

Τεχνικές Βελτιστοποίησης 2021-22, 1η Εργασία

Δημήτριος Φώλας Δεμίρης, AEM: 9415

Νοέμβριος 2021

Εισαγωγή

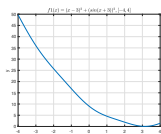
Ζητούμενο της παρούσης εργασίας ήταν η ελαχιστοποίηση των δοθείσων συναρτήσεων στο διάστημα: $[-4, 4]$:

$$f_1(x) = (x - 3)^2 + \sin(x + 3)^2$$

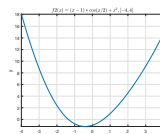
$$f_2(x) = (x - 1)\cos\left(\frac{1}{2}x\right) + x^2$$

$$f_3(x) = (x + 2)^2 + e^{x-2}\sin(x + 3)$$

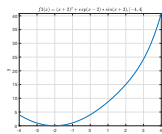
Εκ των αρχείων του πηγαίου κώδικα τα q1.m, q2.m, q3.m & q4.m αφορούν το κάθε ερώτημα της εργασίας αντίστοιχα και τα λοιπά την υλοποίηση του κάθε αλγόριθμου.



(α') $f_1(x)$



(β') $f_2(x)$



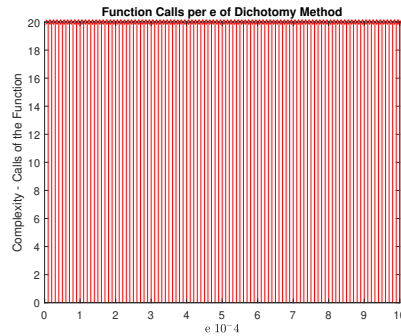
(γ') $f_3(x)$

Σχήμα 1: Γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων στο διάστημα $[-4, 4]$

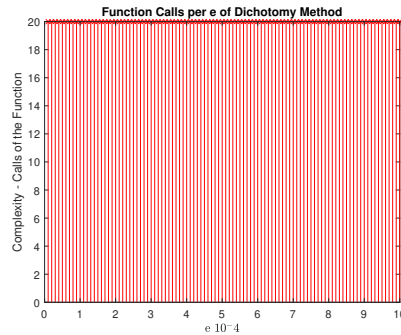
1^ο Ερώτημα

Στο πρώτο ερώτημα ζητείται να υλοποιηθεί στο MATLAB ένας αλγόριθμος για την μέθοδο της διχοτόμου και να εφαρμοστεί στις 3 συναρτήσεις. Διατηρώντας σταθερό εύρος αναζήτησης $l = 0.01$ γίνεται αρχικά μελέτη κατά την μεταβολή της σταθεράς $\epsilon > 0$, για τιμές από 10^{-5} έως 10^{-3} .

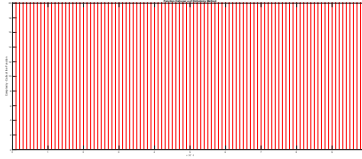
Μετά από τις δοκιμές φαίνεται ότι η διακύμανση της σταθεράς ϵ ο αριθμός κλήσεων της συνάρτησης δεν επηρεάζεται. Επίσης παρατηρείται ότι το διάγραμμα παραμένει όμοιο, ανεξάρτητα από την αντικειμενική συνάρτηση. Άρα το συνολικό κόστος σε κλήσεις της αντικειμενικής συνάρτησης είναι ανεξάρτητο από την συνάρτηση αυτή καθ' αυτή (άρα και από την θέση του ελαχίστου).



Σχήμα 2: $f_1(x)$



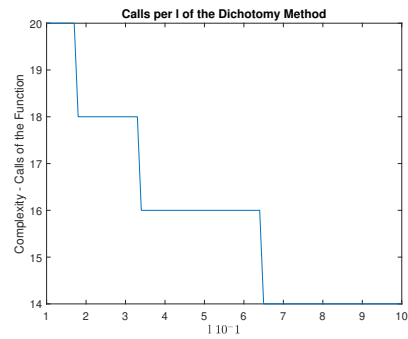
Σχήμα 3: $f_2(x)$



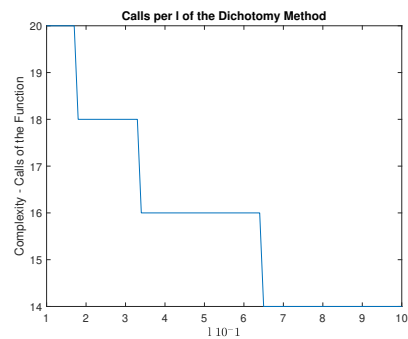
Σχήμα 4: $f_3(x)$

Αποτελέσματα δοκιμών μετά μεταβολής της σταθεράς ϵ .

