

Сандомирнов В.О. 19-В-1.

2 Теория игр 1.

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$\min$
$A_1$	5	4	5	4
$A_2$	3	3	4	3
$A_3$	6	5	2	2
$\max$	6	5	5	

1  
3x3  $\Rightarrow$  2x2

	$B_1^{q_1}$	$B_3^{q_2}$	$\min$
$P_1 A_1$	4	5	4
$A_3$	5	2	2
$P_1 \max$	5	5	

1)  $A_1$  доминирует над  $A_3 \Rightarrow$  удалим  $A_3$

2)  $B_2$  доминирует  $B_1 \Rightarrow$  удалим  $B_1$

Решение в смешанных стратегиях

$$B_2: 4p_1 + 5p_2$$

$$B_3: 5p_1 + 2p_2$$

$$\begin{cases} 4p_1 + 5p_2 = y \\ 5p_1 + 2p_2 = y \\ p_1 + p_2 = 1 \end{cases}$$

$$4p_1 + 5p_2 = 5p_1 + 2p_2$$

$$3p_2 = p_1$$

$\Downarrow$

$$p_1 = 0,75 \quad p_2 = 0,25$$

$$p = 4 \cdot 0,75 + 5 \cdot 0,25 = 4,25$$

Ответ:  $p = 4,25$

$$p_1 = 0,75; \quad p_2 = 0,25$$

$$A_1: 4q_1 + 5q_2$$

$$A_3: 5q_1 + 2q_2$$

$$\begin{cases} 4q_1 + 5q_2 = x \\ 5q_1 + 2q_2 = x \\ q_1 + q_2 = 1 \end{cases}$$

$$4q_1 + 5q_2 = 5q_1 + 2q_2$$

$$3q_2 = q_1$$

$\Downarrow$

$$q_1 = 0,75 \quad q_2 = 0,25$$

$$q = 4 \cdot 0,75 + 5 \cdot 0,25 = 4,25$$

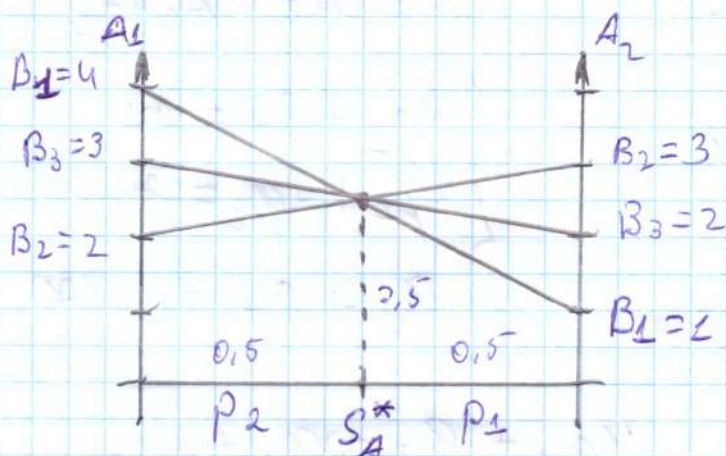
$$q_1 = 0,75 \quad q_2 = 0,25$$



Саношников В.О. 19-В-1.  
Теория игр №2.1

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	min
$A_1$	4	2	3	2
$A_2$	1	3	2	1
max	4	3	3	3

$$\alpha=2 \neq \beta=3$$



Максимал

$$\begin{cases} 4p_1 + p_2 = \gamma \\ 2p_1 + 3p_2 = \gamma \\ p_1 + p_2 = 1 \end{cases}$$

$$4p_1 + p_2 = 2p_1 + 3p_2$$

$$2p_1 = 2p_2, \text{ при } p_1 + p_2 = 1$$

$$\Downarrow \\ p_1 = p_2 = 0,5$$

$$\gamma = 4 \cdot 0,5 + 0,5 = 2,5$$

Верхняя  $B_1 + B_2$

$$\begin{cases} 2q_1 + 3q_2 = \gamma \\ 4q_1 + q_2 = \gamma \\ q_1 + q_2 = 1 \end{cases}$$

$$2q_1 + 3q_2 = 4q_1 + q_2$$

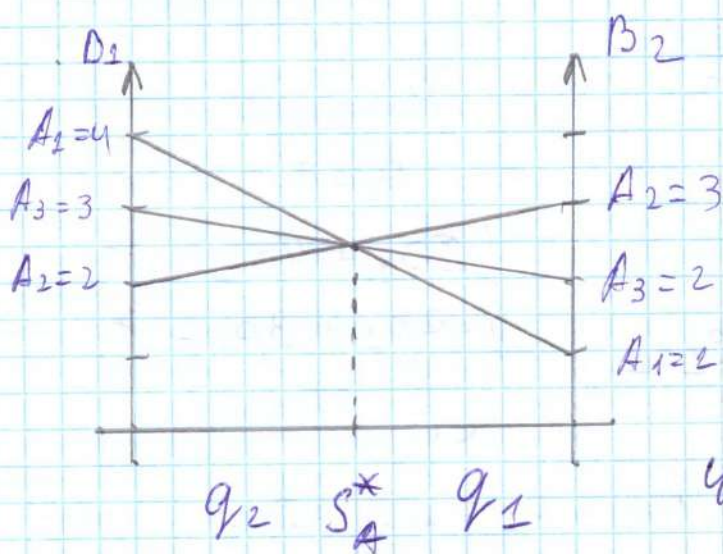
$$2q_2 = 2q_1 \text{ при } q_1 + q_2 = 1 \Rightarrow q_1 = q_2 = 0,5$$

$$\gamma = 2,5$$



Теорема упр. 20.2.

