

## ОТЧЕТ ЗА 2012 ГОД ПО ПРОЕКТУ РФФИ 11-04-00234-а

Статус отчета: не подписан

Дата последнего изменения: 25.12.2012

Отчёт создал: Романенко Евгений Васильевич

Отчет распечатан: 25.12.2012

### Форма 501. КРАТКИЙ НАУЧНЫЙ ОТЧЕТ

- 1.1. *Номер проекта*  
11-04-00234
- 1.2. *Руководитель проекта*  
Романенко Евгений Васильевич
- 1.3. *Название проекта*  
Теоретическая оценка эффективности работы хвостовой лопасти дельфина как движителя
- 1.4. *Вид конкурса*  
а - Инициативные проекты
- 1.5. *Год представления отчета*  
2013
- 1.6. *Вид отчета*  
этап 2012 года
- 1.7. *Аннотация*  
Построена математическая модель работы плоского жесткого крыла различного удлинения и формы при больших амплитудах линейных и угловых колебаний и различных положениях оси вращения крыла с использованием приближенных выражений для составляющих гидродинамических сил через коэффициенты аэродинамических производных первого порядка и кинематических параметров движения. Получены расчетные формулы для вычисления индуктивного сопротивления крыла в случае гармонических изменений углов наклона и атаки. Показано удовлетворительное согласие результатов расчета по полученным формулам с численным решением задачи.
- 1.8. *Полное название организации, где реализуется проект*  
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем экологии и эволюции им. А.Н.Северцова Российской академии наук

"Исполнители проекта согласны с опубликованием (в печатной и электронной формах) аннотаций научных отчетов и перечня публикаций по проекту в авторской редакции"

*Подпись руководителя проекта*

**Форма 502. КРАТКИЙ НАУЧНЫЙ ОТЧЕТ НА АНГЛИЙСКОМ ЯЗЫКЕ**

- 2.1. *Номер проекта*11-04-00234
- 2.2. *Руководитель проекта*Romanenko Evgenyi Vasilievitch
- 2.3. *Название проекта*Theoretical evaluation of functional efficiency of dolphin flukes as a mover
- 2.4. *Год представления отчета*2013
- 2.5. *Вид отчета*этап 2012 года
- 2.6. *Аннотация*The approximate expressions of hydrodynamic forces were used for to construct the mathematical model of the flat and rigid wing with different form and aspect ratio when pitch-axes location varies and heaving and pitching amplitudes are sufficiently large. A peculiarity of this model is usage of the first order aerodynamic derivatives coefficients and kinematic parameters. To calculate the inductive reactance when harmonically oscillate pitch and angle of attack formulas were derived. The results of calculations agree successfully with numerical solutions.
- 2.7. *Полное название организации, где реализуется проект*A.N. Severtzov Institute of Ecology and Evolution  
*Подпись руководителя проекта*

### Форма 503. РАЗВЕРНУТЫЙ НАУЧНЫЙ ОТЧЕТ

- 3.1. *Номер проекта* 11-04-00234
- 3.2. *Название проекта* Теоретическая оценка эффективности работы хвостовой лопасти дельфина как движителя
- 3.3. *Коды классификатора, соответствующие содержанию фактически проделанной работы (в порядке значимости)* 04-150
- 3.4. *Объявленные ранее цели проекта на 2012 год* К концу 2012 года предусмотрено провести следующие работы: получить расчетные формулы для индуктивного сопротивления плоского и жесткого крыла, совершающего колебания большой амплитуды при произвольном положении оси вращения, когда углы наклона и атака изменяются по гармоническому закону. С помощью полученных формул оценить зависимость индуктивного сопротивления крыла от положения оси вращения и величины числа Струхала. Разработать алгоритм численного решения задачи об индуктивном сопротивлении для конкретных кинематических параметров крыла. К концу 2012 года предусмотрено провести следующие работы: - составить программу счета; - провести пробные вычисления для конкретных кинематических параметров крыла.
- 3.5. *Степень выполнения поставленных в проекте задач* Все поставленные в проекте задачи выполнены полностью.
- 3.6. *Полученные важнейшие результаты* С использованием приближенных выражений для составляющих гидродинамических сил через коэффициенты аэродинамических производных первого порядка и кинематических параметров движения построена математическая модель работы плоского жесткого крыла различного удлинения при больших амплитудах линейных и угловых колебаний и различных положениях оси вращения крыла. Получены расчетные формулы для оценки индуктивного сопротивления такого крыла. Ранее [1-6] были получены расчетные формулы для оценки гидродинамических сил, развиваемых жестким крылом, колеблющимся в невязкой жидкости с произвольными амплитудами линейных и угловых колебаний и произвольным положением оси вращения. В этих формулах составляющая гидродинамических сил, обусловленная индуктивным сопротивлением крыла, определялась оценкой «сверху», т. е. по максимуму. В этом случае неизвестной величиной является нормальная скорость крыла. Было показано, что оценка индуктивного сопротивления по максимуму является достаточным приближением при расчетах пропульсивных характеристик в случаях умеренных удлинений крыла или когда доля индуктивного сопротивления мала в общем балансе гидродинамических сил. Вместе с тем остаются вопросы погрешности используемой оценки в зависимости от формы крыла и кинематики движения. При определении рассматриваемой составляющей гидродинамических сил неизвестной величиной является скорость, индуцируемая вихревым следом крыла. В случае установившегося или квазистационарного движения крыла конечного размаха порождение вихревого следа определяется главным образом конечностью размаха крыла. Скорость, индуцируемая вихревым следом, по абсолютной величине меньше вертикальной скорости крыла. При этом для умеренных удлинений крыла оценка индуктивного сопротивления по максимуму дает очень неплохие результаты. В случае бесконечного удлинения крыла (рассматриваемая плоская задача) вихревой след порождается изменением циркуляции при наличии поперечных и угловых колебаний крыла. В данном случае значение скорости, индуцируемой вихревым следом, может быть как больше, так и меньше вертикальной скорости крыла, соответственно индуктивное сопротивление может быть как отрицательным, так и положительным. В работе [7] получены расчетные формулы для индуктивного сопротивления крыла при гармонических изменениях его линейных колебаний и угла наклона. В 2011 году получены расчетные формулы для случая гармонических изменений линейных колебаний и угла атаки крыла. В 2012 году получены расчетные формулы для случая гармонических изменений угла наклона крыла и угла атаки. С помощью полученных формул проведена оценка зависимости индуктивного сопротивления крыла от положения оси вращения, числа Струхала и углов наклона и атаки. Установлено, что при расположении оси вращения на передней кромке крыла индуктивное сопротивление имеет минимальное значение и увеличивается при смещении оси к задней кромке. Однако это увеличение не превышает 20-30 процентов при следующих кинематических параметрах крыла: наибольшее значение вертикальных колебаний составляет 1.0 хорды, число Струхала изменяется в пределах от 0.4 до 2.0, амплитуда угла атаки составляет 0.1 радиан. С изменением числа Струхала, углов наклона крыла и угла атаки индуктивное сопротивление изменяется нелинейно. Полученные формулы позволяют оценить коэффициент полезного действия хвостовой лопасти дельфина. Он оказывается близок к 90%. Это объясняется главным образом двумя факторами. Прежде всего малостью угла атаки и числа Струхала, в результате чего очень мало индуктивное сопротивление лопасти. Второй фактор - гибкость лопасти в направлении хорды, что приводит к значительному увеличению ее эффективности. Имеющиеся в литературе данные по оценкам эффективности хвостовой лопасти дельфина очень разнородны. Диапазон оценок от 50 до 90%. Получены такие оценки в результате наблюдений за плавающими в открытом море животными. Для оценки точности полученных формул разработан алгоритм численного решения исходных выражений. В настоящее время для численного интегрирования разработан целый ряд методов. Обычный метод численного интегрирования состоит в том, чтобы на рассматриваемом отрезке интегрирования подынтегральную функцию заменить функцией более простого вида таким образом, чтобы интеграл непосредственно вычислялся из полученного выражения. Однако при переходе от исходной функции к более простой неизбежно возникают ошибки, которые оцениваются с помощью остаточного члена. Вид квадратурной формулы и величина остаточного члена определяются методом численного интегрирования, а значение остаточного члена определяется величиной производных высших порядков. Квадратурная формула метода Симпсона использует для аппроксимации параболу, и для достаточно гладких функций она дает хорошие результаты. А сочетание точности с несложной квадратурной формулой обеспечивает методу широкую популярность. Однако, в нашем случае подынтегральные функции периодические, в связи с этим начения производных высокого порядка

