

УДК 577.31

РОЛЬ ХВОСТОВОЙ ЛОПАСТИ В ФОРМИРОВАНИИ ОТРИЦАТЕЛЬНОГО ГРАДИЕНТА ДИНАМИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ НА ТЕЛЕ АКТИВНО ПЛЫВУЩЕГО ДЕЛЬФИНА

© 2001 г. С. Г. Пушков, Е. В. Романенко

Институт проблем экологии и эволюции им. А.Н. Северцова РАН, Москва

Рассмотрены две составляющие механизма формирования отрицательного градиента динамического давления колеблющейся хвостовой лопастью на теле активно плывущего дельфина. Оценка первой составляющей основана на учете влияния вихревой пелены, формирующейся в следе за колеблющейся лопастью. Второй – на представлении хвостовой лопасти как акустического диполя. Получены расчетные соотношения и проведены соответствующие вычисления. Показано, что суммарная доля отрицательного градиента давления, формирующегося в пределах тела дельфина колеблющейся лопастью, пренебрежимо мала по сравнению с градиентом давления, обусловленным колебаниями собственно тела.

ВВЕДЕНИЕ

В 1936 г. английский зоолог Д. Грей высказал предположение, что высокая энергетическая эффективность движения китообразных, в частности дельфинов, в воде во многом определяется стабилизацией ламинарного обтекания тела при активном движении [6].

Возможное повышение критического числа Рейнольдса (перехода ламинарного обтекания в турбулентное) Грей объяснял наличием вдоль тела активно плывущего животного отрицательного градиента динамического давления, формирующегося за счет отсасывающего действия хвостового плавника. Дальнейшие исследования гидродинамических особенностей движения дельфинов и рыб [2] показали, что механизм образования отрицательного градиента давления не ограничивается только отсасывающим действием движительного органа. Он дополняется перераспределением давления, обусловленным колебательным движением тела животного с характерным возрастанием амплитуды и фазовой скорости локомоторной волны от головы к хвостовому плавнику. Вместе с тем роль хвостового плавника в формировании характера обтекания тела, о которой говорил Д. Грей, остается не изученной в полной мере до настоящего времени.

В настоящей работе представлены количественные оценки градиента динамического давления на теле дельфина, вызываемого движением его хвостовой лопасти. Рассмотрены два возможных механизма, влияющих на формирование распределения динамического давления на теле животного. Один механизм связан с влиянием вихревой пелены, формирующейся в следе за колеблющейся хвостовой лопастью, на характер обтекания тела, а

другой – с влиянием поля скоростей, генерируемого колеблющейся хвостовой лопастью как диполем.

ВЛИЯНИЕ ВИХРЕВОЙ ПЕЛЕНЫ

Для оценки вызванных скоростей и давлений рассмотрим движение плоского крыла конечного размаха (плавника) в системе координат $OXYZ$, движущейся со скоростью U в направлении оси OX , равной скорости передвижения дельфина (рис. 1).

Пусть в системе координат $OXYZ$ на поперечное колебание крыла $y = h \sin \omega t$ накладываются угловые $\vartheta = \vartheta_0 \cos \omega t$, где ϑ – угол, составляемый плоскостью крыла с плоскостью OXZ . Схематично представим крыло в виде несущей линии AB . При движении вихревая пелена за крылом сворачивается в вихревые жгуты и в следе формирует дорожку в виде вихревых рамок. В первом приближении будем допускать, что каждая из рамок представляет собой прямоугольник.

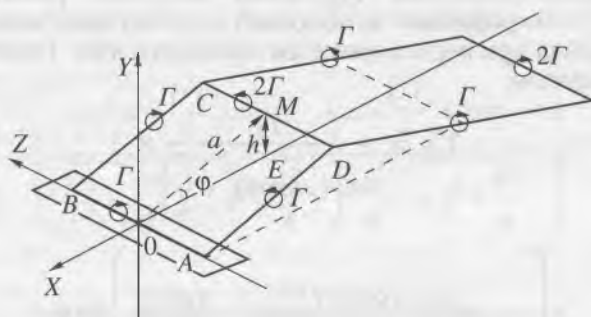


Рис. 1. Схема, поясняющая постановку задачи (пояснения в тексте).

