

# Démarche de conception de Bases de Données : Dépendances Fonctionnelles et Normalisation

## HLIN511

Pascal Poncelet  
LIRMM  
Pascal.Poncelet@lirmm.fr  
<http://www.lirmm.fr/~poncelet>




---

---

---

---

---

---

---

---

## Introduction

- Il existe de nombreuses méthodes pour concevoir une base :
  - Empirique (DANGER)
  - Semi empirique (ex : entité-association)
  - Formelle (ex : normalisation relationnelle)



2

---

---

---

---

---

---

---

---

## Introduction

- Objectif : trouver un bon schéma relationnel
- La qualité d'un schéma se mesure lors des opérations de mises à jour

AEROPORT(Num, Nom, Catégorie, Salaire)

AEROPORT	Num	Nom	Catégorie	Salaire
	1	DUPONT	PILOTE	40
	2	DURANT	MECANICIEN	15
	3	DUJARDIN	PILOTE	40
	4	DURATEAU	ACCUEIL	8

- hypothèse : la catégorie détermine le salaire



3

---

---

---

---

---

---

---

---

## Introduction

- Anomalies de modification
  - Modification du salaire des pilotes : autant de modifications qu'il y a de pilotes
- Anomalies d'insertion
  - Pour stocker le salaire des contrôleurs il faut qu'il y ait au moins une catégorie d'employés dans cette catégorie (pas de clé primaire nulle)
- Anomalies de suppression
  - Si suppression de DURANT on perd l'information sur le salaire des mécaniciens



4

---

---

---

---

---

---

---

---

## Introduction

- L'objectif est d'éliminer ces anomalies pour obtenir un bon schéma relationnel
- La solution : normaliser la relation en la décomposant en plusieurs relations
- Il faut répondre aux questions suivantes :
  - S'il y a redondance : comment décomposer la relation ?
  - Y a-t'il de l'information perdue lors de la décomposition ?
- Pour y répondre : les dépendances fonctionnelles



5

---

---

---

---

---

---

---

---

## Dépendances fonctionnelles

- Soit  $R(U)$ , une relation avec  $U$  l'ensemble des attributs. Soit  $X, Y \subset U$ , i.e.  $X$  et  $Y$  sont deux attributs ou ensembles d'attributs de  $R$
- Il existe une dépendance fonctionnelle (DF) entre  $X$  et  $Y$ , notée  $X \rightarrow Y$  si et seulement si
 
$$\forall t_1, t_2 \in R$$
 si  $t_1(X) = t_2(X)$  alors  $t_1(Y) = t_2(Y)$
- Les dépendances fonctionnelles sont des propriétés sémantiques (du schéma de  $R$ ), donc s'appliquent à toute extension de  $R$



6

---

---

---

---

---

---

---

---

## Dépendances fonctionnelles

- Dans notre exemple :
- AEROPORT (Num, Nom, Catégorie, Salaire)
- Nous avons :  $\text{Catégorie} \rightarrow \text{Salaire}$
- $\forall t_1, t_2$  projetés sur Catégorie et Salaire nous avons :

Si  $t_1(\text{Catégorie}) = t_2(\text{Catégorie})$  alors  $t_1(\text{Salaire}) = t_2(\text{Salaire})$

Catégorie	Salaire
PILOTE	40
MECANICIEN	15
PILOTE	40
ACCUEIL	8

PILOTE  $\rightarrow$  40  
MECANICIEN  $\rightarrow$  15  
ACCUEIL  $\rightarrow$  8



7

---

---

---

---

---

---

---

---

## Dépendances fonctionnelles

- Dans une relation tout attribut est en DF avec la clé primaire

$\text{Num} \rightarrow \text{Nom}$  (à tout Numéro correspond un Nom)

$\text{Num} \rightarrow \text{Catégorie}$  (à tout Numéro correspond une Catégorie)

$\text{Num} \rightarrow \text{Salaire}$  (à tout Numéro correspond un Salaire)



8

---

---

---

---

---

---

---

---

## Dépendances fonctionnelles

$\text{Num} \rightarrow \text{Nom}$

$\text{Num} \rightarrow \text{Catégorie}$

$\text{Num} \rightarrow \text{Salaire}$

- Vocabulaire :

Num **détermine** Nom, Catégorie, Salaire

Nom **est déterminé par** Num

Catégorie **est déterminé par** Num

Salaire **est déterminé par** Num



9

---

---

---

---

---

---

---

---

## Exemple

- Soit l'extension suivante de R
- DF dans R ?

A	B	C
A <sub>1</sub>	B <sub>1</sub>	C <sub>1</sub>
A <sub>1</sub>	B <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>
A <sub>2</sub>	B <sub>2</sub>	C <sub>2</sub>
A <sub>3</sub>	B <sub>3</sub>	C <sub>2</sub>
A <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	C <sub>2</sub>



10

## Exemple

- $\text{NON } A \rightarrow B$  car A<sub>3</sub> donne B<sub>3</sub> et B<sub>4</sub>
- $\text{NON } A \rightarrow C$  car A<sub>1</sub> donne C<sub>1</sub> et C<sub>2</sub>
- $\text{OUI } B \rightarrow A$  car même valeur de A<sub>1</sub> pour B<sub>1</sub>
- $\text{NON } B \rightarrow C$  car B<sub>1</sub> donne C<sub>1</sub> et C<sub>2</sub>
- $\text{NON } C \rightarrow A$  car A différents pour C<sub>2</sub>
- $\text{NON } C \rightarrow B$  car B différents pour C<sub>2</sub>

Remarque :  
B<sub>3</sub> et B<sub>4</sub> donnent A<sub>3</sub> et A<sub>3</sub>  
Nous regardons la  
partie gauche  
B  $\rightarrow$  A et non pas A  $\rightarrow$  B