существенно не убывают, поэтому величины производной высокого порядка и погрешности имеют достаточно высокие значения. Выполненные по различным квадратурным формулам расчеты показывают, что в нашем случае наилучшие результаты обеспечивает квадратурная формула Ньютона-Котеса более высокого порядка. При интегрировании эта формула заменяет подынтегральную функцию интерполяционным полиномом Лагранжа. Квадратурная формула Ньютона-Котеса обычно использует степень интерполяционного полинома не более 8, так как при более высоких значениях алгоритмы вычисления коэффициентов Котеса достаточно сложные. Для достижения необходимой точности на основе формулы Ньютона-Котеса была разработана адаптивная квадратурная программа. Ее алгоритм выглядит следующим образом: 1. Заданный диапазон интегрирования разбивается на достаточно большое количество интервалов – шагов интегрирования. 2. В каждом интервале интегрирования производятся вычисления по квадратурной формуле Ньютона-Котеса. 3. Шаг интегрирования делится пополам, и к нему снова применяется квадратурная формула Ньютона-Котеса. 4. Результаты расчетов пунктов 2 и 3 сравниваются. Если точность расчетов не достигнута, то за новый интервал интегрирования принимается половинный шаг, полученный в шаге 3, и производится переход к пункту 2, в противном случае осуществляется переход к следующему пункту. 5. Проводится проверка, было ли на данном этапе вычислений деление шага интегрирования в пункте 3 первым. Если не было, то осуществляется переход к следующему пункту, в противном случае идет переход к пункту 8. 6. Производится удвоение шага интегрирования, и к нему снова применяется квадратурная формула Ньютона-Котеса. 7. Результаты расчетов пунктов 2 и 6 сравниваются. Если точность расчетов не достигнута, то двойной интервал принимается за новый шаг интегрирования, и осуществляется переход к пункту 6, в противном случае идет переход к следующему пункту. 8. Производится суммирование полученных промежуточных значений интеграла и переход к следующему интервалу интегрирования. Осуществляется проверка, достигнут ли конец диапазона интегрирования. Если конец не достигнут, то осуществляется переход к пункту 2, в противном случае вычисления заканчиваются. Разработанный алгоритм позволил сравнить оценки, сделанные по формулам для конкретных кинематических параметров с результатом численного решения для тех же параметров. Сравнение показало, что расхождение оценок не превышает нескольких процентов. Список литературы. 1. Е.В. Романенко. Гидродинамика рыб и дельфинов. Издательство КМК, Москва, 2001, 412 с. 2. Romanenko E.V. Fish and Dolphin Swimming. Pensoft. Sofia-Moscow. 2002. 430 p. 3. Романенко Е.В., Пушков С.Г. Гидродинамика дельфинов, рыб и ластоногих // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2008. № 2. С. 13-28. Санкт-Петербургский научный центр Российской академии наук. Научный совет по проблемам фундаментальной и прикладной гидрофизики. 4. Е.В. Романенко, С.Г. Пушков, В.Н. Лопатин. Гидродинамические силы, развиваемые крылом, при различных положениях оси его вращения. Тяга, мощность и КПД при гармоническом законе угловых колебаний // Успехи современной биологии. 2009. том 129. №5. С. 469-480. 5. Е.В. Романенко, С.Г. Пушков, В.Н. Лопатин. Гидродинамические силы, развиваемые крылом, при различных положениях оси его вращения. Тяга, мощность и КПД при гармоническом законе линейных колебаний и угла атаки // Успехи современной биологии. 2010. том 130, № 5, С. 514-524. 6. Е.В. Романенко, С.Г. Пушков. Об одном методе расчета гидродинамических характеристик крыла при нестационарном движении // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. Санкт-Петербургский научный центр Российской академии наук. Научный совет по проблемам фундаментальной и прикладной гидрофизики. 2011. Том 4. № 1. С. 69-80. 7. С.Г. Пушков, Е.В. Романенко, В.Н. Лопатин. Индуктивное сопротивление жесткого крыла // Успехи современной биологии. 2009. том 129, № 1. С. 104-114. 8. Некрасов А.И. Теория крыла в нестационарном потоке. М.: Издательство АН СССР. 1947. 258 с. 9. Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.: Наука. 1966. 10. Белоцерковский СМ О коэффициентах вращательных производных. // Труды ЦАГИ. 1958. Вып. 725. С. 5-28.

- 3.7. *Степень новизны полученных результатов* В мировой научной литературе известны преимущественно малоамплитудные математические модели работы крыла. Модели, учитывающие большие амплитуды колебаний крыла, крайне редки и относятся к разряду численных. Они не дают расчетных формул и не позволяют осуществлять оперативные оценки эффективности крыла. Предлагаемое решение представляет расчетные формулы, позволяющие проводить оперативные оценки. В мировой научной литературе подобные решения отсутствуют.
- 3.8. *Сопоставление полученных результатов с мировым уровнем* Впервые разработана математическая модель крыла, аппроксимирующего хвостовую лопасть дельфина, совершающего колебания большой амплитуды при переменном положении оси вращения и трех возможных вариантах кинематических параметров. Разработка математической модели завершена получением относительно простых расчетных формул, позволяющих проводить оперативную оценку гидродинамических сил и коэффициента полезного действия, развиваемых крылом. В мировой научной литературе нет ни одной работы подобного уровня. Причина этого заключается в том, что на протяжении многих лет подобные работы за рубежом практически не велись. Такая ситуация сложилась потому, что на Западе появилось несколько ошибочных работ, которые создали в научном сообществе неверное мнение о нецелесообразности изучения гидродинамики дельфинов и механизмов работы движительного комплекса этих животных. По этой причине финансирование этой проблемы практически было прекращено в середине семидесятых годов прошлого века. Нами был проведен тщательный анализ упомянутых работ и доказана их ошибочность, о чем было доложено на международных конференциях в Англии и США в присутствии авторов этих работ. Лишь в последние годы в англоязычной научной литературе пристальное внимание уделяется плавниковым движителям. Появилось несколько хороших экспериментальных работ, выполненных в Массачусетском Технологическом Институте в США. В этих работах исследуются жесткие крылья большого удлинения при одном фиксированном положении оси вращения и различных кинематических параметрах. Главным образом применяются два набора кинематических параметров: простое гармоническое движение крыла, когда линейные и угловые колебания крыла совершаются по гармоническому закону с большой амплитудой, и более сложное движение, когда по гармоническому закону изменяются угол

наклона крыла и угол атаки, в то время, как линейные колебания (также с большой амплитудой) совершаются по более сложному закону. В одной из работ кроме того исследуется влияние гибкости крыла на его характеристики как движителя. В отечественной литературе известны лишь малоамплитудные экспериментальные работы. Однако вопросам теории крыла уделяется недостаточно внимания. В лучшем случае для сравнения с экспериментальными данными используются численные решения. Но иногда вообще никакого сравнения экспериментальных результатов с теорией не проводится. Тем актуальнее становится необходимость аналитического решения задачи о колебаниях жесткого крыла с большой амплитудой линейных и угловых колебаний при различных положениях оси его вращения с получением расчетных формул для оперативной оценки развиваемых им гидродинамических сил. Именно эта задача и была решена в рамках настоящего проекта РФФИ.

- 3.9. *Методы и подходы, использованные в ходе выполнения проекта* В ходе выполнения проекта были применены методы математического моделирования с использованием известных линейных решений в форме интегральных уравнений, содержащих сингулярные интегралы [8,9]. Особенность методов и подходов, использованных в ходе выполнения проекта, состоит в том, что сингулярные интегралы, входящие в интегральные уравнения, представлены через гидродинамические производные первого порядка [10].
- 3.10.1.1. *Количество научных работ, опубликованных в ходе выполнения проекта* 3
- 3.10.1.2. *Из них включенных в перечень ВАК*
- 3.10.1.3. *Из них включенных в системы цитирования (Web of science, Scopus, Web of Knowledge, Astrophysics, PubMed, Mathematics, Chemical Abstracts, Springer, Agris, GeoRef)* 3
- 3.10.2. *Количество научных работ, подготовленных в ходе выполнения проекта и принятых к печати в 2012 г.* 1
- 3.11. *Участие в научных мероприятиях по тематике проекта, которые проводились при финансовой поддержке Фонда* 0
- 3.12. *Участие в экспедициях по тематике проекта, проводимых при финансовой поддержке Фонда* 0
- 3.13. *Финансовые средства, полученные от РФФИ* 350000 руб.
- 3.15. *Адреса (полностью) ресурсов в Internet, подготовленных авторами по данному проекту*
- 3.16. *Библиографический список всех публикаций по проекту за весь период выполнения проекта, предшествующий данному отчету, в порядке значимости: монографии, статьи в научных изданиях, тезисы докладов и материалы съездов, конференций и т.д.* Е.В. Романенко, С.Г. Пушков. Об одном методе расчета гидродинамических характеристик крыла при нестационарном движении // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. Санкт-Петербургский научный центр Российской академии наук. Научный совет по проблемам фундаментальной и прикладной гидрофизики. 2011. Том 4. № 1. С. 69-80. Е.В. Романенко, С.Г. Пушков, В.Н. Лопатин. Гидродинамические силы, развиваемые крылом, при различных положениях оси его вращения. Тяга, мощность и КПД при гармоническом законе изменения углов наклона и атаки // Успехи современной биологии, 2011, том 131, № 5, с. 518–526. Е.В. Романенко, С.Г. Пушков, В.Н. Лопатин. Индуктивное сопротивление жесткого крыла при гармонических линейных колебаниях и угле атаки // Успехи современной биологии, 2012, том 132, № 4, с. 420-433.
- 3.17. *Приоритетное направление развития науки, технологий и техники РФ, которому, по мнению исполнителей, соответствуют результаты данного проекта* не очевидно
- 3.18. *Критическая технология РФ, в которой, по мнению исполнителей, соответствуют результаты данного проекта* не очевидно
- 3.19. *Основное направление технологической модернизации экономики России, которому, по мнению исполнителей, соответствуют результаты данного проекта* не очевидно

*Подпись руководителя проекта*

**Форма 506. ФИНАНСОВЫЙ ОТЧЕТ**

6.1. Объем средств по проекту, полученный от РФФИ в 2012 г. 355000

6.2. Заработная плата 154954

6.3. Прочие выплаты 0

6.4. Начисления на выплаты по оплате труда 46796

6.5. Услуги связи 0

6.6. Транспортные услуги 0

6.7. Арендная плата за пользование имуществом 0

6.8. Работы, услуги по содержанию имущества 0

6.9. Прочие работы, услуги 80000

6.10. Прочие расходы 0

6.11. Увеличение стоимости основных средств 10000

6.12. Увеличение стоимости материальных запасов 11500

6.13. ИТОГО РАСХОДОВ 303250

6.14. Организационно-техническое сопровождение проектов (до 15 %) 51750

6.15. Фактические расходы по проекту в 2012 г. 355000

6.16. Остаток (если таковой имеется) 0

II. Финансово-экономическое обоснование расходов по проекту (необходимо обосновать и расшифровать каждый использовавшийся показатель) Романенко Е.В. 124954, Лопатин В.Н. 15000, Сидорова Т.Н. 15000. Договор гражданского правового характера с Пушковым С.Г. от 5 марта 2012 года на период с 5.03.12 по 10.05.12 Техническое задание: "Решить задачу о развиваемой жестким крылом тяге при произвольном фазовом сдвиге между линейными и угловыми колебаниями". Работа выполнена. 80000. Перечень оборудования и материалов, приобретенных на средства проекта: принтер МФУ HP Photo Smart 6510 по счету № 841 от 17.08.12 на сумму 5886 рублей, флэш-память (8 шт) по счету № 1297 от 13.11.12 на общую сумму 4114 рублей, картридж Canon E-30, картриджи HP 178 (3 шт) по счету № 842 от 17.08.12 на общую сумму 11000 рублей, папки-файлы, бумага писчая, батарейки питания по счету № 1310 от 14.11.12 на общую сумму 500 рублей.