При оценке градиента давления dp/dx в некоторой точке X на оси OX примем:

– поперечный размер рамок равным

$$l = \frac{\pi R}{2}, \quad (1)$$

где R – полуразмах крыла, что соответствует эллиптическому распределению циркуляции вдоль размаха крыла;

– отстояние поперечных движению составляющих вихревых рамок от плоскости OXZ равным амплитуде колебания крыла по вертикали h .

Величину dp/dx оценим соответственно в случаях:

а) прохождения крылом плоскости OXZ ,

б) максимального отклонения крыла от плоскости OXZ .

Вихревая дорожка, показанная на рис. 1, соответствует случаю (а), моменту прохождения крыла через плоскость OXZ . В первом приближении на основании закона Бернулли величина Δp в некоторой точке x на оси OX будет:

$$\Delta p \approx \rho U V_{ix}, \quad (2)$$

где V_{ix} – составляющая индуцируемой скорости в направлении оси OX .

Для определения порядка $\Delta p/\Delta x$ оценим значение V_{ix} , индуцируемое вихревой дорожкой, сформированной за половину периода (T – период) колебания крыла. Для этого воспользуемся формулой Био-Савара для скорости, индуцируемой произвольным отрезком вихревой нити с циркуляцией Γ в некоторой точке:

$$V = \frac{\Gamma}{4\pi h_0} (\cos \alpha + \cos \beta). \quad (3)$$

Здесь h_0 – кратчайшее расстояние выбранной точки наблюдения от отрезка вихревой нити, α и β – углы, примыкающие к отрезку и образованные линиями, соединяющими точку наблюдения с концами отрезка вихревой линии. Значение V_{ix} может быть получено как сумма проекций на ось OX скоростей, индуцированных в точке x всеми прямолинейными отрезками вихревых рамок, сформированных за половину периода колебаний крыла при пересечении им плоскости XOZ . Таким образом:

$$V_{ix} = \frac{\Gamma l}{4\pi \left[(x \sin \varphi)^2 + \frac{l^2}{4} \right]} \times \left(\frac{a + x \cos \varphi}{\sqrt{(x + a \cos \varphi)^2 + h^2 + \frac{l^2}{4}}} - \frac{x \cos \varphi}{\sqrt{x^2 + \frac{l^2}{4}}} \right) \sin \varphi +$$

$$+ \frac{\Gamma l}{4\pi \left[\left(x + \frac{UT}{2} \right)^2 \sin^2 \varphi + \frac{l^2}{4} \right]} \times \quad (4)$$

$$\times \left[\frac{\left(x + \frac{UT}{2} \right) \cos \varphi}{\sqrt{\left(x + \frac{UT}{2} \right)^2 + \frac{l^2}{4}}} - \frac{\left(x + \frac{UT}{2} \right) \cos \varphi - a}{\sqrt{\left(x + \frac{UT}{4} \right)^2 + h^2 + \frac{l^2}{4}}} \right] \sin \varphi +$$

$$+ \frac{\Gamma l h}{2\pi \left[\left(x + \frac{UT}{4} \right)^2 + h^2 \right] \sqrt{\left(x + \frac{UT}{4} \right)^2 + h^2 + \frac{l^2}{4}}}.$$

Здесь первые два члена определяются скоростями, индуцированными в точке x продольными вихревыми нитями, а третье слагаемое определяется скоростью, индуцированной поперечным вихрем CD (см. рис. 1).

