Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Telecomunicació de Barcelona UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA — Departament de TSC —	**Circuits i Sistemes Lineals – Examen Final** 12 de gener de 2017 de 08:00h a 11:00h
	Notes provisionals . . . . 20 de gener de 2017 Període d'al·legacions . . . . 20-22 de gener de 2017 Notes definitives . . . . 24 de gener de 2017

Professors: **J.García, O.Mas i M.Sanz** Durada: 3h Consultes sobre l'examen: **23 de gener de 2017**

P1. (8 punts) En aquest exercici es tracta d'esbrinar quin és el circuit muntat a la figura 1 i fer un estudi del seu comportament freqüencial.

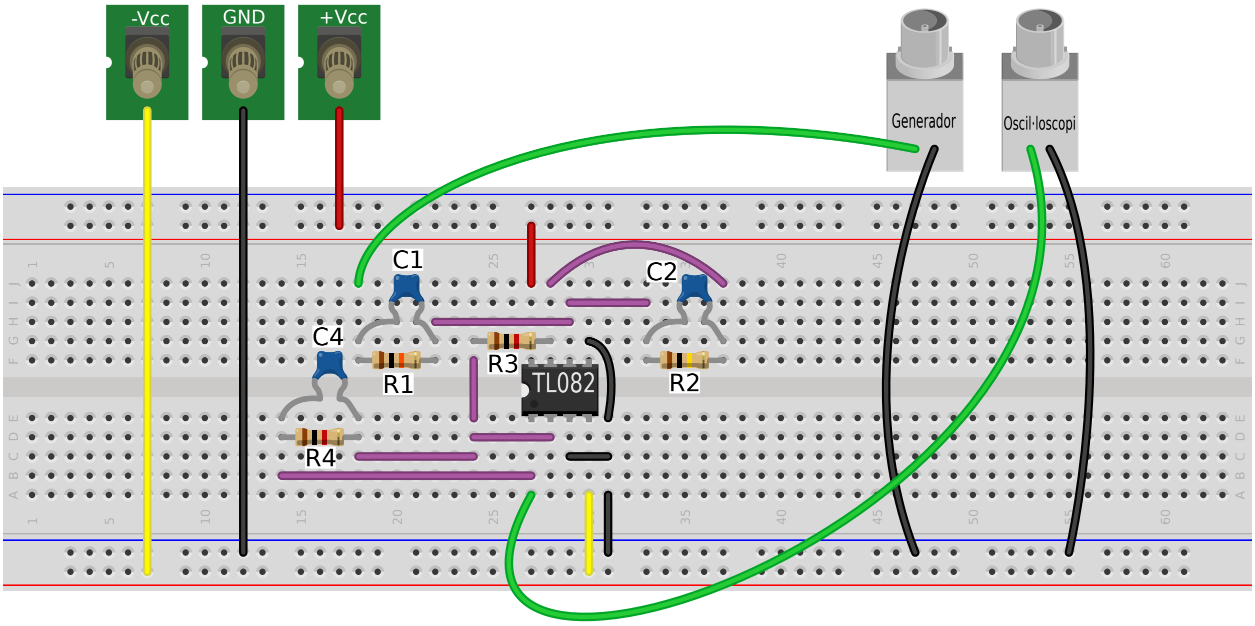

Figura 1: Muntatge

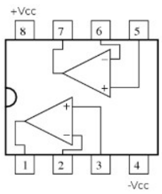

Figura 2: Patillatge TL082

En aquest sentit i tenint en compte que $R_1 = 10\,\text{k}\Omega$, $R_2 = 100\,\text{k}\Omega$, $R_3 = R_4 = 1\,\text{k}\Omega$ i $C_1 = C_2 = C_4 = 100\,\text{nF}$, es demana:

a) Dibuixeu l'esquema circuital corresponent al muntatge de la figura 1.

b) Demostreu que la funció de xarxa, $H(s) = \frac{V_o(s)}{V_g(s)}$, és

$$H(s) = 10^4 \frac{s + 10^3}{(s + 100)(s + 10^4)} \tag{1}$$

c) Representeu el seu diagrama de Bode de guany amb detall (asimptòtic i amb correcions).

