



CHAPITRE 3 : TRANSMISSION PAR ENGRANAGES

A.DAHMANI
Abdessalam.dahmani@gmail.com
JUNIA MAROC

Introduction

Les engrenages ont pour fonction de transmettre la puissance, les deux vitesses (entrée et sortie) restant dans un rapport constant, c'est une **transmission homocinétique**.

Les solutions concurrentes :

- transmission par accouplement, les arbres devant être dans le prolongement l'un de l'autre,
- transmission par friction : roues de friction, courroies plates ou courroies trapézoïdales sur poulies,
- transmission par courroie crantée sur poulies ou par chaîne sur roues.

Pour un prix de revient modéré, les engrenages ont pour avantages un excellent rendement et un encombrement plutôt faible.

▶▶▶ Introduction

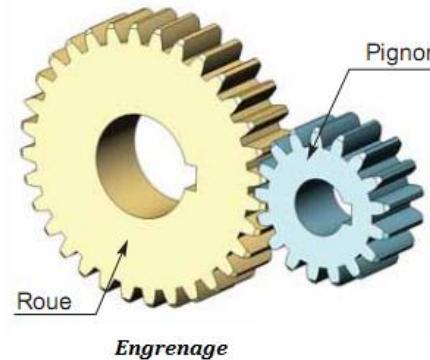
L'engrènement est un phénomène connu depuis plusieurs siècles, les moulins à vent utilisaient des engrenages en bois assez perfectionnés, et les mécanismes d'horlogerie ont utilisé très tôt les roues dentées. Le développement des moteurs thermiques et électriques a provoqué un fort développement de ce type de transmission.



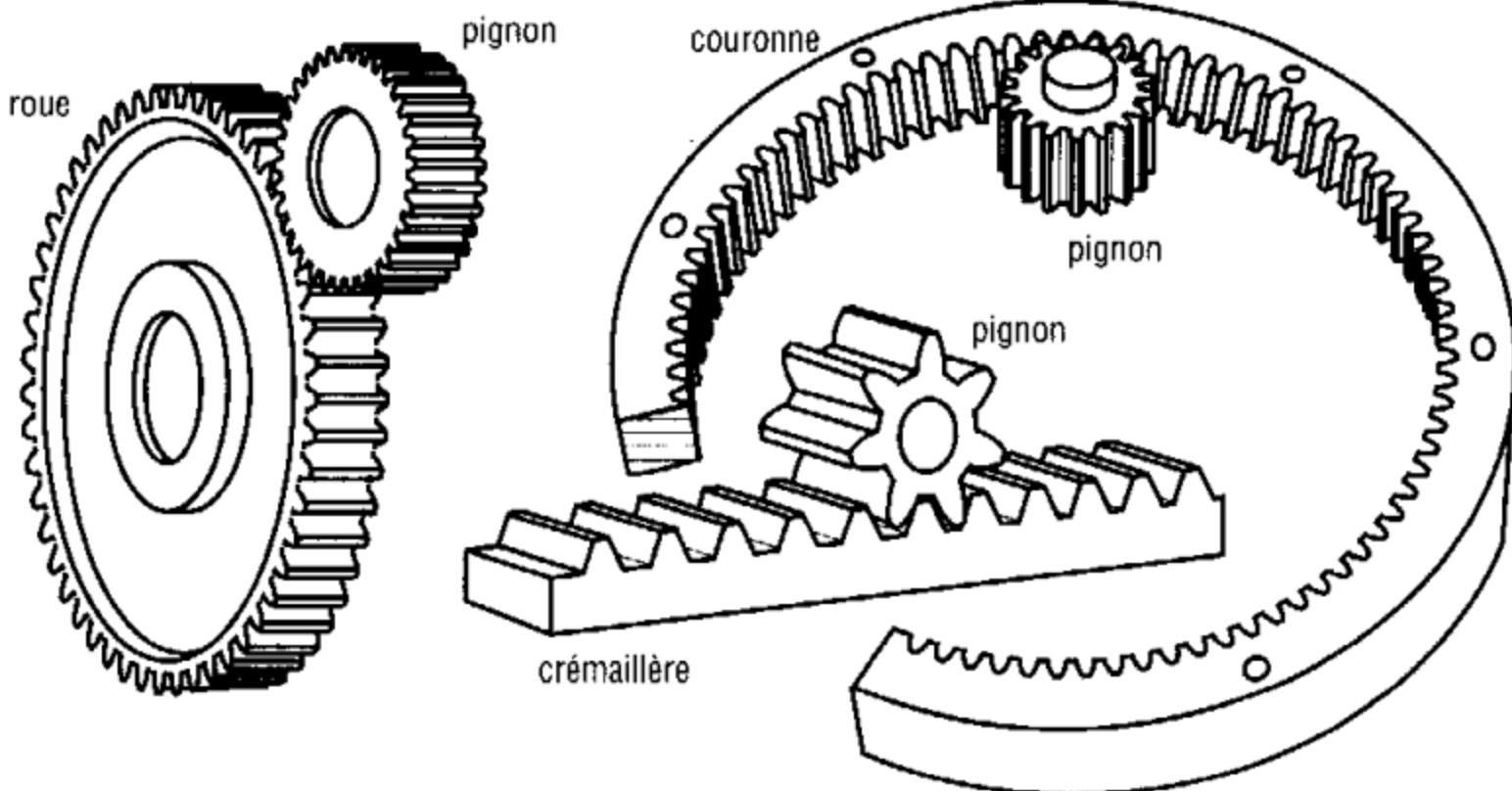
▶▶▶ Introduction

Un **engrenage** est un ensemble de deux roues dentées complémentaires, chacune en liaison (pivot ou glissière) par rapport à un support (souvent le bâti).

La petite roue se nomme le **pignon**, la grande roue extérieure s'appelle la **roue**, la grande roue intérieure s'appelle la **couronne**. L'une des roues peut avoir un rayon infini, elle s'appelle alors une **crémaillère**.



Introduction



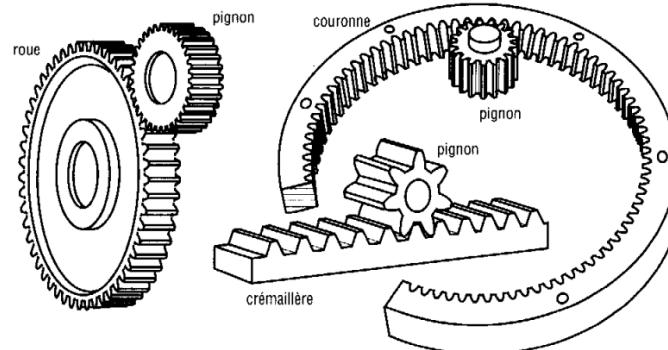
▶▶▶ Introduction

Le rapport de transmission k est par définition : $k = \omega_{\text{entrée}} / \omega_{\text{sortie}}$.

On appelle **surfaces primitives**, les surfaces fictives des roues de friction associées donnant la même cinématique que l'engrenage.

On distingue les différents types d'engrenages suivants:

- les engrenages à axes parallèles à denture droite ou hélicoïdale,
- les engrenages à axes concourants à denture droite ou hélicoïdale,
- les engrenages à axes non concourants ou gauches (roue - vis sans fin, hypoïde, etc.)



Plan

Engrenages cylindriques à denture droite

Engrenages cylindriques à denture hélicoïdale

Engrenages coniques

Engrenage gauche – Système roue et vis sans fin

Train d'engrenages simples

Train d'engrenages épicycloïdaux

Applications particulières

Comparaison avec les variateurs

PARTIE 1

PARTIE 2



图源:nipic.com/taijinhua

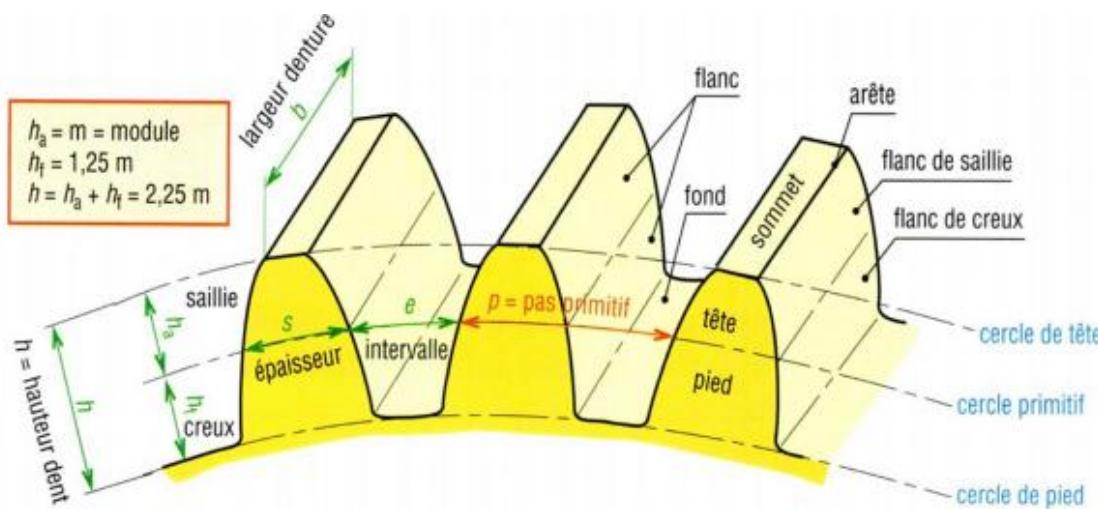


图源:nipic.com/taijinhua

PARTIES 1 : LES ENGRÉNAGES

I. Caractéristiques

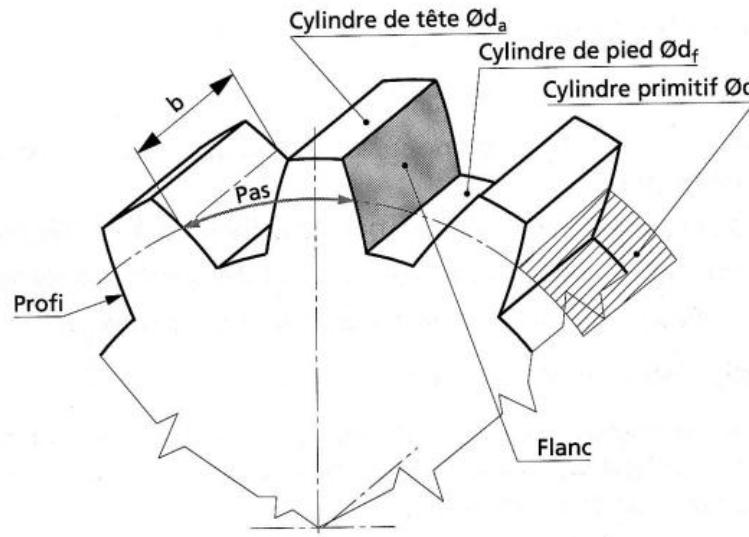
1. Géométrie



Caractéristiques de la denture

I. Caractéristiques

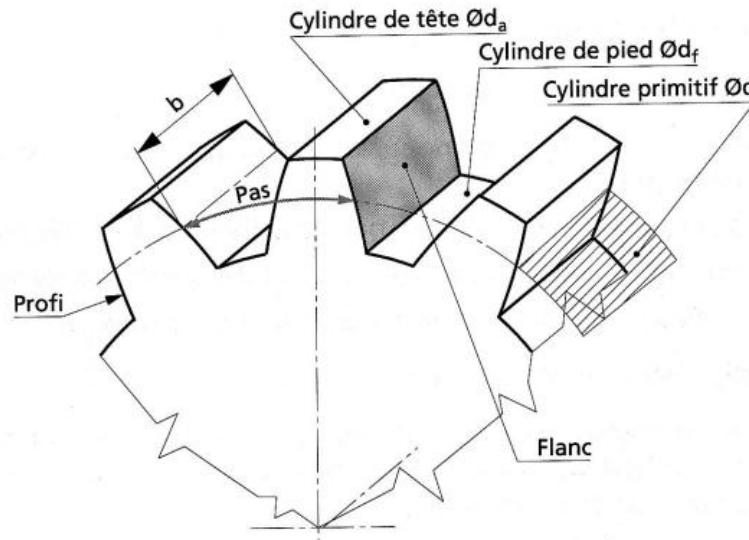
1. Géométrie



On appelle **cylindre primitif de diamètre primitif d** le cylindre décrit par l'axe instantané de rotation du mouvement relatif de la roue conjuguée par rapport à la roue considérée. La section droite du cylindre primitif donne le cercle primitif de diamètre d .