*Подпись руководителя проекта*

*Подпись главного бухгалтера организации, заверенная печатью*

**Форма 541. ПУБЛИКАЦИИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ПРОЕКТА (для ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ОТЧЕТОВ)**

- 41.1. *Номер проекта* 11-04-00234
- 41.2.1. *Первый автор* Е.В. Романенко; 1; Россия; Институт проблем экологии и эволюции им. А.Н. Северцова РАН
- 41.3.1. *Другие авторы* С.Г. Пушков; 1; Россия; ОАО Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова  
Минавиапрома В.Н. Лопатин; 1; Россия; Институт проблем экологии и эволюции им. А.Н. Северцова РАН
- 41.4. *Название публикации* Индуктивное сопротивление жесткого крыла при гармонических линейных колебаниях и угле атаки
- 41.5. *Язык публикации* русский
- 41.6.1. *Полное название издания на языке оригинала* Успехи современной биологии
- 41.6.2. *ISSN издания* 0042-1324
- 41.7. *Вид публикации* статья в журнале
- 41.8. *Завершенность публикации* опубликовано
- 41.9. *Год публикации* 2012
- 41.10.1 *Том издания* 132
- 41.10.2 *Номер издания/Выпуск* 6
- 41.11. *Страницы* 611-624
- 41.12.1. *Полное название издательства* НАУКА
- 41.12.2. *Город, где расположено издательство* Москва
- 41.13. *Краткий реферат публикации* Выполнены оценки индуктивного сопротивления плоского и жесткого крыла, совершающего гармонические колебания достаточно большой амплитуды при произвольном положении оси вращения. В плоской задаче получены аналитические выражения для составляющих индуктивного сопротивления через коэффициенты гидродинамических производных при гармонических изменениях угла атаки.
- 41.14. *Общее число ссылок в списке использованной литературы* 12

*Подпись руководителя проекта*

**Форма 541. ПУБЛИКАЦИИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ПРОЕКТА (для ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ОТЧЕТОВ)**

- 41.1. *Номер проекта* 11-04-00234
- 41.2.1. *Первый автор* Е.В. Романенко; 1; Россия; Институт проблем экологии и эволюции им. А.Н. Северцова РАН
- 41.3.1. *Другие авторы* С.Г. Пушков; 1; Россия; Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова  
Минавиапрома В.Н. Лопатин; 1; Россия; Институт проблем экологии и эволюции им. А.Н. Северцова РАН
- 41.4. *Название публикации* Индуктивное сопротивление жесткого крыла при гармоническом изменении углов наклона и атаки
- 41.5. *Язык публикации* русский
- 41.6.1. *Полное название издания на языке оригинала* Успехи современной биологии
- 41.6.2. *ISSN издания* 0042-1324
- 41.7. *Вид публикации* статья в журнале
- 41.8. *Завершенность публикации* дано в печать
- 41.9. *Год публикации* 2013
- 41.10.1 *Том издания* 133
- 41.10.2 *Номер издания/Выпуск*
- 41.11. *Страницы*
- 41.12.1. *Полное название издательства* НАУКА
- 41.12.2. *Город, где расположено издательство* Москва
- 41.13. *Краткий реферат публикации* Выполнены оценки индуктивного сопротивления плоского жесткого крыла, совершающего колебания достаточно большой амплитуды при произвольном положении оси вращения. В плоской задаче получены аналитические выражения для составляющих индуктивного сопротивления через коэффициенты гидродинамических производных при гармонических углах наклона и атаки.
- 41.14. *Общее число ссылок в списке использованной литературы* 13
- Подпись руководителя проекта*



**Форма 510. ЗАЯВКА НА 2013 г.**

- 10.1. *Номер проекта* 11-04-00234
- 10.2.1. *Основной код классификатора* 04-150
- 10.2.2. *Дополнительные коды классификатора* 01-427
- 10.3. *Ключевые слова* моделирование, крыло, индуктивное сопротивление, дельфин, тяга, хвостовая лопасть, коэффициент полезного действия
- 10.4. *Цели очередного годовичного этапа, связь с основной задачей проекта* Изучить индуктивное сопротивление жесткого крыла, совершающего гармонические колебания большой амплитуды, при произвольном фазовом сдвиге между линейными и угловыми колебаниями. Без знания индуктивного сопротивления в широком интервале фазовых сдвигов невозможна корректная оценка гидродинамических сил, развиваемых хвостовой лопастью дельфина. Считается, что оптимальным углом фазового сдвига является угол, близкий к 90 градусов. Однако исследования показывают, что сила тяги и мощность, развиваемые крылом, достигаются при заметно различающихся фазовых углах, хотя и достаточно близких.
- 10.5. *Ожидаемые в конце 2013 г. научные результаты* Будут получены расчетные формулы для оперативной оценки индуктивного сопротивления жесткого крыла, совершающего гармонические колебания большой амплитуды, при произвольном фазовом сдвиге между линейными и угловыми колебаниями.
- 10.6.1. *Общий объем финансирования на 2013 год* 450000
- 10.6.1. *Детальная расшифровка предполагаемых расходов* зарплата 200000, начисления на зарплату 60400, основные средства 25000, организационно-техническое сопровождение проекта 63750, договор подряда с Пушковым С.Г. 90000, расходные материалы 10850.
- 10.7.1. *Сроки проведения в 2013 г. экспедиции по тематике проекта*
- 10.7.2. *Ориентировочная стоимость экспедиции (в руб.)*
- 10.7.3. *Регион проведения экспедиции*
- 10.7.4. *Название района проведения экспедиции*
- 10.8. *Планируемая численность участников проекта в 2013 году* Лопатин Виктор Николаевич Романенко Евгений Васильевич Пушков Сергей Георгиевич

*Подпись руководителя проекта*

**Форма 512. ДАННЫЕ О РУКОВОДИТЕЛЕ И ОСНОВНЫХ ИСПОЛНИТЕЛЯХ, ФАКТИЧЕСКИ ПРИНИМАВШИХ УЧАСТИЕ В ВЫПОЛНЕНИИ ПРОЕКТА В 2012 г.**

- 12.1.1. *Фамилия, Имя, Отчество* Лопатин Виктор Николаевич  
12.1.2. *Фамилия, Имя, Отчество на английском языке* Lopatin Viktor Nikolaevich  
12.2.1. *Дата рождения* 25.09.1937  
12.2.2. *Пол* мужской  
12.3.1. *Ученая степень* кандидат технических наук  
12.3.2. *Год присуждения ученой степени* 1972  
12.4.1. *Ученое звание* Доцент  
12.4.2. *Год присвоения ученого звания* 1974  
12.5.1. *Полное название организации - основного места работы* Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем экологии и эволюции им. А.Н.Северцова Российской академии наук  
12.5.2. *Сокращенное название организации - основного места работы* ИПЭЭ РАН  
12.6. *Должность* Старший научный сотрудник  
12.7.1. *Область научных интересов - ключевые слова* вычислительная математика, общая биология, математическое моделирование популяций животных, растений и экосистем, общая экология, регуляция численности животных, устойчивость экосистем  
12.7.2. *Область научных интересов - коды классификатора* 04-150  
12.8. *Общее число публикаций* 55  
12.9.1. *Почтовый индекс адреса для связи* 141400  
12.9.2. *Почтовый адрес для связи* Химки, ул. Молодежная, д.32, кв. 65  
12.10. *Телефон для связи*  
12.13. *Электронный адрес* lopatin@sevin.ru  
12.14. *Участие в проекте* исполнитель  
12.15. *Участие в других проектах, поддерживаемых РФФИ или другими организациями* РФФИ, 09-04-00125, И Программа Президиума РАН "Биоразнообразие: инвентаризация, функции, сохранение», И Программа ОБН РАН «Биологические ресурсы России: Оценка состояния и фундаментальные основы мониторинга», и  
12.16. *Номер страхового свидетельства государственного пенсионного страхования* 022-799-441-73  
12.18. *Год участия в проекте* 2

*Подпись участника проекта*

**Форма 512. ДАННЫЕ О РУКОВОДИТЕЛЕ И ОСНОВНЫХ ИСПОЛНИТЕЛЯХ, ФАКТИЧЕСКИ ПРИНИМАВШИХ УЧАСТИЕ В ВЫПОЛНЕНИИ ПРОЕКТА В 2012 г.**