d) A la vista del resultat digueu de quin tipus de filtrat fa el circuit i doneu els seus paràmetres (guany màxim i freqüència de tall en rad/s).

e) Suposant que a l'entrada del circuit s'aplica una excitació de la forma

$$v_g(t) = 0{,}25 - 0{,}5\sin(10^3 t) \tag{2}$$

dibuixeu amb precisió l'espectre d'amplitud dels senyal d'entrada, $v_g(t)$, i de sortida, $v_o(t)$, del circuit.

Solució:

a) A partir de les connexions del muntatge de l'enunciat es dedueix que el seu esquema circuital és el representat a la figura 3

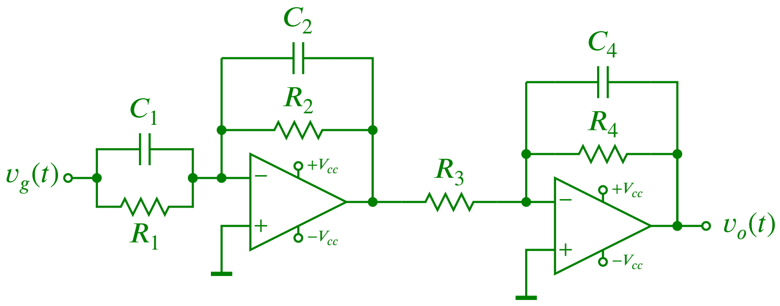

Figura 3: Esquema

b) Com que el circuit està format per dos cèl·lules inversores connectades en cascada, es pot analitzar cadascuna d'elles per separat i un cop trobades les funcions de xarxa de cada cèl·lula es multipliquen per obtenir la funció de xarxa global. Així, com que

$$H_1(s) = -\frac{C_1 s + G_1}{C_2 s + G_2} \qquad \text{i} \qquad H_2(s) = -\frac{G_3}{C_4 s + G_4} \tag{3}$$

finalment queda

$$H(s) = H_1(s)H_2(s) = \frac{G_3(C_1 s + G_1)}{(C_2 s + G_2)(C_4 s + G_4)} = 10^4 \frac{s + 10^3}{(s + 10^2)(s + 10^4)} \tag{4}$$

c) Com que la funció de xarxa ja està factoritzada respecte dels seus zeros i pols, el primer pas que s'haurà de donar per tal d'obtenir el diagrama de Bode serà el de normalitzar cada polinomi respecte del seu terme independent.

