Отчёт по лабораторной работе №6

Евгения Владимировна Великоднева

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

Цель работы

Цель данной работы - рассмотреть простейшую модель эпидемии, решить задачу по данной теме.

Задание

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 12400$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 150$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 55$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае: 1. если $I(0) \leq I^*$ 2. если $I(0) > I^*$

Теоретическое введение

Здесь описываются теоретические аспекты, связанные с выполнением работы.

В табл. 1 приведены значения всех переменных.

Таблица 1: Значения переменных

Переменная	Значение переменной
$S(t)$	восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи
$I(t)$	число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции
$R(t)$	здоровые особи с иммунитетом к болезни.
I^*	критическое значение I
α	коэффициент заболеваемости
β	коэффициент выздоровления
N	количество особей в популяции

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(0) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, I(t) > I^* \\ 0, I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, I(t) > I^* \\ -\beta I, I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Выполнение лабораторной работы

Код в julia

Подключила необходимые библиотеки (рис. 1).

```
using Plots
using DifferentialEquations
```

Рис. 1: Подключение библиотек

Задала начальные параметры (рис. 2, 3).

```
a = 0.01
b = 0.02
N = 12400
I0 = 150
R0 = 55
S0 = N - I0 - R0
t = (0, 200)
x0 = [S0,I0,R0]
dt = 0.01
```

Рис. 2: Начальные параметры для первого случая

```
a = 0.01
b = 0.02
N = 12400
I0 = 150
R0 = 55
S0 = N - I0 - R0
t = (0, 400)
x0 = [S0,I0,R0]
dt = 0.01
```

Рис. 3: Начальные параметры для второго случая

Записала систему уравнений (рис. 4, 5).

```
function eqb(du, u, p, t)
    du[1] = 0
    du[2] = - b*u[2]
    du[3] = b*u[2]
end
```

Рис. 4: Система уравнений для первого случая

```
function eqa(du, u, p, t)
    du[1] = -a*u[1]
    du[2] = a*u[1] - b*u[2]
    du[3] = b*u[2]
end
```

Рис. 5: Система уравнений для второго случая

Вызвала функции для решения дифференциальных уравнений

```
prob_sde = ODEProblem(eqb, x0, t)
sol = solve(prob_sde, dt=dt)
```

Рис. 6: Решение системы уравнений для первого случая

```
prob_sde = ODEProblem(eqa, x0, t)
sol = solve(prob_sde, dt=dt)
```

Рис. 7: Решение системы уравнений для второго случая

Написала функции для составления графиков

```
plot(sol, vars=1, label="S(t)")
plot!(sol, vars=2, label="I(t)")
plot!(sol, vars=3, label="R(t)")
```

Рис. 8: Построение графиков

Код в OpenModelica

Создала новые модели для обоих случаев (стр.1,12, рис. 9,10). Задала начальные параметры (стр. 2-7). Записала систему дифференциальных уравнений(стр.8-11).

```
model lab61
parameter Real a = 0.01;
parameter Real b = 0.02;
parameter Real N = 12400;
Real I(start=150);
Real R(start=55);
Real S(start=N-150-55);
equation
der(S) = 0;
der(I) = -b*I;
der(R) = b*I;
end lab61;
```

Рис. 9: Код в OpenModelica для первого случая

```
model lab62
parameter Real a = 0.01;
parameter Real b = 0.02;
parameter Real N = 12400;
Real I(start=150);
Real R(start=55);
Real S(start=N-150-55);
equation
der(S) = -a*S;
der(I) = a*S - b*I;
der(R) = b*I;
end lab62;
```

Рис. 10: Код в OpenModelica для второго случая

Изменила параметры времени с помощью setup и запустила программу (рис. 11, 12).

