fem notar que la **fase** de la línia espectral a 1,5 kHz no està especificada ja que no té sentit parlar de fase d'un cosinus que presenta una amplitud nul·la.

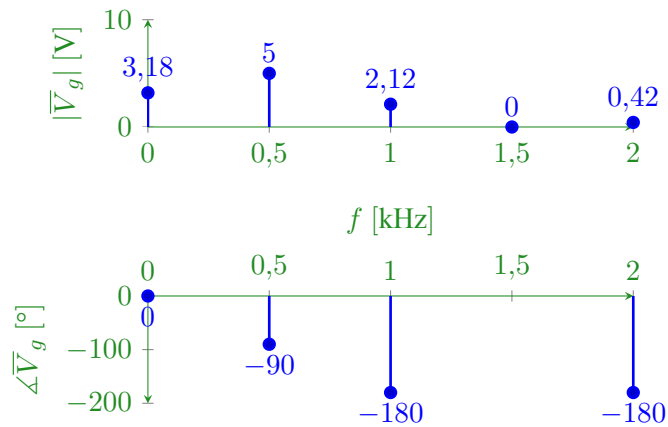


Figura 8: Espectre d'amplitud i fase del senyal  $v_g(t)$

- b) Del diagrama de guany mostrat a la figura 6 (c) podem fer les següents deduccions:

- El filtre és de tipus passa-banda, ja que té amplificació nul·la a freqüència zero i infinit, i presenta un màxim d'amplificació a una freqüència finita (1 kHz).
- Del diagrama asimptòtic es veu que l'únic canvi de pendent del diagrama és el que es dona a  $f_o = 1$  kHz, passant d'un valor de 20 dB/dècada a freqüències baixes a un de  $-20$  dB/dècada a freqüències altes. En conseqüència, el filtre té només 2 pols (complexos conjugats o real doble) i és de segon ordre.
- El guany màxim del filtre és de 0 dB, que es correspon amb una amplificació màxima de 1.
- La correcció a la freqüència del màxim és de  $+16,48$  dB, que només pot correspondre a pols complexos conjugats. Com que el valor de la correcció en el cas de pols complexos és  $-20 \log(2\zeta) = 20 \log(Q)$ . D'aquí obtenim el valor del factor de qualitat, que resulta ser de  $Q = 6,66$ .

El resultat de tots aquests raonaments es troba resumit a la taula següent:

Paràmetre	Valor
Tipus	Passa-banda
Ordre	2
$ H_{\max} $	1
$f_o (= \frac{\omega_o}{2\pi})$	1000 Hz
$Q$	6,66

- c) Podrem obtenir una possible funció de xarxa del filtre fent una observació atenta del diagrama de Bode que ens proporcionen, a partir del qual deduïm que:

- La funció de xarxa presenta un zero a l'origen, ja que el diagrama asimptòtic comença amb pendent positiu. El zero té multiplicitat 1, ja que l'esmentat pendent és de  $+20$  dB/dècada.
- Com ja s'ha justificat a l'apartat anterior, els únics pols presents són un parell de pols complexos conjugats a  $f_o = 1$  kHz ( $\omega_o = 6283,2$  rad/s) i amb un  $Q = 6,66$ .

Amb aquesta informació podem omplir directament l'expressió genèrica de la funció de xarxa d'un filtre passa banda:

$$H(s) = \pm H_{\max} \frac{\frac{\omega_0}{Q}s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} = \pm \frac{942,48s}{s^2 + 942,48s + 3,9478 \times 10^7}$$

Els pols d'aquesta funció de xarxa es troben a  $(-471,2 \pm 6265,5j)$  rad/s.

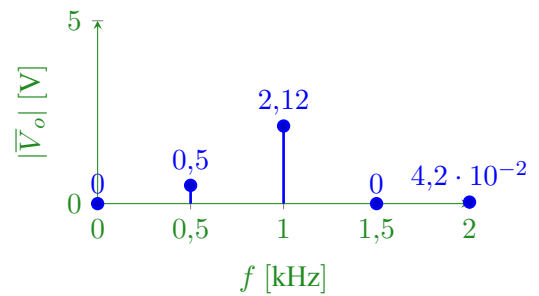
- d) L'espectre d'amplitud del senyal de sortida s'obté multiplicant l'amplitud de cada línia de l'espectre del senyal d'entrada per l'amplificació del filtre a la freqüència corresponent.

