

entropie

Jonas Evrard

November 2024

1 Entropie et Énergie

1.1 Définition de l'entropie

L'entropie, notée S , est une grandeur thermodynamique qui mesure le désordre ou, plus précisément, la dispersion de l'énergie dans un système.

Formule de base (statistique) : L'entropie peut être définie statistiquement grâce à Ludwig Boltzmann :

$$S = k_B \ln(\Omega)$$

où :

- S est l'entropie (en joules par kelvin, J/K),
- k_B est la constante de Boltzmann ($1.38 \times 10^{-23} J/K$),
- Ω est le nombre de micro-états possibles du système (les configurations microscopiques accessibles qui produisent le même état macroscopique).

1.2 Entropie et dispersion de l'énergie

Imaginez que vous placez une goutte de colorant dans un verre d'eau :

- Initialement, le colorant est concentré en un point, ce qui correspond à une basse entropie.
- Avec le temps, le colorant se disperse uniformément dans l'eau, ce qui correspond à une haute entropie.

De manière similaire, en physique, un système où l'énergie est concentrée (comme une source chaude) a une basse entropie. Lorsque cette énergie se répartit (par exemple, en chauffant l'air environnant), l'entropie augmente.

1.3 Deuxième loi de la thermodynamique

La deuxième loi de la thermodynamique énonce que l'entropie d'un système isolé tend à augmenter ou à rester constante. Cela signifie que l'énergie se répartit naturellement et ne se concentre pas spontanément :

$$\Delta S \geq 0$$

Dans un système isolé :

- Si $\Delta S = 0$, le système est à l'équilibre (aucun changement).
- Si $\Delta S > 0$, le système évolue vers un état plus dispersé (augmentation du désordre).

1.4 Exemple concret : transfert de chaleur

Considérons deux objets en contact thermique :

- Un objet chaud à une température T_h ,
- Un objet froid à une température T_c .

Lors du transfert de chaleur Q , l'entropie change comme suit :

$$\Delta S = \frac{Q}{T_c} - \frac{Q}{T_h}$$

où :

- $\frac{Q}{T_c}$ représente l'entropie gagnée par l'objet froid,
- $\frac{Q}{T_h}$ représente l'entropie perdue par l'objet chaud.

Puisque $T_h > T_c$, l'entropie totale augmente :

$$\Delta S_{\text{total}} = \Delta S_{\text{froid}} + \Delta S_{\text{chaud}} > 0$$

Cela illustre que la chaleur s'écoule naturellement du chaud vers le froid, augmentant l'entropie globale.

1.5 Implication pour l'énergie utilisable

L'énergie est plus utilisable lorsqu'elle est concentrée (par exemple, sous forme de chaleur dans un réservoir chaud). Lorsqu'elle se répartit dans l'environnement, elle devient moins utilisable. Cela signifie que même si l'énergie totale est conservée (première loi de la thermodynamique), sa **qualité** diminue.

Exemple : Usine thermique Dans une centrale électrique, la chaleur produite par le combustible est partiellement transformée en travail mécanique. Cependant, une grande partie de cette énergie est perdue sous forme de chaleur résiduelle, augmentant l'entropie de l'environnement.

2 Le Moteur de Carnot

2.1 Principe de fonctionnement

Un moteur de Carnot utilise deux réservoirs :

- Un réservoir **chaud** à une température T_h ,
- Un réservoir **froid** à une température T_c .

Il opère en **cycle** : un processus fermé où le système revient à son état initial après chaque cycle, permettant de répéter indéfiniment le même processus.

2.2 Les quatre étapes du cycle de Carnot

Le moteur suit quatre transformations thermodynamiques idéales :

1. Expansion isotherme (contact avec T_h) :

- Le gaz absorbe de la chaleur Q_h du réservoir chaud.
- La température reste constante (T_h), et le gaz se dilate.
- Travail effectué : $W_{\text{exp}} > 0$.

2. Expansion adiabatique (isolé thermiquement) :

- Le gaz continue de se dilater, mais sans échanger de chaleur.
- La température diminue jusqu'à T_c .

3. **Compression isotherme** (contact avec T_c) :

- Le gaz rejette de la chaleur Q_c vers le réservoir froid.
- La température reste constante (T_c).

4. **Compression adiabatique** (isolé thermiquement) :

- Le gaz est comprimé sans échange de chaleur.
- La température augmente pour revenir à T_h .

2.3 Efficacité du moteur de Carnot

L'efficacité (η) mesure la fraction de la chaleur absorbée transformée en travail utile :

$$\eta = \frac{W}{Q_h}$$

Pour un moteur de Carnot idéal :

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

où :

- W est le travail produit,
- Q_h est la chaleur absorbée du réservoir chaud,
- Q_c est la chaleur rejetée vers le réservoir froid.

