

# Démarche de conception de Bases de Données : Dépendances Fonctionnelles et Normalisation

## HLIN511

**Pascal Poncelet**  
LIRMM

Pascal.Poncelet@lirmm.fr  
<http://www.lirmm.fr/~poncelet>



# Introduction

---

- Il existe de nombreuses méthodes pour concevoir une base :
  - Empirique (DANGER)
  - Semi empirique (ex : entité-association)
  - Formelle (ex : normalisation relationnelle)



# Introduction

---

- Objectif : trouver un bon schéma relationnel
- La qualité d'un schéma se mesure lors des opérations de mises à jour

AEROPORT(Num, Nom, Categorie, Salaire)

AEROPORT	Num	Nom	Categorie	Salaire
	1	DUPONT	PILOTE	40
	2	DURANT	MECANICIEN	15
	3	DUJARDIN	PILOTE	40
	4	DURATEAU	ACCUEIL	8

- hypothèse : la catégorie détermine le salaire



# Introduction

---

- Anomalies de modification
  - Modification du salaire des pilotes : autant de modifications qu'il y a de pilotes
- Anomalies d'insertion
  - Pour stocker le salaire des contrôleurs il faut qu'il y ait au moins une catégorie d'employés dans cette catégorie (pas de clé primaire nulle)
- Anomalies de suppression
  - Si suppression de DURANT on perd l'information sur le salaire des mécaniciens



# Introduction

---

- L'objectif est d'éliminer ces anomalies pour obtenir un bon schéma relationnel
- La solution : normaliser la relation en la décomposant en plusieurs relations
- Il faut répondre aux questions suivantes :
  - S'il y a redondance : comment décomposer la relation ?
  - Y a t'il de l'information perdue lors de la décomposition ?
- Pour y répondre : les dépendances fonctionnelles



# Dépendances fonctionnelles

---

- Soit  $R(U)$ , une relation avec  $U$  l'ensemble des attributs. Soit  $X, Y \subset U$ , i.e.  $X$  et  $Y$  sont deux attributs ou ensembles d'attributs de  $R$
- Il existe une dépendance fonctionnelle (DF) entre  $X$  et  $Y$ , notée  $X \rightarrow Y$  si et seulement si

$$\forall t_1, t_2 \in R$$

$$\text{si } t_1(X) = t_2(X) \text{ alors } t_1(Y) = t_2(Y)$$

- Les dépendances fonctionnelles sont des propriétés sémantiques (du schéma de  $R$ ), donc s'appliquent à toute extension de  $R$



# Dépendances fonctionnelles

---

- Dans notre exemple :
- AEROPORT (Num, Nom, Categorie, Salaire)
- Nous avons : Categorie  $\rightarrow$  Salaire
- $\forall t_1, t_2$  projetés sur Categorie et Salaire nous avons :  
Si  $t_1(\text{Categorie}) = t_2(\text{Categorie})$  alors  $t_1(\text{Salaire}) = t_2(\text{Salaire})$

Categorie	Salaire
PILOTE	40
MECANICIEN	15
PILOTE	40
ACCUEIL	8

PILOTE  $\rightarrow$  40  
MECANICIEN  $\rightarrow$  15  
ACCUEIL  $\rightarrow$  8



# Dépendances fonctionnelles

---

- Dans une relation tout attribut est en DF avec la clé primaire

Num  $\rightarrow$  Nom (à tout Numéro correspond un Nom)

Num  $\rightarrow$  Categorie (à tout Numéro correspond une  
Catégorie)

Num  $\rightarrow$  Salaire (à tout Numéro correspond un Salaire)





# Dépendances fonctionnelles

---

Num  $\rightarrow$  Nom

Num  $\rightarrow$  Catégorie

Num  $\rightarrow$  Salaire

- Vocabulaire :

Num **détermine** Nom, Catégorie, Salaire

Nom **est déterminé par** Num

Catégorie **est déterminé par** Num

Salaire **est déterminé par** Num



# Exemple

---

- Soit l'extension suivante de R
- DF dans R ?

A	B	C
A <sub>1</sub>	B <sub>1</sub>	C <sub>1</sub>
A <sub>1</sub>	B <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>
A <sub>2</sub>	B <sub>2</sub>	C <sub>2</sub>
A <sub>3</sub>	B <sub>3</sub>	C <sub>2</sub>
A <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	C <sub>2</sub>

# Exemple

- $\text{NON } A \rightarrow B$  car  $A_3$  donne  $B_3$  et  $B_4$
- $\text{NON } A \rightarrow C$  car  $A_1$  donne  $C_1$  et  $C_2$
- $\text{OUI } B \rightarrow A$  car même valeur de  $A_1$  pour  $B_1$
- $\text{NON } B \rightarrow C$  car  $B_1$  donne  $C_1$  et  $C_2$
- $\text{NON } C \rightarrow A$  car  $A$  différents pour  $C_2$
- $\text{NON } C \rightarrow B$  car  $B$  différents pour  $C_2$

Remarque :

$B_3$  et  $B_4$  donnent  $A_3$  et  $A_3$

Nous regardons la partie gauche

$B \rightarrow A$  et non pas  $A \rightarrow B$

A	B	C
$A_1$	$B_1$	$C_1$
$A_1$	$B_1$	$C_2$
$A_2$	$B_2$	$C_2$
$A_3$	$B_3$	$C_2$
$A_3$	$B_4$	$C_2$



# Propriétés des DF

---

- Axiomes d'Armstrong
- P1 : Réflexivité
  - si  $Y \subseteq X$  alors  $X \rightarrow Y$  (donc  $X \rightarrow X$ )      DF triviale  
Si  $A, B \rightarrow A, B$  alors  $A, B \rightarrow A$  et  $A, B \rightarrow B$
- P2 : Augmentation
  - Si  $X \rightarrow Y$  alors  $X, Z \rightarrow Y, Z$  où  $Z \subseteq U$   
Si  $A, B \rightarrow C$  alors  $A, B, C \rightarrow C$   
Si  $A, B \rightarrow D$  alors  $A, B, C \rightarrow CD$
- P3 : Transitivité
  - Si  $X \rightarrow Y$  et  $Y \rightarrow Z$  alors  $X \rightarrow Z$   
Si  $A, B \rightarrow C$  et  $C \rightarrow D$  alors  $A, B \rightarrow D$



# Propriétés des DF

---

- Règles d'inférences déduites des axiomes d'Armstrong
- P4 : Pseudo-transitivité
  - Si  $X \rightarrow Y$  et  $Y, Z \rightarrow W$  alors  $X, Z \rightarrow W$
- P5 : Union
  - Si  $X \rightarrow Y$  et  $X \rightarrow Z$  alors  $X \rightarrow Y, Z$
- P6 : Décomposition
  - Si  $X \rightarrow Y, Z$  alors  $X \rightarrow Y$  et  $X \rightarrow Z$