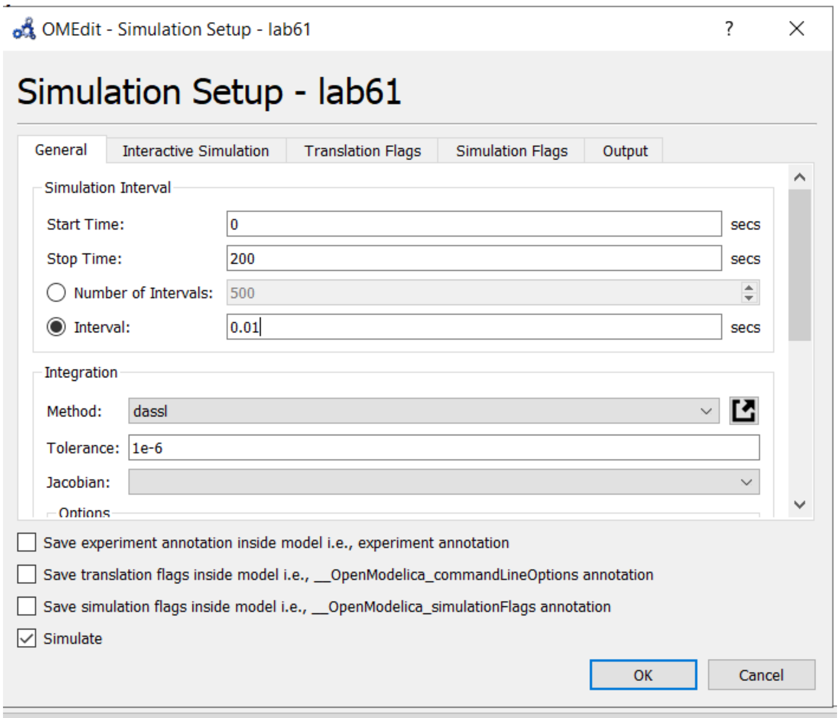

Рис. 11: Параметры времени для первого случая

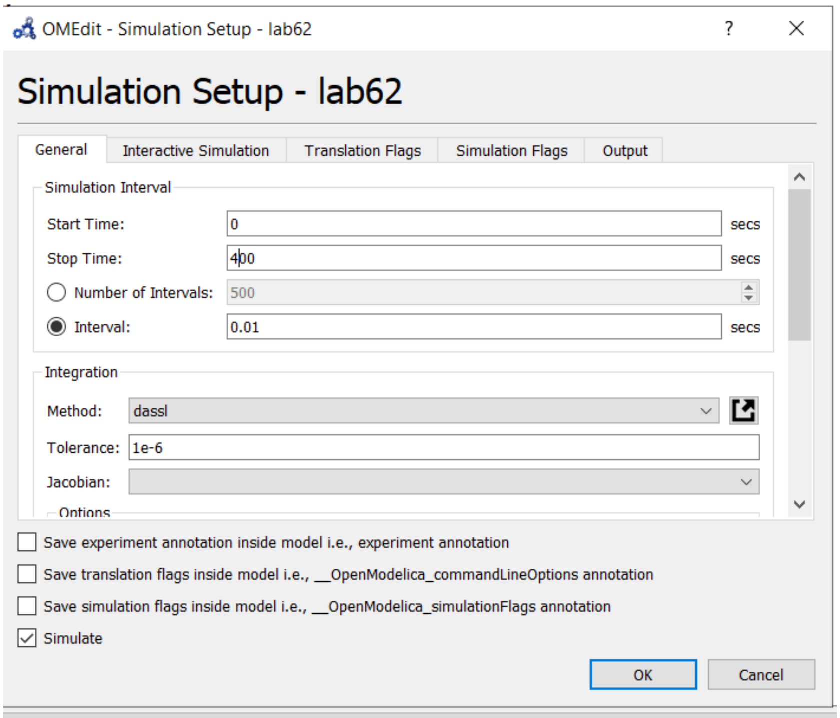

Рис. 12: Параметры времени для второго случая

Графики для первого случая

