

Е. В. РОМАНЕНКО

ТЕОРИЯ
ПЛАВАНИЯ
РЫБ
И
ДЕЛЬФИНОВ



АКАДЕМИЯ НАУК СССР

Институт эволюционной морфологии и экологии животных
им. А. Н. Северцова АН СССР

Е. В. РОМАНЕНКО

ТЕОРИЯ
ПЛАВАНИЯ
РЫБ
и
ДЕЛЬФИНОВ

Ответственный редактор
академик В. Е. СОКОЛОВ



МОСКВА
«НАУКА»
1986

УДК 591.173

39РЧ
Р 690

Романенко Е. В. Теория плавания рыб и дельфинов.— М.: Наука, 1986.

В книге анализируются теоретические модели плавания рыб и дельфинов. Рассмотрены плоские и пространственные задачи, их достоинства и ограничения. Предложены пути для устранения противоречий и ограничений наиболее перспективных моделей плавания.

Для специалистов в области биогидродинамики, ихтиологии и териологии.

Табл. 15, ил. 81, библиогр. 100 назв.

Рецензенты:

доктор физико-математических наук
Н. А. ДУБРОВСКИЙ,

доктора биологических наук
Д. С. ПАВЛОВ, М. И. ШАТУНОВСКИЙ

отдела гидродинамики

им. Горького

МГУ

4657 12-86

Р 2001050100-164
042(02)-86

© Издательство «Наука», 1986 г.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время назрела необходимость обобщения теоретических исследований по вопросам плавания рыб и китообразных. За последние 2—3 десятка лет вышло много теоретических работ, в которых нашли отражение различные аспекты, связанные с гидродинамикой животных. Основная масса работ посвящена изучению механизмов создания тяги колеблющимися пластинками (плоская задача) или рыбоподобными телами (пространственная задача). В последние годы уделяется много внимания развитию основополагающих исследований Лайтхилла и Ву за рубежом и академика Г. В. Логвиновича в нашей стране. При этом анализируются задачи, связанные с учетом различных факторов, таких, как толщина колеблющегося профиля, наличие непарных и парных плавников, способность к исключительной маневренности, начало движения из состояния покоя, различные (возможные) законы деформации колеблющегося тела, распределение динамического давления на колеблющемся теле и формирование его градиентов, явление «отдачи» (рыскания) и пр.

Как правило, в теоретических исследованиях отсутствует сравнение с экспериментальными данными, полученными на рыбах или дельфинах. В лучшем случае проводится сравнение теоретических результатов с результатами специально поставленных гидромеханических экспериментов. В этом случае даже удовлетворительное согласие не означает приложимости теории к описанию плавания животных. Здесь приходится сожалением констатировать, что сравнивать теорию до недавнего времени было практически не с чем, так как на рыбах и китообразных поставлено и описано очень мало экспериментов.

Обзорные работы [1—7] содержат либо специально биологические данные, либо качественно описательные и не дают представления о состоянии исследований в области теоретической биогидродинамики. Некоторые из них просто устарели. Вышедшая недавно книга Л. Ф. Козлова [8] наиболее полно отражает достижения в области отечественной биогидродинамики, но и в ней не уделено достаточно внимания некоторым важным результатам теоретических исследований.

В предлагаемой книге делается попытка критического анализа и систематического изложения результатов теоретических исследований механизмов плавания рыб и китообразных (дельфинов), причем основное внимание уделено результатам развития теории тонкого тела и теории крыла, успешно примененных

Лайтхиллом, Ву и Зикманом и их коллегами за рубежом, а также академиком АН УССР Г. В. Логвиновичем, профессором Л. Ф. Козловым и их коллегами в нашей стране к описанию движения рыб и дельфинов при больших числах Рейнольдса, когда вязкими силами в большинстве случаев можно пренебречь по сравнению с силами инерции.

Критический подход позволил обнаружить как сильные, так и слабые места теории и наметить неисследованные вопросы. Теория тонкого тела в трехмерной постановке задачи позволила сравнительно просто получить расчетные соотношения для оценки энергетических и силовых характеристик плавания животных, причем при незначительных усложнениях оказывается возможным применить ее к случаю плавания с произвольной амплитудой. Это убедительно показал Лайтхилл [26]. Чрезвычайно плодотворной оказалась развитая Лайтхиллом и его коллегами теория «отдачи», позволившая объяснить некоторые особенности кинематики рыб, плавающих скомбройдным способом [21, 25, 38].

Однако выяснилось, что теория полуулунного хвостового плавника недостаточно учитывает ряд важных особенностей, таких, как толщина и форма сечения хвостового плавника, его удлинение, широкий диапазон углов наклона к траектории движения и др. Эти вопросы еще требуют прояснения.

В результате анализа теоретических моделей плавания оказалось также, что наименее изученным является вопрос о законе деформации тела активно плывущих рыб и дельфинов, хотя многие исследователи в своих попытках произвести количественные оценки использовали различные его варианты, основанные на качественных наблюдениях. Более того, практически все умозрительные варианты закона деформации, применявшиеся исследователями для таких оценок, не позволяют объяснить некоторые особенности кинематики рыб и дельфинов и даже приводят к физическому противоречию в предельном случае стремления величины фазовой скорости локомоторной волны к скорости плавания животного. Противоречие, например, заключается в том, что тяга в этом случае оказывается отрицательной, а коэффициент полезного действия стремится к минус бесконечности. А ведь без знания истинного закона деформации невозможно вполне корректно применить имеющуюся теорию для оценки эффективности плавания.

Поиски путей преодоления указанных трудностей привели к необходимости предположить зависимость фазовой скорости локомоторной волны рыб и китообразных от координаты в системе координат, связанной с телом животного. Попросту говоря, фазовую скорость локомоторной волны нельзя считать постоянной величиной, как считали до сих пор все исследователи. Предположение о зависимости фазовой скорости локомоторной волны от координаты подтвердилось в экспериментах с дельфинами [63]. Что же касается рыб, то по отношению к ним это предпо-

ложение получило пока лишь косвенное подтверждение в электрофизиологических экспериментах.

Идея о зависимости фазовой скорости локомоторной волны от координаты, подтвержденная экспериментально, оказалась чрезвычайно полезной при теоретическом анализе распределения градиента динамического давления на теле активно плывущего дельфина, а также при объяснении целого ряда экспериментальных фактов. В частности, известные в литературе результаты исследования тонкой структуры пограничного слоя на теле дельфина, некоторые особенности формы тела китообразных (например, удлинение тела, угол схода), измерения касательных напряжений в пограничном слое, распределение скоростей обтекания в разных точках на теле животного и другие факты могут быть объяснены только в предположении такой зависимости.

В предлагаемой книге сформулирован закон деформации тела активно плывущего дельфина, учитывающий переменный (в пространстве) характер фазовой скорости локомоторной волны. Он позволил получить расчетные соотношения для оценки гидродинамических сил, мощности и гидромеханического коэффициента полезного действия движительного комплекса дельфина и провести соответствующие оценки.

Аналогичный закон деформации тела предложен также для рыб. С его помощью объяснены экспериментальные данные Байнбриджа [51], полученные им на трех видах рыб.

В заключительной главе книги дано описание гидродинамики дельфинов, как она представляется в свете имеющихся на сегодняшний день научных данных.

Интересны оценки предельной скорости плавания дельфинов афалин, учитывающие особенности их гидродинамики и энергетики. Оказалось, что полученные оценки вполне удовлетворительно согласуются с измеренными значениями максимальной скорости плавания.

Книга не претендует на исчерпывающую полноту представления всех теоретических моделей. В частности, не затронут вопрос о теории пограничного слоя на деформируемых телах и скольжения китообразных на волне, о биоэнергетическом способе оценки гидродинамических характеристик водных животных, о теории турбулентного пограничного слоя на демпфирующей поверхности, способной частично или полностью поглощать пульсационную энергию в слое. Все эти вопросы достаточно полно освещены в книге Л. Ф. Козлова [8].

При написании обзорной главы книги пришлось встретиться с некоторыми техническими трудностями, касающимися условных обозначений. Всякий обзор неизбежно ставит его автора перед альтернативой: ввести единую систему обозначений или сохранить в каждом случае систему обозначений рассматриваемой работы. В предлагаемой книге принят второй вариант — сохранены обозначения рассматриваемых работ (за редкими исключениями). Такой вариант принят для того, чтобы облег-

чить читателю знакомство с первоисточниками, которое может оказаться неизбежным, если читатель захочет глубже вникнуть в теорию того или иного вопроса. Дело в том, что предлагаемая книга по причине ограниченности объема не ставит целью исчерпывающее изложение всех теоретических подходов, она только знакомит читателя с формулировками задач и основными выводами, оставляя детали для самостоятельного ознакомления по первоисточникам. Такой подход неизбежно приводит в ряде случаев к неоднозначности обозначений.

Книга предназначена для научных работников и студентов вузов, интересующихся вопросами биогидродинамики.

Автор искренне благодарит академика АН УССР Г. В. Логиновича, С. Г. Пушкива, профессоров Л. Ф. Козлова и К. А. Нагольных за интерес к работе и ценные советы.

Глава 1

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПЛАВАНИЯ

Теоретическим исследованиям механизмов плавания рыб и дельфинов посвящено значительное количество работ [8—46]. Точнее было бы сказать, что в упомянутых работах анализируется механизм плавания с помощью волновых движений безотносительно к тому, относится ли это к рыбам или дельфинам, поскольку у тех и других принцип создания тяги один и тот же. Ретроспективный взгляд на историю вопроса позволяет проследить эволюцию идей и методов исследования механизмов плавания рыб и дельфинов. Некоторые упомянутые работы представляют в значительной степени лишь исторический интерес. Это можно сказать о работах, в которых серьезные упрощающие предположения позволяют лишь в самых общих чертах проанализировать принципы создания тяги [9—11]. Другие работы [8, 12—46] содержат более или менее законченный математический анализ проблемы с разумными упрощениями, доведенный до расчетных соотношений и позволяющий экспериментальную проверку. Эти работы, в свою очередь, можно разделить на две категории. В одних [12—19, 29, 31, 36] рассматривается плоская задача, в других [8, 20—28, 32—35, 37—45] — пространственная. Последняя группа работ значительно интереснее, так как более адекватно отражает реальные условия плавания рыб и дельфинов.

1.1. Плоская задача

В данном случае под плоской задачей имеется в виду задача о движении бесконечно протяженного профиля (вдоль третьей координаты), причем параметры движения меняются лишь в направлении двух координат. Плоские задачи называют еще двумерными задачами.

1.1.1. Теория тонкого, волнообразно колеблющегося профиля

Мы начнем рассмотрение с работ Зикмана [12], Ву [15]. В этих работах впервые дано строгое решение двумерной задачи о малых колебаниях тонкого крыла в стационарном потоке. Эти две работы физически эквивалентны, хотя и различаются в деталях. Обе они основаны на предыдущих исследованиях поведения тон-

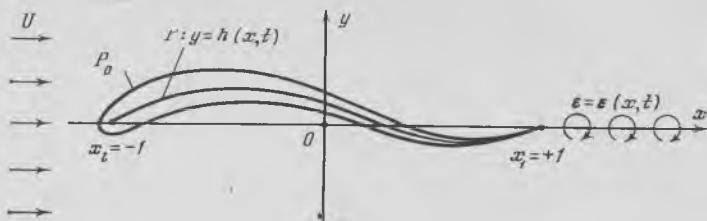


Рис. 1.1. Схема, поясняющая постановку задачи в работе [12]

кого крыла в нестационарном потоке, развитых Теодорсеном [49] и Шварцем [50].

Зикман и Ву рассматривали поведение гибкой тонкой пластинки, совершающей малые колебания в поперечном направлении и обтекаемой в продольном направлении стационарным потоком несжимаемой идеальной жидкости. Зикман распространил развитую Шварцем [50] теорию граничных и свободных вихрей, в которой тонкое крыло представлено распределением пограничных вихрей, а след свободными вихрями. Ву использовал теорию Теодорсена [49], однако вместо потенциала скоростей им использован потенциал ускорений.

На рис. 1.1 показана схема, взятая из работы Зикмана. Пластинка P_0 (средняя линия обозначена P) простирается от $x_L = -1$ до $x_t = +1$. Поперечные смещения пластиинки в общем случае заданы функцией

$$y = h(x, t) \quad \text{при } -1 \leq x \leq +1, \quad (1.1)$$

при этом предполагается, что

$$|y| \ll 1, \quad \left| \frac{\partial y}{\partial x} \right| \ll 1, \quad \left| \frac{\partial y}{\partial t} \right| \ll 1. \quad (1.2)$$

В дальнейшем рассмотрении пластиинка заменяется циркуляцией и считается, что с хвостовой части пластиинки сбегает вихревая пелена ε , расположенная в плоскости $y = 0$. На заднем конце пластиинки при этом считается выполненным постулат Жуковского о конечности поперечной скорости.

Конкретные расчеты проведены для случая гармонического колебания пластиинки. Основные гидродинамические силы вычислены с помощью следующих соотношений.

Сила, действующая на пластиинку:

$$L = \int_{-1}^1 \Delta p(x, t) dx. \quad (1.3)$$

Момент сил относительно начала координат

$$M = \int_{-1}^1 x \Delta p(x, t) dx. \quad (1.4)$$

Тяга

$$T = \int_{-1}^1 (\Delta p)_R \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)_{Rl} dx + T_s, \quad (1.5)$$

Полная затраченная мощность

$$P = - \int_{-1}^1 (\Delta p)_R \left(\frac{\partial h}{\partial t} \right)_R dx. \quad (1.6)$$

В приведенных соотношениях Δp — распределение давления на пластинке, вычисленное с помощью теории крыла через функцию Теодорсена, $(\Delta p)_R$, $\left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)_R$ и $\left(\frac{\partial h}{\partial t} \right)_R$ означает действительную часть величин, T_s — подсасывающая сила на передней кромке крыла.

Гидродинамический коэффициент полезного действия вычисляли как отношение

$$\eta = \frac{\bar{T}U}{\bar{P}}. \quad (1.7)$$

Здесь черта сверху означает усреднение по времени.

Окончательные выражения для тяги, мощности и КПД очень громоздки, включают специальные функции Теодорсена и Бесселя. Расчет для конкретных случаев возможен только с помощью вычислительной техники. Такой расчет был проделан Зикманом для случая, когда пластинка совершает колебания по закону

$$y = (c_0 + c_1 x + c_2 x^2) \cos(\alpha x - \beta t). \quad (1.8)$$

Здесь α — волновое число, равное

$$\alpha = 2\pi/\lambda,$$

а β — круговая частота, равная

$$\beta = 2\pi/T_0,$$

где λ — длина локомоторной волны, T_0 — период колебания.

На рис. 1.2—1.4 приведены данные расчета коэффициента тяги (сплошные линии) для трех законов деформации пластиинки: с постоянной амплитудой на длине пластиинки, линейно нарастающей и нарастающей по квадратичному закону. Считается, что последний случай больше всего соответствует реальному закону деформации тела рыб. Аргументом на графиках является так называемая приведенная частота

$$\omega = \beta/U. \quad (1.9)$$

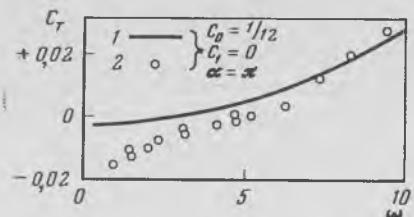


Рис. 1.2. Расчетные значения коэффициента тяги при постоянной амплитуде колебаний пластиинки (1) и данные эксперимента (2) (по: Зикман [12])

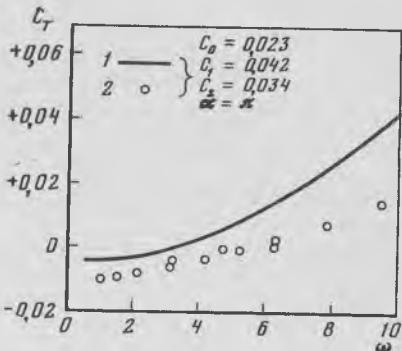
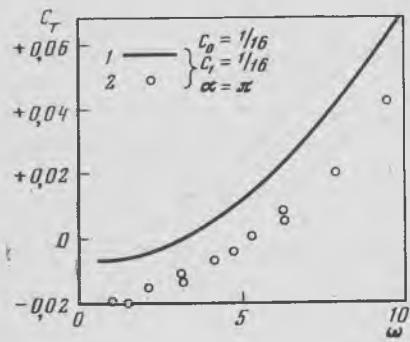


Рис. 1.3. Расчетные значения коэффициента тяги при линейно нарастающей амплитуде колебаний пластиинки (1) и данные эксперимента (2) (по: Зикман [12])

Рис. 1.4. Расчетные значения коэффициента тяги при квадратично нарастающей амплитуде колебаний пластиинки (1) и данные эксперимента (2) (по: Зикман [12])

Примечательно, что коэффициент тяги равен нулю при значении приведенной частоты

$$\omega = \alpha, \quad (1.10)$$

что соответствует равенству скорости локомоторной волны скорости потока жидкости

$$C = U. \quad (1.11)$$

Здесь еще раз полезно подчеркнуть, что расчет проведен для пластиинки, толщина которой стремится к нулю.

На рис. 1.5 и 1.6 (рисунки взяты из работы Ву [15]) показаны зависимости КПД от приведенной частоты соответственно для постоянной и линейно нарастающей амплитуды (σ в работе Ву эквивалентно ω в работе Зикмана, так же как α и k). Отрицательные значения k соответствуют распространению локомоторной волны в направлении от хвоста к голове пластиинки.

Аналогичная задача рассмотрена в работе [11]. Однако в результате неучета вихревого следа получены неверные результаты. На это обстоятельство указали авторы работы [14] и внесли соответствующие корректизы.

Рис. 1.5. Расчетные значения коэффициента полезного действия при постоянной амплитуде колебаний пластиинки (по: Ву [15])

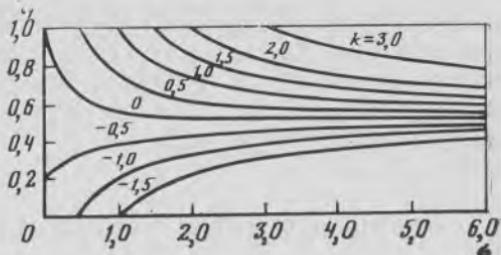
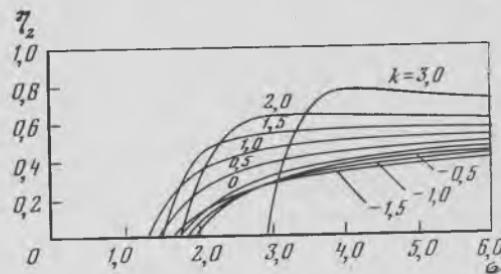


Рис. 1.6. Расчетные значения коэффициента полезного действия при линейно нарастающей амплитуде колебаний пластиинки (по: Ву [15])



1.1.2. Сравнение с экспериментом

В работе [47] описаны эксперименты, поставленные специально для проверки теоретических результатов Зикмана и Ву. В эксперименте были использованы металлическая и резиновая пластиинки, имеющие следующие размеры: длину 30 см, ширину 10 см, при этих размерах резиновая пластиинка имела толщину 3 мм. Пластиинки помещали в стационарный поток воды и приводили в колебательное движение с помощью специальных толкателей. Таким способом можно было задавать три режима движения пластиинки: с постоянной амплитудой, линейно и квадратично нарастающей. Соответствующие законы деформации пластиинок приняты в виде бегущих волн

$$h_1(x, t) = \frac{1}{12} \cos(\omega t - kx), \quad (1.12)$$

$$h_2(x, t) = \frac{x}{16} \cos(\omega t - kx), \quad (1.13)$$

$$h_3(x, t) = (0,016 - 0,028x + 0,035x^2) \cos(\omega t - kx). \quad (1.14)$$

Считается, что последняя форма лучше всего соответствует движению лосося.

В другой экспериментальной работе того же автора [48] последний закон деформации принят в виде

$$h_3(x, t) = (0,023 + 0,042x + 0,034x^2) \cos(\omega t - kx). \quad (1.15)$$

Скорость потока могла изменяться от нуля до 90 см/с.

Результаты измерения тяги представлены на рис. 1.2—1.4 кружками. Оказалось, что во всех трех случаях измеренные значения тяги меньше расчетных, и объясняется это тем, что теория не учитывает поверхностного трения на пластинке и соответствующих потерь энергии.

1.1.3. Профиль в переменном во времени потоке

В работе [17] рассмотрена задача, аналогичная той, которая рассматривалась в работах [12, 15], но для случая переменной во времени скорости плавания (скорости набегающего потока $U = \bar{U}(t)$). Причем движение начинается в момент $t=0$. Схема, поясняющая постановку задачи, аналогична представленной на рис. 1.1. Задача решена методом, основанным на использовании потенциала ускорений Прандтля.

Получены следующие выражения для тяги и кинетической энергии жидкости:

$$T = \frac{1}{2} \pi \rho (a_0 + b_0 - \dot{\beta}_0) (a_0 - b_1 + \dot{\beta}_1) + \dot{\beta}_0 \dot{\beta}_1 - \\ - \frac{d}{dt} \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n (b_{n-1} - b_{n+1}) \quad (1.16)$$

и

$$E = \frac{1}{2} \pi \rho \left[U(t) (a_0 + b_0) (b_1 - a_0) + \frac{d}{dt} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n} (b_{n-1} - b_{n+1})^2 \right]. \quad (1.17)$$

Выражение для мощности можно получить на основе закона сохранения энергии

$$P = TU + E. \quad (1.18)$$

В приведенных выражениях

$$a_0(\tau) = - \int_0^\tau [b_0(\tau') + b_1(\tau')] H(\tau - \tau') d\tau' + b_1(\tau), \quad (1.19)$$

$$b_n(\tau) = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi v(x, t(\tau)) \cos n\theta d\theta \quad (x = \cos \theta, \quad n = 0, 1, 2\dots), \quad (1.20)$$

$$H(\tau) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\epsilon-i\infty}^{\epsilon+i\infty} e^{s\tau} \tilde{H}(s) ds \quad (\epsilon > 0), \quad (1.21)$$

$$\tilde{H}(s) = \frac{K_1(s)}{K_0(s) + K_1(s)}.$$

K_0 , K_1 — модифицированные функции Бесселя второго рода.

$$\beta_n(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi h(x, t) \cos n\theta d\theta \quad (x = \cos \theta; \quad n = 0, 1, 2 \dots), \quad (1.22)$$

$$\dot{\beta}_n = \frac{d\beta_n(t)}{dt}, \quad \tau(t) = \int_0^t U(t) dt \quad (t > 0). \quad (1.23)$$

Полученные выражения использованы для оценки движения пластиинки в двух частных случаях.

1. Движение начинается в момент $t=0$ и продолжается при постоянной скорости набегающего потока U .

2. Движение начинается в момент $t=0$ и продолжается с постоянным ускорением.

Последовательно рассмотрим оба случая.

В первом случае движение описывается выражением

$$h(x, t) = h_1(x) e^{j\omega t}, \quad (-1 \leq x \leq 1, \quad t > 0) \quad (1.24)$$

и $h=0$ для $t < 0$. $U = \text{const}$, следовательно, $\tau = Ut$. Тогда

$$v(x, t) = v_1(x) e^{j\omega t} \quad (-1 \leq x \leq 1, \quad t > 0), \quad (1.25)$$

$$v_1(x) = U \left(\frac{d}{dx} + j\sigma \right) h_1(x) \quad \text{при } \sigma = \frac{\omega}{U} \quad (1.26)$$

и $v=0$ для $t < 0$.

Оценки показывают, что для малых значений τ

$$a_0(t) = b_1 - \frac{1}{2}(b_0 + b_1), \quad (1.27)$$

а для очень больших

$$a_0(t) = b_1 - \Theta(\sigma)(b_0 + b_1), \quad (1.28)$$

где $\Theta(\sigma) = \frac{K_1(j\sigma)}{K_0(j\sigma) + K_1(j\sigma)} = F(\sigma) + jG(\sigma)$ — функция Теодорсена.

Выражения (1.16) и (1.17) могут быть использованы для вычисления T , E и P . Оказывается, что эти величины асимптотически приближаются к стационарным значениям уже при $\tau > 10$, т. е. после того, как тело продвинется на расстояние, измеряемое всего пятью хордами, при условии, что σ не очень мало.

Во втором случае движение описывается выражением

$$U(t) = \alpha t \quad (\alpha > 0, \quad t > 0) \quad (1.29)$$

и

$$h(x, t) = \frac{1}{2} \beta_0(t) + \sum_{n=1}^3 \beta_n(t) \cos n\theta \quad (x = \cos n\theta, \quad 0 < \theta < \pi). \quad (1.30)$$

Здесь принят кубический закон деформации пластиинки. Следо-

вательно

$$v(x, t) = \frac{\partial h}{\partial t} + \alpha t \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{1}{2} b_0(t) + \sum_{n=1}^3 b_n(t) \cos n\theta, \quad (1.31)$$

$$\tau = \int_0^t U(t) dt = \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (1.32)$$

и

$$b_n = \dot{\beta}_n + O(t^3) \quad (n = 0, 1, 2, 3), \quad O(t^3) — \text{остаточный член.} \quad (1.33)$$

Предполагается, что для малых t можно записать

$$\beta_n(t) = \sum_{m=2}^{\infty} \beta_{nm} t^m \quad (n = 0, 1, 2, 3). \quad (1.34)$$

В итоге получаем

$$T = \frac{1}{2} \pi \rho (\beta_{02}^0 + \beta_{12}^2 - 4\beta_{02}\beta_{12}) t^2 + 3 \left[\beta_{03}(\beta_{02} - 3\beta_{12}) + \beta_{13} \left(\beta_{12} - \frac{5}{3} \beta_{02} \right) \right] t^3 + O(t^4), \quad (1.35)$$

$$P = \frac{1}{2} \pi \rho \left(\frac{2}{3} \beta_{02}^2 + \frac{1}{2} \beta_{12}^2 \right) t + 3 \left[\beta_{02}\beta_{03} + \frac{3}{4} \beta_{12}\beta_{13} \right] t^2 + O(t^3). \quad (1.36)$$

Примечательно, что тяга нарастает, как t^2 , и при малых t очень мала. Мощность же нарастает, как t , т. е. затраты мощности после начала движения уже заметны, а тяга еще практически отсутствует.

Качественная оценка оптимального закона деформации на начальной стадии движения показывает, что

$$\frac{\beta_{12}}{\beta_{02}} = -1,24. \quad (1.37)$$

При этом условии тяга максимальна при фиксированной мощности.

Выражение для напряженности вихревой пелены в следе может быть получено в виде

$$\gamma(1, t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{V \alpha} \left[(\beta_{02} + \beta_{12}) + \frac{6}{\pi} (\beta_{03} + \beta_{13}) t + O(t^2) \right]. \quad (1.38)$$

Отсюда видно, что сразу же после старта (при $t \rightarrow 0$) появляется начальный вихрь, сходящий с задней кромки.

1.1.4. Влияние толщины колеблющегося профиля на развивающиеся им гидродинамические силы

Следующая группа работ [29—31] посвящена изучению влияния толщины колеблющегося профиля в той же самой двумерной задаче на развивающиеся им гидродинамические силы и коэффициент полезного действия. На рис. 1.7 показана схема, поясняющая постановку задачи. Схема взята из работы [31]. Система координат связана с профилем. В отличие от рассмотренных выше [12,

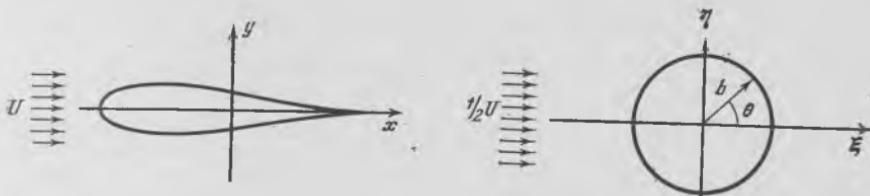


Рис. 1.7. Схема, поясняющая постановку задачи в работе [31]

Рис. 1.8. Конформное преобразование обтекания профиля в обтекание кругового цилиндра (по: Ву [31])

15] в работах [29, 31] применена теория комплексного переменного для вычисления характера потока, обтекающего профиль. Изучение характера обтекания профиля заменяется изучением обтекания кругового цилиндра путем применения метода конформного преобразования (рис. 1.8). От комплексных переменных $z = x + iy$ в плоскости сечения профиля переходят к комплексным переменным $\xi = \xi + i\eta$ в плоскости круга, в который преобразуется профиль. Выражение для комплексного потенциала скоростей, удовлетворяющего стационарным граничным условиям, принимают в виде

$$F_0(\xi) = \frac{U}{2} \left(\xi + \frac{b^2}{\xi} \right), \quad (1.39)$$

где b — радиус круга.

В качестве профиля взят симметричный профиль Жуковского, расположенный вдоль оси x от $-L$ до $+L$ и описываемый после преобразования следующим выражением:

$$z = f(\xi) = \frac{1}{2} \left[\xi - \epsilon + \frac{(b - \epsilon)^2}{\xi - \epsilon} \right] + E, \quad (1.40)$$

где ϵ — малая положительная величина, характеризующая толщину профиля, причем

$$0 \leq \epsilon \leq b \quad (1.41)$$

и

$$E = L - b + \epsilon. \quad (1.42)$$

Смещения профиля заданы в форме

$$D(z, t) = iH^*(x)e^{j\omega t}, \quad (1.43)$$

где $j = \sqrt{-1}$, а символ i означает лишь, что смещения перпендикулярны оси x , $H^*(x)$ — комплексная величина.

В рамках теории малых возмущений общий потенциал скоростей можно представить как сумму трех компонент

$$F = F_0(\zeta) + F_1(\zeta, t) + F_2(\zeta, t), \quad (1.44)$$

где первая компонента представлена выражением (1.39), вторая характеризует комплексный потенциал скорости, удовлетворяющий нестационарным граничным условиям, и имеет вид

$$F_1(\zeta, t) = \frac{Ue^{j\omega t}}{2\pi} \int_0^{2\pi} G(\theta) \log(\zeta - be^{i\theta})^2 b d\theta, \quad (1.45)$$

где

$$G(\theta) = -\operatorname{Re} \frac{1}{b^2} \left\{ \frac{dz}{d\theta} \left(j\sigma H_1^*(\theta) - \frac{\sin \theta}{|f'(be^{i\theta})|^2} \cdot \frac{dH_1^*(\theta)}{d\theta} \right) \right\}_{z=j(b e^{i\theta})}. \quad (1.46)$$

Здесь Re обозначает действительную часть комплексной величины

$$\sigma = \frac{\omega b}{U} \quad (1.47)$$

и

$$H_1^*(\theta) = H^*(x). \quad (1.48)$$

Третья компонента, представляющая собой комплексный потенциал скоростей, связанный с вихревой пеленой в следе, записывается следующим образом:

$$F_2(\zeta, t) = \frac{i\gamma_0}{2\pi} \int_b^\infty \log \frac{\zeta - \xi_0}{\zeta - b^2/\xi_0} e^{i\omega(t-\tau)} f'(\xi_0) d\xi_0, \quad (1.49)$$

где

$$\gamma_0 = \frac{2U \sum_{n=1}^{\infty} P_n}{\frac{1}{2\pi b} \int_b^\infty \frac{\xi_0 + b}{\xi_0 - b} e^{-j\omega\tau} f'(\xi_0) d\xi_0}, \quad (1.50)$$

$$\tau = \int_{x_0}^x \frac{dx_0}{F'_0(\xi_0)/f'(\xi_0)} = \int_b^{\xi_0} \frac{|f'(\xi_0)|^2}{F'_0(\xi_0)} d\xi_0, \quad (1.51)$$

$$P_n = \frac{(b_n - c_n)}{b^3}. \quad (1.52)$$

Величины b_n и c_n могут быть вычислены из выражения (1.52) обратным преобразованием Фурье, так как можно представить

$$G(\vartheta) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} P_n \sin n\vartheta = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{b^2} (b_n - c_n) \sin n\vartheta. \quad (1.53)$$

Гидродинамическое давление, действующее на профиль, может быть найдено путем использования нестационарного уравнения Бернулли. В итоге распределение давления можно записать в форме

$$\Pi(\vartheta, t) = -\rho \operatorname{Re} \left(\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2|f'|^2} \frac{\partial \bar{F}}{\partial \zeta} \frac{\partial F}{\partial \zeta} \right) \Big|_{\zeta=b e^{i\vartheta}}. \quad (1.54)$$

Здесь Re , как и раньше, обозначает действительную часть, черточка сверху — комплексное сопряженное.

Сила и момент, испытываемые профилем, как обычно, могут быть получены интегрированием распределения давления по длине профиля. Выражения для силы, момента, тяги, мощности и кинетической энергии жидкости здесь не приводятся ввиду их громоздкости.

Численные оценки проведены для профиля, закон деформации которого представлен выражением (1.43), а амплитудная функция имеет вид

$$H^*(x) = (d_0 + d_1 x + d_2 x^2) e^{-j\alpha x} \quad \text{при } (-L \leq x \leq L). \quad (1.55)$$

Этот закон представляет собой волну, бегущую вдоль профиля от точки $x = -L$ к точке $x = L$, амплитуда которой нарастает в соответствии с выражением (1.55). Для коэффициентов d_0 , d_1 и d_2 приняты следующие значения:

$$d_0 = 0,023, \quad d_1 = 0,042, \quad d_2 = 0,034. \quad (1.56)$$

На рис. 1.9 представлен коэффициент тяги, определяемый выражением

$$c_T = \frac{T}{\pi \rho U^2}, \quad (1.57)$$

где T — тяга, в зависимости от приведенной частоты для различных значений толщины профиля и при $\alpha = \pi$. Видно, что тяга несколько уменьшается с увеличением толщины профиля. Аналогично ведет себя и коэффициент мощности, определяемый выражением

$$c_p = \frac{P}{\pi \rho U^3}, \quad (1.58)$$

где P — мощность, затрачиваемая на приведение в движение профиля.

На рис. 1.10 показана зависимость гидродинамического коэффициента полезного действия от приведенной частоты для раз-

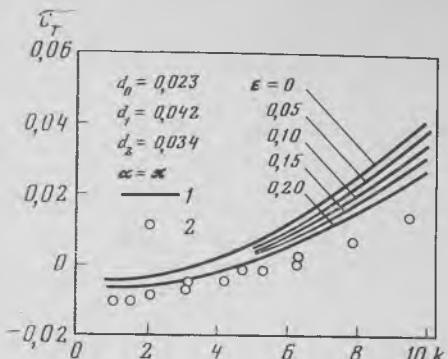


Рис. 1.9. Расчетные значения коэффициента тяги при различной толщине профиля (1) и данные эксперимента (2) (по Ву: [31])

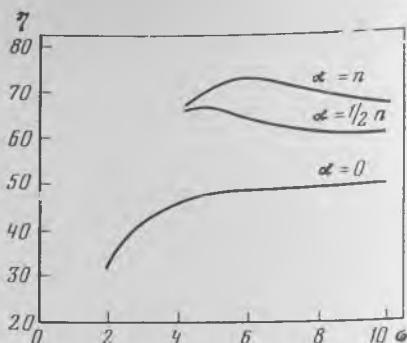


Рис. 1.10. Расчетные значения гидродинамического коэффициента полезного действия (по: Ву [31])

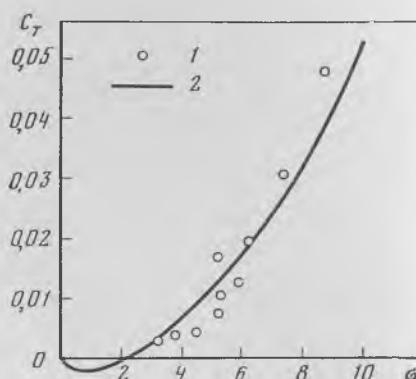
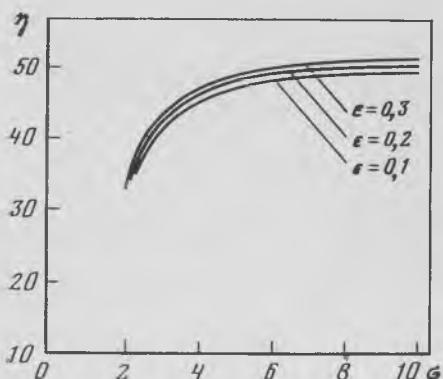


Рис. 1.11. Расчетные значения гидродинамического коэффициента полезного действия (по: Ву [31])

Рис. 1.12. Расчетные значения коэффициента тяги (1) и данные эксперимента (2) (по: Ву [31])

личных значений волнового числа α ($0, \frac{1}{2}\pi$ и π) при $\epsilon=0.2$. Видно, что КПД увеличивается с ростом α .

На рис. 1.11, где также представлена зависимость КПД от приведенной частоты при $\alpha=0$, параметром является величина ϵ . Оказывается, эффективность колеблющегося профиля возрастает с увеличением его толщины.

В работе приведено также сравнение численных оценок с результатами специально проведенных экспериментов. Экспери-

ментальный профиль соответствовал теоретическому и был изготовлен из резины.

На рис. 1.12 показаны экспериментальные данные в сравнении с теоретическими.

1.1.5. Влияние свободной поверхности жидкости на величину тяги, создаваемой двумерной тонкой пластинкой

В работе [30] исследован также очень важный вопрос о влиянии свободной поверхности (в общем случае — возмущенной) на величину тяги колеблющейся под ней тонкой пластинки. Схема, по-

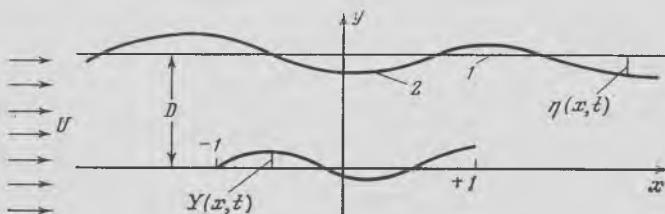


Рис. 1.13. Схема, поясняющая постановку задачи в работе [30]

ясняющая постановку задачи, показана на рис. 1.13. Тонкая, волнообразно колеблющаяся пластинка расположена вдоль оси x на участке от $x = -1$ до $x = +1$. Заглубление пластинки под свободной поверхностью составляет D . Поток набегает на пластинку в направлении положительных значений оси x и имеет скорость U . Деформация пластинки определяется уравнением

$$y = Y(x, t), \quad -1 \leq x \leq 1. \quad (1.59)$$

Предполагается, что смещения пластинки малы по сравнению с полуходрой, т. е.

$$|Y| \ll 1, \left| \frac{\partial Y}{\partial x} \right| \ll 1, \left| \frac{\partial Y}{\partial t} \right| \ll 1. \quad (1.60)$$

Свободная поверхность может подвергаться возмущениям вида $\eta(x, t)$.

Задача формулируется для случая периодически колеблющейся пластинки, т. е.

$$Y(x, t) = H(x) e^{i\omega t}. \quad (1.61)$$

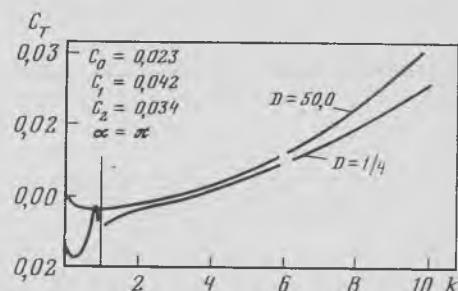


Рис. 1.14. Расчетные значения коэффициента тяги

Пояснения в тексте (по: Reece и др. [30])

В процессе анализа пластинку заменяют вихревой циркуляцией, напряженность которой осциллирует по закону (так же как в работе [12])

$$\gamma = \bar{\gamma}(x) e^{i\omega t}, \quad -1 \leq x \leq 1. \quad (1.62)$$

В процессе движения пластиинки вихревая пелена сходит в след с ее острой задней кромки и предположительно остается в плоскости $y=0$. Напряженность вихревой пелены в следе можно представить в виде

$$\varepsilon(x, t) = -ik\Gamma e^{i\omega t} e^{ih(x-t)}, \quad x > 1. \quad (1.63)$$

Здесь $k = \omega/U$ — приведенная частота,

$$\Gamma = \int_{-1}^1 \bar{\gamma}(x) dx. \quad (1.64)$$

Далее, как обычно, вводится потенциал скорости Φ , удовлетворяющий уравнению Лапласа и определенным граничным условиям на пластинке и свободной поверхности. Находится распределение давления на пластинке, вычисляются гидродинамические силы.

На рис. 1.14 представлена расчетная зависимость коэффициента тяги от приведенной частоты для двух значений заглубления. В одном случае (верхняя кривая) заглубление составляет 50 полухорд, во втором — $1/4$ полухорды.

Для пластиинки принят закон деформации в форме

$$H(x) = (c_0 + c_1 x + c_2 x^2) e^{-\alpha x} \quad (1.65)$$

при $c_0 = 0,023$; $c_1 = 0,042$; $c_2 = 0,034$ и $\alpha = \pi$. Видно, что влияние свободной границы жидкости оказывается лишь тогда, когда пластиинка расположена непосредственно под нею. Причем даже в этом случае влияние заметно лишь при очень малых и очень больших значениях приведенной частоты. Характерно, что в области низких значений приведенной частоты влияние особенно заметно, начиная с некоторой критической частоты $k = 0,8935$. В области нулевых значений приведенной частоты заметно волновое сопротивление, обусловленное влиянием свободной поверхности.

1.1.6. Возможность получения животными энергии из волнового потока

Некоторые наблюдения показывают, что животные (рыбы, птицы) в определенных условиях движутся так, как будто они часть энергии для своего движения заимствуют из окружающей среды. В частности, движение лососей к местам нереста в бурной реке мало зависит от скорости встречного течения, хотя сопротивление их движению должно резко возрастать при увеличении скорости течения. Чайки могут совершать длительные полеты над

волнующейся поверхностью воды без видимых усилий. Эти наблюдения стимулировали рассмотрение теоретической задачи о возможности заимствования энергии из окружающей среды при определенных оптимальных соотношениях кинематики животного и волновых характеристик набегающего потока. В работе [19] рассмотрена упрощенная физическая задача о колебаниях двумерной несущей поверхности (крыла) в волновом потоке. Схема движения крыла показана на рис. 1.15. Набегающий поток имеет постоянную скорость U . Кроме того, в потоке распространяется



Рис. 1.15. Схема, поясняющая постановку задачи в работе [19]

Пояснения в тексте

ся в направлении оси x простая поперечная волна, в которой скорость в направлении оси y имеет вид

$$V_0(x, t) = \varepsilon U \sin(kx - \omega t) = i\varepsilon U e^{i(\omega t - kx)}. \quad (1.66)$$

Здесь ε — масштабный множитель, который считается малым. При этих условиях движение тонкого крыла можно представить в виде

$$y = h(x, t) = y_h + y_p, \quad -1 < x < 1; \quad (1.67)$$

$$y_h = \frac{1}{2} (\xi_1 + i\xi_2) e^{i\omega t}, \quad y_p = (\xi_3 + i\xi_4) x e^{i\omega t}, \quad (1.68)$$

где y_h — поступательное движение крыла, а y_p — вращательное движение. Амплитуды движения можно представить как

$$\xi_h = (\xi_1^2 + \xi_2^2)^{1/2}, \quad \xi_p = (\xi_3^2 + \xi_4^2)^{1/2}, \quad (1.69)$$

а соответствующие фазы

$$\alpha_h = \operatorname{arctg}(\xi_2/\xi_1), \quad \alpha_p = \operatorname{arctg}(\xi_4/\xi_3). \quad (1.70)$$

Считается, что крыло колеблется с той же частотой, что и поток. Задача о колебаниях крыла в стационарном потоке неоднократно рассматривалась [17, 25]. Поэтому, не вдаваясь в детали решения, можно записать выражение для распределения плотности подъемной силы на крыле:

$$\mathcal{L}(x, t) = p^-(x, t) - p^+(x, t), \quad |x| < 1. \quad (1.71)$$

При этом считаются выполненными соответствующие граничные условия на крыле и в следе.

Мгновенные значения подъемной силы и момента относительно середины хорды имеют вид

$$L = \int_{-1}^1 \mathcal{L}(x, t) dx = \pi \rho U^2 \left\{ a_0 - b_1 - \frac{i\sigma}{2} b_0 + 2\varepsilon \left(1 - \frac{\sigma}{\kappa} \right) J_1(\kappa) \right\} e^{i\omega t}, \quad (1.72)$$

$$M = - \int_{-1}^1 x \mathcal{L}(x, t) dx = \frac{\pi}{2} \rho U^2 \left\{ a_0 + \frac{i\sigma}{4} b_1 + 2i\varepsilon \left(1 - \frac{\sigma}{\kappa} \right) J_2(\kappa) \right\} e^{i\omega t}, \quad (1.73)$$

где

$$v(x) = e^{-i\omega t} V(x, t)/U = \frac{1}{2} b_0 + b_1 x, \quad (1.74)$$

$$a_0 = b_1 - (b_0 + b_1) \Theta(\sigma) - 2\varepsilon [W_1(\kappa, \sigma) - iW_2(\kappa, \sigma)], \quad (1.75)$$

$$\Theta(\sigma) = K_1(i\sigma)/[K_0(i\sigma) + K_1(i\sigma)] = F(\sigma) + iG(\sigma), \quad (1.76)$$

$$W_1 - iW_2 = J_1(\kappa) [1 - \Theta(\sigma)]. \quad (1.77)$$

Здесь $\Theta(\sigma)$ — функция Теодорсена от частоты, J_n — функция Бесселя первого рода, K_n — модифицированная функция Бесселя второго рода, κ — волновое число. Распределение сил на крыле представлено на рис. 1.15, б.