$$H(s) = 10 \frac{10^{-3}s + 1}{(10^{-2}s + 1)(10^{-4}s + 1)} \tag{5}$$

D'on es pot arribar facilment al diagrama de la figura 4

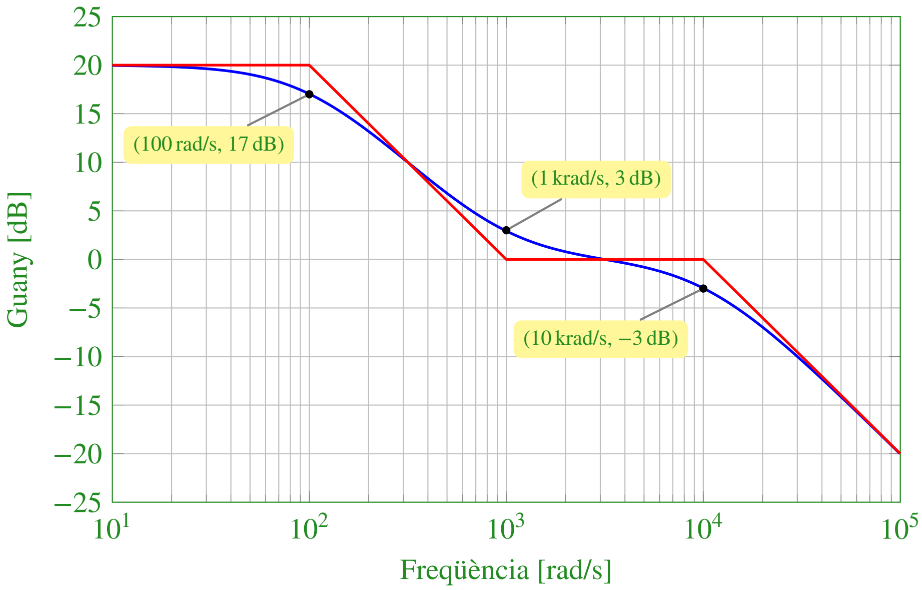

Figura 4: Resposta freqüencial

d) Del diagrama de Bode s'observa que el circuit deixa passar les baixes freqüències i atenua les altes freqüències i, per tant, fa un filtrat de tipus passa-baixes. Els paràmetres del filtre demanats són: guany màxim $G_{max} = 20\,\text{dB}$ i freqüència de tall $\omega_c = 100\,\text{rad/s}$.

e) L'espectre d'amplitud del senyal d'entrada, $v_g(t)$, és troba representat a la figura 5.

D'altra banda, per poder dibuixar l'espectre d'amplitud del senyal de sortida, $v_o(t)$, és fa necessari trobar l'amplificació en continua i a la freqüència de 1 krad/s. Tanmateix, com que en el diagrama de Bode es poden llegir els valors del guany a aquestes freqüències, és fàcil obtenir a partir d'aquests les amplificacions relacionades.

$$|H(0| = 10 \qquad \text{i} \qquad |H(1000\mathrm{j}| = 10^{\frac{3}{20}} = \sqrt{(2)} = 0,7 \tag{6}$$

Finalment, multiplicant les amplituds dels components del senyal d'entrada per les amplificacions a cada freqüència, s'obté l'espectre d'amplitud del senyal de sortida representat a la figura 6

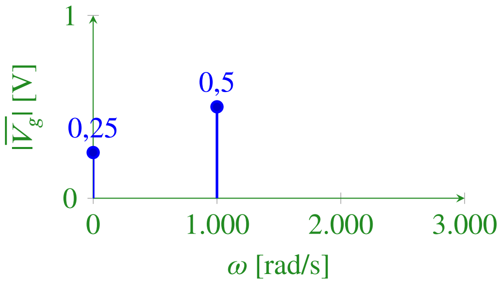

Figura 5: Espectre d'entrada

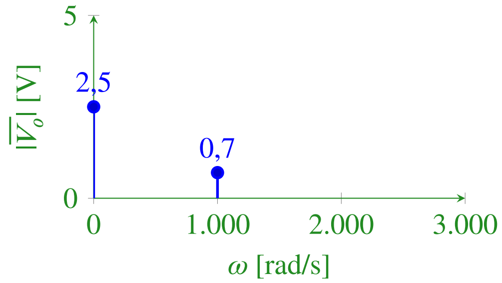

Figura 6: Espectre de sortida

*

P2. (3,5 punts) El circuit de la figura 7 es troba en règim permanent. Els valors dels elements són: $V_{cc} = 1\,\text{V}$, $R_1 = 30\,\Omega$, $R_2 = 4\,\Omega$, $R_3 = 20\,\Omega$, $C = 2{,}5\,\mu\text{F}$ i $L = 16\,\text{mH}$.

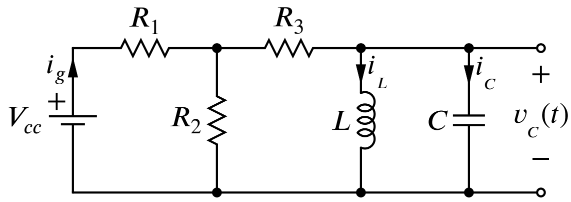

Figura 7: Temporal

Es demana:

a) Calculeu el valor de les variables i_g, i_L, i_C i v_C en aquestes condicions.