L'espectre d'amplitud del senyal d'entrada l'hem obtingut a l'apartat a). Pel que fa a l'amplificació del filtre, la podem obtenir llegint el guany directament del diagrama de Bode i convertint els dB a escala lineal, però també es pot emprar l'expressió de l'amplificació d'un filtre passa-banda:

$$|H(j\omega)| = \frac{|H_{\max}|}{\sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{f}{f_o} - \frac{f_o}{f} \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 6,66^2 \left( \frac{f}{1} - \frac{1}{f} \right)^2}} \quad (f \text{ en kHz})$$

$f$ [Hz]	$ \bar{V}_g $ [V]	$G(\omega)$ [dB]	$ H(j\omega) $	$ \bar{V}_o $ [V]
0	3,18	$-\infty$	0	0
500	5	-20	$\frac{1}{10}$	0,5
1000	2,12	0	1	2,12
1500	0	- irrelevantants -	-	0
2000	0,42	-20	$\frac{1}{10}$	0,042

(a) Càlculs



(b) Gràfic

Figura 9: Espectre d'amplitud del senyal de sortida  $v_o(t)$

- e) Tenint en compte el comportament dels capacitors i inductors a freqüències baixes i altes, es dedueix fàcilment que el circuit de la figura 7(b) no pot presentar les amplificacions del filtre a aquestes freqüències, que són  $|H(j0)| = |H(j\infty)| = 0$ . Els tres circuits restants sí que verifiquen les condicions esmentades (són filtres passa-banda) i per això haurem de fixar-nos en altres factors per poder acceptar-los o descartar-los.

També podem descartar el circuit de la figura 7(a) basant-nos en el següent raonament: El circuit està format per la connexió en cascada d'un passa-baixos de primer ordre, una etapa separadora i un passa-alts de primer ordre. Com que no hi ha efectes de càrrega en la interconnexió, la funció de xarxa del conjunt serà:

$$H_a(s) = \frac{1/RC}{s + 1/RC} \cdot 1 \cdot \frac{R/L}{s + R/L}$$

és a dir que, malgrat que el circuit global és de segon ordre, com que els seus 2 pols provenen de circuits de primer ordre seran ambdós reals, cosa que entra en contradicció amb l'apartat anterior, on s'ha demostrat que els pols han de ser complexos conjugats.

Finalment, els dos circuits restants (figures 7(c) i 7(d)) són ambdós filtres passa-banda gràcies a la ressonància entre inductor i capacitor, i ambdós poden presentar pols complexos conjugats si les resistències dels circuits tenen els valors adequats. Els dos tindran el màxim d'amplificació a la freqüència de ressonància  $f_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ . Tanmateix, el circuit de la figura 7(c) l'hem de descartar perquè presenta una amplificació màxima inferior a la unitat, ja que quan el conjunt LC sèrie ressona ens queda un divisor de tensió resistiu.

Per tant, l'únic circuit dels quatre que pot realitzar la corba de guany donada és el circuit de la figura 7(d). En aquest circuit es té que:

$$|H_{\max}| = H(0) = 1 \quad ; \quad f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad ; \quad Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}$$

en conseqüència, i sabent que  $L = 24$  mH, només cal aïllar els valors de  $R$  i  $C$  de les expressions anteriors per tal de satisfer els valors desitjats dels paràmetres:

$$\boxed{L = 24 \text{ mH (imposat)}} \quad ; \quad \boxed{C \simeq 1 \mu\text{F}} \quad ; \quad \boxed{R \simeq 1 \text{ k}\Omega}$$

✱

**P3.** (10 punts) En RPS, el fet de disposar de forma natural d'impedàncies tant positives com negatives ens permet construir fàcilment circuits amb funcionalitats molt interessants, que altrament serien més difícils d'obtenir. Un exemple d'aquests circuits és l'anomenat **inversor d'impedàncies**, dibuixat a la figura 10, el qual té la propietat que tota impedància  $Z_L$  connectada a la seva sortida es veu des de l'entrada com una impedància  $K/Z_L$ .