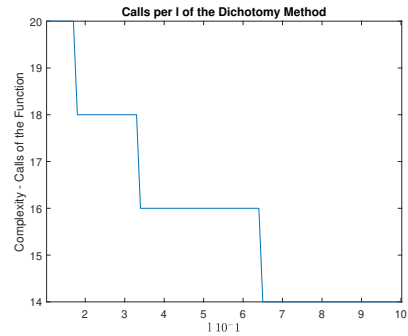
Διερεύνηση με σταθερό $\epsilon = 0.001$, αλλά για μεταβολή του l , για το οποίο εύρος αναζήτηση επιλέχθηκαν τιμές στο διάστημα $[10^{-3}, 10^{-1}]$.



Σχήμα 5: $f_1(x)$



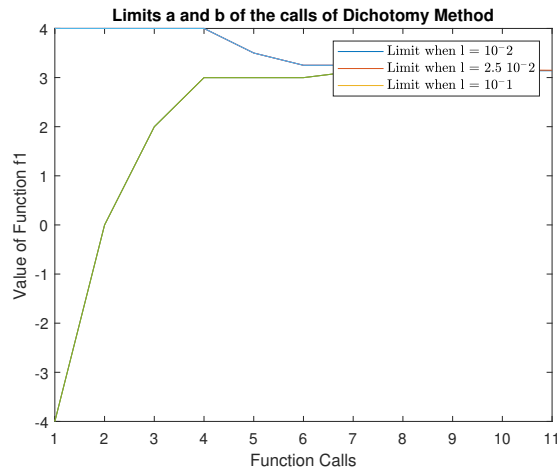
Σχήμα 6: $f_2(x)$



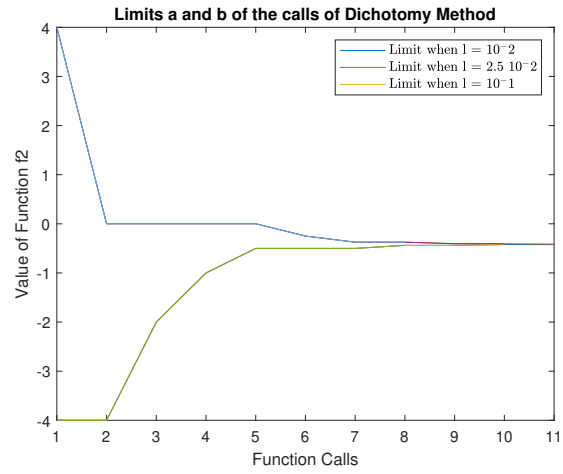
Σχήμα 7: $f_3(x)$

Αποτελέσματα δοκιμών μετά μεταβολής του εύρους αναζήτησης l .

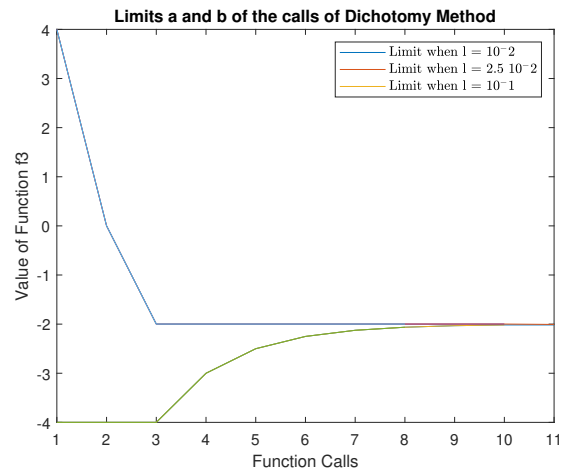
Για 3 τιμές του εύρους αναζήτησης $l = 10^{-2}, l = 2.5 \cdot 10^{-2}, l = 10^{-1}$ φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των άκρων $[a_k, b_k]$. Φάνηκε ότι με μεγαλύτερο l σταματάνε πιο σύντομα οι κλήσεις του αλγορίθμου.