Используя выражения (1.72) и (1.73), нетрудно вычислить тягу

$$T = L \frac{\partial h}{\partial x} + S, \quad (1.78)$$

мощность, требующуюся для поддержания движения,

$$P = -L \dot{y}_h + M \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial x} \quad (1.79)$$

и кинетическую энергию, передаваемую жидкости в единицу времени,

$$E = P - TU. \quad (1.80)$$

Здесь S — подсасывающая сила на передней кромке крыла.

Для анализа удобнее вычислять не сами выражения (1.78) — (1.80), а соответствующие коэффициенты

$$c_p = \operatorname{Re} \left\{ -i\sigma [\langle v_1 f_1 \rangle - 2\varepsilon (J_1 + iJ_0)] \langle g_1, \tilde{h} \rangle + 2\varepsilon \left(\frac{\sigma}{\kappa} \right) \langle v_1 g_2 \rangle \right\} \quad (1.81)$$

$$c_E = \operatorname{Re} \left\{ B |\langle v_1 f_1 \rangle|^2 + 2\varepsilon \left[c(\kappa, \sigma) \langle v_1 f_1 \rangle + \left(\frac{\sigma}{\kappa} - 1 \right) \langle v_1 g_2 \rangle \right] - 4\varepsilon^2 W^2 \right\} \quad (1.82)$$

и

$$\tilde{h}(x) = h(x, t) e^{-i\omega t}, \quad (1.83)$$

где введены следующие обозначения:

$$f_1(x) = 1 + x, \quad g_1(x) = (1 - \Theta)x + \Theta, \quad (1.84)$$

$$g_2(x) = \frac{i}{\pi} (1 - x^2) \int_{-1}^1 e^{-ix\xi} (1 - \xi^2)^{-1/2} \frac{d\xi}{\xi - x}, \quad (1.85)$$

$$B(\sigma) = F - (F^2 + \mathcal{G}^2); \quad (1.86)$$

$$c(\varkappa, \sigma) = (1 - 2\Theta)(W_1 + iW_2), \quad (1.87)$$

$$W^2 = |W_1 + iW_2|^2 = W_1^2 + W_2^2, \quad (1.88)$$

а скобками $\langle \rangle$ обозначены скалярные произведения типа

$$\langle f_1 g \rangle = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 f(x) g^*(x) (1 - x^2)^{-1/2} dx = \langle g_1 f \rangle^*. \quad (1.89)$$

Коэффициент полезного действия Фруда можно записать в форме

$$\eta = \frac{U\bar{T}}{\bar{P}} = \frac{c_r}{c_p} = 1 - \frac{c_E}{c_p}. \quad (1.90)$$

В рассматриваемой задаче возможны следующие случаи:

$$0 < \eta < 1, \quad 0 < c_E < c_p, \quad (1.91)$$

$$\eta > 1, \quad c_E < 0 < c_p \quad (1.92)$$

и

$$\eta < 0, \quad c_E < c_p < 0. \quad (1.93)$$

Случай (1.91) уже рассматривался раньше, когда на крыло набегает невозмущенный поток с постоянной скоростью U . Часть энергии, подводимой к крылу, поглощается потоком, остальная часть реализуется в форме тяги.

Случай (1.92) отражает частичное потребление энергии от потока, но все еще требуется затрачивать избыточную энергию для приведения крыла в движение.

Случай (1.93) отражает значительное потребление энергии из потока, когда избыточная энергия не затрачивается совсем.

Возможности реализации двух последних случаев зависят от соотношения параметров ε , σ и \varkappa . Рассмотрение задачи оптимизации показывает, что реально возможны такие соотношения указанных параметров, когда энергия потока может быть использована животным для значительного облегчения своего движения. В частности, например, хорда крыла должна составлять примерно $1/30$ часть длины волны потока.

Механизм заимствования энергии потока для движения животного иллюстрирует рис. 1.16. Набегающий поток имеет компоненты скорости: c_0 — скорость распространения волны, V_0 — поперечная амплитуда скорости. Крыло движется со средней скоростью $U + c_0$ в сторону отрицательных значений x . Один период колебания разделен на 8 моментов и показаны силы, дей-

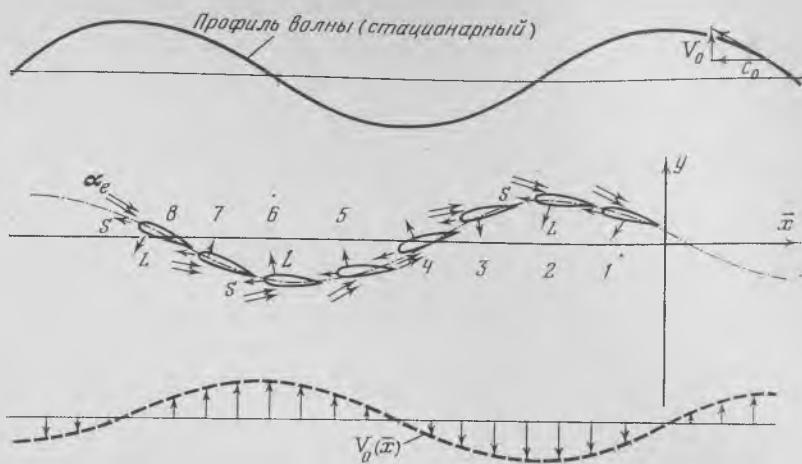


Рис. 1.16. Схема, поясняющая механизм заимствования энергии потока для движения животного

Пояснения в тексте (по: Ву и др. [19])

вующие на крыло в эти моменты времени (стрелки). Двойные стрелки показывают направление местного течения относительно крыла. На изображенной схеме движение крыла оптимально и поперечная скорость волны $V_0(x)$ увеличивает эффективный угол обтекания крыла, что приводит к возрастанию тяги на всех этапах его движения.

Рассмотренная схема сильно упрощена и поясняет скорее заимствование энергии набегающего потока птицами над волнующейся поверхностью моря, чем рыбами в бурном потоке. Но и во втором случае принцип рассмотрения остается тем же самым, только возмущение потока следует брать в ином, более сложном виде.

1.2. Пространственная задача

В пространственных задачах рассматривается движение объемных тел, форма, размеры и параметры движения которых меняются в направлении трех координат. Таким задачам посвящено значительно меньше работ, чем плоским, но эти работы представляют особый интерес, и мы остановимся на них более подробно. Рассмотрение начнем с работы Лайтхилла [21], одной из наиболее важных как по полученным результатам, так и в приоритетном отношении.

1.2.1. Теория тонкого рыбоподобного тела

Рассматривается движение тонкого рыбоподобного тела в идеальной жидкости (рис. 1.17). Тело расположено вдоль оси x и обтекается потоком со скоростью U . Полагается, что тело имеет

цилиндрическую форму, его поперечное сечение мало меняется по длине. Поток жидкости, обтекающий тело, считается состоящим из двух компонент: из постоянного потока, обтекающего неподвижное тело, и потока, обусловленного поперечными движениями тела, совершающимися по некоторому закону $h(x, t)$. В этом случае поперечная скорость элементов тела может быть представлена в виде

$$v(x, t) = \frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial h}{\partial x}. \quad (1.94)$$

Полагается, что характер потока, обтекающего рыбоподобное цилиндрическое тело при его поперечных движениях, идентичен

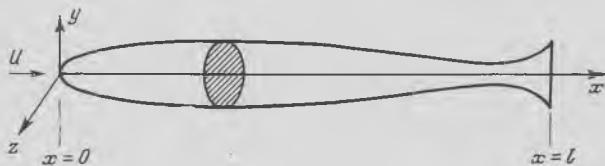


Рис. 1.17. Схема, поясняющая постановку задачи в работе [21]

двумерному потенциальному потоку, который формируется при движении бесконечно длинного цилиндра в поперечном направлении со скоростью $v(x, t)$. В этом случае импульс потока имеет вид

$$\rho v(x, t) A(x). \quad (1.95)$$

Здесь величина $\rho A(x)$ имеет характер присоединенной массы цилиндра на единицу длины для движения в поперечном направлении.

Мгновенная сила, действующая на единицу длины тела по нормали к нему, может быть записана в форме

$$L(x, t) = -\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) \{v(x, t) A(x)\}. \quad (1.96)$$

Мощность, развиваемая телом в процессе движения, может быть вычислена следующим образом:

$$\begin{aligned} W &= - \int_0^l \frac{\partial h}{\partial t} L(x, t) dx = \rho \int_0^l \frac{\partial h}{\partial t} \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) \{v(x, t) A(x)\} dx = \\ &= \rho \int_0^l \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) \left\{ \frac{\partial h}{\partial t} v(x, t) A(x) \right\} dx - \rho \int_0^l \frac{\partial v}{\partial t} v A(x) dx = \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho \int_0^l \frac{\partial h}{\partial t} v A(x) dx - \frac{1}{2} \rho \int_0^l v^2 A(x) dx \right\} + \rho U \left[\frac{\partial h}{\partial t} v A(x) \right]_0^l. \end{aligned} \quad (1.97)$$

После усреднения за длительное время первый член, представляющий собой производную по времени, исчезнет и останется только второй член

$$\bar{W} = \rho U A(l) \overline{\left\{ \frac{\partial h}{\partial t} \left(\frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial h}{\partial x} \right) \right\}}_{x=l}. \quad (1.98)$$

Интегрирование производилось вдоль длины тела от головы (координата которой $x=0$) и до хвоста с координатой $x=l$.

Средняя по времени кинетическая энергия жидкости, приводимой в движение поперечными колебаниями тела, может быть записана в виде

$$\bar{E} = \frac{1}{2} \rho \bar{v^2} A \text{ при } x=l. \quad (1.99)$$

Значение общей тяги можно получить как разность мощности, развиваемой телом, и мощности потока жидкости в следе, поделенную на скорость движения тела вперед:

$$T = \frac{\bar{W} - \frac{1}{2} \rho \bar{v^2} AU}{U} \quad (1.100)$$

или

$$\bar{T} = \frac{1}{2} \rho A(l) \left\{ \overline{\left(\frac{\partial h}{\partial t} \right)^2} - \overline{U^2 \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2} \right\}_{x=l}. \quad (1.101)$$

Гидродинамический коэффициент полезного действия можно вычислить как отношение

$$\eta = \frac{\bar{T}U}{\bar{W}} = 1 - \frac{1}{2} \frac{\overline{\left(\frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2}_{x=l}}{\overline{\left(\frac{\partial h}{\partial t} \left(\frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial h}{\partial x} \right) \right)}_{x=l}}. \quad (1.102)$$

Задавшись конкретным законом деформации тела, например в форме

$$h(x, t) = f(x) g\left(t - \frac{x}{C}\right), \quad (1.103)$$

где функция $g(t)$ может, например, иметь вид

$$g(t) = \cos \omega \left(t - \frac{x}{C} \right), \quad (1.104)$$

можно представить КПД в развернутой форме:

$$\eta = 1 - \frac{1}{2} \frac{\overline{\left\{ \left(1 - \frac{U}{C} \right) f(l) g' \left(t - \frac{l}{C} \right) + U f'(l) g \left(t - \frac{l}{C} \right) \right\}^2}}{\overline{f(l) g' \left(t - \frac{l}{C} \right) \left\{ \left(1 - \frac{U}{C} \right) f(l) g' \left(t - \frac{l}{C} \right) + U f'(l) g \left(t - \frac{l}{C} \right) \right\}}}. \quad (1.105)$$

или

$$\eta = 1 - \frac{1}{2} \frac{\left(1 - \frac{U}{C}\right)^2 f^2(l) \overline{(g')^2} + U^2 (f')^2 \overline{g^2}}{\left(1 - \frac{U}{C}\right) f^2(l) \overline{(g')^2}} . \quad (1.106)$$

Здесь, как и раньше, черта наверху обозначает усреднение по времени.

Поиски оптимальной формы колебаний тела, при которой КПД был бы близким к 1, приводят Лайтхилла к условию

$$f'(l) \rightarrow 0. \quad (1.107)$$

Этому условию удовлетворяют два варианта закона деформации тела: постоянная амплитуда вдоль всего тела и постоянная амплитуда лишь в области хвоста, что физически трудно представить и еще труднее смоделировать.

Задачу, аналогичную той, которую решал Лайтхилл, и в аналогичной постановке решал академик АН УССР Г. В. Логвинович [40, 41]. Однако подход Г. В. Логвиновича к решению задачи физически более понятен благодаря положенной им в основу теории концепции «пронизываемого слоя». Кроме того, в отличие от Лайтхилла Логвинович находит тягу не из закона сохранения энергии, а непосредственно интегрированием по длине тела проекций элементарных сил на направление движения. В итоге оказывается возможным при этом рассчитать по отдельности тянувшую и подсасывающую силы.

Г. В. Логвинович рассматривал движение тонкого тела в инерциальной системе координат x, y, z , которая движется в неограниченной жидкости среде в направлении оси x . На рис. 1.18 приведена схема, поясняющая постановку задачи. Схема взята из работы [40], так же как и все обозначения: абсциссы концов тела x_1 и x_2 и, следовательно, длина тела $L_p = x_2 - x_1$, $R(x)$ — большая полуось эллиптического поперечного сечения тела, величина dR/dx мала по всей длине тела, s — продольная криволинейная ось тела — мало отличается от оси абсцисс.

В основу теории, как уже указывалось, положена концепция «пронизываемого слоя», согласно которой тело, проходя через некоторый слой жидкости («пронизываемый слой»), неподвижный относительно покоящейся жидкости, порождает в нем поперечное, почти плоское течение, близкое к течению идеальной жидкости. С хвостового плавника рассматриваемого тела при этом стекает по касательной к нему поток импульсов $m_1^* V v_n$. Здесь m_1^* — присоединенная масса, равная $\rho \pi R^2(x_1)$, ρ — плотность жидкости, V — скорость тела, v_n — нормальная к криволинейной оси тела скорость слоя, определяемая выражением

$$v_n = \frac{\partial \eta}{\partial t} - V \frac{\partial \eta}{\partial x} . \quad (1.108)$$

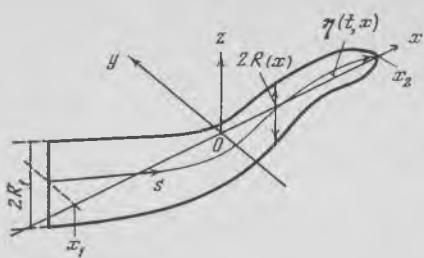


Рис. 1.18. Схема, поясняющая постановку задачи в работе [40]

Пояснения в тексте

Помимо нормальной силы, на тело действует еще так называемое «круговое давление», определяемое интегрированием по контуру поперечного сечения тела s^* избыточного давления, обусловленного скоростным напором при поперечном его движении. В этом случае удельная подсасывающая сила будет определяться выражением

$$\frac{dP}{ds} = - \oint (p - p_0) \cos(\hat{n}, \hat{x}) ds^*. \quad (1.110)$$

Удельная тяга, представляющая собой сумму проекций на ось нормальной (с обратным знаком) и подсасывающей элементарных сил, запишется в виде

$$dF_x = - dF_n \frac{\partial \eta}{\partial x} - dP. \quad (1.111)$$

Полная тяга может быть получена интегрированием по длине тела выражения (1.111).

В случае периодического движения тела Г. В. Логвиновичем предложено простое выражение для тяущей силы, обязанной своим происхождением потоку импульсов, стекающему в след с кромки хвоста. Это выражение, так же как и у Лайтхилла, не учитывает возможности срыва вихрей с любой точки в пределах тела и уноса импульса. Вот это выражение:

$$I = m^*(x_1) V \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} - V \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \text{при } x = x_1. \quad (1.112)$$

Однако нетрудно показать, что упрощенная формула для тяущей силы (1.112), предложенная Г. В. Логвиновичем, справедлива лишь для случая «угревидного» способа плавания, когда амплитуда колебаний постоянна по длине тела. Для этого вычислим тяущую силу путем интегрирования выражения

$$I = \int_{x_1}^{x_2} \frac{d}{dt} [m^*(x) v_n(x, t)] \frac{\partial \eta}{\partial x} dx. \quad (1.113)$$

Удельная нормальная сила, действующая на тело, которая возникает при прохождении его сквозь пронизываемый слой,

$$\begin{aligned} dF_n = & - \frac{d}{dt} [m^*(x) v_n(x, t)] ds = \\ & = \left[\frac{dm^*}{dx} V \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} - V \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) - \right. \\ & - m^* \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - 2V \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial t} + \right. \\ & \left. \left. + V^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right) \right] ds. \end{aligned} \quad (1.109)$$

В этом выражении операция дифференцирования по времени имеет вид

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} - V \frac{\partial}{\partial x}, \quad (1.114)$$

Преобразуем выражение (1.113) следующим образом:

$$\begin{aligned} I &= \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial \eta}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial t} - V \frac{\partial}{\partial x} \right) [v_n m^*] dx = \\ &= \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{\partial}{\partial t} - V \frac{\partial}{\partial x} \right) \left[\frac{\partial \eta}{\partial x} v_n m^* \right] dx - \int_{x_1}^{x_2} v_n m^* \left(\frac{\partial}{\partial t} - V \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial \eta}{\partial x} dx = \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial \eta}{\partial x} v_n m^* dx - V \int_{x_1}^{x_2} d \left[\frac{\partial \eta}{\partial x} v_n m^* \right] - \frac{1}{2} \int_{x_1}^{x_2} m^* \frac{\partial v_n^2}{\partial x} dx. \end{aligned} \quad (1.115)$$

Усредняя по времени и осуществляя интегрирование во втором члене правой части, а также помня, что $m^*(x_2) = 0$, получим

$$\bar{I} = V \overline{\frac{\partial \eta}{\partial x}} v_n m^*(x_1) - \frac{1}{2} \int_{x_1}^{x_2} m^* \overline{\frac{\partial v_n^2}{\partial x}} dx. \quad (1.116)$$

Преобразуем интеграл в правой части следующим образом:

$$\int_{x_1}^{x_2} m^* \overline{\frac{\partial v_n^2}{\partial x}} dx = \int_{x_1}^{x_2} d \overline{[m^* v_n^2]} - \int_{x_1}^{x_2} \overline{v_n^2} \frac{\partial m^*}{\partial x} dx. \quad (1.117)$$

Подставив (1.117) в (1.116) и помня, что

$$v_n = \frac{\partial \eta}{\partial t} - V \frac{\partial \eta}{\partial x}, \quad (1.118)$$

получим

$$\begin{aligned} \bar{I} &= m^*(x_1) \left[V \overline{\frac{\partial \eta}{\partial x}} \overline{\frac{\partial \eta}{\partial t}} - V^2 \overline{\left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2} + \frac{1}{2} \overline{\left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \right)^2} - V \overline{\frac{\partial \eta}{\partial x}} \overline{\frac{\partial \eta}{\partial t}} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{V^2}{2} \overline{\left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2} \right]_{x=x_1} + \frac{1}{2} \int_{x_1}^{x_2} \overline{v_n^2} \frac{\partial m^*}{\partial x} dx. \end{aligned} \quad (1.119)$$

Приведя подобные члены, получим окончательно

$$\bar{I} = \frac{m^*(x_1)}{2} \left[\overline{\left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \right)^2} - V^2 \overline{\left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2} \right] + \frac{1}{2} \int_{x_1}^{x_2} \overline{v_n^2} \frac{\partial m^*}{\partial x} dx. \quad (1.120)$$

Первый член в правой части точно совпадает с выражением для тяги (1.101), полученным Лайхиллом. Усреднение по времени здесь мы обозначили чертой сверху. Второй член в выражении

(1.120) не что иное, как подсасывающая сила с обратным знаком.

Преобразуем полученное выражение (1.120):

$$\begin{aligned}\bar{I} &= \frac{m^*(x_1)}{2} \left[\left(\frac{\partial \eta}{\partial t} - V \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} - V \frac{\partial \eta}{\partial x} + 2V \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \right]_{x=x_1} + \frac{1}{2} \int_{x_1}^{x_2} \bar{v}_n^2 \frac{\partial m^*}{\partial x} dx = \\ &= V m^*(x_1) \left[\left(\frac{\partial \eta}{\partial t} - V \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \frac{\partial \eta}{\partial x} \right]_{x=x_1} + \frac{m^*(x_1)}{2} \bar{v}_n^2 + \frac{1}{2} \int_{x_1}^{x_2} \bar{v}_n^2 \frac{\partial m^*}{\partial x} dx.\end{aligned}\quad (1.121)$$

или помня, что

$$\bar{E} = \frac{m^*(x_1)}{2} V_n^2, \quad (1.122)$$

запишем окончательно

$$\bar{I} = V m^*(x_1) \left[\left(\frac{\partial \eta}{\partial t} - V \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \frac{\partial \eta}{\partial x} \right]_{x=x_1} + \bar{E} - \bar{P}. \quad (1.123)$$

Первый член в правой части представляет собой упрощенную формулу Г. В. Логвиновича. Видно, что полное значение тянувшей силы представляет собой сумму трех выражений: упрощенной формулы, кинетической энергии и подсасывающей силы с обратным знаком.

Проанализируем соотношение последних двух членов выражения (1.123). Зададимся вначале «угревидным» законом деформации тела

$$\eta = \eta_0 \sin \omega \left(t - \frac{x_2 - x}{C} \right). \quad (1.124)$$

Выпишем значения производных, входящих в выражение (1.123):

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \omega \eta_0 \cos \omega \left(t - \frac{x_2 - x}{C} \right), \quad \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\omega \eta_0}{C} \cos \omega \left(t - \frac{x_2 - x}{C} \right). \quad (1.125)$$

Тогда

$$v_n = \left(\omega \eta_0 - \frac{\eta_0 \omega V}{C} \right) \cos \omega \left(t - \frac{x_2 - x}{C} \right) \quad (1.126)$$

и

$$\bar{v}_n^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \eta_0^2 \left(1 - \frac{V}{C} \right)^2. \quad (1.127)$$

Так как ни один из входящих в выражение (1.127) параметров движения не зависит от координаты x , получим

$$\bar{E} = \bar{P}, \quad (1.128)$$

и только при этих условиях

$$\bar{I} = Vm^*(x_1) \left[\left(\frac{\partial \eta}{\partial t} - V \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \frac{\partial \eta}{\partial x} \right]_{x=x_1}. \quad (1.129)$$

Теперь зададимся периодическим законом деформации тела с произвольной амплитудной функцией, представляющей собой функцию координаты x :

$$\eta = \eta_0(x) \sin \omega \left(t - \frac{x_2 - x}{C} \right). \quad (1.130)$$

Так же как и в предыдущем случае, выполним дифференцирование

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} &= \omega \eta_0 \cos \omega \left(t - \frac{x_2 - x}{C} \right), \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} &= \frac{\partial \eta_0}{\partial x} \sin \omega \left(t - \frac{x_2 - x}{C} \right) + \frac{\omega \eta_0}{C} \cos \omega \left(t - \frac{x_2 - x}{C} \right). \end{aligned} \quad (1.131)$$

Тогда

$$v_n = \omega \eta_0 \left(1 - \frac{V}{C} \right) \cos \omega \left(t - \frac{x_2 - x}{C} \right) - V \frac{\partial \eta_0}{\partial x} \sin \omega \left(t - \frac{x_2 - x}{C} \right) \quad (1.132)$$

$$\bar{v}_{n_*}^2 = \frac{\omega^2 \eta_0^2}{2} \left(1 - \frac{V}{C} \right)^2 + \frac{V^2}{2} \left(\frac{\partial \eta_0}{\partial x} \right)^2. \quad (1.133)$$

Выражения для кинетической энергии и подсасывающей силы соответственно будут иметь вид

$$\bar{E} = \frac{m^*(x_1)}{2} \left[\frac{\omega^2 \eta_0^2}{2} \left(1 - \frac{V}{C} \right)^2 + \frac{V^2}{2} \left(\frac{\partial \eta_0}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (1.134)$$

и

$$\bar{P} = \frac{1}{4} \omega^2 \left(1 - \frac{V}{C} \right)^2 \int_{x_1}^{x_2} \eta_0^2(x) \frac{dm^*}{dx} dx - \frac{V^2}{4} \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{\partial \eta_0}{\partial x} \right)^2 \frac{dm^*}{dx} dx. \quad (1.135)$$

Очевидно, эти выражения не равны друг другу, следовательно,

$$\bar{I} \neq Vm^*(x_1) \left[\left(\frac{\partial \eta}{\partial t} - V \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \frac{\partial \eta}{\partial x} \right]_{x=x_1}, \quad (1.136)$$

что и требовалось доказать.

Что же касается подсасывающей силы, то она должна быть получена только путем интегрирования вдоль тела удельной подсасывающей силы. В результате получаем

$$P = - \int_{x_1}^{x_2} \frac{dm^*(x)}{dx} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} - V \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 dx. \quad (1.137)$$

Полная тяга представляет собой сумму выражений (1.120) и (1.137).

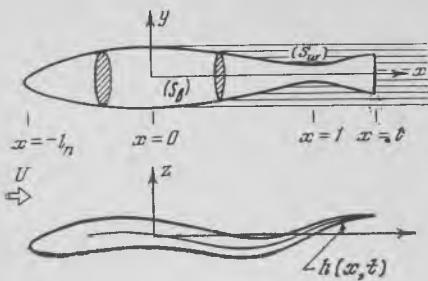
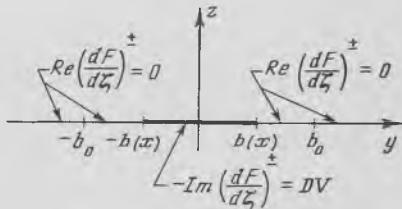
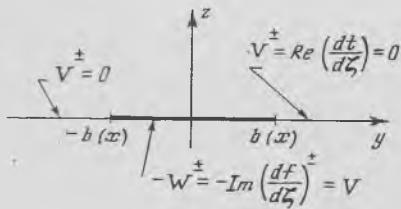
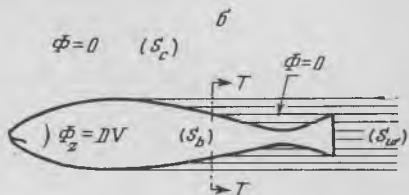
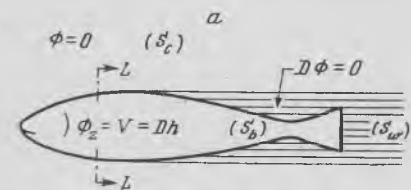


Рис. 1.19. Схема, поясняющая постановку задачи в работе [20]

Пояснения в тексте



Средняя активная мощность тянувших сил может быть представлена в виде

$$(\bar{I} + \bar{P}) V = \bar{A}. \quad (1.138)$$

Кинетическая энергия потока, сходящего в след с хвостом тела, равна

$$\bar{E} = \frac{1}{2} m^*(x_1) \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} - V \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{x=x_1}^2. \quad (1.139)$$

Полная мощность, затрачиваемая на создание тянувшей силы, будет

$$(\bar{I} + \bar{P} + \bar{E}) V = \bar{N}. \quad (1.140)$$

Тогда гидродинамический коэффициент полезного действия запишется в форме

$$\bar{\eta} = \bar{A}/\bar{N}. \quad (1.141)$$

В одной из работ Ву [20] сделал попытку учесть вихреобразование вблизи колеблющегося тела в пределах его участка от миделя до хвостовой лопасти. На рис. 1.19 показана схема, поясняющая постановку задачи в работе Ву. Символами S_b и S_w по-

казаны проекции на плоскость $z=0$ соответственно тела рыбы и вихревой пелены. Остальные обозначения ясны из рисунка. Сумма проекций обозначена как

$$S_c = S_b + S_w.$$

Движение рыбы в общем виде можно записать так:

$$z = h(x, t). \quad (1.142)$$

Скорость частиц жидкости, полученная ими в результате движения тела в потоке, имеющем постоянную скорость U , можно характеризовать потенциалом возмущения

$$\vec{q} = (U + u, v, w) = \text{grad}(Ux + \Phi), \quad (1.143)$$

удовлетворяющим уравнению Лапласа

$$\nabla^2 \Phi = 0. \quad (1.144)$$

Линеаризованное уравнение движения Эйлера имеет вид

$$D\vec{q} = \nabla \Phi, \quad \Phi = \frac{p_\infty - p}{\rho}, \quad (1.145)$$

где

$$D = \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \quad (1.146)$$

представляет собой линеаризованный дифференциальный оператор, Φ — потенциал ускорений Прандтля, p — давление вблизи тела, p_∞ — давление на бесконечности, ρ — плотность жидкости, причем Φ также удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\nabla^2 \Phi = 0. \quad (1.147)$$

Границные условия в этой задаче

$$\Phi_z^\pm = Dh \equiv v(x, t) \quad \text{или} \quad \Phi_z^\pm = Dv \quad (x, y \in S_b); \quad (1.148)$$

$$D\Phi^\pm = 0 \quad \text{или} \quad \Phi^\pm = 0 \quad (x, y \in S_w); \quad (1.149)$$

$$D\Phi^\pm = 0 \quad \text{или} \quad \Phi^\pm = 0 \quad (\text{на кромке хвоста}); \quad (1.150)$$

$$\Phi^\pm = 0 \quad \text{или} \quad \Phi^\pm = 0 \quad (x, y \in S_c); \quad (1.151)$$

$$\Phi \rightarrow 0 \quad \text{или} \quad \Phi \rightarrow 0 \quad (x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \infty). \quad (1.152)$$

Здесь введено обозначение

$$\Phi_z^\pm = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad \text{при } z \rightarrow \pm 0.$$

Считается, что если тело — тонкое, такое, что выполняется условие

$$\delta = \frac{b_0}{l_r} \ll 1 \quad (l_r \equiv l_n + l), \quad (1.153)$$

где b_0 — ширина тела в плоскости $x=0$, то можно воспользоваться двумерным уравнением Лапласа

$$\phi_{yy} + \phi_{zz} = 0 \text{ или } \Phi_{yy} + \Phi_{zz} = 0. \quad (1.154)$$

Два уравнения (1.154) предполагают существование двух функций ψ и Ψ , удовлетворяющих условиям

$$\phi_y = \psi_z, \quad \phi_z = -\psi_y, \quad \Phi_y = \Psi_z, \quad \Phi_z = -\Psi_y. \quad (1.155)$$

Переходя к комплексным переменным, можно записать

$$f = \phi + i\psi, \quad F = \Phi + i\Psi, \quad \Omega = \frac{df}{d\xi} = v - i\omega. \quad (1.156)$$

Рис. 1.20, а, б поясняет граничные условия задачи.

Не вдаваясь в детали решения, запишем только результат. Разность давлений на двух сторонах колеблющегося тела имеет вид

$$\Delta p = p^- - p^+ = \rho (\Phi^+ - \Phi^-) = 2\rho \Phi^+(x, y, t); \quad (x, y \in S_b), \quad (1.157)$$

где

$$\Phi^+ = -D \{v(x, t) [b^2(x) - y^2]^{1/2}\} \quad (-l_n < x < 0, \quad 1 < x < l); \quad (1.158)$$

$$\Phi^+ = -[Dv(x, t)] [b^2(x) - y^2]^{1/2} \quad (0 < x < 1). \quad (1.159)$$

Мгновенная сила в z -направлении на единицу длины тела

$$L(x, t) = \int_{-b}^b (\Delta p) dy = -2\rho D \int_{-b}^b v(x, t) (b^2 - y^2)^{1/2} dy = -\rho D [vA] \quad \text{при } (-l_n < x < 0) \text{ и } (1 < x < l) \quad (1.160)$$

и

$$L(x, t) = -2\rho (Dv) \int_{-b}^b (b^2 - y^2)^{1/2} dy = -\rho [Dv] A \quad \text{при } (0 < x < 1), \quad (1.161)$$

где $\rho A(x) = \rho \pi b^2(x)$ — присоединенная масса единицы длины тела для движения в z -направлении.

Полная сила в z -направлении может быть получена интегрированием выражений (1.160) и (1.161) по длине тела

$$L(t) = -\rho \int_{-l_n}^l D[vA] dx + \rho U \int_0^1 v \frac{\partial A}{\partial x} dx. \quad (1.162)$$

Момент сил относительно начала координат

$$M(t) = \rho \int_{-l_n}^l x D[vA] dx - \rho U \int_0^1 xv \frac{\partial A}{\partial x} dx. \quad (1.163)$$

Сила тяги

$$T = \int_{-l_n}^l L(x, t) \frac{\partial h}{\partial x} dx + T_s. \quad (1.164)$$

Здесь T_s — подсасывающая сила на участках тела $-l_n < x < 0$ и $1 < x < l$, которая имеет вид

$$T_s = \left(\int_{-l_n}^0 + \int_1^l \right) \frac{1}{2} \rho v^3 \frac{dA}{dx} dx. \quad (1.165)$$

Тогда общая тяга может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} T = & -\rho \left(\int_{-l_n}^0 + \int_1^l \right) \left[\frac{\partial h}{\partial x} D(vA) - \frac{1}{2} v^2 \frac{dA}{dx} \right] dx - \rho \int_0^1 \frac{\partial h}{\partial x} (Dv) A dx = \\ = & -\rho \int_{-l_n}^l \left[D \left(vA \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} v^2 A \right) \right] dx - \rho \int_0^1 v \left(\frac{1}{2} v - U \frac{\partial h}{\partial x} \right) \times \\ & \times \frac{\partial A}{\partial x} dx = -\rho \frac{\partial}{\partial t} \int_{-l_n}^l Av \frac{\partial h}{\partial x} dx + \left[\rho Av \left(\frac{1}{2} v - U \frac{\partial h}{\partial x} \right) \right]_{x=l} - \\ & - \rho \int_0^1 v \left(\frac{1}{2} v - U \frac{\partial h}{\partial x} \right) \frac{\partial A}{\partial x} dx. \end{aligned} \quad (1.166)$$

Учитывая, что $A(-l_n) = 0$, и усредняя по времени, получим

$$\begin{aligned} \bar{T} = & \frac{1}{2} \rho A(l) \overline{\left[\left(\frac{\partial h}{\partial t} \right)^2 - U^2 \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \right]}_{x=l} - \\ & - \frac{1}{2} \rho \int_0^1 \left[\left(\frac{\partial h}{\partial t} \right)^2 - U^2 \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \right]^2 \frac{\partial A}{\partial x} dx. \end{aligned} \quad (1.167)$$

Первый член совпадает с выражением, полученным Лайтхиллом (1.101), второй обусловлен сходом вихревой пелены на участке тела $0 < x < 1$.

Выражение для полной мощности, развиваемой телом против поперечных сил, действующих на него и на образование вихревой пелены, имеет вид

$$\begin{aligned} P = & - \int_{-l_n}^l L(x, t) \frac{\partial h}{\partial t} dx = \rho \int_{-l_n}^l \left[D \left(- \frac{\partial h}{\partial t} \right) - Av \frac{\partial v}{\partial t} \right] dx - \\ & - \rho U \int_0^1 v \frac{\partial h}{\partial t} \frac{\partial A}{\partial x} dx = \rho \frac{\partial}{\partial t} \int_{-l_n}^l Av \left(\frac{\partial h}{\partial t} - \frac{1}{2} v \right) dx + \end{aligned}$$

$$+ \rho U \left(A v \frac{\partial h}{\partial t} \right)_{x=l} - \rho U \int_0^l v \frac{\partial h}{\partial t} \frac{\partial A}{\partial x} dx. \quad (1.168)$$

Среднее по времени значение

$$\bar{P} = \rho U A(l) \left[\frac{\partial h}{\partial t} v \right]_{x=l} - \rho U \int_0^l \frac{\partial h}{\partial t} v \frac{\partial A}{\partial x} dx. \quad (1.169)$$

Кинетическая энергия, уходящая в жидкость в единицу времени

$$E = - \iint_S (\vec{pn}) \vec{q} ds = - \int_{-l_n}^l v(x, t) L(x, t) dx - U T s. \quad (1.170)$$

Иначе можно вычислить кинетическую энергию из закона сохранения энергии, как

$$E = P - TU, \quad (1.171)$$

или, усредняя по времени,

$$\bar{E} = \frac{1}{2} \rho U A(l) \overline{v^2(l, t)} - \frac{1}{2} \rho U \int_0^l \overline{v^2} \frac{\partial A}{\partial x} dx. \quad (1.172)$$

В работе Ву [20] рассмотрен также ряд очень важных вопросов. В частности, вопрос о влиянии толщины рыбоподобного тела на развивающиеся им гидродинамические силы. Толщина тела задается функцией

$$z = \pm g(y; x). \quad (1.173)$$

Применен метод конформного преобразования. В итоге показано, что выражение для силы на единицу длины тела сохраняется в виде (1.160) и (1.161), а толщина тела сказывается на характере зависимости присоединенной массы от координаты. В этом случае выражение для присоединенной массы в комплексной плоскости имеет вид

$$\rho A(x) = \rho \int_{-\beta}^{\beta} [(\beta^2 - \xi^2)^{1/2} - z(\xi)] \frac{\partial \eta}{\partial \xi} d\xi, \quad (1.174)$$

где

$$-\beta(x) < \operatorname{Re} \xi < \beta(x)$$

и

$$\beta(x) = \xi[b(x)].$$

Здесь Re обозначает действительную часть.

Другой вопрос, затронутый в работе [20], касается оценки оптимальной формы движения рыбоподобного тела. Критерием оптимизации является минимум затрачиваемой мощности при фиксированной тяге. Оказалось, что в этом случае оптимальной

формой движения тела является такая, при которой амплитуда смещения точек тела постоянна в пределах его длины, а отношение фазовой скорости локомоторной волны к скорости движения тела должно быть незначительно больше единицы.

Еще один вопрос, затронутый в работе [20], касается влияния геометрической асимметрии тела на гидродинамические силы. Если форма тела такова, что

$$y = -b_1(x) \quad \text{и} \quad y = b_2(x),$$

причем $b_1 \neq b_2$, то выражение для силы (1.162) по-прежнему сохраняется, но изменится выражение для присоединенной массы, которое будет иметь вид

$$\rho A(x) = \rho \pi \left[\frac{1}{2} (b_1 + b_2) \right]^2. \quad (1.175)$$

1.2.2. Теория плавания рыб с большой амплитудой колебаний тела

Развитые выше теории применимы, как уже указывалось, для описания плавания тел, амплитуда смещения которых в поперечном направлении мала. Это условие не всегда выполнимо при реальном плавании рыб и дельфинов. Лайтхилл [26] попытался распространить развитую выше теорию на случай плавания тонких тел с произвольной амплитудой колебаний.

Лайтхилл рассмотрел рыбу, плавающую на фиксированном горизонтальном уровне в плоскости xOz при $y=0$, где y — вертикальная координата в прямоугольной системе координат x, y, z . Среднее направление движения рыбы выбрано в положительном направлении оси Ox . Для описания движения рыбы с произвольной амплитудой Лайтхилл выбрал лагранжеву координату a , которая изменяется от 0 до l (где l — длина неизгибающейся рыбы), причем отсчет a ведется от кромки хвоста, где $a=0$. Координата a отсчитывается вдоль средней линии рыбы, совпадающей с ее позвоночным столбом. Координату любой точки тела рыбы (x, z) Лайтхилл рассматривает как функцию $x(a, t)$ и $z(a, t)$ от a и t , по мере того как эта точка перемещается благодаря изгибным колебаниям, результирующему движению рыбы вперед, а также любому боковому движению, которое может быть невольно произведено рыбой (рыскание). Постановка задачи иллюстрируется рис. 1.21, а—в. Считается, что средняя линия рыбы нерастяжима, тогда

$$\left(\frac{\partial x}{\partial a} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial a} \right)^2 = 1. \quad (1.176)$$

Вектор горизонтальной скорости ($\partial x / \partial t, \partial z / \partial t$) может быть представлен в виде компоненты

$$u = \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial x}{\partial a} + \frac{\partial z}{\partial t} \frac{\partial z}{\partial a}, \quad (1.177)$$

направленной по касательной к средней линии рыбы в сторону положительных значений x , и компоненты

$$w = \frac{\partial z}{\partial t} \frac{\partial x}{\partial a} - \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial z}{\partial a}, \quad (1.178)$$

направленной перпендикулярно первой (рис. 1.21, б).

Импульс на единицу длины тела рыбы при ее движении в w -направлении представляет собой вектор

$$mw(-\partial z/\partial a, \partial x/\partial a), \quad (1.179)$$

где величина в круглых скобках есть единичный вектор в w -на-

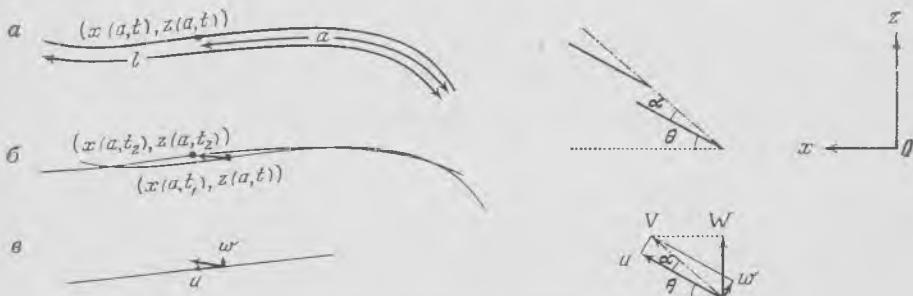


Рис. 1.21. Схема, поясняющая постановку задачи в работе [26]

Обозначения в тексте

правлении, выраженный в форме x - и z -компонент. Проекция импульса на ось x в этом случае имеет вид

$$-mw \frac{\partial z}{\partial a}, \quad (1.180)$$

а на ось z соответственно вид

$$mw \frac{\partial x}{\partial a}. \quad (1.181)$$

Присоединенная масса воды, как и ранее, определяется выражением

$$m = \frac{1}{4} \pi s^2, \quad (1.182)$$

где s — размер поперечного сечения тела рыбы в направлении y .

Закон сохранения импульса в рассматриваемом случае Лайтхилл записывает следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_0^l m w \left(-\frac{\partial z}{\partial a}, \frac{\partial x}{\partial a} \right) da &= \left[-umw \left(-\frac{\partial z}{\partial a}, \frac{\partial x}{\partial a} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} mw^2 \left(\frac{\partial x}{\partial a}, \frac{\partial z}{\partial a} \right) \right]_{a=0} - (P, Q). \end{aligned} \quad (1.183)$$

Последний член в правой части представляет собой реактивную силу (в смысле силы реакции), с которой жидкость действует на тело. Она включает две компоненты: P — силу тяги и Q — боковую силу. Выражение в квадратных скобках правой части допускает упрощение, в результате которого формула (1.183) приобретает вид

$$(P, Q) = \left[m\omega \left(\frac{\partial z}{\partial t}, -\frac{\partial x}{\partial t} \right) - \frac{1}{2} m\omega^2 \left(\frac{\partial x}{\partial a}, \frac{\partial z}{\partial a} \right) \right]_{a=0} - \frac{d}{dt} \int_0^l m\omega \left(-\frac{\partial z}{\partial a}, \frac{\partial x}{\partial a} \right) da. \quad (1.184)$$

Выражение (1.184) представляет собой силу в векторной форме, действующую со стороны жидкости на тело, для случая его движения с большой амплитудой. Полезно представить эту силу в форме ее отдельных компонент:

силы тяги

$$P = \left[m\omega \frac{\partial z}{\partial t} - \frac{1}{2} m\omega^2 \frac{\partial x}{\partial a} \right]_{a=0} + \frac{d}{dt} \int_0^l m\omega \frac{\partial z}{\partial a} da \quad (1.185)$$

и боковой силы

$$-Q = \left[m\omega \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{1}{2} m\omega^2 \frac{\partial z}{\partial a} \right]_{a=0} + \frac{d}{dt} \int_0^l m\omega \frac{\partial x}{\partial a} da. \quad (1.186)$$

В случае периодических плавательных движений усредненные по времени значения P и Q имеют вид

$$\bar{P} = \overline{\left[m\omega \frac{\partial z}{\partial t} - \frac{1}{2} m\omega^2 \frac{\partial x}{\partial a} \right]}_{a=0} \quad (1.187)$$

и

$$-\bar{Q} = \overline{\left[m\omega \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{1}{2} m\omega^2 \frac{\partial z}{\partial a} \right]}_{a=0}. \quad (1.188)$$

Формулы (1.187) и (1.188) представляют собой обобщение результатов малоамплитудной теории, развитой ранее, на случай колебаний тела рыбы с произвольной амплитудой. В этом не трудно убедиться, положив

$$\frac{\partial x}{\partial a} = 1; \quad \frac{\partial z}{\partial a} = \frac{\partial z}{\partial x}. \quad (1.189)$$

При этом будут получены соответствующие малоамплитудные значения тяги и боковой силы.