I. Caractéristiques

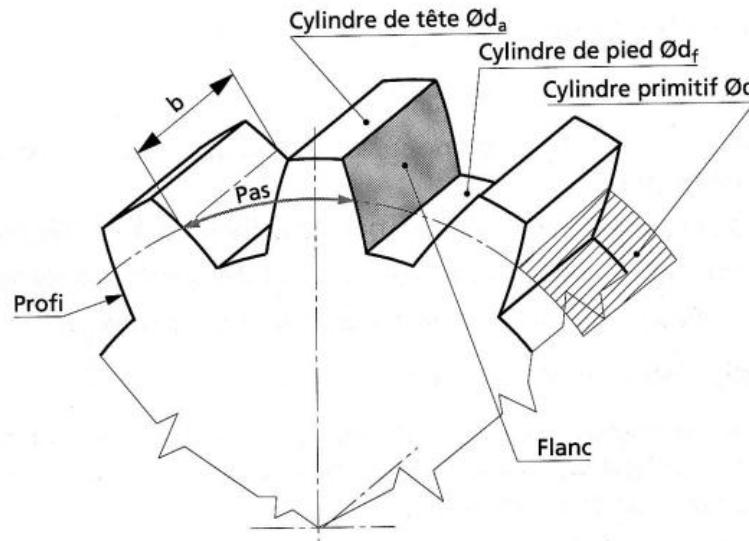
1. Géométrie



On appelle cylindre de tête de diamètre de tête da le cylindre enveloppe du sommet des dents. La section droite du cylindre de tête donne le cercle de tête de diamètre da .

I. Caractéristiques

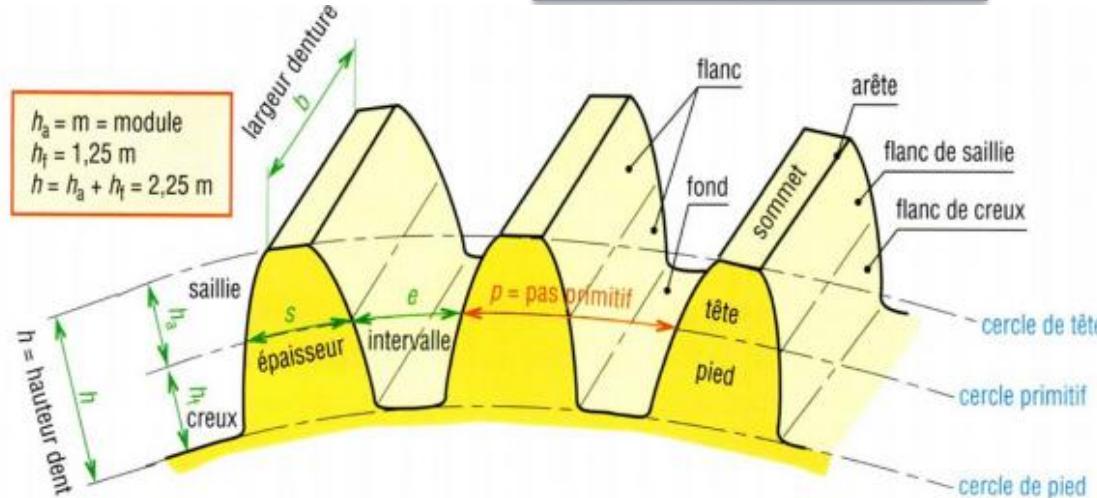
1. Géométrie



On appelle **cylindre de pied de diamètre de pied df** le cylindre enveloppe du fond des dents. La section droite du cylindre de pied donne le cercle de pied de diamètre df .

I. Caractéristiques

1. Géométrie



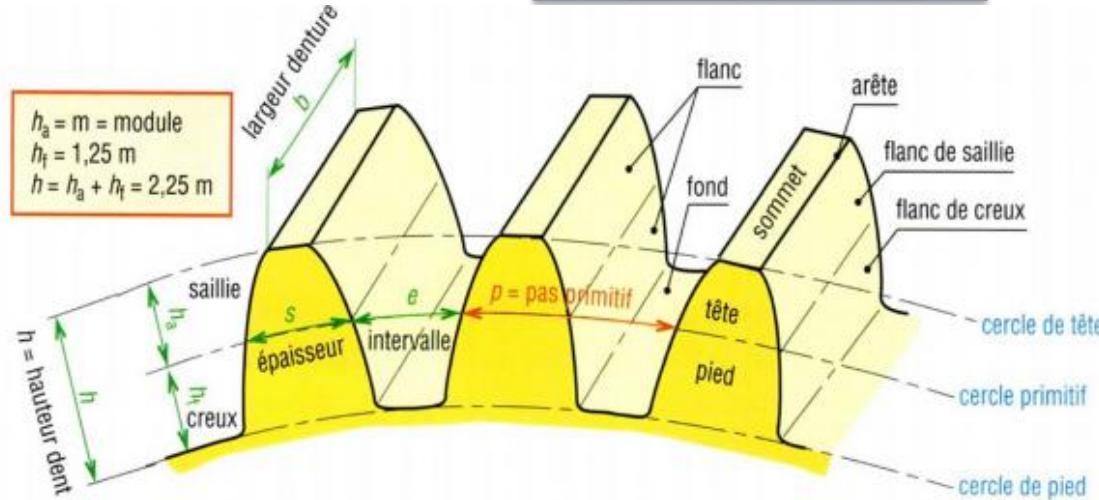
Saillie h_a : distance radiale entre le cylindre de tête et le cylindre primitif.

Creux h_f : distance radiale entre le cylindre de pied et le cylindre primitif.

Hauteur de dent h : distance radiale entre le cylindre de tête et le cylindre de pied.

I. Caractéristiques

1. Géométrie



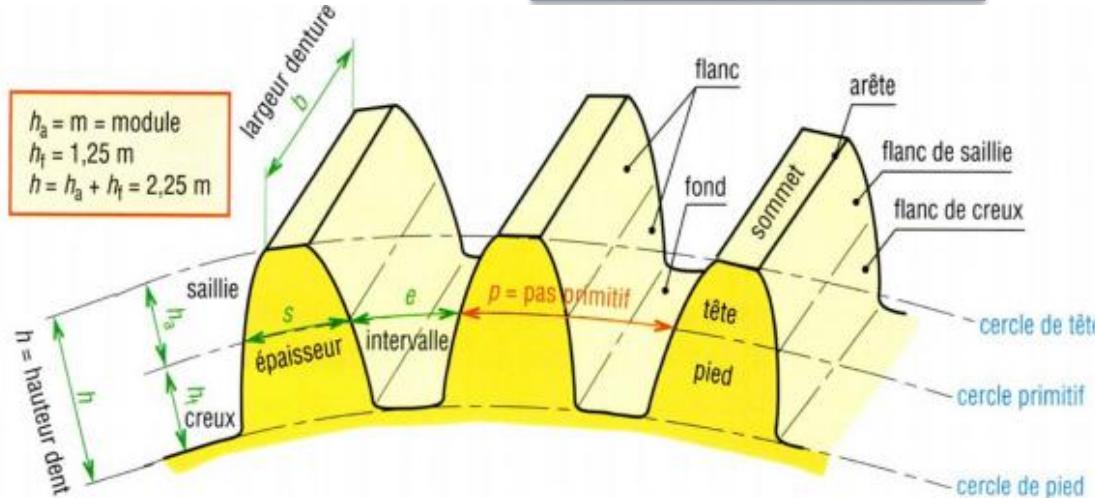
Flanc : portion de surface d'une dent comprise entre le cylindre de tête et le cylindre de pied.

Profil : section d'un flanc par un plan normal à l'axe.

Pas : longueur d'un arc de cercle primitif compris entre deux profils consécutifs.

I. Caractéristiques

1. Géométrie



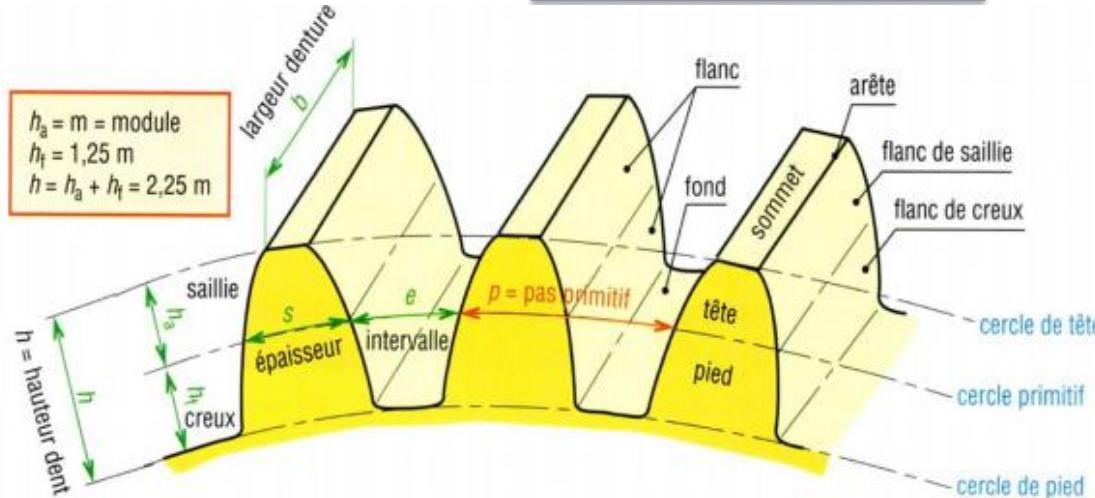
Largeur de denture b : largeur de la partie dentée d'une roue mesurée suivant une génératrice du cylindre primitif.