Mentre estem efectuant mesures sobre el circuit, en un moment donat (podem suposar que és $t = 0$), desconnectem accidentalment el resistor R_2 i, per tant, el circuit es veu modificat. Si ens fixem únicament en la variable v_C es demana:

b) Per simple inspecció, indiqueu quins seran els valors inicial i final de la nova resposta $v_C(t)$ que es genera.

c) Determineu l'expressió matemàtica de la tensió $v_C(t)$ a partir d'aquest instant i justifiqueu que el resultat obtingut és coherent amb els resultats dels apartats anteriors.

d) En la resposta temporal obtinguda, Identifiqueu els components de la resposta lliure i forçada.

Solució: (falta expandir)

a) $v_C = 0$, $i_C = 0$, $i_L = \frac{G_3 G_1 V_{CC}}{(G_1+G_2+G_3)} = 5\,\text{mA}$, $i_2 = \frac{G_2 G_1 V_{CC}}{(G_1+G_2+G_3)} = 25\,\text{mA}$ (no el demanen però va bé per calcular i_g), $i_g = i_2 + i_L = \frac{(G_2+G_3) G_1 V_{CC}}{(G_1+G_2+G_3)} = 30\,\text{mA}$

b) $v_C(0^+) = v_C(0^-) = 0$, i $v_C(\infty) = 0$ atès que quan es torni a assolir el règim permanent, l'inductor tornarà a comportar-se com un curtcircuit.

c)

$$V_C(s) = \frac{6000}{s^2 + 8000\,s + 2{,}5\cdot 10^7} = \frac{-\text{j}}{s + 4000 - 3000\text{j}} + \frac{\text{j}}{s + 4000 + 3000\text{j}}$$

$$v_C(t) = 2\,e^{-4000\,t} \cdot \sin(3000\,t) \cdot u(t)$$

⁂

P3. (3,5 punts) En fer la mesura de la corba d'amplificació del circuit de la figura 8 s'ha arribat al resultat representat a la figura 9.
Tenint en compte que $L_1 = 1\,\text{mH}$ i $C_1 = 1\,\text{nF}$, es demana:

a) Doneu un circuit equivalent de l'estructura ressonant paral·lel $L_1 - C_1$ a la freqüència de ressonància, determineu aquesta freqüència, ω_{r_1}, en rad/s, i comproveu la coherència del resultat amb la corba d'amplificació donada.

b) Doneu ara un circuit equivalent de l'estructura ressonant sèrie $L_2 - C_2$ a la freqüència de ressonància i calculeu l'expressió d'aquesta nova freqüència, ω_{r_2}, en funció de L_2 i C_2.

c) Sabent que $C_2 = 10\,\text{nF}$, deduïu el valor de L_2 tant a partir del comportament del circuit a la freqüència de ressonància, ω_{r_2}, com de l'observació de la corba d'amplificació del circuit.

d) Determineu finalment el valor de la resistència, R, del circuit a partir de la mesura de l'amplificació a la freqüència $\omega_x = 1{,}05\,\text{Mrad/s}$ (feu les aproximacions que considereu convenients).