- 12.1.1. *Фамилия, Имя, Отчество* Романенко Евгений Васильевич  
12.1.2. *Фамилия, Имя, Отчество на английском языке* Romanenko Evgenyi Vasilievitch  
12.2.1. *Дата рождения* 01.03.1933  
12.2.2. *Пол* мужской  
12.3.1. *Ученая степень* доктор биологических наук  
12.3.2. *Год присуждения ученой степени* 1986  
12.4.1. *Ученое звание* Профессор  
12.4.2. *Год присвоения ученого звания* 1998  
12.5.1. *Полное название организации - основного места работы* Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем экологии и эволюции им. А.Н.Северцова Российской академии наук  
12.5.2. *Сокращенное название организации - основного места работы* ИПЭЭ РАН  
12.6. *Должность* Главный научный сотрудник  
12.7.1. *Область научных интересов - ключевые слова* моделирование, крыло, индуктивное сопротивление, дельфин, тяга, хвостовая лопасть, коэффициент полезного действия  
12.7.2. *Область научных интересов - коды классификатора* 04-150  
12.8. *Общее число публикаций* 131  
12.9.1. *Почтовый индекс адреса для связи* 119526  
12.9.2. *Почтовый адрес для связи* Москва, ул. 26 Бакинских комиссаров, д. 12, корп.4, кв. 86  
12.10. *Телефон для связи*  
12.13. *Электронный адрес* evromanenko33@mail.ru  
12.14. *Участие в проекте* руководитель  
12.15. *Участие в других проектах, поддерживаемых РФФИ или другими организациями* Программа Президиума РАН № 23, И  
12.16. *Номер страхового свидетельства государственного пенсионного страхования* 004-680-067-22  
12.18. *Год участия в проекте* 2

*Подпись участника проекта*

**Форма 512. ДАННЫЕ О РУКОВОДИТЕЛЕ И ОСНОВНЫХ ИСПОЛНИТЕЛЯХ, ФАКТИЧЕСКИ ПРИНИМАВШИХ УЧАСТИЕ В ВЫПОЛНЕНИИ ПРОЕКТА В 2012 г.**

- 12.1.1. *Фамилия, Имя, Отчество*Пушков Сергей Георгиевич  
12.1.2. *Фамилия, Имя, Отчество на английском языке*Pushkov Sergey Georgievich  
12.2.1. *Дата рождения*31.01.1956  
12.2.2. *Пол*мужской  
12.3.1. *Ученая степень*кандидат технических наук  
12.3.2. *Год присуждения ученой степени*1990  
12.4.1. *Ученое звание*Без ученого звания  
12.4.2. *Год присвоения ученого звания*  
12.5.1. *Полное название организации - основного места работы*ОАО Летно-исследовательский институт имени М.М.Громова Минавиапрома  
12.5.2. *Сокращенное название организации - основного места работы*ФГУП ЛИИ имени М.М.Громова  
12.6. *Должность*Ведущий научный сотрудник  
12.7.1. *Область научных интересов - ключевые слова*оценивание средств определения воздушных параметров, аэродинамика, летные испытания, обработка данных летных испытаний  
12.7.2. *Область научных интересов - коды классификатора*01-433  
12.8. *Общее число публикаций*37  
12.9.1. *Почтовый индекс адреса для связи*140180  
12.9.2. *Почтовый адрес для связи*. Жуковский, ул. Жуковского, д. 1, кв. 49  
12.10. *Телефон для связи*  
12.13. *Электронный адрес*io9@lii.ru  
12.14. *Участие в проекте*исполнитель  
12.15. *Участие в других проектах, поддерживаемых РФФИ или другими организациями*  
12.16. *Номер страхового свидетельства государственного пенсионного страхования*004-034-838-97  
12.18. *Год участия в проекте*2

*Подпись участника проекта*

## ИНДУКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ЖЕСТКОГО КРЫЛА ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ИЗМЕНЕНИИ УГЛОВ НАКЛОНА И АТАКИ.

Е.В. Романенко<sup>1</sup>, С.Г. Пушков<sup>2</sup>, В.Н. Лопатин<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Институт проблем экологии и эволюции им. А.Н. Северцова РАН, Москва*

<sup>2</sup>*Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова, Московская обл.*

E-mail: [evromanenko33@mail.ru](mailto:evromanenko33@mail.ru)

Выполнены оценки индуктивного сопротивления плоского жесткого крыла, совершающего колебания достаточно большой амплитуды при произвольном положении оси вращения. В плоской задаче получены аналитические выражения для составляющих индуктивного сопротивления через коэффициенты гидродинамических производных при гармонических углах наклона и атаки.

Ключевые слова: моделирование, крыло, индуктивное сопротивление, дельфин, тяга, хвостовая лопасть, коэффициент полезного действия

Ранее (Пушков и др., 2000; Пушков и др., 2006; Романенко, Пушков, 1998; Романенко, Пушков, 2008; Романенко и др., 2005; Романенко и др., 2007; Romanenko, 2002) были получены расчетные формулы для оценки гидродинамических сил, развиваемых жестким крылом, колеблющимся в невязкой жидкости с произвольными амплитудами линейных и угловых колебаний и произвольным положением оси вращения. В этих формулах составляющая гидродинамических сил, обусловленная индуктивным сопротивлением крыла, определялась оценкой «сверху», т. е. по максимуму:

$$X_i \leq \left| \frac{\rho \pi S v_n^2}{4} \right|, \quad (1)$$

где  $S$  – площадь крыла,  $v_n$  - нормальная скорость крыла. Коэффициент индуктивного сопротивления определяется выражением

$$C_{xi} = -\frac{\pi}{2U_0^2} v_n^2 \quad (2)$$

Было показано, что выражения (1) и (2) являются достаточным приближением при расчетах пропульсивных характеристик в случаях умеренных удлинений крыла  $2 \leq \lambda \leq 5$  или когда доля индуктивного сопротивления мала в общем балансе гидродинамических сил. Вместе с тем остаются вопросы погрешности используемой оценки в зависимости от формы крыла и кинематики движения. В работе (Пушков и др., 2009) получены расчетные формулы для индуктивного сопротивления крыла при гармонических линейных колебаниях и угле наклона.

В этой работе мы получим расчетные формулы для случая гармонических изменений углов наклона и атаки крыла.

В данном случае, если движение крыла можно представить в виде основного движения со скоростью  $U_0$  и наложенного на него добавочного движения с малыми перемещениями и скоростями, общие выражения для проекции гидродинамических сил могут быть представлены в виде (Некрасов, 1947; Пушков и др., 2000; Романенко, 2001; Романенко и др., 2007; Седов, 1966):

$$\begin{aligned} Y &= -\lambda_{22} \frac{dv_n}{dt} - \rho U_0 \Gamma \\ X &= \lambda_{22} v_n \omega_z + \rho v_n \Gamma - \rho \pi b u_* (v_n - u_*). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $\Gamma = \pi b \left( v_n - \frac{b\omega_z}{4} - u_* \right)$  - присоединенная циркуляция (Пушков и др., 2000),  $u_*$  - эффективная вызванная скорость, обусловленная наличием за крылом вихревой пелены,  $b$  - хорда крыла,  $v_n$  - нормальная скорость крыла,  $\rho$  - плотность среды,  $\lambda_{22}$  - присоединенная масса крыла,  $\omega_z$  - угловая скорость крыла,

Нас интересует третий член для проекции гидродинамической силы  $X$  в выражении (3):

$$X_i = \rho \pi b u_* (v_n - u_*), \quad (4)$$

рассматриваемый как индуктивное сопротивление.

Следует отметить, что  $X_i$  по существу является лишь составляющей индуктивного сопротивления, если его определять выражением

$$X_i^* = \rho \pi b u_* \left( v_n - \frac{\omega_z b}{4} - u_* \right) = \rho u_* \Gamma.$$

При определении рассматриваемой составляющей гидродинамических сил  $X_i$  (4) (далее по тексту  $X_i$  - индуктивное сопротивление) неизвестной величиной является скорость  $u_*$ . В случае установившегося или квазистационарного движения крыла конечного размаха порождение вихревого следа определяется главным образом конечностью размаха крыла. Скорость  $u_*$ , индуцируемая вихревым следом, по абсолютной величине меньше  $v_n$ . При этом для удлинений крыла  $2 \leq \lambda \leq 5$  оценка индуктивного сопротивления сверху дает очень неплохие результаты.

В случае бесконечного удлинения крыла (рассматриваемая плоская задача) вихревой след порождается изменением циркуляции при наличии поперечных и угловых колебаний крыла. В данном случае значение  $u_*$  может быть как больше, так и меньше  $v_n$ , соответственно  $X_i$  может быть как отрицательным, так и положительным (напомним, что  $X_i$  – лишь часть индуктивного сопротивления).

Значение скорости  $u_*$  в формуле (4) может быть определено из соотношения для подъемной силы (Пушков и др., 2000)

$$Y = -\lambda_{22} \dot{v}_n - \rho U \Gamma = -\lambda_{22} \dot{v}_n - \rho U \pi b \left( v_n - \frac{\omega_z b}{4} - u_* \right), \quad (5)$$

и выражения для подъемной силы через коэффициенты гидродинамических производных (Белоцерковский, 1958):

$$Y = \frac{\rho U^2 b}{2} \left( -C_y^\alpha \frac{v_n}{U} - C_y^{\dot{\alpha}} \frac{\dot{v}_n b}{U^2} + C_y^{\omega_z} \frac{\omega_z b}{U} + C_y^{\dot{\omega}_z} \frac{\dot{\omega}_z b^2}{U^2} \right) \quad (6)$$

здесь  $U$  – мгновенная скорость потока, набегающего на крыло,  $\alpha$  – угол атаки. Точка над символом обозначает производную по времени.