Entraxe entre deux roues a : plus courte distance entre les axes des deux roues.

Cercle de base : cercle permettant d'obtenir le profil en développante de cercle des dents.

I. Caractéristiques

1. Géométrie

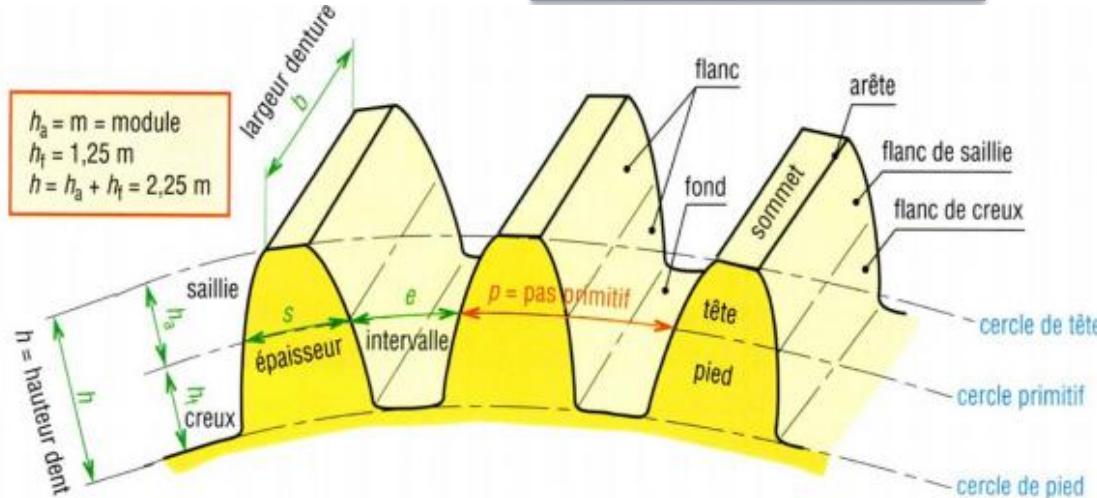


Ligne d'action : normale commune à deux profils de dents conjuguées, en leur point de contact. Cette ligne est fixe pour les engrenages à développante de cercle.

Angle de pression α : angle de la ligne d'action avec la tangente aux cercles primitifs ($\alpha = 20^\circ$ pour une denture normalisée).

I. Caractéristiques

1. Géométrie



Module m : valeur permettant de définir les caractéristiques dimensionnelles de la roue dentée. C'est le rapport entre le diamètre primitif et le nombre de dents.

Nota : Deux roues dentées doivent avoir le même module m pour pouvoir engrener ensemble.

I. Caractéristiques

2. Calcul géométrique

Désignation	Symbole	Formule
Module	m	Par un calcul de RDM
Nombre de dents	Z	Par un rapport de vitesse
Diamètre primitif	d	$d = mZ$
Diamètre de tête	d_a	$d_a = d + 2m$
Diamètre de pied	d_f	$d_f = d - 2,5m$
Saillie	h_a	$h_a = m$
Creux	h_f	$h_f = 1,25m$
Hauteur de dent	h	$h = 2,25m$
Pas	p	$p = \pi m$
Largeur de denture	b	$b = km$ ($5 \leq k \leq 16$)
Entraxe	a	$a = (d_1 + d_2)/2$

Les roues extérieures tournent en sens contraires alors que pour un engrenage intérieur, les deux roues tournent dans le même sens.

I. Caractéristiques

3. Etude cinématique



Engrenages cylindriques à denture droite

- Les plus utilisés dans les réducteurs
- Les plus économiques.
- Pas d'effort axial.

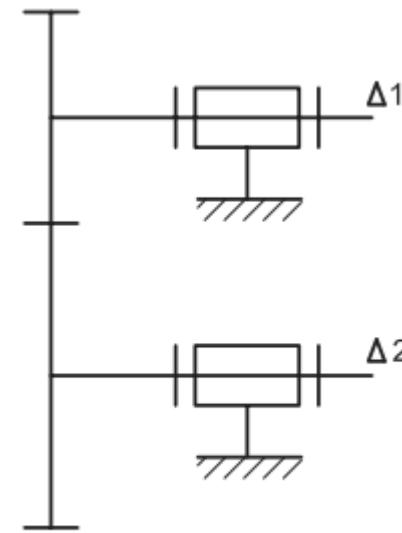
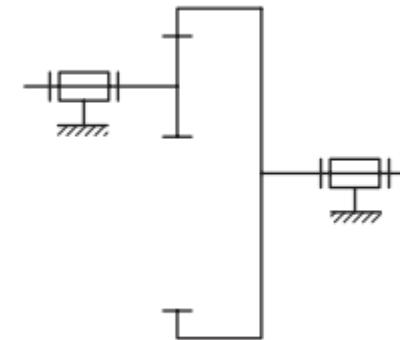
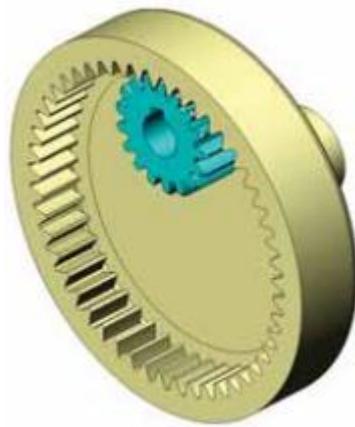


Schéma cinématique

I. Caractéristiques

3. Etude cinématique



Engrenage cylindriques à contact intérieur

Schéma cinématique

- Les deux roues ont même sens de rotation.

I. Caractéristiques

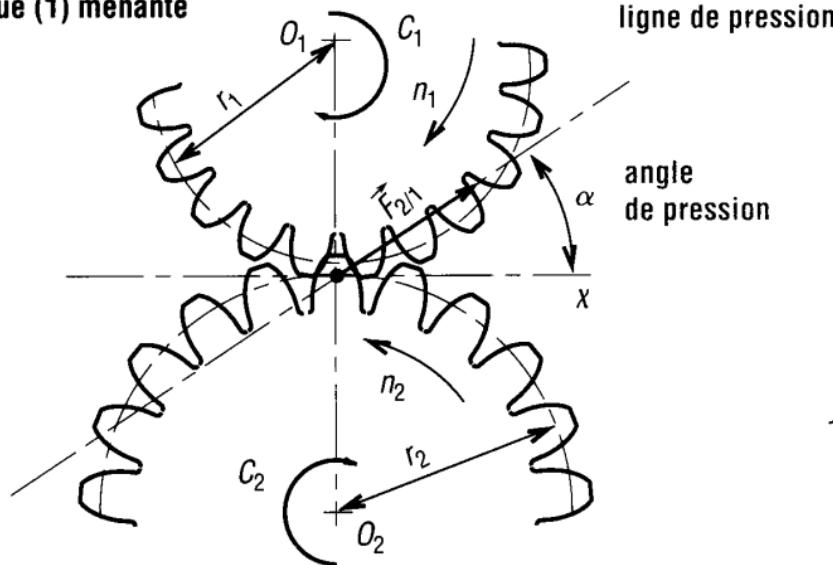
4. Efforts sur les dentures

Soit P_1 la puissance à transmettre. On a la relation pour un solide en rotation autour d'un axe fixe :

$$P_1 = C_1 \times \omega_1$$

Qui lie la puissance (en Watt) au couple (en N.m) et à la vitesse de rotation (en rad/s).

roue (1) menante

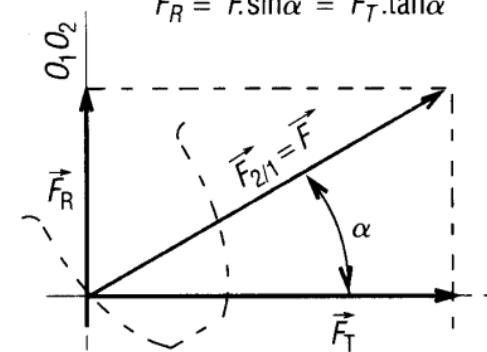


ligne de pression

angle de pression

$$F_T = F \cos \alpha$$

$$F_R = F \sin \alpha = F_T \cdot \tan \alpha$$



roue (2) menée

I. Caractéristiques

4. Efforts sur les dentures

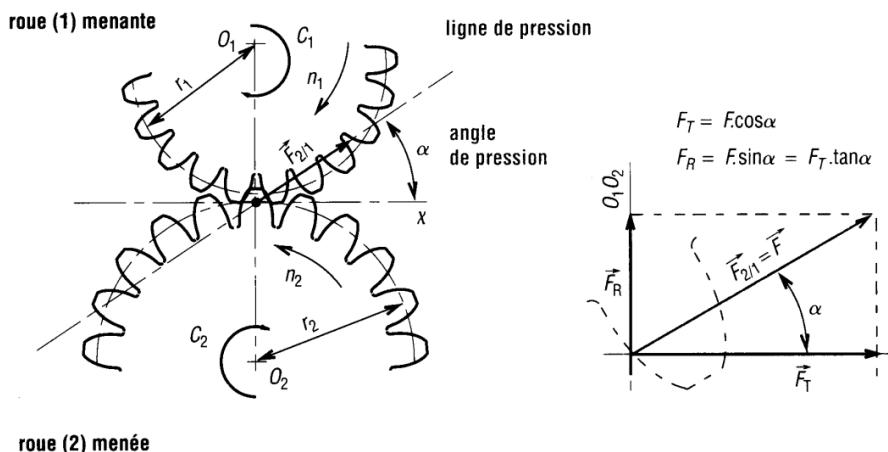
Si le rendement de la transmission est $\eta = 1$, $P_2 = C_2 \times \omega_2 = C_1 \times \omega_1$.

On peut donc déterminer le couple C_1 , connaissant la puissance et la vitesse de rotation.

L'effort tangentiel s'obtient à l'aide du couple, sachant que $F_T = C_1 / r_1$.

On peut ensuite en déduire la composante radiale F_R et la norme de l'effort mutuel qu'exerce une roue sur l'autre, connaissant l'angle de pression α (valeur usuelle 20°).

Notons que dans le cas où la transmission n'est pas idéale, $\eta \neq 1$, l'effort tangentiel n'est pas identique pour les deux roues.



II. APPLICATION

EXEMPLE 1

MOTEUR-REDUCTEUR :

Le réducteur associé au moteur (M1) est constitué par deux couples (4 , 7) et (6 , 8) d'engrenages cylindriques à denture droite de même entraxe $a=45\text{mm}$.