Σχήμα 8: $f_1(x)$



Σχήμα 9: $f_2(x)$



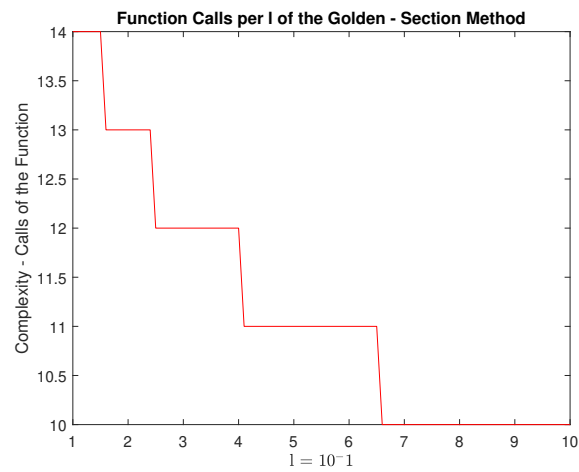
Σχήμα 10: $f_3(x)$

Γραφικές παραστάσεις για τα άκρα $[a_k, b_k]$ με συγκεκριμένες τιμές για το εύρος αναζήτησης l .

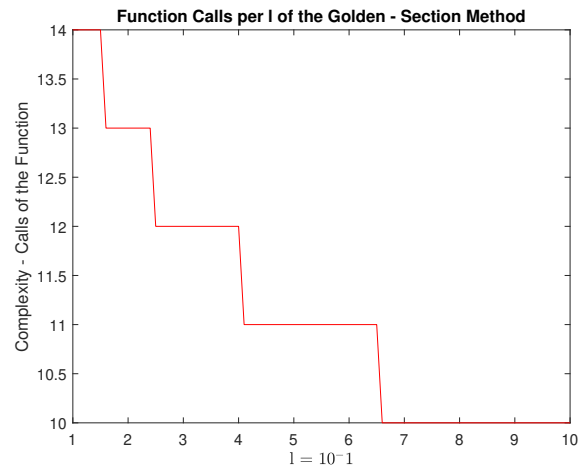
2^ο Ερώτημα

Μέθοδος Χρυσού Τομέα

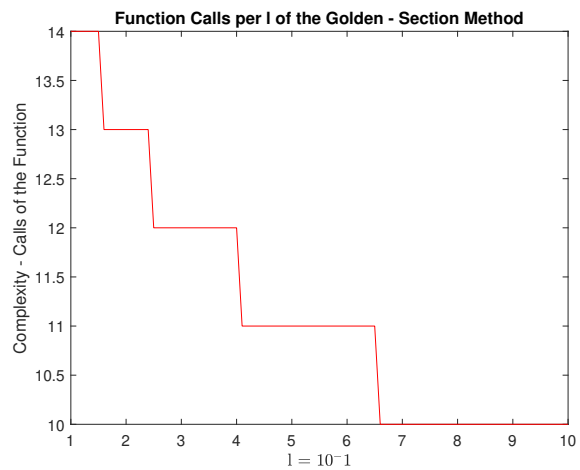
Διερευνήθηκαν οι κλήσεις της συνάρτησης και τα άκρα του διαστήματος $[a_k, b_k]$ μόνον για μεταβολές στο εύρος αναζήτησης l , με την χρήση της Μεθόδου του Χρυσού Τομέα.