	$B_1$	$B_2$	$\min$
$A_1$	4	1	1
$A_2$	2	3	2
$A_3$	3	2	2
max	4	3	$3^2$



Нижняя  $A_2 + A_1$

$$\begin{cases} 4q_1 + q_2 = r \\ 2q_1 + 3q_2 = r \\ q_1 + q_2 = 1 \quad (*) \end{cases}$$

$$4q_1 + q_2 = 2q_1 + 3q_2$$

$$2q_1 = 2q_2 \text{ или } (*)$$

$$q_1 = q_2 = 0,5$$

$$r = 4 \cdot 0,5 + 0,5 = 2,5$$

Верхняя:  $A_1 + A_2$

$$\begin{cases} 2p_1 + 3p_2 = r \\ 4p_1 + p_2 = r \\ p_1 + p_2 = 1 \quad (**)$$

$$2p_1 + 3p_2 = 4p_1 + p_2$$

$$2p_1 = 2p_2 \text{ , или } (**)$$

$$p_1 = p_2 = 0,5$$

$$r = 4 \cdot 0,5 + 0,5 = 2,5$$



Самонешин В.О. 19-В-1  
Теория игр-3. Вариант №3  
Критерий Парето

Состояния природы					
	П1	П2	П3	П4	П5
A1	33	18	12	9	-2
A2	60	27	12	4	-5
A3	20	12	10	9	-3
A4	55	26	13	6	-2
A5	33	15	12	7	-3
A6	40	20	13	5	-5
P	0,15	0,2	0,35	0,1	0,2

A1 и A3 → A3 доминируемая  
A4 и A6: → A6 доминируемая  
A1 и A5 → A5 доминируемая.

Критерий Вомога

Состояния природы							
	П1	П2	П3	П4	П5	min	max
A1	33	18	12	9	-2	-2	33
A2	60	27	12	4	-5	-5	60
A4	55	26	13	6	-2	-2	55
P	0,15	0,2	0,35	0,1	0,2		

Крайний выигрыш:  $V_0 = 60$  A2  
Крайний проигрыш:  $V_n = -2$  A1/A4

Критерий Гурвица ( $\lambda = 0.4$ )  
$$J_r = \max_i k_i = \max_i (\lambda \min_j a_{ij} + (1-\lambda) \max_j a_{ij})$$

$$k_1 = 0.4(-2) + (1-0.4) \cdot 33 = 19$$

$$k_2 = 0.4(-5) + (1-0.4) \cdot 60 = 34 \quad A_2$$

$$k_4 = 0.4(-2) + (1-0.4) \cdot 55 = 32.2$$

Критерий Селвига.

Состояния природы					
	П1	П2	П3	П4	П5
A1	33	18	12	9	-2
A2	60	27	12	4	-5
A4	55	26	13	6	-2
P	0,15	0,2	0,35	0,1	0,2
max	60	27	13	9	-2

Состояния природы						max
	П1	П2	П3	П4	П5	max
A1	2	9	1	0	0	27
A2	0	0	1	5	3	15
A4	5	1	0	3	0	5
P	0,15	0,2	0,35	0,1	0,2	

A2  
A4



## Критерий Байеса-Лапласа

$$W_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} p_j$$

$$W_1 = 33 \cdot 0,15 + 18 \cdot 0,2 + 12 \cdot 0,35 + 9 \cdot 0,1 + 0,2(-2) = 13,25$$

$$W_2 = 60 \cdot 0,15 + 27 \cdot 0,2 + 12 \cdot 0,35 + 4 \cdot 0,1 + (-5) \cdot 0,2 = 18$$

$$W_4 = 55 \cdot 0,15 + 26 \cdot 0,2 + 13 \cdot 0,35 + 6 \cdot 0,1 - 2 \cdot 0,2 = \underline{18,2} \quad \underline{A_4}$$

Для таблицы рисков.

$$W_1 = 27 \cdot 0,15 + 9 \cdot 0,2 + 1 \cdot 0,35 + 0 + 0 = 6,2$$

$$W_2 = 0 \cdot 0,15 + 0 + 0,35 + 0,5 + 3 \cdot 0,2 = 1,45$$

$$W_4 = 5 \cdot 0,15 + 0,2 + 0 + 0,3 + 0 = \underline{1,25} \quad \underline{A_4}$$

Наиболее встречающаяся  $A_4$



Саноминов В.О.