A	B	C
A <sub>1</sub>	B <sub>1</sub>	C <sub>1</sub>
A <sub>1</sub>	B <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>
A <sub>2</sub>	B <sub>2</sub>	C <sub>2</sub>
A <sub>3</sub>	B <sub>3</sub>	C <sub>2</sub>
A <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	C <sub>2</sub>

11

## Propriétés des DF

- Axiomes d'Armstrong
- P1 : Réflexivité
  - si  $Y \subseteq X$  alors  $X \rightarrow Y$  (donc  $X \rightarrow X$ ) DF triviale  
Si A,B  $\rightarrow$  A,B alors A,B  $\rightarrow$  A et A,B  $\rightarrow$  B
- P2 : Augmentation
  - Si  $X \rightarrow Y$  alors  $X,Z \rightarrow Y,Z$  où  $Z \subseteq U$   
Si A,B  $\rightarrow$  C alors A,B,C  $\rightarrow$  C  
Si A,B  $\rightarrow$  D alors A,B,C  $\rightarrow$  CD
- P3 : Transitivité
  - Si  $X \rightarrow Y$  et  $Y \rightarrow Z$  alors  $X \rightarrow Z$   
Si A,B  $\rightarrow$  C et C  $\rightarrow$  D alors A,B  $\rightarrow$  D



12

## Propriétés des DF

- Règles d'inférences déduites des axiomes d'Armstrong
- P4 : Pseudo-transitivité
  - Si  $X \rightarrow Y$  et  $Y, Z \rightarrow W$  alors  $X, Z \rightarrow W$
- P5 : Union
  - Si  $X \rightarrow Y$  et  $X \rightarrow Z$  alors  $X \rightarrow Y, Z$
- P6 : Décomposition
  - Si  $X \rightarrow Y, Z$  alors  $X \rightarrow Y$  et  $X \rightarrow Z$



13

---

---

---

---

---

---

---

---

## Exemple

- Soit  $R(A, B, C, D, E, G, H)$  et  $F = \{A, B \rightarrow C ; B \rightarrow D ; C, D \rightarrow E ; G \rightarrow A ; D \rightarrow H\}$
- Avec les axiomes d'Armstrong nous avons :  
 $B \rightarrow H$ 
  - car  $B \rightarrow D$  et  $D \rightarrow H$  (P3)
- $B, G \rightarrow C$ 
  - car  $G \rightarrow A$  et par augmentation (P2) on a  $B, G \rightarrow A, B$ . De plus  $A, B \rightarrow C$  donc par transitivité (P3) on a  $B, G \rightarrow C$
- $A, B \rightarrow E$ 
  - car  $B \rightarrow D$  et par augmentation (P2) on a  $A, B \rightarrow A, D$  donc par décomposition (P6) on a  $A, B \rightarrow D$  or nous avons  $A, B \rightarrow C$  par union (P5) on a  $A, B \rightarrow CD$  et nous savons que  $C, D \rightarrow E$  donc par transitivité (P3) on obtient  $A, B \rightarrow E$



14

---

---

---

---

---

---

---

---

## Fermeture d'un ensemble de DF

- Soit  $F$  un ensemble de dépendances fonctionnelles sur  $R(U)$ . Soit  $X \rightarrow Y$  une DF.
- $F$  implique  $X \rightarrow Y$ , noté :  $F \models X \rightarrow Y$ , signifie que toute instance de relation sur  $R$  qui satisfait les dépendances dans  $F$  satisfait aussi  $X \rightarrow Y$
- Soit  $F = \{B \rightarrow D, D \rightarrow H\}$  sur  $R(A, B, C, D, E, G, H)$ . Soit la dépendance fonctionnelle  $B \rightarrow H$ .

$$F \models B \rightarrow H$$



15

---

---

---

---

---

---

---

---

## Fermeture Transitive

- La fermeture transitive d'un ensemble de dépendances fonctionnelles,  $F$ , est ce même ensemble enrichi ( $F^+$ ) de toutes les dépendances fonctionnelles que l'on peut dériver en appliquant les axiomes d'Armstrong
- En d'autres termes :  $F^+$  contient toutes les DF impliquées par  $F$  :  $F^+ = \{X \rightarrow Y \mid F \models X \rightarrow Y\}$
- La fermeture transitive d'un ensemble d'attributs  $X$  est notée  $X^+$



16

---

---

---

---

---

---

---

---

## Exemple

- Soit l'ensemble  $F = \{A \rightarrow B ; B \rightarrow C ; B \rightarrow D ; A \rightarrow E\}$ .  
La fermeture transitive de  $F$  est  $F^+ = \{A \rightarrow B ; B \rightarrow C ; B \rightarrow D ; A \rightarrow E ; A \rightarrow C ; A \rightarrow D\}$
- Car à partir de  $A \rightarrow B$  et  $B \rightarrow C$  par transitivité (P3) on obtient  $A \rightarrow C$
- Et à partir de  $A \rightarrow B$  et  $B \rightarrow D$  par transitivité (P3) on obtient :  $A \rightarrow D$



17

---

---

---

---

---

---

---

---

## Calcul de la Fermeture Transitive

Entrée :  $F$  un ensemble de DF et  $X$  un ensemble d'attributs

Sortie :  $X^+$  fermeture transitive de  $X$

Algorithme:

- Initialiser  $X^+$  à  $X$
- Trouver une DF  $(G \rightarrow D) \in F$  possédant en partie gauche des attributs inclus dans  $X^+$
- Ajouter dans  $X^+$  les attributs situés en partie droite de la DF
- Répéter 2) et 3) jusqu'à ce que  $X^+$  ne puisse plus évoluer



18

---

---

---

---

---

---

---

---

## Exemple

- Soit  $F = \{A \rightarrow D ; A, B \rightarrow E ; B, I \rightarrow E ; C, D \rightarrow I ; E \rightarrow C\}$ . Calculer la fermeture sous  $F$  de  $AE$ .

