

# Le langage algébrique

HLIN511

Pascal Poncelet  
Pascal.Poncelet@umontpellier.fr  
<http://www.lirmm.fr/~poncelet>




---

---

---

---

---

---

---

---

## Introduction

- Introduit par CODD en 1970
- Traitement de requêtes de lecture et écriture
- Deux types d'opérateurs
  - Opérateurs ensemblistes : UNION, INTERSECTION, DIFFERENCE, PRODUIT CARTESIEN
  - Opérateurs relationnels : SELECTION, PROJECTION, JOINTURE et DIVISION
- Notation :  $t$  un tuple d'une relation et  $t(A)$  dans  $R$ , le sous tuple de  $R$  relatif à  $A$



2

---

---

---

---

---

---

---

---

## Opérateurs ensemblistes

- Pour l'union, l'intersection, la différence les relations doivent être unicompatibles :
  - les relations doivent avoir même degré
  - les attributs associés deux à deux doivent être du même type syntaxique



3

---

---

---

---

---

---

---

---

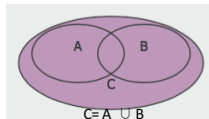
## UNION

- UNION

$R \cup S$  : ensemble des tuples qui appartiennent soit à R, soit à S, soit à R et S :

$$R \cup S = \{t/t \in R \text{ OU } t \in S\}$$

- Opérateur commutatif ( $R \cup S = S \cup R$ )



4

## Exemple

Pilote1 : ensemble des pilotes habitant PARIS

PILOTE1	PLNUM	ADR
	100	PARIS
	101	PARIS
	120	PARIS
	110	PARIS

Pilote2 : ensemble des pilotes assurant un vol au départ de PARIS de TOULOUSE

PILOTE2	PLNUM	VD
	130	TOUL
	140	TOUL
	150	TOUL
	100	TOUL
	120	TOUL
	130	PARIS
	101	PARIS
	140	PARIS
	110	PARIS

5

## Pilote1 UNION pilote 2

PILOTE1 UNION  
PILOTE2

Ensemble des pilotes habitant PARIS ou assurant un vol au départ de PARIS ou TOULOUSE

PLNUM	VILLE
100	PARIS
101	PARIS
120	PARIS
110	PARIS
130	TOUL
140	TOUL
150	TOUL
100	TOUL
120	TOUL
130	TOUL
130	PARIS
140	PARIS

} Pilote1

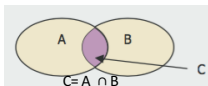
} Pilote2

Les duplicats sont éliminés  
L'Union permet de faire de l'ajout de tuples

6

## INTERSECTION

- $R \cap S$  : ensemble des tuples qui appartiennent à R et à S :  
 $R \cap S = \{t / t \in R \text{ et } t \in S\}$
- Opérateur commutatif :  $R \cap S = S \cap R$



Avec Pilote1 INTERSECTION Pilote2

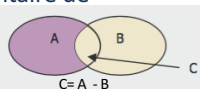
PILOTE1 INTERSECTION PILOTE2	PLNUM	VILLE
	101	PARIS
	110	PARIS

L'intersection permet de traduire le ET logique

7

## DIFFERENCE

- $R - S$  : ensemble des tuples qui appartiennent à R sans appartenir à S. Complémentaire de l'intersection :  
 $R - S = \{t / t \in R \text{ ET } t \notin S\}$
- Opérateur non commutatif :  $R - S \neq S - R$



PILOTE1 - PILOTE2	PLNUM	ADR
	100	PARIS
	120	PARIS

PILOTE 1 - PILOTE 2 : ensemble des pilotes habitant PARIS et n'assurant pas de vol au départ de PARIS ou TOULOUSE

## PRODUIT CARTESIEN

- $R \otimes S$  : ensemble de tous les tuples obtenus par concaténation des tuples de R et de S. Ensemble de paires ordonnées :  
 $R \otimes S = \{t(r), t(s) \text{ avec } t(r) \in R \text{ et } t(s) \in S\}$
- Opérateur commutatif :  $R \otimes S = S \otimes R$

