ДОКЛАДЫ
АКАДЕМИИ НАУК СССР

1980

ТОМ 253 № 5

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

УДК 591.524.1; 591.177 ГИДРОМЕХАНИКА

Е.В. РОМАНЕНКО

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ПЛАВАНИЯ РЫБ И ДЕЛЬФИНОВ

(Представлено академиком В.Е. Соколовым 15 I 1980)

За последние годы было несколько попыток создания математической модели плавания рыб и дельфинов. Однако при этом рассматривались главным образом плоские задачи ([1], [2]), что позволяло лишь качественно рассмотреть механизмы плавания и связанных с этим процессом эффектов.

Одно из наиболее удачных решений пространственной задачи о механизме плавания рыб дано академиком Академии наук УССР Г.В. Логвиновичем ([3]). Он рассмотрел движение тонкого тела в инерциальной системе координат x, y, z, которая движется в неограниченной жидкой среде в направлении оси Ox. На рис. 1 приведена схема, поясняющая постановку задачи. Схема взята из работы Г.В. Логвиновича так же, как и все обозначения: абсциссы концов тела x_1 и x_2, и, следовательно, длина тела $L_p = x_2 - x_1$, $R(x)$ – большая полуось эллиптического поперечного сечения тела, величина dR/dx – малая по всей длине тела, S – продольная криволинейная ось тела мало отклоняется от оси абсцисс. В основу теории положена концепция "пронизываемого слоя", согласно которой тело, проходя через некоторый "пронизываемый слой", неподвижный относительно покоящейся жидкости, порождает в нем поперечное почти плоское течение, близкое к течению идеальной жидкости. С хвостового плавника рассматриваемого тонкого тела при этом стекает по касательной к нему поток импульсов $m_1^* V v_n$. Здесь m_1^* – присоединенная масса, равная $\pi\rho R^2(x_1)$, ρ – плотность жидкости, V – скорость тела, v_n – нормальная к криволинейной оси тела скорость слоя, определяемая выражением

$$v_n = \frac{\partial\eta}{\partial t} - V\frac{\partial\eta}{\partial x}.$$

В такой постановке задачи для случая периодического изменения плавательных движений тела Г.В. Логвиновичем получены следующие общие выражения для тянущей силы, обусловленной стекающими импульсами, подсасывающей силы и кинетической энергии, остающейся в следе на единицу пути хвостового плавника:

$$I = m^*(x)V\left(\frac{\partial\eta}{\partial t} - V\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)\frac{\partial\eta}{\partial x} \quad \text{при} \quad x = x_1, \tag{1}$$

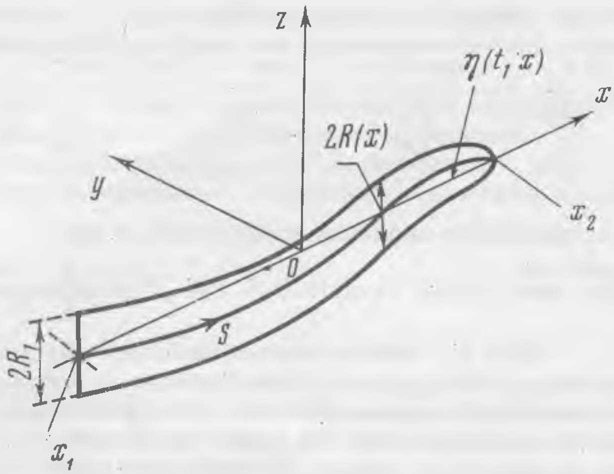
$$P = -\frac{1}{2}\int_{x_1}^{x_2} \frac{dm^*(x)}{dx}\left(\frac{\partial\eta}{\partial t} - V\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)^2 dx, \tag{2}$$

$$E = \frac{m^*(x)}{2}\left(\frac{\partial\eta}{\partial t} - V\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)^2 \quad \text{при} \quad x = x_1. \tag{3}$$