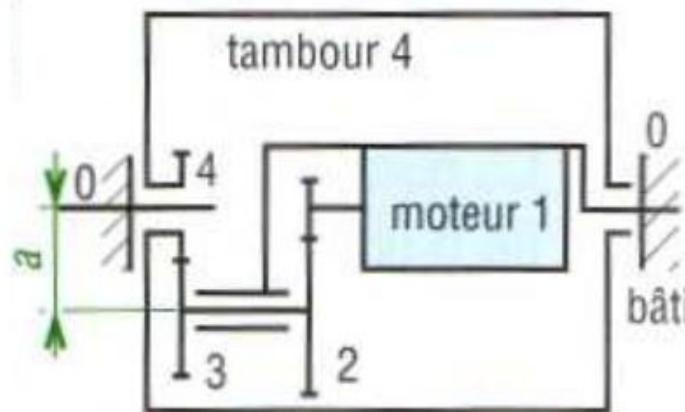
Compléter sur le tableau ci-dessous les caractéristiques des engrenages.

	Pignon arbré (4)	Roue dentée (7)	Pignon arbré (6)	Couronne (8)
m	1,5	2
Z	60 dents
d
a
r	$r_{4,7} = 0,5$		$r_{6,8} = \dots$	

II. APPLICATION

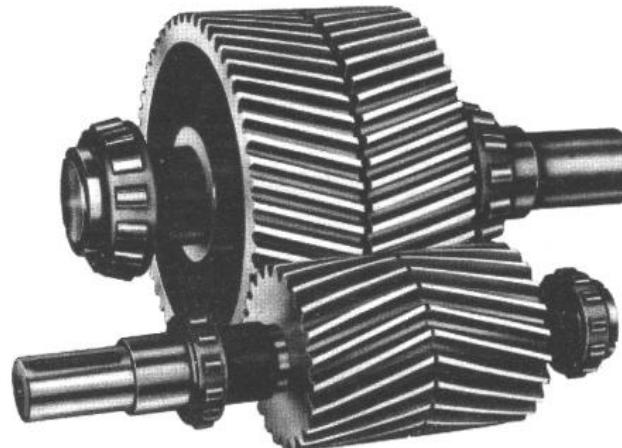
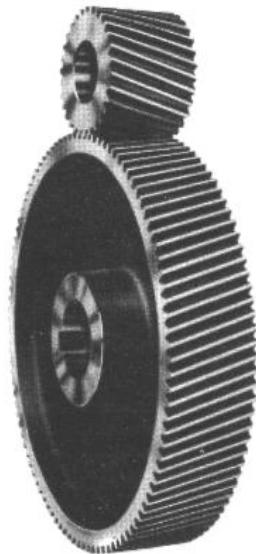
EXEMPLE 2

Le tambour moteur de tapis roulant proposé schématiquement a les caractéristiques suivantes : $n_1 = 1\ 500 \text{ tr/min}$, deux trains à dentures droites, $Z_4 = 40$, $Z_2 = 67$, rapport de réduction [$n_4/n_1 = 0,1015$], entraxe commun $a = 42 \text{ mm}$ et module du couple de roues (3-4) $m_2 = 1,5 \text{ mm}$. Déterminer Z_3 , Z_1 et le module m_1 du couple de roue (1,2).



I. Caractéristiques

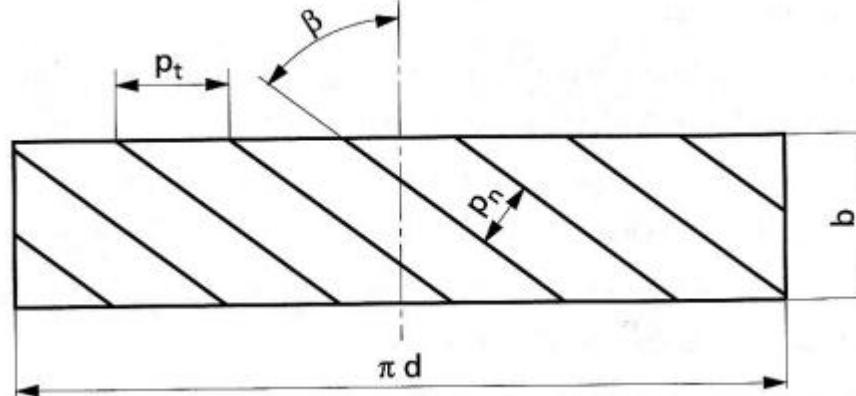
1. Géométrie



Les engrenages à denture hélicoïdale permettent un fonctionnement plus silencieux que celui des engrenages à denture droite ; ils présentent également un meilleur rendement. Ils sont notamment utilisés dans les boîtes de vitesses d'automobiles, les réducteurs et les multiplicateurs de vitesses.

I. Caractéristiques

1. Géométrie



Caractéristiques de la denture

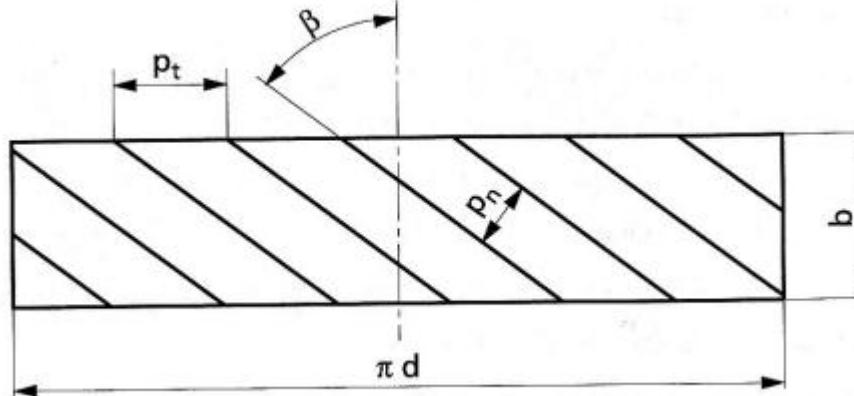
Hélice primitive : intersection d'un flanc avec le cylindre primitif d'une roue hélicoïdale.

Angle d'hélice β : angle entre la tangente à l'hélice primitive et une génératrice du cylindre primitif.

Pas apparent p_t : longueur de l'arc de cercle primitif compris entre deux profils homologues consécutifs.

I. Caractéristiques

1. Géométrie



Caractéristiques de la denture

Pas réel p_n : pas mesuré sur une hélice normale à l'hélice primitive.

Module apparent m_t : rapport entre le pas apparent et le nombre de dents.

Module réel m_n : rapport entre le pas réel et le nombre de dents.

I. Caractéristiques

1. Géométrie

Quel que soit le diamètre, les roues dentées à denture hélicoïdale de **même module** et de **même angle** d'hélice engrènent entre elles, à condition que les hélices soient de **sens contraire**.

Les dentures hélicoïdales provoquent une poussée axiale, d'où la nécessité de l'emploi de butées. La poussée axiale est proportionnelle à l'angle d'hélice β . On peut donc réduire la poussée axiale en diminuant l'angle d'hélice, mais on peut également la supprimer, en utilisant des roues jumelées dont les dentures sont inclinées en sens opposé.

I. Caractéristiques

2. Calcul géométrique

Désignation	Symbol	Formule
Module réel	m_n	Par un calcul de RDM
Nombre de dents	Z	Par un rapport de vitesse
Angle d'hélice	β	Entre 20° et 30°
Module apparent	m_t	$m_t = m_n / \cos \beta$
Pas apparent	p_t	$p_t = p_n / \cos \beta$
Pas réel	p_n	$p_n = \pi m_n$
Diamètre primitif	d	$d = m_t Z$
Diamètre de tête	d_a	$d_a = d + 2m_n$
Diamètre de pied	d_f	$d_f = d - 2,5m_n$
Saillie	h_a	$h_a = m_n$
Creux	h_f	$h_f = 1,25m_n$
Hauteur de dent	h	$h = 2,25m_n$
Largeur de denture	b	$b \geq \pi m_n / \sin \beta$
Entraxe	a	$a = (d_1 + d_2) / 2$

I. Caractéristiques

3. Etude cinématique



Engrenages cylindriques à denture hélicoïdale.

- Les dentures Hélicoïdales résistent mieux aux efforts.
- Contact progressif donc moins de bruit.
- Présence d'un effort axial.

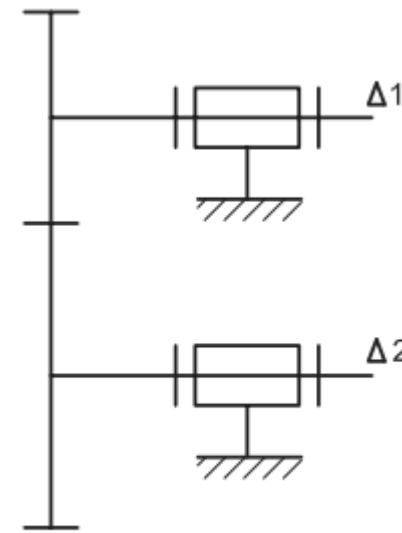
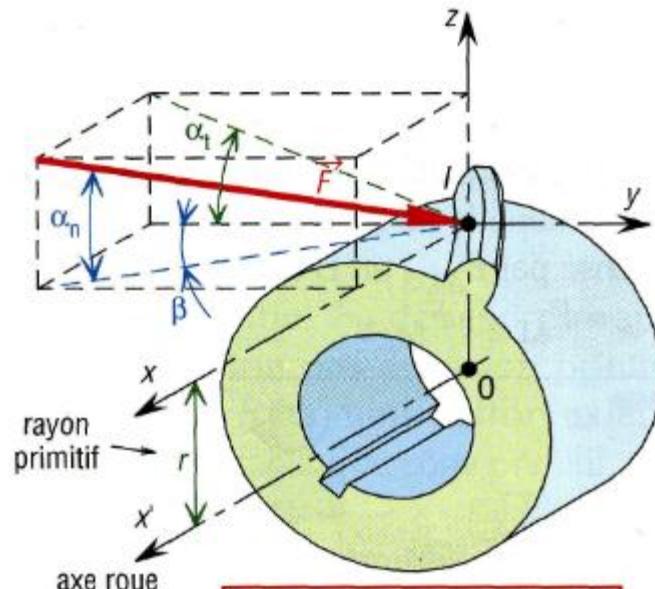