Приравняем правые части выражений (5) и (6)

$$\begin{aligned} & \frac{\rho U^2 b}{2} \left( -C_y^\alpha \frac{v_n}{U} - C_y^{\dot{\alpha}} \frac{\dot{v}_n b}{U^2} + C_y^{\omega_z} \frac{\omega_z b}{U} + C_y^{\dot{\omega}_z} \frac{\dot{\omega}_z b^2}{U^2} \right) = \\ & = -\lambda_{22} \dot{v}_n - \rho U \pi b \left( v_n - \frac{\omega_z b}{4} - u_* \right) \end{aligned} \quad (7)$$

Из соотношения (7) получаем решение для  $u_*$  (Пушков и др., 2009):

$$u_* = v_n - \frac{v_n}{2\pi} C_y^\alpha + \frac{\omega_z b}{2\pi} C_y^{\omega_z} - \frac{\omega_z b}{4} + \frac{\lambda_{22} \dot{v}_n}{\rho \pi b U} - \frac{\dot{v}_n b}{2\pi U} C_y^{\dot{\alpha}} + \frac{\dot{\omega}_z b^2}{2\pi U} C_y^{\dot{\omega}_z}$$

Здесь все параметры берутся в центре крыла. Для значений коэффициентов гидродинамических производных имеются известные решения (Белоцерковский, 1958).

Применим полученные соотношения для определения соответствующих составляющих силы тяги и мощности (членов, включающих индуктивное сопротивление) в случае гармонических изменений углов наклона и атаки крыла.

Выражение для силы тяги крыла было получено ранее (Романенко, Пушков, 2008):

$$\overline{F_{xc}} = \frac{\rho S}{2} \left\{ \begin{aligned} & C_{yc}^\alpha \overline{v_{nc} V_{yc}} + b \left( C_{yc}^{\dot{\alpha}} - \frac{2m^*}{\rho S b} \right) \overline{\dot{v}_{nc} \sin \theta_c} - C_{yc}^{\dot{\omega}_z} b^2 \overline{\dot{\omega}_z \sin \theta_c} - b C_{yc}^{\omega_z} \overline{\omega_z V_{yc}} - \overline{X_{ic} \cos \vartheta} \\ & - C U_c^2 \overline{\cos \vartheta} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Выражение (8) можно представить в форме коэффициентов тяги

$$C_T = C_{T1} + C_{T2} + C_{T3} + C_{T4} + C_{T5} + C_{T6} \quad (9)$$

Для мощности получено следующее выражение

$$-\frac{2F_{yc} V_{yc}}{\rho S U_0^3} - \frac{2M_{zc} \omega_z}{\rho S U_0^3} = C_{P1} + C_{P2} + C_{P3} + C_{P4} + C_{P5} + C_{P6} + C_{P7} + C_{P8} + C_{P9} + C_{P10} + C_{P11},$$

где



$$\begin{aligned}
-\overline{F_{yc} V_{yc}} &= \lambda_{22} V_{yc} \frac{d(v_{nc} \cos \vartheta)}{dt} + \frac{\rho S}{2} \left[ C_{yc}^{\alpha} \overline{v_{nc} V_{xc} V_{yc}} + \left( C_{yc}^{\dot{\alpha}} - \frac{2\lambda_{22}}{\rho S b} \right) b \overline{\dot{v}_{nc} V_{yc} \cos \theta_c} - \right. \\
&\quad \left. - C_{yc}^{\omega_z} \overline{\omega_z b V_{xc} V_{yc}} - C_{yc}^{\dot{\omega}_z} \overline{\dot{\omega}_z b^2 V_{yc} \cos \theta_c} \right] + \\
&\quad + \overline{X_{ic} V_{yc} \sin \vartheta} + \frac{\rho S U_c^2 V_{yc}}{2} C \sin \vartheta \\
-M_z \omega_z &= \frac{\rho S b U_c^2}{2} \left[ m_z^{\alpha} \frac{v_n}{U_c} + m_z^{\dot{\alpha}} \frac{\dot{v}_n b}{U_c^2} - m_z^{\omega_z} \frac{\omega_z b}{U_c} - m_z^{\dot{\omega}_z} \frac{\dot{\omega}_z b^2}{U_c^2} \right]
\end{aligned}$$

Здесь и далее  $\overline{F_{xc}}$  — тяга,  $F_{yc}$  - вертикальная сила,  $M_{zc}$  - момент,  $\lambda_{22}$  — присоединенная масса крыла,  $v_{nc}$  — нормальная скорость,  $\rho$  — плотность среды,  $\theta_c$  — угол между набегающим на крыло потоком и горизонтальной осью,  $C$  — коэффициент сопротивления крыла,  $U_c$  — мгновенная скорость потока, набегающего на крыло,  $X_{ic}$  — индуктивное сопротивление крыла,  $b$  — хорда крыла,  $S$  - его площадь (одной стороны).  $C_{yc}^{\alpha}, C_{yc}^{\alpha'}, C_{yc}^{\omega_z}, C_{yc}^{\omega_z'}$  - аэродинамические производные,  $m_{zc}^{\alpha}, m_{zc}^{\dot{\alpha}}, m_{zc}^{\omega_z}, m_{zc}^{\dot{\omega}_z}$  - производные момента (Белоцерковский, 1958). Наличие индекса «с» означает, что величины пересчитаны к центру крыла.

Входящие в выражение (11) и (14) переменные величины имеют вид

$$v_{nc} = V_{y1} \cos \vartheta - U_0 \sin \vartheta + \omega_z x, = \alpha_c U_c$$

$$U_c^2 = V_{yc}^2 + V_{xc}^2,$$

$$V_{xc} = U_0 - \omega_z x \sin \vartheta,$$

$$V_{yc} = V_{y1} + \omega_z x \cos \vartheta,$$

где  $V_{y1} = \dot{y}(t)$ ,  $\omega_z = \dot{\vartheta}(t)$ ,  $y(t)$  - вертикальные колебания крыла. (Точка сверху над символом обозначает производную по времени).

Угол наклона крыла не имеет индекса «с», так как он одинаков во всех точках крыла.

Одна из составляющих коэффициента тяги, включающая индуктивное сопротивление, имеет вид

$$C_{T5} = -\frac{\overline{2X_{ic} \cos \vartheta}}{\rho S U_0^2} \quad (10)$$

Здесь и далее  $\vartheta$  - угол наклона крыла к горизонтальной оси.

Отсюда получим, раскрыв выражение (10),

$$C_{T5} = -\frac{2\pi}{U_0^2} \left( \begin{array}{l} \overline{D_1 v_{nc}^2 \cos \vartheta} + \overline{D_2 v_{nc} \omega_z \cos \vartheta} + \overline{D_3 \frac{v_{nc} \dot{\omega}_z}{U_c} \cos \vartheta} + \overline{D_4 \frac{v_{nc} \dot{v}_{nc}}{U_c} \cos \vartheta} + \overline{D_5 \frac{\dot{v}_{nc} \omega_z}{U_c} \cos \vartheta} + \\ \overline{D_6 \omega_z^2 \cos \vartheta} + \overline{D_7 \frac{\omega_z \dot{\omega}_z}{U_c} \cos \vartheta} + \overline{D_8 \frac{\dot{v}_{nc}^2}{U_c^2} \cos \vartheta} + \overline{D_9 \frac{\dot{v}_{nc} \dot{\omega}_z}{U_c^2} \cos \vartheta} + \overline{D_{10} \frac{\dot{\omega}_z^2}{U_c^2} \cos \vartheta} \end{array} \right) \quad (11)$$

Это выражение можно представить в форме

$$C_{T5} = C_{T5-1} + C_{T5-2} + C_{T5-3} + C_{T5-4} + C_{T5-5} + C_{T5-6} + C_{T5-7} + C_{T5-8} + C_{T5-9} + C_{T5-10} \quad (12)$$

В этом варианте кинематических параметров  $\vartheta = \vartheta_0 \cos \omega t, \alpha = \alpha_0 \cos \omega t$ .

Вертикальная скорость крыла изменяется по сложному закону

$$\dot{y} = U_0 \operatorname{tg} \theta,$$

где  $\theta = \alpha + \vartheta$ .

Одна из составляющих коэффициента мощности, включающая индуктивное сопротивление, имеет вид

$$C_{P6} = \frac{2}{\rho S U_0^3} \overline{X_{ic} V_{yc} \sin \vartheta}. \quad (13)$$

Раскрыв выражение (13), получим

$$C_{P6} = \frac{2\pi}{U_0^3} \left( \begin{array}{l} \overline{D_1 V_{yc} v_{nc}^2 \sin \vartheta} + \overline{D_2 V_{yc} v_{nc} \omega_z \sin \vartheta} + \overline{D_3 \frac{V_{yc} v_{nc} \dot{\omega}_z}{U_c} \sin \vartheta} + \overline{D_4 \frac{V_{yc} v_{nc} \dot{v}_{nc}}{U_c} \sin \vartheta} + \\ \overline{D_5 \frac{V_{yc} \dot{v}_{nc} \omega_z}{U_c} \sin \vartheta} + \overline{D_6 V_{yc} \omega_z^2 \sin \vartheta} + \overline{D_7 \frac{V_{yc} \omega_z \dot{\omega}_z}{U_c} \sin \vartheta} + \overline{D_8 \frac{V_{yc} \dot{v}_{nc}^2}{U_c^2} \sin \vartheta} + \\ \overline{D_9 \frac{V_{yc} \dot{v}_{nc} \dot{\omega}_z}{U_c^2} \sin \vartheta} + \overline{D_{10} \frac{V_{yc} \dot{\omega}_z^2}{U_c^2} \sin \vartheta} \end{array} \right) \quad (14)$$