<ul style="list-style-type: none"> <li>(étape 1) <math>AE^+ = \{A, E\}</math></li> <li>(étape 2) Comme <math>A \rightarrow D</math> nous pouvons ajouter <math>D</math> à l'ensemble : <math>AE^+ = \{A, D, E\}</math></li> <li>(étape 3) comme <math>E \rightarrow C</math> nous pouvons ajouter <math>C</math> : <math>AE^+ = \{A, C, D, E\}</math></li> <li>(étape 4) répéter étape 2 et 3 comme <math>C, D</math> sont dans <math>AE^+</math> et que nous avons <math>C, D \rightarrow I</math> alors nous pouvons ajouter <math>I</math> : <math>AE^+ = \{A, C, D, E, I\}</math></li> <li>Pas d'évolution possible. La fermeture transitive de <math>AE</math> est donc : <math>AE^+ = \{A, C, D, E, I\}</math></li> </ul>	<p>Initialisation de <math>AE^+</math> avec <math>AE</math></p> <p>Trouver une DF (<math>G \rightarrow D</math>) <math>\subseteq F</math> possédant en partie gauche des attributs inclus dans <math>X^+</math>. Ici <math>A</math> est inclus dans <math>AE^+</math></p> <p>Ajouter dans <math>X^+</math> les attributs situés en partie droite de la DF. Ici <math>C</math>.</p> <p>On peut répéter l'étape 2 et 3 car <math>X^+</math> a été étendu. Ici <math>I</math></p> <p>Plus d'évolution possible. <math>X^+</math> contient la fermeture transitive</p>
---	--

## Un autre Exemple

- $F = \{A \rightarrow C ; A \rightarrow D ; B, C \rightarrow A ; E \rightarrow B ; E \rightarrow D\}$ . Calculer la fermeture sous  $F$  de  $CE$ .

- (étape 1)  $CE^+ = CE$
- (étape 2) Comme  $E \rightarrow B$  nous pouvons ajouter  $B$  à l'ensemble :  $CE^+ = BCE$
- (étape 3) Comme  $E \rightarrow D$  nous pouvons ajouter  $D$  :  $CE^+ = BCDE$
- (étape 4) on peut refaire étape 2 et 3. Comme  $\{B, C\}$  est inclus dans  $\{B, C, D, E\}$  et que  $B, C \rightarrow A$  nous avons  $C, D \rightarrow I$  alors nous pouvons ajouter  $I$  :  $CE^+ = ABCDE$
- Pas d'étape 2 ni d'étape 3 possible. La fermeture transitive de  $CE$  est donc :  
 $CE^+ = ABCDE$

## Dépendance fonctionnelle élémentaire

- Soit  $R(U)$  une relation, soit  $X$  et  $Y \subseteq U$ , tels que :  $X \rightarrow Y$ . La dépendance fonctionnelle  $X \rightarrow Y$  est dite **élémentaire** (ou totale) ssi :
  - $Y$  n'est pas inclus dans  $X$ , i.e.  $Y = U - X$  ( $Y$  est le complémentaire de  $X$  dans  $U$ )
  - il n'existe pas  $X' \subset X$  tel que  $X' \rightarrow Y$
- La seconde condition indique que  $X$  est « la plus petite quantité d'information donnant  $Y$  »
- Il n'y a pas d'attribut inutile dans la partie gauche

### Dépendance fonctionnelle directe

- Soit  $R(U)$  une relation, soit  $X$  et  $Y \subset U$ , tels que :  $X \rightarrow Y$ .
- La dépendance  $X \rightarrow Y$  est **directe** s'il n'existe pas  $Z$  dans  $R$  distinct de  $X$  et  $Y$  tel que  $X \rightarrow Z$  et  $Z \rightarrow Y$
- la dépendance n'est pas obtenue par transitivité



22

---

---

---

---

---

---

---

### Dépendance fonctionnelle triviale et simple

- Soit  $R(U)$  une relation, soit  $X$  et  $Y \subset U$ , tels que :  $X \rightarrow Y$ .
- La dépendance  $X \rightarrow Y$  est **triviale** si  $Y - X$  est vide
- Une dépendance fonctionnelle est **simple** si elle ne comporte qu'un seul attribut en partie droite et si elle n'est pas triviale  

$$X \rightarrow A_1, A_2, \dots, A_n \Leftrightarrow \{X \rightarrow A_1 ; X \rightarrow A_2 ; \dots ; X \rightarrow A_n \}$$
- Il est toujours possible de présenter les dépendances fonctionnelles sous forme simple (P6)



23

---

---

---

---

---

---

---

### Couverture Minimale

- Couverture minimale d'un ensemble de DF : sous ensemble minimum de dépendances fonctionnelles élémentaires qui permettent de générer toutes les autres
- Tout ensemble de dépendances fonctionnelles possède une couverture minimale (pas forcément unique)



24

---

---

---

---

---

---

---



## Algorithme pour Couverture Minimale

Entrée : F un ensemble de DF et X un ensemble d'attributs

Sortie : M : la couverture minimale de F

Algorithme :

1. Décomposer chaque DF pour avoir un seul attribut à droite (P6). *(les cibles de DF n'ont qu'un attribut)*
2. Supprimer les attributs en surnombre à gauche :  
Pour tout  $X \rightarrow Y$ , s'il existe un  $Z \subseteq X$  tel que  $Z \rightarrow Y$  alors remplacer  $X \rightarrow Y$  par  $Z \rightarrow Y$  (propriétés P1, P3 et P4 )  
*(pas d'attribut inutile dans les DF de M)*
3. Supprimer les DF redondantes (qu'on peut obtenir par les axiomes d'Armstrong)