Аналогично получим значение V_{ix} для случая (б):

$$V_{ix} = \frac{\Gamma l \sin \varphi}{4\pi \left[\left(x + \frac{UT}{4} \right)^2 \sin^2 \varphi + \frac{l^2}{4} \right]} \times$$

$$\times \left[\frac{a + \left(x + \frac{UT}{4} \right) \cos \varphi}{\sqrt{\left(x + \frac{UT}{2} \right)^2 + h^2 + \frac{l^2}{4}}} - \frac{\left(x + \frac{UT}{4} \right) \cos \varphi - a}{\sqrt{x^2 + h^2 + \frac{l^2}{4}}} \right] + \quad (5)$$

$$+ \frac{\Gamma l h}{4\pi (x^2 + h^2) \sqrt{x^2 + h^2 + \frac{l^2}{4}}} +$$

$$+ \frac{\Gamma l h}{4\pi \left[\left(x + \frac{UT}{2} \right)^2 + h^2 \right] \sqrt{\left(x + \frac{UT}{2} \right)^2 + h^2 + \frac{l^2}{4}}}.$$

Здесь первый член определяется продольными вихревыми нитями, а второй и третий – поперечными.

В соотношениях (4) и (5) φ – угол наклона вихревой рамки к плоскости OXZ ; a – половина продольного размера полной вихревой рамки, вычисляемая по формуле

$$a = \sqrt{h^2 + \left(\frac{UT}{4} \right)^2}. \quad (6)$$

Между h и a существует очевидное соотношение:

$$h = a \sin \varphi. \quad (7)$$

Значение циркуляции Γ определяется уравнением связи:

$$C_y \rho \frac{U_i^2}{2} S = \rho U_i \Gamma l = F, \quad (8)$$

где C_y – коэффициент подъемной силы крыла, ρ – плотность воды, $U_i = \sqrt{U^2 + h^2 \omega^2}$ – амплитудное значение абсолютной скорости движения крыла, S – площадь крыла.

Полученные выражения для V_{ix} определяют величину градиента $\partial p / \partial x$:

$$\frac{\partial p}{\partial x} \approx \rho U \frac{\partial V_{ix}}{\partial x}. \quad (9)$$

При определении F следует учитывать, что коэффициент подъемной силы C_y и его производная по углу атаки C_y^α при гармонических колебаниях крыла зависит от числа Струхала $Sh = \frac{\omega b}{U}$, где b – хорда крыла [1].

Путем дифференцирования выражений (4) и (5) по координате x нетрудно получить соотношения для градиентов индуцированной скорости.

Для случая (а) это соотношение будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_{ix}}{\partial x} = \frac{\Gamma l}{2\pi} & \left\{ - \frac{x \sin^3 \varphi}{\left[(x \sin \varphi)^2 + \frac{l^2}{4} \right]^2} \times \right. \\ & \times \left(\frac{a + x \cos \varphi}{\sqrt{(x + a \cos \varphi)^2 + h^2 + \frac{l^2}{4}}} - \frac{x \cos \varphi}{\sqrt{x^2 + \frac{l^2}{4}}} \right) + \\ & + \frac{\sin \varphi}{2 \left[(x \sin \varphi)^2 + \frac{l^2}{4} \right]} \times \\ & \times \left(\frac{\left(h^2 + \frac{l^2}{4} - a^2 \sin^2 \varphi \right) \cos \varphi - a x \sin^2 \varphi}{\left[(x + a \cos \varphi)^2 + h^2 + \frac{l^2}{4} \right] \sqrt{(x + a \cos \varphi)^2 + h^2 + \frac{l^2}{4}}} - \right. \\ & \left. - \frac{\frac{l^2}{4} \cos \varphi}{\left(x^2 + \frac{l^2}{4} \right) \sqrt{x^2 + \frac{l^2}{4}}} \right) - \frac{\left(x + \frac{UT}{2} \right) \sin^3 \varphi}{\left[\left(x + \frac{UT}{2} \right)^2 \sin^2 \varphi + \frac{l^2}{4} \right]^2} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \left(\frac{\left(x + \frac{UT}{2} \right) \cos \varphi}{\sqrt{\left(x + \frac{UT}{2} \right)^2 + \frac{l^2}{4}}} - \frac{\left(x + \frac{UT}{2} \right) \cos \varphi - a}{\sqrt{\left(x + \frac{UT}{4} \right)^2 + h^2 + \frac{l^2}{4}}} \right) + \quad (10) \\ & + \frac{\sin \varphi}{2 \left[\left(x + \frac{UT}{2} \right)^2 \sin^2 \varphi + \frac{l^2}{4} \right]} \times \\ & \times \left(\frac{\frac{l^2}{4} \cos \varphi}{\left[\left(x + \frac{UT}{2} \right)^2 + \frac{l^2}{4} \right] \sqrt{\left(x + \frac{UT}{2} \right)^2 + \frac{l^2}{4}}} - \right. \\ & - \frac{\left[h^2 + \frac{l^2}{4} - \left(\frac{UT}{4} \right)^2 - \frac{UTx}{4} \right] \cos \varphi + a \left(x + \frac{UT}{4} \right)}{\left[\left(x + \frac{UT}{4} \right)^2 + h^2 + \frac{l^2}{4} \right] \sqrt{\left(x + \frac{UT}{4} \right)^2 + h^2 + \frac{l^2}{4}}} - \\ & - \frac{h \left(x + \frac{UT}{4} \right)}{\left[\left(x + \frac{UT}{4} \right)^2 + h^2 \right] \sqrt{\left(x + \frac{UT}{4} \right)^2 + h^2 + \frac{l^2}{4}}} \times \\ & \times \left(\frac{2}{\left(x + \frac{UT}{4} \right)^2 + h^2} + \frac{1}{\left(x + \frac{UT}{4} \right)^2 + h^2 + \frac{l^2}{4}} \right) \Bigg\}. \end{aligned}$$