Это выражение можно представить в форме

$$C_{P6} = C_{P6-1} + C_{P6-2} + C_{P6-3} + C_{P6-4} + C_{P6-5} + C_{P6-6} + C_{P6-7} + C_{P6-8} + C_{P6-9} + C_{P6-10}$$

Определим величины  $C_{T5}$  и  $C_{P6}$ , каждый из которых состоит из 10 составляющих.

$$C_{T5-1} = -2\pi D_1 \left[ \frac{(Sh_0)^2 X^2}{2} \right] J_{5-1},$$

где

$$2\pi D_1 = \left[ C_y^\alpha \left( 1 - \frac{1}{2\pi} C_y^\alpha \right) \right],$$

$$J_{5-1} = \left[ J_{5-1-1} + \frac{\alpha_0^2}{(Sh_0)^2 X^2} J_{5-1-2} - \frac{\alpha_0^2 g_0^2}{(Sh_0)^2 X^2} J_{5-1-3} + \frac{\alpha_0^2 g_0^4}{12(Sh_0)^2 X^2} J_{5-1-4} \right].$$

$$J_{5-1-1} = (g_0^2 - 0.125g_0^4 + 0.0052g_0^6)$$

$$J_{5-1-2} = (1 + 0.75\theta_0^2 - 0.1563\theta_0^4)$$

$$J_{5-1-3} = (0.375 + 0.3125\theta_0^2 - 0.0684\theta_0^4)$$

$$J_{5-1-4} = (0.3125 + 0.2733\theta_0^2 - 0.0615\theta_0^4)$$

$$C_{T5-2} = -2\pi D_2 \left[ \frac{(Sh_0)^2 g_0^2 X}{2b} \right] J_{5-2}.$$

где

$$2\pi D_2 = b \left( \frac{1}{\pi} C_y^\alpha C_y^{\omega_z} - \frac{1}{2} C_y^\alpha - C_y^{\omega_z} + \frac{\pi}{2} \right),$$

$$J_{5-2} = (1 - 0.125g_0^2).$$

$$C_{T5-3} = -2\pi D_3 \left[ -\frac{(Sh_0)^2 \alpha_0 g_0}{2b^2} \right] J_{5-3},$$

где

$$2\pi D_3 = b^2 \left( \frac{1}{\pi} C_y^\alpha C_y^{\dot{\omega}_z} - C_y^{\dot{\omega}_z} \right),$$

$$J_{5-3} = (1 - 0.375g_0^2 + 0.026g_0^4).$$

$$C_{T5-4} = -2\pi D_4 \left[ \frac{(Sh_0)^2 \alpha_0 g_0 X}{8b} \right] J_{5-4},$$

где

$$2\pi D_4 = b \left( \frac{2\lambda_{22}}{\rho\pi b^2} C_y^\alpha - \frac{1}{\pi} C_y^\alpha C_y^{\dot{\alpha}} + C_y^{\dot{\alpha}} - \frac{2\lambda_{22}}{\rho b^2} \right),$$

$$J_{5-4} = [J_{5-4-1} + \theta_0^2 J_{5-4-2}]$$

$$J_{5-4-1} = g_0^2,$$

$$J_{5-4-2} = (1 - 0.25g_0^2 + 0.1667\theta_0^2 - 0.052g_0^2\theta_0^2).$$

$$C_{T5-5} = -2\pi D_5 \left[ \frac{(Sh_0)^2 \alpha_0 g_0}{2b^2} \right] J_{5-5},$$

где

$$2\pi D_5 = b^2 \left( -\frac{1}{2} C_y^{\omega_z} + \frac{1}{\pi} C_y^{\dot{\alpha}} C_y^{\omega_z} + \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} C_y^{\dot{\alpha}} \right),$$

$$J_{5-5} = [J_{5-5-1} + J_{5-5-2} + \theta_0 J_{5-5-3}]$$

$$J_{5-5-1} = 1,$$

$$J_{5-5-2} = (-0.125g_0^2),$$

$$J_{5-5-3} = (0.1875\theta_0 + 0.0403\theta_0^3 + 0.0068\theta_0^5).$$

$$C_{T5-6} = -2\pi D_6 \left[ \frac{(Sh_0)^2 g_0^2}{2b^2} \right] [J_{5-6-1}],$$

где

$$2\pi D_6 = b^2 \left[ -\frac{1}{2\pi} (C_y^{\omega_z})^2 + \frac{1}{2} C_y^{\omega_z} - \frac{\pi}{8} \right],$$

$$J_{5-6-1} = (1 - 0.125g_0^2).$$

$$C_{T5-7} = 0.$$

$$C_{T5-8} = -2\pi D_8 \left[ \frac{(Sh_0)^2 \alpha_0^2}{2b^2} \right] J_{5-8},$$

где

$$2\pi D_8 = b^2 \left[ \frac{2\lambda_{22}}{\rho\pi b^2} C_y^{\dot{\alpha}} - \frac{2(\lambda_{22})^2}{\rho^2 \pi b^4} - \frac{1}{2\pi} (C_y^{\dot{\alpha}})^2 \right]$$

$$J_{5-8} = \left[ \frac{2(Sh_0)^2 g_0^2 X^2}{\alpha_0^2} J_{5-8-1} - \frac{(Sh_0)^2 g_0^4 X^2}{\alpha_0^2} J_{5-8-2} + J_{5-8-3} + \right. \\ \left. + 4\theta_0 J_{5-8-4} + 2\theta_0^2 J_{5-8-5} - 2g_0^2 \theta_0 J_{5-8-6} - g_0^2 \theta_0^2 J_{5-8-7} \right]$$

$$J_{5-8-1} = (0.5 - 0.375\theta_0^2 + 0.078\theta_0^4),$$

$$J_{5-8-2} = (0.375 - 0.313\theta_0^2 + 0.068\theta_0^4),$$

$$J_{5-8-3} = (1 - 0.125g_0^2),$$

$$J_{5-8-4} = (0.125\theta_0 + 0.0208\theta_0^3 + 0.0052\theta_0^5),$$

$$J_{5-8-5} = (0.125\theta_0^2 + 0.0417\theta_0^4 + 0.0043\theta_0^6),$$

$$J_{5-8-6} = (0.0625\theta_0 + 0.013\theta_0^3 + 0.0036\theta_0^5),$$

$$J_{5-8-7} = (0.0391\theta_0^2 + 0.0182\theta_0^4 + 0.0023\theta_0^6).$$

$$C_{T5-9} = -2\pi D_9 \left[ \frac{(Sh_0)^4 g_0^2 X}{2b^3} \right] J_{5-9},$$

где

$$2\pi D_9 = b^3 \left( -\frac{2\lambda_{22}}{\rho\pi b^2} C_y^{\dot{\omega}_z} + \frac{1}{\pi} C_y^{\dot{\alpha}} C_y^{\dot{\omega}_z} \right)$$

$$J_{5-9} = (1 - 0.75\theta_0^2 - 0.375g_0^2 + 0.156\theta_0^4 + 0.313g_0^2\theta_0^2 - 0.068g_0^2\theta_0^4)$$

$$C_{T5-10} = -2\pi D_{10} \left[ \frac{(Sh_0)^4 g_0^2}{2b^4} \right] J_{5-10},$$

где

$$2\pi D_{10} = -\frac{b^4}{2\pi} \left( C_y^{\omega_z} \right)^2.$$

$$J_{5-10} = J_{5-9}.$$

В приведенные выше формулы входит величина  $\lambda_{22}$  - присоединенная масса крыла, которая в рассматриваемом случае бесконечного крыла имеет вид  $\lambda_{22} = \frac{\rho \pi b^2}{4}$ . Для крыльев определенного удлинения значения присоединенных масс даны в работе (Белоцерковский, Скрипач, Табачников, 1971).

$$C_{P6-1} = 2\pi D_1 \left[ (Sh_0)^2 g_0^3 X^2 \right] \left[ I_{6-1-1} - \frac{g_0^2}{6} I_{6-1-2} + \frac{2\alpha_0}{g_0} I_{6-1-3} + \frac{\alpha_0 \theta_0^2}{g_0} I_{6-1-4} + \frac{\alpha_0^2}{(Sh_0)^2 g_0^3 X^2} I_{6-1-5} \right],$$

$$I_{6-1-1} = (0.125\theta_0 + 0.021\theta_0^3 + 0.005\theta_0^5),$$

$$I_{6-1-2} = (0.0625\theta_0 + 0.013\theta_0^3 + 0.004\theta_0^5),$$

$$I_{6-1-3} = (0.125g_0 - 0.042g_0^3 + 0.003g_0^5),$$

$$I_{6-1-4} = (0.0625g_0 - 0.026g_0^3 + 0.002g_0^5).$$

$$I_{6-1-5} = \begin{pmatrix} 0.375g_0\theta_0 + 0.4167g_0\theta_0^3 + 0.0591g_0\theta_0^5 + 0.0122g_0\theta_0^7 - \\ -0.0521g_0^3\theta_0 - 0.0608g_0^3\theta_0^3 - 0.0089g_0^3\theta_0^5 \end{pmatrix}$$

$$C_{P6-2} = 2\pi D_2 \left[ (Sh_0)^2 g_0^2 X \right] \left[ I_{6-2-1} - \frac{g_0^3}{6} I_{6-2-2} + \alpha_0 I_{6-2-3} \right],$$

$$I_{6-2-1} = (0.125g_0\theta_0 + 0.021g_0\theta_0^3 + 0.005g_0\theta_0^5),$$

$$I_{6-2-2} = I_{6-1-2},$$

$$I_{6-2-3} = (0.125g_0 - 0.042g_0^3 + 0.003g_0^5 + 0.031g_0\theta_0^2 - 0.013g_0^3\theta_0^2 + 0.001g_0^5\theta_0^2).$$