Интересно оценить, насколько расчет тяги по формуле (1.187) отличается от соответствующего расчета по малоамплитудной формуле (1.101). Лучше всего это можно увидеть на примере расчета тяги экземпляра рыбы *Leuciscus*, проведенного савим Лайхиллом в работе [26]. Мы дополним только этот рас-

Таблица 1.1

$t, \text{ с}$	$V, \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$	$\alpha + \theta, \text{ град}$	$\alpha, \text{ град}$	$W, \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$	$w, \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$	$\frac{\partial x}{\partial a}$	$s, \text{ м}$	$m, \text{ кг} \cdot \text{м}^{-1}$	$m\omega W, \text{ н}$	$\frac{1}{2} m\omega^2 \frac{\partial x}{\partial a}, \text{ н}$	$-\frac{1}{2} m\omega^2 \frac{\partial x}{\partial a}, \text{ н}$
0,04	0,50	17	3	0,15	0,03	0,97	0,094	6,9	0,03	0,00	0,03
0,08	0,60	45	3	0,42	0,03	0,74	0,087	5,9	0,07	0,00	0,07
0,12	0,74	60	5	0,64	0,06	0,57	0,079	4,9	0,19	0,01	0,18
0,16	0,68	48	16	0,50	0,19	0,85	0,083	5,4	0,51	0,08	0,43
0,20	0,52	13	10	0,12	0,09	1,00	0,087	5,9	0,06	0,02	0,04
0,24	0,62	-36	-8	-0,36	-0,09	0,88	0,088	6,1	0,20	0,02	0,18
0,28	0,87	-60	-16	-0,75	-0,24	0,72	0,083	5,4	0,97	0,11	0,86
0,32	0,67	-46	-10	-0,48	-0,12	0,81	0,084	5,5	0,32	0,03	0,29
0,36	0,52	-25	-6	-0,22	-0,05	0,95	0,092	6,6	0,07	0,04	0,06
0,40	0,48	-3	0	-0,02	0,00	1,00	0,093	6,8	0,00	0,00	0,00

Таблица 1.2

$t, \text{ с}$	$W, \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$	$w, \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$	$m\omega W, \text{ н}$	$\frac{1}{2} m\omega^2, \text{ н}$	$-\frac{1}{2} m\omega^2, \text{ н}$	$t, \text{ с}$	$W, \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$	$w, \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$	$m\omega W, \text{ н}$	$\frac{1}{2} m\omega^2, \text{ н}$	$-\frac{1}{2} m\omega^2, \text{ н}$
0,04	0,15	0,03	0,03	0,00	0,03	0,24	-0,39	-0,09	0,21	0,02	0,19
0,08	0,47	0,03	0,08	0,00	0,08	0,28	-0,91	-0,24	1,18	0,16	1,02
0,12	0,78	0,07	0,27	0,01	0,26	0,32	-0,54	-0,12	0,36	0,04	0,32
0,16	0,57	0,19	0,58	0,10	0,48	0,36	-0,23	-0,05	0,08	0,01	0,07
0,20	0,12	0,09	0,06	0,02	0,04	0,40	-0,02	0,00	0,00	0,00	0,00

чет еще и расчетом по малоамплитудной формуле (1.101). Необходимые для расчета кинематические параметры плавания рыбы Лайтхилл взял из работы Байнбриджа [51]. Расчет проведен для десяти моментов времени, отличающихся последовательно на 0,04 с. Результаты расчета, проведенного Лайтхиллом, представлены в табл. 1.1.

Обозначения колонок в таблице ясны из рис. 1.21, б и в и соотношений (1.190):

$$w = V \sin \alpha, \quad W = \frac{\partial z}{\partial t} = V \sin(\alpha + \theta), \quad \frac{\partial x}{\partial a} = \cos \theta. \quad (1.190)$$

Расчет был проведен Лайтхиллом по формуле (1.187). Мы дополним табл. 1.1 табл. 1.2, рассчитанной по формуле

$$\bar{P} = \frac{1}{2} m \left[\left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)^2 - V^2 \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 \right]_{x=0}, \quad (1.191)$$

представляющей собой тягу той же рыбы, полученную по малоамплитудной теории Лайтхилла [21]. В табл. 1.2 мы представим только те колонки (кроме колонки времени), которые будут отличаться от соответствующих колонок табл. 1.1. В соответствии с малоамплитудной теорией мы будем полагать, что

$$\frac{\partial x}{\partial a} = 1, \quad \frac{\partial z}{\partial a} = \frac{\partial z}{\partial x} = \theta, \quad w = V \alpha, \quad W = \frac{\partial z}{\partial t} = V(\alpha + \theta). \quad (1.192)$$

Среднее значение тяги за весь интервал времени, представляющее собой среднее значение чисел в последней колонке табл. 1.1, равно 0,21 н. Среднее же значение тяги по малоамплитудной теории (среднее значение чисел последней колонки табл. 1.2) составляет 0,25 н. Видно, что малоамплитудная теория дает несколько завышенные значения тяги (на 19%). По-видимому, в большинстве оценочных расчетов такой разницей можно пренебречь и пользоваться формулами, полученными на основе более простой малоамплитудной теории.

На основе полученных расчетов тяги (последняя колонка табл. 1.1) Лайтхилл оценил среднее значение коэффициента сопротивления рыбы. Он оказался равным примерно 0,04, что в четыре раза больше ожидаемого значения для ламинарного обтекания при числе Рейнольдса около 10^5 , соответствующего длине рыбы и скорости ее плавания. Такое расхождение остается загадкой. Лайтхилл проанализировал возможные погрешности расчета, но не нашел объяснения такому расхождению. Однако, по словам Лайтхилла, доктор Боун в личной беседе с ним высказал одно предположение для объяснения полученного расхождения. В этом предположении главная роль отводится нестационарности плавательных движений рыбы как причине повышенного коэффициента сопротивления. Боковые движения тела рыбы, по мнению доктора Боуна, могут отрицательно влиять на

рост толщины пограничного слоя. Как будет показано ниже, это предположение недалеко от истины. Действительно, на колеблющемся теле, когда амплитуда колебаний нарастает от головы к хвосту, формируется значительный отрицательный градиент давления, влияющий на толщину и структуру пограничного слоя.

Рассмотренные исследования не учитывают значения спинных и брюшных плавников на теле рыбы в формировании обтекающего ее тело потока. В работах [3, 33] теория тонкого тела распространена на случай анализа пропульсивных характеристик рыбоподобного тела, которое может нести плавники различной конфигурации. Рассмотрена также взаимосвязь толщины тела, размаха плавников и вихревой пелены, сходящей с кромок плавников

1.3. Теория плавания животных с полуулунным хвостовым плавником

По мнению Лайтхилла, теория тонкого тела неприменима к описанию механизма создания тяги животными с полуулунным хвостовым плавником, поскольку ее основное допущение о том, что воздействие на окружающую среду со стороны тела производится механизмами, распределенными вдоль самого тела, нарушается. Функцию движителя в этом случае практически полностью принимает на себя хвостовой плавник. Из анализа его формы и сечения следует, что исследовать его можно методами аппарата теории крыла в неустановившемся потоке. К анализу проблемы можно применить любой из двух следующих методов [36].

1. Использовать гидродинамические уравнения и потенциальную теорию.
2. Сконструировать решение, используя распределение вихрей или источников.

1.3.1. Двумерная линеаризованная теория полуулунного плавника

Лайтхилл [25] впервые рассмотрел двумерную линеаризованную теорию полуулунного плавника первым из перечисленных выше методов и основал свой анализ на введенном Прандтлем понятии потенциала ускорений. Раньше этот метод был успешно применен в работе [52] для анализа движения профилей в сжимаемой среде и в работе [15] для анализа эффективности плывательных движений гибкой тонкой пластины. Последняя работа может служить превосходной иллюстрацией эффективности двумерной теории.

Физический механизм работы полуулунного плавника Лайтхилл [23] иллюстрирует рис. 1.22, взятым из работы [53]. На

на этом рисунке показан горизонтальный слой воды, которому сообщаются возмущения колеблющимся хвостом рыбы. В моменты, когда хвостовой плавник занимает крайние положения, формируются вихри. Между рядами вихрей формируется нечто подобное реактивной струе. Рассматривая эту упрощенную картину, можно сказать, что хвостовой плавник приводит в движение рыбку по принципу реактивной струи, причем высокая эффективность обеспечивается благодаря большой площади сечения струи.

В двумерной теории Лайтхилл рассматривает хвостовой полулунный плавник как крыло бесконечного размаха в направ-



Рис. 1.22. Схема, поясняющая физический механизм работы полулунного плавника (по: Лайтхилл [23])

лении оси y с хордой $c = 2a$, простирающееся в направлении оси x от $-a$ до $+a$. Закон смещения крыла принимается в форме

$$z = [h - i\alpha(x - b)] e^{i\omega t}, \quad (1.193)$$

где h и α — действительные числа, обозначающие амплитуды поступательного и вращательного движений соответственно, $x + b$ — положение оси вращения. Поступательное и вращательное движения имеют малую амплитуду и сдвинуты по фазе на 90° , ω — круговая частота, t — время.

Не останавливаясь на деталях решения задачи, приведем лишь окончательные выражения для энергетических и силовых параметров крыла. Среднее по времени значение тяги на единицу длины крыла (в направлении размаха) получено Лайтхиллом в виде

$$\rho \bar{P} = \rho \left[\pi a U^{-2} |A|^2 + \left(\pi a \alpha \operatorname{Im} A - \frac{1}{2} \pi a^2 \omega^2 \alpha^2 b \right) \right]. \quad (1.194)$$

Затрачиваемая мощность равна

$$\begin{aligned} \rho \bar{E} = & \frac{\rho}{2} \operatorname{Re} \left[\omega (2\pi a A + \pi a^2 B) (-ab - ih) + \right. \\ & \left. + \left(\pi a^2 A - \frac{1}{8} \pi a^4 C \right) (-\omega \alpha) \right]. \end{aligned} \quad (1.195)$$

Гидромеханический коэффициент полезного действия нетрудно выразить через (1.194) и (1.195):

$$\eta = 1 - \frac{\left\{ \omega^2 \alpha^2 \left(b - \frac{1}{2} a \right)^2 + (\omega h - U \alpha)^2 \right\} (F - F^2 - \mathcal{G}^2)}{\left\{ \omega \alpha \left(b - \frac{1}{2} a \right) \left[\alpha \left(b + \frac{1}{2} a \right) F - h \mathcal{G} - \frac{1}{2} \alpha a \right] + (\omega h - U \alpha) \left[h F + \alpha \left(b + \frac{1}{2} a \right) \mathcal{G} \right] \right\} \omega} . \quad (1.196)$$

В приведенных выражениях приняты следующие обозначения:

$$A = -U \left\{ \left[\omega \alpha \left(b - \frac{1}{2} a \right) + i(U\alpha - \omega h) \right] (F + i\mathcal{G}) + \frac{1}{2} \omega \alpha a \right\},$$

$$B = 2U\omega\alpha - \omega^2(h + i\alpha b),$$

$$C = i\omega^2\alpha. \quad (1.197)$$

Здесь U — продольная скорость крыла, ρ — плотность жидкости, $F + i\mathcal{G}$ — функция Теодорсена, Re и Im — действительная и мнимая части соответственно.

На рис. 1.23 представлены численные оценки коэффициента тяги, определяемого выражением

$$C_T = \frac{\bar{P}}{\omega^2 h^2 a}, \quad (1.198)$$

и КПД в зависимости от параметра

$$\Theta = \frac{U\alpha}{\omega h} \quad (1.199)$$

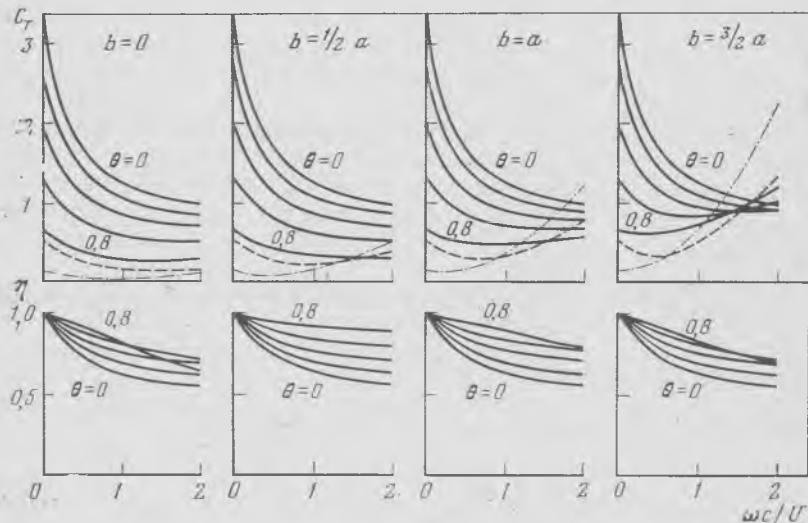


Рис. 1.23. Расчетные значения коэффициента тяги и гидродинамического коэффициента полезного действия в зависимости от приведенной частоты

Параметром являются b и θ (по: Лайтхилл [23])

и приведенной частоты

$$2\sigma = \frac{2\omega a}{U} \quad (1.200)$$

для ряда положений оси вращения: $b=0$, $\frac{1}{2}a$, a и $\frac{3}{2}a$. Пунктирная линия показывает вклад подсасывающей силы на передней кромке крыла для $\theta=0,6$, штрихпунктирная линия — то же самое для $\theta=0,8$.

Анализ кривых на рис. 1.23 позволяет сделать некоторые выводы. Отчетливо видны противонаправленные тенденции: увеличение КПД и уменьшение коэффициента тяги при увеличении θ . Коэффициент тяги при больших значениях θ увеличивается при перемещении оси вращения вниз по потоку (при увеличении b). При этом значительно растет доля подсасывающей силы в общей тяге, особенно при высоких значениях приведенной частоты.

Приведенные оценки имеют завышенный характер, так как в расчет принята лишь энергия завихренности, перпендикулярная движению (следствие двумерной теории), тогда как имеется еще завихренность, параллельная движению, которая может быть учтена только трехмерной теорией.

Лайтхилл считает полуулунную форму хвостового плавника кульминацией эволюции движительного комплекса. Он отмечает, что животные, принадлежащие совершенно различным эволюционным линиям (например, рыбы и китообразные), сошлись (в биологическом смысле) на полуулунном хвосте как средстве быстрого передвижения в воде. Более того, поперечное сечение полуулунного хвоста рыб и китообразных приняло форму, подобную сечению аэродинамического крыла. Особенно важна плавно закругленная передняя кромка, поскольку наибольшая доля развиваемой крылом тяги происходит от взаимодействия с водой вблизи этой кромки.

Лайтхилл связывает достоинства полуулунной формы с тем, что при обычных для быстрого плавания частотах колебаний хвост такой формы в состоянии генерировать вихревые кольца приблизительно круглой формы (см. рис. 1.22). Такие кольца несут относительно большой импульс при малой энергии.

1.3.2. Дальнейшее развитие теории полуулунного плавника

Идеи Лайтхилла получили дальнейшее развитие в ряде работ [18, 34, 35—37]. Двумерную задачу об оптимальной форме движения тонкого крыла в постановке, аналогичной той, которую рассматривал Лайтхилл, решал также Ву [18].

Движение тонкого крыла бесконечного размаха он характеризовал следующим выражением:

$$h(x, t) = \left[\frac{1}{2} \xi_0 + (\xi_1 + i\xi_2)x \right] e^{i\omega t}. \quad (1.201)$$

Параметры движения крыла в задачах Лайтхилла и Ву связаны простыми соотношениями

$$\frac{\dot{b}}{a} = -\frac{1}{2} \xi_0 \xi_1 (\xi_1^2 + \xi_2^2)^{-1} = -\frac{1}{2} Z_p^{-1} \cos \alpha_p, \quad (1.202)$$

$$\frac{h}{a} = -\frac{1}{2} \xi_0 \xi_2 (\xi_1^2 + \xi_2^2)^{-1/2} = -\frac{1}{2} \xi_0 \sin \alpha_p, \quad (1.203)$$

$$\alpha = (\xi_1^2 + \xi_2^2)^{1/2} = \xi_0 Z_p, \quad (1.204)$$

$$\theta = \frac{U \alpha}{\omega h} = -\frac{2}{\sigma} (\xi_1^2 + \xi_2^2)/\xi_0 \xi_2 = -\frac{2}{\sigma} Z_p \operatorname{cosec} \alpha_p. \quad (1.205)$$

Здесь $\sigma = \omega a/U$ — приведенная частота,

$$Z_p = \frac{(\xi_1^2 + \xi_2^2)^{1/2}}{\xi_0}, \quad (1.206)$$

$$\alpha_p = \operatorname{arctg} \frac{\xi_2}{\xi_1}. \quad (1.207)$$

Поскольку физически имеет смысл лишь действительная часть выражения (1.201), то оно может быть также записано в виде

$$h = \frac{1}{2} \xi_0 \cos \omega t + (\xi_1 \cos \omega t - \xi_2 \sin \omega t) x \quad \text{при } -1 < x < 1. \quad (1.208)$$

В общем случае решение очень громоздко, поэтому Ву рассматривает некоторые частные случаи, когда решение можно довести до асимптотических расчетных формул. В частности, наиболее интересен случай малых нагрузок, когда коэффициент нагрузки $\bar{c}_{t.o} \ll 1$, причем он определен как

$$\bar{c}_{t.o} = \frac{c_{t.o.}}{\xi_0^2}, \quad (1.209)$$

где $c_{t.o.}$ — коэффициент тяги, определяемый выражением

$$c_{t.o.} = \frac{\bar{T}}{\frac{1}{4} \pi \rho U^2 a}, \quad (1.210)$$

Здесь \bar{T} — средняя по времени тяга, a — полуходра крыла, U — скорость потока. В этом случае оптимальной является такая форма движения крыла, когда выполняются следующие соотношения

$$\frac{\xi_1}{\xi_0} \simeq -\frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 4}, \quad \frac{\xi_2}{\xi_0} \simeq -\frac{2\sigma}{\sigma^2 + 4}, \quad (1.211)$$

$$Z_p \simeq \frac{\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + 4}}, \quad (1.212) \quad \alpha_p \simeq \operatorname{arctg} \left(\frac{2}{\sigma} \right). \quad (1.213)$$

При такой форме движения КПД имеет наибольшее значение, определяемое выражением

$$\eta_{\max} = \frac{\left[1 + \frac{4}{9} \bar{c}_{t,0} \left(1 - \frac{15}{4\sigma^2} \right) \right]}{\left[1 + \frac{8}{9} \bar{c}_{t,0} \left(1 - \frac{5}{24\sigma^2} \right) \right]}. \quad (1.214)$$

Соответствующая разность фаз между вращательным и поступательным движением крыла в зависимости от приведенной частоты показана на рис. 1.24 для различных значений коэффициента нагрузки $\bar{c}_{t,0}$. Нижняя штрихпунктирная кривая $\alpha_p(\sigma_c, \bar{c}_{t,0})$ показывает нижнюю границу, соответствующую наименьшему значению приведенной частоты σ_c , начиная с которого решение имеет смысл.

На рис. 1.25 показаны возможные соотношения коэффициентов подсасывающей силы (c_s) и тяги (c_t) в зависимости от приведенной частоты. Оптимальным считается минимальное значение этого соотношения. Здесь коэффициент подсасывающей силы определен выражением

$$c_s = \frac{\bar{T}_s}{\frac{1}{4} \pi \rho U^2 a}, \quad (1.215)$$

где \bar{T}_s — среднее по времени значение подсасывающей силы.

На рис. 1.26 представлена зависимость положения оси вращения крыла от приведенной частоты, а на рис. 1.27 соответствующая зависимость величины $(1-\theta)$. Область оптимальных параметров на рис. 1.26 и 1.27 соответствует положению штрихпунктирной линии.

В целом результаты Ву хорошо согласуются с результатами Лайтхилла.

В работах [34, 35] рассмотрено движение крыла конечного удлинения (трехмерная теория). При этом автор ограничился рассмотрением случая крыла прямоугольной формы. Однако подход к решению задачи в работе [34] совершенно иной, чем у Лайтхилла, и соответствует второму из перечисленных в начале настоящего раздела методов. Автор принял концепцию, развитую в работе [53], которая в свою очередь является развитием концепции Прандтля и Бетца о бесконечной линии действия подъемной силы с синусоидально меняющейся интенсивностью вихря по размаху крыла, которая затем была развита Карманом для крыла конечного размаха в стационарном случае.

Анализ, проведенный в работе [34], основан на допущении о линии действия подъемной силы, которое состоит в том, что локальный поток вокруг каждого поперечного сечения профиля остается двумерным, однако локальный угол атаки испытывает воздействие всего зависящего от времени спектра завихренности

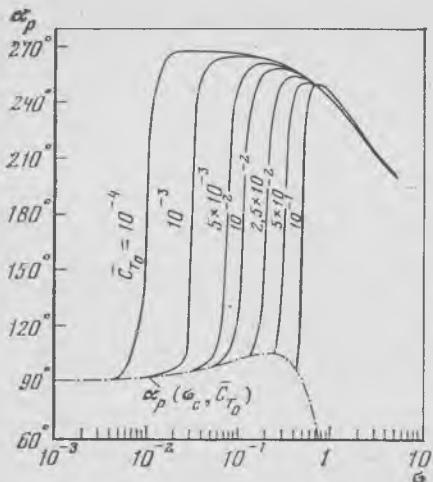


Рис. 1.24. Расчетные значения разности фаз между вращательным и поступательным движением крыла в зависимости от приведенной частоты
Параметром является коэффициент нагрузки $\bar{C}_{T,0}$ (по: By [18])

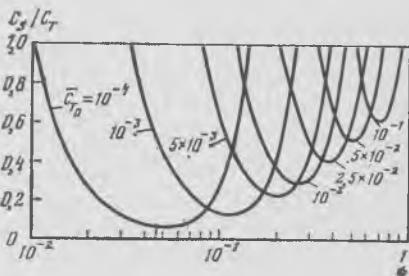


Рис. 1.25. Возможные соотношения коэффициента подсасывающей силы и коэффициента тяги в зависимости от приведенной частоты

Параметром является коэффициент нагрузки $\bar{C}_{T,0}$ (по: By [18])

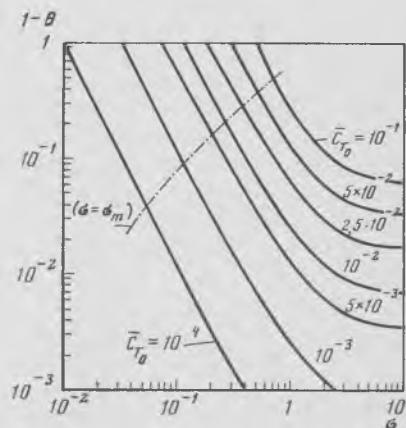
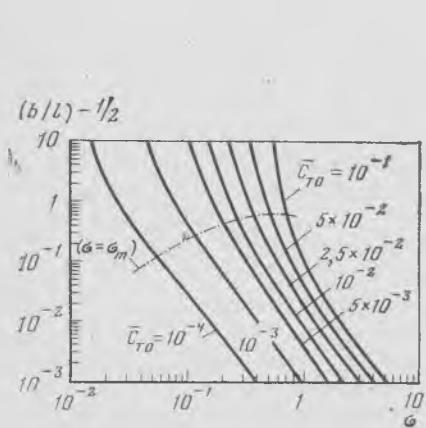


Рис. 1.26. Положение оси вращения крыла в зависимости от приведенной частоты

Параметром является коэффициент нагрузки $\bar{C}_{T,0}$ (по: By [18])

Рис. 1.27. Расчетные значения величины $1 - \theta$ в зависимости от приведенной частоты

Параметром является коэффициент нагрузки (по: By [18])

в спутной струе как в направлении по потоку, так и поперек потока по размаху пластины.

В результате в работе [34] показано, что эффективность прямоугольного крыла, как и в двумерном случае Лайтхилла, является наибольшей, когда ось вращения близка к задней кромке. Изучена также зависимость тяги и КПД от удлинения крыла, равного 4; 6 и 8, приведенной частоты, параметра θ и положения оси вращения ($b=0$; $\frac{1}{2}c$ и $\frac{3}{2}c$). Показано, что тяга и КПД слабо зависят от удлинения крыла, характер же зависимости от θ и σ практически такой же, как и в случае двумерной теории Лайтхилла.

В работе [36] тот же автор расширил развитую им теорию на случай тонкого крыла бесконечного размаха с большой амплитудой. Анализ упрощается за счет предположения о малости углов атаки. Им показано, что наилучшим является сочетание приведенных частот около 0,8 с амплитудой, вдвое большей длины хорды.

В работе [37] развита трехмерная теория предыдущего автора и распространена на случай малоамплитудных колебаний крыльев конечного удлинения и различных форм в плане (рис. 1.28). Для численных расчетов они адаптировали специальную программу Королевского авиационного института. На рис. 1.29. *a*, *b* показаны результаты их расчета коэффициента тяги и КПД прямоугольного крыла с удлинением, равные 8 (сплошные линии), а также сравнение с расчетными данными работы [34] (крестики) и с расчетом по двумерной теории Лайтхилла [25] (пунктирная линия). Видно, что двумерная теория Лайтхилла и, следовательно, также теория Ву [18] действительно дают завышенные значения тяги и КПД по сравнению с трехмерной теорией, о чем говорилось выше. Особенно это заметно в области низких значений приведенной частоты.

Для того чтобы иметь возможность сравнивать полученные теоретические расчеты с имеющимися экспериментальными наблюдениями на животных, авторы работы [37] попытались учесть то обстоятельство, что амплитуды колебаний хвостовых плавников рыб и дельфинов, вообще говоря, нельзя считать малыми. Во всяком случае они скорректировали свои расчеты с учетом работы [36], посвященной изучению колебаний прямоугольного крыла бесконечного размаха с произвольной амплитудой. С этой целью выражение для параметра

$$\theta = \frac{U\alpha}{\omega h},$$

справедливое при малых углах α , было принято в форме

$$\theta = \frac{U(\operatorname{tg} \alpha)}{\omega h}, \quad (1.216)$$

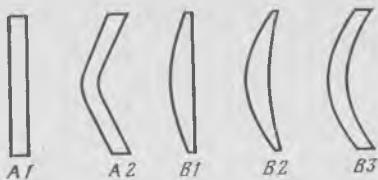


Рис. 1.28. Различные формы крыльев в плане (по: Chopra и др. [37])

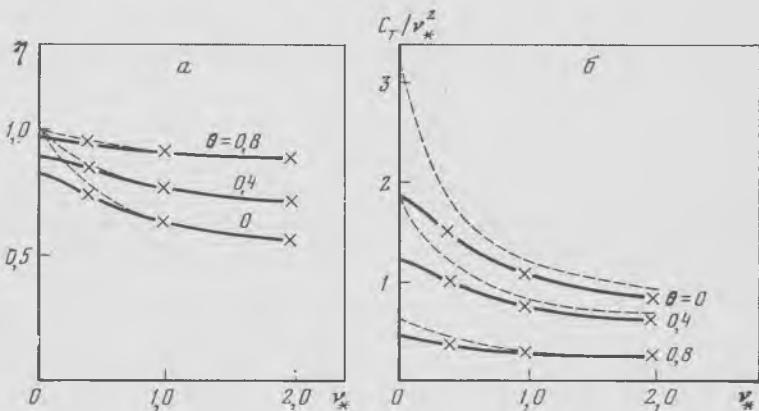


Рис. 1.29. Расчетные значения коэффициента полезного действия (а) и коэффициента тяги (б) прямоугольного крыла в зависимости от приведенной частоты. Индекс (*) у приведенной частоты означает, что она вычислена по полной хорде крыла

Параметром является величина θ . Остальные обозначения в тексте (по: Chopra и др. [37])

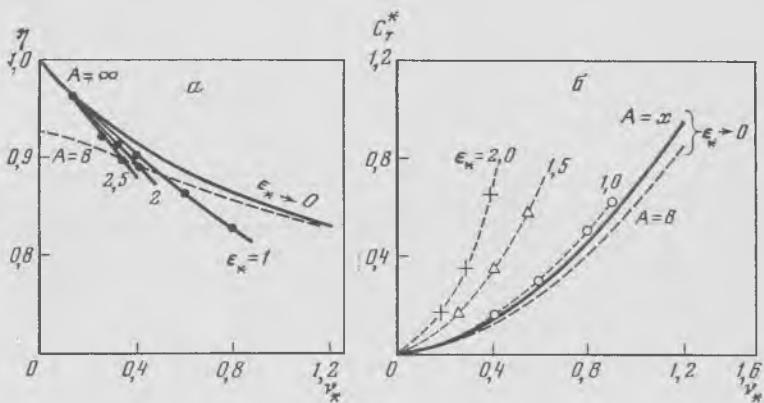


Рис. 1.30. Расчетные значения коэффициента полезного действия (а) и коэффициента тяги (б) прямоугольного крыла в зависимости от приведенной частоты, вычисленной по полной хорде

Параметрами являются удлинение крыла ($A=\infty$ и $A=8$) и амплитуда его колебаний (по: Chopra и др. [37])

учитывающей тот факт, что при значительных α
 $\operatorname{tg} \alpha \neq \alpha$.

На рис. 1.30, а, б показано, как изменяются две наиболее важные величины η и c_r^* прямоугольного крыла при росте амплитуды колебаний. Параметром служит величина

$$\epsilon_* = \frac{h}{c_*}, \quad (1.217)$$

где c_* — полная хорда крыла.

Видно, что с ростом ϵ_* КПД заметно падает, а коэффициент тяги растет.

В работах [8, 42, 45] также предпринята попытка применить теорию крыла большого удлинения к расчету тянувшей силы рыб с полуулунным хвостовым плавником и дельфинов. Очень кратко расчет сводится к следующему. Мгновенный коэффициент тяги жесткого крыла, аппроксимирующего хвостовой плавник, определяется по формуле

$$c_A = -c_L \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \frac{1}{V} + \varphi \right) - c_{Di}. \quad (1.218)$$

Здесь c_L — коэффициент подъемной силы, определяемый выражением

$$c_L = \frac{2\pi\lambda\alpha}{\sqrt{\lambda^2 + 4} + 2}, \quad (1.219)$$

c_{Di} — коэффициент индуктивного сопротивления, определяемый выражением

$$c_{Di} = \frac{c_L^2 (1 + \delta)}{\pi\lambda}, \quad (1.220)$$

α — угол атаки крыла (хвостового плавника), определяемый выражением

$$\alpha = -\frac{v_n}{V} = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} - V \frac{\partial \eta}{\partial x} \right), \quad (1.221)$$

λ — удлинение крыла

$$\lambda = \frac{(2R)^2}{S}, \quad (1.222)$$

где S — площадь крыла, $(1 + \delta)$ — сомножитель, учитывающий отклонение геометрической формы хвостового плавника от оптимальной в смысле наименьших индуктивных потерь. Величина δ при удлинении $\lambda = 1 \div 4$ не превышает 2—3%, и в первом приближении ею можно пренебречь. $2R$ — размах крыла, v_n — нормальная составляющая скорости кормовой точки крыла, V — скорость животного, $\eta(x, t)$ — отклонение средней линии от координатной оси, φ — угол поворота крыла относительно направ-

ленияя мгновенной скорости средней линии. В расчетах принято $\varphi=0$, так как отсутствуют экспериментальные данные о величине этого угла.

Подставляя (1.219) и (1.220) в (1.218), получим

$$c_A = \frac{2\pi\lambda}{V\lambda^2+4+2} \frac{v_n}{V} \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \frac{1}{V} \right) - \frac{4\pi\lambda}{(V\lambda^2+4+2)^2} \left(\frac{v_n}{V} \right)^2 \quad (1.223)$$

или, осредняя выражение (1.223) за период колебания, получим

$$\bar{c}_A = \frac{2\pi\lambda}{V\lambda^2+4+2} \overline{\left[\left(\frac{v_n}{V} \right) \frac{\partial \eta}{\partial t} \frac{1}{V} \right]} - \frac{4\pi\lambda}{(V\lambda^2+4+2)^2} \overline{\left(\frac{v_n}{V} \right)^2}. \quad (1.224)$$

Выражение для среднего значения тянущей силы имеет вид

$$\bar{A} = \bar{c}_A \frac{\rho V^2}{2} S, \quad (1.225)$$

или, учитывая, что

$$S = \frac{(2R)^2}{\lambda} \text{ и } m^* = \rho \pi R^2,$$

можно записать иначе:

$$\bar{A} = \bar{c}_A \frac{2m^*V^2}{\pi\lambda} \quad \text{при } x = x_1. \quad (1.226)$$

В таком виде выражение для тянущей силы было получено Л. Ф. Козловым. Приведенный выше вывод также был взят у Л. Ф. Козлова [45].

1.3.3. Сравнение с экспериментом

В работах [18] и [37] предприняты попытки сравнить результаты теоретических расчетов с данными экспериментальных наблюдений характеристик плавания рыб и дельфинов, имеющиеся в литературе. Эти попытки лишний раз иллюстрируют, насколько мало в литературе данных по экспериментальному изучению кинематики рыб и дельфинов. Известны лишь три работы [54, 56, 57], в которых можно перечерпнуть какие-то сведения о кинематике упомянутых животных.

В табл. 1.3 приведены экспериментальные данные, характеризующие кинематику и гидродинамику дельфина *Lagenorhynchus obliquides*, взятые из работы [56], и данные о плавании *Wavyback skipjack*, взятые из работы [54]. Причем данные о длине тела рыбы, размере хорды ее хвостового плавника и отношении S_t/S_b площади хвоста к площади тела в работе [54] отсутствуют. Поэтому данные о длине тела и хорды хвоста взяты из работы [57], а отношение S_t/S_b оценено по имевшимся в работе фотографиям. К тому же имеющиеся данные приведены с боль-

Таблица 1.3

	$L, \text{ см}$	$U, \text{ см/с}$	$\text{Re} = \frac{UL}{v}$
Lagenorhynchus obliquides Wavyback skipjack	200 100	510 310—820	$9,3 \cdot 10^6$ $(2,8—7,5) \cdot 10^6$
	$v_0 = \frac{\omega c_0}{U}$	$\epsilon_0 = \frac{h}{c_0}$	$\frac{S_T}{S_B}$
Lagenorhynchus obliquides Wavyback skipjack	0,71 0,7—1,05	1,3 1,4—2,5	0,03 0,02

шим разбросом, что уже само по себе внушает определенное недоверие.

Данные о дельфинах, приведенные в первой строке табл. 1.3, также не очень надежны. В частности, авторы работы [37] по данным работы [56] оценили величину $v_0=0,71$. В свою очередь, Ву оценил эту же величину по данным той же работы [56] как $v_0=0,456$. (Его оценка этой величины по размеру полуходры составила 0,228. Оценка по целой хорде дает указанную выше величину 0,456.)

Данные табл. 1.3. были использованы авторами работы [37] для вычисления гидродинамических сил (коэффициентов тяги и сопротивления). Результаты вычислений приведены в табл. 1.4 для формы хвостовых плавников, аппроксимированной теоретическими крыльями B1 и B2 (см. рис. 1.28) при значении параметра $\theta=0,8$, и положений оси вращения крыла $b_v=0,8$ и $b_v=1,0$ (ось вращения крыла расположена на расстоянии от передней кромки, равном соответственно 0,8 и 1,0 длины хорды).

Анализ данных табл. 1.4 прежде всего показывает, что расчетные значения коэффициента сопротивления дельфина значительно меньше, чем у рыбы, но в то же время почти в 3 раза выше, чем у соответствующего тела вращения при турбулентном обтекании. Авторы работы [37] анализируют возможные причины такого завышения коэффициента сопротивления. Расчет проведен для крыла с удлинением 8, в то время как у дельфина удлинение равно 5,4. Учет этого мог бы снизить коэффициент сопротивления на 6%. Более корректная оценка подсасывающей силы еще снизила бы эту величину на 10%. Кроме того, в расчете принята величина $\theta=0,8$. Если эту величину повысить до 0,9, коэффициент сопротивления снизится в два раза. Таким образом, оценки, проведенные авторами работы [37], весьма приблизительны. Тем не менее они делают вывод о том, что обтекание дельфинов подобно турбулентному обтеканию гладкой по-

Таблица 1.4

	B1 ($b_0 = 0,8; \theta = 0,8$)		
	C_T	$\epsilon_0^2 C_T$	C_D
Lagenorhynchus obliquides	0,17	0,29	0,01
Wavyback skipjack	0,17—0,31	0,6—1,2	0,01—0,03
	B2 ($b_0 = 1,0; \theta = 0,8$)		
	C_T	$\epsilon_0^2 C_T$	C_D
Lagenorhynchus obliquides	0,19	0,32	0,01
Wavyback skipjack	0,19—0,38	0,74—1,48	0,015—0,03

верхности с соответствующим ламинарным участком. Обтекание же рыб характеризуется как обтекание шероховатой поверхности.

Более аккуратные оценки характеристик плавания дельфинов по данным работы [56] сделаны Ву [18]. Он приводит в своей работе фрагмент кинематической картины хвостовой лопасти дельфина, взятый из работы [56], и анализирует его (рис. 1.31).

Ниже приведены геометрические характеристики дельфина, определенные Ву по данным работы [56], а также некоторые дополнительные кинематические характеристики.

$L, \text{ м}$	$S, \text{ м}^2$	$S_{f1}, \text{ м}^2$	$R, \text{ м}$	$l_0, \text{ м}$	$\lambda, \text{ м}$	$h, \text{ м}$	$U_s, \text{ м/с}$
2,0	1,512	0,047	0,51	0,188	5,4	0,25	5,1

где L — длина тела дельфина, S — площадь поверхности тела, S_{f1} — поверхность хвостовой лопасти, R — размах лопасти, l_0 — центральная хорда, λ — удлинение, h — амплитуда колебаний хвоста.

Исходной посылкой для Ву в процессе оценок служило предположение, что при постоянстве скорости плавания дельфина сила тяги уравновешивается силой сопротивления. При этом силу сопротивления (а следовательно, и силу тяги) он оценивает, считая, что дельфин обтекается потоком как жесткое тело с 40% -ным ламинарным участком в передней части его тела. В этом случае коэффициент трения он принимает равным $c_d = 0,0027$, соответственно сила трения равна

$$D = c_d \cdot \frac{1}{2} \rho U^2 S. \quad (1.227)$$

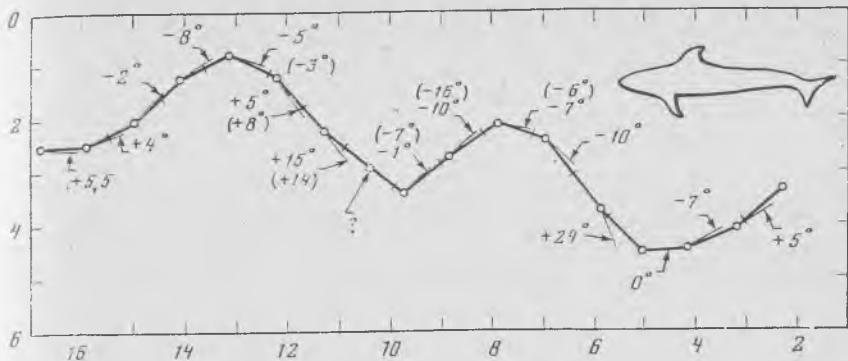


Рис. 1.31. Фрагмент кинематической картины хвостовой лопасти дельфина по данным работы [56]

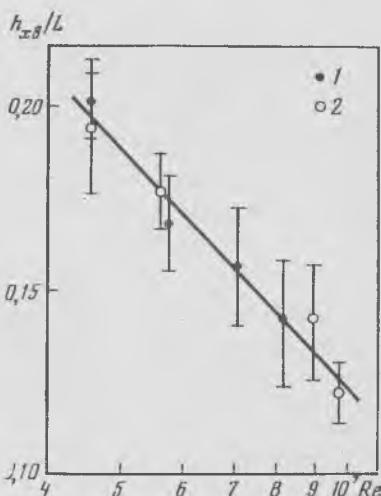
Пояснения в тексте

Рис. 1.32. Относительная амплитуда колебаний хвостовой лопасти дельфина афалина

1 — по данным работы [59];
2 — собственные данные

Таблица 1.5

U , м/с	α , рад	l_{0t} , м	L , м
2,3	0,52	0,24	2,5
4,3	0,67	0,25	2,3



Коэффициент тяги хвостовой лопасти определяется из выражения

$$c_{t,0} = \frac{D}{\frac{1}{4} \pi \rho U^2 \cdot \frac{1}{2} S_t} = 0,11. \quad (1.228)$$

Далее Ву вычисляет относительную амплитуду колебаний хвостовой лопасти ($\frac{1}{2} \xi_0$), входящую в выражение (1.201), для принятого им закона движения:

$$\frac{1}{2} \xi_0 = \frac{h}{l} = 4,15, \quad \text{тогда } \xi_0 = 8,3. \quad (1.229)$$

Здесь для вычислений использована величина l — эффективная средняя полуходра хвостовой лопасти, равная 0,06 м. Дело в том, что теория Ву развита для крыла бесконечного размаха с постоянной хордой. Ву считает, что принятая им величина средней по-

лухорды лучше соответствует его двумерной теории. Это, по-видимому, самая значительная натяжка в оценках Ву.

Приведенную частоту Ву вычисляет по формуле

$$\sigma = \frac{\omega l}{U} = \frac{2\pi l}{\lambda_0} = 0,228. \quad (1.230)$$

При этом он использует принятую им величину средней полуторхорды l и длину волны λ_0 траектории, описываемой хвостовой лопастью (по рис. 1.31), которая, по его оценкам, равна 1,65 м. Далее он вычисляет коэффициент нагрузки хвостовой лопасти как

$$\bar{c}_{t.o} = \frac{c_{t.o}}{\xi_0^2} = 1,6 \cdot 10^{-3}.$$

Используя полученные значения σ и $\bar{c}_{t.o}$ и предполагая, что движения хвостового плавника оптимальны, по рис. 1.24 и 1.27 и расчетным соотношениям (1.204) — (1.214) оценены значения η , Z_p , α_p , θ и x_0 , которые приведены ниже.

η	Z_p	α_p	θ	$x_0/2l$	Здесь $x_0/2l$ — относительное положение оси вращения хвостового плавника. Остальные обозначения в той части предыдущего параграфа, где изложена теория Ву.
0,99	0,11	263°	0,92	0,793	

By теоретически оценил также значения угла между хвостовой лопастью и направлением траектории его движения, которые показаны на рис. 1.31 в круглых скобках. Результаты оценок хорошо согласуются с измеренными значениями (цифры без скобок).

Анализ результатов оценок показывает, что фазовый сдвиг α_p между поступательным и вращательным движениями хвостовой лопасти, а также положение оси вращения действительно близки к оптимальным. Значения же θ и особенно η , по-видимому, завышены. Это не удивительно для двумерной теории, что ранее уже отмечалось и особенно наглядно иллюстрируется рис. 1.29.

Помимо рассмотренных зарубежных экспериментальных данных, в последние годы в отечественной литературе также появились экспериментальные работы [55, 58, 59], содержащие данные, необходимые для проведения сравнения с теорией.

В приведенные выше наиболее важные параметры плавания дельфинов

$$\sigma = \frac{\omega l}{U} \quad \text{и} \quad \theta = \frac{U \operatorname{th} \alpha}{\omega h} \quad (1.231)$$

входят отношения величин ω/U и U/h , которые к настоящему времени хорошо изучены. Здесь h — амплитуда колебаний хвоста. Для соотношения величин ω и U получена хорошо прове-

Таблица 1.6

$U, \text{ м/с}$	$\epsilon = \frac{h}{l_0}$	σ_1	σ_2	θ	η_1	η_2
2,3	1,88	0,80	0,53	0,50	0,79	0,86
4,3	1,13	0,81	0,54	0,85	0,82	0,88

ренная зависимость [8], в частности, для дельфинов афалин:

$$\omega = 2\pi \left(1,05 \frac{U}{L} + 0,25 \right). \quad (1.232)$$

Что же касается соотношения U и h , то, объединив данные работы [59] и наши собственные, для дельфинов афалин нетрудно получить графическую зависимость, показанную на рис. 1.32. Необходимая для расчетов величина α для этого же вида, представляющая собой амплитуду угла наклона хвостовой лопасти к оси движения, а также величина центральной хорды l_0 и длина тела животного L содержатся в работе [58] для скорости $U=2,3 \text{ м/с}$. Есть также наши данные для скорости $4,3 \text{ м/с}$. Эти данные сведены в табл. 1.5 (стр. 55).

Используя соотношение (1.231), данные рис. 1.32 и табл. 1.5, получим следующие оценки для отношения амплитуды колебаний к центральной хорде ϵ , приведенной частоты σ , параметра θ и КПД η , показанные в табл. 1.6.

Здесь σ_1 вычислена с использованием полной центральной хорды, а σ_2 — средней хорды, составляющей $2/3 l_0$ (аналогично тому, как это сделал Ву). Значения η_1 и η_2 , соответствующие значениям σ_1 и σ_2 , оценены по рис. 1.30, взятому из работы [37]. На этом рисунке приведены данные для прямоугольного крыла бесконечного размаха ($A=\infty$) и крыла с удлинением, равным 8 ($A=8$) (пунктирная линия). Влияние большой амплитуды колебаний на этом рисунке учтено лишь для крыла бесконечного размаха. Если предполагать, что влияние большой амплитуды будет аналогичным и для крыла конечного размаха, имеющего удлинение $\lambda=4$ (хвостовая лопасть дельфина афалины), то значения η_1 и η_2 еще несколько уменьшаются.

По теории Ву [18] можно также оценить положение оси вращения хвостовой лопасти дельфинов афалин, данные которой приведены в табл. 1.5. Оценка показывает, что ось вращения расположена на расстоянии 0,83 хорды от переднего края лопасти.

Анализ полученных оценок показывает, что значения параметра θ и положение оси вращения хвостового плавника дельфинов афалин хорошо согласуются с оптимальными значениями, предсказанными теоретически. Из табл. 1.6 также следует, что с увеличением скорости плавания дельфина параметр θ досто-

верно увеличивается. Это можно объяснить следующим образом. При малой скорости плавания дельфин имеет большой запас мощности и нет необходимости стремиться к высокому КПД. Параметр в этом случае может быть не очень большим (в нашем случае $\theta=0,5$). При большой скорости затраты мощности велики и становится существенно важным высокое значение КПД. Теория ведь предсказывает, что более высокому значению θ соответствует более высокое значение КПД (см. рис. 1.29). При еще большей скорости плавания дельфинов (скажем, 6–8 м/с) следует ожидать еще более высоких значений θ и КПД.

В заключение этого раздела следует отметить, что, по-видимому, теория, развитая в работе [37], с поправкой на большую амплитуду колебаний наиболее полно учитывает характерные особенности полулунного хвостового плавника. Тем не менее в этой теории не все учтено. Не учтено, например, влияние толщины хвостового плавника, поправка на большую амплитуду сделана лишь для прямоугольного крыла бесконечного размаха и только для одного значения $\theta=0,6$.