Для случая (б):

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_{ix}}{\partial x} = \frac{\Gamma l}{2\pi} & \left\{ - \frac{\left(x + \frac{UT}{4} \right) \sin^3 \varphi}{\left[\left(x + \frac{UT}{4} \right)^2 \sin^2 \varphi + \frac{l^2}{4} \right]^2} \times \right. \\ & \times \left(\frac{a + \left(x + \frac{UT}{4} \right) \cos \varphi}{\sqrt{\left(x + \frac{UT}{2} \right)^2 + h^2 + \frac{l^2}{4}}} - \frac{\left(x + \frac{UT}{4} \right) \cos \varphi - a}{\sqrt{x^2 + h^2 + \frac{l^2}{4}}} \right) + \\ & + \frac{\sin \varphi}{2 \left[\left(x + \frac{UT}{4} \right)^2 \sin^2 \varphi + \frac{l^2}{4} \right]} \times \end{aligned}$$

r – расстояние центра диполя от точки наблюдения, k – волновое число, ρ – плотность воды, c – скорость звука в воде, j – мнимая единица, ϑ – угол между осью диполя и направлением на точку наблюдения.

Нас интересует случай $kr \ll 1$ (т.е. тот, при котором точка наблюдения расположена вблизи диполя). В этом случае первыми двумя членами в скобках правой части формулы (12) можно пренебречь, а множитель e^{-jkr} считать равным 1. Тогда формула (12) примет вид

$$V_r = \frac{v_n S_{xa}^{1.5}}{r^3 \pi^{1.5}} \cos \theta. \quad (16)$$

Воспользовавшись соотношением (16), можно записать выражение для динамического давления в виде

$$p - p_\infty = \rho U V_r = \frac{\rho U v_n S_{xa}^{1.5}}{r^3 \pi^{1.5}} \cos \theta. \quad (17)$$

Градиент динамического давления, нормированный по динамическому напору, будет иметь вид

$$\frac{2}{\rho U^2} \frac{dp}{dr} = -\frac{6 v_n S_{xa}^{1.5}}{U r^4 \pi^{1.5}} \cos \theta. \quad (18)$$

Можно считать, что применительно к хвостовой лопасти дельфина справедливо соотношение

$$v_n \approx \alpha U_i, \quad (19)$$

где α – угол атаки хвостовой лопасти, U_i – мгновенная скорость обтекания лопасти, определяемая выражением

$$U_i = \sqrt{U^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)^2}. \quad (20)$$

Здесь h – смещение лопасти в процессе колебаний. Считая движение хвостовой лопасти совершающимся по гармоническому закону

$$h = h_0 \sin \omega t, \quad (21)$$

получим

$$U_i = U \sqrt{1 + \frac{\omega^2 h_0^2}{U^2} \cos^2 \omega t}. \quad (22)$$

Здесь $\omega = 2\pi f$, f – частота колебаний хвоста, h_0 – амплитуда.