$$C_{P6-3} = 2\pi D_3 \left[ -(Sh_0)^2 \alpha_0 g_0 \right] \left[ I_{6-3-1} + \frac{(Sh_0)^2 g_0^2 X^2}{\alpha_0} I_{6-3-2} \right],$$

$$I_{6-3-1} = (0.375g_0\theta_0 + 0.104g_0\theta_0^3 + 0.036g_0\theta_0^5 - 0.052g_0^3\theta_0 - 0.015g_0^3\theta_0^3 - 0.006g_0^3\theta_0^5),$$

$$I_{6-3-2} = \left( 0.125 \mathcal{G}_0 - 0.042 \mathcal{G}_0^3 + 0.003 \mathcal{G}_0^5 - 0.031 \mathcal{G}_0 \theta_0^2 + 0.013 \mathcal{G}_0^3 \theta_0^2 - 0.001 \mathcal{G}_0^5 \theta_0^2 \right).$$

$$C_{P6-4} = 2\pi D_4 \left[ -\left( Sh_0 \right)^2 \alpha_0 \mathcal{G}_0 X \right] \left[ I_{6-4-1} - \theta_0 I_{6-4-2} + \frac{\left( Sh_0 \right)^2 \mathcal{G}_0^2 X^2}{\alpha_0} I_{6-4-3} \right],$$

$$I_{6-4-1} = \left( 0.25 \mathcal{G}_0 \theta_0 + 0.083 \mathcal{G}_0 \theta_0^3 + 0.031 \mathcal{G}_0 \theta_0^5 - 0.042 \mathcal{G}_0^3 \theta_0 - 0.013 \mathcal{G}_0^3 \theta_0^3 - 0.005 \mathcal{G}_0^5 \theta_0^3 \right),$$

$$I_{6-4-2} = \left( 0.063 \mathcal{G}_0 \theta_0^2 + 0.026 \mathcal{G}_0 \theta_0^4 + 0.01 \mathcal{G}_0 \theta_0^6 + 0.002 \mathcal{G}_0 \theta_0^8 - 0.007 \mathcal{G}_0^3 \theta_0^2 - 0.003 \mathcal{G}_0^3 \theta_0^4 - 0.001 \mathcal{G}_0^5 \theta_0^6 \right),$$

$$I_{6-4-3} = I_{6-3-2}.$$

$$C_{P6-5} = 2\pi D_5 \left[ \left( Sh_0 \right)^2 \alpha_0 \mathcal{G}_0 \right] \left[ I_{6-5-1} + \theta_0 I_{6-5-2} - \frac{\left( Sh_0 \right)^2 \mathcal{G}_0^2 X^2}{\alpha_0} I_{6-5-3} \right],$$

$$I_{6-5-1} = \left( 0.125 \mathcal{G}_0 \theta_0 + 0.021 \mathcal{G}_0 \theta_0^3 + 0.005 \mathcal{G}_0 \theta_0^5 - 0.01 \mathcal{G}_0^3 \theta_0 - 0.002 \mathcal{G}_0^3 \theta_0^3 \right),$$

$$I_{6-5-2} = I_{6-4-2},$$

$$I_{6-5-3} = I_{6-4-3}.$$

$$C_{P6-6} = 2\pi D_6 \left[ \left( Sh_0 \right)^2 \mathcal{G}_0^2 \right] I_{6-6},$$

$$I_{6-6} = I_{6-5-1}.$$

$$C_{P6-7} = 2\pi D_7 \left[ -\left( Sh_0 \right)^4 \mathcal{G}_0^3 X \right] I_{6-7},$$

$$I_{6-7} = I_{6-3-2}.$$

$$C_{P6-8} = 2\pi D_8 \left[ \left( Sh_0 \right)^4 \mathcal{G}_0^2 X^2 \right] \left[ I_{6-8-1} - 2\alpha_0 I_{6-8-2} - 2\alpha_0 \theta_0 I_{6-8-3} \right],$$

$$I_{6-8-1} = \left( 0.375 \mathcal{G}_0 \theta_0 - 0.209 \mathcal{G}_0 \theta_0^3 + 0.013 \mathcal{G}_0 \theta_0^5 - 0.012 \mathcal{G}_0 \theta_0^7 - 0.052 \mathcal{G}_0^3 \theta_0 + 0.031 \mathcal{G}_0^3 \theta_0^3 - 0.002 \mathcal{G}_0^5 \theta_0^5 \right),$$

$$I_{6-8-2} = I_{6-3-2},$$

$$I_{6-8-3} = \left( 0.063 \mathcal{G}_0 \theta_0 - 0.007 \mathcal{G}_0 \theta_0^3 - 0.026 \mathcal{G}_0^3 \theta_0 + 0.003 \mathcal{G}_0^3 \theta_0^3 + 0.002 \mathcal{G}_0^5 \theta_0 \right).$$

$$C_{P6-9} = 2\pi D_9 \left[ \left( Sh_0 \right)^4 \mathcal{G}_0^2 X \right] \left[ I_{6-9-1} - \alpha_0 I_{6-9-2} - \alpha_0 \theta_0 I_{6-9-3} \right],$$

$$I_{6-9-1} = I_{6-8-1},$$

$$I_{6-9-2} = I_{6-3-2} ,$$

$$I_{6-9-3} = I_{6-8-3} .$$

$$C_{P6-10} = 2\pi D_{10} \left[ (Sh_0)^4 g_0^2 \right] I_{6-10-1} ,$$

$$I_{6-10-1} = I_{6-8-1} .$$

Формулы для чисто линейных и угловых колебаний крыла имеют вид.

Для линейных колебаний ( $\mathcal{G} = 0$ )

$$C_{T5-1} = -2\pi D_1 \left[ \frac{\alpha_0^2}{2} \right] (1 + 0.75\alpha_0^2 - 0.1563\alpha_0^4) ,$$

$$C_{T5-2} = C_{T5-3} = C_{T5-4} = C_{T5-5} = C_{T5-6} = C_{T5-7} = C_{T5-9} = C_{T5-10} = 0 .$$

$$C_{T5-8} = -2\pi D_8 \left[ \frac{(Sh_0)^2 \alpha_0^2}{2} \right] (1 + 0.5\alpha_0^2 + 0.3332\alpha_0^4 + 0.1041\alpha_0^6 + 0.0086\alpha_0^8) ,$$

$$C_{P6} = 0$$

Для угловых колебаний ( $\theta = 0$ )

$$C_{T5-1} = -2\pi D_1 \left[ \frac{(Sh_0)^2 X^2}{2} (g_0^2 - 0.125g_0^4 + 0.0052g_0^6) + 0.5\alpha_0^2 - 0.1875\alpha_0^2 g_0^2 + 0.013\alpha_0^2 g_0^4 \right] ,$$

$$C_{T5-2} = -2\pi D_2 \left[ \frac{(Sh_0)^2 g_0^2 X}{2} \right] (1 - 0.125g_0^2) .$$

$$C_{T5-3} = -2\pi D_3 \left[ -\frac{(Sh_0)^2 \alpha_0 g_0}{2} \right] (1 - 0.375g_0^2 + 0.026g_0^4) ,$$

$$C_{T5-4} = -2\pi D_4 \left[ \frac{(Sh_0)^2 \alpha_0 g_0^3 X}{8} \right] ,$$

$$C_{T5-5} = -2\pi D_5 \left[ \frac{(Sh_0)^2 \alpha_0 g_0}{2} \right] (1 - 0.125g_0^2) ,$$



$$C_{T5-6} = -2\pi D_6 \left[ \frac{(Sh_0)^2 \mathcal{G}_0^2}{2} \right] (1 - 0.125 \mathcal{G}_0^2),$$

$$C_{T5-7} = 0.$$

$$C_{T5-8} = -2\pi D_8 \left[ \frac{(Sh_0)^2}{2} \right] \left[ (\alpha_0^2 - 0.125 \alpha_0^2 \mathcal{G}_0^2) + (Sh_0)^2 \mathcal{G}_0^2 X^2 - 0.375 (Sh_0)^2 \mathcal{G}_0^4 X^2 \right],$$

$$C_{T5-9} = -2\pi D_9 \left[ \frac{(Sh_0)^4 \mathcal{G}_0^2 X}{2} \right] (1 - 0.375 \mathcal{G}_0^2),$$

$$C_{T5-10} = -2\pi D_{10} \left[ \frac{(Sh_0)^4 \mathcal{G}_0^2}{2} \right] (1 - 0.375 \mathcal{G}_0^2),$$

$$C_{P6-1} = 2\pi D_1 \left[ (Sh_0)^2 \mathcal{G}_0^3 X^2 \right] \left[ 2\alpha_0 (0.125 - 0.042 \mathcal{G}_0^2 + 0.003 \mathcal{G}_0^4) \right],$$

$$C_{P6-2} = 2\pi D_2 \left[ (Sh_0)^2 \alpha_0 \mathcal{G}_0^2 X \right] (0.125 \mathcal{G}_0 - 0.042 \mathcal{G}_0^3 + 0.003 \mathcal{G}_0^5),$$

$$C_{P6-3} = 2\pi D_3 \left[ -(Sh_0)^4 \mathcal{G}_0^3 X^2 \right] (0.125 \mathcal{G}_0 - 0.042 \mathcal{G}_0^3 + 0.003 \mathcal{G}_0^5),$$

$$C_{P6-4} = 2\pi D_4 \left[ -(Sh_0)^4 \mathcal{G}_0^3 X^3 \right] (0.125 \mathcal{G}_0 - 0.042 \mathcal{G}_0^3 + 0.003 \mathcal{G}_0^5),$$

$$C_{P6-5} = 2\pi D_5 \left[ -(Sh_0)^4 \mathcal{G}_0^3 X^2 \right] (0.125 \mathcal{G}_0 - 0.042 \mathcal{G}_0^3 + 0.003 \mathcal{G}_0^5),$$

$$C_{P6-6} = 0,$$

$$C_{P6-7} = 2\pi D_7 \left[ -(Sh_0)^4 \mathcal{G}_0^3 \right] (0.125 \mathcal{G}_0 - 0.042 \mathcal{G}_0^3 + 0.003 \mathcal{G}_0^5),$$

$$C_{P6-8} = 2\pi D_8 \left[ -2\alpha_0 (Sh_0)^4 \mathcal{G}_0^2 X^2 \right] (0.125 \mathcal{G}_0 - 0.042 \mathcal{G}_0^3 + 0.003 \mathcal{G}_0^5),$$

$$C_{P6-9} = 2\pi D_9 \left[ -\alpha_0 (Sh_0)^4 \mathcal{G}_0^2 X \right] (0.125 \mathcal{G}_0 - 0.042 \mathcal{G}_0^3 + 0.003 \mathcal{G}_0^5),$$

$$C_{P6-10} = 0,$$

В приведенных выше формулах:  $X$  – относительное расстояние от оси вращения до центра крыла  $\left( X = \frac{x}{b} \right)$ ,  $x$  – абсолютное расстояние от оси вращения до центра крыла