2.4 Exemple numérique

Supposons un moteur fonctionnant entre :

- $T_h = 500 \text{ K}$,
- $T_c = 300 \text{ K}$.

L'efficacité maximale est :

$$\eta = 1 - \frac{300}{500} = 0.4 \text{ (ou 40\%)}$$

Cela signifie que seulement 40% de la chaleur absorbée Q_h peut être convertie en travail, même dans les meilleures conditions.

2.5 Limites pratiques

Dans les moteurs réels, l'efficacité est toujours inférieure à celle de Carnot à cause des facteurs suivants :

- **Frottements** : Génèrent des pertes mécaniques.
- **Dissipation thermique** : Une partie de la chaleur se dissipe dans l'environnement.
- **Transferts non isothermes** : Les échanges de chaleur ne se font pas à des températures parfaitement constantes.

2.6 Reversibilité et entropie

Le moteur de Carnot est **réversible** dans un monde idéal. Cela signifie que :

- Il pourrait fonctionner à l'envers, comme une pompe à chaleur.
- Aucune augmentation nette d'entropie ne se produit.

Dans un cycle de Carnot, le changement d'entropie total est nul :

$$\Delta S_{\text{total}} = \frac{Q_h}{T_h} - \frac{Q_c}{T_c} = 0$$

3 Entropie et Flèche du Temps

3.1 La flèche du temps et l'entropie

La deuxième loi de la thermodynamique stipule que l'entropie dans un système isolé tend toujours à augmenter :

$$\Delta S \geq 0$$

Cela crée une asymétrie temporelle :

- **Passé** : L'entropie est faible (énergie concentrée).
- **Futur** : L'entropie est élevée (énergie dispersée).

Exemple :

- Une tasse qui tombe et se brise augmente l'entropie (les morceaux se dispersent).
- Reformier spontanément une tasse intacte à partir des morceaux impliquerait une diminution de l'entropie, ce qui est hautement improbable.

3.2 Pourquoi l'entropie augmente-t-elle ?

Prenons l'exemple de deux barres métalliques :

- Une barre chaude à T_h contient plus de paquets d'énergie.
- Une barre froide à T_c contient moins de paquets d'énergie.

Lorsque ces barres sont mises en contact, les paquets d'énergie se déplacent de manière aléatoire entre les deux barres. L'état le plus probable est celui où l'énergie est uniformément répartie entre les deux barres. Cela correspond à une entropie maximale.

3.3 Exemple mathématique simple

Considérons un système de $N = 10$ paquets d'énergie répartis entre deux barres.

Configurations possibles : Si la barre chaude commence avec $n_1 = 7$ paquets et la barre froide avec $n_2 = 3$, le nombre total de configurations possibles (Ω) est donné par :

$$\Omega(n_1, n_2) = \binom{N}{n_1} = \frac{N!}{n_1!n_2!}$$

Pour $N = 10$, $n_1 = 7$, et $n_2 = 3$:

$$\Omega(7, 3) = \frac{10!}{7!3!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

Si l'énergie se répartit également ($n_1 = n_2 = 5$) :

$$\Omega(5, 5) = \frac{10!}{5!5!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 252$$

L'état $n_1 = n_2 = 5$ est plus probable car il correspond à un plus grand nombre de micro-états.

3.4 Lien entre l'entropie et les probabilités

L'entropie est liée au nombre de micro-états possibles :

$$S = k_B \ln(\Omega)$$

Ainsi :

- Si Ω augmente (l'énergie devient plus dispersée), S augmente également.
- L'état où Ω est maximal correspond à l'équilibre thermodynamique.

3.5 Pourquoi le temps semble-t-il avoir une direction ?

L'augmentation de l'entropie explique pourquoi nous percevons une direction temporelle :

- Le passé correspond à un état ordonné avec une faible entropie.
- Le futur correspond à un état désordonné avec une entropie élevée.

Les lois fondamentales de la physique sont **réversibles** (elles fonctionnent de la même façon si l'on inverse le temps), mais la probabilité que l'entropie diminue spontanément est si faible que nous ne l'observons jamais à notre échelle.

Exemple statistique : Rubik's Cube Un Rubik's Cube résolu représente un état de faible entropie. Chaque mouvement aléatoire augmente l'entropie, car il existe beaucoup plus de configurations "désordonnées" que de configurations "ordonnées".

4 Entropie et Vie

4.1 Comment la vie utilise-t-elle l'entropie ?

1. Énergie concentrée du soleil :

- La vie sur Terre dépend de l'énergie solaire. Le soleil fournit une énergie concentrée et ordonnée sous forme de photons à haute énergie.
- Les plantes capturent cette énergie et la stockent sous forme de molécules complexes (sucres, amidon) lors de la photosynthèse.