19-В-1

Теория игр 4

Вариант 3

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	min
A <sub>1</sub>	1	2	3	1
A <sub>2</sub>	3	1	1	1
A <sub>3</sub>	1	3	1	1
max	3	3	3	<del>1</del> 3

$\alpha \neq \beta$

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	B	c/o
Y <sub>1</sub>	1	2	<span style="border: 1px solid black;">3</span>	1	1/3
Y <sub>2</sub>	3	1	1	1	1
Y <sub>3</sub>	1	3	1	1	1
Z	-1	-1	-1	0	

↑

$$Z = X_1 + X_2 + X_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 + X_3 \leq 1 \\ 3X_1 + X_2 + X_3 \leq 1 \\ X_1 + 3X_2 + X_3 \leq 1 \end{cases}$$

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	Y <sub>1</sub>	B	c/o
X <sub>3</sub>	1/3	2/3	1/3	1/3	1
Y <sub>2</sub>	<span style="border: 1px solid black;">8/3</span>	1/3	-1/3	2/3	1/4
Y <sub>3</sub>	2/3	1/3	-1/3	2/3	1
Z	-2/3	-1/3	1/3	1/3	

↑

	Y <sub>2</sub>	X <sub>2</sub>	Y <sub>1</sub>	B	c/o
X <sub>3</sub>	-1/8	5/8	3/8	1/4	2/5
X <sub>1</sub>	3/8	1/8	-1/8	1/4	2
Y <sub>3</sub>	-1/4	<span style="border: 1px solid black;">9/4</span>	-1/4	1/2	2/9
Z	1/4	-1/4	1/4	1/2	

↑



	$y_2$	$y_3$	$y_1$	B	C/O
$x_3$	$-\frac{1}{18}$	$-\frac{5}{18}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$	
$x_1$	$\frac{2}{18}$	$-\frac{1}{18}$	$-\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	
$x_2$	$-\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$	$-\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	
$\theta$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{5}{9}$	

$$Z_{\max} = \frac{5}{9}$$

$$r = \frac{1}{Z} = \frac{9}{5}$$

$$x_1 = \frac{2}{9} \quad x_2 = \frac{2}{9} \quad x_3 = \frac{1}{9}$$

$$y_1 = \frac{2}{9} \quad y_2 = \frac{2}{9} \quad y_3 = \frac{1}{9}$$

$$q_1 = x_1 r = \frac{2}{9} \cdot \frac{9}{5} = \frac{2}{5}$$

$$q_2 = x_2 r = \frac{2}{9} \cdot \frac{9}{5} = \frac{2}{5}$$

$$q_3 = x_3 r = \frac{1}{9} \cdot \frac{9}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\sum_{i=1}^3 q_i = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = 1$$

$$p_1 = r y_1 = \frac{9}{5} \cdot \frac{2}{9} = \frac{2}{5}$$

$$p_2 = r y_2 = \frac{9}{5} \cdot \frac{2}{9} = \frac{2}{5}$$

$$p_3 = r y_3 = \frac{9}{5} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{5}$$

$$\sum_{i=1}^3 p_i = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = 1$$



Самонкин В.О.

19-В-1

Теория игр. 5

Вариант №3.

	$B_1$	$B_2$
$A_1(4,3)(1,1)$		
$A_2(1,1)(2,3)$		

$$A = a_{11} - a_{21} - a_{12} + a_{22}$$

$$a = a_{22} - a_{12}$$

$$q = \frac{a}{A}$$

$$A = 4 - 1 - 1 + 2 = 4$$

$$a = 2 - 1 = 1$$

$$q = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$B = b_{11} - b_{12} - b_{21} + b_{22}$$

$$b = b_{22} - b_{21}$$

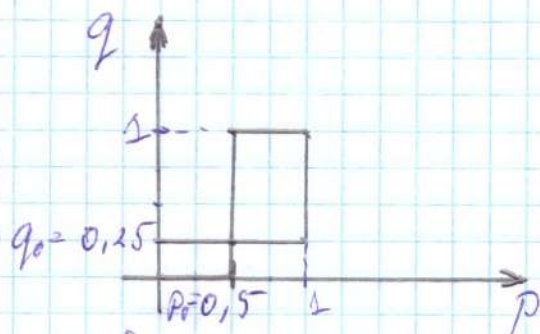
$$p = \frac{b}{B}$$

$$A > 0, B > 0$$

$$B = 3 - 1 - 1 + 3 = 4$$

$$b = 3 - 1 = 2$$

$$p = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



$$V_1(0,0) = 2$$

$$M_1(0,0) = 3$$

$$V_3(1,1) = 4$$

$$M_3(1,1) = 3$$

$$V = V(p, q) = A p q - a p + f(q)$$

$$f(q) = a_{22} + a_{21} q - a_{22} q$$

$$M = M(p, q) = B p q - b q + g(p)$$

$$g(p) = b_{22} + b_{12} p - b_{22} p$$

$$V = 4 \cdot 0,25 \cdot 0,5 - 4 \cdot 0,25 + 1,25 = 1,75 = \frac{7}{4}$$

$$M = 4 \cdot 0,25 \cdot 0,5 - 2 \cdot 0,5 + 2 = 2 = \frac{8}{4}$$