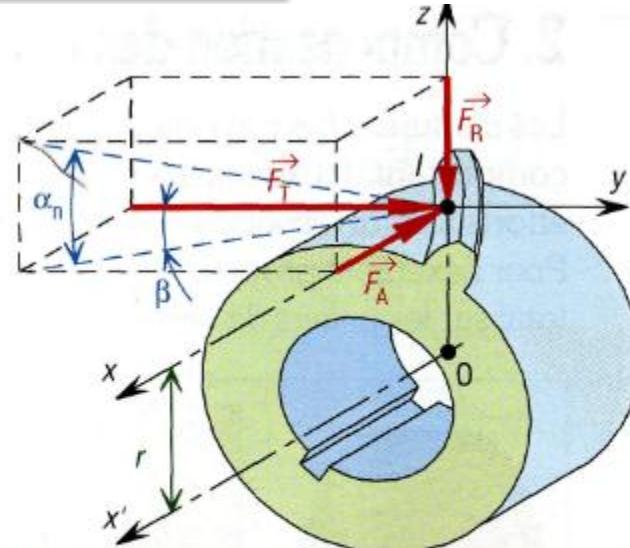
Schéma cinématique

I. Caractéristiques

4. Efforts sur les dentures



Action F résultante sur une dent hélicoïdale

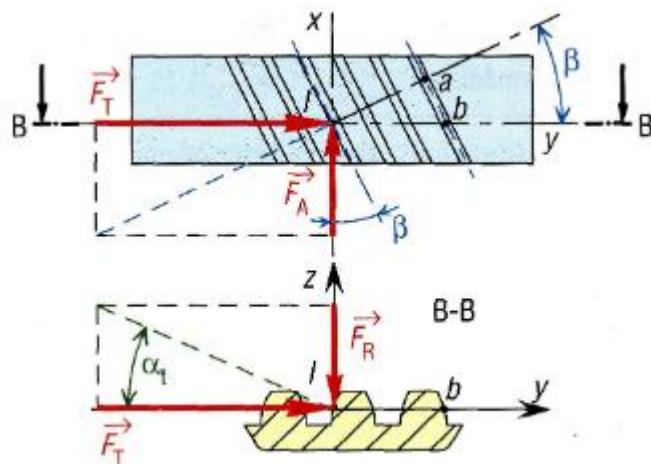


Composantes F_T , F_A , F_R de F

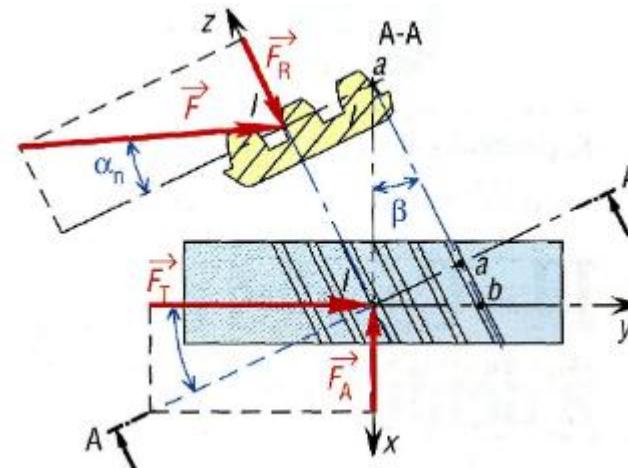
L'action F ($F_{2/1}$ ou $F_{1/2}$) exercée entre les dents en contact présente, par rapport au cas précédent, une composante axiale F_A supplémentaire due à l'inclinaison β de la denture.

I. Caractéristiques

4. Efforts sur les dentures



Vues de F_A et F_T dans le plan (I, x, y)



Mise en évidence de F et F_R dans le plan AA

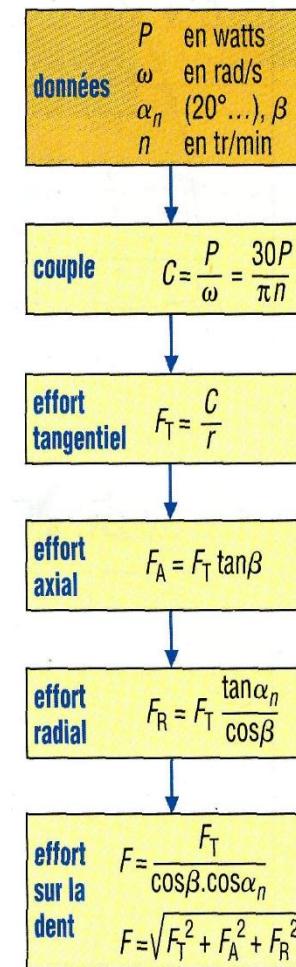
- F_A est parallèle à l'axe de la roue et se transmet aux paliers par l'intermédiaire des arbres.
- F_R effort radial passant par le centre de la roue, et F_T , effort tangentiel transmettant le couple et la puissance, sont analogues au cas précédent des dentures droites. Ni F_R , ni F_A ne participent à la transmission du couple.

I. Caractéristiques

4. Efforts sur les dentures

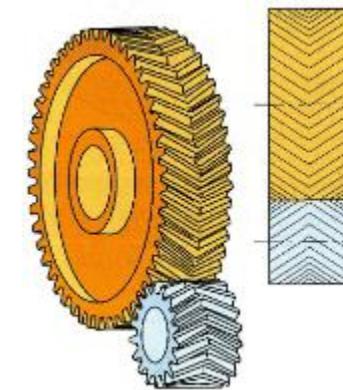
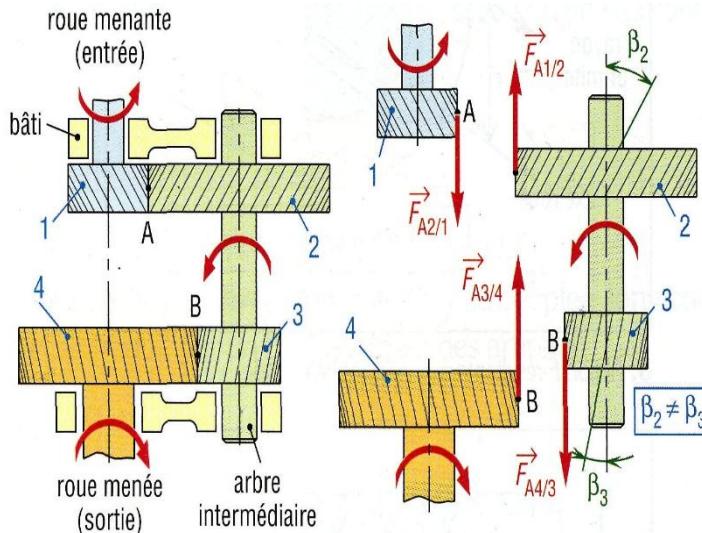
- De même que pour une denture droite, à partir de la puissance à transmettre, on détermine l'effort tangentiel, puis les autres composantes.

L'organigramme proposé indique la procédure à suivre, connaissant la puissance d'entrée, la vitesse de rotation, l'angle de pression normal α_n (α_t = angle de pression apparent) et l'angle d'inclinaison β .



I. Caractéristiques

5. Compensation des efforts axiaux FA



Exemple de compensations des efforts axiaux de l'arbre intermédiaire des roues 2 et 3

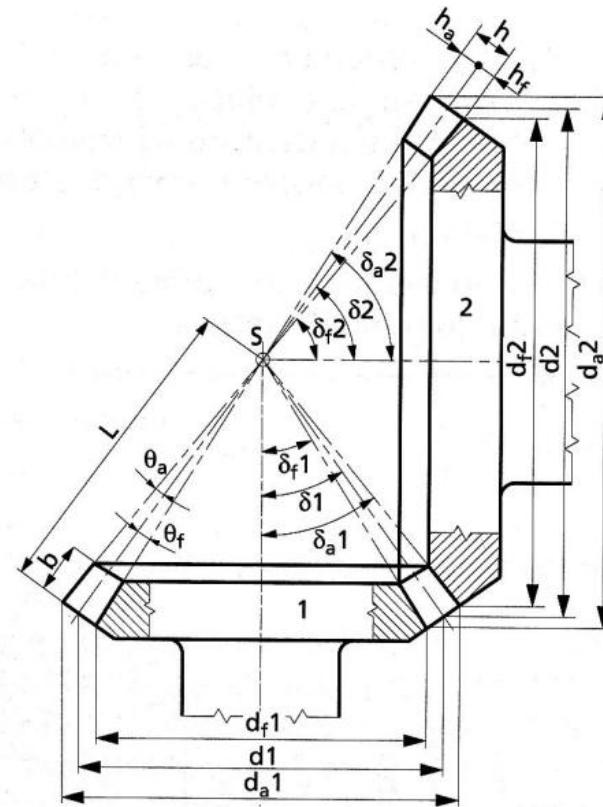
Denture chevron.

Les dentures chevrons éliminent les effets de l'effort axial sur les paliers. Pour un même arbre comportant deux roues, l'utilisation de sens d'hélices judicieusement choisis compense les efforts axiaux respectifs.

Pour l'exemple proposé, $FA_{1/2}$ en A est compensé par $FA_{4/3}$ en B ce qui donne un effort axial total sur les paliers de l'arbre intermédiaire : $FA = FA_{1/2} - FA_{4/3}$.

I. Caractéristiques

1. Géométrie



I. Caractéristiques

1. Géométrie

Les engrenages coniques sont des engrenages à axes concourants. Ils permettent de transmettre le mouvement entre deux arbres concourants, avec un rapport de vitesse rigoureux.

Les conditions d'engrènement imposent que les deux roues doivent avoir même module et que les sommets des deux cônes soient confondus.

Ce dernier impératif oblige le concepteur à un centrage très précis des deux roues pour assurer un fonctionnement correct. Il faut donc prévoir au montage un réglage axial des deux roues. On peut utiliser par exemple des boîtiers et des cales de réglage.

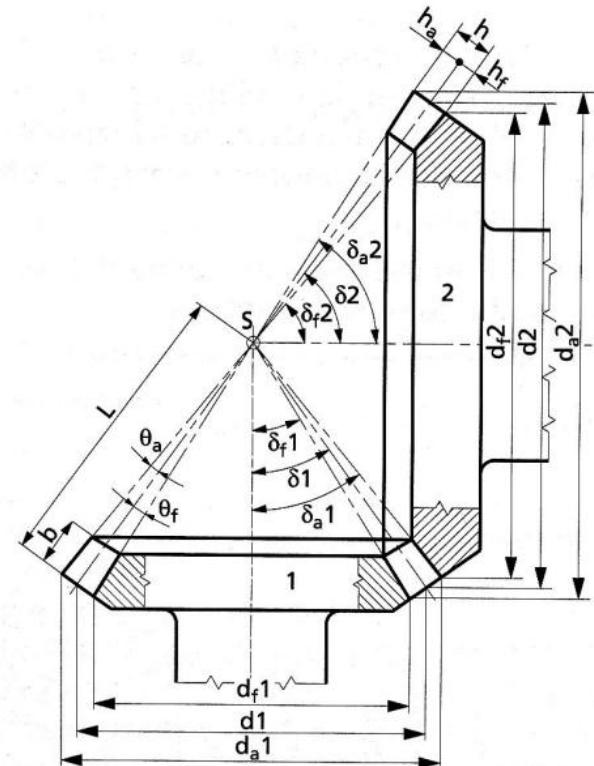
I. Caractéristiques

1. Géométrie

Cône primitif, angle primitif δ : cône décrit par l'axe instantané de rotation du mouvement relatif de la roue conjuguée par rapport à la roue considérée. Le $\frac{1}{2}$ angle au sommet de ce cône est l'angle primitif δ .

Cône de tête, angle de tête δ_a : cône enveloppe des sommets des dents. Le $\frac{1}{2}$ angle au sommet de ce cône est l'angle de tête δ_a .

Cône de pied, angle de pied δ_f : cône enveloppe des bases des dents. Le $\frac{1}{2}$ angle au sommet de ce cône est l'angle de pied δ_f .