Учитывая соотношения (20)–(22), запишем в окончательном виде расчетную формулу для оценки градиента динамического давления

$$\frac{2}{\rho U^2} \frac{dp}{dr} = -\frac{6\alpha S_{xa}^{1.5}}{r^4 \pi^{1.5}} \sqrt{1 + \frac{\omega^2 h_0^2}{U^2} \cos^2 \omega t} \cos \theta. \quad (23)$$

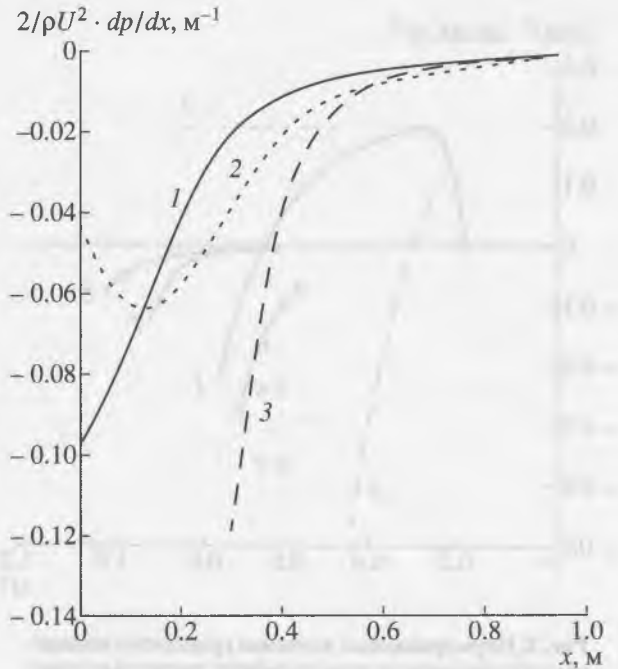


Рис. 2. Нормированные значения градиентов динамического давления, рассчитанные по формуле (9) (кривые 1 и 2) и по формуле (24) (кривая 3).

Оценим величину градиента динамического давления, формируемого хвостовой лопастью дельфина вдоль горизонтальной оси. Для этого воспользуемся кинематическими и морфометрическими параметрами хвостовой лопасти дельфина из табл. 1. Кроме того, воспользуемся данными работ [2, 3, 4], согласно которым угол ϑ наклона лопасти к горизонтальной оси близок к 45° . Будем оценивать максимальное мгновенное значение градиента динамического давления, которое соответствует моменту, когда $\cos \omega t = 1$. В этом случае формула (23) несколько упрощается:

$$\frac{2}{\rho U^2} \frac{dp}{dr} = -\frac{3\alpha S_{xa}^{1.5}}{r^4 \pi^{1.5}} \sqrt{2 \left(1 + \frac{\omega^2 h_0^2}{U^2}\right)}. \quad (24)$$

На рис. 2 представлены значения градиента динамического давления (кривая 3), вычисленные по формуле (24). Видно, что в непосредственной близости от хвостовой лопасти (значения x , близкие к 0) результаты оценок по формулам (9) и (24) заметно отличаются друг от друга. Вдали же от хвостовой лопасти (значения x , измеряемые десятками сантиметров) результаты вычислений практически совпадают.