1.3.4. Особенности скомбройдного способа плавания

Как уже отмечалось, скомбройдный способ плавания, по мнению Лайтхилла, является более прогрессивным по сравнению с угревидным. Он характеризуется более высоким гидромеханическим коэффициентом полезного действия. Причина этого состоит в том, что при скомбройдном способе в отличие от угревидного уменьшается вероятность образования вихревой пелены на кромках спинного и брюшного плавников. При скомбройдном плавании относительная амплитуда боковых смещений собственно тела рыбы существенно меньше, чем при угревидном. Образование вихревой пелены на кромках плавников, наиболее вероятное при угревидном способе плавания, приводит к тому, что суммарный импульс в вихревом следе рыбы оказывается не точно в фазе с боковой скоростью колебаний хвостового плавника. В результате тяга увеличивается в меньшей степени (за счет дополнительного импульса вихревой пелены спинного и брюшного плавников), чем потеря энергии в следе.

Однако скомбройдный способ плавания обладает и определенным недостатком по сравнению с угревидным. При скомбройдном способе заметнее проявляется так называемая «отдача» — реакция тела рыбы на силы, приложенные главным образом в хвостовой части. Она проявляется как рыскание передней части тела рыбы в процессе активного движения. Это явление практически отсутствует при угревидном способе, когда в колебаниях участвуют все участки тела рыбы, а не только хвостовая часть.

Наличие такой «отдачи» при скомбройдном способе должно приводить к дополнительным затратам энергии и, следователь-

но, к уменьшению коэффициента полезного действия. Эти дополнительные потери могли бы свести на нет упомянутые выше преимущества скомбройдного способа перед угревидным, если бы не определенные морфологические изменения, присущие скомбройдным рыбам, которые сводят к минимуму явление «отдачи». Лайтхилл [28] детально рассмотрел и количественно оценил это явление. Он считает, что с учетом явления «отдачи» закон деформации тела скомбройдной рыбы можно записать в виде

$$h = H(x) \cos \left[\omega \left(t + \frac{l-x}{C} \right) \right] + [h_1 + h_3(l-x)] \cos \omega t + \\ + [h_2 + h_4(l-x)] \sin \omega t. \quad (1.233)$$

Первый член в правой части представляет собой закон деформации, который был бы обусловлен собственно мышечными сокращениями, если бы отсутствовало явление «отдачи». Соответственно второй и третий члены отражают смещения элементов тела под влиянием явления «отдачи». Здесь h_1, h_2, h_3 и h_4 — постоянные величины, $H(x)$ — амплитудная функция, обусловленная мышечными сокращениями, l — длина тела рыбы, C — скорость локомоторной волны, x — текущая координата точек тела в системе координат, связанной с телом рыбы. Если мы обратимся к выражению для развиваемой рыбой общей тяги, полученному ранее, и перепишем его в виде

$$\bar{T} = \left[m \left\{ \overline{\left(v_n \frac{\partial h}{\partial t} \right)} - \frac{1}{2} \overline{v_n^2} \right\} \right]_{x=l}, \quad (1.234)$$

то входящие в это выражение величины с учетом закона деформации (1.233) будут иметь вид

$$v_n = - \left[\omega \left(1 - \frac{U}{C} \right) H(l) + \omega h_1 + Uh_4 \right] \sin \omega t + \\ + \left[U \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)_{x=l} + \omega h_2 - Uh_3 \right] \cos \omega t \quad (1.235)$$

и

$$\frac{\partial h}{\partial t} = - \omega [H(l) + h_1] \sin \omega t + \omega h_2 \cos \omega t. \quad (1.236)$$

Наилучшая корреляция величин v_n и $\frac{\partial h}{\partial t}$, как легко заметить, будет при $h_1=h_2=h_3=h_4=0$, т. е. при отсутствии явления «отдачи». При этих условиях тяга будет максимальной. Правда, при этом требуется выполнение еще одного условия $\left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)_x = 0$. Это

условие еще раньше Лайтхилл предлагал как условие оптимизации эффективности плавания при угревидном способе. Реально у рыб это условие может и не выполняться. В этом случае условие оптимизации можно получить из требования наи-

лучшей корреляции величин v_n и $\frac{\partial h}{\partial t}$, которые можно записать на основании (1.235) и (1.236) в виде

$$U \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)_{x=l} + \omega h_2 - Uh_3 = 0 \quad (1.237)$$

и

$$h_2 = 0. \quad (1.238)$$

Отсюда вытекает, что

$$h_3 = \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)_{x=l} \neq 0. \quad (1.239)$$

Лайтхилл [28] провел количественный анализ с целью оценить положение оси рыскания и величину амплитуды рыскания

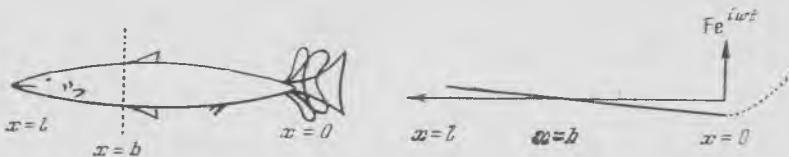


Рис. 1.33. Схема, поясняющая механизм явления «отдачи»

Пояснения в тексте (по: Лайтхилл [28])

тела скомбройдной рыбы, обусловленных явлением «отдачи». При этом он учитывал не только силу, приложенную к хвостовому плавнику F (рис. 1.33), но и силу сопротивления, испытываемую телом рыбы при боковых рыскающих движениях. Скорость боковых движений различных участков тела рыбы Лайтхилл представляет в общем виде

$$v_n = v_{n1} e^{i\omega t}, \quad (1.240)$$

где v_n и v_{n1} могут быть комплексными величинами. Сила сопротивления боковому движению рыбы с достаточной точностью может быть представлена в виде $kps(v_{n1})v_n$, где

$$k = \frac{8}{3\pi} = 0,85$$

и

$$s = s_m \left[4 \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l} \right) \right]. \quad (1.241)$$

Последнее выражение представляет собой приблизительное распределение высоты тела рыбы вдоль ее длины. Полезно также задаться распределением колебательной скорости вдоль тела в форме

$$v_{n1} = v_{n0} \left(1 - \frac{x}{b} \right). \quad (1.242)$$

Здесь $x=b$ представляет собой ось рыскания; b — действительное число в отличие от v_{n_0} , которое может быть комплексным и представляет собой амплитуду осцилляций боковой скорости в точке $x=0$ (на кромке хвоста).

Далее Лайтхилл записывает уравнение импульсов в виде

$$i\omega \int_0^l \rho s^2 v_{n_1} dx = - \int_0^l kps |v_{n_1}| v_{n_1} dx + F_0, \quad (1.243)$$

где $F=F_0 e^{i\omega t}$, множитель $e^{i\omega t}$ везде опущен. Левая часть представляет собой временную производную импульса жидкости, приводимой в движение колеблющимся телом, интегрированную по длине тела, правая же часть — сумму действующих боковых сил, включая силы сопротивления боковому движению (интеграл в правой части).

Аналогично записывается уравнение углового момента

$$i\omega \int_0^l xps^2 v_{n_1} dx = - \int_0^l xkps |v_{n_1}| v_{n_1} dx. \quad (1.244)$$

Здесь момент сил вычисляется относительно точки $x=0$, в которой приложена сила F .

Левая часть (1.244) с учетом (1.242) и (1.241) принимает форму

$$\frac{4i\omega s_m^2 v_{n_0} l^2}{15} \left(1 - \frac{4}{7} \frac{l}{b} \right), \quad (1.245)$$

которая исчезает при $b=0,571 l$. Правая часть может быть записана в виде

$$-\frac{kps_m |v_{n_0}| v_{n_0}}{15l^2 b^2} [2lb^5 - b^6 - (l-b)^6 + 4l(l-b)^5 - 5l^2(l-b)^4], \quad (1.246)$$

которая исчезает при $b=0,589 l$.

За ось рыскания можно принять значение b в промежутке между полученными значениями, т. е.

$$b \approx 0,58 l. \quad (1.247)$$

С учетом полученных результатов уравнение импульсов (1.243) преобразуется в

$$0,074 i\omega s_m^2 l v_{n_0} + 0,051 \rho s_m l |v_{n_0}| v_{n_1} = F_0. \quad (1.248)$$

Второй член в левой части обусловлен влиянием сопротивления боковому движению. Если им пренебречь, получим чисто «реактивный» случай, когда боковая скорость, определяемая выражением

$$v_{nR} = \frac{F_0}{0,074 i\omega s_m^2 l}, \quad (1.249)$$

сдвинута по фазе относительно F_0 на 90° . Такой сдвиг по фазе силы и скорости реакции не должен приводить к дополнительным потерям энергии. Однако наличие резистивного члена в уравнении (1.248) нарушает это условие.

С учетом (1.249) полное выражение (1.248) можно переписать в виде

$$v_{n0} \left(1 + 0,69 \frac{|v_{n0}|}{i\omega s_m} \right) = v_{nR}, \quad (1.250)$$

Действительная и мнимая части этого выражения легко вычисляются и показаны на рис. 1.34 в функции величины

$$\zeta = \frac{v_{nR}}{-i\omega s_m} = \frac{F_0}{0,074 \omega^2 \rho s_m^3 l}. \quad (1.251)$$

Эта величина представляет собой отношение реактивного отклика тела рыбы на воздействие силы F_0 к отклику, в котором боковые смещения задней кромки при $x=0$ имеют амплитуду, равную максимальной высоте тела s_m . Мнимая часть $\text{Im}(v_{n0})$ всегда отрицательна и поэтому расположена ниже оси на рис. 1.34, в то время как действительная часть $\text{Re}(v_{n0})$, приводящая к диссипации энергии, всегда положительна и расположена выше оси. Из рис. 1.34 следует интересный вывод. Если ζ мало по сравнению с 1 (например, когда $\zeta \leq 0,2$), «отдача» почти чисто реактивна, т. е. $\text{Re}(v_{n0})$ много меньше, чем $\text{Im}(v_{n0})$, и с достаточной точностью можно считать, что $v_{n0} = v_{nR}$. При этих условиях дополнительные потери мощности пренебрежимы.

Условие $\zeta \leq 0,2$ означает, что движение «отдачи» представляет собой боковое смещение с амплитудой, меньшей $0,2 s_m$ на всей длине тела рыбы. Причем наибольшая величина смещения относится к точке тела $x=0$ (точка приложения силы F). Отсюда следует очень важный вывод: рыбе предпочтительнее иметь возможно большей высоту тела s_m , в этом случае легче выполняться условию малости ζ .

Лайтхилл считает, что у рыб, плавающих скомбройдным способом, наблюдаются соответствующие морфологические изменения, направленные на сведение к минимуму явления рыскания (явления «отдачи»). Во-первых, это увеличение высоты передней части тела, приводящее к значительному росту ее присоединенной массы. Во-вторых, уменьшение сечения участка тела между средней частью и хвостовым плавником, участка, непосредственно примыкающего к хвостовому плавнику. Колебательная скорость этой части уже значительна, но не вносит решающего вклада в создание тяги. При значительном сечении эта часть имела бы заметную присоединенную массу и увеличивала бы величину «отдачи». Такая морфология рыб, плавающих скомбройдным способом, позволяет реализовать преимущества скомбройдного способа, отмеченные выше, и свести к минимуму его недостатки («отдачу»).

Приведенный теоретический анализ Лайтхилла не учитывает продольной скорости движения рыбы. Однако специальное рассмотрение этого вопроса показывает, что при скорости плавания, когда величина $U/\omega l$ имеет значение не более 0,1, влиянием продольной скорости на эффект «отдачи» можно пренебречь.

В работе [38] развита теория «отдачи» Лайтхилла для более общего случая. В дополнение к тому, что было учтено Лайтхиллом, добавлено еще: 1) прямолинейное движение с постоянной скоростью U , 2) сопротивление прямолинейному движению рыбы и 3) возможность схода вихревой пелены в задней части тела рыбы с кромок спинных и брюшных плавников.

Однако следует отметить, что проведенные в работе [38] численные оценки мало отличаются от оценок Лайтхилла. В частности, по оценкам работы [38], ось рыскания должна располагаться на расстоянии $0,42 l$ от носа рыбы, что практически совпадает с оценкой Лайтхилла по более простой теории. Анализ, проведенный в работе [38], позволяет также сделать вывод, что потери энергии, связанные с явлением «отдачи», значительно меньше в случае, когда отсутствует сход вихревой пелены со спинных и брюшных плавников. Именно стремлением уменьшить сход вихревой пелены с плавников автор работы [38] объясняет способность некоторых быстроходных рыб убирать плавники в специальные углубления на теле.

Эти оценки положения оси рыскания автор работы [38] сравнивает с положениями минимумов амплитудной функции колебаний некоторых рыб, исследованных Байнбриджем [51]. Он считает, что минимумы амплитудной функции совпадают с осями рыскания. По данным Байнбриджа, у трех исследованных им видов рыб эти минимумы расположены соответственно на расстояниях от носа $0,36 l$, $0,31 l$ и $0,29 l$, что неплохо согласуется с оценками Лайтхилла и работы [38]. Некоторое отличие от оценочного значения ($0,42 l$) объясняется асимметрией расположения массы по длине тела рыбы, не учитываемой теорией. Однако здесь может быть и другое объяснение, которое мы дадим в следующей главе, посвященной закону деформации тела активно плывущих рыб и дельфинов.

Проведенный анализ особенностей скомбройдного способа плавания рыб показывает, что в первом приближении для его

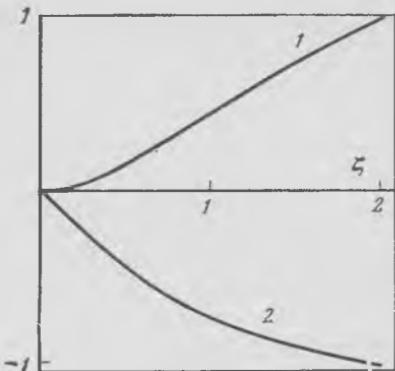


Рис. 1,34. Действительная (1) и минимая (2) части соотношения (1.250) в зависимости от величины

$$\zeta = \frac{F_0}{0,074\omega^2 \rho s_m^3 l} \quad (\text{по: Лайтхилл [28]})$$

описания применима, по-видимому, теория тонкого тела, развитая Лайтхиллом, его последователями, а также академиком Г. В. Логвиновичем, даже без учета явления «отдачи», поскольку природа обеспечила скомбройдных рыб морфологическими особенностями, сводящими к минимуму вредные побочные эффекты. В тех случаях, когда это оказывается возможным, необходимо добывать экспериментальные данные об истинном законе деформации тела активно плывущего животного, который неизбежно включает в себя как результат мышечной деятельности, так и эффект «отдачи». Использование такого закона при оценке энергетических и силовых параметров плавания животных будет наиболее корректным.

1.3.5. Применимость гипотезы стационарности при оценке гидродинамических сил, развиваемых полуулунным плавником

Рассмотренные выше теории полуулунного хвостового плавника в значительной степени являются приближенными. Даже теория, развитая в работе [37], наиболее полно отражающая характерные особенности полуулунного плавника, далека от совершенства. Она не учитывает ряд важных особенностей, таких, как толщина плавника, амплитуда колебаний и др. Поэтому в интересах экспресс-оценки развиваемых плавником сил часто приходится пользоваться соотношениями, полученными для крыла в стационарном потоке, и считать, что действующие на крыло силы определяются мгновенными значениями угла атаки и мгновенной скоростью движения крыла (гипотеза стационарности). Однако необходимо знать те предельные значения параметров движения хвостового плавника или аппроксимирующего его крыла, при которых гипотеза стационарности перестает работать.

В работе [92] экспериментально исследовались пропульсивные характеристики жесткого прямоугольного крыла с профилем NACA – 0015 и удлинением $\lambda=3$. Крыло крепили в потоке воды на специальных тягах, с помощью которых задавали крылу вертикальные колебания по гармоническому закону $y = A_0 \cos \omega t$, где A_0 – амплитуда колебаний. Тяги шарнирно крепились в среднем сечении крыла по концам хорды профиля. Координаты кромок крыла в этом случае изменялись по законам: передней кромки

$$y_1 = A_0 \cos \omega t, \quad (1.252)$$

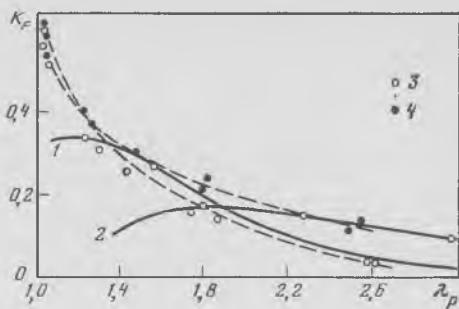
задней кромки

$$y_2 = A_0 \cos (\omega t - \varphi).$$

На рис. 1.35 приведены экспериментальные данные для коэффициента тяги в зависимости от параметра $\lambda_p = U/\omega A_0$, где U – продольная компонента скорости потока. Данные получены при двух значениях фазового сдвига колебаний кромок крыла 36° и 18° , амплитуде колебаний $A_0 = 0,06$ м. На том же рисунке приве-

Рис. 1.35. Теоретические и экспериментальные значения коэффициента тяги в зависимости от λ_p при $A_0 = 0,06$ м

1, 2 — расчетные для $\varphi = 36$ и 18° ;
3, 4 — экспериментальные для $\varphi = 36$ и 18° ; по данным работы [92]



дены соответствующие теоретически рассчитанные зависимости (кривые 1 и 2) без учета подсасывающих сил.

Видно, что при фазовом сдвиге 36° расчетные значения, основанные на гипотезе стационарности, согласуются с экспериментальными с достаточной точностью при величинах λ_p от 1,1—1,2 и выше. Если учесть подсасывающие силы, пределы применимости гипотезы стационарности еще расширяются в сторону меньших значений λ_p .

Используя данные, представленные на рис. 1.32 и в табл. 1.7, нетрудно оценить значения параметра λ_p , характеризующие кинематику хвостового плавника дельфина. Такие оценки представлены для двух значений скорости плавания афалины.

$U, \text{ м/с}$	2,3	4,3
λ_p	0,8	1,12

Прежде чем делать какие-либо выводы из анализа оценок, необходимо отметить, что кинематика хвостовой лопасти дельфина афалины соответствует кинематике крылового профиля, исследованного в работе [92], при фазовом сдвиге движения кромок крыла, равном 36° . Из этого следует, что теория крыла, основанная на гипотезе стационарности, применима с достаточной точностью к оценке характеристик плавникового движителя дельфина афалины при скорости его плавания 3 м/с и выше. К сожалению, невозможно провести аналогичные оценки для других видов дельфинов и для рыб с полуулунным плавником, так как отсутствуют необходимые для расчета параметры их кинематики.

Выводы о применимости гипотезы стационарности, подобные сделанным выше, вытекают также из анализа работ [60, 72].

1.4. Оценка предельных значений тяги и КПД

движителей рыб и дельфинов

при стремлении фазовой скорости локомоторной волны
к скорости движения тела

Полученные в предыдущих разделах формулы для оценки энергетических и силовых параметров плавания животных зависят, в частности, от соотношения величин U и C . Причем, как отмеча-

лось неоднократно, положительная тяга возможна лишь при условии $C > U$. Интересно проанализировать, как будет изменяться тяга при стремлении $C \rightarrow U$. Из физических соображений очевидно, что при этом тяга должна стремиться к нулю. Этот же вывод можно получить и более строго, если обратиться к формуле для КПД, полученной Лайтхиллом на основе теории тонкого тела:

$$\eta = 1 - \frac{1}{2} \frac{\left(1 - \frac{U}{C}\right)^2 f^2(l) (\bar{g}')^2 + U^2 (f')^2 \bar{g}^2}{\left(1 - \frac{U}{C}\right) f^2(l) (\bar{g}')^2}. \quad (1.253)$$

Из этой формулы видно, что знаменатель во втором члене стремится к нулю при $C \rightarrow U$. При этом КПД стремится к $-\infty$. Для того чтобы КПД оставался ограниченным (в пределах 0–1), следует потребовать стремления к нулю числителя, который представляет собой не что иное, как тягу, умноженную на скорость плавания.

Таким образом, если теория корректна, то при стремлении $C \rightarrow U$ тяга должна обращаться в нуль при ненулевом значении скорости плавания. Попробуем проанализировать рассмотренные выше теории плавания рыб и дельфинов с этой точки зрения.

Начнем с теории Лайтхилла. Напомним еще раз полученное Лайтхиллом выражение для тяги

$$\bar{T} = \frac{1}{2} \rho A(l) \overline{\left(\left(\frac{\partial h}{\partial t} \right)^2 - U^2 \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \right)}_{x=l}. \quad (1.254)$$

Оценим значение тяги, приняв закон деформации в форме

$$h(x, t) = h_0(x) \cos \omega \left(t - \frac{x}{C} \right). \quad (1.255)$$

Выпишем подробно все производные, входящие в соотношение (1.254):

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} &= -h_0 \omega \sin \omega \left(t - \frac{x}{C} \right), \\ \overline{\left(\frac{\partial h}{\partial t} \right)^2} &= \frac{h_0^2 \omega^2}{2}, \\ \frac{\partial h}{\partial x} &= \frac{\partial h_0}{\partial x} \cos \omega \left(t - \frac{x}{C} \right) + \frac{h_0 \omega}{C} \sin \omega \left(t - \frac{x}{C} \right), \\ \overline{\left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial h_0}{\partial x} \right)^2 + \frac{h_0^2 \omega^2}{2C^2}. \end{aligned} \quad (1.256)$$

Подставив производные в формулу (1.254), получим

$$\bar{T} = \frac{1}{2} \rho A(l) \left\{ \frac{h_0^2 \omega^2}{2} - \frac{U^2}{2} \left(\frac{\partial h_0}{\partial x} \right)^2_{x=l} - \frac{U^2 h_0^2 \omega^2}{2C^2} \right\} \quad (1.257)$$

и окончательно при $U=C$

$$\bar{T} = -\frac{1}{4} \rho A(l) U^2 \left(\frac{\partial h_0}{\partial x} \right)_{x=l}^2. \quad (1.258)$$

Все величины, входящие в правую часть выражения (1.258), положительны, следовательно, тяга отрицательна.

Нетрудно показать (и это показано в п. 1.2), что теория Г. В. Логвиновича дает для тяги выражение, аналогичное выражению Лайтхилла (1.254). Следовательно, при $C=U$ и в этом случае тяга оказывается отрицательной.

Теперь оценим полученное Ву выражение для общей тяги (1.167) при условии $C \rightarrow U$ и принятом (1.255) законе деформации тела. Первый член, совпадающий с выражением для тяги, полученным Лайтхиллом (1.254), дает в этом случае отрицательное значение. Второй член после подстановки в него производных с учетом принятого закона деформации при $C=U$ приобретает вид

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} \rho \int_0^1 \left[\left(\frac{\partial h}{\partial t} \right)^2 - U^2 \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \right] \frac{\partial A}{\partial x} dx = \\ & = \frac{1}{4} \rho \int_0^1 \left[U^2 \left(\frac{\partial h_0}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial A}{\partial x} \right] dx. \end{aligned} \quad (1.259)$$

Это выражение тоже отрицательно, если учесть, что $\frac{\partial A}{\partial x} < 0$ на участке $0 < x < 1$. Следовательно, общее выражение для тяги, полученное Ву, отрицательно при условии $C=U$ и принятом законе деформации.

Попробуем также оценить предельное значение тянувшей силы, полученной по теории крыла (1.225), при $C=V$. Приняв, что закон деформации имеет вид (1.255), и помня, что

$$v_n = \frac{\partial h}{\partial t} - V \frac{\partial h}{\partial x}, \quad (1.260)$$

получим

$$\begin{aligned} \bar{A} = & \frac{2m^*(x_1) \omega^2 h_0^2}{V \lambda^2 + 4 + 2} \left(1 - \frac{V}{C} \right) - \frac{4m^*(x_1) \omega^2 h_0^2}{(V \lambda^2 + 4 + 2)^2} \left(1 - \frac{V}{C} \right)^2 - \\ & - \frac{4m^*(x_1) V^2}{(V \lambda^2 + 4 + 2)^2} \left(\frac{\partial h_0}{\partial x} \right)^2. \end{aligned} \quad (1.261)$$

При условии $V=C$ соотношение (1.261) принимает вид

$$\bar{A} = -\frac{4m^*(x_1) V^2}{(V \lambda^2 + 4 + 2)^2} \left(\frac{\partial h_0}{\partial x} \right)^2. \quad (1.262)$$

Тянувшая сила, так же как и в предыдущих случаях, оказывается отрицательной.

Таблица 1.7

σ	C_T ($\alpha = \pi$)	C_T ($\alpha = \pi/2$)
1	-0,00267	-0,00206
2	-0,00211	-0,00027
4	0,00149	0,00586
6	0,00765	0,01554
8	0,01627	0,02884

= π и $\alpha=\pi/2$. Эта выборка представлена в табл. 1.7.

В первой графе даны значения приведенной частоты.

В случае $\alpha=\pi$ коэффициент тяги c_t должен переходить через нуль при $\sigma=\pi$. Это значение приведенной частоты соответствует равенству $U=C$. Действительно, при этом

$$\alpha = \sigma, \quad \text{т.е. } \frac{\omega}{C} = \frac{\omega}{U} \rightarrow U = C. \quad (1.263)$$

Путем линейной интерполяции нетрудно показать, что коэффициент тяги обращается в нуль при $\sigma=3,17$, т. е. несколько большем значении, чем π . Еще более это заметно при $\alpha = \frac{\pi}{2}$. В этом случае коэффициент тяги должен переходить через нулевое значение при $\sigma=1,57$. В табл. 1.7 переход через нуль осуществляется при $\sigma>2$.

Таким образом, практически все существующие теории плавания рыб и дельфинов независимо от того, рассматриваются в них плоские или пространственные задачи, дают отрицательное значение тяги при условии $U=C$. Правда, это касается только задач, в которых в той или иной мере учитывается толщина тела, его объемность. Эксперименты, поставленные с целью исследовать поведение колеблющихся профилей разной толщины в потоке воды постоянной скорости, также дают отрицательное значение тяги при $U=C$. Физически этого не должно быть. Тяга должна быть при этом равна нулю. Тело движется в канале жидкости и при $U=C$ не испытывает реакции с ее стороны. Налицо своего рода парадокс, который еще предстоит объяснить.

Есть еще один случай, когда противоречия не наблюдается. Это случай «угревидного» плавания, когда амплитуда локомоторной волны постоянна в пределах тела или по крайней мере на кромке хвоста. В этом случае в приведенных выше выражениях для предельного значения тяги

$$\frac{\partial h_0}{\partial x} = 0 \quad (1.264)$$

Мы оценили предельные значения выражений для тяги и тянувшей силы, полученных при решении пространственных задач. Может быть, при решении плоских задач дело обстоит иначе? Попробуем проверить это. Для этого воспользуемся табл. 3 из работы [31] и сделаем из нее выборку рассчитанных значений коэффициента тяги c_t для профиля с относительной толщиной $\equiv=0,3$ при двух значениях волнового числа $\alpha=$

или

$$\left(\frac{\partial h_0}{\partial x} \right)_{x=l} = 0. \quad (1.265)$$

и тяга обращается в нуль при $U=C$.

Однако реально ни для каких рыб или дельфинов не выполняется условие постоянства амплитуды локомоторной волны. Условие же (1.265), может быть, и выполняется, но его трудно проверить экспериментально.

Интересно оценить предельное значение тяги при законе деформации, учитывающем явление «отдачи», изученное теоретически Лайтхиллом. Примем закон деформации в форме, учитывающей явление «отдачи» и предложенной Лайтхиллом:

$$h = H(x) \cos \left[\omega \left(t + \frac{l-x}{C} \right) \right] + [h_1 + h_3(l-x)] \cos \omega t + \\ + [h_2 + h_4(l-x)] \sin \omega t, \quad (1.266)$$

и рассчитаем производные, входящие в выражение для тяги (1.254):

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\omega H(x) \sin \left[\omega \left(t + \frac{l-x}{C} \right) \right] - \omega [h_1 + h_3(l-x)] \sin \omega t + \\ + \omega [h_2 + h_4(l-x)] \cos \omega t, \\ \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial H}{\partial x} \cos \left[\omega \left(t + \frac{l-x}{C} \right) \right] + \frac{\omega H(x)}{C} \sin \left[\omega \left(t + \frac{l-x}{C} \right) \right] - \\ - h_3 \cos \omega t - h_4 \sin \omega t. \quad (1.267)$$

Подставив эти производные в (1.254) и усреднив по времени, получим при $U=C$ и $x=l$

$$\bar{T} = \frac{1}{2} \rho A(l) \left[\frac{\omega^2}{2} (h_1^2 + h_2^2) - \frac{U^2}{2} (h_3^2 + h_4^2) + \omega^2 H h_1 - \right. \\ \left. - \frac{U^2}{2} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 + \frac{U^2 h_3}{2} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{U \omega H h_4}{2} \right]. \quad (1.268)$$

В это выражение входит несколько членов, знак которых определить трудно, так как в них входят величины h_1 , h_2 , h_3 и h_4 , пока неизвестные. Они могут быть определены только в эксперименте с животными. Тем не менее есть возможность обращения в нуль тяги при $U=C$. Для этого выражение в квадратных скобках в правой части выражения (1.268) должно обращаться в нуль.

Таким образом, учет явления «отдачи», вообще говоря, может исключить упомянутое выше противоречие. Однако есть и другие возможности, но о них мы будем говорить дальше.

Глава 2

ЗАКОН ДЕФОРМАЦИИ ТЕЛА АКТИВНО ПЛЫВУЩЕЙ РЫБЫ ИЛИ ДЕЛЬФИНА

2.1. Анализ существующих гипотез о законе деформации тела рыбы или дельфина

До настоящего времени не существует достоверных данных о законе деформации тела активно плывущей рыбы или дельфина. В разное время разные исследователи предлагали аналитические функции, которые, с их точек зрения, наилучшим образом аппроксимируют упомянутый закон. В частности, Зикман [12] считает, что закон деформации тела рыбы лучше всего описывается функцией

$$y(x, t) = (c_0 + c_1 x + c_2 x^2) \cos(\omega t - kx), \quad (2.1)$$

где c_0 , c_1 и c_2 — постоянные коэффициенты, $k = \omega/C$ — волновое число, ω — круговая частота, t — время. Причем C — фазовая скорость локомоторной волны, распространяющейся по телу животного от головы к хвосту, есть величина постоянная. Для постоянных коэффициентов c_0 , c_1 и c_2 приводятся следующие численные значения:

$$c_0 = 0,023; \quad c_1 = 0,042; \quad c_2 = 0,034.$$

Келли [47] приводит иные значения численных коэффициентов:

$$c_0 = 0,016; \quad c_1 = 0,028; \quad c_2 = 0,035$$

и относит их к плавающему лососю.

Г. В. Логвинович [40] в качестве первого приближения рассматривает функцию

$$\eta = \eta_0 \sin \omega \left(t - \frac{x_2 - x}{C} \right) \quad (2.2)$$

как закон деформации тела плывущей рыбы. Здесь η и η_0 — амплитуды смещения любой точки тела и кромки хвоста соответственно.

Л. Ф. Козлов [8] рассматривает как возможные варианты следующие функции, аппроксимирующие закон деформации тела активно плывущей рыбы:

$$\eta = \eta_0 \frac{x_2 - x}{L_p} \sin \left(\frac{Ct}{L} - \frac{x_2 - x}{L} \right) \quad (2.3)$$

и

$$\eta = \eta_0 \sin \left[\frac{\pi}{2} \frac{x_2 - x}{L_p} \right] \sin \left(\frac{Ct}{L} - \frac{x_2 - x}{L} \right), \quad (2.4)$$

$$L = L_p / 2\pi n, \quad (2.5)$$

n — число длин волн, укладывающихся на теле рыбы, L — длина тела в длинах локомоторных волн. Однако функции (2.2)÷(2.4) не учитывают по крайней мере одной очевидной особенности плавания рыб — колебания головной части тела, амплитуда которого составляет, как правило, 20–40% амплитуды колебаний хвоста. Кроме того, выбор функций не обоснован никакими экспериментальными данными.

Такое разнообразие функций, предложенных в качестве возможных законов деформации тела плывущей рыбы, свидетельствует прежде всего об отсутствии надежных экспериментальных данных по кинематике этих животных.

Для активно плавающих дельфинов (азовок и белобочек) закон деформации тела предложен Н. П. Семеновым, В. В. Бабенко и В. П. Каяном [62] в следующем виде¹:

$$A = A_r e^{\beta x} \cos \omega \left(t - \frac{x}{C} \right). \quad (2.6)$$

Здесь A — вертикальное отклонение любой точки тела, x — расстояние вдоль тела, t — текущее время, C — скорость распространения локомоторной волны вдоль тела, ω — круговая частота, A_r — максимальная амплитуда поперечных колебаний носовой части тела, β — фактор, характеризующий быстроту нарастания амплитуды колебаний вдоль тела от головы к хвосту и являющийся функцией скорости движения дельфина.

Однако легко показать, что β не является независимым параметром движения дельфина и может быть вычислен из граничного условия задачи о колебаниях тела животного. Действительно, в точке $x=l$ имеем

$$A_{xb} = A_r e^{\beta l}. \quad (2.7)$$

Временной множитель мы пока опускаем. Здесь l — длина тела дельфина. Отсюда можно получить, что

$$\beta = \frac{1}{l} \ln \frac{A_{xb}}{A_r}. \quad (2.8)$$

Тогда, подставляя (2.8) в (2.7), получим

$$A = A_r \left(\frac{A_{xb}}{A_r} \right)^{\frac{x}{l}} \cos \omega \left(t - \frac{x}{C} \right). \quad (2.9)$$

Выражение (2.9) свидетельствует о том, что быстрота нарастания амплитуды колебаний вдоль тела дельфина от головы к хвосту однозначно определяется соотношением амплитуд колебаний носа и хвоста, что маловероятно.

¹ Такую же форму закона деформации предложил Лайтхилл в 1970 г. [24] для описания движения рыб.

Лайтхиллом [24] предложен закон деформации тела активно плывущей скомбройдной рыбы, учитывающий явление «отдачи» (рыскания), в форме

$$h(x, t) = H(x) \cos \left[\omega \left(t + \frac{l-x}{c} \right) \right] + \\ + [h_1 + h_3(l-x)] \cos \omega t + [h_2 + h_4(l-x)] \sin \omega t, \quad (2.10)$$

где h_1, h_2, h_3 и h_4 — постоянные. Амплитудная функция $H(x)$ здесь не определена в явном виде.

Закон деформации в форме (2.10) представляется наиболее подходящим для описания плавания рыб. Во-первых, он учитывает явление «отдачи», чего не учитывают другие варианты. Во-вторых, при определенных значениях постоянных h_1, h_2, h_3 и h_4 он может обеспечить нулевую тягу при стремлении $C \rightarrow U$, т. е. исключит противоречие, о котором упоминалось выше. Однако, чтобы можно было пользоваться этим законом деформации, необходимо задать амплитудную функцию локомоторной волны, генерируемой мышцами, в явном виде и определить величины постоянных коэффициентов, характеризующих явление «отдачи». Амплитудную функцию целесообразно задать в виде

$$H(x) = h_{xv,0} [K_r - 1 + e^{\alpha(\frac{x}{l})^\gamma}], \quad \text{где } K_r = \frac{h_{r,o}}{h_{xv,0}}. \quad (2.11)$$

Здесь $h_{xv,0}$ — амплитуда смещения кромки хвоста, которая была бы в отсутствие явления «отдачи», $h_{r,o}$ — амплитуда смещения головы (кончика носа) также в отсутствие «отдачи», l — длина тела рыбы, γ — показатель, характеризующий степень нарастания амплитуды волны, α — коэффициент.

Амплитудная функция (2.11) включает в себя все возможные варианты монотонно нарастающей функции.

Окончательно закон деформации скомбройдной рыбы может быть записан в виде

$$h(x, t) = h_{xv,0} (K_r - 1 + e^{\alpha(\frac{x}{l})^\gamma}) \cos (\omega t - k_0 x) + \\ + (h_1 + h_3 x) \cos \omega t + (h_2 + h_4 x) \sin \omega t \text{ при } K_r = \frac{h_{r,o}}{h_{xv,0}}. \quad (2.12)$$

При этом начало координат совпадает с кончиком носа животного, а ось x направлена от головы к хвосту. Здесь $k_0 = \frac{\omega}{C_0}$ — круговая частота, C_0 — скорость локомоторной волны, генерируемой мышцами, величина постоянная при постоянной скорости плавания животного. Все входящие в выражение (2.12) неизвестные параметры можно определить на основе экспериментальных данных.

2.2. Сравнение с экспериментом

Известна лишь одна экспериментальная работа Байнбриджа [51], в которой содержатся подробные экспериментальные данные по кинематике трех видов рыб: плотвы (*Leuciscus leuciscus*), леща (*Abramis brama*) и серебристого карася (*Carassius auratus*). Причем автором тщательно измерены амплитуды смещения и скорость локомоторной волны в шести точках тела упомянутых рыб. Точнее, измерена не скорость локомоторной волны, а ее длина, но при известной частоте колебаний тела скорость очень просто вычисляется. Работа Байнбриджа содержит необходимые данные для того, чтобы определить все неизвестные величины, входящие в закон деформации (2.12), и тем самым проверить его соответствие реальной кинематике рыб.

На рис. 2.1 показаны величины смещений различных точек тела в процессе плавания плотвы, леща и серебристого карася.

Ниже в том же порядке сведены данные о длине локомоторной волны.

x , м	0	0,048	0,095	0,14	0,208	0,25
λ_l , м	0,141	0,147	0,16	0,15	0,155	0,155
x , м	0	0,04	0,072	0,133	0,162	0,19
λ_l , м	0,125	0,125	0,116	0,115	0,12	0,115
x , м	0	0,03	0,064	0,096	0,126	0,16
λ_l , м	0,115	0,115	0,116	0,11	0,113	0,115

В работе [91] приведены данные об амплитудных функциях еще трех видов рыб, однако отсутствуют сведения о соответствующих длинах локомоторных волн на их телах. На рис. 2.2 приведены эти данные.

Анализ данных, приведенных на рис. 2.1 и 2.2, показывает, что в большинстве случаев амплитудная функция характеризуется наличием минимума на расстоянии около $0,3 l$ от кончика носа рыбы. Минимум может быть более или менее глубоким, а иногда, как на кривой 1 рис. 2.2, отсутствовать совсем. Это значит, что у разных рыб явление «отдачи» проявляется по-разному.

Что же касается длины локомоторной волны, то, как следует из приведенных выше данных, она практически постоянна в пределах тела рыбы. Следовательно, в этом случае реальная скорость локомоторной волны в первом приближении также может считаться величиной постоянной.

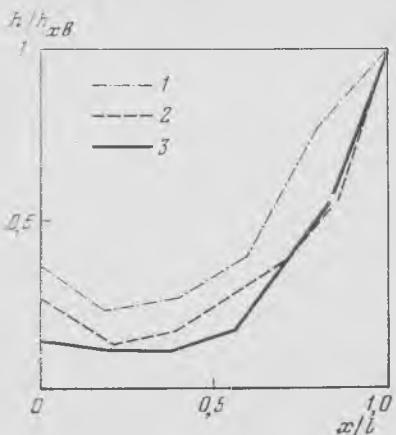


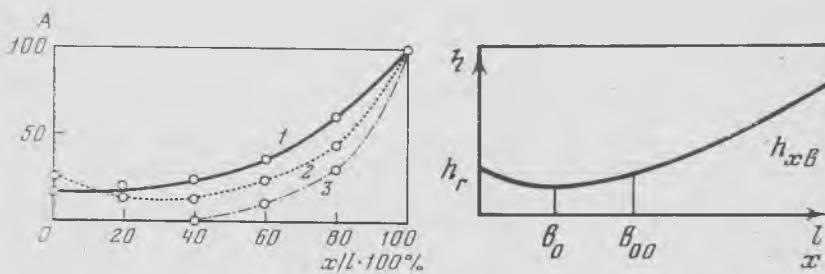
Рис. 2.1. Амплитудные функции колебаний тела плотвы (1), леща (2) и серебристого карася (3) (по: Байнбридже [51])

Рис. 2.2. Амплитудная функция колебаний тела трех видов рыб

1 — *Anguilla vulgaris*; 2 — *Cyprinus carpio*; 3 — *Myoxocephalus sp.* (по: Grillner, Кашин [91])

Рис. 2.3. Схематизированная экспериментальная амплитудная функция активно плавающей рыбы

Обозначения в тексте



На рис. 2.3 показана схематизированная экспериментальная амплитудная функция активно плавающей рыбы со всеми необходимыми обозначениями. h_r и h_{xb} — амплитуды смещения соответственно кончика носа и хвоста, измеренные экспериментально, b_o и h_o — положение минимума амплитудной функции и амплитуда смещения в минимуме, b_{oo} и h_{oo} — положение оси рыскания и амплитуда смещения в этой точке. Величина b_{oo} выбирается равной $0,42l$ в соответствии с теорией «отдачи» Лайтхилла. Тогда h_{oo} определяется по экспериментальной амплитудной функции для этой точки. Все перечисленные величины считаются известными.

Неизвестными в выражении (2.12) являются величины k_o , $h_{r,o}$, $h_{xb,o}$, α , γ , h_1 , h_2 , h_3 и h_4 . Для их однозначного определения необходимо иметь девять независимых уравнений.

Для составления первого уравнения выпишем отдельно амплитудную функцию волны, генерируемой мышечными сокращениями:

$$H(x) = h_{xb,o} \left[\frac{h_{r,o}}{h_{xb,o}} - 1 + e^{\alpha \left(\frac{x}{l} \right)^{\gamma}} \right], \quad (2.13)$$

При условии $x=l$ имеем

$$1 = \frac{h_{r,o}}{h_{xv,o}} - 1 + e^\alpha. \quad (2.14)$$

Отсюда получаем

$$\alpha = \ln \left(2 - \frac{h_{r,o}}{h_{xv,o}} \right). \quad (2.15)$$

Второе и третье уравнения получим из условия, что при $x=b_{00}$ (на оси рыскания)

$$(h_1 + h_3 b_{00}) \cos \omega t + (h_2 + h_4 b_{00}) \sin \omega t = 0. \quad (2.16)$$

Отсюда

$$h_1 = -h_3 b_{00} \quad (2.17)$$

и

$$h_2 = -h_4 b_{00}. \quad (2.18)$$

Перепишем закон деформации с учетом соотношений (2.15), (2.17) и (2.18):

$$h(x, t) = h_{xv,o} \left[\frac{h_{r,o}}{h_{xv,o}} - 1 + \left(2 - \frac{h_{r,o}}{h_{xv,o}} \right)^{\left(\frac{x}{l}\right)^q} \right] \cos(\omega t - k_0 x) + \\ + h_3(x - b_{00}) \cos \omega t + h_4(x - b_{00}) \sin \omega t. \quad (2.19)$$

В такой форме закон деформации содержит только шесть неизвестных.

Воспользуемся выражением

$$H(x) = h_{xv,o} \left[\frac{h_{r,o}}{h_{xv,o}} - 1 + \left(2 - \frac{h_{r,o}}{h_{xv,o}} \right)^{\left(\frac{x}{l}\right)^q} \right] \quad (2.20)$$

и формулой из тригонометрии для косинуса разности двух углов. Тогда можно записать

$$h(x, t) = H(x) \cos \omega t \cdot \cos k_0 x + H(x) \sin \omega t \sin k_0 x + \\ + h_3(x - b_{00}) \cos \omega t + h_4(x - b_{00}) \sin \omega t$$

или

$$h(x, t) = [H(x) \sin k_0 x + h_4(x - b_{00})] \sin \omega t + [H(x) \cos k_0 x + \\ + h_3(x - b_{00})] \cos \omega t.$$

Последнее выражение удобно переписать в виде

$$h(x, t) = h(x) \sin(\omega t + \alpha), \quad (2.21)$$

где

$$h(x) = \sqrt{[H(x) \sin k_0 x + h_4(x - b_{00})]^2 + [H(x) \cos k_0 x + h_3(x - b_{00})]^2} \quad (2.22)$$

и

$$\alpha = \arctg \frac{H(x) \cos k_0 x + h_3(x - b_{00})}{H(x) \sin k_0 x + h_4(x - b_{00})}. \quad (2.23)$$

Такая форма записи облегчает получение остальных необходимых уравнений для определения неизвестных параметров.

При $x=0$ из (2.20) и (2.21) получим

$$h_r = \sqrt{h_4^2 b_{00}^2 + [h_{r,0} - h_3 b_{00}]^2}. \quad (2.24)$$

При $x=b_{00}$ из (2.20) получим

$$h_{00} = h_{x_{B,0}} \left[\frac{h_{r,0}}{h_{x_{B,0}}} - 1 + \left(2 - \frac{h_{r,0}}{h_{x_{B,0}}} \right)^{\left(\frac{b_{00}}{l}\right)^2} \right]. \quad (2.25)$$

При $x=l$ из (2.22) получим

$$h_{x_B}^2 = [h_{x_{B,0}} \sin k_0 l + h_4(l - b_{00})]^2 + [h_{x_{B,0}} \cos k_0 l + h_3(l - b_{00})]^2. \quad (2.26)$$

При $x=b_0$ аналогично имеем

$$h_0^2 = [H(b_0) \sin k_0 b_0 + h_4(b_0 - b_{00})]^2 + [H(b_0) \cos k_0 b_0 + h_3(b_0 - b_{00})]^2. \quad (2.27)$$

Недостающие два уравнения мы получим из уравнения фазы, которое можно записать в виде

$$\omega t + \alpha = \varphi_0 = \text{const.} \quad (2.28)$$

Продифференцируем это уравнение по времени:

$$\omega + \frac{\partial \alpha}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = 0.$$

Отсюда получим

$$\frac{\partial x}{\partial t} = C = -\frac{\omega}{\frac{\partial \alpha}{\partial x}}. \quad (2.29)$$

Здесь C — фазовая скорость реальной локомоторной волны, распространяющейся по телу рыбы в процессе ее движения. Это та скорость, которая может быть измерена экспериментально или вычислена по результатам измерений длины реальной локомоторной волны.