Σχήμα 11: $f_1(x)$

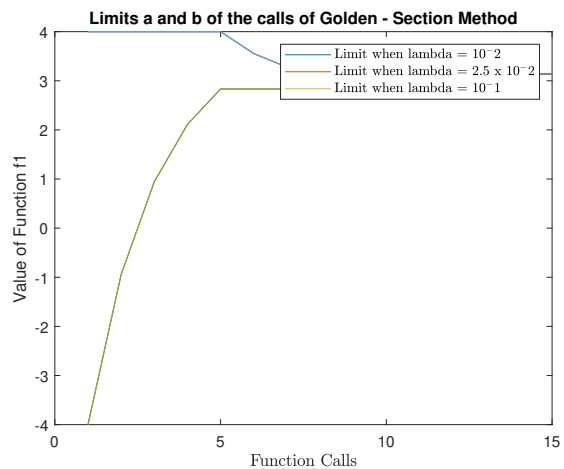


Σχήμα 12: $f_2(x)$

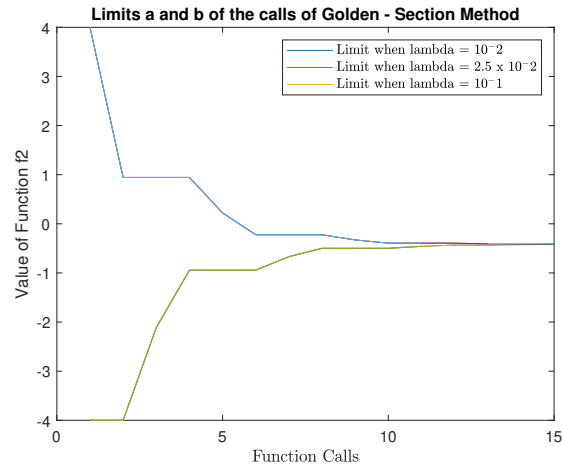


Σχήμα 13: $f_3(x)$

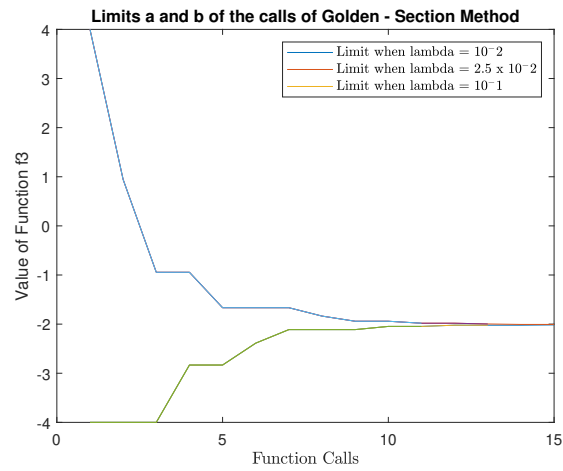
Αποτελέσματα δοκιμών μετά μεταβολής του εύρους αναζήτησης l , με χρήση της Μεθόδου Χρυσού Τομέα.



Σχήμα 14: $f_1(x)$



Σχήμα 15: $f_2(x)$



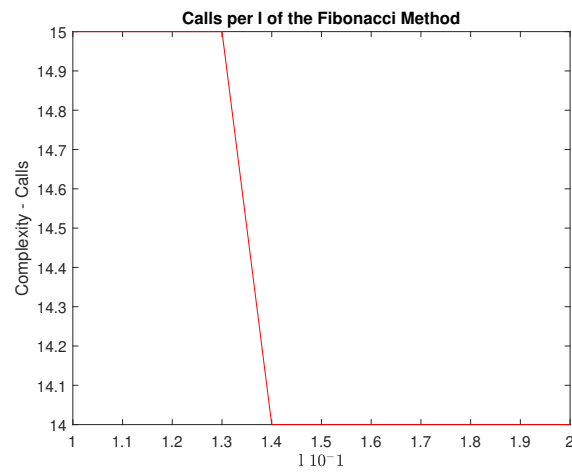
Σχήμα 16: $f_3(x)$

Γραφικές παραστάσεις για τα άκρα $[a_k, b_k]$ με συγκεκριμένες τιμές για το εύρος αναζήτησης l , με χρήση της Μεθόδου του Χρυσού Τομέα.