Caractéristiques de la denture

I. Caractéristiques

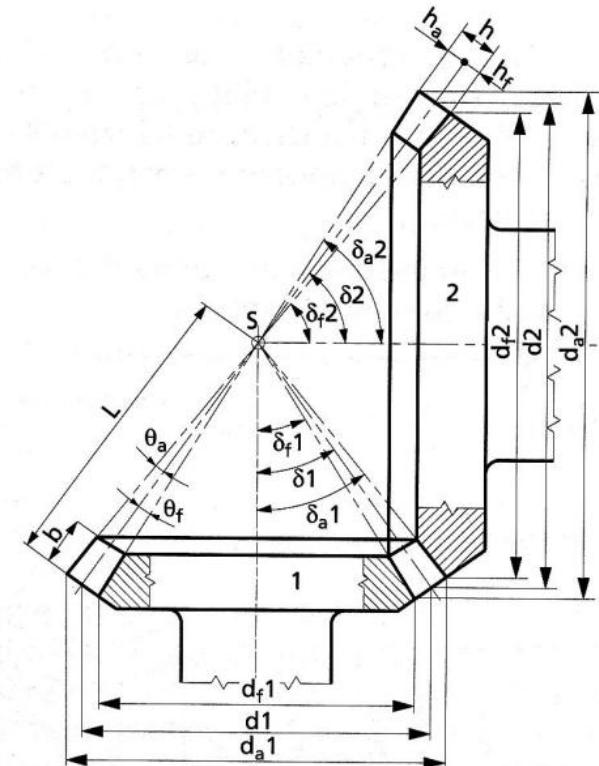
1. Géométrie

Cône complémentaire : cône dont les génératrices sont perpendiculaires à celles du cône primitif, à l'extrémité externe de la largeur de la denture.

Diamètre primitif d : diamètre du cercle intersection du cône primitif et du cône complémentaire (cercle primitif).

Diamètre de tête da : diamètre du cercle intersection du cône de tête et du cône complémentaire (cercle de tête).

Diamètre de tête df : diamètre du cercle intersection du cône de pied et du cône complémentaire (cercle de pied).



Caractéristiques de la denture

I. Caractéristiques

1. Géométrie

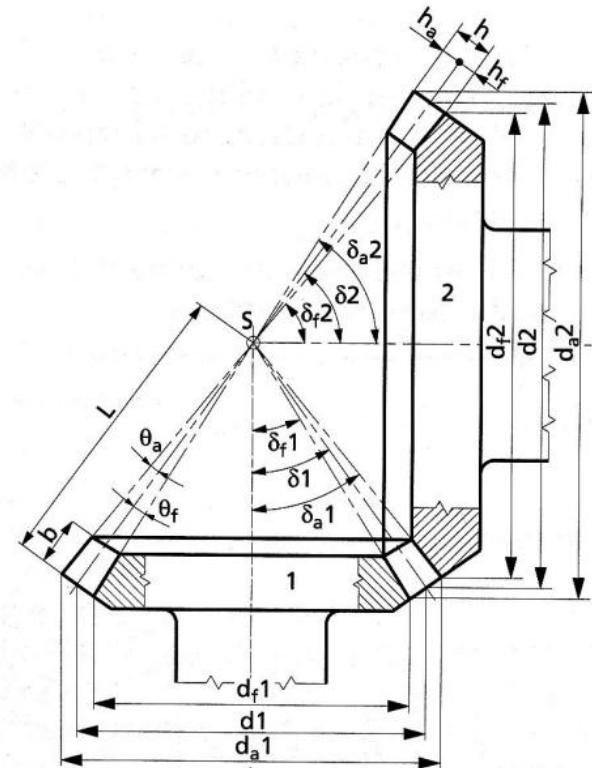
Largeur de denture b : largeur de la partie dentée de la roue mesurée suivant une génératrice du cône primitif.

Saillie ha : distance entre le cercle primitif et le cercle de tête, mesurée suivant une génératrice du cône complémentaire.

Creux hf : distance entre le cercle primitif et le cercle de pied, mesurée suivant une génératrice du cône complémentaire.

Angle de saillie θ_a : différence entre l'angle de tête et l'angle primitif.

Angle de pied θ_f : différence entre l'angle de pied et l'angle primitif.



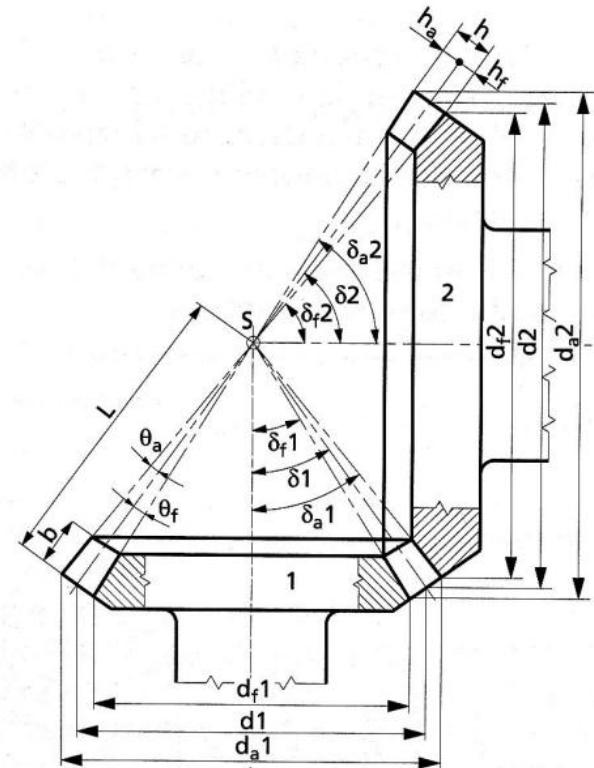
Caractéristiques de la denture

I. Caractéristiques

1. Géométrie

Pas : longueur de l'arc de cercle primitif compris entre deux profils homologues consécutifs.

Hauteur de dent : distance entre le cercle de tête et le cercle de pied, mesurée suivant une génératrice du cône complémentaire.



Caractéristiques de la denture

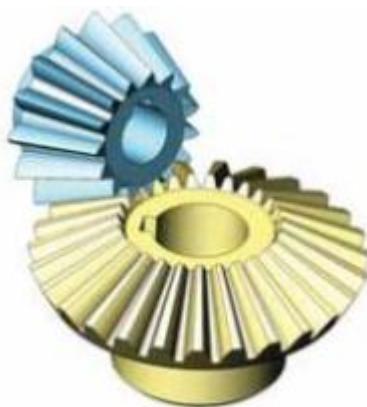
I. Caractéristiques

2. Calcul géométrique

Désignation	Symbol	Formule
Module	m	Par un calcul de RDM
Nombre de dents	Z	Par un rapport de vitesse
Angle primitif	δ	$\tan \delta_1 = Z_1/Z_2$
Diamètre primitif	d	$d_1 = mZ_1$ et $d_2 = mZ_2$
Largeur de denture	b	$b = km$ ($5 \leq k \leq 16$)
Diamètre de tête	d_a	$d_{a1} = d_1 + 2m \cos \delta_1$
Diamètre de pied	d_f	$d_{f1} = d_1 - 2,5m \cos \delta_1$
Saillie	h_a	$h_a = m$
Creux	h_f	$h_f = 1,25m$
Hauteur de dent	h	$h = 2,25m$
Angle de saillie	θ_a	$\theta_a = m/L$
Angle de creux	θ_f	$\theta_f = 1,25m/L$
Angle de tête	δ_a	$\delta_{a1} = \delta_1 + \theta_a$
Angle de pied	δ_f	$\delta_{f1} = \delta_1 - \theta_f$

I. Caractéristiques

3. Etude cinématique



Engrenages coniques.

- Ils permettent de changer l'orientation de l'axe de rotation.
- Denture droit ou hélicoïdale.
- Axes non parallèles

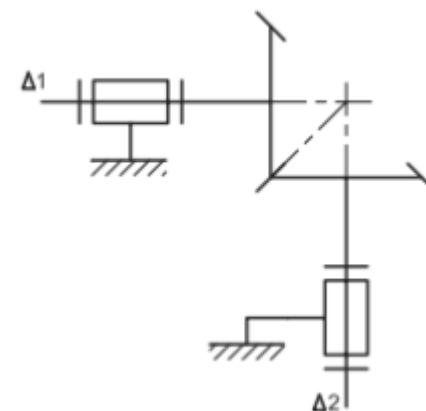
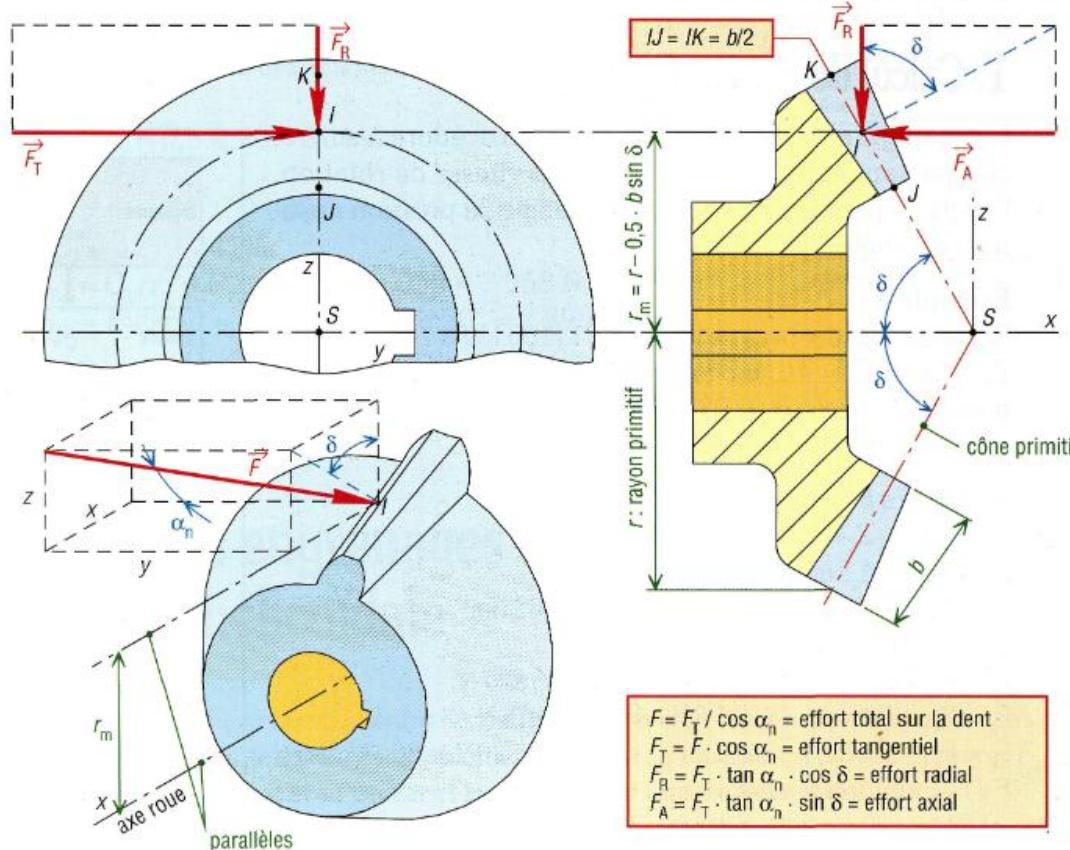