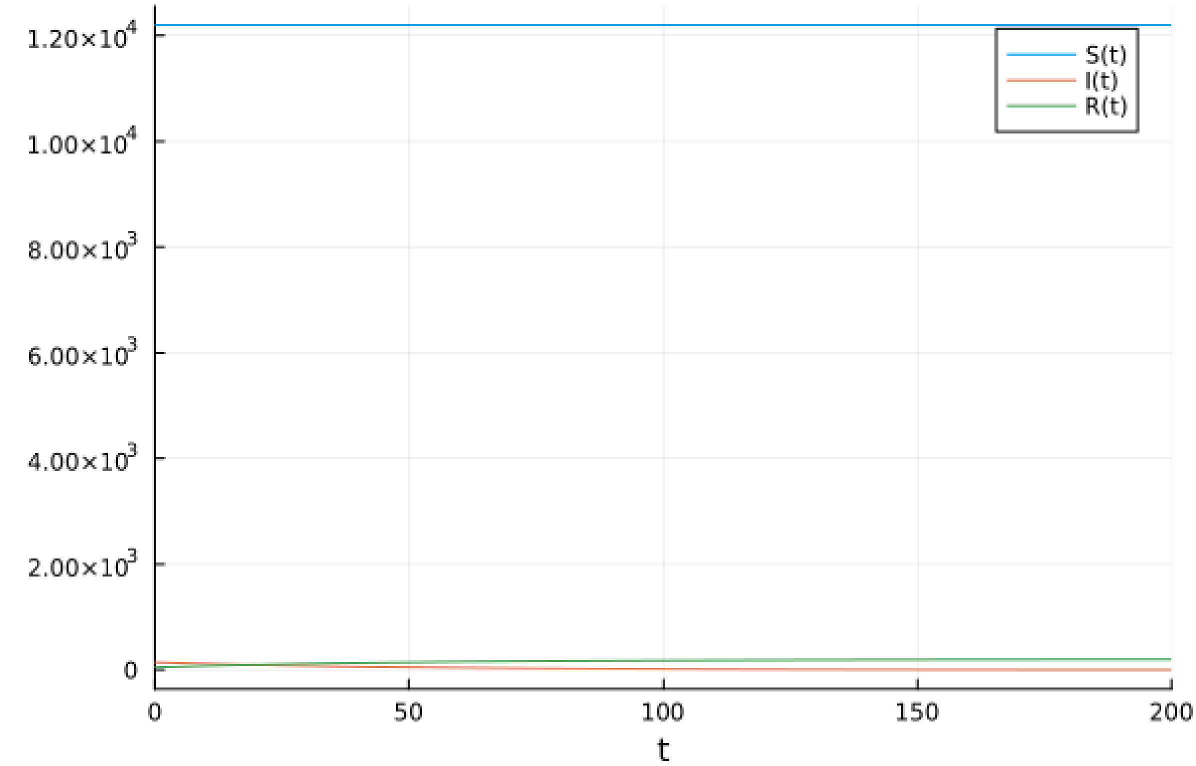

Рис. 13: График в julia

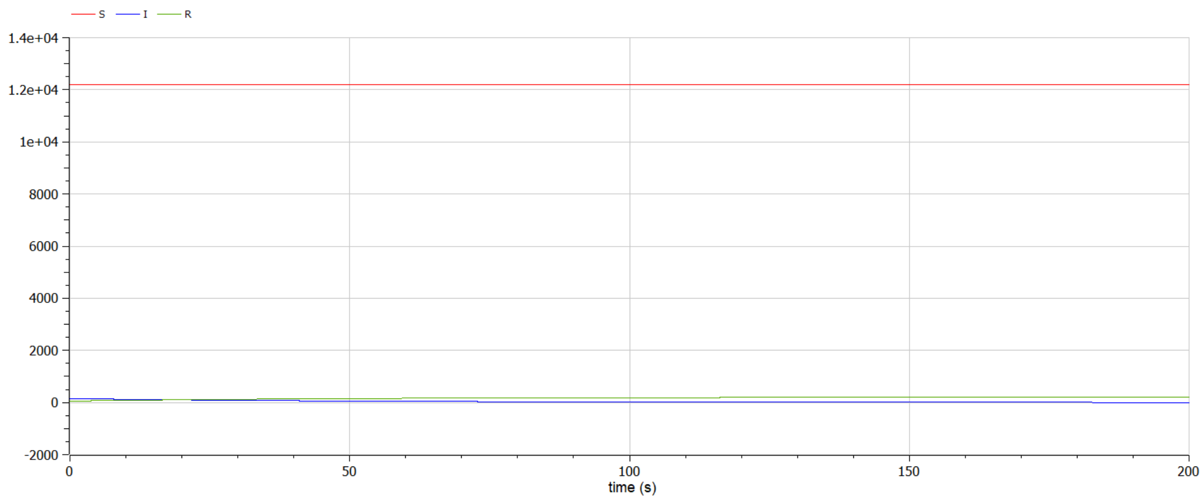

Рис. 14: График в OpenModelica

Графики для первого случая без учёта S(t)