# Exemple

---

- Soit  $R(A, B, C, D, E, G, H)$  et  
 $F = \{A, B \rightarrow C ; B \rightarrow D ; C, D \rightarrow E ; G \rightarrow A ; D \rightarrow H\}$

- Avec les axiomes d'Armstrong nous avons :

$B \rightarrow H$

– car  $B \rightarrow D$  et  $D \rightarrow H$  (P3)

$B, G \rightarrow C$

– car  $G \rightarrow A$  et par augmentation (P2) on a  $B, G \rightarrow A, B$ . De plus  $A, B \rightarrow C$  donc par transitivité (P3) on a  $B, G \rightarrow C$

$A, B \rightarrow E$

– car  $B \rightarrow D$  et par augmentation (P2) on a  $A, B \rightarrow A, D$  donc par décomposition (P6) on a  $A, B \rightarrow D$  or nous avons  $A, B \rightarrow C$  par union (P5) on a  $A, B \rightarrow CD$  et nous savons que  $C, D \rightarrow E$  donc par transitivité (P3) on obtient  $A, B \rightarrow E$



# Fermeture d'un ensemble de DF

---

- Soit  $F$  un ensemble de dépendances fonctionnelles sur  $R(U)$ . Soit  $X \rightarrow Y$  une DF.
- $F$  implique  $X \rightarrow Y$ , noté :  $F \models X \rightarrow Y$ , signifie que toute instance de relation sur  $R$  qui satisfait les dépendances dans  $F$  satisfait aussi  $X \rightarrow Y$
- Soit  $F = \{B \rightarrow D, D \rightarrow H\}$  sur  $R(A, B, C, D, E, G, H)$ . Soit la dépendance fonctionnelle  $B \rightarrow H$ .

$$F \models B \rightarrow H$$



# Fermeture Transitive

---

- La fermeture transitive d'un ensemble de dépendances fonctionnelles,  $F$ , est ce même ensemble enrichi ( $F^+$ ) de toutes les dépendances fonctionnelles que l'on peut dériver en appliquant les axiomes d'Armstrong
- En d'autres termes :  $F^+$  contient toutes les DF impliquées par  $F$  :  $F^+ = \{X \rightarrow Y \mid F \models X \rightarrow Y\}$
- La fermeture transitive d'un ensemble d'attributs  $X$  est notée  $X^+$





# Exemple

---

- Soit l'ensemble  $F = \{A \rightarrow B ; B \rightarrow C ; B \rightarrow D ; A \rightarrow E\}$ .

La fermeture transitive de  $F$  est  $F^+ = \{ A \rightarrow B ; B \rightarrow C ; B \rightarrow D ; A \rightarrow E ; A \rightarrow C ; A \rightarrow D \}$

Car à partir de  $A \rightarrow B$  et  $B \rightarrow C$  par transitivité (P3) on obtient  $A \rightarrow C$

Et à partir de  $A \rightarrow B$  et  $B \rightarrow D$  par transitivité (P3) on obtient :  $A \rightarrow D$



# Calcul de la Fermeture Transitive

---

Entrée :  $F$  un ensemble de DF et  $X$  un ensemble d'attributs

Sortie :  $X^+$  fermeture transitive de  $X$

Algorithme:

1. Initialiser  $X^+$  à  $X$
2. Trouver une DF  $(G \rightarrow D) \in F$  possédant en partie gauche des attributs inclus dans  $X^+$
3. Ajouter dans  $X^+$  les attributs situés en partie droite de la DF
4. Répéter 2) et 3) jusqu'à ce que  $X^+$  ne puisse plus évoluer



# Exemple

- Soit  $F = \{A \rightarrow D ; A, B \rightarrow E ; B, I \rightarrow E ; C, D \rightarrow I ; E \rightarrow C\}$ .  
Calculer la fermeture sous  $F$  de  $AE$ .

- (étape 1)  $AE^+ = \{A, E\}$

Initialisation de  $AE^+$  avec  $AE$

- (étape 2) Comme  $A \rightarrow D$  nous pouvons ajouter  $D$  à l'ensemble :  $AE^+ = \{A, D, E\}$

Trouver une DF  $(G \rightarrow D) \in F$  possédant en partie gauche des attributs inclus dans  $X^+$ . Ici  $A$  est inclus dans  $AE^+$

- (étape 3) comme  $E \rightarrow C$  nous pouvons ajouter  $C$  :  $AE^+ = \{A, C, D, E\}$

Ajouter dans  $X^+$  les attributs situés en partie droite de la DF. Ici  $C$ .

- (étape 4) répéter étape 2 et 3 comme  $C, D$  sont dans  $AE^+$  et que nous avons  $C, D \rightarrow I$  alors nous pouvons ajouter  $I$  :  $AE^+ = \{A, C, D, E, I\}$

On peut répéter l'étape 2 et 3 car  $X^+$  a été étendu. Ici  $I$

- Pas d'évolution possible. La fermeture transitive de  $AE$  est donc :

$$AE^+ = \{A, C, D, E, I\}$$

Plus d'évolution possible.  
 $X^+$  contient la fermeture transitive



# Un autre Exemple

- 
- $F = \{A \rightarrow C ; A \rightarrow D ; B, C \rightarrow A ; E \rightarrow B ; E \rightarrow D\}$ .  
Calculer la fermeture sous  $F$  de  $CE$ .
  - (étape 1)  $CE^+ = CE$
  - (étape 2) Comme  $E \rightarrow B$  nous pouvons ajouter  $B$  à l'ensemble :  $CE^+ = BCE$
  - (étape 3) Comme  $E \rightarrow D$  nous pouvons ajouter  $D$  :  $CE^+ = BCDE$
  - (étape 4) on peut refaire étape 2 et 3. Comme  $\{B, C\}$  est inclus dans  $\{B, C, D, E\}$  et que  $B, C \rightarrow A$  nous avons  $C, D \rightarrow A$  alors nous pouvons ajouter  $A$  :  $CE^+ = ABCDE$
  - Pas d'étape 2 ni d'étape 3 possible. La fermeture transitive de  $CE$  est donc :

$$CE^+ = ABCDE$$



# Dépendance fonctionnelle élémentaire

---

- Soit  $R(U)$  une relation, soit  $X$  et  $Y \subset U$ , tels que :  $X \rightarrow Y$ . La dépendance fonctionnelle  $X \rightarrow Y$  est dite **élémentaire** (ou totale) ssi :
  - $Y$  n'est pas inclus dans  $X$ , i.e.  $Y \neq X$  ( $Y$  est le complémentaire de  $X$  dans  $U$ )
  - il n'existe pas  $X' \subset X$  tel que  $X' \rightarrow Y$
- La seconde condition indique que  $X$  est « la plus petite quantité d'information donnant  $Y$  »
- Il n'y a pas d'attribut inutile dans la partie gauche