2. Transformation en énergie dispersée :

- Quand un animal consomme une plante, il utilise cette énergie pour se déplacer, respirer, et maintenir ses fonctions biologiques.
- À chaque étape, l'énergie devient plus dispersée (entropie augmentée), notamment sous forme de chaleur rejetée dans l'environnement.

4.2 Cycle de l'entropie dans les systèmes vivants

Prenons un exemple simplifié avec une plante et un animal :

- **Plante :**
 - Reçoit une énergie solaire ordonnée (E_{soleil}).
 - Produit des sucres et libère de l'oxygène (E_{chimique}).
 - Augmente l'entropie locale en rejetant de la chaleur lors de la respiration cellulaire.
- **Animal :**
 - Consomme les sucres produits par la plante (E_{chimique}).
 - Effectue un travail (par exemple, courir) et rejette de la chaleur.
 - Cette chaleur se disperse dans l'environnement (E_{chaleur}).

4.3 Expression mathématique de l'entropie dans un système vivant

Supposons que :

- Une plante absorbe Q_{soleil} joules de chaleur à une température solaire T_{soleil} .
- Elle rejette Q_{chaleur} joules à la température ambiante T_{ambiante} .

Le changement d'entropie est donné par :

$$\Delta S = \frac{Q_{\text{chaleur}}}{T_{\text{ambiante}}} - \frac{Q_{\text{soleil}}}{T_{\text{soleil}}}$$

Puisque $T_{\text{ambiante}} \ll T_{\text{soleil}}$, l'entropie totale augmente :

$$\Delta S > 0$$

Cela reflète la tendance naturelle des systèmes vivants à augmenter l'entropie globale tout en maintenant un ordre local.

4.4 Lien avec l'hypothèse de Jeremy England

Jeremy England a proposé que la vie pourrait être une conséquence directe de la deuxième loi de la thermodynamique :

- Dans un environnement où une énergie concentrée est constamment fournie (comme le rayonnement solaire), des structures dissipatives (comme les cellules vivantes) pourraient se former pour maximiser l'entropie.
- Par exemple, les cyanobactéries augmentent l'entropie en dissipant plus efficacement l'énergie solaire que l'eau seule.

4.5 Exemple numérique simplifié

Imaginons que :

- Une plante reçoit $Q_{\text{soleil}} = 100 \text{ J}$ de chaleur solaire à $T_{\text{soleil}} = 6000 \text{ K}$.
- Elle rejette $Q_{\text{chaleur}} = 95 \text{ J}$ à $T_{\text{ambiante}} = 300 \text{ K}$.

Le changement d'entropie serait :

$$\Delta S = \frac{95}{300} - \frac{100}{6000} \approx 0.3167 \text{ J/K}$$

L'entropie totale augmente, même si la plante utilise une partie de cette énergie pour produire de l'ordre localement.

5 Entropie à l'Échelle Cosmique

5.1 Le Big Bang et l'Entropie Initiale

État initial : faible entropie L'univers a commencé dans un état extrêmement chaud, dense et uniformément réparti. À première vue, cela pourrait sembler être un état de **haute entropie**, car tout est mélangé. Cependant, en prenant en compte la **gravité**, c'est un état de **faible entropie**.

Pourquoi faible entropie ? Une distribution uniforme de matière signifie qu'il y a peu de possibilités pour que la gravité regroupe la matière. Par conséquent, l'état initial est statistiquement improbable et correspond à une faible entropie.

Clumping gravitationnel :

- La gravité tend à regrouper la matière en amas, augmentant ainsi l'entropie.
- Avec l'expansion de l'univers, des régions plus denses ont formé des galaxies, des étoiles et des planètes.

5.2 Évolution de l'entropie dans l'univers

L'entropie totale de l'univers a augmenté de manière constante depuis le Big Bang. Cela est dû à plusieurs processus :

1. Formation des étoiles et galaxies :

- La gravité regroupe des nuages de gaz pour former des étoiles.
- De grandes quantités d'énergie potentielle gravitationnelle sont converties en chaleur et rayonnement, augmentant ainsi l'entropie.

2. Fusion nucléaire dans les étoiles :

- Les réactions thermonucléaires transforment des éléments légers comme l'hydrogène en éléments plus lourds.
- Ce processus libère de l'énergie sous forme de chaleur et de lumière, qui se dispersent dans l'espace.

3. Matière et rayonnement :

- Les photons issus de la lumière stellaire se dispersent dans l'espace, augmentant l'entropie globale en devenant moins concentrés.