Следовательно, величина $-\partial \alpha / \partial x$ (со знаком «минус») есть не что иное, как реальное волновое число k (в отличие от волнового числа k_0 мышечной локомоторной волны).

Величину $\partial \alpha / \partial x$ легко получить из соотношения (2.23):

$$\frac{\partial \alpha}{\partial x} = \frac{-H^2(x) k_0 - \left[\frac{\partial H(x)}{\partial x} (x - b_{00}) - H(x) \right] [h_3 \sin k_0 x - h_4 \cos k_0 x]}{h^2(x)} - \frac{H(x)(x - b_{00}) k_0 [h_3 \cos k_0 x + h_4 \sin k_0 x]}{h^2(x)}. \quad (2.30)$$

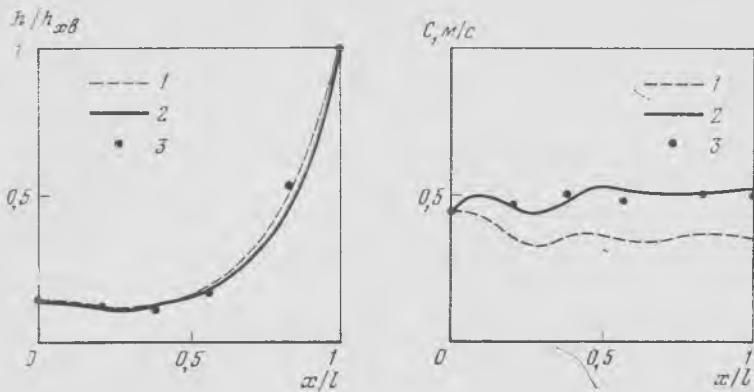


Рис. 2.4. Рассчитанные и измеренные значения амплитуд смещения различных точек тела плотвы

1 — в предположении постоянной фазовой скорости мышечной локомоторной волны;
 2 — в предположении переменной фазовой скорости, определяемой соотношением (2.33);
 3 — экспериментальные данные Байнбриджа [51]

Рис. 2.5. Рассчитанные и измеренные значения фазовой скорости реальной локомоторной волны в различных точках тела плотвы

1 — в предположении постоянной фазовой скорости мышечной локомоторной волны;
 2 — в предположении переменной фазовой скорости мышечной локомоторной волны, определяемой соотношением (2.33);
 3 — экспериментальные данные Байнбриджа [51]

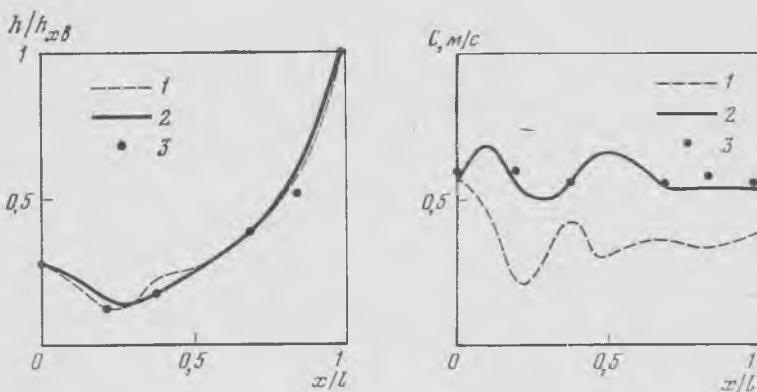


Рис. 2.6. Рассчитанные и измеренные значения амплитуд смещения различных точек тела леща

Обозначения те же, что и на рис. 2.4

Рис. 2.7. Рассчитанные и измеренные значения фазовой скорости реальной локомоторной волны в различных точках тела леща

Обозначения те же, что и на рис. 2.5

При $x=0$ имеем

$$\frac{-h_{r,0}^2 k_0 - h_{r,0} h_4 + h_{r,0} b_{00} k_0 h_3}{h^2(x)} = k = \frac{2\pi}{\lambda_{x=0}}. \quad (2.31)$$

Здесь $\lambda_{x=0}$ — измеренная длина локомоторной волны в точке $x=0$.

Аналогично получим при $x=b_{00}$

$$\frac{-H^2(b_{00}) k_0 + H(b_{00}) [h_3 \sin k_0 b_{00} - h_4 \cos k_0 b_{00}]}{h_{00}^2} = \frac{2\pi}{\lambda_{x=b_{00}}}.$$

Однако с учетом выражения (2.16) можно записать

$$h_{00} = H(b_{00}).$$

Тогда получим окончательно

$$-k_0 + \frac{h_3 \sin k_0 b_{00} - h_4 \cos k_0 b_{00}}{h_{00}} = \frac{2\pi}{\lambda_{x=b_{00}}}. \quad (2.32)$$

Итак, мы получили девять независимых уравнений (2.15), (2.17), (2.18), (2.24) — (2.27), (2.31) и (2.32) для определения девяти неизвестных. Поиск решения этой системы уравнений, которое должно дать оптимальное соотношение неизвестных параметров, возможен лишь с помощью вычислительной техники. Попытка найти такое решение была предпринята, однако оказалось, что невозможно получить хорошее согласие между рассчитанными функциями амплитуды и скорости локомоторной волны, с одной стороны, и измеренными — с другой. Это обстоятельство иллюстрируют рис. 2.4 и 2.5.

На рис. 2.4 показано сопоставление рассчитанных и измеренных значений амплитуд смещений точек тела для плотвы, а на рис. 2.5 — сопоставление рассчитанных и измеренных значений фазовой скорости локомоторной волны. Видно, что при хорошем согласии амплитудных функций наблюдается значительное расхождение функций скорости волны. Можно получить решение, при котором хорошее совпадение наблюдается между рассчитанными и измеренными значениями скорости волны, но тогда большое расхождение существует между соответствующими амплитудными функциями. Одновременного согласия амплитудных функций и скоростей волны получить не удается. Аналогичные результаты сравнения рассчитанных и измеренных параметров получены также для леща (рис. 2.6 и 2.7). Это говорит о том, что закон деформации в форме (2.12) неудовлетворительно отражает реальные процессы плавания рыб.

2.3. Гипотеза о зависимости фазовой скорости локомоторной волны от координаты

Несколько лет назад была высказана гипотеза о зависимости фазовой скорости локомоторной волны на теле дельфина от координаты [55]. Эта гипотеза получила экспериментальное подтверждение в опытах с дельфинами афалинами [63]. Что же касается рыб, то никаких данных, которые бы свидетельствовали о такой зависимости, не существует. Более того, только что цитированная работа Байнбриджа [51] свидетельствует о постоянстве реальной скорости локомоторной волны на теле трех видов рыб. Однако, как уже отмечалось, по мнению Лайтхилла, тело рыбы участвует в двух движениях: в движении, генерируемом мышечной системой, и в движении рыскания, обусловленном явлением «отдачи». В эксперименте наблюдается локомоторная волна, являющаяся результатом сложения двух движений. Не исключено, что фазовая скорость мышечной локомоторной волны рыб может зависеть от координаты. Но эта зависимость компенсируется движением рыскания, и в результате наблюдается постоянная или почти постоянная скорость локомоторной волны.

Анализ показывает, что удовлетворительного согласия между теорией и экспериментом можно добиться, положив зависимость фазовой скорости локомоторной волны для рыб, у которых движения рыскания невелики (как у плотвы), в виде

$$C = C_r [1 + a(1 - e^{-bx})] \quad (2.33)$$

и для рыб, у которых движения рыскания достаточно велики (как у леща), в виде

$$C = C_r [1 + a(1 - e^{-bx}) e^{-bs}]. \quad (2.34)$$

Здесь C_r — фазовая скорость в области головы, a и b — коэффициенты, характеризующие изменение скорости (они, вообще говоря, могут быть как положительными, так и отрицательными).

Такая форма записи при всего лишь двух произвольных постоянных a и b описывает широкий класс зависимостей, в том числе постоянную скорость волны при $a \rightarrow b \rightarrow 0$, линейную зависимость от координаты при $a \neq 0$, $b \rightarrow 0$ и более сложные зависимости при $a \neq 0$ и $b \neq 0$.

Зависимость фазовой скорости волны от координаты означает зависимость от координаты волнового числа k_0 в выражении для закона деформации (2.12) и (2.19), который в этом случае может быть записан в виде

$$h(x) = H(x) \cos [\omega t - k(x)x] + h_3(x - b_{00}) \cos \omega t + h_4(x - b_{00}) \sin \omega t, \quad (2.35)$$

где $H(x)$ имеет вид (2.20).

Характер зависимости $k(x)$ определим из уравнения фазы
 $\omega t - k(x)x = \varphi_0 = \text{const}$. (2.36)

Дифференцирование по времени этого уравнения дает

$$\omega - \frac{\partial k(x)}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} - k(x) \frac{\partial x}{\partial t} = 0. \quad (2.37)$$

В этом выражении

$$\frac{\partial x}{\partial t} = C(x). \quad (2.38)$$

Подставив (2.38) в (2.37), получим дифференциальное уравнение для определения $k(x)$:

$$\omega - \frac{\partial k(x)}{\partial x} C(x) - k(x) C(x) = 0. \quad (2.39)$$

Решение этого уравнения имеет вид для плотвы

$$k(x) = \frac{k_0}{x(1+a)b} \ln \frac{[1 + a(1 - e^{-bx})]}{e^{-bx}} \quad (2.40)$$

и для леща

$$k(x) = \frac{1}{x} \left[\frac{k_0}{2b} \ln (1 + ae^{-bx} - ae^{-2bx}) + \right. \\ \left. + \frac{k_0 a}{2b \sqrt{4a + a^2}} \ln \frac{(\sqrt{4a + a^2} - a + 2ae^{-bx})}{(\sqrt{4a + a^2} + a - 2ae^{-bx})} \frac{(\sqrt{4a + a^2} - a)}{(\sqrt{4a + a^2} + a)} + k_0 x \right], \quad (2.41)$$

где

$$k_0 = \frac{\omega}{C_r}. \quad (2.42)$$

Окончательно закон деформации в рассматриваемом случае имеет вид (2.35) при значениях $k(x)$, определяемых выражением (2.40) для амплитудных функций, подобных той, которой обладает плотва, и выражением (2.41) для амплитудных функций, подобных той, которой обладает лещ.

Попробуем проверить, может ли такая форма закона деформации привести к хорошему согласию рассчитанной амплитудной функции и функции фазовой скорости с соответствующими экспериментальными функциями. Но прежде скорректируем систему уравнений для определения неизвестных параметров, входящих в закон деформации, с учетом зависимости фазовой скорости от координаты, т. е. с учетом появления еще двух неизвестных параметров a и b . В итоге получим следующую полную систему уравнений. Уравнения (2.15), (2.17), (2.18), (2.24), (2.25) и (2.31) остаются теми же самыми. Уравнения (2.26),

(2.27) и (2.32) примут вид

$$h_{\text{xb},0}^2 = [h_{\text{xb},0} \sin \varphi(l) + h_4(l - b_{00})]^2 + [h_{\text{xb},0} \cos \varphi(l) + h_3(l - b_{00})]^2, \quad (2.43)$$

$$h_0^2 = [H(b_0) \sin \varphi(b_0) + h_4(b_0 - b_{00})]^2 + [H(b_0) \cos \varphi(b_0) + h_3(b_0 - b_{00})]^2, \quad (2.44)$$

$$-\frac{\partial \varphi(b_{00})}{\partial x} + \frac{h_3 \sin \varphi(b_{00}) - h_4 \cos \varphi(b_{00})}{h_{00}} = \frac{2\pi}{\lambda_{x=b_{00}}}, \quad (2.45)$$

где

$$\varphi(x) = k(x)x, \quad (2.46)$$

Кроме того, появятся еще два уравнения, так как неизвестных теперь не девять, а одиннадцать. Одно из них получим из выражения для амплитудной функции, аналогичного (2.22), но с учетом зависимости волнового числа от координаты, в точке минимума

$$\frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad \text{при } x = b, \quad (2.47)$$

или в развернутом виде

$$H(b_0) \frac{\partial H(b_0)}{\partial x} + \left[\frac{\partial H(b_0)}{\partial x} (b_0 - b_{00}) + H(b_0) \right] [h_4 \sin \varphi(b_0) + h_3 \cos \varphi(b_0)] + H(b_0) \frac{\partial \varphi(b_0)}{\partial x} (b_0 - b_{00}) [h_4 \cos \varphi(b_0) - h_3 \sin \varphi(b_0)] + (b_0 - b_{00})(h_3^2 + h_4^2) = 0. \quad (2.48)$$

Второе уравнение можно получить из выражения (2.30) с учетом выражения (2.43) или (2.44) и при условии $x = b_0$:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial x}(b_0) = -\frac{2\pi}{\lambda_{x=b_0}}. \quad (2.49)$$

Мы не будем здесь выписывать его в развернутом виде ввиду его громоздкости.

Сравнение теории и эксперимента в этом случае показано на рис. 2.4 и 2.5 для плотвы, а на рис. 2.6 и 2.7 для леща (кривые 2 в обоих случаях). Видно, что согласие значительно лучше (особенно для плотвы), чем в предположении постоянства фазовой скорости мышечной локомоторной волны (кривые 1 на тех же рисунках).

Зависимости фазовой скорости мышечной локомоторной волны от координаты соответственно для плотвы и леща приняты в форме, показанной на рис. 2.8 и 2.9. Там же приведены экспериментальные значения фазовой скорости реальной локомоторной волны, вычисленные по данным, приведенным выше.

В табл. 2.1 приведены значения параметров мышечной локомоторной волны, соответствующие расчетным кривым на рис.

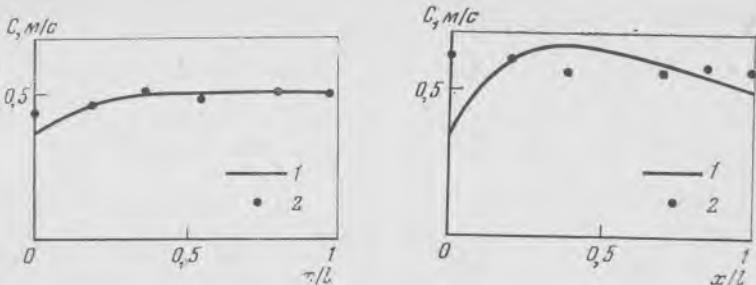


Рис. 2.8. Расчетная зависимость фазовой скорости мышечной локомоторной волны плотвы от координаты (1) и данные Байнбриджа [51] по измерению скорости реальной локомоторной волны (2)

Рис. 2.9. Расчетная зависимость фазовой скорости мышечной локомоторной волны леща от координаты (1) и данные Байнбриджа [51] по измерению скорости реальной локомоторной волны (2)

2.4–2.7. Вторая строка табл. 2.1 соответствует плотве, третья – лещу.

Анализ данных, приведенных на рис. 2.4–2.9 и в табл. 2.1, позволяет высказать некоторые соображения и выводы.

Закон деформации в форме (2.35) с учетом зависимости фазовой скорости мышечной локомоторной волны в форме (2.33) и (2.34) достаточно хорошо описывает плавание рыб, у которых движения рыскания, обусловленные явлением «отдачи», приводят к появлению минимума амплитудной функции. При этом, чем меньше проявляются движения рыскания, тем лучше соглашаются теория и эксперимент. Примечательно, что расчетные кривые амплитудной функции, и особенно функции скорости, имеют осциллирующий характер. Величина осцилляций значи-



Рис. 2.10. Характер колебаний хвостового плавника леща (по: Байнбридж [51])

v – скорость колебаний; t – время

Рис. 2.11. Фазовый угол локомоторной волны (1) и миографической волны (2) в различных точках на теле угря

По горизонтальной оси отложено расстояние вдоль тела рыбы (по данным работы [91])

Таблица 2.1

$k_0, \text{м}^{-1}$	$h_{\Gamma,0}, \text{м}$	$h_{XB,0}, \text{м}$	γ	h_4	h_3	a	$b, \text{м}^{-1}$
54,4	0,0038	0,0331	4	-0,005	-0,0053	0,4	25
86,2	0,0038	0,0203	2,8	-0,01	-0,0191	3,3	10

тельно больше на расчетных кривых для леща, у которого заметнее проявляется явление «отдачи». Скорее всего, эти осцилляции обусловлены несовершенством теоретической модели, заключающемся, в частности, в том, что колебания тела рыбы аппроксимированы гармоническими функциями, тогда как реально они могут быть не строго гармоническими. Это иллюстрирует рис. 2.10, на котором показан характер колебаний хвостового плавника леща.

Несовершенство теоретической модели может заключаться также еще и в том, что в ней принят линейный характер движения рыскания. Считается также, что мышечная локомоторная волна имеет бегущий характер в пределах всего тела, хотя область головы, где отсутствуют мышечные структуры, едва ли участвует в формировании волны.

Тем не менее рассмотренная теоретическая модель отражает основные особенности плавания рыб и позволяет даже предположить зависимость фазовой скорости мышечной локомоторной волны от координаты, которая никак не следует из кинематографических съемок реального движения рыб. В этом основная ценность подобного моделирования, позволяющего иногда выявить ускользающие от наблюдения явления.

Вывод о зависимости фазовой скорости мышечной локомоторной волны рыб от координаты пока носит лишь гипотетический характер и нуждается в тщательной экспериментальной проверке. Однако прямое наблюдение мышечной локомоторной волны, по-видимому, невозможно. Тем не менее есть возможность регистрировать явления, сопровождающие мышечную локомоторную волну. В настоящее время известна лишь одна работа [91], в которой приведены результаты исследования миографической волны у рыб, сопровождающей мышечную локомоторную волну, одновременно с регистрацией реально наблюдаемой локомоторной волны. Данные немногочисленны, относятся лишь к одному виду рыб (угорь), но позволяют считать, что миографическая волна (а следовательно, мышечная локомоторная волна) имеет в пределах тела изменяющуюся скорость.

В этой же работе сделан важный вывод о том, что миографическая волна распространяется быстрее механической (т. е. реально наблюдаемой локомоторной волны) приблизительно на 46% (см. рис. 2.11). Этот факт качественно согласуется с результатами, представленными на рис. 2.9, где показана расчетная

зависимость фазовой скорости мышечной локомоторной волны на теле леща в сравнении с экспериментально измеренной скоростью наблюдаемой локомоторной волны. Видно, что на участке тела $0,2 < \frac{x}{l} < 0,8$ скорость мышечной волны должна быть на 15–20% выше скорости наблюдаемой локомоторной волны. Однако данные одной-единственной работы [91] не могут служить безоговорочным доказательством сделанных выше теоретических выводов. Они могут лишь наметить пути и подсказать методы дальнейших экспериментальных исследований.

И еще одно замечание. По оценкам Лайтхилла ось рыскания должна располагаться на расстоянии $0,58 l$ от хвоста рыбы (см. выражение (1.247)). По нашим же данным, ось рыскания должна быть расположена у плотвы на расстоянии $0,5 l$, а у леща соответственно на расстоянии $0,42 l$ от хвоста рыбы. И уж во всяком случае ось рыскания не должна совпадать с минимумом амплитудной функции, как считал Лайтхилл. Совпадение было бы лишь в случае постоянства амплитуды колебаний в пределах тела рыбы.

Отмеченное расхождение в оценках положения оси рыскания может быть объяснено несовершенством теоретической модели, использованной Лайтхиллом, не учитывавшей возможность непостоянства фазовой скорости локомоторной волны.

2.4. Закон деформации тела активно плывущего дельфина

Строго говоря, закон деформации тела активно плывущего дельфина должен иметь вид, аналогичный представленному выражениями (2.35) и (2.33) или (2.34). Однако при этом должны быть учтены некоторые обстоятельства.

1. По мнению Лайтхилла, у рыб вообще и особенно у рыб с полуулунным хвостовым плавником существуют морфологические адаптации, сводящие к минимуму нежелательные явления «отдачи», которые, как мы видели на примере рыб, исследованных Байнбриджем [51], проявляются прежде всего в том, что амплитудная функция локомоторной волны имеет минимум при $x = -0,33 l$. Даже у рыб, исследованных в работе [51] и не относящихся к видам с полуулунным хвостовым плавником, явление «отдачи» проявляется по-разному (см. рис. 2.2).

У рыб с полуулунным плавником и особенно у дельфинов это явление должно проявляться еще слабее, чем даже у *Leuciscus leuciscus*. При этом минимума амплитудной функции локомоторной волны может и не быть вообще. Амплитудная функция может быть монотонно нарастающей, а явление «отдачи» может проявиться в некотором увеличении степени нарастания (параметра γ в формуле (2.20)).

2. К сожалению, в литературе по дельфинам отсутствуют столь детальные экспериментальные исследования кинематики, которые имеются по рыбам (имеется в виду цитированная выше

работа Байнбриджа [51]). Имеющиеся данные по дельфинам афалинам [55, 63] достоверно устанавливают по крайней мере линейную зависимость фазовой скорости локомоторной волны от координаты и монотонное нарастание амплитудной функции. Возможно, в будущих исследованиях эти зависимости будут уточнены, но в настоящее время приходится руководствоваться этими данными.

Учитывая эти обстоятельства, примем закон деформации тела дельфина в форме

$$h(x, t) = h_{\text{хв}} [K_r - 1 + (2 - K_r)^{\left(\frac{x}{l}\right)^{\gamma}}] \sin [\omega t - k(x)x], \quad (2.50)$$

где

$$K_r = \frac{h_r}{h_{\text{хв}}}, \quad k(x)x = \varphi(x).$$

Здесь функция $k(x)$ может быть взята в первом приближении в форме

$$k(x) = \frac{k_0 \ln(1 + bx)}{bx}. \quad (2.51)$$

Этой функции соответствует линейная зависимость фазовой скорости локомоторной волны от координаты

$$C(x) = C_r(1 + bx). \quad (2.52)$$

В формуле (2.51)

$$k_0 = \frac{\omega}{C_r},$$

где C_r — фазовая скорость локомоторной волны в области головы животного.

Представление закона деформации в форме (2.50) прежде всего не должно приводить к физическому противоречию, упоминавшемуся в п. 1.4. Для проверки этого подставим выражение (2.50) с учетом (2.51) и (2.52) в формулу для тяги, полученную Лайтхиллом:

$$\bar{T} = \frac{1}{2} \rho A(l) \left\{ \left(\frac{\partial h}{\partial t} \right)^2 - U^2 \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \right\}_{x=l}, \quad (2.53)$$

и получим

$$\begin{aligned} \bar{T} = & \frac{1}{4} \rho A(l) \omega^2 h_{\text{хв}}^2 \left\{ 1 - \frac{U^2}{C_r^2 (1 - bl)^2} - \right. \\ & \left. - \frac{U^2 [\ln(2 - K_r)]^2 \gamma^2}{\omega^2 l^2} [2 - K_r]^2 \right\}. \end{aligned} \quad (2.54)$$

Это выражение должно обращаться в нуль при некотором соотношении между U и $C(x)$. Мы не можем просто приравнять U и $C(x)$, так как $C(x)$ изменяется в пределах тела животного от

C_r на кончике носа до $C_r(1+bl)$ на кромке хвоста. Поэтому попытаемся выяснить, при каком соотношении между U и $C(x)$ выражение (2.54) обращается в нуль. Приравняем нулю выражение в квадратных скобках:

$$1 - \frac{U^2}{C_r^2 (1+bl)^2} - \frac{U^2 [\ln(2-K_r)]^2 \gamma^2}{\omega^2 l^2} (2-K_r)^2 = 0. \quad (2.55)$$

Отсюда получим

$$\frac{U}{C_r(1+bl)} = \sqrt{1 - \frac{U^2 [\ln(2-K_r)]^2 \gamma^2 (2-K_r)^2}{\omega^2 l^2}}. \quad (2.56)$$

Видно, что существует вполне определенное соотношение между U и $C_r(1+bl)$, при котором тяга обращается в нуль. Причем при $U \neq 0$ и $\gamma \neq 0$ всегда $U < C_r(1+bl)$.

Таким образом, предположение о зависимости фазовой скорости локомоторной волны от координаты в форме (2.52) действительно позволяет избежать упомянутого выше противоречия.

2.4.1. Оценка параметров, входящих в закон деформации тела дельфина

Можно оценить значения наиболее важных величин γ и b , входящих в закон деформации (2.50) для дельфинов, не проводя экспериментов. Для этого воспользуемся соотношением (2.56). Если бы нам было известно точное соотношение между U и $C_r(1+bl)$, при котором тяга должна обращаться в нуль, мы получили бы однозначную связь между γ и b . Но нам известно лишь, что U должно быть заключено в интервале значений $C_r - C_r(1+bl)$, чтобы тяга обращалась в нуль. Поэтому разделим указанный интервал на 4 равные части и рассчитаем зависимость γ от b для 5 значений U :

$$U_1 = C_r, \quad (2.57)$$

$$U_2 = \frac{C_r (4 + bl)}{4}, \quad (2.58)$$

$$U_3 = \frac{C_r (2 + bl)}{2}, \quad (2.59)$$

$$U_4 = \frac{C_r (4 + 3bl)}{4}, \quad (2.60)$$

$$U_5 = C_r(1 + bl). \quad (2.61)$$

Подстановка (2.57) – (2.61) в (2.55) дает следующие соотношения:

$$\gamma = \frac{\omega l \sqrt{bl(2+bl)}}{U(1+bl)(2-K_r)\ln(2-K_r)}, \quad (2.62)$$

$$\gamma = \frac{\omega l \sqrt{3bl(8+5bl)}}{4U(1+bl)(2-K_r) \ln(2-K_r)}, \quad (2.63)$$

$$\gamma = \frac{\omega l \sqrt{bl(4+3bl)}}{2U(1+bl)(2-K_r) \ln(2-K_r)}, \quad (2.64)$$

$$\gamma = \frac{\omega l \sqrt{bl(8+7bl)}}{4U(1+bl)(2-K_r) \ln(2-K_r)}, \quad (2.65)$$

$$\gamma = 0. \quad (2.66)$$

В полученные соотношения, кроме интересующих нас величин γ и b , входят также параметры ω , U/l , l и K_r . Все эти величины в первом приближении можно считать известными или легко определимыми. Например, длина тела дельфина l легко может быть измерена. Величина U/l может быть взята как параметр. Величина K_r легко может быть оценена по кинограммам, опубликованным в некоторых работах [7]. Такие оценки показывают, что величина K_r составляет около 0,2. Что касается круговой частоты колебаний тела ω , то она может быть определена на основе зависимости

$$f = 1,1 \frac{U}{l} + 0,15, \quad (2.67)$$

полученной Каяном и Пятецким [64] для дельфинов афалин. Для дельфинов азовок, по данным тех же авторов [65], аналогичное соотношение имеет вид

$$f = 0,46 \frac{U}{l} + 0,26. \quad (2.68)$$

На рис. 2.12 представлены зависимости $\gamma(b)$ для дельфинов афалины. На рис. 2.13 представлены аналогичные зависимости

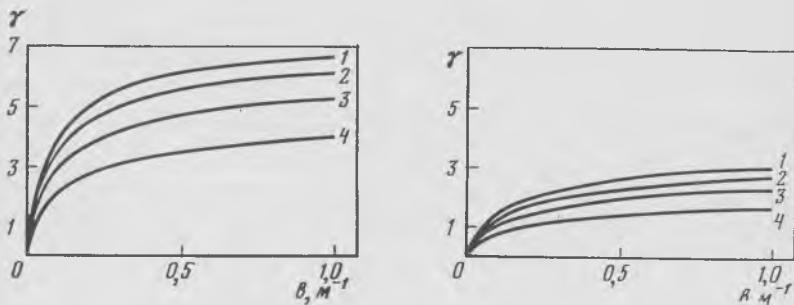


Рис. 2.12. Расчетная зависимость γ от b для дельфина афалины
Кривые 1—4 построены соответственно по формулам (2.62) — (2.65)

Рис. 2.13. Расчетная зависимость γ от b для дельфина азовки
Обозначения кривых те же, что и на рис. 2.12

Таблица 2.2

$b, \text{ м}^{-1}$	$U/l=1$	$U/l=2$
0	0	0
0,1	3,08	2,89
0,2	3,94	3,70
0,3	4,43	4,17
0,4	4,76	4,48

для дельфинов азовок. Параметром кривых является отношение U/l . Все кривые построены для отношения $U/l=2$. Длина дельфина афалины принята равной 2,2 м и дельфина азовки 1 м.

Анализ полученных соотношений и построенных на их основе кривых позволяет сделать некоторые выводы и предположения.

1. Значения параметров γ и b видоспецифичны. Это особенно заметно на рис. 2.12 и 2.13. Главная причина этого

состоит в видоспецифичности эмпирических соотношений (2.67) и (2.68), связывающих частоту колебаний тела и относительную скорость плавания.

2. По данным, представленным на рис. 2.12 и 2.13, можно предположить, что степень нарастания амплитуды локомоторной волны на теле афалины должна быть значительно более высокой, чем у азовки.

3. Зависимость параметров γ и b от относительной скорости плавания, по-видимому, должна быть довольно слабой.

4. Должна быть достаточно заметной возрастная зависимость (зависимость от длины тела) параметров γ и b .

Эти выводы носят качественный характер, так как они сделаны в предположении, что соотношения (2.62)–(2.66) сохраняются также при реальных режимах плавания животных, а не только в предельном случае нулевой тяги, для которого они получены.

Если соотношения (2.62)–(2.66) соблюдаются в реальных режимах плавания дельфинов, то полезно выбрать из них одноединственное, наиболее вероятное. Очевидно, нулевая тяга должна наблюдаться не при крайних значениях U в интервале $C_r - C_r(1+bl)$. Вероятнее всего, нулевая тяга должна быть при некотором среднем значении U в указанном интервале. Таким средним значением может быть

$$U = \frac{C_r(2+bl)}{2}. \quad (2.69)$$

В табл. 2.2 приведены значения γ в функции b , рассчитанные для случая (2.69) и двух значений параметра U/l плавания дельфина афалины.

2.4.2. Сравнение с экспериментом

Экспериментальных результатов по кинематике дельфинов, которые можно сравнивать с приведенными расчетными данными, пока не очень много [63]. Изучение кинематики дельфинов афалин проводили двумя методами: методом киносъемки и методом

акселерометров. Обычно киносъемку осуществляют стационарной кинокамерой. Однако в этом случае время нахождения животного в поле зрения объектива кинокамеры недостаточно для прослеживания и изучения движения отдельных точек его тела в процессе одного и того же пробега. В частности, с помощью такого метода трудно измерить фазовую скорость локомоторной волны на отдельных участках тела дельфина.

В описываемых экспериментах был осуществлен метод киносъемки с помощью подвижной камеры, которой в процессе съемки придавали медленное и плавное следящее движение. В результате животное захватывали в кадр и некоторое время сопровождали. В этом случае оказалось возможным проследить движение дельфина в течение нескольких периодов колебаний тела. Киносъемку осуществлял специалист-водолаз под водой через сетчатую стенку морского вольера, вдоль которого плавал дельфин по команде дрессировщика.

Метод киносъемки имеет определенные достоинства: он достаточно прост, позволяет получить наглядную информацию о кинематике дельфина в свободном плавании (без закрепляемой на нем аппаратуры). Но он имеет и существенные недостатки: животное находится в поле зрения кинокамеры ограниченное время, за которое трудно определить его режим движения (движется ли оно равномерно или с ускорением). По этой причине получаемая информация о кинематике животного имеет значительный разброс.

Гораздо более точен метод акселерометров. Сущность его состоит в следующем. В различных точках на теле дельфина закрепляют миниатюрные акселерометры и изучают характер движения этих точек тела в процессе плавания. В частности, в работе [63] акселерометры были закреплены в трех точках на теле дельфина. Акселерометр № 1 закрепляли на лобном выступе, акселерометр № 2 — в передней части спинного плавника на расстоянии 1 м от первого, акселерометр № 3 — на лопасти хвостового плавника на расстоянии 1,1 м от второго. В некоторых случаях акселерометр № 3 закрепляли на хвостовом стебле животного вблизи плавника.

Запись сигналов акселерометров осуществляли на один и тот же магнитный носитель, и, таким образом, сигналы оказывались жестко связанными по фазе во времени, что позволяет изучать фазовые соотношения между отдельными сигналами. Другое преимущество метода акселерометров связано с возможностью получения непрерывной записи информации в течение длительного промежутка времени. Это позволяет выбрать для анализа участок записи, соответствующий вполне определенному режиму движения животного.

Регистрирующий миниатюрный магнитофон при измерениях закрепляли на спинном плавнике дельфина [66, 67], что позволяло изучать его кинематику в свободном плавании (с учетом влияния закрепленной аппаратуры).

В процессе измерений акселерометры регистрируют колебательные ускорения тех точек тела, в которых они закреплены. Для получения значений амплитуд смещения необходимо дважды проинтегрировать полученные данные по времени. Однако эта операция не составляет большого труда и не вносит дополнительной погрешности, если шаг интегрирования выбран достаточно малым.

Расшифровку кинограмм проводили следующим образом. Отмечали на кинокадрах одного определенного пробега дельфина положение трех точек его тела (например, кончика носа, кончика спинного плавника и развилику хвостового плавника) относительно границ кадра. По этим отметкам строили траектории перемещения указанных точек тела. В качестве примера на рис. 2.14 показаны результаты расшифровки одного пробега дельфина. По горизонтали отложены порядковые номера кадров. Эта ось эквивалентна оси времени. По вертикальной оси отложены величины смещения выбранных точек тела дельфина от некоторого среднего значения в произвольных единицах (например, в мм), но в одном и том же масштабе. Черными кружками отмечено положение кончика носа дельфина, крестиками — кончика спинного плавника, светлыми кружками — развилики хвостового плавника. По таким прорисованным траекториям определяли отношение амплитуд колебаний кончика носа и спинного плавника к амплитуде развилики хвостового плавника, а также фазовую скорость локомоторной волны. Можно определять в этом случае и абсолютные значения амплитуд колебаний указанных точек. Масштабом при этом служит длина тела дельфина.

Фазовую скорость локомоторной волны определяли следующим образом. Отмечали количество кадров (а следовательно, интервал времени), за которые минимум траектории кончика носа сместился в область спинного плавника (в данном случае 14 кадров). Затем отмечали количество кадров, за которые минимум траектории движения кончика спинного плавника переместился в область развилики хвоста (7 кадров). Причем в данном случае есть возможность сделать четыре отсчета: два по смещению двух минимумов траектории и два — по смещению двух максимумов (последние отсчеты дают соответственно 16 и 6 кадров). После этого вычисляли величину, пропорциональную среднему значению фазовой скорости локомоторной волны на участке от носа до спинного плавника, как отношение расстояния между носом и спинным плавником (130 см) к среднегарифметическому числу кадров, за которые минимум и максимум сместились на это расстояние:

$$C_{\text{г.ср}} \sim \frac{130 \text{ см}}{15 \text{ кадров}} . \quad (2.70)$$

Точно так же вычисляли среднее значение фазовой скорости на участке от спинного плавника до развилики хвоста, только

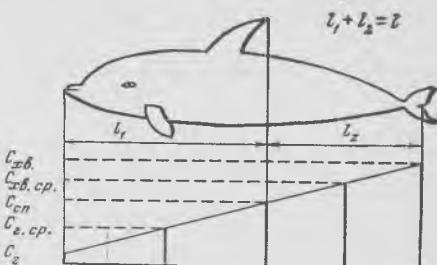
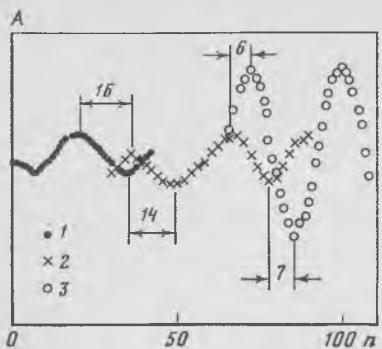


Рис. 2.14. Траектории кончика носа, спинного плавника и развилики хвоста дельфина афалины в процессе плавания с постоянной скоростью

1 — кончик носа; 2 — спинной плавник; 3 — развилика хвоста. Остальные обозначения в тексте

Рис. 2.15. Схема, позволяющая осуществить переход от средних значений скорости локомоторной волны к ее граничным значениям

здесь использовали среднеарифметическое значение из 6 и 7 кадров:

$$C_{\text{хв}, \text{ср}} \sim \frac{90 \text{ см}}{6,5 \text{ кадров}} . \quad (2.71)$$

Учитывая, что линейный и временной масштабы в обоих случаях одни и те же, получим истинное отношение вычисленных средних значений фазовой скорости

$$\frac{C_{\text{хв}, \text{ср}}}{C_{\text{г}, \text{ср}}} = \frac{90 \times 15}{6,5 \times 130} = 1,59. \quad (2.72)$$

Однако, чтобы можно было использовать измеренные значения фазовой скорости локомоторной волны в дальнейших расчетах, необходимо перейти от отношения средних значений к отношению граничных значений, т. е. значений, которые фазовая скорость имеет у развилики хвоста и на носу дельфина соответственно. В предположении линейной зависимости фазовой скорости от координаты это можно сделать с помощью геометрического построения.

На рис. 2.15 показана схема, позволяющая осуществить такой переход. Запишем несколько очевидных соотношений:

$$C_{\text{г}, \text{ср}} = \frac{C_f + C_{\text{сп}}}{2} , \quad (2.73)$$

$$C_{\text{хв}, \text{ср}} = \frac{C_{\text{сп}} + C_{\text{хв}}}{2} , \quad (2.74)$$

$$C_{\text{сп}} = C_f (1 + bl_1) , \quad (2.75)$$

$$C_{x_B} = C_r(1 + bl). \quad (2.76)$$

Подставим (2.75) и (2.76) в (2.73) и (2.74):

$$C_{x_B, \text{ср.}} = \frac{C_r [2 + (l + l_1)b]}{2}, \quad (2.77)$$

$$C_{r, \text{ср.}} = \frac{C_r (2 + bl_1)}{2}. \quad (2.78)$$

Составим отношение $C_{x_B, \text{ср.}}$ к $C_{r, \text{ср.}}$:

$$\frac{C_{x_B, \text{ср.}}}{C_{r, \text{ср.}}} = \frac{2 + (l + l_1)b}{2 + bl_1}. \quad (2.79)$$

Из формулы (2.79) определим

$$b = \frac{2 \left(\frac{C_{x_B, \text{ср.}}}{C_{r, \text{ср.}}} - 1 \right)}{l - l_1 \left(\frac{C_{x_B, \text{ср.}}}{C_{r, \text{ср.}}} - 1 \right)}. \quad (2.80)$$

Подставим (2.80) в (2.76), окончательно получим

$$\frac{C_{x_B}}{C_r} = 1 + \frac{\frac{2}{l} \left(\frac{C_{x_B, \text{ср.}}}{C_{r, \text{ср.}}} - 1 \right)}{1 - \frac{l_1}{l} \left(\frac{C_{x_B, \text{ср.}}}{C_{r, \text{ср.}}} - 1 \right)}. \quad (2.81)$$

На рис. 2.16 показан фрагмент записи сигналов трех акселерометров (сплошные линии). Верхняя кривая представляет собой два периода колебательного ускорения передней части лобного выступа дельфина, средняя — передней части спинного плавника, нижняя — развилики хвостового плавника. Точками показаны соответствующие этим кривым амплитуды смещения тех же точек тела дельфина, полученные путем двойного интегрирования кривых ускорения (с учетом чувствительностей акселерометров). Численное интегрирование осуществлено на ЭЦВМ методом трапеций. Шаг интегрирования составлял $0,02 T_0$, где T_0 — период колебания. Так же как и в предыдущем методе, измеряли отношение средних значений фазовой скорости локомоторной волны на двух участках тела: от лобного выступа до спинного плавника и от спинного плавника до хвоста. При этом следили за перемещением нулевых значений фазы кривых смещения точек тела, в которых были размещены акселерометры (нулевые значения фазы в точках φ_0 и φ_1 на рис. 2.16).

Информация, полученная с помощью акселерометров, позволяет также определить еще два очень важных параметра движения дельфина: отношение среднего значений фазовой скоро-

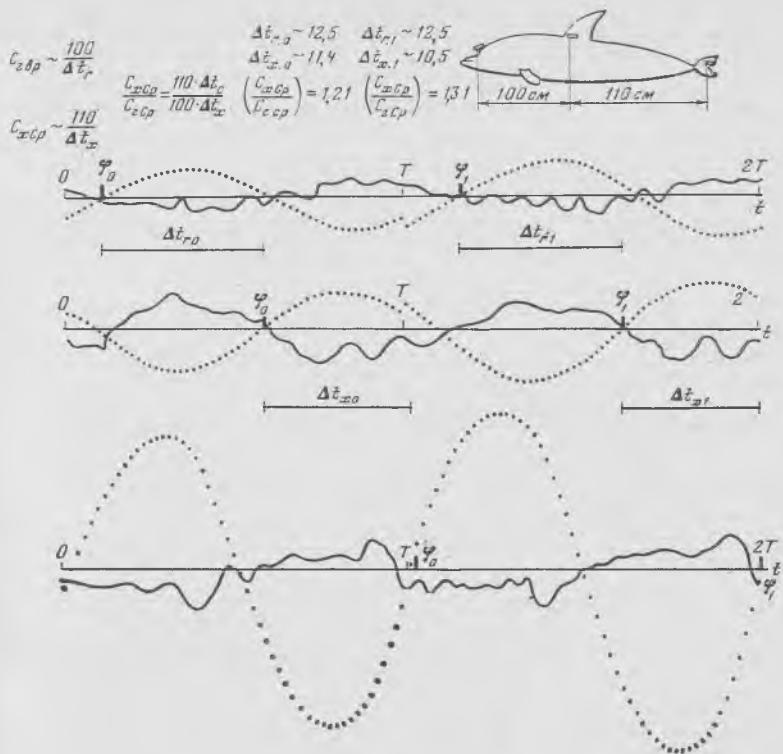


Рис. 2.16. Фрагмент записи сигналов трех акселерометров (сплошные линии) и амплитуды смещения (точки) лобного выступа дельфина афалины (верхняя кривая), передней части спинного плавника (средняя) и развилики хвостового плавника (нижняя)

сти локомоторной волны к скорости движения дельфина C_{cp}/U и отношение фазовой скорости локомоторной волны в самой передней точке дельфина (вблизи носа) к скорости движения самого дельфина C_r/U .

Действительно, измерив по кривым на рис. 2.16 время прохождения нуля фазы от носового акселерометра до хвостового и зная расстояние между ними, определим среднее значение фазовой скорости локомоторной волны. При известной скорости плавания дельфина легко вычислить отношение этих величин.

Для оценки отношения C_r/U при известном отношении C_{cp}/U получим соответствующую расчетную формулу. Можно записать

$$C_{cp} = \frac{C_r + C_{xb}}{2} = \frac{C_r}{2} \left(1 + \frac{C_{xb}}{C_r} \right). \quad (2.82)$$

Поделив левую и правую части выражения (2.82) на скорость

Таблица 2.3

$U, \text{ мс}^{-1}$	K_r	$b, \text{ м}^{-1}$	γ	$\frac{h_{\text{xb}}}{l}$	$\frac{C_{\text{xb}}}{C_r}$	$\frac{C_r}{U}$	$\frac{C_{\text{cp}}}{U}$	$f, \text{ Гц}$
2,2 $\pm 0,07$	0,11 $\pm 0,02$	0,07 $\pm 0,02$	3,5 $\pm 0,9$	0,177 $\pm 0,004$	1,15 $\pm 0,04$	1,05 $\pm 0,08$	1,39 $\pm 0,01$	1,10
4,3 $\pm 0,07$	0,21 $\pm 0,02$	0,23 $\pm 0,07$	4,2 $\pm 0,9$	0,123 $\pm 0,004$	1,50 $\pm 0,04$	0,97 $\pm 0,08$	1,31 $\pm 0,02$	2,22

плавания дельфина U , получим

$$\frac{C_{\text{cp}}}{U} = \frac{C_r}{2U} \left(1 + \frac{C_{\text{xb}}}{C_r} \right). \quad (2.83)$$

Отсюда легко получить интересующее нас выражение

$$\frac{C_r}{U} = \frac{2 \frac{C_{\text{cp}}}{U}}{1 + \frac{C_{\text{xb}}}{C_r}}. \quad (2.84)$$

В табл. 2.3 приведены усредненные значения кинематических параметров, полученных двумя методами на трех экспериментальных животных, длины тела которых соответственно равны: 2,24; 2,18 и 2,2 м.

Приведенные в табл. 2.3 погрешности измерений соответствуют одной среднеквадратичной ошибке результата.

Здесь необходимо сделать одно замечание. Одной из точек тела дельфина, траектория которой прослеживалась описанными методами, была развилика хвостовой лопасти. Выбор этой точки, вообще говоря, не очень корректен, так как хвостовая лопасть подвижна относительно стебля. Подвижность ее может внести определенную погрешность в фазовые соотношения колебаний выбранной точки и других точек тела дельфина. Для проверки возможности такой погрешности третьью точку наблюдения выбирали на хвостовом стебле вблизи места его сочленения с хвостовой лопастью и прослеживали за ее кинематикой, затем сравнивали результаты наблюдений с предыдущими результатами. Оказалось, что расхождение результатов несущественно и не выходит за пределы экспериментальной погрешности.

Результаты, приведенные в табл. 2.3, позволяют сделать следующие выводы.

1. Действительно наблюдается зависимость фазовой скорости локомоторной волны, распространяющейся по телу дельфина, от координаты в системе координат, связанной с телом животного. Причем фазовая скорость волны нарастает в направлении от головы к хвосту в 1,15–1,5 раза при скоростях плавания 2,2–4,3 м/с.

2. Значения параметра b , характеризующего возрастание фазовой скорости, и γ , характеризующего степень нарастания амплитуды локомоторной волны, неплохо согласуются с теоретическими оценками, приведенными в табл. 2.1. Это свидетельствует о том, что параметры γ и b при реальном плавании мало отличаются от тех, которые были бы в предельных условиях, для которых проведены теоретические оценки.