# Dépendance fonctionnelle directe

---

- Soit  $R(U)$  une relation, soit  $X$  et  $Y \subset U$ , tels que :  $X \rightarrow Y$ .
- La dépendance  $X \rightarrow Y$  est **directe** s'il n'existe pas  $Z$  dans  $R$  distinct de  $X$  et  $Y$  tel que  $X \rightarrow Z$  et  $Z \rightarrow Y$
- la dépendance n'est pas obtenue par transitivité



# Dépendance fonctionnelle triviale et simple

---

- Soit  $R(U)$  une relation, soit  $X$  et  $Y \subset U$ , tels que :  $X \rightarrow Y$ .
- La dépendance  $X \rightarrow Y$  est **triviale** si  $Y - X$  est vide
- Une dépendance fonctionnelle est **simple** si elle ne comporte qu'un seul attribut en partie droite et si elle n'est pas triviale

$$X \rightarrow A_1, A_2, \dots, A_n \Leftrightarrow \{X \rightarrow A_1 ; X \rightarrow A_2 ; \dots ; X \rightarrow A_n \}$$

- Il est toujours possible de présenter les dépendances fonctionnelles sous forme simple  
(P6)



# Couverture Minimale

---

- Couverture minimale d'un ensemble de DF : sous ensemble minimum de dépendances fonctionnelles élémentaires qui permettent de générer toutes les autres
- Tout ensemble de dépendances fonctionnelles possède une couverture minimale (pas forcément unique)





# Algorithme pour Couverture Minimale

---

Entrée : F un ensemble de DF et X un ensemble d'attributs

Sortie : M : la couverture minimale de F

Algorithme :

1. Décomposer chaque DF pour avoir un seul attribut à droite (P6). *(les cibles de DF n'ont qu'un attribut)*
2. Supprimer les attributs en surnombre à gauche :  
Pour tout  $X \rightarrow Y$ , s'il existe un  $Z \subseteq X$  tel que  $Z \rightarrow Y$  alors remplacer  $X \rightarrow Y$  par  $Z \rightarrow Y$  (propriétés P1, P3 et P4 )  
*(pas d'attribut inutile dans les DF de M)*
3. Supprimer les DF redondantes (qu'on peut obtenir par les axiomes d'Armstrong)



# Attribut inutile

---

- Soit  $F$  un ensemble de DF, soit  $f \in F$ , la DF  $A, B, C, D \dots \rightarrow Y$

$A$  est un **attribut inutile** dans  $f$  si on peut engendrer

$$B, C, D, \dots \rightarrow Y$$

à partir des DF de  $F$  et des propriétés P1, P3 et P4 (réflexivité, transitivité, pseudo-transitivité)



# Attribut Inutile

---

- Exemple

$$F = \{A \rightarrow B ; A, B \rightarrow C\}$$

B est inutile dans  $A, B \rightarrow C$  car  $A \rightarrow C$  peut être généré

$$P4 : X \rightarrow Y \quad Y, Z \rightarrow W \quad \text{alors} \quad X, Z \rightarrow W$$

$$A \rightarrow B \quad B, A \rightarrow C \quad \text{alors} \quad A, A \rightarrow C$$

et donc  $A \rightarrow C$



# Exemple

---

- Soit  $\{A, B, C, D, E, F\}$  un ensemble d'attributs
- L'ensemble des DF est composé de :
- $F = \{f1 : A, B \rightarrow C, D ; f2 : C \rightarrow D ; f3 : E \rightarrow D ;$   
 $f4 : F \rightarrow E, D ; f5 : B \rightarrow A ; f6 : E, F \rightarrow F ;$   
 $f7 : D \rightarrow E\}$

# Exemple

$F = \{f1 : A, B \rightarrow C, D ; f2 : C \rightarrow D ; f3 : E \rightarrow D ; f4 : F \rightarrow E, D ; f5 : B \rightarrow A ; f6 : E, F \rightarrow F ; f7 : D \rightarrow E\}$

*(les cibles de df  
n'ont qu'un  
attribut)*

## 1) Eclatement des DF

$f1 : g'1 : A, B \rightarrow C$  et  $g''1 : A, B \rightarrow D$

$f4 : g'4 : F \rightarrow E$  et  $g''4 : F \rightarrow D$

## 2) Suppression des attributs inutiles (à examiner $g'1$ , $g''1$ et $f6$ )

Pour  $g'1$  et  $g''1$  A est étranger

P4  $X \rightarrow Y$   $Y, Z \rightarrow W$

$B \rightarrow A$   $A, B \rightarrow C$

pour  $f6$  E est étranger

$F \rightarrow E$   $E, F \rightarrow F$

alors  $X, Z \rightarrow W$

alors  $B \rightarrow C$

$F, F \rightarrow F$

*(pas d'attribut inutile  
dans les DF de M)*



# Exemple

$F = \{f1 : A, B \rightarrow C, D ; f2 : C \rightarrow D ; f3 : E \rightarrow D ; f4 : F \rightarrow E, D ; f5 : B \rightarrow A ; f6 : E, F \rightarrow F ; f7 : D \rightarrow E\}$

Etapes précédentes :  $g'1 : B \rightarrow C ; g''1 : B \rightarrow D ; f6 : F \rightarrow F ; g'4 : F \rightarrow E ; g''4 : F \rightarrow D$

## 3) Suppression des DF redondantes

$g''1$  redondante car  $g'1$  et  $f2$

$g''4$  redondante avec  $g'4$  et  $f3$

$f6$  redondante par réflexivité

*(pas de DF  
redondantes dans  
M)*

Couverture minimale :

$M = \{g'1 : B \rightarrow C ; f2 : C \rightarrow D ; f3 : E \rightarrow D ;$   
 $g'4 : F \rightarrow E ; f5 : B \rightarrow A ; f7 : D \rightarrow E\}$



# Dépendances fonctionnelles et clés

---

- Une clé d'une relation  $R(A_1, \dots, A_n)$  est un sous ensemble  $X$  des attributs de la relation  $R$  tel que les deux conditions ci-dessous sont vérifiées :
  1.  $X \rightarrow A_1, \dots, A_n$
  2. Il n'existe pas de  $Y \subset X$  tel que  $Y \rightarrow A_1, \dots, A_n$
- Un attribut clé et un attribut qui appartient à cette clé et un attribut non clé est un attribut qui n'y appartient pas
- Super clé : tout ensemble d'attributs satisfaisant la 1ère propriété constitue une super clé de  $R$ 
  - Une super clé de  $R$  contient donc une clé de  $R$
  - Une clé de  $R$  est une super clé minimale de  $R$
  - Si  $X=U$ , la relation est dite « toute clé » : la clé est composée de l'ensemble des attributs



# Exemple

---

A	B	C	D
A1	B1	C1	D1
A1	B2	C1	D2
A2	B2	C2	D3
A3	B1	C1	D2
A4	B4	C3	D2

- L'un des attributs peut-il jouer le rôle de clé ?
- Quelles associations d'attributs peuvent jouer ce rôle ?