Выражение (1) справедливо лишь для рыб, плавающих "угревидным" способом, когда амплитуда волнообразных колебаний тела постоянна во всех его точках. Наиболее общее выражение для тянущей силы, не имеющее указанных ограничений, также получено академиком Г.В. Логвиновичем ([4]) и имеет вид

$$I = \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)\frac{d}{dt}\left[m^*(x)\left(\frac{\partial\eta}{\partial t} - V\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)\right]dx. \tag{4}$$

Рис. 1. Схема, поясняющая постановку задачи



Полученные Г.В. Логвиновичем формулы позволяют оценить гидродинамические характеристики рыб по измеренным экспериментально кинематическим характеристикам. Академик Г.В. Логвинович применил эту теорию к описанию одного лишь частного случая плавания рыб "угревидным" способом. В действительности ни один вид рыб таким способом не плавает, хотя у некоторых видов, в частности угрей, амплитуда колебаний головы в процессе плавания составляет величину около 30–40% амплитуды колебаний хвоста. У других же видов рыб, а также у дельфинов и того меньше.

Была попытка применить теорию Г.В. Логвиновича к описанию плавания рыб "скомброидным" способом при предположении линейного закона нарастания амплитуды локомоторной волны при распространении ее от головы к хвосту по телу рыбы ([5]):

$$(5)\qquad \eta = \eta_0 \frac{x_2 - x}{L_\text{p}} \sin\left(\frac{Ct}{L} - \frac{x_2 - x}{L}\right), \quad \text{где} \quad C = \text{const}.$$

Однако легко показать, что задание формы колебаний тела рыбы в таком виде некорректно, так как приводит к отрицательному значению силы тяги при условии $V = C$. Здесь C – фазовая скорость волны. Для доказательства такого утверждения зададим форму колебаний тела рыбы в виде

$$(6)\qquad \eta = \eta_0(x)\sin[\omega t - k(x_2 - x)], \quad \text{где} \quad k = \text{const}.$$

Используя выражения (2), (4) и (6), получим сумму усредненных по времени за период колебания тянущей и подсасывающей сил при $V = C$

$$(7)\qquad \{I\} + \{P\} = -\frac{V^2}{4} m^*(x_1)\left(\frac{\partial \eta_0}{\partial x}\right)^2_{x = x_1}$$

Считаем при этом, что при $x = x_2$ $\quad m^* = 0$.

Из отмеченного факта следует неизбежный вывод о том, что в формуле (6) величина k должна быть функцией координаты, а поскольку $k = \omega/C$, то функцией координаты должна быть фазовая скорость локомоторной волны C. Тогда закон деформации тела рыбы в процессе плавания должен иметь следующий вид:

$$(8)\qquad \eta = \eta_0(x)\sin\left[\omega t - \frac{\omega(x_2 - x)}{C(x)}\right].$$

Форму зависимости фазовой скорости волны от координаты предсказать трудно, поэтому в первом приближении примем ее линейной. Что же касается вида функции $\eta_0(x)$, то, исходя из очевидных данных опыта, которые сводятся к тому, что амплитуда локомоторной волны рыбы или дельфина монотонно нарастает от головы к хвосту, ее можно аппроксимировать экспонентой с минимальным числом неопределенных параметров. Тогда закон деформации тела рыбы или дельфина в процессе

Таблица 1

b, м$^{-1}$	γ при $V/L_p = 1$	γ при $V/L_p = 2$	b, м$^{-1}$	γ при $V/L_p = 1$	γ при $V/L_p = 2$
0,05	2,30	2,17	0,3	3,88	3,65
0,1	2,99	2,81	0,4	3,98	3,74
0,2	3,62	3,40	1,0	5,64	5,31

плавания можно окончательно представить в виде

$$(9)\qquad \eta = \eta_1\,[K_г - 1 + \exp[\alpha((x_2 - x)/L_p)^\gamma]\sin\omega\left\{t - \frac{x_2 - x}{C_г[1 + b(x_2 - x)]}\right\}.$$

Здесь η_1 – амплитуда колебаний хвоста, $K_г$ – отношение амплитуд колебаний головы и хвоста, ω – круговая частота, t – время, $C_г$ – значение фазовой скорости локомоторной волны в области головы. Величины η_1, $K_г$, γ, b, ω, $C_г$ неизвестны, их необходимо определять в эксперименте. Коэффициент α легко можно выразить через $K_г$ из граничного условия. Действительно, амплитуда колебаний хвоста при $x = x_1$ должна быть равна η_1, т.е. $K_г - 1 + e^\alpha = 1$, откуда имеем $\alpha = \ln(2 - K_г)$.