25

---

---

---

---

---

---

---

---

## Attribut inutile

- Soit F un ensemble de DF, soit  $f \in F$ , la DF  $A, B, C, D \dots \rightarrow Y$

A est un **attribut inutile** dans f si on peut engendrer

$$B, C, D, \dots \rightarrow Y$$

à partir des DF de F et des propriétés P1, P3 et P4 (réflexivité, transitivité, pseudo-transitivité)



26

---

---

---

---

---

---

---

---

## Attribut Inutile

- Exemple

$$F = \{A \rightarrow B ; A, B \rightarrow C\}$$

B est inutile dans  $A, B \rightarrow C$  car  $A \rightarrow C$  peut être généré

$$P4 : X \rightarrow Y \quad Y, Z \rightarrow W \quad \text{alors} \quad X, Z \rightarrow W$$

$$A \rightarrow B \quad B, A \rightarrow C \quad \text{alors} \quad A, A \rightarrow C$$

et donc  $A \rightarrow C$



27

---

---

---

---

---

---

---

---

## Exemple

- Soit  $\{A, B, C, D, E, F\}$  un ensemble d'attributs
- L'ensemble des DF est composé de :
- $F = \{f1 : A, B \rightarrow C, D ; f2 : C \rightarrow D ; f3 : E \rightarrow D ; f4 : F \rightarrow E, D ; f5 : B \rightarrow A ; f6 : E, F \rightarrow F ; f7 : D \rightarrow E\}$



28

---

---

---

---

---

---

---

---

## Exemple

$F = \{f1 : A, B \rightarrow C, D ; f2 : C \rightarrow D ; f3 : E \rightarrow D ; f4 : F \rightarrow E, D ; f5 : B \rightarrow A ; f6 : E, F \rightarrow F ; f7 : D \rightarrow E\}$

### 1) Eclatement des DF

$f1 : g'1 : A, B \rightarrow C$  et  $g''1 : A, B \rightarrow D$   
 $f4 : g'4 : F \rightarrow E$  et  $g''4 : F \rightarrow D$

(les cibles de df  
n'ont qu'un  
attribut)

### 2) Suppression des attributs inutiles (à examiner $g'1$ , $g''1$ et $f6$ )

Pour  $g'1$  et  $g''1$  A est étranger

P4  $X \rightarrow Y$   $Y, Z \rightarrow W$   
 $B \rightarrow A$   $A, B \rightarrow C$

alors  $X, Z \rightarrow W$   
alors  $B \rightarrow C$

pour  $f6$  E est étranger

$F \rightarrow E$   $E, F \rightarrow F$

$F, F \rightarrow F$

(pas d'attribut inutile  
dans les DF de M)



29

---

---

---

---

---

---

---

---

## Exemple

$F = \{f1 : A, B \rightarrow C, D ; f2 : C \rightarrow D ; f3 : E \rightarrow D ; f4 : F \rightarrow E, D ; f5 : B \rightarrow A ; f6 : E, F \rightarrow F ; f7 : D \rightarrow E\}$

Etapas précédentes :  $g'1 : B \rightarrow C ; g''1 : B \rightarrow D ; f6 : F \rightarrow F ; g'4 : F \rightarrow E ; g''4 : F \rightarrow D$

### 3) Suppression des DF redondantes

$g''1$  redondante car  $g'1$  et  $f2$

$g'4$  redondante avec  $g'4$  et  $f3$

$f6$  redondante par réflexivité

(pas de DF  
redondantes dans  
M)

Couverture minimale :

$M = \{g'1 : B \rightarrow C ; f2 : C \rightarrow D ; f3 : E \rightarrow D ; g'4 : F \rightarrow E ; f5 : B \rightarrow A ; f7 : D \rightarrow E\}$



30

---

---

---

---

---

---

---

---

## Dépendances fonctionnelles et clés

- Une **clé** d'une relation  $R(A_1, \dots, A_n)$  est un sous ensemble  $X$  des attributs de la relation  $R$  tel que les deux conditions ci-dessous sont vérifiées :
  1.  $X \rightarrow A_1, \dots, A_n$
  2. Il n'existe pas de  $Y \subset X$  tel que  $Y \rightarrow A_1, \dots, A_n$
- Un attribut clé et un attribut qui appartient à cette clé et un attribut non clé est un attribut qui n'y appartient pas
- Super clé : tout ensemble d'attributs satisfaisant la 1ère propriété constitue une super clé de  $R$ 
  - Une super clé de  $R$  contient donc une clé de  $R$
  - Une clé de  $R$  est une super clé minimale de  $R$
  - Si  $X=U$ , la relation est dite « toute clé » : la clé est composée de l'ensemble des attributs



31

---

---

---

---

---

---

---

---

## Exemple

A	B	C	D
A1	B1	C1	D1
A1	B2	C1	D2
A2	B2	C2	D3
A3	B1	C1	D2
A4	B4	C3	D2

- L'un des attributs peut-il jouer le rôle de clé ?
- Quelles associations d'attributs peuvent jouer ce rôle ?