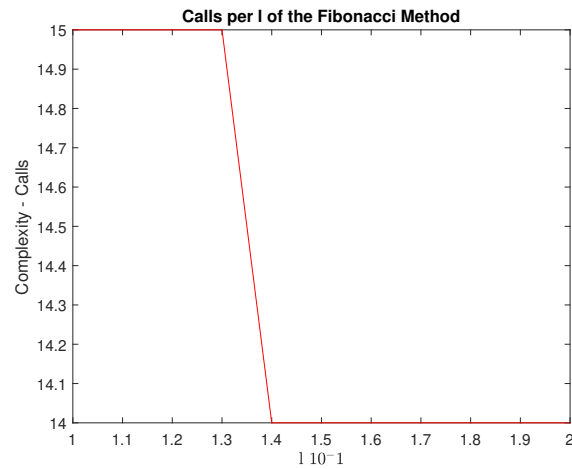
3^ο Ερώτημα

Μέθοδος Fibonacci

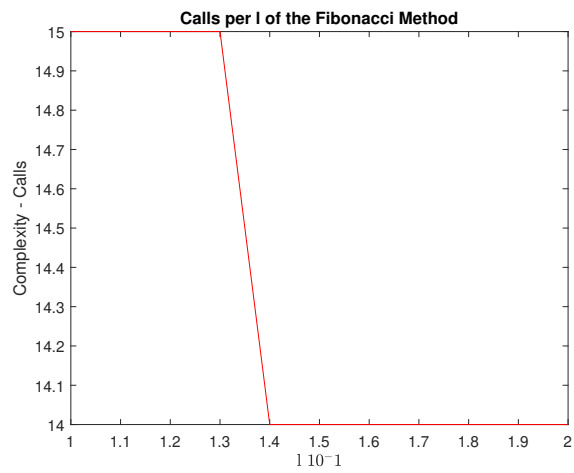
Αντίστοιχα με το 2^ο Ερώτημα, διερευνήθηκαν οι κλήσεις της συνάρτησης και τα άκρα του διαστήματος $[a_k, b_k]$ μόνον για μεταβολές στο εύρος αναζήτησης l , αυτή τη φορά χρησιμοποιώντας την Μεθόδο Fibonacci.



Σχήμα 17: $f_1(x)$

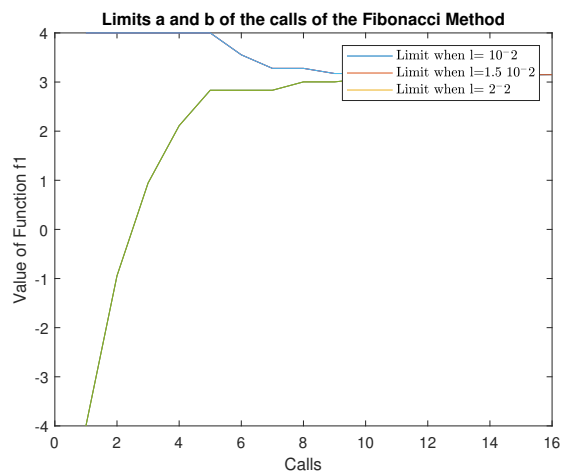


Σχήμα 18: $f_2(x)$

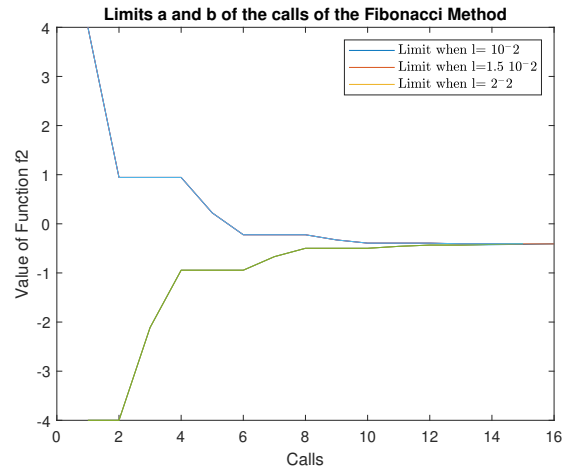


Σχήμα 19: $f_3(x)$

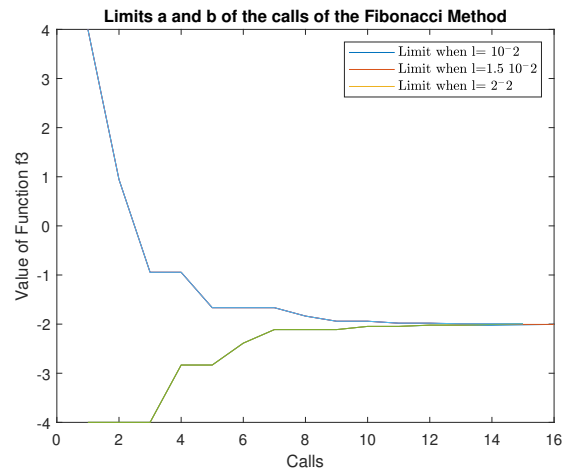
Αποτελέσματα δοκιμών μετά μεταβολής του εύρους αναζήτησης l , με χρήση της Μεθόδου Fibonacci.