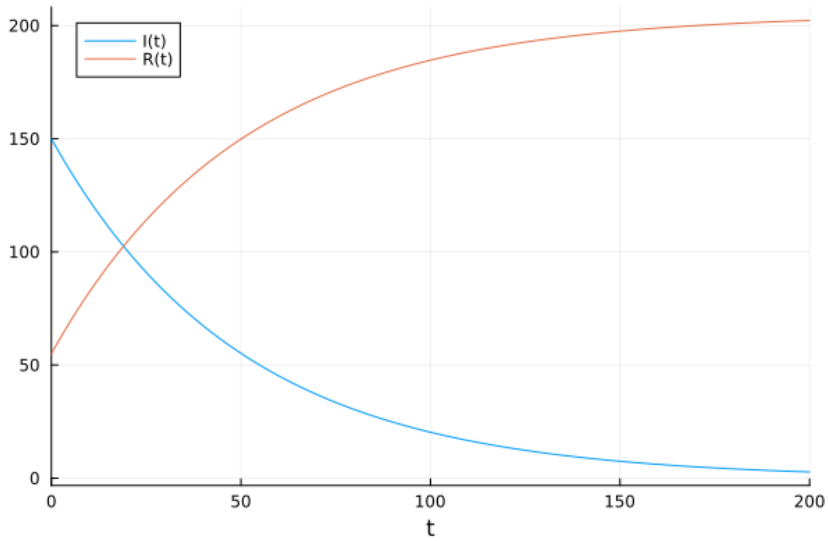

Рис. 15: График в julia

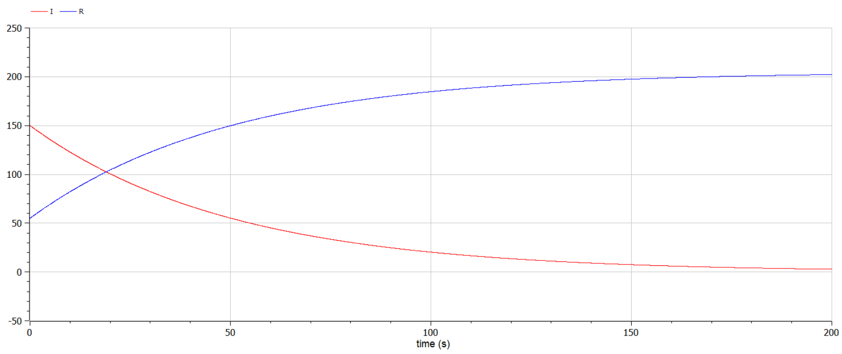

Рис. 16: График в OpenModelica

Графики для второго случая

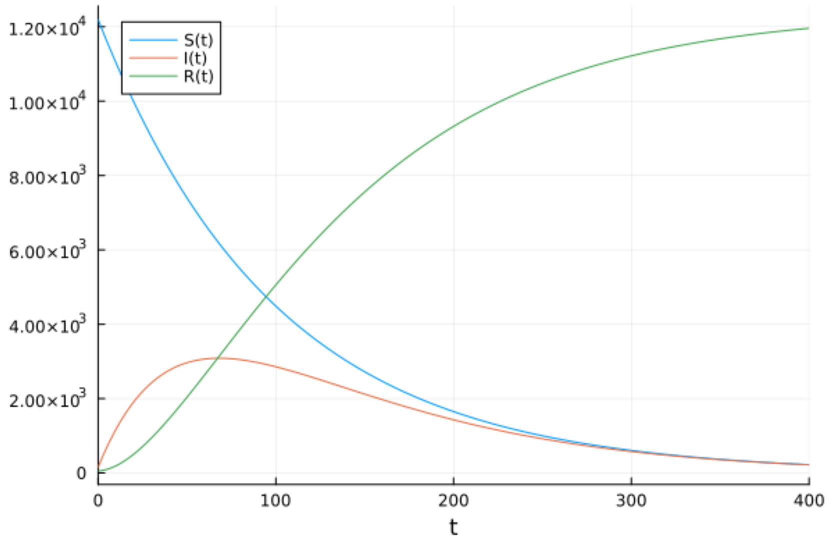

Рис. 17: График в julia

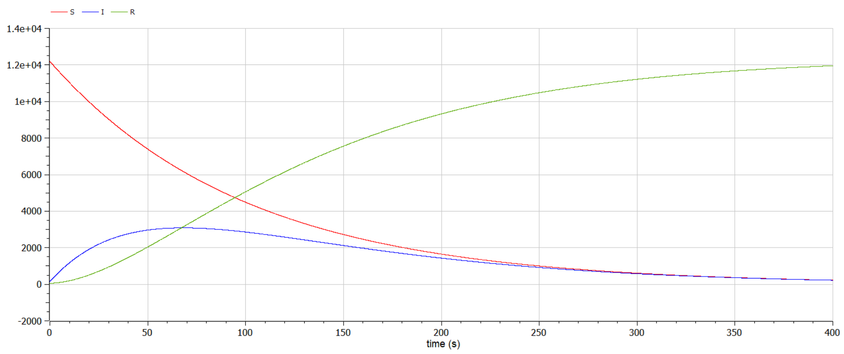

Рис. 18: График в OpenModelica

Выводы

Рассмотрела простейшую модель эпидемии. Построила графики для решения задачи при $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$