# Exemple

A	B	C	D
A1	B1	C1	D1
A1	B2	C1	D2
A2	B2	C2	D3
A3	B1	C1	D2
A4	B4	C3	D2

- A ne peut pas car  $A_1$  détermine plusieurs B ( $B_1, B_2$ )
- B ne peut pas car  $B_1$  détermine plusieurs A ( $A_1, A_3$ )
- C ne peut pas car  $C_1$  détermine plusieurs B ( $B_1, B_2$ )
- D ne peut pas car  $D_2$  détermine plusieurs C ( $C_1, C_3$ )
- A,B oui car pas deux fois la même occurrence
- A,C non car  $A_1, C_1$  détermine plusieurs B ( $B_1, B_2$ )
- A,D oui car pas deux fois la même occurrence
- B,C non car  $B_1, C_1$  détermine plusieurs A ( $A_1, A_3$ )
- B, D oui car pas deux fois la même occurrence
- C,D non car  $C_1, D_2$  détermine plusieurs A ( $A_1, A_3$ )
- A,B,C oui car pas deux fois la même occurrence
- B,C, D oui car pas deux fois la même occurrence
- A,B,C,D oui car pas deux fois la même occurrence - ABCD est une super clé



# Exemple Intuitif

- Soit la relation  $R(A,B,C,D,E)$  et  $F = \{A \rightarrow C, A \rightarrow D, BC \rightarrow A, E \rightarrow B, E \rightarrow D\}$ .  
Calculez la liste des clés candidates de  $R$ ,  $F^+$

$E$  doit faire partie de la clé parce qu'il n'apparaît jamais dans une partie des DF. Comme  $A, B, C$  et  $D$  interviennent à droite des DF, il est inutile de calculer  $A^+, B^+, C^+, D^+$ . Une clé candidate doit avoir comme fermeture  $\{A,B,C,D,E\}$ .

Calcul de la fermeture de  $E^+ = \{B,D,E\}$ .  $E$  ne peut donc pas être seul clé. Il faut ajouter les combinaisons des attributs avec  $E$  : Calcul des fermetures de  $AE^+, BE^+, CE^+, DE^+$

Ne vérifient pas la fermeture :  $BE^+ = \{B,D,E\}$  ;  $DE^+ = \{B,D,E\}$

Vérifient la fermeture :  $AE^+ = \{A,B,C,D,E\}$  ;  $CE^+ = \{A,B,C,D,E\}$  (voir exemple précédent)

Les clés candidates sont :  $AE^+$  et  $CE^+$



# Recherche des clés

---

Entrée : ensemble des attributs et ensemble des DF

Sortie : ensemble de relations avec leurs clés

Algorithme :

1. Recherche de la couverture minimale  $M$
2. Regroupement des DF de  $M$ 
  - Réunir dans un même ensemble  $E_i$  toutes les DF ayant même source (autant de  $E_i$  que de source de DF différentes)
3. Regroupement des  $E_i$ 
  - On regroupe dans un même ensemble les DF de  $E_i$  et  $E_j$  s'ils contiennent des DF réciproques ( $X \rightarrow Y$  et  $Y \rightarrow X$ )
4. Création des relations
  - Réunir dans un même ensemble  $E_i$  toutes les DF ayant même source (autant de  $E_i$  que de source de DF différentes)



# Exemple

---

- Soit  $\{A, B, C, D, E, F\}$  un ensemble d'attributs
- L'ensemble des DF est composé de :
- $F = \{f_1 : A, B \rightarrow C, D ; f_2 : C \rightarrow D ; f_3 : E \rightarrow D ;$   
 $f_4 : F \rightarrow E, D ; f_5 : B \rightarrow A ; f_6 : E, F \rightarrow F ;$   
 $f_7 : D \rightarrow E\}$

Etape 1 (voir transparent précédent) :

$$M = \{g'_1 : B \rightarrow C ; f_2 : C \rightarrow D ;$$
$$f_3 : E \rightarrow D ; g'_4 : F \rightarrow E ;$$
$$f_5 : B \rightarrow A ; f_7 : D \rightarrow E\}$$



# Exemple

---

- Etape 2

$$E_1 = \{B \rightarrow C ; B \rightarrow A\} \quad E_2 = \{C \rightarrow D\}$$

$$E_3 = \{E \rightarrow D\} \quad E_4 = \{F \rightarrow E\} \quad E_5 = \{D \rightarrow E\}$$

- Etape 3

$$E_1 ; E_2 ; E'_3 = E_3 \cup E_5 ; E_4$$

- Etape 4

$$R_1 (\underline{B}, C, A) ; R_2 (\underline{C}, D) ; R_3 (\underline{E}, D) \quad D \text{ clé candidate ;} \\ R_4 (\underline{F}, E)$$



# Graphes des dépendances fonctionnelles

---

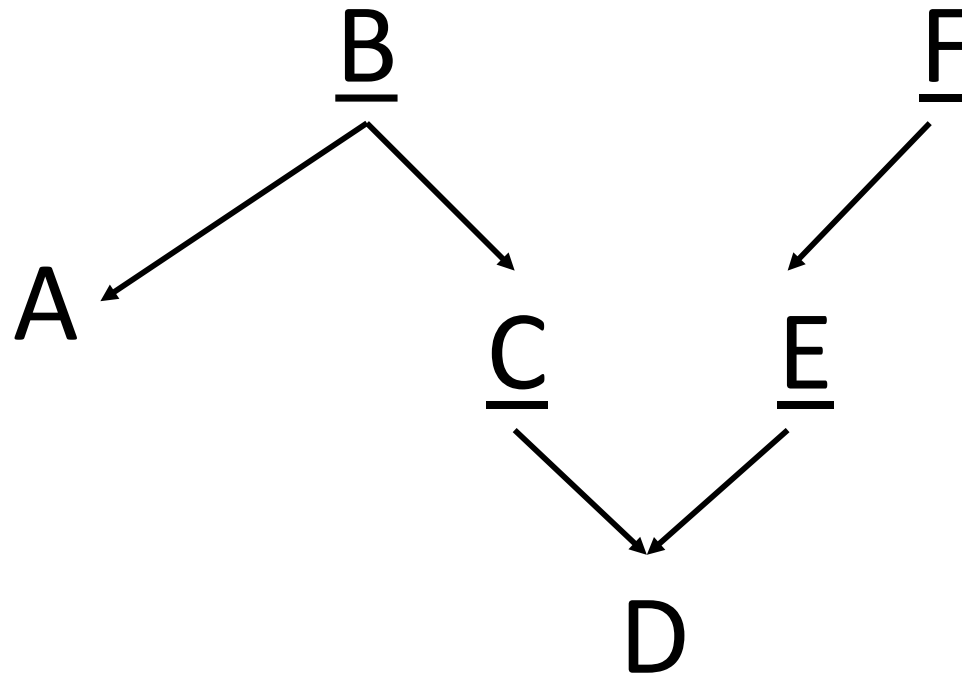
- A partir du schéma de la base de données, il est possible de dessiner le graphe des dépendances fonctionnelles
- Le principe est le suivant :
  - Le ou les attributs clés primaires sont soulignés
  - Il y a une flèche du ou des attributs clés primaires vers les attributs non clés primaires