Es demana:

- Demostreu la propietat esmentada, expressant el valor de  $K$  en funció de  $X_o$ .
- Raoneu si l'inversor d'impedàncies dissipa potència o no.

Observeu que, ateses les propietats que heu demostrat a l'apartat a) i l'apartat b), una utilitat immediata de l'inversor d'impedàncies és la d'actuar com a xarxa adaptadora entre dues impedàncies reals de valors arbitraris. Per tal d'aplicar aquesta propietat, es demana:

- Dissenyeu un circuit inversor d'impedàncies que actui com a xarxa adaptadora a la freqüència d'1 MHz entre una font sinusoidal d'amplitud 2 V i resistència interna 75  $\Omega$ , i una càrrega de 300  $\Omega$ . Dibuixeu el circuit resultant detallant el tipus i valor dels elements.
- En les condicions de l'apartat c), calculeu la potència dissipada a la càrrega.
- Calculeu i dibuixeu en un diagrama a escala els fasors corresponents a la tensió en cadascun dels elements del circuit final.

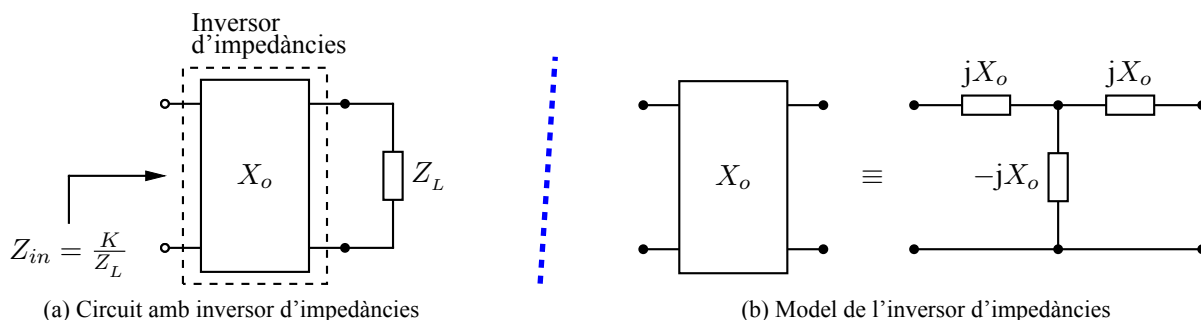


Figura 10

### Solució:

- Substituint el circuit de la figura 10b en el de la figura 10a obtenim el representat a la figura 11. Aleshores, per tal de demostrar que realment és un inversor d'impedàncies, el que farem és determinar la impedància,  $Z_{in}$ , vista des dels terminals d'entrada del circuit de la figura 11.

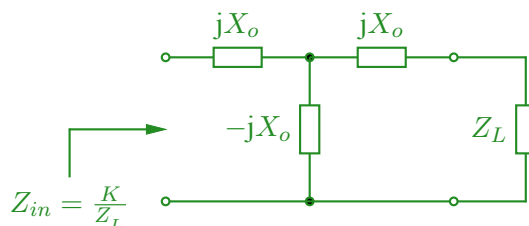


Figura 11: Inversor carregat

Fent primer l'associació sèrie de  $Z_L$  i  $jX_o$ , després el paral·lel d'aquesta impedància amb  $-jX_o$  i finalment l'associació sèrie d'aquest últim resultat amb  $jX_o$  de nou queda:

$$Z_{in} = jX_o + \frac{-jX_o(Z_L + jX_o)}{-jX_o + Z_L + jX_o} = jX_o + \frac{-jX_o \cdot Z_L + X_o^2}{Z_L} = \cancel{jX_o} - \cancel{jX_o} + \frac{X_o^2}{Z_L} = \frac{X_o^2}{Z_L} \quad (8)$$

i, per tant, veiem que efectivament és un inversor amb

$$K = X_o^2$$



- b) L'inversor mai no dissiparà potència atès que només està format per elements purament reactius i aquests no són capaços de consumir-ne.
- c) Per tal que hi hagi adaptació s'ha de complir que la impedància vista des dels terminals d'entrada de l'inversor,  $Z_{in}$ , sigui la conjugada de la del generador i, com que aquesta és resistiva,  $Z_{in}$  haurà de ser igual a  $R_g$ . Així:

$$Z_{in} = \frac{X_o^2}{R_L} = \frac{X_o^2}{300} = 75 \quad \Rightarrow \quad \boxed{X_o = \pm 150 \Omega}$$