32

---

---

---

---

---

---

---

---

## Exemple

A	B	C	D
A1	B1	C1	D1
A1	B2	C1	D2
A2	B2	C2	D3
A3	B1	C1	D2
A4	B4	C3	D2

- A ne peut pas car  $A_1$  détermine plusieurs B ( $B_1, B_2$ )
- B ne peut pas car  $B_1$  détermine plusieurs A ( $A_1, A_3$ )
- C ne peut pas car  $C_1$  détermine plusieurs B ( $B_1, B_2$ )
- D ne peut pas car  $D_2$  détermine plusieurs C ( $C_1, C_3$ )
- A,B oui car pas deux fois la même occurrence
- A,C non car  $A_1, C_1$  détermine plusieurs B ( $B_1, B_2$ )
- A,D oui car pas deux fois la même occurrence
- B,C non car  $B_1, C_1$  détermine plusieurs A ( $A_1, A_3$ )
- B,D oui car pas deux fois la même occurrence
- C,D non car  $C_1, D_2$  détermine plusieurs A ( $A_1, A_3$ )
- A,B,C oui car pas deux fois la même occurrence
- B,C,D oui car pas deux fois la même occurrence
- A,B,C,D oui car pas deux fois la même occurrence - ABCD est une super clé



33

---

---

---

---

---

---

---

---

## Exemple Intuitif

- Soit la relation  $R(A,B,C,D,E)$  et  $F = \{A \rightarrow C, A \rightarrow D, BC \rightarrow A, E \rightarrow B, E \rightarrow D\}$ . Calculez la liste des clés candidates de  $R, F^+$

$E$  doit faire partie de la clé parce qu'il n'apparaît jamais dans une partie des DF. Comme  $A, B, C$  et  $D$  interviennent à droite des DF, il est inutile de calculer  $A^+, B^+, C^+, D^+$ . Une clé candidate doit avoir comme fermeture  $\{A,B,C,D,E\}$ .

Calcul de la fermeture de  $E^+ = \{B,D,E\}$ .  $E$  ne peut donc pas être seul clé. Il faut ajouter les combinaisons des attributs avec  $E$  : Calcul des fermetures de  $AE^+, BE^+, CE^+, DE^+$

Ne vérifient pas la fermeture :  $BE^+ = \{B,D,E\}$  ;  $DE^+ = \{B,D,E\}$

Vérifient la fermeture :  $AE^+ = \{A,B,C,D,E\}$  ;  $CE^+ = \{A,B,C,D,E\}$  (voir exemple précédent)

Les clés candidates sont :  $AE^+$  et  $CE^+$

34

## Recherche des clés

Entrée : ensemble des attributs et ensemble des DF

Sortie : ensemble de relations avec leurs clés

Algorithme :

1. Recherche de la couverture minimale  $M$
2. Regroupement des DF de  $M$ 
  - Réunir dans un même ensemble  $E_i$  toutes les DF ayant même source (autant de  $E_i$  que de source de DF différentes)
3. Regroupement des  $E_i$ 
  - On regroupe dans un même ensemble les DF de  $E_i$  et  $E_j$  s'ils contiennent des DF réciproques ( $X \rightarrow Y$  et  $Y \rightarrow X$ )
4. Création des relations
  - Réunir dans un même ensemble  $E_i$  toutes les DF ayant même source (autant de  $E_i$  que de source de DF différentes)

## Exemple

- Soit  $\{A, B, C, D, E, F\}$  un ensemble d'attributs
- L'ensemble des DF est composé de :
- $F = \{f1 : A, B \rightarrow C, D ; f2 : C \rightarrow D ; f3 : E \rightarrow D ; f4 : F \rightarrow E, D ; f5 : B \rightarrow A ; f6 : E, F \rightarrow F ; f7 : D \rightarrow E\}$

Etape 1 (voir transparent précédent) :

$M = \{g'1 : B \rightarrow C ; f2 : C \rightarrow D ; f3 : E \rightarrow D ; g'4 : F \rightarrow E ; f5 : B \rightarrow A ; f7 : D \rightarrow E\}$

35

### Exemple

- Etape 2

$E_1 = \{B \rightarrow C ; B \rightarrow A\}$   $E_2 = \{C \rightarrow D\}$

$E_3 = \{E \rightarrow D\}$   $E_4 = \{F \rightarrow E\}$   $E_5 = \{D \rightarrow E\}$

- Etape 3

$E_1 ; E_2 ; E'_3 = E_3 \cup E_5 ; E_4$

- Etape 4

$R_1 (\underline{B}, C, A) ; R_2 (\underline{C}, D) ; R_3 (\underline{E}, D)$  D clé candidate ;  
 $R_4 (\underline{F}, E)$




---

---

---

---

---

---

---

---

### Graphes des dépendances fonctionnelles

- A partir du schéma de la base de données, il est possible de dessiner le graphe des dépendances fonctionnelles
- Le principe est le suivant :
  - Le ou les attributs clés primaires sont soulignés
  - Il y a une flèche du ou des attributs clés primaires vers les attributs non clés primaires



38

---

---

---

---

---

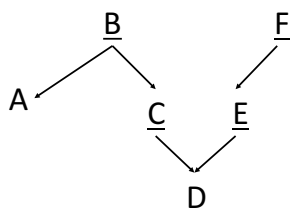
---

---

---

### Exemple

- $R_1 (\underline{B}, C, A) ; R_2 (\underline{C}, D) ; R_3 (\underline{E}, D) ; R_4 (\underline{F}, E)$



39

---

---

---

---

---

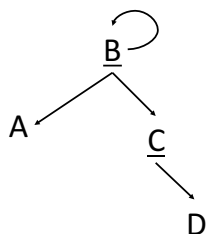
---

---

---

### Exemple

- Autojointure  $R_1 (\underline{B}, C, A, \text{ref}B)$  ;  $R_2 (\underline{C}, D)$



40

---

---

---

---

---

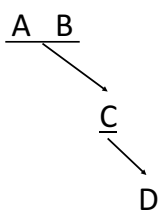
---

---

---

### Exemple

- Clé primaire multi-attributs  
 $R_1 (\underline{A, B}, C)$  ;  $R_2 (\underline{C}, D)$