# Exemple

---

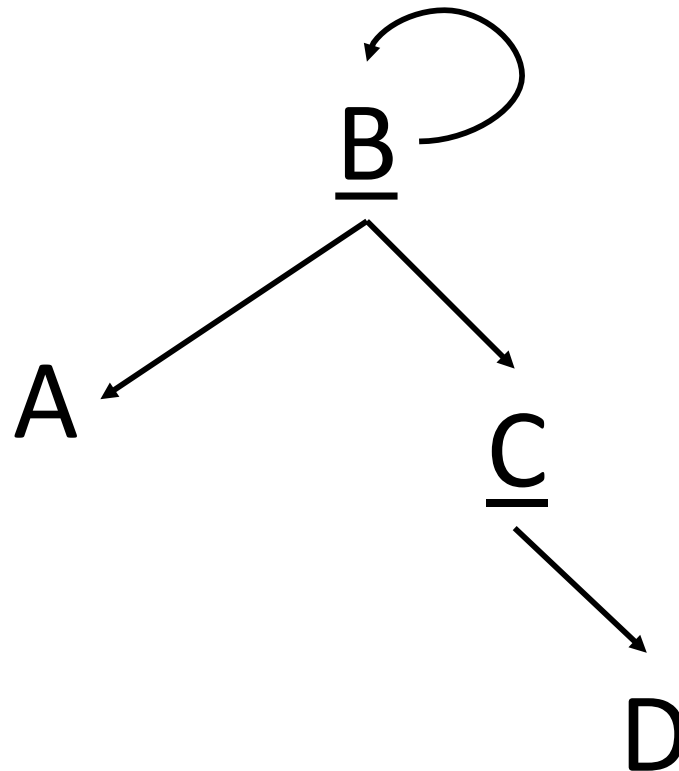
- $R_1 (\underline{B}, C, A) ; R_2 (\underline{C}, D) ; R_3 (\underline{E}, D) ; R_4 (\underline{E}, E)$



# Exemple

---

- Autojointure  $R_1 (\underline{B}, C, A, \text{ref}B)$  ;  $R_2 (\underline{C}, D)$



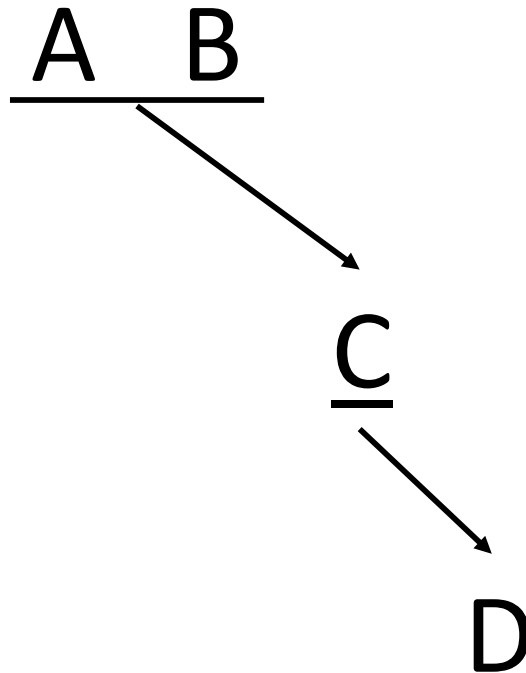


# Exemple

---

- Clé primaire multi-attributs

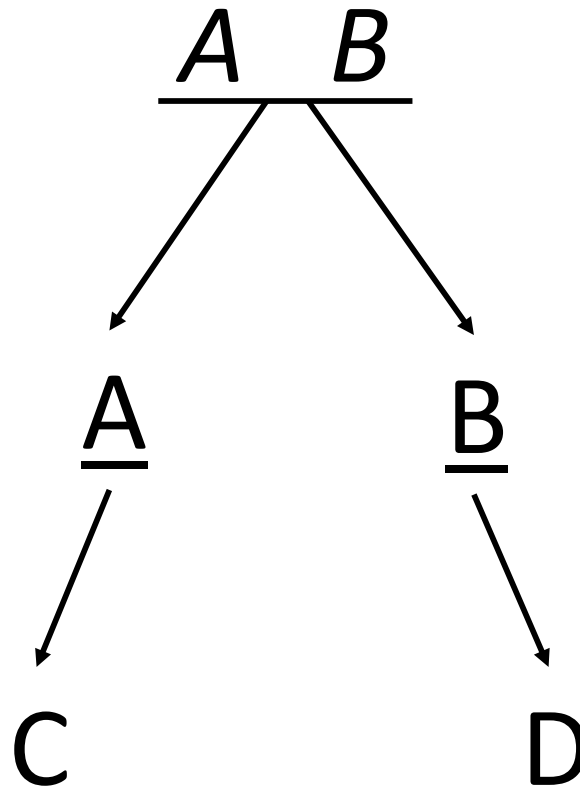
$R_1 (\underline{A}, \underline{B}, C) ; R_2 (\underline{C}, D)$



# Exemple

---

- Clé primaire multi-attributs avec relations complexes  $R_1 (\underline{A}, \underline{B})$  ;  $R_2 (\underline{A}, C)$  ;  $R_3 (\underline{B}, D)$



# Le principe de la Normalisation

---

- Le point de départ est la relation universelle : l'ensemble de tous les attributs
- Objectif : une représentation canonique des données présentant un minimum de redondances à l'intérieur de chaque relation et un maximum d'indépendance entre les différentes relations
- Principe de la normalisation : remplacer une relation par d'autres relations afin que la jointure de ces relations permette de retrouver la relation initiale



# Décomposition

---

- Critères attendus de la décomposition :
  - Décomposition sans perte d'information
  - Décomposition préservant les DF