Используя выражение (9) и очевидное условие

$$(10)\qquad \{I\} + \{P\} = 0 \quad \text{при} \quad V = C,$$

можно было бы оценить величины наиболее интересных параметров γ и b. Однако выражение для суммы тянущей и подсасывающей сил в этом случае оказывается исключительно громоздким и мало пригодным для численных расчетов. Тем не менее такую оценку провести можно, если вспомнить, что тянущая сила в соответствии с выражением (4) определяется проекцией на ось Ox импульса, стекающего с хвостового плавника в единицу времени, а проекция импульса в свою очередь определяется проекцией на ту же ось нормальной к криволинейной оси S тела скорости слоя жидкости

$$(11)\qquad v_{n,x} = \left(\frac{\partial\eta}{\partial t} - V\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)\frac{\partial\eta}{\partial x}.$$

Равенство нулю тянущей силы при $V = C$ эквивалентно равенству нулю выражения (11). Поэтому для оценки величин γ и b мы воспользуемся выражением (11), приравняв его к нулю при условии $V = C$ и $x = x_1$. Здесь мы делаем еще два допущения: во-первых, проводим оценку в точке, соответствующей кромке хвоста $(x = x_1)$. Это допущение, по-видимому, справедливо, так как тяга осуществляется главным образом с помощью хвоста. Во-вторых, мы пренебрегаем подсасывающей силой, которая по данным работ ([3], [5]) составляет незначительную часть общей тяги. В итоге, используя выражения (9) и (11), получим

$$(12)\qquad \frac{V\alpha^2 e^{2\alpha}}{L_p^2}\gamma^2 = \frac{\omega^2}{V}\left[\frac{1}{1 + L_p b}\right]\left[1 - \frac{1}{1 + L_p b}\right].$$

В случае плавания дельфинов между величинами ω и V/L_p существует однозначная связь ([6])

$$(13)\qquad \omega = 2\pi(1{,}1\,V/L_p + 0{,}15).$$

Кроме того, наблюдения за дельфинами показывают, что величина $K_г$ составляет около 0,25. Учитывая это и выражение (13), получим соотношение, связывающее величины γ и b применительно к дельфинам афалинам

$$(14)\qquad \gamma = \frac{6{,}41}{1 + L_p b}\left(1{,}1 + \frac{0{,}15}{V/L_p}\right)\sqrt{L_p b}.$$

Результаты вычислений по формуле (14) для наиболее типичных значений относительной скорости дельфина даны в табл. 1. Здесь для определенности длина дельфина принята равной 2 м.

Какое соотношение между γ и b существует в случае реального плавания рыб и дельфинов, могут показать только тщательные эксперименты на животных.

Выражаю искреннюю благодарность академику Г.В. Логвиновичу, доктору физико-математических наук К.А. Наугольных и С.Г. Пушкову за интерес к работе и ценные советы.

Институт эволюционной морфологии
и экологии животных им. А.Н. Северцова
Академии наук СССР, Москва

Поступило
4 IV 1980

ЛИТЕРАТУРА

[1] *J. Siekmann*, Eng.Arch. № 31, 214 (1962). [2] *T.Y.-T. Wu*, J.Fluid Mech., v. 46, Part 2, 337 (1971). [3] *Г.В. Логвинович*, Бионика, т. 4, 5 (1970). [4] *Г.В. Логвинович*, Гидродинамика течений со свободными границами, Киев, 1969. [5] *Л.Ф. Козлов, Р.А. Олейник*, Бионика, т. 12, 3 (1978). [6] *В.П. Каян, В.Е. Пятецкий*, Бионика, т. 11, 36 (1977).