PILOTE3	PLNUM	ADR	AVION	AVNOM	CAP
	103	NICE		AIRBUS	350
	106	NICE		CARAV	250

Produit Cartésien	PLNUM	ADR	AVNOM	CAP
	103	NICE	AIRBUS	350
	103	NICE	CARAV	250
	106	NICE	AIRBUS	350
	106	NICE	CARAV	250

9

## Opérateurs relationnels

- Deux catégories
  - unaires de restriction
  - binaires d'extension
- Les opérateurs de restrictions permettent :
  - soit un découpage horizontal d'une relation (SELECTION)
  - soit un découpage vertical d'une relation (PROJECTION)



10

---

---

---

---

---

---

---

---

## SELECTION

- Soit  $\theta$  un comparateur binaire  $\theta = \{<, <=, >, >=, <>\}$  applicable à l'attribut (ou à l'ensemble d'attributs) A et au tuple c (de la relation R)
- La sélection  $R(A \theta c)$  est l'ensemble des tuples de R pour lesquels  $\theta$  est vérifié entre la (les) composante(s) A et le tuple c :
 
$$R(A \theta c) = \{t/t \in R \text{ ET } tA \theta c\}$$



11

---

---

---

---

---

---

---

---

## SELECTION

PILOTE4

PLNUM	PLNOM	ADR
100	JEAN	PARIS
101	PIERRE	PARIS
120	PAUL	PARIS
130	SERGE	TOUL
140	MICHEL	TOUL

R

PLNUM	PLNOM	ADR
130	SERGE	TOUL
140	MICHEL	TOUL

$R = \text{PILOTE4 (ADR = « TOUL »)}$



12

---

---

---

---

---

---

---

---

## SELECTION - Notations

$R = \text{PILOTE4}(\text{ADR} = \text{« TOUL »})$   
 $R = \text{SELECTION}(\text{PILOTE4}/\text{ADR} = \text{« TOUL »})$

Notation sigma :  $\sigma_Q(R)$  où Q est le critère de la forme :  
 $A_i \theta \text{ Valeur}$

$R = \sigma_{\text{ADR} = \text{« TOUL »}}(\text{PILOTE4})$

- Toutes les notations sont équivalentes mais il ne faut pas les mélanger



13

---

---

---

---

---

---

---

---

## SELECTION - remarques

- Il est possible d'utiliser des opérateurs logiques :  
 ET, OU, NON

$R = \text{PILOTE4}(\text{ADR} = \text{« TOUL »} \text{ ET } \text{NOM} = \text{« MICHEL »})$   
 $R = \sigma_{(\text{ADR} = \text{« TOUL »} \text{ ET } \text{NOM} = \text{« MICHEL »})}(\text{PILOTE4})$

- Pas indispensable pour le moment



14

---

---

---

---

---

---

---

---

## PROJECTION

- Soit  $R(A)$  une relation et un ensemble d'attributs  $A_1, \dots, A_n$  de  $R$  tels que  $(A_1, A_2, \dots, A_n) \subset A$
- La projection  $R'(A_1, A_2, \dots, A_n)$  est la relation obtenue à partir de  $R(A)$  en éliminant de  $R(A)$  les attributs autres que ceux spécifiés par  $A_1, A_2, \dots, A_n$

$R(A_1, \dots, A_n) = \{t(a_1, \dots, a_n)\}$

- Suppression des tuples dupliqués



15

---

---

---

---

---

---

---

---

## PROJECTION

Avion1

AVNUM	AVNOM	CAP	LOC
100	AIRBUS	350	TOUL
101	AIRBUS	350	TOUL
104	AIRBUS	150	PARIS
105	CARAV	250	PARIS

R

AVNOM	CAP
AIRBUS	350
AIRBUS	150
CARAV	250

R = AVION1 (AVNOM, CAP)



16

---

---

---

---

---

---

---

---

## PROJECTION - Notations

R = AVION1 (AVNOM, CAP)  
R = PROJECTION(AVION1/AVNOM, CAP)

Notation sigma :  $\pi_{A_1, A_2, \dots, A_p}(R)$

R = :  $\pi_{AVNOM, CAP}(AVION1)$

- Toutes les notations sont équivalentes mais il ne faut pas les mélanger



17

---

---

---

---

---

---

---

---

## Opérateurs binaires d'extension

- L'opérateur JOIN et DIVISION
- JOIN : permettre de pouvoir relier des relations entre elles – Attention à la sémantique des requêtes
- DIVISION : Opérateur qui permet de sélectionner les tuples d'une relation (dividende) qui satisfont un critère de couverture énoncé via le contenu d'une autre relation (diviseur). Le résultat est une troisième relation, appelée le quotient. Exprime le « tous les »