# Décomposition sans perte d'information

---

- Théorème de décomposition de Casey-Delobel (1973) :
- Soit  $R(X,Y,Z)$  une relation où  $X,Y,Z$  sont des ensembles d'attributs. Soit  $X \rightarrow Y$  une DF vérifiée dans  $R$ .
  - Alors il existe  $R1$  et  $R2$  deux relations telle que :  
 $R1(X, Y)$  et  $R2(X,Z)$  et  $R=JOINTURE(R1,R2/R1.X=R2.X)$
- La décomposition de  $R$  dans les deux relations  $R1$  et  $R2$  est garantie sans perte d'information



# Décomposition sans perte d'information

---

- Théorème de Heath :

Toute relation  $R(X,Y,Z)$  est décomposable sans perte d'information en  $R1(X,Y)$  et  $R2(X,Z)$  s'il existe une DF telle que  $X \rightarrow Y$



# Décomposition préservant les DF

---

- La décomposition de  $R(A, F)$  en  $R_1(A_1, F_1)$ ,  $R_2(A_2, F_2)$  est une décomposition qui préserve les dépendances fonctionnelles ssi  $F^+ = (F_1 \cup F_2)^+$
- Soit la relation Entreprise (Ville, Rue, Code) et  
 $F = \text{Ville, Rue} \rightarrow \text{Code} ; \text{Code} \rightarrow \text{Ville}$

Ville	Rue	Code
MONTPELLIER	COMEDIE	34000
MONTPELLIER	GARE	34000



# Décomposition préservant les DF

---

- La décomposition de Entreprise en R1(Ville, Code) et R2(Rue, Code) évite la redondance Ville, Code et est une décomposition qui est sans perte d'information mais qui elle ne préserve pas la dépendance fonctionnelle :

Ville, Rue  $\rightarrow$  Code

R1

Ville	Code
MONTPELLIER	34000

R2

Rue	Code
COMEDIE	34000
GARE	34000





# Première Forme Normale

---

- Une relation est en 1FN ssi tous ses attributs sont atomiques (mono-valués)

PERSONNE	Num	Nom	Prénoms
	1	DUPONT	Jean, Paul, Jacques
	2	DURANT	Pierre, Patrick, Eric
	3	DUJARDIN	Marie, Emilie

LIVRE	Code	Titre	Auteur
	3A	Tintin	Hergé
	3B	Astérix	Goscigny, Uderzo



# Première Forme Normale

---

- Comment normaliser en 1FN ? 2 solutions
- Créer autant d'attributs que le nombre maximum de valeurs (stockage horizontal)

**Personne (Num, Nom, Prenom1, Prenom2, Prenom3)**

- Créer une nouvelle relation comprenant la CP de la relation initiale et l'attribut multi-valué
- Attention : éliminer l'attribut de la relation initiale

**Livre (Code, Titre) - Auteur (Code, NomAuteur)**

- Avantage vs inconvénients ?



# Deuxième Forme Normale

---

- Une relation est en seconde forme normale (2FN) ssi
  - Elle est en 1FN
  - Tout attribut n'appartenant pas à la clé primaire est en DF totale avec la clé

EMPRUNT (NumAbonné, NumLivre, Nom, DateEmprunt)

AUTEUR (NumAuteur, Nom, Adresse)

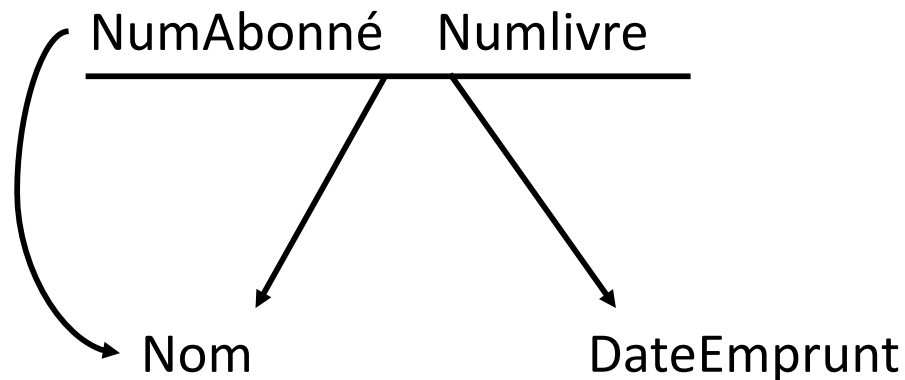
- EMPRUNT et AUTEUR en 2FN ?



# Deuxième Forme Normale

---

EMPRUNT (NumAbonné, NumLivre, Nom, DateEmprunt)  
avec NumAbonné  $\rightarrow$  Nom



# Deuxième Forme Normale

---

EMPRUNT (NumAbonné, NumLivre, Nom, DateEmprunt)  
avec NumAbonné  $\rightarrow$  Nom

- Comment normaliser ?
- Isoler la DF responsable dans une nouvelle relation. Elle devient CP dans la relation initiale
- Eliminer l'attribut cible de la DF dans la relation initiale

EMPRUNT (NumAbonné, NumLivre, DateEmprunt)



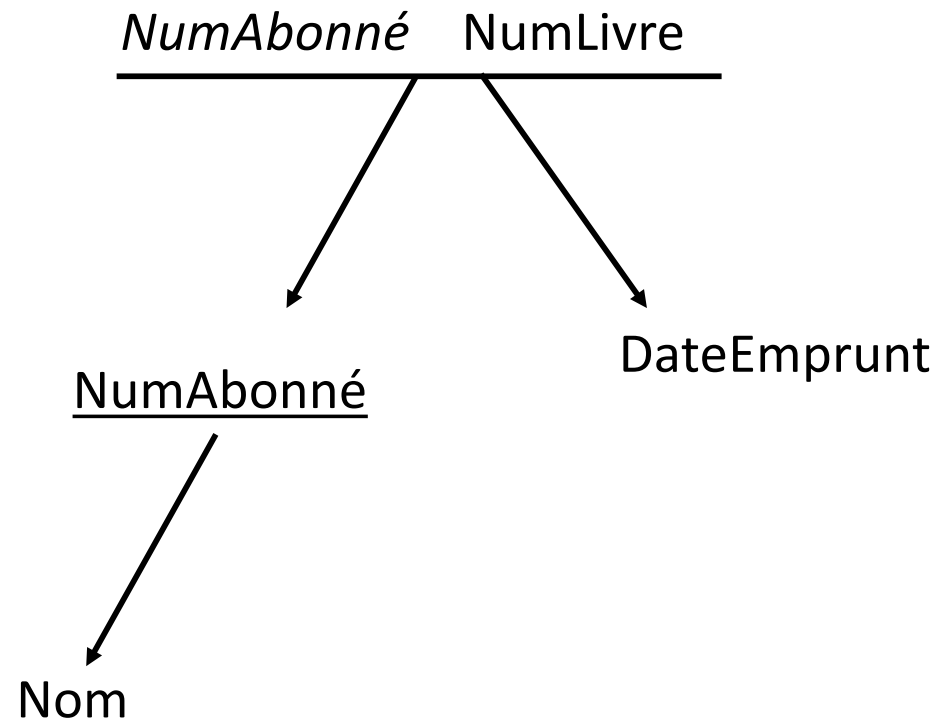
ABONNE (NumAbonné, Nom)

# Deuxième Forme Normale

---

EMPRUNT (NumAbonné, NumLivre, DateEmprunt)

ABONNE (NumAbonné, Nom)



# Deuxième Forme Normale

---

- Attention : la seconde forme normale implique que :  
« Tout attribut n'appartenant pas à la clé primaire est en DF totale avec la clé »
- Ceci doit être vrai pour les clés candidates
- A l'origine C. Date avait précisé que pour des raisons de simplicité, il suppose que chaque relation a une seule clé candidate ...