Com veiem doncs, en aquest apartat hi ha dues solucions possibles segons sigui  $X_o > 0$  o  $X_o < 0$ .

- Cas  $X_o > 0$ :

En aquest cas, el fet que la reactància  $X_o$  sigui positiva porta a que l'estructura de l'inversor serà la representada a la figura 12.

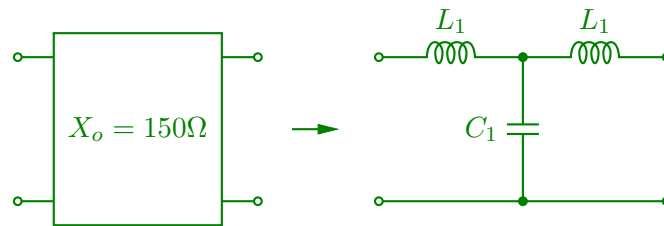


Figura 12: Xarxa inversora/adaptadora amb  $X_o > 0$

Aleshores, com que  $X_o = 2\pi 10^6 L_1 = 150 \Omega$  i  $-X_o = -\frac{1}{2\pi 10^6 C_1} = -150 \Omega$ :

$$\boxed{L_1 = 24 \mu\text{H}} \quad ; \quad \boxed{C_1 = 1 \text{ nF}}$$

- Cas  $X_o < 0$ :

Ara al ser la reactància  $X_o$  negativa, l'estructura de l'inversor serà la de la figura 13.

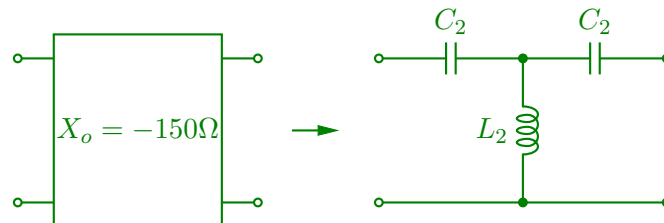


Figura 13: Xarxa inversora/adaptadora amb  $X_o < 0$

Llavors, com que  $X_o = 2\pi 10^6 L_2 = 150 \Omega$  i  $-X_o = -\frac{1}{2\pi 10^6 C_2} = -150 \Omega$ :

$$\boxed{L_2 = 24 \mu\text{H}} \quad ; \quad \boxed{C_2 = 1 \text{ nF}}$$

d'on s'observa que els valors de les inductàncies i les capacitats coincideixen per tots dos casos però l'estructura és diferent.

- d) Com que en les condicions de l'apartat c) estem en adaptació, es transfereix màxima potència del generador a la càrrega, és a dir, la potència màxima disponible del generador serà la que dissipa la càrrega.

$$P_L = P_{disponible} = \frac{V_{gpic}^2}{8R_g} = \frac{4}{8 \cdot 75} \quad \Rightarrow \quad \boxed{P_L = 6,7 \text{ mW}}$$

- e) En aquest apartat hi ha dues possibles solucions:

- Cas  $X_o > 0$ : En aquest cas, farem l'anàlisi del circuit transformat fasorial de la figura 14 (a). Per començar:

$$\boxed{\bar{V}_g = 2}$$

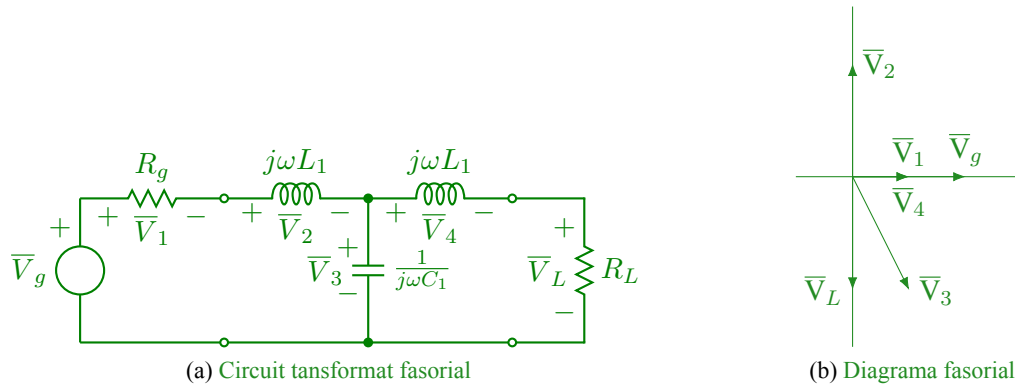


Figura 14: Cas de que  $X_o > 0$

A continuació trobem el corrent que passa per  $R_g$  tenint en compte que, a aquesta freqüència, la impedància d'entrada de la xarxa adaptadora és de  $75 \Omega$ .

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}_g}{R_g + Z_{in}} = \frac{2}{150} = \frac{1}{75}$$

A partir d'aquest corrent podem trobar els fasors corresponents a les tensions  $\bar{V}_1$  i  $\bar{V}_2$

$$\boxed{\bar{V}_1 = 1} \quad ; \quad \boxed{\bar{V}_2 = 2j}$$

Aleshores aplicant un simple KVL a la malla a on es troba el generador podem calcular el fasor tensió al condensador,  $\bar{V}_3$ ,

$$\bar{V}_3 = \bar{V}_g - \bar{V}_1 - \bar{V}_2$$

$$\boxed{\bar{V}_3 = 1 - 2j}$$

i finalment trobem els fasors corresponents a les tensions  $\bar{V}_4$  i  $\bar{V}_L$  aplicant “divisor de tensió” respecte de  $\bar{V}_3$  i de nou un KVL ara a la malla de la càrrega.

$$\bar{V}_4 = \frac{150j}{300 + 150j} \bar{V}_3 = \frac{j(1 - 2j)}{2 + j} \quad ; \quad \bar{V}_L = \bar{V}_3 - \bar{V}_4$$

$$\boxed{\bar{V}_4 = 1} \quad ; \quad \boxed{\bar{V}_L = -2j}$$

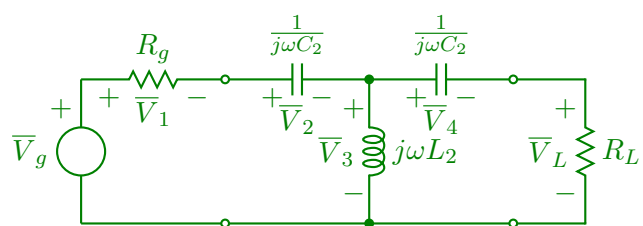
Així doncs, el diagrama fasorial correspon al de la figura 14 (b).

- Cas  $X_o < 0$ : En aquest cas, es procedeix de la mateixa forma que en el cas anterior però ara fent l'anàlisi del circuit transformado fasorial de la figura 15 (a), quedant:

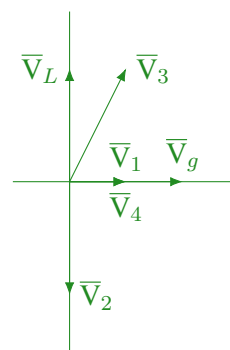
$$\boxed{\bar{V}_g = 2} ; \boxed{\bar{V}_1 = 1} ; \boxed{\bar{V}_2 = -2j} ; \boxed{\bar{V}_3 = 1 + 2j} ; \boxed{\bar{V}_4 = 1} ; \boxed{\bar{V}_L = 2j}$$

Així doncs, ara el diagrama fasorial correspon al de la figura 15 (b)

✱



(a) Circuit transformator fasorial



(b) Diagrama fasorial

Figura 15: Cas de que  $X_o < 0$