18

---

---

---

---

---

---

---

---

## JOIN

- Soient les relations  $R(A, B_1)$  et  $S(B_2, C)$  avec  $B_1$  et  $B_2$  attributs définis sur le même domaine, soit  $\theta = \{=, >, >=, <, <=, <>\}$  applicables aux valeurs des attributs  $B_1$  et  $B_2$
- Le JOIN de  $R$  sur  $B_1$  avec  $S$  sur  $B_2$  est la relation dont les tuples sont ceux obtenus par concaténation des tuples de  $R$  avec ceux de  $S$  pour lesquels la relation  $\theta$  entre les composantes  $B_1$  et  $B_2$  est vérifiée :  

$$R \Join_{\theta(B_1, B_2)} S = \{t / t \in R \otimes S \text{ ET } t(B_1) \theta(B_2)\}$$
- L'opérateur JOIN est équivalent à un produit cartésien suivi d'une sélection



19

---

---

---

---

---

---

---

---

## JOIN - Vocabulaire

$$R \Join_{\theta(B_1, B_2)} S = \{t / t \in R \otimes S \text{ ET } t(B_1) \theta(B_2)\}$$

- Lorsque  $\theta = \{=\}$  on parle d'équijointure autrement de thétajointure

$$R \Join_{= (B_1, B_2)} S = \{t / t \in R \otimes S \text{ ET } t(B_1) = t(B_2)\}$$

- Il est possible d'avoir des autojointures

$$R \Join_{\theta(B_1, B_2)} R = \{t / t \in R \otimes R \text{ ET } t(B_1) \theta(B_2)\}$$



20

---

---

---

---

---

---

---

---

## JOIN - Exemple

PILOTE1

PLNUM	PLNOM	ADR
100	JEAN	PARIS
101	PIERRE	PARIS
120	PAUL	PARIS

VOL1

VOLNUM	AVNUM	PLNUM
IT500	110	100
IT501	130	100
IT503	110	100
IT504	110	120
IT506	120	120
IT507	130	110



21

---

---

---

---

---

---

---

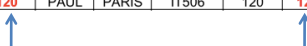
---

## JOIN

### PILOTE1 (PLNUM=PLNUM) VOL1

- Ensemble des pilotes habitant PARIS en service avec les numéros des vols et des avions correspondants

PLNUM	PLNOM	ADR	VOLNUM	AVNUM	PLNUM
100	JEAN	PARIS	IT500	110	100
100	JEAN	PARIS	IT501	130	100
100	JEAN	PARIS	IT503	110	100
120	PAUL	PARIS	IT504	110	120
120	PAUL	PARIS	IT506	120	120



22

## JOIN

### PILOTE1 (PLNUM>PLNUM) VOL1

- Quels sont les pilotes les pilotes dont le numéro est supérieur à au moins un numéro de pilote dans vol (qui effectue un vol)

PLNUM	PLNOM	ADR	VOLNUM	AVNUM	PLNUM
101	PIERRE	PARIS	IT500	110	100
101	PIERRE	PARIS	IT501	130	100
101	PIERRE	PARIS	IT503	110	100
120	PAUL	PARIS	IT500	110	100
120	PAUL	PARIS	IT501	130	100
120	PAUL	PARIS	IT503	110	100
120	PAUL	PARIS	IT507	130	110

101&gt;100

120&gt;100

120 &gt; 110

23

## JOIN - Notations

RES = PILOTE1 (PLNUM=PLNUM) VOL1

RES = JOINTURE (PILOTE1, VOL1 / PLNUM = PLNUM)

Notation sigma : RES = R  $\bowtie_{\theta}$  S

RES = PILOTE1  $\bowtie_{\text{PLNUM=PLNUM}}$  VOL1

24



## JOINTURE LEFT - RIGHT

- Cette partie sera vue lors du cours sur SQL
- Ce qu'il faut retenir surtout c'est que la jointure est l'un des opérateurs les plus important
- Il faut bien comprendre ce qu'est la jointure