# Troisième Forme Normale

---

- Une relation est en 3FN ssi
- Elle est en 2FN
- Elle ne contient pas de DF transitive entre attributs non clés

EMPRUNT (NumAbonné, NumLivre, DateEmprunt)

ABONNE (NumAbonné, Nom)

AEROPORT(Num, Nom, Categorie, Salaire)

- EMPRUNT, ABONNE, AEROPORT en 3NF ?

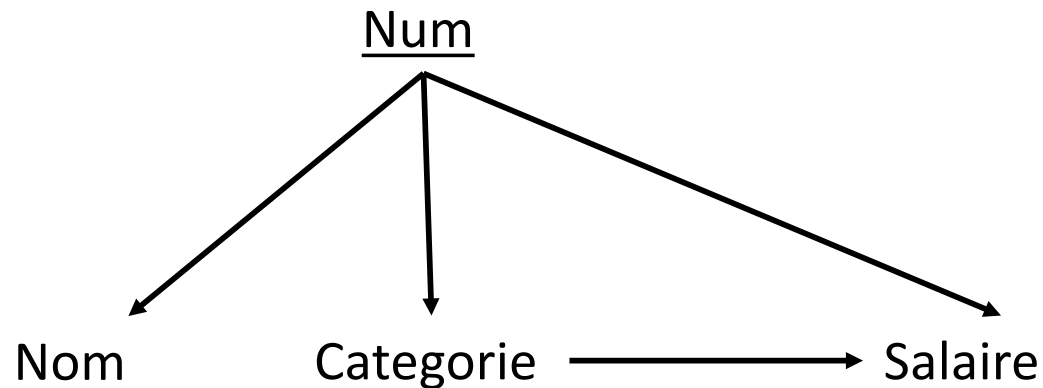




# Troisième Forme Normale

---

AEROPORT(Num, Nom, Categorie, Salaire)  
avec Categorie  $\rightarrow$  Salaire



# Troisième Forme Normale

---

AEROPORT(Num, Nom, Categorie, Salaire)  
avec Categorie → Salaire

- Comment normaliser en 3FN ?
- Isoler la DF transitive dans une nouvelle relation
- Eliminer l'attribut cible de la DF dans la nouvelle relation

PILOTE (Num, Nom, *Categorie*)

GRILLE (Categorie, Salaire)

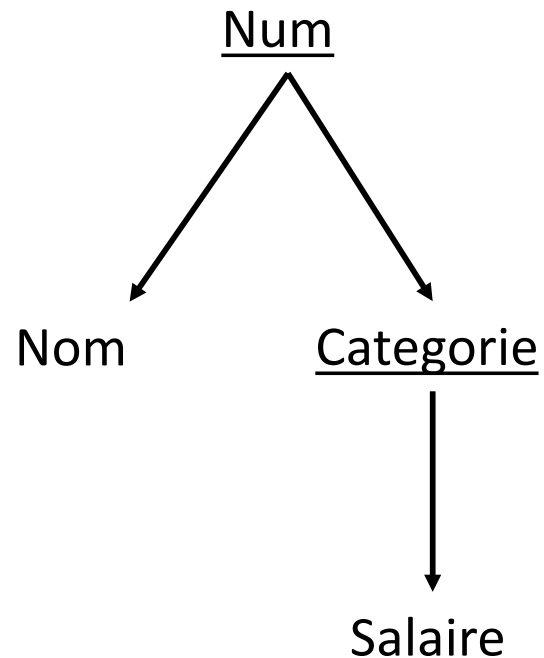


# Troisième Forme Normale

---

PILOTE (Num, Nom, *Categorie*)

GRILLE (Categorie, Salaire)



# Résultat de la normalisation en 3FN

---

- Théorème :  
toute relation R admet au moins une décomposition en 3FN telle que:
  - La décomposition préserve les DF
  - Toutes les composantes sont en 3FN
- Conséquences : Il est souhaitable que les relations soient en 3FN car il existe toujours une décomposition sans perte d'information et préservant les DF d'un schéma en 3FN



# Exemple

---

- Soit  $R(A,B,C)$  avec les DF  $\{A \rightarrow B ; B \rightarrow C\}$  et  $A,B,C$  monovalués
- clé primaire de  $R$  ?
- forme normale de  $R$  ?
- l'extension suivante est-elle possible pour  $R$  ?
- Proposer une décomposition en 3FN pour  $R$

A	B	C
A1	B1	C1
A2	B2	C2
A3	B2	C1
A4	B3	C3

# Exemple

- Soit  $R(A,B,C)$  avec les DF  $\{A \rightarrow B ; B \rightarrow C\}$  et  $A,B,C$  monovalués
- clé primaire de  $R$  ? **A**
- forme normale de  $R$  ? **2FN car  $B \rightarrow C$**
- l'extension suivante est-elle possible pour  $R$  ? **NON car B2 donne C2 et C1**
- Proposer une décomposition en 3FN pour  $R$  :  
 $R1(\underline{A},B)$  et  $R2(\underline{B},C)$

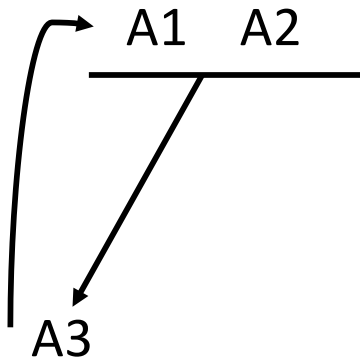
A	B	C
A1	B1	C1
A2	B2	C2
A3	B2	C1
A4	B3	C3



# La forme Boyce and Codd

---

- Une relation est en BCFN (Boyce and Codd Normal Form) ssi elle est en 3FN et qu'aucun attribut de la clé ne dépend d'un attribut non clé.  $R(\underline{A1}, \underline{A2}, A3)$  est en BCFN s'il n'existe pas  $A3 \rightarrow A1$