Σχήμα 20: $f_1(x)$



Σχήμα 21: $f_2(x)$



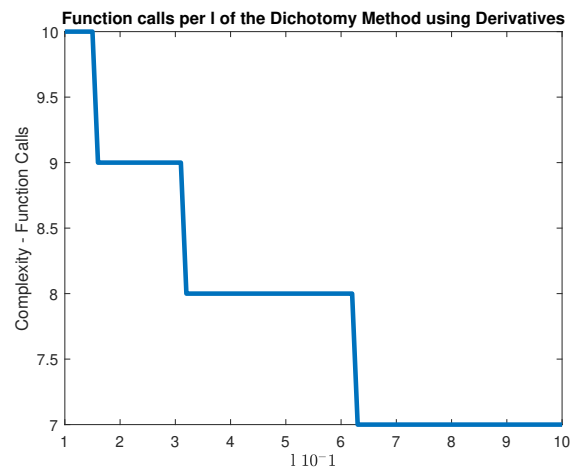
Σχήμα 22: $f_3(x)$

Γραφικές παραστάσεις για τα άκρα $[a_k, b_k]$ με συγκεκριμένες τιμές για το εύρος αναζήτησης l , με χρήση της Μεθόδου Fibonacci.

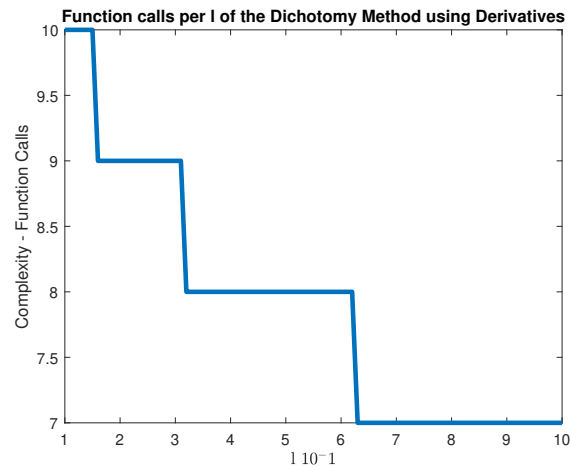
4^ο Ερώτημα

Μέθοδος της Διχοτόμου με χρήση Παραγώγου.

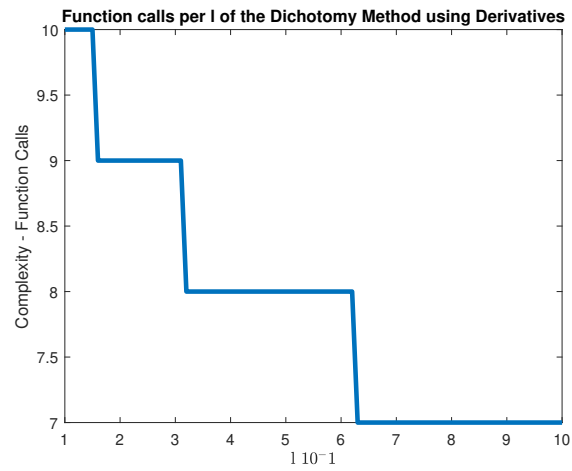
Αντίστοιχα με το 2^ο Ερώτημα, διερευνήθηκαν οι κλήσεις της συνάρτησης και τα άκρα του διαστήματος $[a_k, b_k]$ μόνον για μεταβολές στο εύρος αναζήτησης l , αυτή τη φορά χρησιμοποιώντας την Μεθόδο της Διχοτόμου με χρήση Παραγώγου.