Интересно сравнить полученные оценки градиентов динамического давления, формируемых вдоль тела дельфина колебательными движениями лопасти, с оценками градиента, формируемого движениями собственно тела животного, а так-

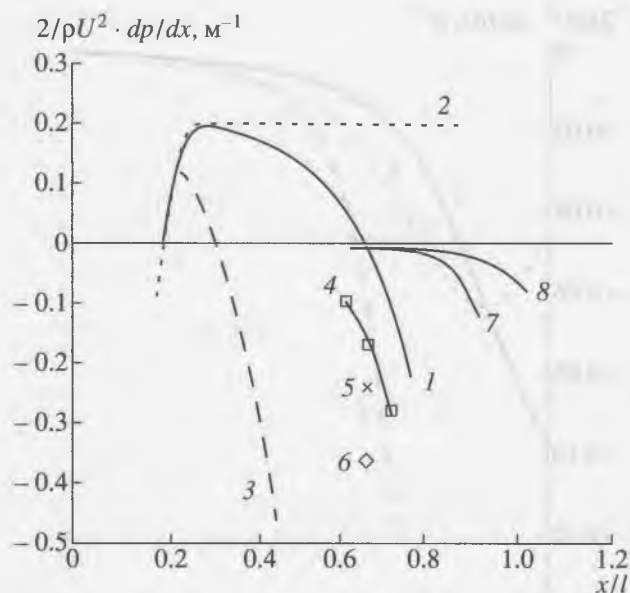


Рис. 3. Нормированные значения градиентов динамического давления на теле дельфина: расчетные минимальные (1) и максимальные (2) значения для движения дельфина с постоянной скоростью 4.3 м с^{-1} ; 3 – расчетные минимальные значения для ускоренного движения дельфина (ускорение 2.6 м с^{-2}); 4, 5, 6 – экспериментальные значения (4 – движение с постоянной скоростью, 5, 6 – движение с ускорением 0.14 и 0.4 м с^{-2} , соответственно); 7, 8 – значения, рассчитанные по формулам (9) и (24), соответственно.

же с экспериментально измеренными значениями, приведенными в работе [3]. На рис. 3 представлены сводные данные. Видно, что градиенты давления, формируемые движениями хвостовой лопасти (кривые 7 и 8) в области средней

части тела и хвостового стебля дельфина, пренебрежимо малы по сравнению с градиентом давления, развиваемым собственно телом животного. И лишь в пределах хвостовой лопасти градиент давления достигает заметной величины. Вполне возможно, что обтекание собственно хвостовой лопасти набегающим потоком воды определяется формируемым в ее пределах градиентом динамического давления.

Таким образом, предположение Грея о решающей роли отсасывающего действия хвостовой лопасти на характер обтекания тела дельфина не соответствует действительной картине. Это предположение справедливо, по-видимому, лишь по отношению к самой лопасти.

Мы пользуемся случаем выразить искреннюю благодарность Т.М. Борщевой и Т.Н. Сидоровой за помощь при подготовке рукописи.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоцерковский С.М., Скрипач Б.К., Табачников В.Г. Крыло в нестационарном потоке газа. М.: Наука, 1971. 767 с.
2. Романенко Е.В. Теория плавания рыб и дельфинов. М.: Наука, 1986. 150 с.
3. Романенко Е.В. // Успехи соврем. биологии. 1994. Т. 114. Вып. 3. С. 283.
4. Романенко Е.В., Пушков С.Г. // Докл. РАН. 1998. Т. 358. № 2. С. 274.
5. Скучик Е. Основы акустики. Т. 2. М.: Мир, 1976. 432 с.
6. Gray J. // Exp. Biol. 1936. V. 13. P. 192.

Negative Gradient of Dynamic Pressure Caused by Tail Fluke of Actively Swimming Dolphin

S. G. Pushkov, E. V. Romanenko

Severtsov Institute of Ecology and Evolution, Russian Academy of Science, Moscow, Russia

The tail fluke oscillation of an actively swimming dolphin causes a negative gradient of dynamic pressure on its body. Two models of developing the gradient are discussed. The first model is based on the effect of the vortex wake, which grows up in the trail of the oscillating fluke. The second model is founded on the representation of the tail fluke as a sounding dipole. There were obtained quantitative estimates. The fraction of the negative gradient caused by the oscillating dolphin tail fluke proved to be negligible as compared to the pressure gradient caused by the undulation of dolphin body.