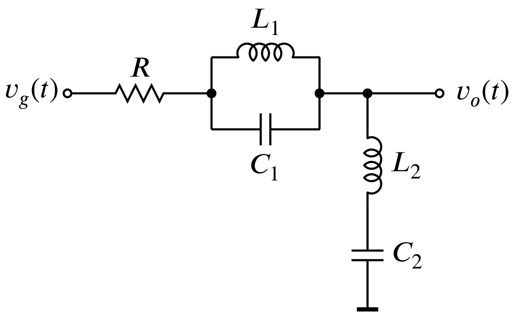

Figura 8: Circuit sota estudi

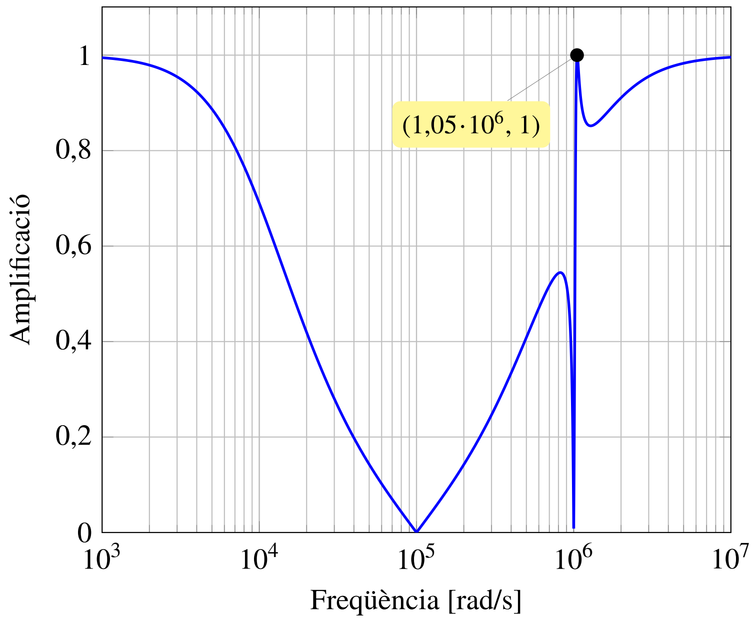

Figura 9: Corba d'amplificació

Solució:

a) El circuit equivalent de l'estructura ressonant paral·lel $L_1 - C_1$ a la freqüència de ressonància, és simplement un circuit obert atès que la seva impedància a aquesta freqüència és infinita.

Sabem, a més, que l'estructura ressonant paral·lel ressona a una freqüència donada per l'espressió

$$\boxed{\omega_{r_1} = \frac{1}{L_1 C_1} = 10^6 \text{ rad/s}}$$

i com que el camí entre sortida i entrada queda tallat al comportar-se l'estructura com un circuit obert, l'amplificació serà nul·la, resultat totalment coherent amb el que s'oberva a la figura 9.

Pel cas de l'estructura ressonant sèrie $L_2 - C_2$, a la seva freqüència de ressonància es comporta com un curtcircuit atès que la seva impedància a aquesta freqüència és nul·la i l'expressió de la freqüència de ressonància és $\boxed{\omega_{r_2} = \frac{1}{L_2 C_2}}$.

Com ara l'amplificació a la freqüència de ressonància, ω_{r_2}, també haurà de ser zero pel fet d'estar curtcircuitada la sortida, de la corba d'amplificació del circuit deduim que $\omega_{r_2} = \frac{1}{L_2 C_2} 100\,\text{krad/s}$. Així doncs, substituïnt C_2 pel valor donat i aïllant la inductància s'obté $\boxed{\mathrm{L}_2 = 10\,\text{mH}}$.

Per obtenir el valor de la resistència, R, trobem l'amplificació del circuit a la freqüència de $\omega_x = 1{,}05$ Mrad/s en funció d'aquest paràmetre i l'igualem al valor d'amplificació que es pot llegir a la gràfica de la figura 9.

Així doncs, calculem primer els valors de les reactàncies de l'estructura ressonant paral·lel, X_1, i l'estructura ressonant sèrie, X_2.

$$X_1 = -\frac{1}{\omega_x C_1 - \frac{1}{\omega_x L_1}} = -10{,}224\,\text{k}\Omega$$

$$X_2 = \omega_x L_2 - \frac{1}{\omega_x C_2} = 10{,}405\,\text{k}\Omega$$

per després substituir-los a l'espressió de l'amplificació, tal com es mostra a continuació.

$$|H(\mathrm{j}\omega_x)| = \left|\frac{\mathrm{j}X_1}{R + \mathrm{j}(X_1 + X_2)}\right| = \frac{10,405 \cdot 10^3}{\sqrt{(R^2 + 160,86^2)}} = 1$$

Finalment, aïllant R de l'equació anterior s'obté $R^2 = (10,405 \cdot 10^3)^2 - 160,86^2$, i s'arriba a $\boxed{\mathrm{R} \simeq 10{,}4\,\text{k}\Omega}$.