

Множество  $S \subset \mathbb{N} \cup \{0\}$  называется 2-автоматным если существует конечный автомат, распознающий язык двоичных записей чисел из  $S$ . Например, 2-автоматны множества всех степеней двоек, всех чётных чисел и всех чисел, в двоичной записи которых нечётное число единиц, но не 2-автоматны множества всех степеней троек, всех точных квадратов и всех простых чисел.

Пусть  $\mathbb{F}_2$  — поле из двух элементов, а  $\mathbb{F}_2[t]$  и  $\mathbb{F}_2[[t]]$  — кольца многочленов и формальных степенных рядов над  $\mathbb{F}_2$  соответственно. Формальный степенной ряд  $\sum_{n=0}^{+\infty} f_n t^n = f \in \mathbb{F}_2[[t]]$  называется алгебраическим, если он является корнем какого-нибудь ненулевого многочлена с коэффициентами из  $\mathbb{F}_2[t]$ . Например, алгебраичны решения уравнений  $f^2 + f + t = 0$ ,  $(1+t)f + t^4 = 0$ ,  $(t^2 + t + 1)f^3 + (t^4 + t)f + t^8 = 0$  из кольца  $\mathbb{F}_2[[t]]$  формальных степенных рядов над полем  $\mathbb{F}_2$ .

**Theorem 0.1** (Теорема Кристеля). *Формальный степенной ряд  $\sum_{n=0}^{+\infty} f_n t^n$  алгебраичен тогда и только тогда, когда множество  $\{n \mid f_n = 1\} \subset \mathbb{N} \cup \{0\}$  2-автоматно.*