# La forme Boyce and Codd

---

- Théorème :

Toute relation admet une décomposition en BCFN sans perte d'information

Une décomposition BCFN ne conserve pas les DF





# La forme Boyce and Codd

---

COURS (Matiere, Classe, Professeur) avec :

- Un professeur n'enseigne qu'une seule matière
- Une classe n'a qu'un seul enseignant par matière

Matiere, Classe  $\rightarrow$  Professeur et

Professeur  $\rightarrow$  Matiere

- La relation est en 3NF mais il existe une DF entre Professeur (non clé) et Matiere (partie de la clé)



# La forme Boyce and Codd

---

Décomposition :

- SPECIALITE (Professeur, Matiere)
- ENSEIGNANT (Classe, Professeur)
- Décomposition sans perte d'information mais perte de la DF  
Matiere, Classe  $\rightarrow$  Professeur
- La DF ne peut pas être prise en compte par le SGBD. Nécessité d'avoir un trigger ou un programme à côté



# Rappel

---

AEROPORT(Num, Nom, Categorie, Salaire)

AEROPORT	Num	Nom	Categorie	Salaire
	1	DUPONT	PILOTE	40
	2	DURANT	MECANICIEN	15
	3	DUJARDIN	PILOTE	40
	4	DURATEAU	ACCUEIL	8

- hypothèse : la catégorie détermine le salaire

# Souvent au niveau BCNF et 3NF

---

- Plus d'anomalie de stockage
- Modification : modification du salaire des pilotes pour tous
- Insertion : on peut stocker le salaire d'un contrôleur sans avoir un employé de cette catégorie
- Suppression : si DURANT est supprimé on conserve l'information sur le salaire des mécaniciens



# Dépendances multi-valuées

---

- Soit  $R(X, Y, Z)$  une relation. On dit que  $X \twoheadrightarrow Y$  ( $X$  multi détermine  $Y$  ou il y a une dépendance multi-valuée de  $Y$  sur  $X$ ) si pour toute extension de  $R$  ( $X \twoheadrightarrow Y$ ) :

A chaque valeur de  $X$  correspond toujours le même ensemble de valeurs de  $Y$  et cet ensemble de valeurs ne dépend pas de  $Z$



# Dépendances multi-valuées

---

- Un étudiant peut faire plusieurs sports et parler plusieurs langues

R (NumEtudiant, Sport, Langue)

NumEtudiant	Sport	Langue
1	FOOTBALL	FRANCAIS
1	TENNIS	ANGLAIS
1	NATATION	FRANCAIS
1	TENNIS	FRANCAIS

- NumEtudiant  $\rightarrow$  Sport, Langue
- Répétition de l'information : 1 – FRANCAIS, 1 - TENNIS



# Dépendances multi-valuées

---

- Les dépendances multi-valuées sont une généralisation des dépendances fonctionnelles :  
si  $X \rightarrow Y$  alors  $X \twoheadrightarrow Y$
- De même que pour les DF, une dépendance multi-valuée  $D$  est déductible de  $F$  si elle est obtenue par application des axiomes d'Armstrong



# D'autres formes normales

---

- Il existe d'autres formes normales mais elles ne sont généralement peu utilisées car elles se font au dépend souvent de la perte de DF et en outre elles ont tendance à éclater complètement les relations
- Coût excessif pour les opérations de jointures



# Test de validité de la décomposition

---

- Vérification qu'une décomposition est sans perte d'information
- Soit  $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$  une relation à  $n$  attributs décomposée, par normalisation en  $R_1, R_2, \dots, R_m$
- 1ère étape : création du tableau
  - Création d'un tableau dont les lignes correspondent aux relations  $R_1, \dots, R_m$  et les colonnes les  $n$  attributs de la relation initiale
  - A l'intersection d'une ligne  $i$  et d'une colonne  $j$ , mettre  $\alpha_j$  si  $A_j \in R_i$  et  $\beta_{i,j}$  sinon

# Test de validité de la décomposition

---

- 2nd étape : unification
  - On considère le tableau comme l'extension de  $R$ . On examine les DF sur ce tableau
  - Si une DF n'est pas vérifiée, on unifie les valeurs de la cible aussi : si l'une des valeurs est  $\alpha_j$  et les autres des  $\beta_{i,j}$ , on remplace les  $\beta_{i,j}$  par des  $\alpha_j$



# Test de validité de la décomposition

---

- 3ième étape : validation
  - Si le tableau contient au moins 1 ligne ne comportant que des  $\alpha$ , la décomposition est sans perte d'information sinon elle est avec perte

# Exemple

---

R (NumEt, NomEt, CodeUV, NoteTest, NoteCC)

avec

NumEt  $\rightarrow$  NomEt

NumEt, CodeUV  $\rightarrow$  NoteTest, NoteCC

- Décomposé en

R1 (NumEt, NomEt)

R2 (NumEt, CodeUV, NoteTest, NoteCC)



# Exemple

R (NumEt, NomEt, CodeUV, NoteTest, NoteCC)

R1 (NumEt, NomEt)

R2 (NumEt, CodeUV, NoteTest, NoteCC)

Création du tableau

R	NumEt	NomEt	CodeUv	NoteTest	NoteCC
R1					
R2					

Projection des relations R1 et R2.  $\alpha_i$  indique que l'attribut est dans la relation à la ième colonne

R	NumEt	NomEt	CodeUv	NoteTest	NoteCC
R1	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta_{1,3}$	$\beta_{1,4}$	$\beta_{1,5}$
R2	$\alpha_1$	$\beta_{2,2}$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$



# Exemple

R (NumEt, NomEt, CodeUV, NoteTest, NoteCC)

R1 (NumEt, NomEt)

R2 (NumEt, CodeUV, NoteTest, NoteCC)

Vérification de la DF : NumEt  $\rightarrow$  NomEt. Si  $\alpha_i$  on donne un  $\beta_{l,m}$  unifier : mettre un  $\alpha_m$

R	NumEt	NomEt	CodeUv	NoteTest	NoteCC
R1	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta_{1,3}$	$\beta_{1,4}$	$\beta_{1,5}$
R2	$\alpha_1$	<del><math>\beta_{2,2}</math></del> $\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$

Il existe une ligne qu'avec des  $\alpha$  alors la décomposition est sans perte d'information



# Exemple

---

R (NumEt, NomEt, CodeUV, NoteTest, NoteCC) avec

NumEt  $\rightarrow$  NomEt

NumEt, CodeUV  $\rightarrow$  NoteTest, NoteCC

Décomposé en :

R1 (NumEt, NomEt, NoteTest)

R2 (NumEt, CodeUV, NoteCC)

Avec perte ou sans perte ?



- 
- Des questions ?