3. В графе 7 табл. 2.3 приведены значения отношения C_r/U , которые свидетельствуют о том, что фазовая скорость локомоторной волны в области головы дельфина практически совпадает со скоростью плавания самого животного.

Глава 3

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ НА ТЕЛЕ РЫБ И ДЕЛЬФИНОВ, ОБУСЛОВЛЕННОЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫМ ХАРАКТЕРОМ ЕГО ДВИЖЕНИЯ

Английский зоолог Джеймс Грей в 1936 г. предположил, что у китообразных, и в частности дельфинов, имеет место стабилизация ламинарного обтекания и, следовательно, повышение критического числа Рейнольдса перехода ламинарного обтекания в турбулентное за счет отрицательного градиента давления, возникающего вдоль его тела при активном движении в воде [68]. Эта гипотеза, как впоследствии оказалось, весьма перспективная, возникла, несомненно, под влиянием работ Л. Прандтля, посвященных влиянию градиента давления на характер обтекания тела, с которыми Грей, по-видимому, был знаком. Грей считал, что отрицательный градиент давления образуется за счет отбрасывания масс воды колеблющимся хвостом дельфина (или рыбы) и что имеет место своеобразное отсасывание пограничного слоя. Такой механизм действительно имеет место, но не он определяет формирование градиента давления вдоль тела животного. Строгий математический анализ явления показывает, что основной механизм совсем не такой, каким его предполагал Грей. Более того, даже если бы у дельфина отсутствовала хвостовая лопасть и массы воды не отбрасывались бы назад, но тело совершало бы колебания в вертикальной плоскости, вдоль его тела все равно формировался бы отрицательный градиент давления.

3.1. Роль колебаний тела рыбы или дельфина в создании градиента давления

Рассмотрим более подробно механизм формирования градиента давления на теле животного за счет его колебаний. Будем рассматривать тело животного как длинный цилиндр эллиптического или кругового сечения, совершающий изгибные колебания в одной плоскости. В этом случае для расчета избыточного давления на поверхности тела можно воспользоваться известным

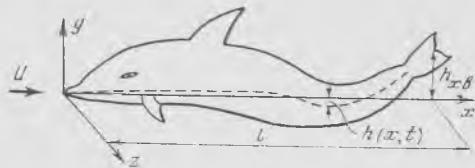


Рис. 3.1. Расположение дельфина в принятой системе координат

выражением для кругового цилиндра, обтекаемого потоком в попечном направлении [39, 86]:

$$p - p_{00} = \frac{\rho v_y^2}{2} (1 - 4 \sin^2 \theta) + \frac{\rho \cos \theta}{R} \frac{d}{dt} (R^2 v_y), \quad (3.1)$$

Здесь R и θ — цилиндрические координаты, v_y — скорость попечного движения тела, определяемая выражением

$$v_y = \frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial h}{\partial x}, \quad (3.2)$$

где h — амплитуда попечных колебаний тела, U — скорость тела в направлении его продольной оси — оси x . Расположение дельфина в принятой системе координат показано на рис. 3.1.

В выражении (3.1) неизвестной величиной является скорость попечных движений тела. Эту величину можно определить, если известен закон деформации тела. Проведем расчет применительно к дельфинам, закон деформации тела которых мы приняли ранее в форме

$$h(x, t) = h_{xb} \left[K_r - 1 + (2 - K_r) \left(\frac{x}{l} \right)^{\gamma} \right] \sin \left[\omega t - \frac{k_0 \ln(1 + bx)}{b} \right]. \quad (3.3)$$

С учетом (3.3) выражение для нормальной к оси тела скорости жидкости (3.2) будет иметь вид

$$\begin{aligned} v_y = & \frac{h_{xb} \gamma U \ln(2 - K_r)}{l} \left(\frac{x}{l} \right)^{\gamma-1} \left(2 - K_r \right)^{\left(\frac{x}{l} \right)^{\gamma}} \sin \left[\omega t - \frac{k_0 \ln(1 + bx)}{b} \right] + \\ & + \omega h_{xb} \left[K_1 - 1 + (2 - K_r) \left(\frac{x}{l} \right)^{\gamma} \right] \left[1 - \frac{U}{C_r (1 + bx)} \right] \times \\ & \times \cos \left[\omega t - \frac{k_0 \ln(1 + bx)}{b} \right]. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Подставляя выражение (3.4) в формулу (3.1) и усредняя по времени, получим

$$\begin{aligned} \overline{p - p_{00}} = & \left\{ \frac{\rho \omega^2 h_{XB}^2}{4} \left[1 - \frac{U}{C_r(1+bx)} \right]^2 \left[K_r - 1 + (2-K_r) \left(\frac{x}{l} \right)^\gamma \right]^2 + \right. \\ & + \left. \frac{U^2 \rho \gamma^2 h_{XB}^2 [\ln(2-K_r)]^2}{4l^2} \left(\frac{x}{l} \right)^{2\gamma-2} (2-K_r) \left(\frac{x}{l} \right)^\gamma \right\} \times \\ & \times (1 - 4 \sin^2 \theta). \end{aligned} \quad (3.5)$$

В процессе усреднения по времени второй член в выражении (3.1) обратился в нуль.

Представим выражение (3.5) в безразмерной форме:

$$\begin{aligned} \overline{\frac{p - p_{00}}{1/2 \rho U^2}} = & \left\{ \frac{\omega^2 h_{XB}^2}{2U^2} \left[1 - \frac{U}{C_r(1+bx)} \right]^2 \left[K_r - 1 + (2-K_r) \left(\frac{x}{l} \right)^\gamma \right]^2 + \right. \\ & + \left. \frac{\gamma^2 h_{XB}^2 [\ln(2-K_r)]^2}{2l^2} \left(\frac{x}{l} \right)^{2\gamma-2} (2-K_r) \left(\frac{x}{l} \right)^\gamma \right\} (1 - 4 \sin^2 \theta). \end{aligned} \quad (3.6)$$

В формировании пограничного слоя на обтекаемом теле определяющее значение имеет не само избыточное давление, а его градиент, который с учетом выражения (3.6) можно представить в виде

$$\frac{dp}{dx} = \rho \left(v_y \frac{dv_y}{dx} \right) (1 - 4 \sin^2 \theta), \quad (3.7)$$

или в развернутой форме

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dx} = & \rho \left\{ \frac{\omega^2 h_{XB}^2 \gamma \ln(2-K_r)}{2l} \left[K_r - 1 + (2-K_r) \left(\frac{x}{l} \right)^\gamma \right] \times \right. \\ & \times \left[1 - \frac{U}{C_r(1+bx)} \right] \left(\frac{x}{l} \right)^{\gamma-1} (2-K_r) \left(\frac{x}{l} \right)^\gamma + \\ & + \omega^2 h_{XB}^2 b \left[K_r - 1 + (2-K_r) \left(\frac{x}{l} \right)^\gamma \right]^{1/2} \left[1 - \frac{U}{C_r(1+bx)} \right] \times \\ & \times \left[\frac{U}{C_r(1+bx)^2} \right] + \frac{U^2 h_{XB}^2 \gamma^2 [\ln(2-K_r)]^2}{2l^3} \left(\frac{x}{l} \right)^{2\gamma-3} \times \\ & \times \left. \left[(\gamma-1) + \gamma \left(\frac{x}{l} \right)^\gamma \ln(2-K_r) \right] (2-K_r)^2 \left(\frac{x}{l} \right)^\gamma \right\} (1 - 4 \sin^2 \theta). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Критическое число Рейнольдса однозначно связано с форм-параметром профиля скоростей в пограничном слое, который

имеет вид

$$\Lambda = -\frac{\delta^2}{v\rho U} \frac{dp}{dx}. \quad (3.9)$$

Здесь v — кинематическая вязкость, δ — толщина пограничного слоя, U — скорость набегающего потока. С учетом выражения (3.7) формула (3.9) может быть записана в виде

$$\Lambda = -\frac{\delta^2}{vU} \left(\overline{v_y \frac{dv_y}{dx}} \right) (1 - 4 \sin^2 \theta). \quad (3.10)$$

Градиент давления оказывает влияние не только на стабильность ламинарного пограничного слоя, но и на тонкую структуру турбулентного. Известно, в частности, что отрицательный градиент динамического давления достаточной величины может привести даже к обратному переходу турбулентного обтекания в ламинарное [69–71] или, по крайней мере, к значительному уменьшению степени турбулентности и, следовательно, к уменьшению сопротивления трения. Влияние отрицательного градиента давления на турбулентное обтекание определяется величиной формпараметра, который имеет вид

$$B = \frac{v}{\rho U^3} \frac{dp}{dx}. \quad (3.11)$$

С учетом формулы (3.7) выражение (3.11) можно представить в виде

$$\bar{B} = \frac{v}{U^3} \left(\overline{v_y \frac{dv_y}{dx}} \right) (1 - 4 \sin^2 \theta). \quad (3.12)$$

3.2. Роль хвостовой лопасти в создании градиента давления

Помимо описанного механизма формирования распределения динамического давления вдоль тела активно плывущего дельфина или рыбы, существует еще один механизм, связанный с колебаниями хвостовой лопасти и ее отсасывающим действием. Действительно, хвостовая лопасть в процессе создания тяги отбрасывает массы воды назад, сообщая им определенную кинетическую энергию. На место отброшенных масс воды со всех сторон в область, занимаемую хвостовой лопастью, подтекают новые массы воды, формируя некоторое распределение динамического давления, отличающееся, вообще говоря, от описанного выше и накладывающееся на него в первом приближении. Именно этот механизм интуитивно предполагал в свое время Грей [68]. Этот механизм, как и предыдущий, можно оценить количественно. Для этого воспользуемся методом источников и стоков [89].

Будем рассматривать хвостовую лопасть как гидродинамический диполь с расходом

$$E = v_n S_{xb}. \quad (3.13)$$

Здесь v_n — нормальная к поверхности лопасти скорость частиц жидкости, $S_{\text{хв}}$ — площадь хвостовой лопасти. Момент диполя можно представить в виде

$$M = 2r_{\text{эф}} E, \quad (3.14)$$

где $r_{\text{эф}}$ — эффективный радиус хвостовой лопасти, определяемый в первом приближении соотношением

$$r_{\text{эф}} = \sqrt{\frac{S_{\text{хв}}}{\pi}}. \quad (3.15)$$

Значение скорости частиц жидкости в поле диполя определяется соотношением

$$V = \left(\frac{M}{4\pi r^3} \right) \sqrt{3 \cos^2 \varphi + 1}, \quad (3.16)$$

а ее компоненты, направленные вдоль оси диполя и перпендикулярно к ней, соответственно имеют вид

$$u = - \left(\frac{M}{4\pi r^3} \right) (3 \cos^2 \varphi - 1) \quad (3.17)$$

и

$$v = - \left(\frac{M}{4\pi r^3} \right) 3 \sin \varphi \cos \varphi. \quad (3.18)$$

Здесь r — расстояние от центра диполя, который мы будем считать совпадающим с геометрическим центром хвостовой лопасти, φ — угол между направлением на точку наблюдения и осью диполя.

Динамическое давление в поле диполя получим в соответствии с законом Бернулли

$$p - p_{\infty} = \frac{\rho V^2}{2}, \quad (3.19)$$

где p_{∞} — гидростатическое давление. Подставив (3.14) и (3.16) в (3.19), получим

$$p - p_{\infty} = \frac{\rho v_n^2 S_{\text{хв}}^3}{8\pi^3 r^6} (3 \cos^2 \varphi + 1) \quad (3.20)$$

или в безразмерной форме

$$\frac{p - p_{\infty}}{\frac{1}{2}\rho U^2} = \frac{v_n^2 S_{\text{хв}}^3}{4\pi^3 U^2 r^6} (3 \cos^2 \varphi + 1). \quad (3.21)$$

Градиент давления будет иметь вид

$$\frac{dp}{dr} = - \frac{3\rho v_n^2 S_{\text{хв}}^3}{4\pi^3 r^7} (3 \cos^2 \varphi + 1) \quad (3.22)$$

или в нормированном виде

$$\frac{2}{\rho U^2} \frac{dp}{dr} = - \frac{3v_n^2 S_{\text{хв}}^3}{2\pi^3 U^2 r^7} (3 \cos^2 \varphi + 1) \quad (3.23)$$

где U — скорость набегающего потока, практически равная скорости движения животного.

В пределах хвостовой лопасти как крыла большого удлинения выполняется соотношение

$$|v_n| = -\alpha U_i, \quad (3.24)$$

где

$$U_i = \sqrt{U^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)^2} \quad (3.25)$$

и α — угол атаки хвостовой лопасти.

Полагая, что

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi_1) \quad (3.26)$$

и

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)_0 \cos(\omega t + \varphi_2), \quad (3.27)$$

где в соответствии с работой [86]

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \pi, \quad (3.28)$$

окончательно получим после усреднения по времени

$$\frac{2}{\rho U^2} (\overline{p - p_\infty}) = \frac{3\alpha_0^2 S_{XB}^3}{8\pi^3 r^6} \left(1 + \frac{3\omega^2 h_{XB}^2}{8U^2}\right) (3 \cos^2 \varphi + 1) \quad (3.29)$$

и

$$\frac{2}{\rho U^2} \frac{dp}{dr} = - \frac{[3\alpha_0^2 S_{XB}^3]}{4\pi^3 r^7} \left(1 + \frac{3\omega^2 h_{XB}^2}{8U^2}\right) (3 \cos^2 \varphi + 1). \quad (3.30)$$

Оценки показывают, что этот механизм приводит к формированию заметного градиента давления лишь в непосредственной близости к хвостовой лопасти и практически не сказывается в пределах тела животного. Это определяется сильной зависимостью градиента давления от расстояния в формуле (3.30). Не исключено, что обтекание хвостовой лопасти должно определяться распределением давления, обусловленным рассмотренным механизмом.

В дальнейших оценках мы не будем учитывать вклад в общее распределение давления на теле животного, вносимый этим механизмом.

3.3. Анализ полученных результатов и сравнение с экспериментом

3.3.1. Угловая зависимость распределения динамического давления на теле животного

Обратимся к формуле (3.5), характеризующей усредненное по времени значение избыточного давления на теле дельфина, и проанализируем зависимость давления от угла θ . Эта зависи-

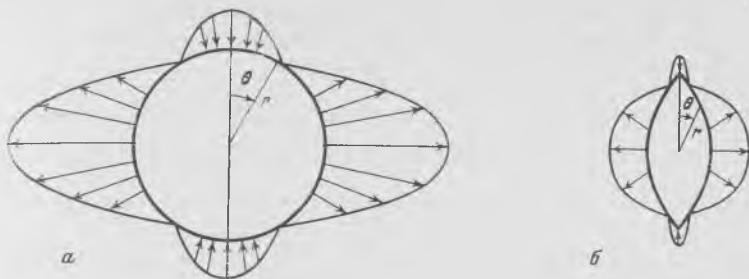


Рис. 3.2. Расчетное значение избыточного давления на теле дельфина в его миделевом сечении (а) и в сечении хвостового стебля (б) в зависимости от угла θ

r — радиус тела

мость определена множителем

$$1 - 4 \sin^2 \theta \quad (3.31)$$

и представлена на рис. 3.2, а для миделевого поперечного сечения тела дельфина. Видно, что на боковых поверхностях тела дельфина избыточное давление отрицательное, на верхней же и нижней поверхностях — положительное, причем максимальное значение отрицательного давления в три раза больше положительного.

В области тела дельфина за миделем поперечное сечение тела отличается от кругового, и чем ближе к хвостовой лопасти, тем заметнее. Точный расчет избыточного давления в этой области тела дельфина труден, но по результатам, по-видимому, мало будет отличаться от расчета для кругового сечения, так как формула (3.1) справедлива не только для кругового цилиндра, но и для эллиптического [39], а поперечное сечение в каудальной части тела дельфина можно аппроксимировать эллипсом. Качественно распределение динамического давления на стебле хвоста дельфина будет выглядеть так, как показано на рис. 3.2, б. Область положительных значений уменьшится, а область отрицательных увеличится.

Аналогичным будет распределение давления на теле быстрых рыб (тунцы и др.), так как форма сечения их тела, особенно в каудальной части, напоминает дельфинью. Что же касается обычных рыб, тело которых заметно уплощено с боков, то распределение динамического давления в этом случае будет для них не очень выгодным: на боковых поверхностях градиент давления будет положительным и только в сравнительно узких дорзальной и вентральной областях — отрицательным.

3.3.2. Оценка распределения динамического давления на боковой поверхности тела дельфинов афалин и сравнение с экспериментом

Оценим распределение динамического давления на боковой поверхности тела дельфина афалины (при $\theta = \frac{\pi}{2}$). В качестве примера рассчитаем распределение максимального мгновенного значения давления в режиме плавания, параметры которого сведены в табл. 3.1 и соответствуют экспериментальным данным, описанным в предыдущей главе и в работе [63].

Таблица 3.1

$U, \text{ мс}^{-1}$	$h_{\text{хв}}/l$	$f, \text{ Гц}$	$b, \text{ м}^{-1}$	γ	$l, \text{ м}$	K_r	C_r/U
4,3	0,123	2,22	0,23	4,2	2,24	0,21	0,97

Здесь U — скорость плавания, $h_{\text{хв}}/l$ — отношение амплитуды колебаний хвоста к длине тела, f — частота колебаний тела, b — параметр, характеризующий зависимость скорости локомоторной волны от координаты, γ — параметр, характеризующий степень нарастания амплитуды локомоторной волны, K_r — отношение амплитуд колебаний носа и хвоста, C_r/U — отношение скорости локомоторной волны в области носа к скорости плавания.

Результаты расчета показаны на рис. 3.3 (кривая 2). На том же рисунке (кривая 1) показано распределение динамического давления на теле вращения, наиболее подобном телу дельфина. Эти данные взяты из работы [73] и соответствуют модели № 28.

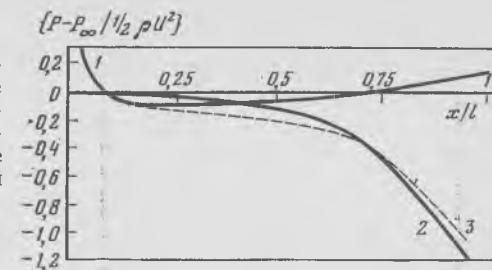
Пунктирной линией на рис. 3.3 показано суммарное давление, вычисленное в предположении выполнимости принципа аддитивности. Обращает на себя внимание монотонно падающий характер функции суммарного давления, что свидетельствует о наличии отрицательного градиента давления на всем теле дельфина от головы до хвоста. Причем в области головы животного и в области хвостового стебля отрицательный градиент значительно больше, чем в средней части тела.

В работах [69—71] проанализировано влияние отрицательного градиента давления на явление обратного перехода турбулентного пограничного слоя в ламинарный. Показано, что отрицательный градиент давления достаточной величины может «ламинаризовать» турбулентный пограничный слой. При этом наблюдаются явления, свидетельствующие о процессе «ламинаризации»: растет величина формпараметра профиля скоростей

$$H = \delta_1/\delta_2,$$

где δ_1 и δ_2 — соответственно толщина вытеснения и толщина потери импульса; растет толщина ламинарного подслоя; профиль скоростей в пограничном слое приближается к блазиусовскому;

Рис. 3.3. Расчетное значение избыточного давления на теле вращения (1), близком по форме телу дельфина, теле дельфина афалины, обусловленное его колебательным движением (2), и суммарное давление (3)



уменьшается интенсивность пульсаций скорости (и давления) в пограничном слое; уменьшается коэффициент сопротивления. Обратный переход турбулентного режима течения в ламинарный осуществляется при значении формпараметра

$$B = \frac{v}{\rho U^3} \frac{dp}{dx} \simeq -(2 \div 3) \cdot 10^{-6}. \quad (3.32)$$

Полезно оценить значения формпараметра B в пограничном слое дельфина. Для этого воспользуемся выведенной ранее формулой (3.11) и проведем оценку для так называемого предпочтаемого режима плавания дельфина [59, 93]. На рис. 3.4 показаны результаты расчета, учитывающие как колебательный характер движения тела животного, так и его форму. Пунктирной линией отмечено значение формпараметра, равное $-2 \cdot 10^{-6}$, при котором должен наблюдаться полный переход турбулентного обтекания в ламинарное. Видно, что на большей части тела дельфина оцененное значение формпараметра B значительно меньше того, которое необходимо для полного перехода. В этой области значений формпараметра возможно его влияние на структуру турбулентного пограничного слоя, приводящее к уменьшению степени турбулентности и, следовательно, уменьшению касательных напряжений в пограничном слое. Явление полного перехода возможно, по-видимому, лишь на заднем конце хвостового стебля, где значения формпараметра близки к минимально необходимому для обратного перехода. Отсюда следует очень важный вывод о том, что в некоторых режимах плавания дельфина (в частности, при больших внезапных ускорениях) его хвостовая лопасть работает практически в невозмущенном потоке, даже если пограничный слой в средней части тела дельфина турбулизирован. Пока это только предположительный вывод, но для него есть основания. Окончательный ответ может дать только тщательный эксперимент.

Результаты, приведенные на рис. 3.3 и 3.4, получены расчетным путем с использованием экспериментально определенных кинематических параметров плавания дельфинов афалин, т. е. до некоторой степени их можно рассматривать и как экспериментальные данные, полученные косвенным методом. Однако распределение динамического давления вдоль тела дельфина

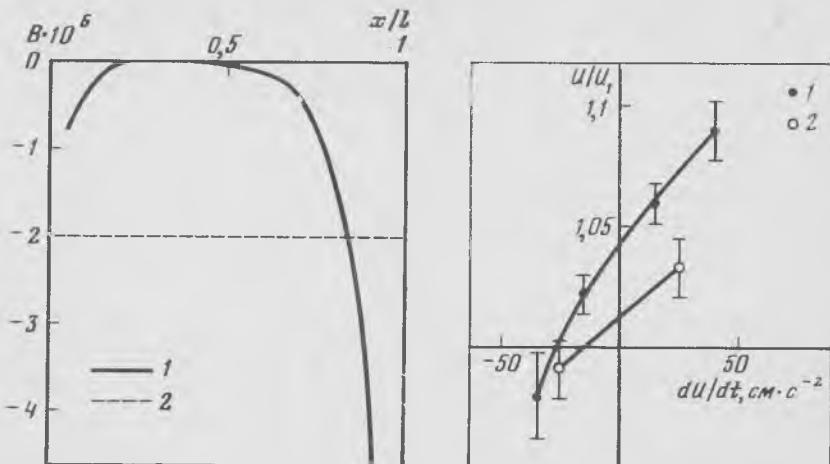


Рис. 3.4. Расчетные значения формпараметра B (1) и значение, при котором должен наблюдаться полный обратный переход турбулентного обтекания в ламинарное (2)

Рис. 3.5. Отношение скорости обтекания в третьей и первой точках на теле дельфина (1) и во второй и первой (2)

Пояснения в тексте

можно оценить и прямым экспериментальным методом, измеряя, например, локальные значения скорости обтекания в различных точках тела дельфина и пересчитывая их в градиент давления по закону Бернулли. Такие измерения были проведены [66, 77, 78].

Скорость обтекания тела дельфина афалины измеряли в трех точках на расстоянии от носа соответственно 1,2; 1,5 и 1,7 м с помощью измерителя скорости типа миниатюрной вертушки [66]. Все три точки измерения располагались на левом боку дельфина за его миделем.

Результаты представлены на рис. 3.5. По вертикальной оси отложено отношение скоростей обтекания, регистрируемых соответственно в третьей и первой точках тела (кривая 1) и во второй и первой (кривая 2). По горизонтальной оси отложено значение ускорения, с которым плавал дельфин. Легко заметить, что при движении дельфина с постоянной скоростью или с положительным ускорением наблюдается ускорение обтекающего потока в проксимальной части тела животного. Необходимо отметить, что приведенные результаты получены при средней скорости плавания дельфина, равной $4 \pm 0,5$ м/с.

В своих экспериментах мы ограничились изучением скоростей обтекания тела дельфина только в указанных трех точках, хотя для полноты картины имело бы смысл изучить обтекание дельфина на протяжении всего его тела. Но передняя часть тела дельфина в этом смысле не представляет большого интереса, так

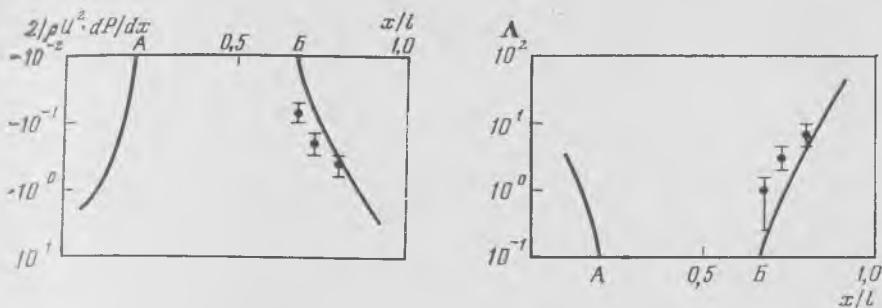


Рис. 3.6. Расчетное распределение градиента динамического давления на теле дельфина афалины (сплошная линия) и результаты измерений (точки)

Пояснения в тексте

Рис. 3.7. Расчетное распределение формпараметра профиля скоростей на боковой поверхности тела дельфина афалины (сплошная линия) и результаты измерений (точки)

АВ — участок, где формпараметр имеет наименьшее значение

как она мало участвует в процессе активного движения и, по-видимому, с большой степенью точности должна характеризоваться особенностями обтекания соответствующего тела вращения. Что же касается проксимальной части, то она-то как раз представляет наибольший интерес, поскольку именно здесь развиваются наиболее интересные гидродинамические явления (отрицательный градиент давления, ламинаризация пограничного слоя и пр.).

Полученные значения скорости обтекания в указанных точках тела дельфина пересчитывали в градиент давления по закону Бернулли. На рис. 3.6 представлены результаты (точки), сплошная линия представляет собой расчетное значение, полученное по формуле (3.8), для режима движения дельфина, соответствующего экспериментальным условиям. По вертикальной оси отложены значения безразмерного градиента давления в логарифмическом масштабе. По горизонтальной оси — отношение расстояния от носа дельфина до точки измерения к длине тела (исключая хвостовую лопасть), равной 2 м.

На участке АВ (рис. 3.6) градиент давления (расчетный) близок к нулю. На остальных участках тела формируется отрицательный градиент значительной величины. Экспериментальные точки удовлетворительно согласуются с расчетной кривой, хотя показывают несколько более высокое значение градиента давления. Во всяком случае они доказывают реальное существование отрицательного градиента давления на теле дельфина афалины в его задней части.

При обсуждении рис. 3.3 и 3.6 мы не касались вопроса о реальных особенностях обтекания дельфина в изученном режиме

плавания, поскольку распределение давления за пределами пограничного слоя не зависит от обтекания, скорее наоборот, обтекание определяется в значительной степени распределением давления на обтекаемом теле. Распределение давления и его градиента на теле дельфина позволяет предположить ламинарный характер обтекания до значительных чисел Рейнольдса. Поэтому интересно оценить значение формпараметра профиля скоростей в ламинарном пограничном слое на теле дельфина в режиме его плавания, соответствующем описанным экспериментальным условиям.

На рис. 3.7 показано распределение формпараметра профиля скоростей на боковой поверхности тела дельфина, рассчитанное с использованием данных табл. 3.1. На том же рисунке точками показаны значения формпараметра, соответствующие экспериментальным значениям градиента давления (рис. 3.6). Видно, что формпараметр имеет положительные значения на участках тела $x/l = 0 \div 0,2$ и $x/l = 0,67 \div 1,0$. Это обстоятельство позволяет сделать вывод о возможности значительной стабилизирующей роли отрицательного градиента давления при ламинарном обтекании дельфина, которое на начальных участках его движения очевидно.

Характер распределения формпараметра профиля скоростей на теле дельфина позволяет сделать следующие выводы.

1. У дельфина должно иметь место повышение критического числа Рейнольдса, рассчитанного по длине тела, в 3—4 раза.

2. Турбулизация пограничного слоя должна начинаться в средней части тела дельфина, где формпараметр имеет наименьшее значение.

3. Значительный отрицательный градиент давления в задней части тела дельфина должен приводить к заметному уменьшению местного турбулентного коэффициента сопротивления трения.

4. Если обтекание дельфина при достижении критического числа Рейнольдса стало турбулентным, то в задней части его тела возможен обратный переход турбулентного обтекания в ламинарное. При этом может сложиться ситуация, когда передняя и задняя части тела дельфина обтекаются ламинарным потоком, а средняя часть — турбулизированным.

Последний вывод имеет некоторое экспериментальное подтверждение. В книге Ф. Г. Вуда [74] описаны наблюдения и зарисовки, сделанные У. Э. Эвансом и Л. Э. Мак-Кинли с борта катамарана «Си-си» в тот момент, когда в их поле зрения оказалась группа тихоокеанских белобоких дельфинов, плывущих в фосфоресцирующей воде. На рис. 3.8 приведены их зарисовки. Светлые места на теле дельфинов соответствуют турбулизированному пограничному слою. Видно, что турбулизация охватывает среднюю часть тела, тогда как в передней части тела и на хвостовом стебле, включая хвостовую лопасть, видны темные места, соответствующие ламинарному обтеканию. На этой же

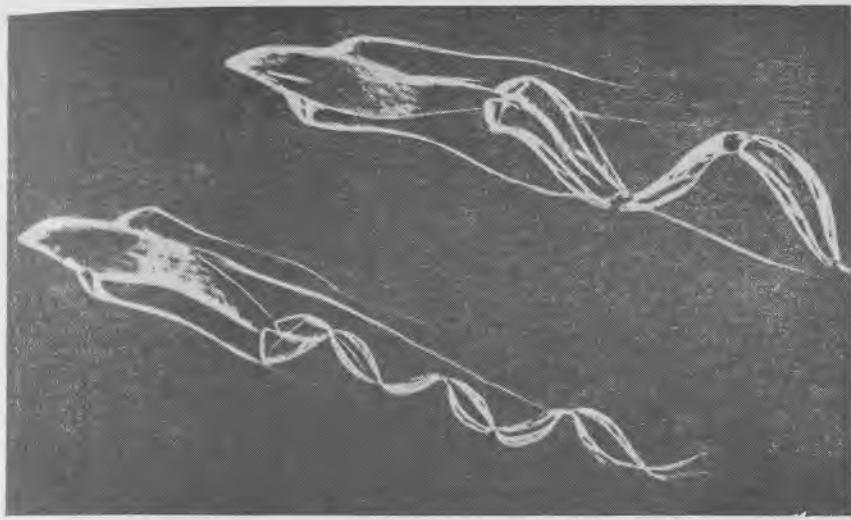


Рис. 3.8. Зарисовка из книги Вуда [74]

Пояснения в тексте

зарисовке можно видеть, что верхняя и нижняя части тела дельфина заметно фосфоресцируют, что свидетельствует о наличии узких участков турбулизации на спине и животе животных. Это также находится в соответствии с приведенными выше расчетом и рис. 3.5—3.7.

Выше были приведены аргументы в пользу вывода о стабилизирующей роли отрицательного градиента давления при обтекании дельфина и, как следствие этого, повышении критического числа Рейнольдса перехода ламинарного обтекания в турбулентное. Здесь мы приведем некоторые результаты исследований явления перехода ламинарного обтекания в турбулентное, иллюстрирующие и подтверждающие сделанный вывод.

Явление перехода изучали на трех животных в разное время с помощью специально сконструированных приемников пульсаций давления [66] и измерителей касательного напряжения. Все три дельфина были практически одного размера (около 2,2 м длиной). Измерители касательного напряжения и пульсаций давления устанавливали в различных точках на боковой поверхности тела дельфина (на правом боку). Измеритель касательных напряжений устанавливали поочередно в точках на расстоянии от носа животного, равном 90, 120 и 150 см. Приемник пульсаций давления — на расстоянии 100 см.

Характерной особенностью, обнаруженной в описываемых экспериментах, является то, что во всех случаях турбулизация пограничного слоя наступала в момент смены ускоренного плавания дельфина плаванием с постоянной скоростью. Другая осо-

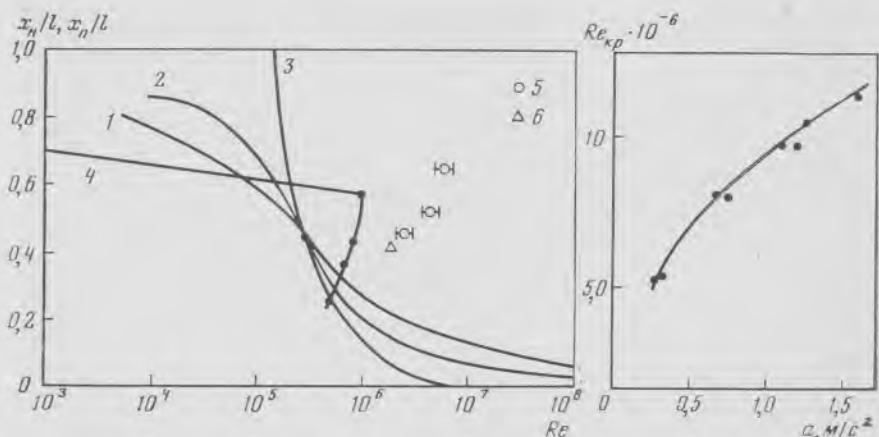


Рис. 3.9 Относительные координаты нейтральной точки x_n/l и точки перехода $x_{n\ell}/l$ ламинарного режима в турбулентный на профилях различных тел

1 — эллиптический цилиндр при отношении осей, равном 4 (x_n/l); 2 — эллиптический цилиндр при отношении осей, равном 8 (x_n/l); 3 — пластина (x_n/l); 4 — модель дельфина, латеральная поверхность ($x_{n\ell}/l$); 5 — живой дельфин афалина ($x_{n\ell}/l$) (собственные данные); 6 — живой дельфин афалина ($x_{n\ell}/l$) (данные работы [75]). Данные 1—4 взяты из работы [75]

Рис. 3.10. Зависимость числа Рейнольдса перехода ламинарного обтекания в турбулентное на боковой поверхности тела дельфина афалины от ускорения его движения

бенность состоит в том, что при одном и том же значении ускорения движения переход ламинарного обтекания в турбулентное в разных точках тела животного осуществляется при одном и том же значении скорости движения. Этот факт отражен на рис. 3.9, где приведены значения критических чисел Рейнольдса перехода ламинарного обтекания в турбулентное, вычисленные по результатам регистрации явлений перехода. На том же рисунке приведены для сравнения соответствующие данные для двух эллиптических цилиндров, плоской пластины и модели дельфина (последние данные взяты из работы [75]). Кроме того, приведена точка 6 для живого дельфина по данным работы [75]. Видно, что обтекание модели дельфина такое же, как плоской пластины. Что же касается обтекания живого дельфина, то критические числа Рейнольдса оказываются значительно выше, чем у модели дельфина.

Обращает на себя внимание на рис. 3.9 необычное расположение экспериментальных точек 5, которое свидетельствует о том, что местные критические числа Рейнольдса перехода тем выше, чем дальше от носа животного расположен измеритель (точка измерения). Это противоречит характеру кривых 1—3. Объяснение может быть только одно: турбулизация пограничного слоя на теле дельфина начинается не в хвостовой части тела

по мере увеличения скорости плавания, как это наблюдается на телах вращения и плоской пластине, а сразу в средней части тела, где отрицательный градиент давления имеет наименьшее значение по абсолютной величине.

Эти данные еще раз подтверждают вывод, сделанный ранее, о возможности турбулизации пограничного слоя на теле дельфина прежде всего в его средней части.

В процессе изучения явления перехода выяснена еще одна особенность. Значение местного критического числа Рейнольдса перехода зависит от величины ускорения движения дельфина: чем выше ускорение, тем больше значение критического числа Рейнольдса перехода. При увеличении ускорения от 0,25 до 1,2 м/с² число Рейнольдса перехода возрастает в 1,9 раза. Более наглядной является величина приращения числа Рейнольдса перехода на единицу ускорения в исследованном диапазоне ускорений. Эта величина составляет $2,6 \cdot 10^6$ на 1 м/с² ускорения (рис. 3.10).

Приведенные результаты позволяют сделать вывод, что при ускорении около 1,5—2 м/с² дельфин имеет полностью ламинарное обтекание до чисел Рейнольдса около $1,2 \cdot 10^7$. В этом случае имеются в виду числа Рейнольдса, вычисленные по длине тела.

Теперь остается уточнить, действительно ли отрицательный градиент давления может благотворно влиять на характер обтекания тела животных. Что касается обтекания жестких тел, то этот вопрос сомнений не вызывает. Существуют труды, ставшие почти классическими [76], свидетельствующие о том, что отрицательный градиент давления вдоль обтекаемого тела повышает критическое число Рейнольдса. Если все же ламинарное обтекание сменилось турбулентным, то и в этом случае отрицательный градиент давления может сыграть положительную роль: он может привести к значительному изменению тонкой структуры пограничного слоя и даже к обратному переходу турбулентного обтекания в ламинарное, т. е. «ламинаризовать» турбулентный пограничный слой [69—71]. В связи с этим представляют интерес проведенные нами радиотелеметрические измерения интенсивности флюктуаций давления в пограничном слое на теле дельфина в районе миделя [66, 77, 78].

На рис. 3.11 отражен кратковременный бросок дельфина за рыбой. Весь процесс занимает около 2,5 с. (Время отложено по оси абсцисс.) В нижней части рисунка показан график скорости движения дельфина за время броска. Максимальное значение скорости, достигнутое дельфином, равно 5 м/с. В верхней части рисунка приведены две осциллограммы. Первая осциллограмма (снизу) представляет собой полезную информацию в том виде, в каком она передана с дельфина по радиоканалу с помощью радиотелеметрической аппаратуры [84] и зарегистрирована на магнитную ленту. Эта информация представляет собой сумму пульсаций давления (шумовой характер) и последовательности радиоимпульсов, частота следования которых пропор-

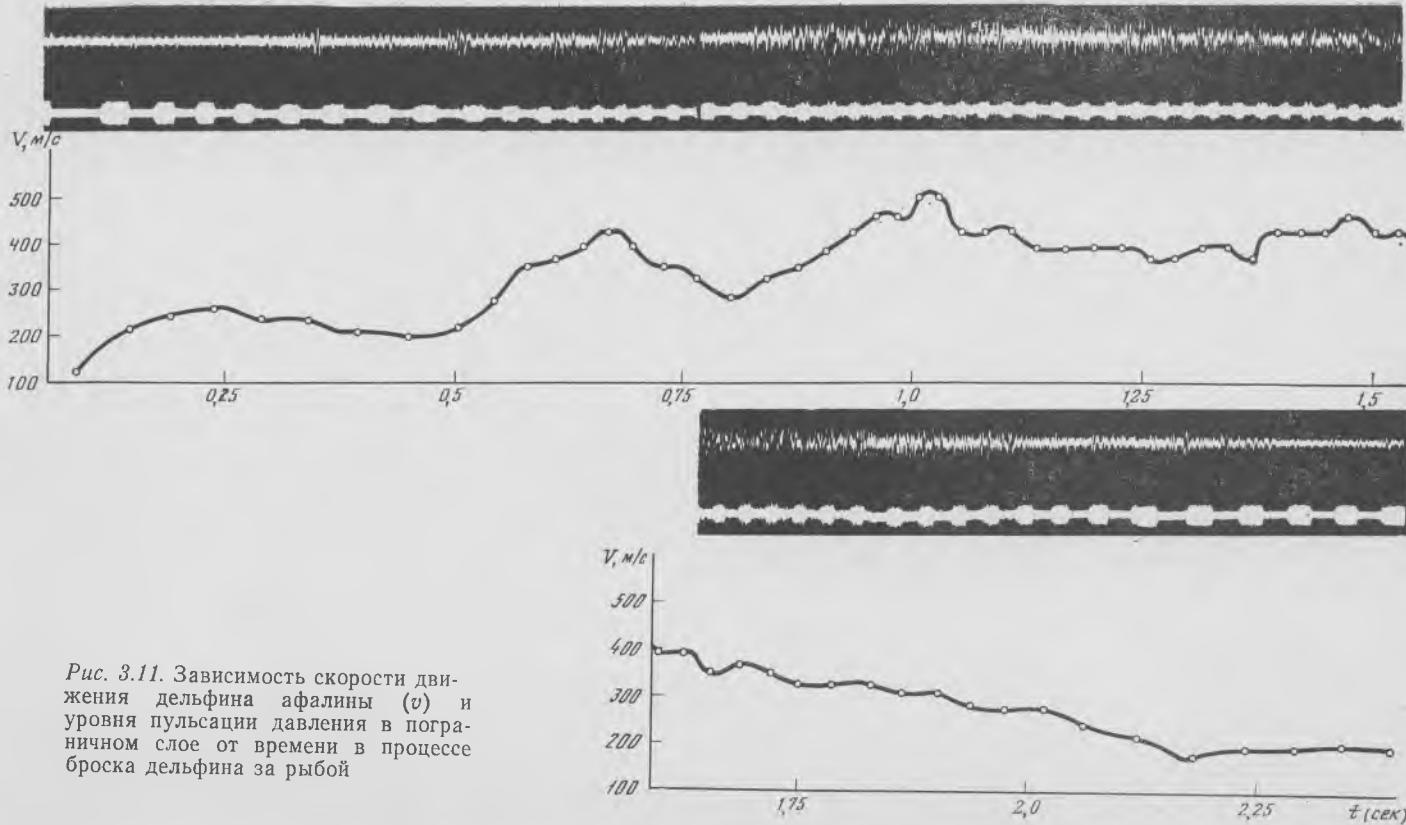


Рис. 3.11. Зависимость скорости движения дельфина афалины (v) и уровня пульсации давления в пограничном слое от времени в процессе броска дельфина за рыбой

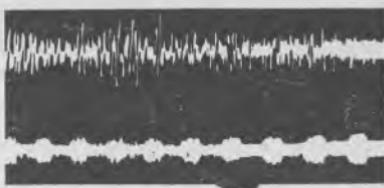
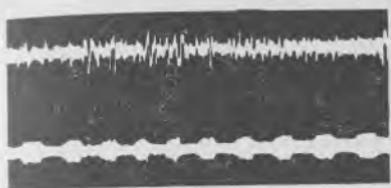


Рис. 3.12. Осциллограмма пульсаций давления на участке времени от 0,6 до 0,85 с (см. рис. 3.11)

Движение с ускорением около 3 м/с²

Рис. 3.13. Осциллограмма пульсаций давления на участке времени от 1,5 до 1,75 с (см. рис. 3.11)

Движение по инерции

циональна скорости обтекания в точке измерения. Вторая осциллограмма представляет собой пульсации давления в чистом виде (отфильтрованные от импульсов).

Весь процесс движения дельфина, отраженный на рис. 3.11, можно условно разделить на три участка: участок ускорения (до момента времени 1,05 с), участок движения с приблизительно постоянной скоростью (от 1,05 до 1,5 с) и участок движения по инерции или с замедлением (от 1,5 до 2,45 с). На участке ускорения скорость обтекания периодически меняется. Шум обтекания (пульсации давления), так же как и скорость обтекания, имеет нестационарный характер. Шум оказывается модулированным по амплитуде. Максимумы шума довольно точно совпадают с максимумами скорости обтекания. Характер гидродинамического шума, представленный на осциллограмме, свидетельствует о почти турбулентном режиме обтекания дельфина в области миделя при движении с постоянной скоростью. Смысл слова «почти» будет разъяснен дальше, когда мы перейдем к количественному описанию пульсаций давления. Здесь же мы остановимся на одном немаловажном обстоятельстве. Сравним шум на участках движения, соответствующих интервалам времени от 0,6 до 0,8 с и от 1,5 до 1,75 с. На этих участках средние значения скорости обтекания практически одинаковы. Уровень же шума на втором участке (движение с замедлением) значительно выше, чем на первом (движение с ускорением).

На рис. 3.12 и 3.13 в более крупном масштабе приведены осциллограммы пульсаций давления на указанных выше участках движения. Приведенные осциллограммы позволяют сделать очень важный вывод: интенсивность пульсаций давления в полограническом слое дельфина зависит от характера его движения. На участках активного движения уровень пульсаций давления значительно меньше, чем на участках пассивного движения (по инерции).

Количественный анализ полученных результатов мы начнем с оценки величины так называемого акусто-гидродинамического коэффициента полезного действия [85], характеризующего отношение энергии турбулентных пульсаций к кинетической энергии скоростного напора. Этот коэффициент имеет вид

$$\eta = \frac{\sqrt{\bar{p}^2}}{1/2 \rho U^2}, \quad (3.33)$$

где $\sqrt{\bar{p}^2}$ — среднеквадратичная величина турбулентных пульсаций давления, ρ — плотность воды, U — скорость потока. В некоторых работах коэффициент η называют коэффициентом трансформации, поскольку он характеризует долю кинетической энергии потока, трансформированную в энергию турбулентных пульсаций.

Мы оценим величину этого коэффициента для трех случаев движения дельфина: движения по инерции (с замедлением), слабоактивного движения при ускорении порядка $0,4\text{--}0,6 \text{ м/с}^2$ и сильноактивного движения при ускорении около $3,0 \text{ м/с}^2$.

Коэффициент трансформации в случае движения дельфина по инерции оказался равным $\eta_i = 8,9 \cdot 10^{-3} \pm 0,5 \cdot 10^{-3}$. В случае слабоактивного движения дельфина коэффициент оказался равным $4,6 \cdot 10^{-3} \pm 0,4 \cdot 10^{-3}$. В случае же сильноактивного движения дельфина коэффициент трансформации равен $3,9 \cdot 10^{-3} \pm 0,4 \cdot 10^{-3}$.