(положительное, если ось вращения расположена ближе к задней кромке, отрицательное, если ось расположена ближе к передней кромке).  $\omega = 2\pi f$ ,  $f$  – частота. При выводе расчетных формул величины  $\sin \vartheta$ ,  $\cos \vartheta$  и  $\operatorname{tg} \theta$  заменяли разложением в ряд Маклорена и ограничивались первыми тремя членами.

На рисунке показана графическая зависимость индуктивного сопротивления от кинематических параметров крыла. Индуктивное сопротивление  $C_{T5}$  отнесено к его максимальному значению, определенному по формуле  $C_{T5 \max i} = -\frac{\pi}{2U_0^2} \overline{v_{nc}^2} \cos \vartheta$  (оценка «сверху»).

Кинематические параметры крыла представлены в Таблице.

$Sh_0$	0.4	0.7	1.0	1.2	1.6	2.0
$\theta_0$ , рад	0.39	0.64	0.85	0.98	1.14	1.3
$\vartheta_0$ , рад	0.29	0.54	0.75	0.88	1.04	1.2
$\omega$ , с <sup>-1</sup>	4.0	7.0	10	12.0	16.0	20.0
$C_{yc}^\alpha$	4.67	4.242	4.087	4.06	4.06	4.295
$C_{yc}^{\dot{\alpha}}$	-1.7	-0.47	-0.099	-0.067	-0.067	-0.061
$C_{yc}^{\omega_z}$	1.16	1.061	1.024	1.021	1.021	1.075
$C_{yc}^{\dot{\omega}_z}$	-0.82	-0.51	-0.4175	-0.41	-0.41	-0.545

Вычисления проведены при постоянном значении отношения максимального вертикального отклонения крыла к его хорде, равном 1, и амплитудном значении угла атаки крыла, равном 0.1 радиан.

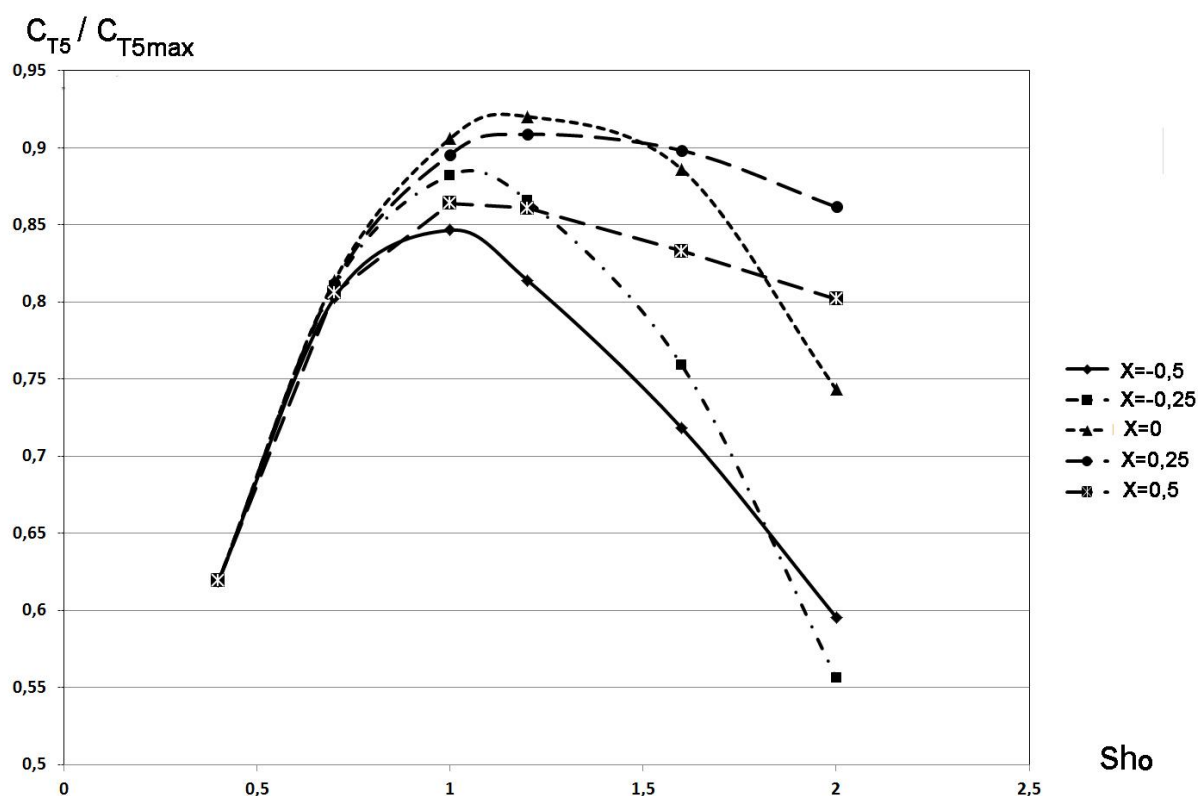


Рис. Относительное значение индуктивного сопротивления крыла в зависимости от числа Струхали  $Sh_0$  и положения оси вращения крыла  $X$ .

Анализ результатов оценок индуктивного сопротивления крыла по полученным формулам показывает, что оно заметно зависит от кинематических параметров. Это означает, что при определении гидродинамических характеристик жестких крыльев большого удлинения, в частности бесконечного, для расчёта составляющих, связанных с индуктивным сопротивлением, следует пользоваться приведенными выше формулами, а не оценкой «сверху».

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 11-04-00234а).

Авторы выражают искреннюю благодарность Р.И. Герасимовой за помощь в подготовке рукописи.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Белоцерковский С.М. О коэффициентах вращательных производных // Тр. ЦАГИ. 1958. Вып.725. С. 5-29.
- Белоцерковский С.М., Скрипач Б.К., Табачников В.Г. Крыло в нестационарном потоке газа. М.: Наука. 1971. 767 с.
- Некрасов А.И. Теория крыла в нестационарном потоке. М.: Изд-во АН СССР. 1947. 258 с.
- Пушков С.Г., Романенко Е.В. Гидродинамические силы, действующие на жесткое крыло при его движении с большими амплитудами поперечных и угловых колебаний // Успехи соврем. Биологии. 2000. Т. 120. № 2. С. 207-216.
- Пушков С.Г., Романенко Е.В. Лопатин В.Н. Гидродинамические силы, развиваемые крылом, при различных положениях оси вращения. Тяга при гармоническом угле атаки // Успехи соврем. Биологии. 2006. Т. 126. № 3. С. 305-311.
- Пушков. С.Г., Романенко. Е.В, Лопатин В.Н.. Индуктивное сопротивление жесткого крыла // Успехи соврем. Биологии. 2009. Т. 129. № 1. С. 93-103.
- Романенко Е.В. Гидродинамика рыб и дельфинов. М.: КМК. 2001. 412 с.
- Романенко Е.В., Пушков С.Г. Экспериментальное исследование кинематики хвостовой лопасти дельфина // Докл. РАН. 1998. Т. 358. № 2. С. 274-276.
- Романенко Е.В., Пушков С.Г. Гидродинамика дельфинов, рыб и ластоногих // ж. Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2008. № 2. С. 13-28 .
- Романенко Е.В., Пушков С.Г., Лопатин В.Н. Гидродинамические силы, развиваемые крылом, при различных положениях оси его вращения. Тяга при гармоническом законе угловых колебаний // Успехи соврем. Биологии. 2005. Т. 125. № 5. С. 478-483.
- Романенко Е.В., Пушков С.Г., Лопатин В.Н. Гидродинамические силы, развиваемые крылом, при различных положениях оси его вращения. Тяга при

гармоническом изменении углов наклона и атаки // Успехи соврем. Биологии.

2007. Т. 127. № 3. С. 299.

Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.: Наука, 1966. 445 с.

Romanenko E.V. Fish and Dolphin Swimming. Sofia-Moscow. Pensoft. 2002. 430 p.

## INDUCTIVE REACTANCE OF FLAT AND RIGID WHING

The approximate expressions of hydrodynamic forces were used for to construct the mathematical model of the flat and rigid wing when pitch-axes location varies and heaving and pitching amplitudes are sufficiently large. A peculiarity of this model is usage of the first order aerodynamic derivatives coefficients and kinematic parameters. To calculate the inductive «reactance» in harmonic pitch and angle of attack oscillations of the wing the formulas were derived.