41

---

---

---

---

---

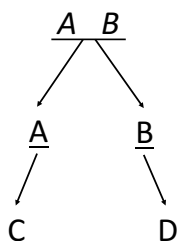
---

---

---

### Exemple

- Clé primaire multi-attributs avec relations complexes  
 $R_1 (\underline{A, B})$  ;  $R_2 (\underline{A}, C)$  ;  $R_3 (\underline{B}, D)$



42

---

---

---

---

---

---

---

---

## Le principe de la Normalisation

- Le point de départ est la relation universelle : l'ensemble de tous les attributs
- Objectif : une représentation canonique des données présentant un minimum de redondances à l'intérieur de chaque relation et un maximum d'indépendance entre les différentes relations
- Principe de la normalisation : remplacer une relation par d'autres relations afin que la jointure de ces relations permette de retrouver la relation initiale



43

---

---

---

---

---

---

---

---

## Décomposition

- Critères attendus de la décomposition :
  - Décomposition sans perte d'information
  - Décomposition préservant les DF



44

---

---

---

---

---

---

---

---

## Décomposition sans perte d'information

- Théorème de décomposition de Casey-Delobel (1973) :
- Soit  $R(X,Y,Z)$  une relation où  $X,Y,Z$  sont des ensembles d'attributs. Soit  $X \rightarrow Y$  une DF vérifiée dans  $R$ .
  - Alors il existe  $R_1$  et  $R_2$  deux relations telle que :  
 $R_1(X, Y)$  et  $R_2(X, Z)$  et  $R = \text{JOINTURE}(R_1, R_2 / R_1.X = R_2.X)$
- La décomposition de  $R$  dans les deux relations  $R_1$  et  $R_2$  est garantie sans perte d'information



45

---

---

---

---

---

---

---

---

## Décomposition sans perte d'information

- Théorème de Heath :

Toute relation  $R(X,Y,Z)$  est décomposable sans perte d'information en  $R_1(X,Y)$  et  $R_2(X,Z)$  s'il existe une DF telle que  $X \rightarrow Y$



46

---

---

---

---

---

---

---

---

## Décomposition préservant les DF

- La décomposition de  $R(A, F)$  en  $R_1(A_1, F_1)$ ,  $R_2(A_2, F_2)$  est une décomposition qui préserve les dépendances fonctionnelles ssi  $F^+ = (F_1^+ \cup F_2^+)^+$
- Soit la relation Entreprise (Ville, Rue, Code) et  
 $F = \text{Ville, Rue} \rightarrow \text{Code} ; \text{Code} \rightarrow \text{Ville}$

Ville	Rue	Code
MONTPELLIER	COMEDIE	34000
MONTPELLIER	GARE	34000



47

---

---

---

---

---

---

---

---

## Décomposition préservant les DF

- La décomposition de Entreprise en  $R_1(\text{Ville, Code})$  et  $R_2(\text{Rue, Code})$  évite la redondance Ville, Code et est une décomposition qui est sans perte d'information mais qui elle ne préserve pas la dépendance fonctionnelle :

Ville, Rue  $\rightarrow$  Code

R1

Ville	Code
MONTPELLIER	34000

R2

Rue	Code
COMEDIE	34000
GARE	34000



48

---

---

---

---

---

---

---

---



## Première Forme Normale

- Une relation est en 1FN ssi tous ses attributs sont atomiques (mono-valués)

PERSONNE	Num	Nom	Prénoms
	1	DUPONT	Jean, Paul, Jacques
	2	DURANT	Pierre, Patrick, Eric
	3	DUJARDIN	Marie, Emilie

LIVRE	Code	Titre	Auteur
	3A	Tintin	Hergé
	3B	Astérix	Goscigny, Uderzo



49

---

---

---

---

---

---

---

---

## Première Forme Normale

- Comment normaliser en 1FN ? 2 solutions
- Créer autant d'attributs que le nombre maximum de valeurs (stockage horizontal)  
**Personne (Num, Nom, Prenom1, Prenom2, Prenom3)**
- Créer une nouvelle relation comprenant la CP de la relation initiale et l'attribut multi-valué
- Attention : éliminer l'attribut de la relation initiale  
**Livre (Code, Titre) - Auteur (Code, NomAuteur)**
- Avantage vs inconvénients ?



50

---

---

---

---

---

---

---

---

## Deuxième Forme Normale

- Une relation est en seconde forme normale (2FN) ssi
  - Elle est en 1FN
  - Tout attribut n'appartenant pas à la clé primaire est en DF totale avec la clé

EMPRUNT (NumAbonné, NumLivre, Nom, DateEmprunt)  
AUTEUR (NumAuteur, Nom, Adresse)

- EMPRUNT et AUTEUR en 2FN ?



51

---

---

---

---

---

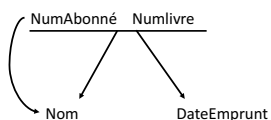
---

---

---

## Deuxième Forme Normale

EMPRUNT (NumAbonné, NumLivre, Nom, DateEmprunt)  
avec NumAbonné → Nom



52

---

---

---

---

---

---

---

---

## Deuxième Forme Normale

EMPRUNT (NumAbonné, NumLivre, Nom, DateEmprunt)  
avec NumAbonné → Nom

- Comment normaliser ?
- Isoler la DF responsable dans une nouvelle relation. Elle devient CP dans la relation initiale
- Eliminer l'attribut cible de la DF dans la relation initiale

EMPRUNT (NumAbonné, NumLivre, DateEmprunt)  
ABONNE (NumAbonné, Nom)



53

---

---

---

---

---

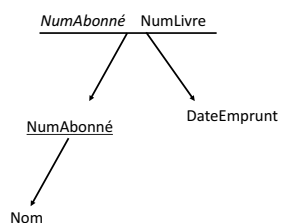
---

---

---

## Deuxième Forme Normale

EMPRUNT (NumAbonné, NumLivre, DateEmprunt)  
ABONNE (NumAbonné, Nom)



54

---

---

---

---

---

---

---

---

## Deuxième Forme Normale

- Attention : la seconde forme normale implique que :  
« Tout attribut n'appartenant pas à la clé primaire est en DF totale avec la clé »
- Ceci doit être vrai pour les clés candidates
- A l'origine C. Date avait précisé que pour des raisons de simplicité, il suppose que chaque relation a une seule clé candidate ...