Как известно [85], развитый турбулентный пограничный слой характеризуется величиной η_t , равной приблизительно $6 \cdot 10^{-3}$. В случае ламинарного пограничного слоя эта величина должна быть по крайней мере в 6 раз меньше, т. е. $\eta_t \leq 1 \cdot 10^{-3}$. Это значит, что приведенное выше значение $\eta_a = 3,9 \cdot 10^{-3}$, соответствующее движению дельфина с большим ускорением, характеризует пограничный слой, имеющий некоторую промежуточную структуру между ламинарной и турбулентной, или, как он был ранее назван, «почти» турбулентный. Здесь имеет значение не столько даже абсолютное значение коэффициента η , включающее в себя неизбежно некоторую долю систематической погрешности, сколько отношение η_t и η_a . А отношение их, в значительной степени лишенное систематической погрешности, равно 2,3.

Уровень пульсаций давления, входящий в формулу (3.33), однозначно связан с касательными напряжениями на обтекаемом теле, а последние определяют сопротивление движению тела под водой. Уменьшение уровня пульсаций давления в режиме активного движения дельфина по сравнению с уровнем при пассивном движении свидетельствует о том, что коэффициент сопротивления трения при активном движении дельфина должен быть меньше, чем при пассивном. А в этом именно и заключается парадокс Грея.

На рис. 3.14 приведена спектральная плотность среднеквадратичных пульсаций давления в случае сильноактивного (уско-

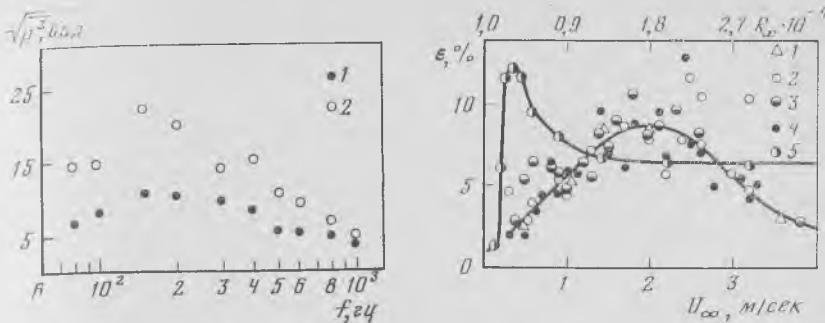


Рис. 3.14. Спектральная плотность среднеквадратичных пульсаций давления при сильно активном движении дельфина (1) и движении по инерции

Рис. 3.15. Результаты измерения пульсаций скорости в пограничном слое дельфина (1—4) и буксируемой жесткой модели тела вращения (по: Козлов, Шакало [79]; Цыганюк [80])

рение около 3 м/с²) движения дельфина (зачерненные точки) и пассивного (светлые точки) при одном и том же значении средней скорости движения.

Приведенные результаты позволяют сделать следующие выводы.

1. Скорость обтекания дельфина при его активном движении непостоянна. Изменение скорости обтекания происходит в такт с движениями тела. Как только прекращаются колебательные движения тела, скорость обтекания монотонно убывает.

2. Пульсации давления в пограничном слое при активном движении дельфина имеют нестационарный характер и амплитудно модулированы.

3. Амплитуда пульсаций давления зависит от характера движения дельфина. На участке пассивного движения дельфина уровень пульсаций давления в пограничном слое соответствует развитому турбулентному обтеканию, на участке же активного движения уровень пульсаций давления значительно меньше и соответствует недостаточно развитому турбулентному обтеканию.

4. Отмеченные особенности обтекания активно движущегося дельфина связаны, по-видимому, с наличием отрицательного градиента давления вдоль колеблющегося тела дельфина.

Здесь необходимо еще раз подчеркнуть, что измерения пульсаций давления проведены в области миделя, где отрицательный градиент имеет наименьшую абсолютную величину. И даже в этом случае его влияние на структуру пограничного слоя вполне заметно.

Интересные результаты измерения пульсаций скорости в пограничном слое дельфина приведены в работе Козлова и Шакало [79]. Они проводили измерения с помощью термоанемометра, закрепленного на боку дельфина перед спинным плавником. Расстояние от носа животного до точки измерения составляло 0,9 м. Расстояние между нитью термоанемометра и поверхностью кожи животного было около 1 мм. Степень свободной турбулентности в акватории составляла 0,5 %. На рис. 3.15 приведены экспериментальные данные (1—4). Для сравнения на том же графике приведены данные А. М. Цыганюка [80] по измерению степени турбулентности в пограничном слое буксируемой жесткой модели (тело вращения). Носовая оконечность модели имела форму эллипсоида вращения с отношением осей 2 : 1. Диаметр модели составлял 22 см. Расстояние от носа модели до точки измерения было 1,2 м, а от поверхности модели до точки измерения 0,5 мм. Измерения проводились при равномерном движении модели.

При анализе экспериментальных данных, приведенных на рис. 3.15, авторы делают вывод о независимости степени турбулентности в пограничном слое дельфина от режима его движения.

Этот вывод представляется малоубедительным, так как разброс показаний весьма велик. Логически степень турбулентности в пограничном слое должна зависеть от режима движения и от нестационарности. К этому же выводу приводят и описанные выше результаты измерений пульсаций давления в пограничном слое дельфина.

Следующий вывод, к которому приходят авторы цитируемой работы, состоит в том, что переход ламинарного течения в турбулентное в пограничном слое дельфина и на модели начинается приблизительно при одних и тех же числах Рейнольдса. Однако протяженность переходной области на дельфине значительно шире, чем на жесткой модели.

При $Re = 2,7 \cdot 10^6$ у дельфина наблюдается существенное снижение уровня турбулентности почти до уровня ламинарного режима течения, в то время как на жесткой модели уровень турбулентности снижается незначительно. Отмечается также, что в отдельных случаях имеет место сохранение высокого уровня турбулентности при больших числах Рейнольдса.

Значительный интерес представляют корреляционные измерения в пограничном слое на теле дельфина. Они позволяют оценить характер турбулентности, масштабы турбулентных возмущений, степень их когерентности. Использованный нами метод многоканальных измерений пульсаций давления в пограничном слое дельфина позволил провести не только автокорреляционный, но и пространственно-корреляционный анализ. Напомним, что измерения пульсаций давления проводились одновременно в трех точках пограничного слоя с минимальным разделением приемников пульсаций около 6 мм [66]. Приемники были расположены

жены поперек пограничного слоя. Имелась возможность изменять величину разделения между приемниками от 6 до 48 мм. Измерения проводились при скорости движения дельфина до 5 м/с.

На рис. 3.16 показана автокорреляционная функция (в полосе частот 80—850 Гц) пульсаций давления в пограничном слое дельфина (в области его миделя), движущегося слабоактивно со скоростью 450 см/с. По горизонтальной оси отложено время задержки. Характер функции свидетельствует о широкополосности пульсаций давления. Действительно, приняв за интервал корреляции промежуток времени между нулями функции, находим, что он равен $\tau_0 = 4 \cdot 10^{-3}$ с. Ширина полосы полезного сигнала, оцениваемая как $1/\tau_0$, составляет в нашем случае примерно 250 Гц, что согласуется с данными, приведенными на рис. 3.14.

Автокорреляционная функция позволяет также оценить конвективную скорость в пограничном слое (скорость переноса вихрей), которая связана с интервалом корреляции τ_0 и радиусом корреляции d_0 соотношением

$$U_c = d_0/\tau_0. \quad (3.34)$$

За радиус корреляции в нашем случае ориентировочно можно принять толщину пограничного слоя, оцениваемого как 1—2 см. Тогда при $d_0 = 1$ см имеем $U_c = 260$ см/с, а при $d_0 = 2$ см соответственно $U_c = 520$ см/с, что неплохо согласуется с измеренной скоростью, равной 450 см/с. Однако, учитывая, что скорость переноса вихрей, которую в первом приближении можно считать совпадающей со скоростью набегающего потока, измерять, по-видимому, легче, чем толщину пограничного слоя, соотношение (3.35) целесообразно использовать для оценки толщины пограничного слоя (точнее, радиуса корреляции) при известных U_c и τ_0 . Вычисления показывают, что в нашем случае $d_0 = 1,8$ см. Понятно, что точность таких оценок весьма невелика. Однако, когда речь идет о выявлении тенденций изменения оцениваемых величин при изменении режимов плавания животного, такие оценки могут оказаться чрезвычайно полезными.

Результаты измерения поперечной пространственной корреляции $R(0, 0, \zeta)$ в случае движения дельфина по инерции приведены на рис. 3.17—3.19.

На рис. 3.17 по оси абсцисс отложены средние частоты $1/3$ октавных полос анализа. По оси ординат — величина $R(0, 0, \zeta)$ при разделении между приемниками пульсаций давления, равном 6 мм, и скорости движения дельфина, равной 320 см/с (кружки). На этом же графике (треугольники) показана величина корреляции при наличии на дельфине турбулизатора в виде резинового кольца толщиной 5 мм, расположенного в районе грудных плавников.

На рис. 3.18 приведена функция поперечной корреляции в зависимости от величины разделения между приемниками пульса-

Рис. 3.16. Автокорреляционная функция пульсаций давления в пограничном слое дельфина афалины



ций давления. Анализ проводили в $\frac{1}{3}$ -октавной полосе частот 60—85 Гц.

На рис. 3.19 показана поперечная пространственная корреляция в общей полосе частот в зависимости от отношения разделения к толщине вытеснения пограничного слоя (черные кружки). На том же графике сплошной линией приведены данные Виллмарта и Булдриджа [81] для случая турбулентного обтекания плоской пластины.

Приведенные результаты еще раз подтверждают, что обтекание дельфина, движущегося по инерции, является чисто турбулентным в интервале чисел Рейнольдса $2 \cdot 10^6$ — $5,5 \cdot 10^6$, соответствующих точке расположения измерителей пульсаций давления.

Как было показано выше, на теле активно плывущего дельфина формируется значительный отрицательный градиент давления, приводящий к заметным изменениям тонкой структуры пограничного слоя: уменьшению уровня и изменению спектра пульсаций давления. В случае же движения дельфина по инерции структура пограничного слоя на теле дельфина такая же, как на жестком теле. Эти результаты позволяют сделать важный вывод о зависимости касательных напряжений и местного коэффициента сопротивления в различных участках на теле дельфина от режима его плавания.

Этот вывод настолько важен, что не может быть принят безоговорочно, хотя и представляется очевидным в свете представленных выше результатов исследований. Очень нужны для подтверждения сделанного вывода прямые измерения касательных напряжений в пограничном слое на теле свободно плавающего дельфина.

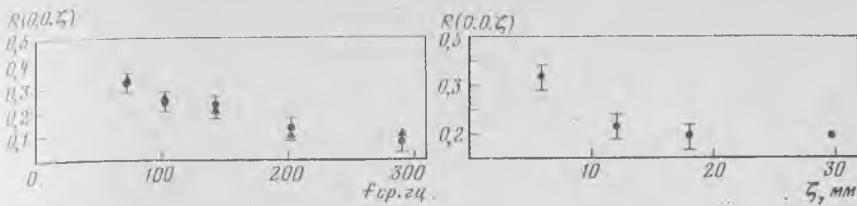


Рис. 3.17. Поперечная пространственная корреляция пульсаций давления в пограничном слое дельфина при движении дельфина по инерции с турбулизатором и без него в зависимости от частоты

Рис. 3.18. Поперечная пространственная корреляция пульсаций давления в пограничном слое дельфина при его движении по инерции в зависимости от величины разделения между приемниками

Такие измерения были проведены с помощью специально разработанного измерителя касательных напряжений и автономной регистрирующей аппаратуры, закрепляемой на спинном плавнике животного. Измеритель касательных напряжений располагали поочередно в различных точках на правом боку дельфина на расстояниях от носа, составляющих соответственно 0,4; 0,5; 0,67 и 0,78 его длины, а также непосредственно на хвостовой лопасти животного. Чувствительный элемент измерителя располагали на расстоянии 3 мм от поверхности тела, что составляет около 0,2—0,25 толщины пограничного слоя. По Шлихтингу [76], касательные напряжения на таком расстоянии от поверхности практически совпадают с касательными напряжениями на самой поверхности.

Наиболее типичные результаты для всех точек, в которых проводились измерения, представлены на рис. 3.20. По оси абсцисс отложено время в секундах от начала движения, по оси ординат — скорость плавания (черные точки) и местный коэффициент сопротивления (крестики) в относительных единицах.

Отчетливо видны участки движения с положительным ускорением, с постоянной скоростью и с замедлением. В период времени между 6,4 и 7,4 с дельфин вынырнул для выдоха-вдоха. Перед выныриванием заметно небольшое понижение его скорости, связанное, по-видимому, с прекращением тяги. Видно, что на участке ускоренного движения дельфина местный коэффициент сопротивления наименьший, а при движении дельфина с замедлением (по инерции) — наибольший. Разница между наименьшим и наибольшим значениями весьма значительна. Примечательно, что в данном конкретном случае наибольшего значения местный коэффициент сопротивления достигал дважды за время движения дельфина: непосредственно перед выдохом-вдохом и при переходе к движению по инерции в конце пробега. В других случаях перед выныриванием дельфина для выдоха-вдоха не всегда наблюдается понижение скорости плавания и со-

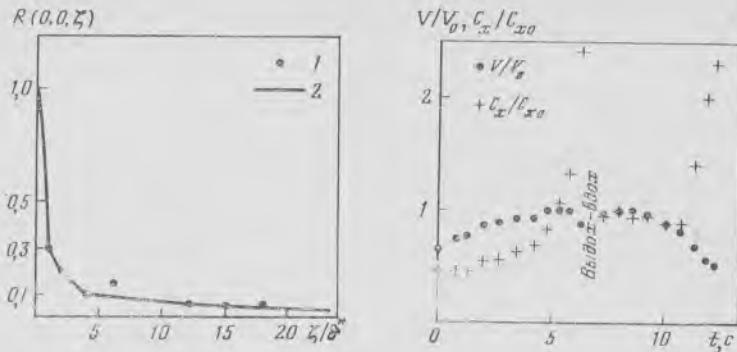


Рис. 3.19. Поперечная пространственная корреляция пульсаций давления в зависимости от отношения разделения к толщине вытеснения в пограничном слое дельфина (1) и плоской пластины (2) (по данным работы [81])

Рис. 3.20. Зависимость скорости плавания (черные точки) и местного коэффициента сопротивления (крестики) от времени в процессе плавания дельфина афалины

ответствующее ему повышение местного коэффициента сопротивления, но в конце плавания — всегда.

Ниже приведены усредненные по 5 пробегам дельфина относительные значения местного коэффициента сопротивления для трех режимов его плавания: ускоренного, с постоянной скоростью и замедленного. Величина $C_{x,\max}$ представляет собой местный коэффициент сопротивления при движении дельфина с замедлением. За единицу принято значение относительного коэффициента сопротивления в режиме замедленного движения дельфина.

Режим плавания	$C_x/C_{x,\max}$
Замедленный	1
С постоянной скоростью .	0,6
С ускорением	0,4

Как видно, при ускоренном движении дельфина и уже осуществившейся турбулизации пограничного слоя местный коэффициент сопротивления оказывается в 2,5 раза меньше, чем в режиме движения по инерции. При движении с постоянной скоростью коэффициент сопротивления оказывается меньше в 1,7 раза.

Здесь следует подчеркнуть, что значение касательного напряжения в каждом режиме плавания получали как среднее арифметическое всех значений, соответствующих данному режиму. Если еще раз обратиться к рис. 3.20, то можно видеть, что отношение максимального значения касательного напряжения в

режиме замедленного движения и минимального значения в режиме ускоренного движения много больше, чем 2,5.

При расположении измерителя касательных напряжений в точках, отстоящих от носа на 0,4 и 0,78 его длины, оказалось, что местный коэффициент сопротивления в режиме движения с постоянной скоростью в точке $0,78 l$ в 4,7 раза меньше, чем в точке $0,4 l$. Здесь l — длина тела животного. Этот результат, так же как и предыдущий, находится в хорошем согласии с изложенными выше результатами исследований распределения динамического давления на теле дельфина (см. рис. 3.6).

При расположении измерителя касательных напряжений непосредственно на хвостовой лопасти животного обнаружен перемежающийся характер обтекания с исключительной нестабильностью значений местного коэффициента сопротивления. Этот факт легко объяснить нестабильностью значений градиента давления на хвостовой лопасти в различных фазах его движения.

Мы провели сопоставление теоретических и экспериментальных данных, касающихся дельфинов. По рыбам экспериментальных данных значительно меньше. Тем не менее есть работа [82], в которой исследовано распределение динамического давления на теле живой и мертвый рыбы (*Pomatomus saltatrix*). На рис. 3.21 приведены результаты. На силуэте рыбы показаны точки, в которых измеряли динамическое давление с помощью подкожных жидкостных манометров. На 8 графиках, соответствующих 8 экземплярам исследованных рыб, показаны величины динамического давления в зависимости от скорости плавания. Видно, что величины давления резко увеличиваются с ростом скорости плавания. Общий характер распределения давления такой же, как и на жестких телах соответствующей формы. Однако есть и различия, которые хорошо видны на рис. 3.22, а и б, где показаны распределения давления на дорзальной (а) и латеральной (б) сторонах тела рыбы.

На латеральной стороне тела рыбы (б) за миделем везде наблюдается положительный градиент в полном соответствии с выводами, сделанными в п. 3.3.1.

На дорсальной стороне тела (а) в его средней части (непосредственно за миделем) также наблюдается положительный градиент, который, однако, ближе к хвосту становится нулевым и затем отрицательным (между двумя крайними точками измерения). Причем отрицательный градиент давления присущ лишь живой рыбке, совершающей активные плавательные движения. На теле же мертвой рыбы положительный градиент простирается и на участок между двумя крайними точками измерения (значение давления в крайней точке на теле мертвой рыбы обозначено крестиком).

Эти результаты также находятся в полном согласии с теоретическими выводами, изложенными выше.

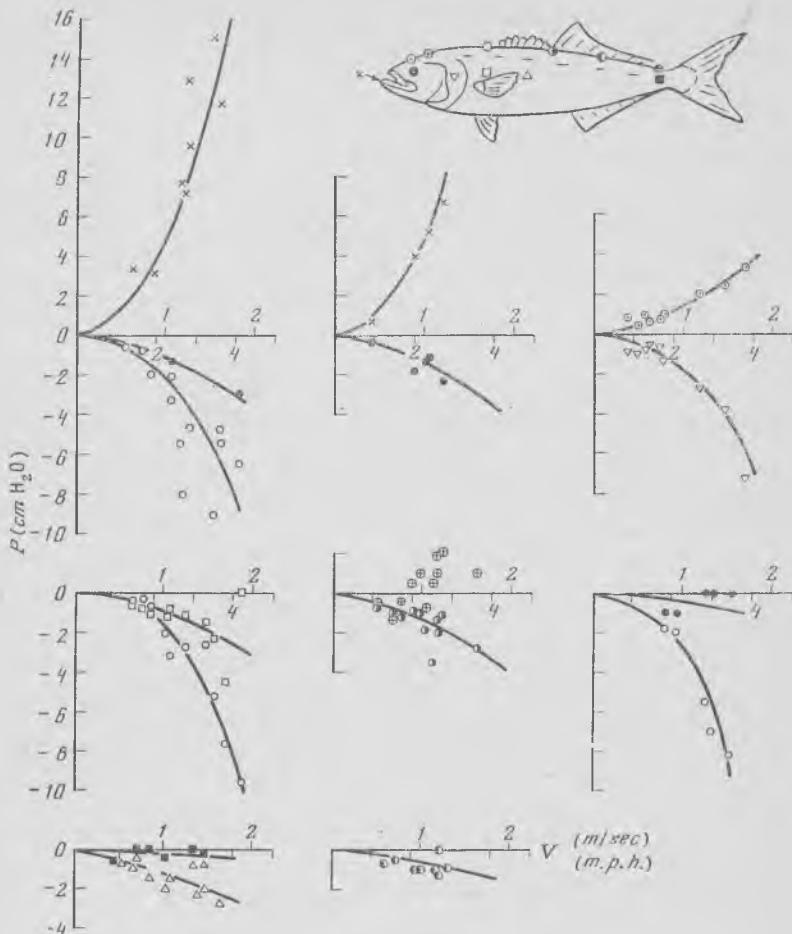


Рис. 3.21. Зависимость величины динамического давления в различных точках тела рыбы от скорости ее плавания (по данным работы [82])

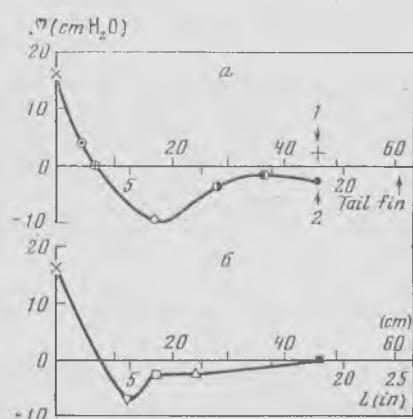


Рис. 3.22. Распределение динамического давления на дорсальной (а) и латеральной (б) сторонах тела рыбы (по данным работы [82])

1 — мертвая рыба;
2 — живая рыба

3.3.3. Оценка формы тела дельфинов и других китообразных

Форма тела дельфина имеет определяющее значение при формировании обтекающего его тело потока воды. Поэтому очень важно знать основные параметры формы тела, в первую очередь влияющие на характер обтекания. Таких параметров три: относительное удлинение, представляющее собой отношение длины тела к диаметру круга, равновеликого максимальному поперечному сечению; относительное положение максимального поперечного сечения и угол схода тела вращения, аппроксимирующего

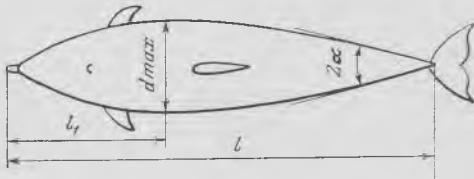


Рис. 3.23. Схематическое изображение тела дельфина

Обозначения в тексте

наилучшим образом тело животного. На рис. 3.23 показано схематически тело дельфина с соответствующими обозначениями. В этих обозначениях удлинение равно отношению l/d_{\max} , относительное положение максимального поперечного сечения — отношению l_1/l , а угол схода можно считать равным половине угла 2α .

Не у всех видов дельфинов и крупных китов форма тела может быть удачно аппроксимирована телом вращения. Тем не менее полезно привести таблицу сравнительных данных, касающихся формы тела различных видов дельфинов и китов. Необходимо только отметить, что за неимением точных данных о максимальной площади поперечного сечения китообразных за максимальный диаметр принят максимальный поперечный размер тела в горизонтальной плоскости. Необходимые размеры тел китообразных взяты из каталога [83] на основе приведенных там фотографий. Сводные данные приведены в табл. 3.2.

Из табл. 3.2 видно, что относительное удлинение всех рассмотренных китообразных заключено в пределах 4—7,6. Относительное положение максимального поперечного сечения — в пределах 0,33—0,45. Угол схода — в пределах 7—15°. Чтобы как-то оценить эти цифры, обратимся к работе [73], в которой проведен расчет характеристик ламинарного пограничного слоя для серии тел вращения с различными параметрами формы. Не останавливаясь на анализе методов расчета, приведем только основные результаты, которые сводятся к следующему.

1. Условием обеспечения практически безотрывного обтекания тела вращения при реализации ламинарной формы течения в пограничном слое является

$$\alpha \leqslant 6,5^\circ. \quad (3.35)$$

Таблица 3.2

№ п/п	Вид	l/d_{\max}	l_1/l	α°
1	<i>Tursiops truncatus</i>	5,4	0,35	10
2	<i>Phocaena phocaena</i>	4,7	0,40	15
3	<i>Lagenorhynchus obliquidens</i>	6,9	0,36	8
4	<i>Stenella graffmani</i>	7,1	0,35	7
5	<i>Stenella longirostris</i>	7,6	0,34	7
6	<i>Delphinus delphis</i>	6,1	0,36	—
7	<i>Phocoenoides dalli</i>	4,6	0,33	13
8	<i>Lissodelphis borealis</i>	7,5	0,36	7
9	<i>Eschrichtius robustus</i>	4,5	0,40	10
10	<i>Berardius bairdi</i>	6,0	0,39	—
11	<i>Pseudorca crassioleus</i>	6,9	0,38	—
12	<i>Physeter catodon</i>	5,1	0,45	—
13	<i>Kogia breviceps</i>	4,0	0,42	—

2. Минимальным сопротивлением при ламинарном обтекании и числах Рейнольдса порядка 10^8 обладает тело вращения с удлинением около 9 и относительным положением максимального поперечного сечения, равном 0,21.

3. Минимальным сопротивлением при турбулентном обтекании обладает тело вращения с удлинением в пределах 5,5–7 и относительным положением максимального диаметра около 0,4.

Сопоставление этих данных с данными табл. 3.2 позволяет сделать следующие выводы.

1. Угол схода тел китообразных превышает предельный (с отношение (3.36)), при котором должен наблюдаться отрыв пограничного слоя (ламинарного). Это значит, что либо у дельфинов при ламинарном обтекании должен наблюдаться отрыв пограничного слоя, либо они должны иметь возможность предотвращать отрыв. Выше мы видели, что в случае активного плавания на теле дельфинов формируется отрицательный градиент давления, достаточный для предотвращения отрыва.

2. Тело китообразных не является оптимальным в смысле минимизации сопротивления при ламинарном обтекании. Здесь имеется в виду в первую очередь опасность отрыва ламинарного пограничного слоя, о которой говорилось выше. Однако, как мы видели, у китообразных, и в частности у дельфинов, эта опасность отсутствует.

3. Форма тела китообразных приближается к оптимальной с точки зрения минимизации сопротивления при турбулентном обтекании.

Таким образом, можно считать, что с учетом наличия отрицательного градиента давления на теле дельфина (и, очевидно,

других китообразных) форму их тела можно считать оптимальной как для ламинарного, так и для турбулентного обтекания. Это одно из наиболее важных адаптивных приспособлений, созданных природой.

Глава 4

РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

В одной из своих работ [28] Лайтхилл очень доходчиво объяснил назначение математического моделирования тех или иных природных процессов вообще и моделирования механизмов плавания рыб в частности. Основное назначение математического моделирования в наше время он видит в том, чтобы дать в руки исследователей инструмент, позволяющий осуществлять количественную оценку параметров изучаемых процессов с помощью ограниченных возможностей вычислительной техники. Именно потому, что возможности вычислительной техники не безграничны, необходима модель с небольшим числом параметров, достаточно корректно описывающая сущность процессов, с одной стороны, и допускающая использование вычислительной техники — с другой.

Именно поэтому, переходя к заключительным разделам книги, мы должны особое внимание уделить получению расчетных соотношений для оценки энергетических и силовых параметров плавания рыб и дельфинов.

Из всех теоретических моделей, рассмотренных в гл. 1, только теория тонкого тела и упрощенный вариант теории крыла ко-нечного удлинения позволяют получить достаточно простые расчетные соотношения. Наиболее полный вариант теории полуулунного хвостового плавника, развитый в работах [34—37], остается пока незавершенным и не доведенным до простых расчетных формул.

Теория тонкого тела применима без больших оговорок только к описанию плавания угревидных и скомбройдных рыб. Надо лишь помнить, что малоамплитудная теория дает несколько завышенные оценки (приблизительно на 20%) по сравнению с теорией произвольной амплитуды.

Что же касается рыб с полуулунным хвостовым плавником и дельфинов, то применение теории тонкого тела для описания их плавания возможно лишь с большими оговорками. Это обстоятельство мы будем учитывать в дальнейшем.

Для получения расчетных формул мы примем за основу вариант теории тонкого тела, развитый Ву [20], так как он, по-видимому, более всего соответствует реальным условиям обтекания рыб и дельфинов. Однако в отличие от Ву мы будем учты-

вать подсасывающую силу в пределах всего тела животного, а не только на расширяющихся участках, как это сделано у Ву. Правомочность такого подхода показал Г. В. Логвинович [40, 42].

Что же касается вариантов теории Лайтхилла и Логвиновича, то соответствующие расчетные формулы являются частью формул варианта Ву.

4.1. Расчетные соотношения для оценки характеристик плавания рыб

Расчетные соотношения мы составим в системе координат, начало которой совмещено с кончиком носа рыбы ($x=0$), а ось x направлена от головы к хвосту. Координату наибольшей высоты тела рыбы обозначим как $x=x_1$, координату точки тела с наименьшей высотой (вблизи хвостовой лопасти) — $x=x_2$, координату кромки хвоста — $x=l$. В этом случае формулы, полученные Ву, несколько изменятся и примут следующий вид.

Мощность, развиваемая телом в процессе движения:

$$\bar{P} = m(l) U \left(\overline{\frac{\partial h}{\partial t} v_n} \right)_{x=l} - U \int_{x_1}^{x_2} \overline{\frac{\partial h}{\partial t} v_n} \frac{\partial m}{\partial x} dx, \quad (4.1)$$

где $v_n = \frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial h}{\partial x}$.

Кинетическая энергия жидкости в единицу времени

$$\bar{E} = \frac{1}{2} m(l) U \overline{v_n^2}(l) - U \int_{x_1}^{x_2} \overline{v_n^2(x)} \frac{\partial m}{\partial x} dx. \quad (4.2)$$

Тяга

$$\bar{T} + \bar{T}_s = \frac{1}{2} m(l) \left[\left(\frac{\partial h}{\partial t} \right)^2 - U^2 \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \right]_{x=l} + U \int_{x_1}^{x_2} \overline{\frac{\partial h}{\partial x} v_n} \frac{\partial m}{\partial x} dx. \quad (4.3)$$

Тянувшая сила

$$\bar{T} = \frac{1}{2} m(l) \left[\left(\frac{\partial h}{\partial t} \right)^2 - U^2 \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \right]_{x=l} - \frac{1}{2} \int_0^l \overline{v_n^2} \frac{\partial m}{\partial x} dx. \quad (4.4)$$

Подсасывающая сила

$$\bar{T}_s = \frac{1}{2} \int_0^l \overline{v_n^2} \frac{\partial}{\partial x} dx. \quad (4.5)$$

Закон деформации тела рыбы в процессе активного движения мы, как и раньше, примем в форме

$$h(x, t) = H(x) \cos [\omega t - \varphi(x)] + h_3(x - b_{00}) \cos \omega t + h_4(x - b_{00}) \sin \omega t \quad (4.6)$$

или в форме

$$h(x, t) = h(x) \sin (\omega t + \alpha), \quad (4.7)$$

где

$$H(x) = h_{\text{хв.о}} \left[\frac{h_{\Gamma.0}}{h_{\text{хв.о}}} - 1 + \left(2 - \frac{h_{\Gamma.0}}{h_{\text{хв.о}}} \right)^{\left(\frac{x}{l}\right)^y} \right]; \quad (4.8)$$

$$h(x) = \sqrt{\frac{[H(x) \sin \varphi(x) + h_4(x - b_{00})]^2 +}{[H(x) \cos \varphi(x) + h_3(x - b_{00})]^2}}; \quad (4.9)$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{H(x) \cos \varphi(x) + h_3(x - b_{00})}{H(x) \sin \varphi(x) + h_4(x - b_{00})}; \quad (4.10)$$

$$\varphi(x) = k(x)x. \quad (4.11)$$

Значение $k(x)$ для двух видов рыб определено формулами (2.40) и (2.41).

Смысъл входящих в эти выражения кинематических параметров разъяснен в п. п. 2.2 и 2.3.

4.2. Расчетные соотношения для оценки характеристик плавания дельфинов

Применительно к рыбам, у которых хвостовая лопасть является продолжением тела как гибкой структуры, приведенные выше расчетные соотношения применимы без каких-либо ограничений, кроме тех, которые упоминались во введении к настоящей главе. Что же касается дельфинов, то для них характерна значительная подвижность хвостовой лопасти относительно стебля и ее полуулунная форма. В этом случае хвостовая лопасть может рассматриваться как крыло, причем достаточно жесткое, которое в процессе плавания животного характеризуется вполне определенным углом атаки, изменяющимся по определенному закону. В последние годы уже появились работы по экспериментальному определению угла атаки хвостовой лопасти дельфинов в процессе активного плавания [58]. Поэтому целесообразно попытаться применить выводы теории тонкого тела и получить расчетные соотношения для оценки характеристик плавания дельфинов в функции угла атаки хвостовой лопасти. Для этого воспользуемся формулами (4.1)–(4.5) и учтем, что

$$v_n \simeq \alpha U_i. \quad (4.12)$$

Здесь α — угол атаки, U_i — мгновенное значение скорости потока, обтекающего лопасть. Вводя в рассмотрение мгновенную скорость, мы тем самым до некоторой степени учитываем тот

факт, что амплитуда колебаний хвоста дельфина не может считаться малой. Мгновенное значение скорости обтекания можно представить в виде

$$U_t = \sqrt{U^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)_{x=l}^2}; \quad (4.13)$$

где

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \omega h_{XB} \cos(\omega t + \varphi_1). \quad (4.14)$$

Угол атаки можно записать следующим образом:

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi_2), \quad (4.15)$$

причем, согласно работе [58],

$$\varphi_1 = \varphi_2 + \pi. \quad (4.16)$$

Подставив (4.14) — (4.16) в первые члены формул (4.1) — (4.5), получим следующие расчетные соотношения.

Мощность

$$\bar{P} = \frac{m(l) U^2 \alpha_0 \omega h_{XB} \sqrt{\lambda^2 + 4}}{2(V\lambda^2 + 4 + 2)} \left[1 + \frac{3(\omega h_{XB})^2}{8U^2} \right] - \\ - U \int_{x_1}^{x_2} \overline{\frac{\partial h}{\partial t}} v_n \frac{\partial m}{\partial x} dx. \quad (4.17)$$

Кинетическая энергия в единицу времени

$$\bar{E} = \frac{m(l) U^3 \alpha_0^2 (\lambda^2 + 4)}{4(V\lambda^2 + 4 + 2)^2} \left[1 + \frac{3\omega^2 h_{XB}^2}{4U^2} \right] - U \int_{x_1}^{x_2} v_n^2(x) \frac{\partial m}{\partial x} dx. \quad (4.18)$$

Тяга

$$\bar{T} + \bar{T}_s = \frac{m(l) U \alpha_0 \sqrt{\lambda^2 + 4}}{4(V\lambda^2 + 4 + 2)} \left(2\omega h_{XB} \left[1 + \frac{3\omega^2 h_{XB}^2}{8U^2} \right] - \right. \\ \left. - \frac{U \alpha_0 \sqrt{\lambda^2 + 4}}{V\lambda^2 + 4 + 2} \left[1 + \frac{3\omega^2 h_{XB}^2}{4U^2} \right] \right) + U \int_{x_1}^{x_2} \overline{\frac{\partial h}{\partial x}} v_n \frac{\partial m}{\partial x} dx. \quad (4.19)$$

Тянувшая сила

$$\bar{T} = \frac{m(l) U \alpha_0 \sqrt{\lambda^2 + 4}}{4(V\lambda^2 + 4 + 2)} \left(2\omega h_{XB} \left[1 + \frac{3\omega^2 h_{XB}^2}{8U^2} \right] - \right. \\ \left. - \frac{U \alpha_0 \sqrt{\lambda^2 + 4}}{V\lambda^2 + 4 + 2} \left[1 + \frac{3\omega^2 h_{XB}^2}{4U^2} \right] \right) + \\ + U \int_{x_1}^{x_2} \overline{\frac{\partial h}{\partial x}} v_n \frac{\partial m}{\partial x} dx - \frac{1}{2} \int_0^{x_2} \overline{v_n^2} \frac{\partial m}{\partial x} dx. \quad (4.20)$$

Подсасывающая сила

$$\bar{T}_s = \frac{\rho \pi \lambda^2 \alpha_0^2 U^2 S_{x_B}}{2(V \lambda^2 + 4 + 2)^2} \left(1 + \frac{3\omega^2 h_{x_B}^2}{4U^2} \right) + \frac{1}{2} \int_0^{x_2} \overline{v_n^2} \frac{\partial m}{\partial x} dx. \quad (4.21)$$

Первый член в выражении для подсасывающей силы получен по теории крыла [87] с использованием гипотезы стационарности. Учитывая, что подсасывающая сила составляет, как правило, небольшую часть общей тяги, такую ее оценку можно, по-видимому, считать достаточно правомочной.

Второй член в выражении (4.21) сохраняет прежний вид, однако интегрирование необходимо производить только по длине тела, исключая хвостовую лопасть, так как в пределах хвостовой лопасти величина

$$\partial m / \partial x$$

уже не может считаться малой.

Закон деформации тела дельфинов в процессе активного плавания принимаем в виде

$$h(x, t) = H(x) \sin \left[\omega t - \frac{k_0 \ln(1 + bx)}{b} \right], \quad (4.22)$$

где

$$H(x) = h_{x_B} \left[\frac{h_r}{h_{x_B}} - 1 + \left(2 - \frac{h_r}{h_{x_B}} \right)^{\left(\frac{x}{l}\right)^p} \right]. \quad (4.23)$$

Смысл входящих в это выражение параметров разъяснен в п. 2.4.

4.3. Приближенное вычисление присоединенной массы хвостового плавника рыб с полулунным плавником и дельфинов

Приведенные выше расчетные соотношения могут быть использованы для численных оценок соответствующих величин, если из эксперимента известны параметры, входящие в сформулированные законы деформации тела рыбы или дельфина. Однако в эти соотношения входит еще величина присоединенной массы $m(x)$, которую измерить на живом животном практически невозможно. Ее можно оценить только расчетным путем. Для рыб, плавающих угревидным и скомбройдным способами, это не представляет труда, и соответствующий метод расчета дали Лайтхилл [25] и Логвинович [39, 40]. В соответствии с их рекомендациями присоединенная масса может быть вычислена как

$$m = \rho \pi R^2(x). \quad (4.24)$$

Это выражение справедливо как в пределах тела, так и на

кромке хвоста. Здесь $R(x)$ — большая полуось сечения тела или полуразмах хвостового плавника. Однако этим выражением можно пользоваться лишь в том случае, если выполняется условие

$$\frac{\partial R}{\partial x} \ll 1. \quad (4.25)$$

Это условие в той или иной степени выполняется у большинства рыб, кроме рыб с полулунным хвостовым плавником и дельфинов.

Характерной особенностью полулунного хвостового плавника, которым обладают некоторые рыбы и все китообразные, является то, что в направлении его продольной оси производная $\partial R/\partial x$ может достигать значительной величины (у афалин, например, около 1,5) и, таким образом, метод оценки присоединенной массы срыва по формуле (4.24) оказывается неприменимым.

На рис. 4.1 приведена фотография хвостового плавника дельфина афалины, иллюстрирующая сказанное выше.

Однако если рассматривать хвостовой плавник в направлении оси z и за текущий размер плавника брать величину r (рис. 4.2), то оценки показывают, что в этом случае для афалины

$$\frac{\partial r}{\partial z} \approx 0,35. \quad (4.26)$$

Такое значение производной уже может считаться малым и, следовательно, применим метод вычисления присоединенной массы по формуле (4.24) *.

Заменим хвостовой плавник, представленный на рис. 4.1, равновеликой ему по площади треугольной фигурой, показанной на рис. 4.2, или более сложной фигурой, представленной на рис. 4.3. Тогда присоединенную массу пластинки, показанной на рис. 4.2 и колеблющейся в направлении оси y , можно представить как

$$m = 2\rho\pi \int_0^{R_1} \frac{r^2}{4} dz. \quad (4.27)$$

Из рассмотрения треугольника AOB на рис. 4.2 очевидно, что

$$r = \frac{h}{R_1} (R_1 - z). \quad (4.28)$$

Подставив (4.28) в (4.27) и проинтегрировав, получим

$$m = \frac{\rho\pi h^2 R_1}{6}. \quad (4.29)$$

Мы вычислили присоединенную массу хвостовой лопасти как единого целого. Однако во всех предыдущих формулах участвует величина $m(x)$, представляющая собой присоединенную мас-

* Идея такого подхода принадлежит С. Г. Пушкину.



Рис. 4.1. Фотография хвостового плавника дельфина афалины

су на единицу длины тела. Поэтому разделим полученное выражение (4.29) на эффективный продольный размер хвостового плавника и получим окончательное выражение в виде

$$m = \frac{\rho \pi h R_1}{3} = \frac{\rho \pi h R_1^2}{3 S_{x_B}} = \frac{\rho \pi h^2 \lambda}{12}. \quad (4.30)$$

Под эффективным продольным размером хвостового плавника мы имеем в виду величину

$$a = \frac{S_{x_B}}{2R_1} = \frac{2R_1}{\lambda}. \quad (4.31)$$

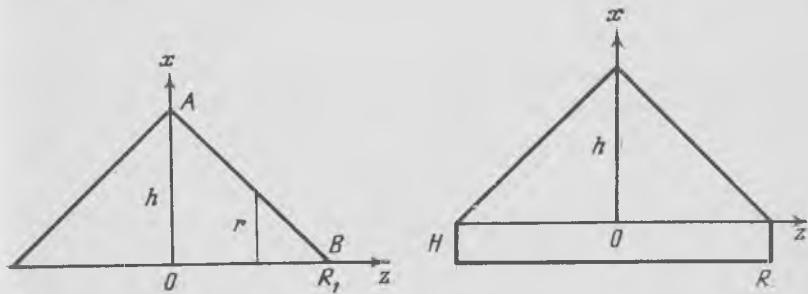


Рис. 4.2. Аппроксимация хвостового плавника дельфина треугольным крылом
h — хорда крыла; r — текущий размер; R₁ — полуразмах крыла

Рис. 4.3. Аппроксимация хвостового плавника дельфина стреловидным крылом
(h+H) — хорда крыла. R₁ — полуразмах крыла

Если хвостовой плавник дельфина аппроксимирован стреловидным крылом, показанным на рис. 4.3, то аналогичный расчет приводит к несколько иному выражению для присоединенной массы хвостовой лопасти на единицу длины:

$$m = \frac{\rho \pi R_1}{2H + h} \left(\frac{h^2}{3} + hH + H^2 \right). \quad (4.32)$$

4.4. Распределение тяущей силы и тяги вдоль тела рыбы или дельфина

Представляет интерес оценить распределение тяущей силы и тяги вдоль тела активно плывущего дельфина. Это позволит прояснить вклад собственно тела в создание тяущей силы и тяги по сравнению с аналогичным вкладом хвостовой лопасти.

Обычно в научной литературе преобладает убеждение, что тяга создается лишь хвостовым отделом.

За основу примем выражение Ву для тяущей силы и запишем элементарную тяущую силу в следующем виде:

$$dT = -\frac{\partial h}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) \left[\left(\frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial h}{\partial x} \right) m(x) \right] dx$$

на участке $0 < x < x_1$ (4.33)

и

$$dT = -\frac{\partial h}{\partial x} \left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial h}{\partial x} \right) \right] m(x) dx$$

на участке $x_1 < x < x_2$. (4.34)

В этих выражениях, как и раньше, оператор

$$\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} = \frac{d}{dt} \quad (4.35)$$

представляет собой полную производную по времени, примененную в первом случае к произведению

$$\left(\frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial h}{\partial x} \right) m(x), \quad (4.36)$$

а во втором случае только к величине

$$\frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial h}{\partial x}. \quad (4.37)$$

Выполнив операцию дифференцирования в (4.33) и (4.34), воспользовавшись предложенным ранее законом деформации тела дельфина в процессе активного плавания (4.22) и усредняя по

времени за период колебания, получим окончательно

$$\begin{aligned}
 \overline{dT}_1 = & \left\{ \frac{m(x) h_{\text{KB}}^2 \omega^2 a \gamma}{2l} \left(1 - \frac{U^2}{C_r^2 (1 + bx)^2} \right) \left(\frac{x}{l} \right)^{\gamma-1} \times \right. \\
 & \times \left[K_r - 1 + e^{a \left(\frac{x}{l} \right)^\gamma} \right] e^{a \left(\frac{x}{l} \right)^\gamma} - \frac{m(x) U^2 h_{\text{KB}}^2 a^2 \gamma^2}{2l^3} \times \\
 & \times \left[\gamma a \left(\frac{x}{l} \right)^\gamma + (\gamma - 1) \right] \left(\frac{x}{l} \right)^{\gamma-3} e^{2a \left(\frac{x}{l} \right)^\gamma} + \\
 & + \frac{m(x) U^2 h_{\text{KB}}^2 \omega^2 b}{2C_r^2 (1 + bx)^3} \left[K_r - 1 + e^{a \left(\frac{x}{l} \right)^\gamma} \right]^2 + \\
 & + \frac{Uh_{\text{KB}}^2 \omega^2}{2C_r (1 + bx)} \left(1 - \frac{U}{C_r (1 + bx)} \right) \left[K_r - 1 + e^{a \left(\frac{x}{l} \right)^\gamma} \right]^2 \frac{\partial m(x)}{\partial x} - \\
 & \left. - \frac{U^2 h_{\text{KB}}^2 a^2 \gamma^2}{2l^2} \left(\frac{x}{l} \right)^{\gamma-2} e^{2a \left(\frac{x}{l} \right)^\gamma} \frac{\partial m(x)}{\partial x} \right\} dx \\
 \text{на участке } 0 < x < x_1, \tag{4.38}
 \end{aligned}$$

где $a = \ln \left(2 - \frac{h_r}{h_{\text{KB}}} \right)$ и

$$\begin{aligned}
 \overline{dT}_2 = & \left\{ \frac{m(x) h_{\text{KB}}^2 \omega^2 a \gamma}{2l} \left(1 - \frac{U^2}{C_r^2 (1 + bx)^2} \right) \left(\frac{x}{l} \right)^{\gamma-1} \times \right. \\
 & \times \left[K_r - 1 + e^{a \left(\frac{x}{l} \right)^\gamma} \right] e^{a \left(\frac{x}{l} \right)^\gamma} - \\
 & - \frac{m(x) U^2 h_{\text{KB}}^2 a^2 \gamma^2}{2l^3} \left[\gamma a \left(\frac{x}{l} \right)^\gamma + (\gamma - 1) \right] \left(\frac{x}{l} \right)^{\gamma-3} e^{2a \left(\frac{x}{l} \right)^\gamma} + \\
 & + \frac{m(x) U^2 h_{\text{KB}}^2 \omega^2 b}{2C_r^2 (1 + bx)^3} \left[K_r - 1 + e^{a \left(\frac{x}{l} \right)^\gamma} \right]^2 \right\} dx \\
 \text{на участке } x_1 < x < x_2. \tag{4.39}
 \end{aligned}$$

Аналогично могут быть получены соответствующие выражения для рыб, если воспользоваться выражениями для закона деформации их тел.