Schéma cinématique

I. Caractéristiques

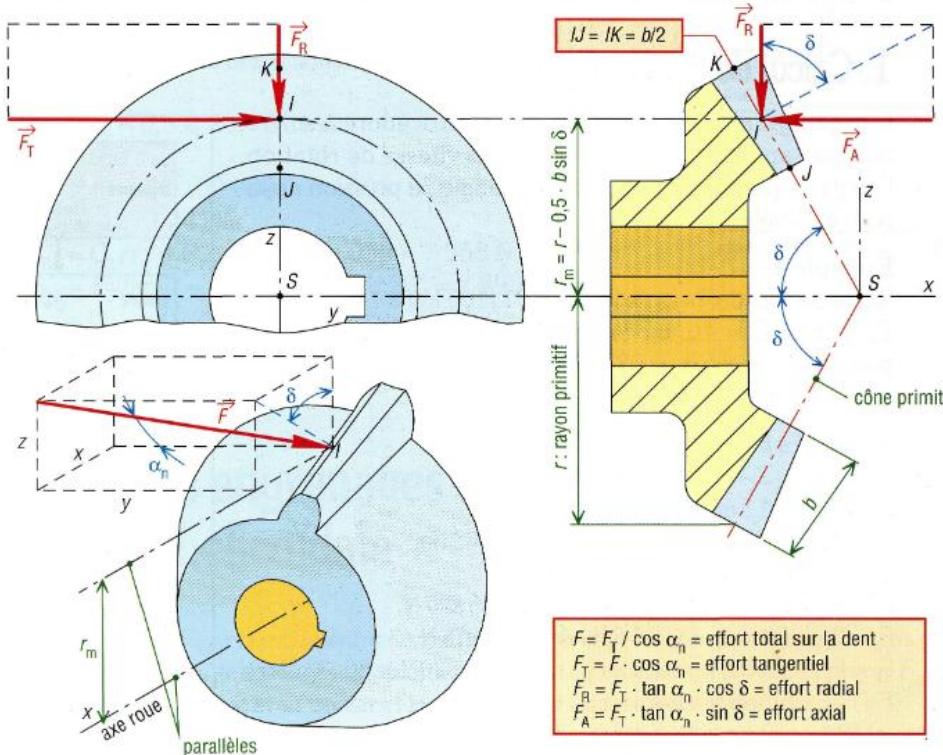
4. Efforts sur les dentures



Efforts sur une denture conique

I. Caractéristiques

4. Efforts sur les dentures

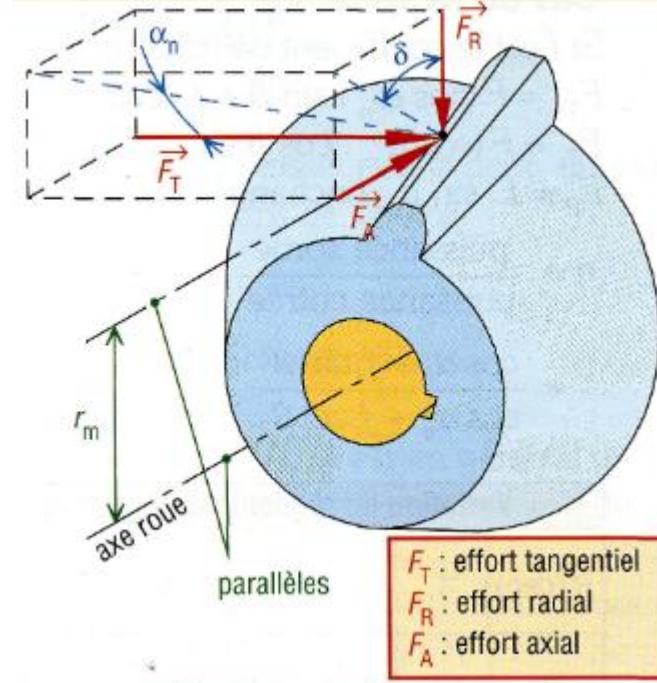


La forme conique des roues engendre des efforts axiaux FA.

Le point d'application I de l'effort F ($F_{2/1}$) porté par KJ sur la dent est supposé situé au milieu de la denture ($b/2$ de chaque côté) et sur le cône primitif.

I. Caractéristiques

4. Efforts sur les dentures

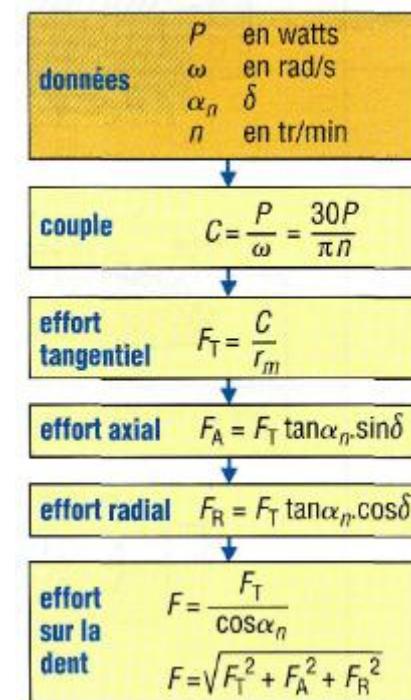


L'effort tangentiel F_T dépend du rayon moyen r_m et non pas du rayon primitif.
L'effort radial F_R comme l'effort axial F_A dépendent de l'angle δ du cône primitif.

I. Caractéristiques

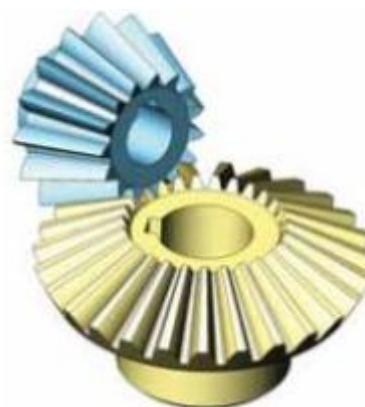
4. Efforts sur les dentures

- La procédure de détermination des efforts connaissant la puissance, la vitesse et les angles α_n et δ est indiquée par l'organigramme proposé. F_R et F_A ne participent pas à la transmission du couple C.
- Si les axes des deux roues sont perpendiculaires, l'effort axial sur la roue 1 devient l'effort radial sur la roue 2 et inversement ($F_{A1} = -F_{R2}$ et $F_{R1} = F_{A2}$)



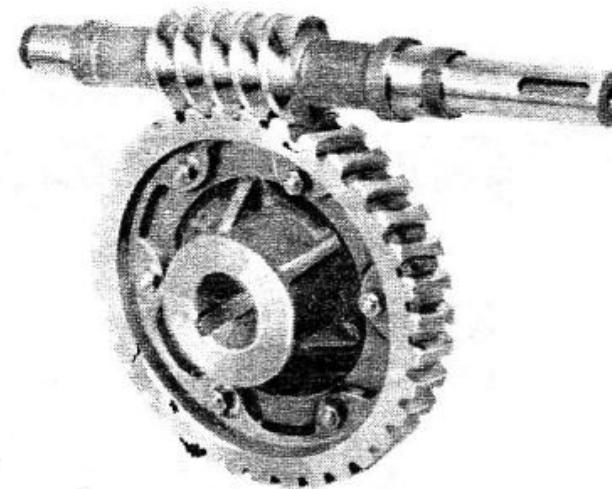
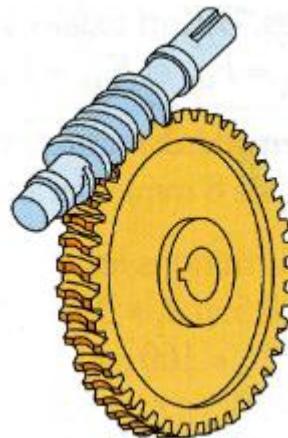
II. EXEMPLE

Une puissance de 100 kW à 1500 tr/min est transmise d'une roue 1 à denture conique ($Z_1 = 20$) à une roue 2 conique ($Z_2 = 40$).
Le module est de 8mm ,les axes des roues sont supposés perpendiculaires.
($\alpha_n = 20$ degrés , $b = 50\text{mm}$) .
Déterminons l'ensemble des actions sur la dent.



I. Caractéristiques

1. Géométrie



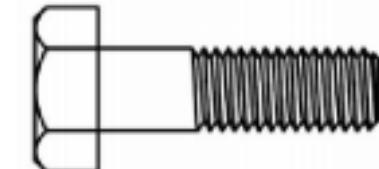
C'est un engrenage hélicoïdal dont les axes sont orthogonaux et non concourants. La transmission par ce type d'engrenage donne une solution simple pour les grands rapports de réduction, avec un fonctionnement peu bruyant.

I. Caractéristiques

1. Géométrie

- **Les éléments filetés :**

On appelle FILETAGE une surface hélicoïdale extérieure (vis)



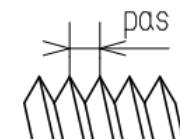
Filetage

Le filetage est obtenu à partir d'un cylindre.

Le filet qui est creusé dans la matière est intérieur au diamètre du cylindre (voir la figure ci-dessous)

- **Pas d'un filetage:**

Le pas d'un filetage est la distance qui sépare 2 sommets consécutifs d'un même filet.



- La relation qui lie le pas de la vis et la course parcouru par la vis dans un certain nombre de rotations est la suivante :

$$C = \text{pas} * n$$

Avec :

C : la course en mm.

n : nombre de tours sans unité.

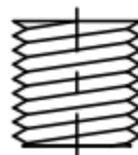
Pas : le pas de la vis en mm.

I. Caractéristiques

1. Géométrie

● *Inclinaison du filetage :*

Il existe deux sortes d'inclinaison de filetage (à droite ou à gauche)



Droite

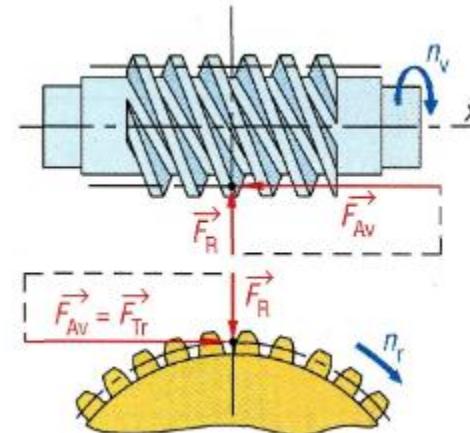
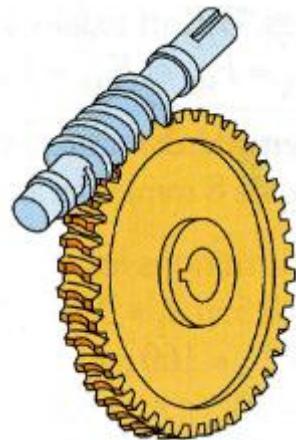


Gauche

l'inclinaison des filets est définie par l'angle β

I. Caractéristiques

1. Géométrie



La poussée de la vis est forte , On utilise alors une butée à billes ou à rouleaux ou encore des roulements à contact oblique pour réaliser la liaison pivot avec le support.