5.3 Formule simplifiée de l'entropie gravitationnelle

Pour un nuage sphérique de masse M et de rayon R , l'entropie gravitationnelle peut être approximée par :

$$S \sim \frac{GM^2}{R}$$

où :

- G est la constante gravitationnelle,
- M est la masse totale,
- R est le rayon.

Lorsque le nuage s'effondre sous l'effet de la gravité (R diminue), l'entropie gravitationnelle augmente.

5.4 Trous noirs et entropie

Les trous noirs représentent l'état ultime de l'entropie dans l'univers. Selon les travaux de Hawking et Bekenstein :

1. Entropie d'un trou noir : L'entropie d'un trou noir est proportionnelle à la surface de son horizon des événements (A) :

$$S_{\text{BH}} = \frac{k_B c^3 A}{4G\hbar}$$

où :

- k_B est la constante de Boltzmann,
- c est la vitesse de la lumière,
- G est la constante gravitationnelle,
- \hbar est la constante de Planck réduite,
- $A = 4\pi R_s^2$, où R_s est le rayon de Schwarzschild.

2. Entropie colossale : Un trou noir supermassif (comme celui au centre de la Voie Lactée) possède une entropie bien plus grande que toutes les étoiles et galaxies combinées.

3. Rayonnement de Hawking : Les trous noirs émettent un rayonnement, ce qui les fait perdre de la masse et réduire leur surface. Cependant, l'entropie globale (trou noir + rayonnement) continue d'augmenter.

5.5 Entropie cosmique totale aujourd'hui

Sources principales d'entropie :

- **Photons du fond diffus cosmologique (CMB) :** Ce rayonnement fossile issu du Big Bang est extrêmement dispersé et contribue largement à l'entropie cosmique.
- **Trous noirs :** Ils contiennent la majeure partie de l'entropie de l'univers.

Ordres de grandeur :

- Entropie totale estimée aujourd'hui : $\sim 10^{104} k_B$ (principalement due aux trous noirs).
- Entropie de l'univers primitif : $\sim 10^{88} k_B$.

6 Mort Thermique de l'Univers

6.1 Qu'est-ce que la mort thermique ?

Entropie maximale : La mort thermique correspond à un état où toute l'énergie est uniformément répartie dans l'univers. Aucun gradient d'énergie (différences de température ou de densité) ne subsiste, ce qui empêche tout travail mécanique ou phénomène structuré.

État final de désordre total : Les systèmes passent de configurations hautement ordonnées à des configurations désordonnées. À l'échelle cosmique, cela signifie qu'aucun processus physique (comme la formation d'étoiles ou la vie) ne peut se produire.

6.2 Évolution vers la mort thermique

1. Dissipation de l'énergie : Toute l'énergie utile (comme la lumière stellaire ou l'énergie chimique) finit par être convertie en chaleur. Cette chaleur se disperse progressivement dans l'espace.

2. Rayonnement de Hawking et trous noirs : Les trous noirs, qui contiennent actuellement la majeure partie de l'entropie de l'univers, finiront par s'évaporer via le rayonnement de Hawking. Une fois les trous noirs disparus, l'univers ne contiendra plus que des particules élémentaires diffusant à des températures proches du zéro absolu.

3. Temps nécessaire : L'évaporation des trous noirs supermassifs prendra environ 10^{100} ans. Après cela, l'univers sera dans son état d'entropie maximale.

6.3 Entropie maximale et équilibre thermodynamique

L'équilibre thermodynamique est atteint lorsque :

$$\Delta S_{\text{total}} = 0$$

Cela se produit lorsque :

- Toutes les régions de l'univers sont à la même température.
- Tous les processus irréversibles sont terminés.

À ce stade :

- Les photons, neutrinos, et autres particules légères se distribuent uniformément.
- La densité d'énergie est extrêmement faible.

6.4 Conséquences de la mort thermique

1. Absence de structures : Les galaxies, étoiles, planètes, et formes de vie disparaissent progressivement. Les seules particules restantes seront des photons, neutrinos, et électrons.

2. Disparition de la flèche du temps : Une fois que l'entropie est maximale, il n'y a plus de différence entre le passé et le futur. Le temps devient indifférencié, car aucun événement ne peut plus se produire.

3. Un univers inerte : L'univers atteint un état où aucune activité physique ou chimique n'est possible.

7 Conclusion : Le rôle de l'entropie

L'entropie est à la fois une contrainte fondamentale et une opportunité pour comprendre l'univers. Elle :

- Donne une direction au temps et structure à l'évolution cosmique.
- Permet l'émergence de complexité dans un univers en transition.
- Décrit, à terme, l'état ultime où toute structure disparaît.

Dans cet état intermédiaire d'entropie croissante où nous existons, il est fascinant d'observer et de comprendre les mécanismes de l'univers avant qu'il ne retourne à une simplicité froide et désordonnée.