Test sur machine en Coq

David Delahaye

Faculté des Sciences
David.Delahaye@lirmm.fr

Master M1 2018-2019

Exercice 1 (6 pts)

Logique du premier ordre

Démontrer les formules suivantes :

1. $(\forall x.P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(a) \Rightarrow Q(a)$
2. $(\exists x.P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow (\exists x.P(x)) \wedge (\exists x.Q(x))$

Où P et Q sont des symboles de prédicat unaires, et a une constante.

Exercice 2 (7 pts)

Preuves par induction sur les entiers naturels

On considère la fonction Coq suivante :

```
Fixpoint eq_nat n m : Prop :=
  match n, m with
    | O, O ⇒ True
    | O, S _ ⇒ False
    | S _, O ⇒ False
    | S n1, S m1 ⇒ eq_nat n1 m1
  end.
```

Démontrer les propositions suivantes :

1. $\forall n : nat.eq\_nat\ n\ n$;
2. $\forall n, m : nat.n = m \Rightarrow eq\_nat\ n\ m$;
3. $\forall n, m : nat.eq\_nat\ n\ m \Rightarrow n = m$.

Indice : pour la proposition (3), il faut faire une double induction sur n et m (utilisation de la tactique `double induction`).

Exercice 3 (7 pts)

Relations inductives

1. Écrire la relation inductive « être une inversion de » pour deux listes d'entiers naturels.
   Exemple : $[1; 2; 3]$ est une inversion de $[3; 2; 1]$ (et vice-versa).
2. Démontrer que $[1; 2]$ est une inversion de $[2; 1]$.