Σχήμα 23: $f_1(x)$

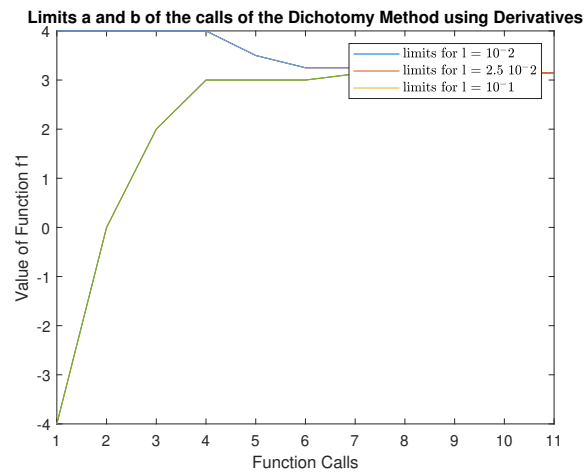


Σχήμα 24: $f_2(x)$

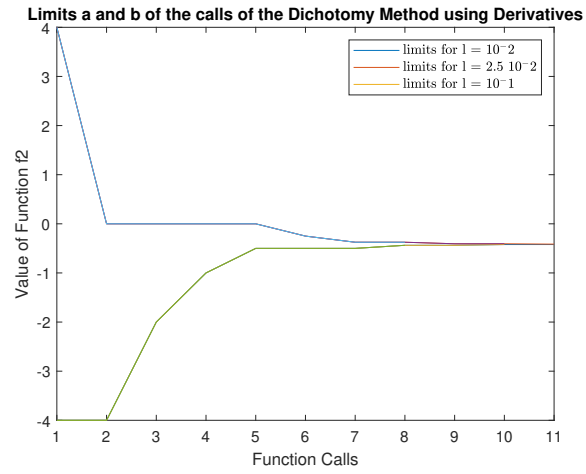


Σχήμα 25: $f_3(x)$

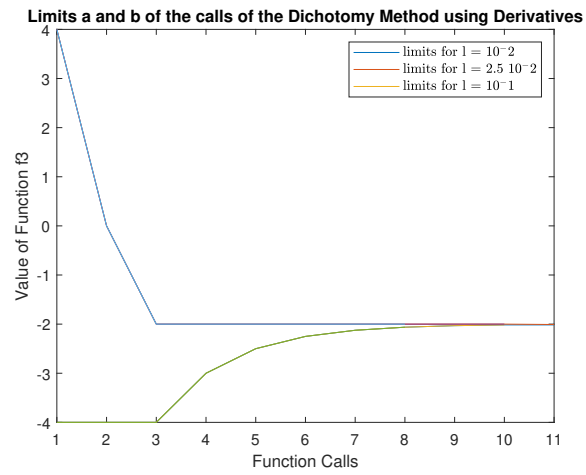
Αποτελέσματα δοκιμών μετά μεταβολής του εύρους αναζήτησης l , με χρήση της Μεθόδου της Διχοτόμου με χρήση Παραγώγου.



Σχήμα 26: $f_1(x)$



Σχήμα 27: $f_2(x)$



Σχήμα 28: $f_3(x)$

Γραφικές παραστάσεις για τα άκρα $[a_k, b_k]$ με συγκεκριμένες τιμές για το εύρος αναζήτησης l , με χρήση της Μεθόδου της Διχοτόμου με χρήση Παραγώγου.

Συμπεράσματα

Μεταβολή της σταθεράς ϵ .

Φαίνεται από τα σχήματα ότι δεν υπήρξε σημαντική διαφορά για τις μεταβολές της σταθεράς ϵ , όταν αλλάζαμε τις συναρτήσεις και χρησιμοποιούσαμε την Μέθοδο της Διχοτόμου.

Μεταβολή του εύρους αναζήτησης l

Πάλι μέσα από τα σχήματα δεν παρατηρούνται διαφορές για ανάμεσα στις αντικειμενικές συναρτήσεις, όταν χρησιμοποιούμε τον ίδιο αλγόριθμο. Παρατηρούνται όμως σημαντικές διαφορές από αλγόριθμο σε αλγόριθμο, με την Μέθοδο της Διχοτόμου με χρήση Παραγώγου να βρίσκει την αντικειμενική συνάρτηση με τις λιγότερες επαναλήψεις και είναι ο πιο αποτελεσματικός από τους 4 που χρησιμοποιήθηκαν. Ακολούθησαν οι Μέθοδος του Χρυσού Τομέα και του Fibonacci και τέλος την χειρότερη επίδοση είχε η απλή Μέθοδος της Διχοτόμου.

Μεταβολή του εύρους αναζήτησης l για τα άκρα διαστήματος

Από τα σχήματα και τις τελικές τιμές των άκρων φάνηκε πάλι να έχει την καλύτερη επίδοση η Μέθοδος της Διχοτόμου με χρήση Παραγώγου και να υστερούν οι υπόλοιπες μέθοδοι σε σχέση με αυτή. Συγκριτικά καλύτερη επίδοση παρουσίασε όμως η απλή Μέθοδος της Διχοτόμου, όντας πιο αποτελεσματική από τις άλλες δύο και φθάνει στο τελικό αποτέλεσμα με λιγότερες επαναλήψεις, αυτή και αυτή με χρήση Παραγώγου.