25

---

---

---

---

---

---

---

---

## DIVISION

- Utiliser souvent pour exprimer le « tous les »
- Division d'une relation binaire par une relation unaire

$$R(A_1 \div A_2) S = \{t/t \in R[B] \text{ ET } (\{t\} \otimes S) \subseteq R\}$$

avec  $R(B, A_1)$  et  $S(A_2)$

- La division de R par S est le sous-ensemble des éléments de R(B) dont le produit cartésien avec S est inclus dans R



26

---

---

---

---

---

---

---

---

## DIVISION

- Avions conduits par tous les pilotes :  
VOL1 (PLNUM  $\div$  PLNUM) PIL ?

<b>VOL1</b>											
Dividende		<b>AVNUM</b>	<b>PLNUM</b>								
		30	100								
		30	101								
		30	102								
		30	103								
		31	100								
		31	102								
		32	102								
		32	103								
		33	102								
Diviseur	PIL 1	<table><tr><td>PLNUM</td></tr><tr><td>100</td></tr></table>	PLNUM	100	→	<table><tr><td>AVNUM</td></tr><tr><td>30</td></tr><tr><td>31</td></tr></table>	AVNUM	30	31	Quotient	
PLNUM											
100											
AVNUM											
30											
31											
Diviseur	PIL 2	<table><tr><td>PLNUM</td></tr><tr><td>102</td></tr><tr><td>103</td></tr></table>	PLNUM	102	103	→	<table><tr><td>AVNUM</td></tr><tr><td>30</td></tr><tr><td>32</td></tr></table>	AVNUM	30	32	Quotient
PLNUM											
102											
103											
AVNUM											
30											
32											



27

---

---

---

---

---

---

---

---

## DIVISION

- Chaque fois que l'on aura « pour tous les x », il suffira de mettre l'attribut x dans le diviseur. Le dividende binaire doit contenir alors le même attribut (sur lequel porte la division) et l'attribut du résultat recherché



28

---

---

---

---

---

---

---

---

## DIVISION

- Quels sont les noms des pilotes qui conduisent tous les avions de la compagnie ?
- VOL1 = VOL (AVNUM, PLNUM) *<projection>*  
 AV1 = AVION (AVNUM) *<projection>*  
 PILOTE1 = PILOTE (PLNUM, PLNOM) *<projection>*  
 PILOTE2 = VOL1 (AVNUM ÷ AVNUM) AV1 *<division pour avoir les numéros des pilotes qui conduisent tous les avions>*  
 PILOTE3 = PILOTE1 (PLNUM=PLNUM)PILOTE2 *<join pour avoir les noms>*  
 RES = PILOTE3(PLNOM) *<projection>*



29

---

---

---

---

---

---

---

---

## CE QU'IL FAUT RETENIR

- L'ALGEBRE RELATIONNELLE EST COMPLETE
  - Les cinq (sept) opérations de base permettent de formaliser sous forme d'expressions toutes les questions que l'on peut poser avec la logique du premier ordre (sans fonction)
  - Le résultat de l'application d'un opérateur donne une relation
  - Possibilité d'impliquer les opérateurs directement

- NOM ET PRENOM DES BUVEURS DE VOLNAY 1988

PROJECTION (NOM,PRENOM, SELECTION(CRU="VOLNAY" ET MILL =1988, JOIN(VINS,ABUS,BUVEURS)))



30

---

---

---

---

---

---

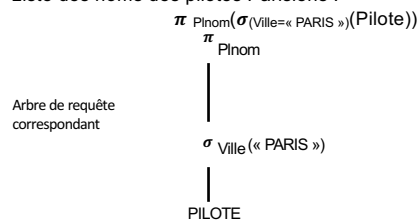
---

---

## ARBRE DE REQUETES

- Pour chaque requête un arbre de requête est créé. Il permet notamment de faire de l'optimisation de requêtes

Liste des noms des pilotes Parisiens :



31

---

---

---

---

---

---

---

---

## ARBRE DE REQUETES

- Intuitivement une requête est coûteuse : remonter les opérations de sélection et de sélection
- Une jointure est un produit cartésien suivi d'une sélection !



32

---

---

---

---

---

---

---

---

- Des questions ?



33

---

---

---

---

---

---

---

---