55

---

---

---

---

---

---

---

## Troisième Forme Normale

- Une relation est en 3FN ssi
- Elle est en 2FN
- Elle ne contient pas de DF transitive entre attributs non clés

EMPRUNT (NumAbonné, NumLivre, DateEmprunt)

ABONNE (NumAbonné, Nom)

AEROPORT(Num, Nom, Catégorie, Salaire)

- EMPRUNT, ABONNE, AEROPORT en 3NF ?



56

---

---

---

---

---

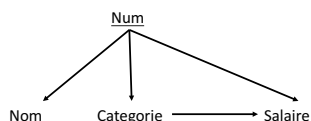
---

---

## Troisième Forme Normale

AEROPORT(Num, Nom, Catégorie, Salaire)

avec Catégorie → Salaire



57

---

---

---

---

---

---

---

### Troisième Forme Normale

AEROPORT(Num, Nom, *Categorie*, Salaire)  
avec  $Categorie \rightarrow Salaire$

- Comment normaliser en 3FN ?
- Isoler la DF transitive dans une nouvelle relation
- Eliminer l'attribut cible de la DF dans la nouvelle relation

PILOTE (Num, Nom, *Categorie*)  
GRILLE (Categorie, Salaire)



58

---

---

---

---

---

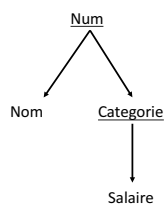
---

---

---

### Troisième Forme Normale

PILOTE (Num, Nom, *Categorie*)  
GRILLE (Categorie, Salaire)



59

---

---

---

---

---

---

---

---

### Résultat de la normalisation en 3FN

- Théorème :  
toute relation R admet au moins une décomposition en 3FN telle que:
  - La décomposition préserve les DF
  - Toutes les composantes sont en 3FN
- Conséquences : Il est souhaitable que les relations soient en 3FN car il existe toujours une décomposition sans perte d'information et préservant les DF d'un schéma en 3FN



60

---

---

---

---

---

---

---

---

## Exemple

- Soit  $R(A,B,C)$  avec les DF  $\{A \rightarrow B ; B \rightarrow C\}$  et  $A,B,C$  monovalués
- clé primaire de  $R$  ?
- forme normale de  $R$  ?
- l'extension suivante est-elle possible pour  $R$  ?
- Proposer une décomposition en 3FN pour  $R$

A	B	C
A1	B1	C1
A2	B2	C2
A3	B2	C1
A4	B3	C3



61

---

---

---

---

---

---

---

---

## Exemple

- Soit  $R(A,B,C)$  avec les DF  $\{A \rightarrow B ; B \rightarrow C\}$  et  $A,B,C$  monovalués
- clé primaire de  $R$  ? **A**
- forme normale de  $R$  ? **2FN car  $B \rightarrow C$**
- l'extension suivante est-elle possible pour  $R$  ? **NON car B2 donne C2 et C1**
- Proposer une décomposition en 3FN pour  $R$  :  
 $R1(\underline{A},B)$  et  $R2(\underline{B},C)$

A	B	C
A1	B1	C1
A2	B2	C2
A3	B2	C1
A4	B3	C3



62

---

---

---

---

---

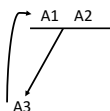
---

---

---

## La forme Boyce and Codd

- Une relation est en BCFN (Boyce and Codd Normal Form) ssi elle est en 3FN et qu'aucun attribut de la clé ne dépend d'un attribut non clé.  $R(\underline{A1}, A2, A3)$  est en BCFN s'il n'existe pas  $A3 \rightarrow A1$



63

---

---

---

---

---

---

---

---

## La forme Boyce and Codd

- Théorème :  
Toute relation admet une décomposition en BCFN sans perte d'information  
Une décomposition BCFN ne conserve pas les DF



64

---

---

---

---

---

---

---

---

## La forme Boyce and Codd

COURS (Matiere, Classe, Professeur) avec :

- Un professeur n'enseigne qu'une seule matière
- Une classe n'a qu'un seul enseignant par matière  
Matiere, Classe  $\rightarrow$  Professeur et  
Professeur  $\rightarrow$  Matiere
- La relation est en 3NF mais il existe une DF entre Professeur (non clé) et Matiere (partie de la clé)



65

---

---

---

---

---

---

---

---

## La forme Boyce and Codd

Décomposition :

- SPECIALITE (Professeur, Matiere)
- ENSEIGNANT (Classe, Professeur)
- Décomposition sans perte d'information mais perte de la DF  
Matiere, Classe  $\rightarrow$  Professeur
- La DF ne peut pas être prise en compte par le SGBD. Nécessité d'avoir un trigger ou un programme à côté




---

---

---

---

---

---

---

---

## Rappel

AEROPORT(Num, Nom, Catégorie, Salaire)

AEROPORT	Num	Nom	Catégorie	Salaire
	1	DUPONT	PILOTE	40
	2	DURANT	MECANICIEN	15
	3	DUJARDIN	PILOTE	40
	4	DURATEAU	ACCUEIL	8