Lorsque l'inclinaison des filets est faible (vis à un filet et inclinaison inférieure à 5°), la transmission est irréversible, ce qui est souvent utile, car le réducteur s'oppose à toute rotation commandée par la machine réceptrice.

I. Caractéristiques

1. Géométrie

- Pour la vis :**

Fillet : une des dents de la vis. Les vis peuvent avoir un ou plusieurs filets.

Cylindre de référence : surface primitive de référence de la vis.

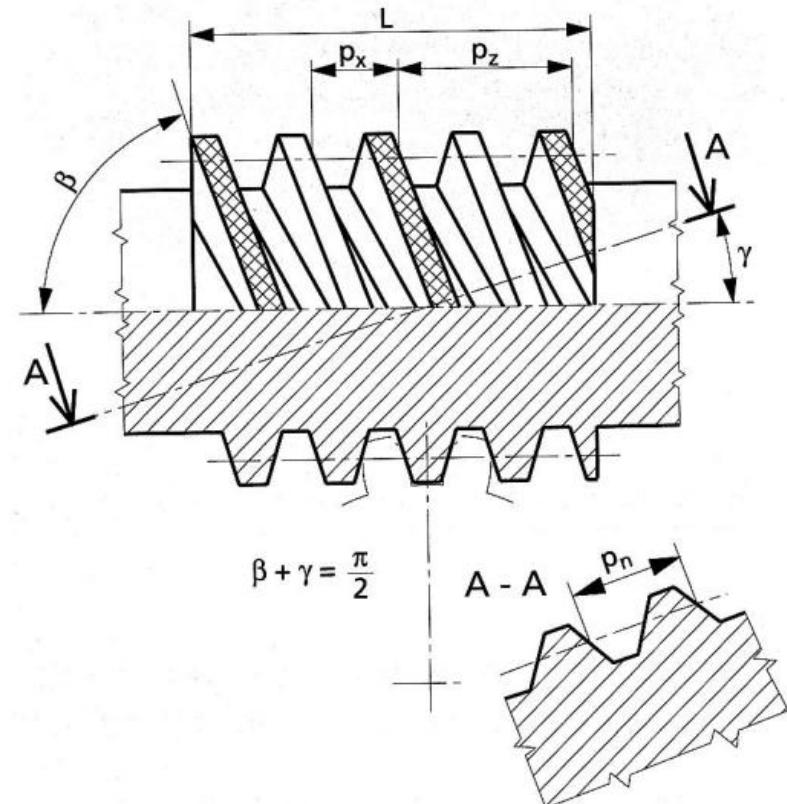
Hélice de référence : hélice d'intersection d'un flanc avec le cylindre de référence de la vis.

Pas hélicoïdal p_z : distance axiale entre deux profils homologues consécutifs d'un filet.

Pas axial p_x : rapport entre le pas hélicoïdal et le nombre de filets (le pas axial est égal au pas hélicoïdal si le nombre de filets est égal à 1).

Module axial

m_x : rapport entre le pas et le nombre π .



I. Caractéristiques

2. Calcul géométrique

- Pour la vis :

Désignation	Symbole	Formule
Module réel	m_n	Par un calcul de RDM
Nombre de filets	Z	Déterminé par le rapport des vitesses
Angle d'hélice	β	Déterminé pour l'irréversibilité ($\gamma < 5^\circ$, $\beta + \gamma = 90^\circ$)
Module axial	m_x	$m_x = m_n / \cos \gamma$
Pas axial	p_x	$p_x = p_n / \cos \gamma$
Pas réel	p_n	$p_n = \pi m_n$
Pas de l'hélice	p_z	$p_z = p_x Z$
Diamètre primitif	d	$d = p_z / \pi \tan \gamma$
Diamètre extérieur	d_a	$d_a = d + 2m_n$
Diamètre intérieur	d_f	$d_f = d - 2,5m_n$
Longueur de la vis	L	$4p_x < L < 6p_x$

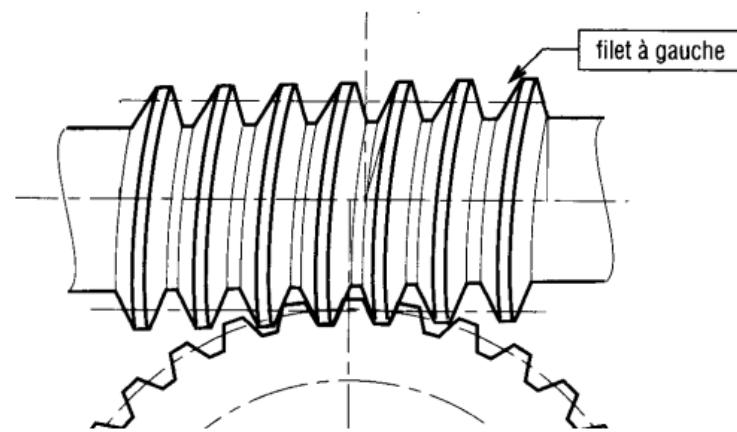
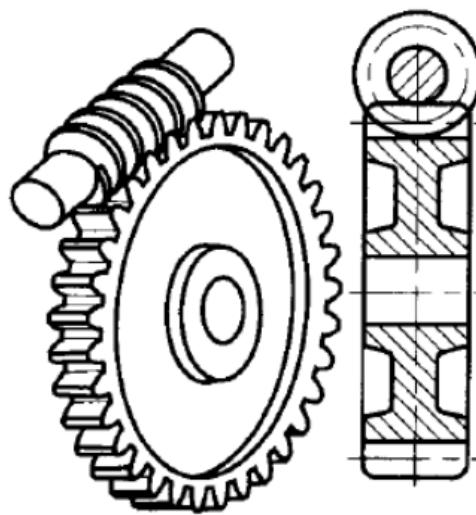
I. Caractéristiques

1. Géométrie

- Pour la roue :

Le profil de la roue est le profil conjugué de celui de la vis. L'engrènement d'une vis avec une roue n'est possible que si elles ont même module axial et même angle d'hélice.

Les caractéristiques dimensionnelles de la roue sont identiques à celles d'une roue à denture hélicoïdale.



I. Caractéristiques

3. Etude cinématique



Engrenages gauche.

- Grand rapport de Réduction
- Vis : $Z=\text{nombre de Filets}$
- Irréversibilité
- 1 tour de vis entraîne le déplacement d'une seule dent.

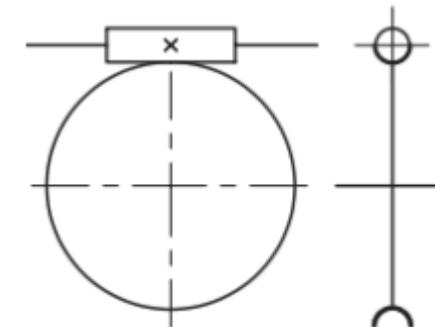
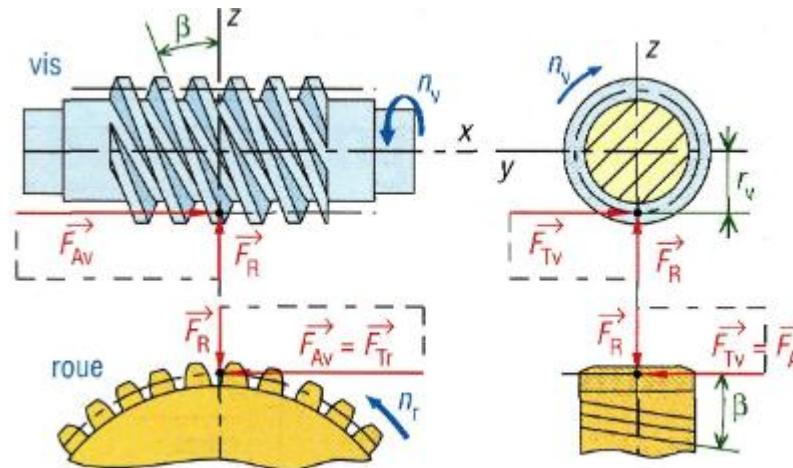


Schéma cinématique

I. Caractéristiques

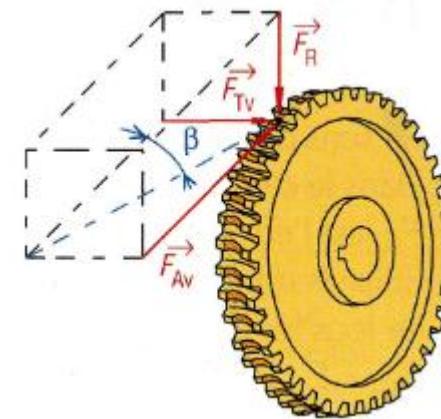
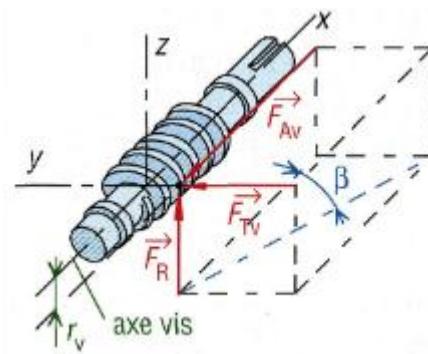
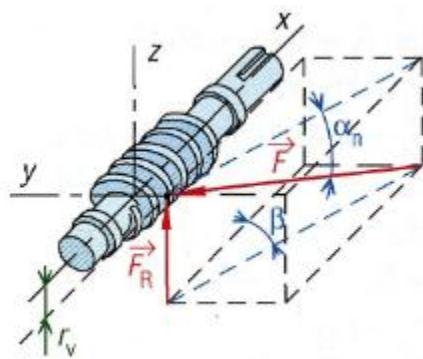
4. Efforts sur les dentures



Le sens des actions F_{Tr} et F_{Tv} est indiqué pour un filet à droite (vis et roue). Dans le cas d'un filet à gauche, ce sens doit être inversé. F_{Tv} est l'effort tangentiel sur la vis et F_{Tr} l'effort tangentiel sur la roue.

I. Caractéristiques

4. Efforts sur les dentures



F_{T_v} : l'effort tangentiel sur la vis.

F_{A_v} : l'effort axial sur la vis.

F_{T_r} : l'effort tangentiel sur la roue.

F_{a_r} : est l'effort axial sur la vis.

I. Caractéristiques

4. Efforts sur les dentures

- La procédure de détermination des efforts est indiquée par l'organigramme proposé. Les formules indiquées ne tiennent pas compte du frottement.

