

Абстракт

Определение: X — множество свободное от произведения, если $\forall x, y \in X$ верно, что $xy \notin X$.

Основная проблема статьи: Доказать, что не существует константы $c > 0$ такой, что у каждой конечной группы G есть подмножество свободное от произведения порядка хотя бы $c|G|$.

То, чем мы на самом деле занимались

Определение: Группа называется квазирандомной, если у нее отсутствуют представления низкой размерности, помимо тривиального.

Пример: $\text{PSL}_2(q)$, у которой каждое нетривиальное представление имеет размер хотя бы $(q - 1) / 2$.

Основная теорема: Пусть Γ — конечная группа, без нетривиального представления размерности меньше, чем k . Пусть $|\Gamma| = n$ и A, B, C — три подмножества Γ таких, что $|A| \cdot |B| \cdot |C| > n^3 / k$. Тогда существует тройка $(a, b, c) \in A \times B \times C$ такая, что $ab = c$.

Следствие: $\Gamma = \text{PSL}_2(q)$ и $|\Gamma| = n$. Тогда Γ не имеет свободного от произведения подмножества мощности хотя бы $2n^{8/9}$.

//из чего следует основная проблема статьи