- hypothèse : la catégorie détermine le salaire



67

---

---

---

---

---

---

---

---

## Souvent au niveau BCFN et 3NF

- Plus d'anomalie de stockage
- Modification : modification du salaire des pilotes pour tous
- Insertion : on peut stocker le salaire d'un contrôleur sans avoir un employé de cette catégorie
- Suppression : si DURANT est supprimé on conserve l'information sur le salaire des mécaniciens



68

---

---

---

---

---

---

---

---

## Dépendances multi-valuées

- Soit  $R(X, Y, Z)$  une relation. On dit que  $X \twoheadrightarrow Y$  ( $X$  multi détermine  $Y$  ou il y a une dépendance multi-valuée de  $Y$  sur  $X$ ) si pour toute extension de  $R$  ( $X \twoheadrightarrow Y$ ) :

A chaque valeur de  $X$  correspond toujours le même ensemble de valeurs de  $Y$  et cet ensemble de valeurs ne dépend pas de  $Z$



69

---

---

---

---

---

---

---

---

## Dépendances multi-valuées

- Un étudiant peut faire plusieurs sports et parler plusieurs langues

R (NumEtudiant, Sport, Langue)

NumEtudiant	Sport	Langue
1	FOOTBALL	FRANCAIS
1	TENNIS	ANGLAIS
1	NATATION	FRANCAIS
1	TENNIS	FRANCAIS

- NumEtudiant  $\twoheadrightarrow$  Sport, Langue
- Répétition de l'information : 1 – FRANCAIS, 1 - TENNIS



70

---

---

---

---

---

---

---

---

## Dépendances multi-valuées

- Les dépendances multi-valuées sont une généralisation des dépendances fonctionnelles :  
si  $X \rightarrow Y$  alors  $X \twoheadrightarrow Y$
- De même que pour les DF, une dépendance multi-valuée D est déductible de F si elle est obtenue par application des axiomes d'Armstrong



71

---

---

---

---

---

---

---

---

## D'autres formes normales

- Il existe d'autres formes normales mais elles ne sont généralement peu utilisées car elles se font au dépend souvent de la perte de DF et en outre elles ont tendance à éclater complètement les relations
- Coût excessif pour les opérations de jointures



72

---

---

---

---

---

---

---

---



## Test de validité de la décomposition

- Vérification qu'une décomposition est sans perte d'information
- Soit  $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$  une relation à  $n$  attributs décomposée, par normalisation en  $R_1, R_2, \dots, R_m$
- 1ère étape : création du tableau
  - Création d'un tableau dont les lignes correspondent aux relations  $R_1, \dots, R_m$  et les colonnes les  $n$  attributs de la relation initiale
  - A l'intersection d'une ligne  $i$  et d'une colonne  $j$ , mettre  $\alpha_j$  si  $A_j \in R_i$  et  $\beta_{i,j}$  sinon



73

---

---

---

---

---

---

---

---

## Test de validité de la décomposition

- 2nd étape : unification
  - On considère le tableau comme l'extension de  $R$ . On examine les DF sur ce tableau
  - Si une DF n'est pas vérifiée, on unifie les valeurs de la cible aussi : si l'une des valeurs est  $\alpha_j$  et les autres des  $\beta_{i,j}$ , on remplace les  $\beta_{i,j}$  par des  $\alpha_j$



74

---

---

---

---

---

---

---

---

## Test de validité de la décomposition

- 3ième étape : validation
  - Si le tableau contient au moins 1 ligne ne comportant que des  $\alpha$ , la décomposition est sans perte d'information sinon elle est avec perte



75

---

---

---

---

---

---

---

---

## Exemple

R (NumEt, NomEt, CodeUV, NoteTest, NoteCC)

avec

NumEt  $\rightarrow$  NomEt

NumEt, CodeUV  $\rightarrow$  NoteTest, NoteCC

- Décomposé en

R1 (NumEt, NomEt)

R2 (NumEt, CodeUV, NoteTest, NoteCC)



76

---

---

---

---

---

---

---

---

## Exemple

R (NumEt, NomEt, CodeUV, NoteTest, NoteCC)

R1 (NumEt, NomEt)

R2 (NumEt, CodeUV, NoteTest, NoteCC)

Création du tableau

R	NumEt	NomEt	CodeUv	NoteTest	NoteCC
R1					
R2					

Projection des relations R1 et R2.  $\alpha_i$  indique que l'attribut est dans la relation à la ième colonne

R	NumEt	NomEt	CodeUv	NoteTest	NoteCC
R1	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta_{1,3}$	$\beta_{1,4}$	$\beta_{1,5}$
R2	$\alpha_1$	$\beta_{2,2}$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$



77

---

---

---

---

---

---

---

---

## Exemple

R (NumEt, NomEt, CodeUV, NoteTest, NoteCC)

R1 (NumEt, NomEt)

R2 (NumEt, CodeUV, NoteTest, NoteCC)

Vérification de la DF : NumEt  $\rightarrow$  NomEt. Si  $\alpha_i$  on donne un  $\beta_{i,m}$  unifier : mettre un  $\alpha_m$

R	NumEt	NomEt	CodeUv	NoteTest	NoteCC
R1	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta_{1,3}$	$\beta_{1,4}$	$\beta_{1,5}$
R2	$\alpha_1$	$\beta_{2,2}, \alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$

Il existe une ligne qu'avec des  $\alpha$  alors la décomposition est sans perte d'information



78

---

---

---

---

---

---

---

---

## Exemple

R (NumEt, NomEt, CodeUV, NoteTest, NoteCC) avec

NumEt  $\rightarrow$  NomEt

NumEt, CodeUV  $\rightarrow$  NoteTest, NoteCC

Décomposé en :

R1 (NumEt, NomEt, NoteTest)

R2 (NumEt, CodeUV, NoteCC)

Avec perte ou sans perte ?



79

---

---

---

---

---

---

---

- Des questions ?



80

---

---

---

---

---

---

---