Добавив к выражениям для тянувшей силы (4.38) и (4.39) выражение для подсасывающей силы (4.5) в дифференциальной форме, получим выражение для распределения тяги вдоль тела.

4.5. Индуктивное сопротивление хвостовой лопасти дельфина

В дальнейшем нам понадобится расчетная формула для оценки индуктивного сопротивления хвостового плавника дельфина или аппроксимирующей его жесткой пластинки.

Известно, что индуктивное сопротивление крыла конечного размаха определяется выражением [87]

$$X_i = Y_{\text{с}} = \varepsilon c_y \frac{\rho U_i^2}{2} S_{\text{kp}}. \quad (4.40)$$

Выражение для угла скоса потока имеет вид

$$\varepsilon = \frac{2\alpha}{\sqrt{\lambda^2 + 4} + 2}. \quad (4.41)$$

Подставляя (4.41) в (4.40), получим

$$X_i = \frac{c_y \alpha \rho U_i^2 S_{\text{kp}}}{\sqrt{\lambda^2 + 4} + 2}. \quad (4.42)$$

Учитывая, что

$$c_y = \frac{2\pi\lambda\alpha}{\sqrt{\lambda^2 + 4} + 2}, \quad (4.43)$$

можно записать усредненное за период колебания значение индуктивного сопротивления

$$\bar{X}_i = \frac{\pi\lambda\rho\alpha_0^2 U S_{\text{kp}}}{(\sqrt{\lambda^2 + 4} + 2)^2} \left[1 + \frac{3\omega^2 h_{\text{кв}}^2}{4U^2} \right]. \quad (4.44)$$

При выводе этого соотношения мы воспользовались представлением мгновенной скорости в виде

$$U_i = \sqrt{U^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)^2},$$

где

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \left(\frac{\partial h}{\partial t} \right)_0 \cos \omega t, \quad (4.45)$$

и угла атаки

$$\alpha = \alpha_0 \cos \omega t, \quad (4.46)$$

а также гипотезой стационарности.

Глава 5

ОЦЕНКА ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДЕЛЬФИНОВ ПО ИЗМЕРЕННЫМ КИНЕМАТИЧЕСКИМ ПАРАМЕТРАМ

В предыдущей главе приведены расчетные соотношения, необходимые для оценки гидродинамических характеристик рыб и дельфинов. Здесь мы дадим оценку величины тяги, развивающей мощности, подсасывающей силы, коэффициента сопротивления, коэффициента полезного действия, коэффициента нагрузки движителя и предельной скорости плавания дельфина афалины.

5.1. Оценка гидродинамических характеристик плавания дельфинов афалин

Для того чтобы можно было провести необходимые оценки с помощью расчетных соотношений, полученных в предыдущей главе, мы должны задаваться вполне конкретными геометрическими и кинематическими характеристиками животного.

Необходимые для расчета геометрические параметры дельфина приведены ниже.

l , м	2,24	$S_{\text{общ}}$, м ²	2,226
$S_{\text{хв}}$, м ²	0,063	R , м	0,25
$S_{\text{тела}}$, м ²	2,4	$m(l)$, кг·м ⁻¹	64,4

В табл. 5.1 приведены кинематические параметры.

При оценке гидродинамических характеристик дельфинов приходится проводить интегрирование по координате вдоль тела довольно сложных функций. Практически это можно осуществить только численными методами. Для этой цели были сняты поперечные размеры тела дельфина в различных точках по его

Таблица 5.1

U , м·с ⁻¹	α_0 , рад	$\frac{h_{\text{хв}}}{l}$	f , с ⁻¹	γ	b , м ⁻¹	$\frac{U}{C_r}$	$K_r = \frac{h_r}{h_{\text{хв}}}$	β_0 , рад
2,2	0,087*	0,177	1,15	3,2	0,07	1,0	0,11	0,52*
4,3	0,06	0,123	2,22	4,2	0,23	1,0	0,21	0,67

* Данные взяты из работы [58].

Таблица 5.2

Параметр	U, м·с ⁻¹		Параметр	U, м·с ⁻¹	
	2,2	4,3		2,2	4,3
($\bar{T} + T_s$), н	12,6	34,6	\bar{X}_i , н	0,72	0,47
\bar{T}_s , н	-2,4	-2,26	η	0,60	0,79
P, Вт	46,0	188,8	ξ	0,00221	0,00162

Таблица 5.3

x, м	R, м	m(x), кг·м ⁻¹	$\frac{\Delta m}{\Delta x}$, кг·м ⁻²	x, м	R, м	m(x), кг·м ⁻¹	$\frac{\Delta m}{\Delta x}$, кг·м ⁻²
0,1	0,02	1,3	-25,1	1,1	0,167	87,6	+136,3
0,2	0,08	20,1	-301,4	1,2	0,152	72,5	+143,2
0,3	0,127	50,6	-374,8	1,3	0,133	55,5	+155,2
0,4	0,159	79,4	-319,6	1,4	0,113	40,1	+142,6
0,5	0,179	100,6	-224,3	1,5	0,096	28,9	+105,6
0,6	0,196	120,6	-209,2	1,6	0,079	19,6	+84,3
0,7	0,204	130,7	-109,2	1,7	0,056	9,8	+80,9
0,8	0,203	129,4	+19,1	1,8	0,038	4,5	+43,6
0,9	0,193	117,0	+115,4	1,9	0,028	2,5	+16,6
1,0	0,180	101,7	+152,6	2,0	0,028	2,5	0

длине через каждые 0,1 м. Эти данные приведены в табл. 5.2, где x — расстояние от носа дельфина, R — поперечный полуразмер тела, $m(x)$ — присоединенная масса тела на единицу длины, $\frac{\Delta m}{\Delta x}$ — изменение присоединенной массы по длине тела.

В табл. 5.2 приведены результаты вычислений тяги, подсывающей силы, мощности, индуктивного сопротивления, коэффициента полезного действия и коэффициента сопротивления дельфина для двух значений скорости плавания.

Значения коэффициента сопротивления, приведенные в табл. 5.2, вычислены по формуле

$$\xi = \frac{2(\bar{T} + \bar{T}_s - \bar{X}_i)}{\rho U^2 S_{\text{общ}}} . \quad (5.1)$$

Считается, что сила сопротивления, включающая в себя сопротивление трения и сопротивление формы, равна силе тяги (за вычетом индуктивного сопротивления хвостовой лопасти) при постоянной скорости плавания животного.

Обращает на себя внимание то обстоятельство, что вычисленный коэффициент сопротивления дельфина значительно ниже

турбулентного, который в данном случае (при числах Рейнольдса порядка $0,5-1 \cdot 10^7$) близок к величине, равной $\xi=0,004$ (с учетом сопротивления формы). В то же время он выше ламинарного.

Гидродинамический коэффициент полезного действия близок к 80%, что хорошо согласуется с оценками по теории полулуенного хвостового плавника, сделанными в гл. 1, п. 1.3.3.

Оценим значение коэффициента нагрузки движителя дельфина, определяемого следующим соотношением:

$$\sigma = \frac{2(\bar{T} + \bar{T}_s)}{\rho S_{\text{следа}} U^2}, \quad (5.2)$$

где

$$S_{\text{следа}} = 4R_1 h_{\text{хв.}} \quad (5.3)$$

При скорости плавания 4,3 м/с коэффициент нагрузки оказывается равным 0,007, при скорости 2,2 м/с он составляет 0,016.

5.2. Оценка распределения тяги вдоль тела дельфина афалины

Воспользовавшись, как и прежде, табл. 5.1, в которой сведены необходимые для расчета кинематические параметры плавания дельфина афалины, а также табл. 5.3 основных геометрических параметров, нетрудно по соотношениям (4.38) и (4.39) рассчитать распределение тянущей силы вдоль тела животного.

На рис. 5.1 графически представлено такое распределение (пунктирная линия). На том же рисунке сплошной линией показано распределение тяги, полученное как сумма значений тянущей силы и подсасывающей силы. Распределение подсасывающей силы получено по формуле

$$d\bar{T}_s = \frac{1}{2} \bar{v}_n^2(x) \frac{\partial m}{\partial x} dx \quad (5.4)$$

с использованием того же закона деформации тела животного (4.22).

Интегральные значения тянущей силы и тяги, развиваемые собственно телом животного, показаны в виде столбиков, изображенных напротив средней части тела. Эти значения вычислены как интегралы от выражений (4.38) и (4.39):

$$\bar{T} = \int_0^{x_1} d\bar{T}_1 + \int_{x_1}^{x_2} d\bar{T}_2, \quad (5.5)$$

что дает тянущую силу, а также в сумме с подсасывающей силой

$$\bar{T} + \bar{T}_s = \int_0^{x_1} d\bar{T}_1 + \int_{x_1}^{x_2} d\bar{T}_2 + \int_0^{x_2} d\bar{T}_s, \quad (5.6)$$

что дает тягу.

Интегрирование в формулах (5.4) — (5.6) осуществлено только в пределах собственно тела животного, исключая хвостовую лопасть.

На рис. 5.1 видно, что гидродинамические силы распределены неравномерно вдоль тела.

На рис. 5.1 показаны также величины тянувшей силы и тяги, развиваемые хвостовой лопастью животного. Они изображены в виде столбиков над хвостовой лопастью. Вычислены они как разность полной тянущей силы и полной тяги, развиваемых телом и хвостовой лопастью животного, и тянущей силы и тяги, развиваемых только его телом.

Полная тянувшая сила и полная тяга представлены соотношениями соответственно (4.20) и (4.19). Тянувшая сила и тяга, обусловленные только телом животного, даны соотношениями (5.5) и (5.6).

Анализ данных, представленных на рис. 5.1, показывает, что собственно тело животного вносит значительный вклад в об-

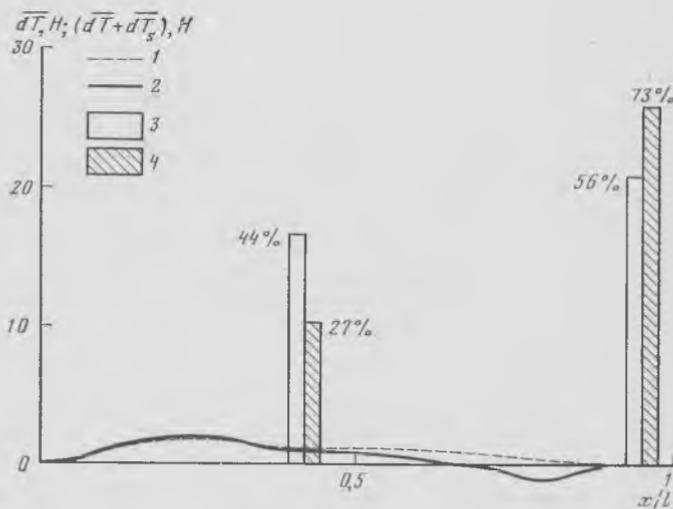


Рис. 5.1 Расчетные значения распределения тянущей силы (1) и тяги (2) вдоль тела дельфина афалины

3 — суммарное значение тянущей силы; 4 — суммарное значение тяги

шую тягу. Этот вклад составляет около 27%. Объясняется он тем, что все тело животного совершает заметные колебания в процессе плавания. А поскольку каждый участок тела обладает значительной присоединенной массой и градиентом присоединенной массы (величина $\frac{\partial m}{\partial x}$), вклад в общую тягу также оказывается значительным (см. выражение (4.21)).

Этот результат позволяет объяснить известные факты нормальной или почти нормальной жизнедеятельности китов, ли-

шенных по той или иной причине хвостовой лопасти. Оказалось, что киты, лишенные по неизвестной причине хвостовой лопасти (возможно, в драке с хищниками), длительное время нормально кормились и даже совершали дальние миграции. В этом случае движителем животному служило, по-видимому, собственное тело.

5.3. Оценка предельной скорости плавания дельфинов

Воспользовавшись развитыми представлениями о гидродинамике дельфинов, можно оценить предельные скорости их плавания при известной развиваемой мощности и сравнить с известными экспериментально измеренными значениями.

За основу возьмем известное соотношение [8], связывающее развивающую диким животным мощность с временем плавания и массой:

$$P(t) = 0,19t^{-\frac{1}{3}}m^{\frac{2}{3}} \text{ кВт.} \quad (5.7)$$

Оценки предельной мощности, которую кратковременно может развивать дельфин массой 80 кг, сделанные по анализу прыжков животных, показывают, что она составляет около 3000 Вт [8]. Поэтому и мы в расчете примем, что в течение первой секунды движения дельфин массой 80 кг не может развивать мощность, большую 3000 Вт. При дальнейшем движении развивающую дельфином мощность будем считать уменьшающейся по закону $t^{-\frac{1}{3}}$ в соответствии с выражением (5.7).

Тягу,ирующую дельфином, также будем считать ограниченной и равной его весу:

$$T = mg. \quad (5.8)$$

Это предположение вытекает из способности дельфинов некоторое короткое время «стоять на хвосте», когда развиваемая хвостовой лопастью тяга действительно практически равна весу животного.

Процесс движения дельфина из состояния покоя можно представить себе состоящим из нескольких этапов. На первом этапе, когда скорость близка к нулю, движение будет совершаясь при постоянной тяге, равной весу животного. Уравнение движения дельфина в этом случае с достаточной точностью можно представить в виде

$$m \frac{dU}{dt} = mg \quad (5.9)$$

при начальных условиях $U=0$ при $t=0$.

Откуда

$$U = gt. \quad (5.10)$$

При дальнейшем увеличении скорости становится заметной сила сопротивления при ламинарном обтекании. Уравнение движения животного на этом этапе можно записать

$$P = mU \frac{dU}{dt} + kC_{\lambda} \frac{\rho U^3 S}{2}. \quad (5.11)$$

Здесь C_{λ} — коэффициент ламинарного сопротивления, равный

$$C_{\lambda} = \frac{1,328}{V \text{Re}}, \quad (5.12)$$

где

$$\text{Re} = \frac{Ul}{v}, \quad (5.13)$$

v — кинематическая вязкость, l — длина тела животного, k — коэффициент, учитывающий сопротивление формы дельфиноподобного тела и равный 1,2, ρ — плотность воды, S — площадь смоченной поверхности животного, составляющая около 1,5 м² для дельфина весом 80 кг.

Из выражения (5.11) получим

$$\frac{dU}{dt} = g - 0,01056U \sqrt{U}. \quad (5.14)$$

При достижении дельфином некоторой скорости развиваемая им мощность достигнет предельной, равной 3000 Вт. Это произойдет при скорости $U=3,83$ м/с, значение которой можно получить из соотношения

$$T_{\max} U = P_{\max}, \quad (5.15)$$

где $P_{\max}=3000$ Вт, $T_{\max}=mg$, g — ускорение силы тяжести.

После достижения дельфином указанной скорости и до момента времени в 1 с уравнение движения животного можно представить в виде

$$\frac{dU}{dt} = g \left(\frac{3,83}{U} \right) - 0,01056U \sqrt{U}. \quad (5.16)$$

Выражение в скобках в правой части учитывает предположение о постоянстве мощности, развиваемой дельфином до истечения первой секунды от начала движения.

По истечении первой секунды движения дельфина развивающая им мощность должна уменьшаться по закону $\sqrt[3]{t}$. Это обстоятельство можно учесть соответствующим множителем в правой части формулы (5.16) в первом ее члене. Тогда

$$\frac{dU}{dt} = g \left(\frac{3,83}{U \sqrt[3]{t}} \right) - 0,01056U \sqrt{U}. \quad (5.17)$$

Уравнение движения дельфина, представленное соотношением (5.17), выполняется до того момента времени, когда наступает

турбулизация пограничного слоя и резко возрастает сила сопротивления. С этого момента рост скорости существенно замедляется. Можно считать, что максимального значения скорость дельфин достигает к моменту турбулизации пограничного слоя. Авторы работы [88] специально изучали плавание дельфина с предельной скоростью в условиях неволи и пришли к выводу, что максимальное значение скорости достигается дельфином через 2 с от начала движения, после чего скорость заметно уменьшается. Логично предположить, что именно в этот момент наступила турбулизация пограничного слоя и сила сопротивления движению дельфина стала определяться соотношением [76]

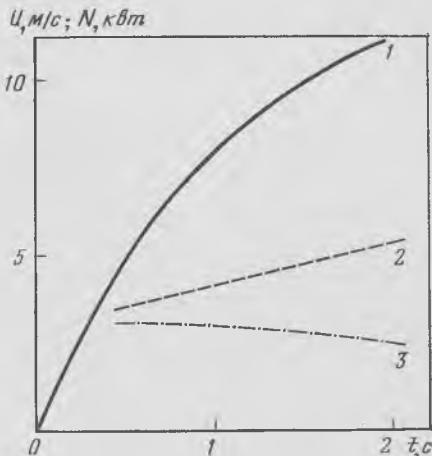
$$F = \frac{0,455}{(\lg Re)^{2,58}} - \frac{A}{Re}, \quad (5.18)$$

где $A=1700$. Тогда уравнение движения дельфина после турбулизации (после $t=2$ с) будет иметь вид

$$\frac{dU}{dt} = g \left(\frac{3,83}{U \sqrt[3]{t}} \right) - \frac{1}{2} \left[\frac{5,12 U^2}{(6,3 + \lg U)^{2,58}} - 0,008U \right]. \quad (5.19)$$

Рис. 5.2. Расчетная зависимость скорости движения дельфина афалины от времени при трогании из состояния покоя (1)

2 — значение мощности, которую должен был бы развивать дельфин, чтобы достигнуть того же значения скорости и за то же время, которое характеризуется кривой 1, если бы обтекание дельфина было бы таким же, как у жесткого дельфиноподобного тела; 3 — реальная мощность, развиваемая дельфином



Здесь коэффициент $1/2$ перед вторым членом в правой части учитывает тот факт, что при активном плавании дельфина после турбулизации пограничного слоя коэффициент турбулентного сопротивления по крайней мере в 2 раза меньше, чем на жестком теле дельфиноподобной формы. Как было показано выше, это обстоятельство объясняется наличием значительного отрицательного градиента давления на теле активно плывущего дельфина и подтверждается прямыми измерениями касательных напряжений в пограничном слое.

На рис. 5.2 приведена расчетная зависимость скорости движения дельфина афалины от времени (кривая 1), полученная в результате численного интегрирования уравнений движения

(5.14), (5.16), (5.17) и (5.19) по методу Рунге — Кутта [90]. Параметры дельфина приняты следующими: масса 80 кг, максимальная развиваемая мощность 3000 Вт, максимальная развиваемая тяга в первый момент движения равна весу тела. На том же рисунке (кривая 2) отмечено то значение мощности, которое должен был бы развивать дельфин, чтобы обеспечить нарастание скорости, соответствующее кривой 1, если бы его обтекание было таким же, как жесткого дельфиноподобного тела. Кривая 3 показывает изменение мощности со временем, реально развиваемой дельфином.

Известны экспериментальные данные [88], которые показывают, что предельная скорость плавания дельфина афалины в условиях неволи составляет $11 \pm 0,5$ м/с, что неплохо согласуется с расчетными данными, приведенными на рис. 5.2.

Таким образом, способность дельфина повышать критическое число Рейнольдса и снижать степень турбулентности в пограничном слое (а следовательно, и коэффициент сопротивления) благодаря значительному отрицательному градиенту давления позволяет ему экономно расходовать свою мощность. Правда, экономия не 7—8-кратная, как предполагал Грэй, а всего лишь 2-кратная или несколько больше. Это обстоятельство, в частности, позволяет хотя бы частично объяснить дальние миграции китообразных¹.

5.4. Гидродинамика дельфинов в свете последних научных данных

Развитие пограничного слоя на теле дельфина в процессе его плавания от состояния покоя до некоторой максимальной скорости с последующим движением с постоянной скоростью в течение некоторого времени и дальнейшим движением по инерции в свете последних научных данных, включающих в себя как литературные данные, так и оригинальные, можно представить следующим образом. В первый момент движения дельфина осуществляется с некоторым положительным ускорением. Максимальное значение ускорения, по-видимому, не превышает 10 м/с^2 , если принять, что максимальная тяга не превышает веса тела животного. В результате движения с ускорением на теле дельфина развивается значительный отрицательный градиент давления, который приводит к заметному (в 3—4 раза) повышению критического числа Рейнольдса. Поскольку в средней части тела дельфина отрицательный градиент имеет наименьшее абсолютное значение, неустойчивость ламинарного обтекания возникает прежде всего здесь и при достижении некоторого критического числа Рейнольдса, зависящего от величины положительного ускорения движения, осуществляется переход лами-

¹ Эта мысль высказана проф. В. А. Земским в личной беседе с автором.

нарного обтекания в турбулентное в точке с относительной координатой около $x/l=0,5$.

После турбулизации пограничного слоя в средней части тела дельфина его дальнейшее движение, как правило, становится практически равномерным в течение некоторого времени. Иногда участок движения дельфина с постоянной скоростью практически отсутствует, и он сразу же переходит к движению по инерции. Анализ многочисленных записей показывает, что увеличение скорости после турбулизации пограничного слоя не превышает 10—20%. При этом максимальная скорость, развиваемая дельфином, тем выше, чем больше ускорение, с которым он начал движение. Зона турбулентности не обязательно простирается от точки перехода до хвостовой лопасти. Поскольку отрицательный градиент давления сохраняется на задней части тела дельфина и при его равномерном движении, возможен обратный переход турбулентного обтекания в ламинарное в области хвостового стебля или по крайней мере значительное уменьшение степени турбулентности.

Степень турбулентности в области миделя при движении дельфина с постоянной скоростью также имеет меньшую величину, чем степень турбулентности в соответствующем месте на жестком теле или чем в том же месте дельфина при его движении по инерции. Таким образом, на второй стадии движения дельфина, характеризующейся почти равномерным движением, турбулизирован не весь пограничный слой на его теле, а только та его часть, которая расположена в области миделя, причем уровень турбулентности в этом месте меньше, чем на жесткой модели. Часть конфузорного участка тела дельфина до точки перехода, а также, возможно, часть хвостового стебля обтекаются ламинарным потоком (или частично турбулизированным в последнем случае). Естественно, при этом средний по смоченной поверхности тела коэффициент сопротивления дельфина оказывается меньше соответствующего коэффициента сопротивления жесткой модели.

Когда равномерное движение дельфина сменяется движением по инерции, вдоль части тела его за миделем устанавливается положительный градиент давления, в области миделя градиент давления слабо положительный или близкий к нулевому и только на конфузорном участке градиент давления остается отрицательным. Уровень турбулентности в пограничном слое на средней и задней частях тела дельфина возрастает и достигает величины, соответствующей величине при турбулентном обтекании жесткого тела. Коэффициент сопротивления при этом возрастает до величины, соответствующей жесткой модели.

Таким образом, приведенные в предыдущих разделах данные свидетельствуют о наличии по крайней мере одного фактора, повышающего критическое число Рейнольдса на начальном этапе движения дельфина с ускорением и уменьшающего степень турбулентности при равномерном движении. Этим фактором явля-

ется отрицательный градиент давления на теле дельфина, возможность которого предположил Грей [68] и существование которого экспериментально и теоретически доказано последующими работами [66, 77, 78, 86]. Это, однако, не исключает наличия и других факторов: упругого демпфирования [8, 94—97], высокомолекулярных выделений [98], «бегущей волны» [99, 100] и других.

Теория плавания рыб и китообразных к настоящему времени разработана достаточно полно. Во всяком случае теоретические исследования значительно опережают экспериментальные. Недостаток экспериментальных исследований, в свою очередь, тормозит дальнейшее развитие теории. В частности, почти полное отсутствие экспериментальных данных по кинематике и гидродинамике быстроходных рыб не позволяет дать всесторонний теоретический анализ особенностей механики их плавания. Экспериментальные исследования китообразных также весьма немногочисленны и ограничиваются всего лишь двумя-тремя видами. Таким образом, первоочередной задачей является широкое развитие экспериментальных исследований преимущественно быстроходных рыб и китообразных, без которых невозможна проверка, уточнение и дальнейшее развитие теоретических исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Hertel H.* Structure — form — movement. N. Y.: Reinhold, 1966. 251 p.
2. *Петрова И. М.* Исследования в области бионики, проводимые с целью увеличения скорости хода кораблей. М.: ЦНИИТЭИС, 1968. 58 с.
3. *Newman J. N., Wu T. Y.-T.* Hydromechanical aspects of fish swimming.— In: Swimming and flying in nature/Ed. T. Wu et al. N. Y.: Plenum press, 1975, p. 615—634.
4. *Webb P. W.* Hydrodynamics: nonscombrid fish.— In: Fish physiology. Acad. press, 1978, vol. 7, p. 189—237.
5. *Magnuson J. J.* Locomotion by scombrid fishes: hydromechanics, morphology and behaviour.— In: Fish physiology. Acad. press, 1978, vol. 7, p. 239—313.
6. *Кокшайский Н. В.* Биологическая гидродинамика.— В кн.: Бионика: Итоги науки и техники. М., 1973, т. 1, с. 9—85.
7. *Кокшайский Н. В.* Очерк биологической аэро- и гидродинамики. М.: Наука, 1974. 256 с.
8. *Козлов Л. Ф.* Теоретическая биогидродинамика. Киев: Вища шк., 1983. 238 с.
9. *Шулейкин В. В.* Физика моря. М.: Наука, 1968. 1083 с.
10. *Лаврентьев М. А., Лаврентьев М. М.* Об одном принципе создания тяговой силы для движения.— Журн. прикл. механики и техн. физики, 1962, № 4.
11. *Smith E. H., Stone D. E.* Perfect fluid forces in fish propulsion: The solution of the problem in an elliptic cylinder co-ordinate system.— Proc. Roy. Soc. London A, 1961, vol. 261, N 1306, p. 316—328.
12. *Siekmann J.* Theoretical studies of sea animal locomotion. Pt 1.— Ingeieur-Arch., 1962, Bd. 31, H. 3, S. 214—227.
13. *Siekmann J.* Theoretical studies of sea animal locomotion. Pt 2.— Ingeieur-Arch., 1963, Bd. 32, H. 1, S. 40—53.
14. *Pao S. K., Siekmann J.* Note on the Smith-Stone theory of fish propulsion.— Proc. Roy. Soc. London A, 1964, vol. 280, p. 398—408.
15. *Wu T. Y.-T.* Swimming of a waving plate.— J. Fluid Mech., 1961, vol. 10, pt 3, p. 321—344.
16. *Wu T. Y.-T.* Accelerated swimming of a waving plate.— In: IV Symp. on naval hydrodynamics. Wash., 1964, p. 457—473.
17. *Wu T. Y.-T.* Hydromechanics of swimming propulsion. Pt 1. Swimming of a two-dimensional flexible plate at variable forward speeds in an inviscid fluid.— J. Fluid Mech., 1971, vol. 46, pt 2, p. 337—355.
18. *Wu T. Y.-T.* Hydromechanics of swimming propulsion. Pt 2. Some optimum shape problems.— J. Fluid Mech., 1971, vol. 46, pt 3, p. 521—544.
19. *Wu T. Y.-T., Chwang A. T.* Extraction of flow energy by fish and birds in a wavy stream.— In: Swimming and flying in nature/Ed. T. Wu et al. N. Y.: Plenum press, 1975, p. 687—702. (Рус. пер.: By T. Чуонг А. Получение рыбами и птицами энергии из волнового потока.— Механика, 1980, № 23, с. 113—127).
20. *Wu T. Y.-T.* Hydromechanics of swimming propulsion. Pt 3. Swimmings and optimum movements of slender fish with side fins.— J. Fluid Mech., 1971, vol. 46, pt 3, p. 545—568.
21. *Lighthill M. J.* Note on the swimming of slender fish.— J. Fluid Mech., 1960, vol. 9, pt 2, p. 305—317.

22. Lighthill M. J. Mathematics and aeronautics.— J. Roy. Aeronaut. Soc., 1960, vol. 64, N 595, p. 375—380.
23. Lighthill M. J. Hydromechanics of aquatic animal propulsion.— Annu. Rev. Fluid Mech., 1969, vol. 4, p. 413—446. (Рус. пер.: Лайтхилл М. Дж. Гидромеханика движения водных животных.— Механика, 1972, № 1, с. 80—109).
24. Lighthill M. J. Aquatic animal propulsion of high hydromechanical efficiency.— J. Fluid Mech., 1970, vol. 44, pt 2, p. 265—301.
25. Lighthill M. J. How do fishes swim?— Endeavour, 1970, vol. 29, N 107, p. 77—97.
26. Lighthill M. J. Large-amplitude elongated-body theory of fish locomotion.— Proc. Roy. Soc. London B, 1971, vol. 179, N 1055, p. 125—138.
27. Lighthill M. J. Mathematical biofluidynamics, Philadelphia (Pa): Soc. for industr. and appl. math., 1975. 281 p.
28. Lighthill M. J. Mathematical theories of fish swimming.— In: Fisheries mathematics/Ed. J. H. Steele. L., N. Y., Acad. press, 1977, p. 131—144.
29. Uldrick J. P., Siekmann J. On the swimming of a flexible plate of arbitrary finite thickness.— J. Fluid Mech., 1964, vol. 20, pt 1, p. 1—33.
30. Reece J. W., Uldrick J. P., Siekmann J. Some recent development in sea animal locomotion hydrodynamics.— Theor. and Appl. Mech., 1964, vol. 2, p. 337—349.
31. Uldrick J. P. On the propulsion efficiency of swimming flexible hydrofoils of finite thickness.— J. Fluid Mech., 1968, vol. 32, pt 1, p. 29—53.
32. Newman J. N. The force on a slender fish-like body.— J. Fluid Mech., 1973, vol. 58, pt 4, p. 689—702.
33. Newman J. N., Wu T. Y.-T. A generalized slender-body theory for fish-like forms.— J. Fluid Mech., 1973, vol. 57, pt. 4, p. 673—693.
34. Chopra M. G. Hydromechanics of lunate-tail swimming propulsion.— J. Fluid Mech., 1974, vol. 64, pt 2, p. 375—391.
35. Chopra M. G. Lunate-tail swimming propulsion.— In: Swimming and flying in nature/Ed. T. Wu et al N. Y.: Plenum press, 1975, p. 635—650.
36. Chopra M. G. Large amplitude lunate-tail theory of fish locomotion.— J. Fluid Mech., 1976, vol. 74, pt 1, p. 161—182.
37. Chopra M. G., Kambe T. Hydromechanics of lunate-tail swimming propulsion. Pt 2.— J. Fluid Mech., 1977, vol. 79, pt 1, p. 49—69.
38. Kambe T. The dynamics of carangiform swimming motions.— J. Fluid Mech., 1978, vol. 87, pt 3, p. 533—560.
39. Логвинович Г. В. Гидродинамика течений со свободными границами. Киев: Наук. думка, 1969.
40. Логвинович Г. В. Гидродинамика тонкого гибкого тела: (Оценка гидродинамики рыб).— Бионика, 1970, вып. 4, с. 5—11.
41. Логвинович Г. В. Гидродинамика тонкого гибкого тела.— Учен. зап. Центр. аэрогидродинам. ин-та, 1970, т. 1, № 2, с. 11—18.
42. Логвинович Г. В. Гидродинамика плавания рыб.— В кн.: Тез. докл. XIII Междунар. конгр. по теорет. и прикл. механике. М., 1972, с. 49.
43. Логвинович Г. В. Гидродинамика плавания рыб.— Бионика, 1973, вып. 7, с. 3—8.
44. Логвинович Г. В. Гидродинамика плавания рыб.— Изв. СО АН СССР, 1973, № 8.
45. Козлов Л. Ф. Гидродинамика водных животных с полулунным хвостовым плавником.— Бионика, 1979, вып. 13, с. 3—9.
46. Козлов Л. Ф., Олейник Р. А. Теоретическое исследование гидродинамики водных животных, плавающих скомбронидным способом.— Бионика, 1978, вып. 12, с. 3—12.
47. Kelly H. R. Fish propulsion hydrodynamics.— In: Developments in mechanics: Proc. 7th midwest. mech. conf. Michigan State Univ. 1961, vol. 1, p. 442—450.
48. Kelly H. R., Rentz A. W., Siekmann J. Experimental studies on the motion of a flexible hydrofoil.— J. Fluid Mech., 1964, vol. 19, pt 1, p. 30—48.
49. Theodorsen T. General theory of aerodynamic stability and the mechanism of flatter: NACA Rep. 1935. 496 p.

50. Schwarz L. Berechnung der Druckverteilung einer harmonics sich verformenden tragfläche in ebener Stromung.— *Luftfahrt-Forschungsber.*, 1940, Bd.17, N 11/12.
51. Bainbridge R. Caudal fin body movement in the propulsion of some fish.— *J. Exp. Biol.*, 1963, vol. 40, p. 23—56.
52. Possio C.— *Aerotecnica*, 1940, vol. 20, p. 655—681.
53. Kármán T., Burgers J. M. General aerodynamic theory— perfect fluids.— In: *Aerodynamic theory*. B.: Springer, 1934, vol. 2, chap. 5, p. 304—310.
54. Fierstine H. L., Walters V.— *Mem. South Cal. Acad. Sci.*, 1968, vol. 6, p. 1—31.
55. Романенко Е. В. Некоторые вопросы теории плавания рыб и дельфинов.— *ДАН СССР*, 1980, т. 253, № 5, с. 1082—1085.
56. Lang T. G., Daybell D. A. NAVWEPS Rep. 8060.— NOTS Techn. Publ., 1963, N 3063.
57. Masuda H., Araga C., Yoshino T. *Coastal fishes of Southern Japan*. Tokyo: Tokai Univ. press, 1975.
58. Каян В. П. О гидродинамических характеристиках плавникового движителя дельфина.— *Бионика*, 1979, вып. 13, с. 9—15.
59. Пятецкий В. Е., Каян В. П. О кинематике плавания дельфина афалины.— *Бионика*, 1975, вып. 9, с. 41—46.
60. Гребешов Э. П., Сагоян О. А. Гидродинамические характеристики колеблющегося крыла, выполняющего функции несущего элемента и движителя.— Тр. ЦАГИ, 1976, № 1725, с. 3—30.
61. Довгий С. А., Каян В. П. К методике определения тяги, создаваемой колеблющимся крылом.— *Бионика*, 1981, вып. 15, с. 55—59.
62. Семенов Н. П., Бабенко В. В., Каян В. П. Экспериментальное исследование некоторых особенностей гидродинамики плавания дельфинов.— *Бионика*, 1974, вып. 8, с. 23—31.
63. Романенко Е. В. Экспериментальное исследование кинематики дельфинов.— *ДАН СССР*, 1980, т. 253, № 3, с. 741—743.
64. Каян В. П., Пятецкий В. Е. Кинематика плавания дельфина афалины в зависимости от режима ускорения.— *Бионика*, 1977, вып. 11, с. 36—41.
65. Пятецкий В. Е., Каян В. П. Некоторые кинематические характеристики плавания дельфина азовки.— *Бионика*, 1972, вып. 6, с. 18—21.
66. Романенко Е. В. Основы статистической биогидродинамики. М.: Наука, 1978. 168 с.
67. Романенко Е. В., Чикалкин В. А. Магнитофон для подводной записи.— В кн.: *Морфология, физиология и акустика морских млекопитающих*. М.: Наука, 1974, с. 165—173.
68. Gray J. Studies in animal locomotion. VI. The propulsive powers of the dolphin.— *J. Exp. Biol.*, 1936, vol. 13, p. 192—199.
69. Репник Е. У. Экспериментальное исследование структуры турбулентного пограничного слоя при наличии продольного градиента давления.— Тр. ЦАГИ, 1970, вып. 1218, с. 19—25.
70. Назарчук М. М., Ковецкая М. М., Панченко В. Н. Обратный переход турбулентного течения в ламинарное. Киев: Наук. думка, 1974. 98 с.
71. Ландер Б. Е. Ламинаризация турбулентного пограничного слоя при сильном ускорении течения.— *Прикл. механика*, 1964, № 4, с. 151—153.
72. Коренная Л. И. Метод расчета волнового движителя.— *Бионика*, 1981. вып. 15, с. 59—63.
73. Алексеева Т. Е., Громов В. П., Дмитриева А. Ф. и др. Расчет характеристик ламинарного пограничного слоя на телах вращения. Новосибирск: Наука, 1968.
74. Буд Ф. Г. Морские млекопитающие и человек: Пер. с англ. Л.: Гидрометеоиздат, 1979. 262 с.
75. Пятецкий В. Е., Шакало В. М. Режим течения в пограничном слое модели дельфина.— *Бионика*, 1975, вып. 9, с. 46—50.
76. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 712 с.
77. Романенко Е. В. О гидродинамике рыб и дельфинов.— Мор. приборостроение. Сер. Акустика, 1972, вып. 1, с. 154—161.

78. Романенко Е. В., Янов В. Г. Результаты экспериментов по изучению гидродинамики дельфинов.— Бионика, 1973, вып. 7, с. 52—56.
79. Козлов Л. Ф., Шакало В. М. Некоторые результаты измерений пульсаций скорости в пограничном слое дельфинов.— Бионика, 1973, вып. 7, с. 50—52.
80. Цыганюк А. И. Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Киев: Ин-т гидромеханики АН УССР, 1971.
81. Willmarth W. W., Wooldridge C. E. Measurements of the fluctuating pressure at the wall beneath a thick turbulent boundary layer.— J. Fluid Mech., 1962, vol. 14, pt 2.
82. Steve Leatherwood W., Evans E., Dale W. Rice. The whales, dolphins and porpoises of the eastern North Pacific: A guide to their identification in the water. Nat. Ocean. and Atmos. Administration Property, 1972. 343 p.
83. Dubois A. B., Cavagna G. A., Fox R. S. Pressure distribution on the body surface of swimming fish.— J. Exp. Biol., 1974, vol. 60, p. 581—591.
84. Янов В. Г., Романенко Е. В. Радиотелеметрическая система для измерения гидродинамических параметров дельфинов в условиях ограниченной акватории.— Бионика, 1972, вып. 6, с. 92—99.
85. Петровский В. С. Гидродинамические проблемы турбулентного шума. Л.: Судостроение, 1966.
86. Романенко Е. В. Распределение динамического давления на теле активно плывущего дельфина.— ДАН СССР, 1981, т. 261, № 2, с. 310—312.
87. Краснов Н. Ф., Аэrodинамика. М.: Высш. шк., 1971. 630 с.
88. Грушанская Ж. Я., Короткин А. И. Некоторые вопросы гидродинамики дельфина.— В кн.: Тез. 4-й Всесоюз. конф. по бионике. М., 1973, т. 6, с. 37—41.
89. Справочник для инженеров, техников и студентов. М.; Л.: Гос. науч.-техн. изд-во по машиностроению и металлообработке, 1933. Т. 1. 1004 с.
90. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1973, 832 с.
91. Grillner S., Kashin S. On the generation and performance of swimming in fish.— In: Neural control of locomotion/Ed. R. M. Herman et al. N. Y.; L.: Plenum press, 1976, p. 181—201.
92. Довгий С. А., Калян В. П. К методике определения тяги, создаваемой колеблющимся крылом.— Бионика, 1981, вып. 15, с. 55—59.
93. Першин С. В. О резонансном режиме плавания дельфинов.— Бионика, 1970, вып. 4, с. 31—36.
94. Бабенко В. В., Гнитецкий Н. А., Козлов Л. Ф. Предварительные результаты исследований упругих свойств кожи живых дельфинов.— Бионика, 1969, вып. 3, с. 12—19.
95. Бабенко В. В., Козлов Л. Ф. Экспериментальное исследование гидродинамической устойчивости ламинарного пограничного слоя на упруго-демпфирующей поверхности в водном потоке.— Бионика, 1972, вып. 6, с. 22—24.
96. Бабенко В. В., Козлов Л. Ф., Першин С. В. О переменном демпфировании кожи дельфинов на различных скоростях плавания.— Бионика, 1972, вып. 6, с. 84—89.
97. Бабенко В. В. Исследование упругости кожи живых дельфинов.— Бионика, 1979, вып. 13, с. 43—52.
98. Ускова Е. Т., Раевский В. С., Момот Л. Н., Усков И. А. Сравнительное изучение гидродинамической эффективности растворов полиоксиэтилена и кожных выделений морских животных.— Бионика, 1975, вып. 9, с. 90—92.
99. Меркулов В. И. Бегущая волна на упругом теле, движущемся в идеальной жидкости.— Бионика 1970, вып. 4, с. 95—104.
100. Меркулов В. И., Савченко Ю. Н. Экспериментальное исследование течения жидкости вдоль бегущей волны.— Бионика, 1970, вып. 4, с. 116—120.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Глава 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПЛАВАНИЯ	7
1.1. Плоская задача	7
1.1.1. Теория тонкого, волнообразно колеблющегося профиля	7
1.1.2. Сравнение с экспериментом	11
1.1.3. Профиль в переменном во времени потоке	12
1.1.4. Влияние толщины колеблющегося профиля на развивающие им гидродинамические силы	15
1.1.5. Влияние свободной поверхности жидкости на величину тяги, создаваемой двумерной тонкой пластинкой	19
1.1.6. Возможность получения животными энергии из волнового потока	20
1.2. Пространственная задача	24
1.2.1. Теория тонкого рыбоподобного тела	24
1.2.2. Теория плавания рыб с большой амплитудой колебаний тела	37
1.3. Теория плавания животных с полулуунным хвостовым плавником	42
1.3.1. Двумерная линеаризованная теория полулуунного плавника	42
1.3.2. Дальнейшее развитие теории полулуунного плавника	45
1.3.3. Сравнение с экспериментом	52
1.3.4. Особенности скомбройдного способа плавания	58
1.3.5. Применимость гипотезы стационарности при оценке гидродинамических сил, развивающихся полулуунным плавником	64
1.4. Оценка предельных значений тяги и КПД движителей рыб и дельфинов при стремлении фазовой скорости локомоторной волны к скорости движения тела	65
Глава 2. ЗАКОН ДЕФОРМАЦИИ ТЕЛА АКТИВНО ПЛЫВУЩЕЙ РЫБЫ ИЛИ ДЕЛЬФИНА	70
2.1. Анализ существующих гипотез о законе деформации тела рыбы или дельфина	70
2.2. Сравнение с экспериментом	73
2.3. Гипотеза о зависимости фазовой скорости локомоторной волны от координаты	79
2.4. Закон деформации тела активно плывущего дельфина	84
2.4.1. Оценка параметров, входящих в закон деформации тела дельфина	86
2.4.2. Сравнение с экспериментом	88
Глава 3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ НА ТЕЛЕ РЫБ И ДЕЛЬФИНОВ, ОБУСЛОВЛЕННОЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫМ ХАРАКТЕРОМ ЕГО ДВИЖЕНИЯ	95
3.1. Роль колебаний тела рыбы или дельфина в создании градиента давления	96

3.2.	Роль хвостовой лопасти в создании градиента давления	98
3.3.	Анализ полученных результатов и сравнение с экспериментом	100
3.3.1	Угловая зависимость распределения динамического давления на теле животного	100
3.3.2	Оценка распределения динамического давления на боковой поверхности тела дельфинов афалин и сравнение с экспериментом	102
3.3.3.	Оценка формы тела дельфинов и других китообразных	121
Глава 4. РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ		123
4.1.	Расчетные соотношения для оценки характеристик плавания рыб	124
4.2.	Расчетные соотношения для оценки характеристик плавания дельфинов	125
4.3.	Приближенное вычисление присоединенной массы хвостового плавника рыб с полуулунным плавником и дельфинов	127
4.4.	Распределение тянувшей силы и тяги вдоль тела рыбы или дельфина	130
4.5.	Индуктивное сопротивление хвостовой лопасти дельфина	132
Глава 5. ОЦЕНКА ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДЕЛЬФИНОВ ПО ИЗМЕРЕНИЯМ КИНЕМАТИЧЕСКИМ ПАРАМЕТРАМ		133
5.1.	Оценка гидродинамических характеристик плавания дельфинов афалин	133
5.2.	Оценка распределения тяги вдоль тела дельфина афалины	135
5.3.	Оценка предельной скорости плавания дельфинов	137
5.4.	Гидродинамика дельфинов в свете последних научных данных	140
Литература		143

*Евгений Васильевич
Романенко*

**ТЕОРИЯ ПЛАВАНИЯ РЫБ
И ДЕЛЬФИНОВ**

*Утверждено к печати
Институтом эволюционной морфологии
и экологии животных им. А. Н. Северцова
Академии наук СССР*

Редактор издательства А. М. Гидалевич
Художник Б. М. Рябышев
Художественный редактор Н. А. Фильчагина
Технический редактор О. М. Гуськова
Корректор И. А. Талалаев

ИБ № 31105

Сдано в набор 12.12.85.
Подписано к печати 25.02.86.
Т-00253. Формат 60×90¹/₁₆
Бумага книжно-журнальная, импортная
Гарнитура литературная
Печать высокая
Усл. печ. л. 9,5. Усл. кр. отт. 9,75. Уч.-изд. л. 9.
Тираж 1200 экз. Тип. зак. 4697
Цена 1 р. 40 к.

Ордена Трудового Красного Знамени
издательство «Наука»
117864 ГСП-7, Москва В-485
Профсоюзная ул., 90

2-я типография издательства «Наука»
121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 6