

Digitale Signalverarbeitung — Klausurhilfe

Tim Hilt
1. Juli 2019

Inhaltsverzeichnis

1	Umformung Impulsantwort \Leftrightarrow Sprungantwort	2
2	Differenzengleichung aus System erstellen	2
3	Koeffizienten der z -Übertragungsfunktion	2
4	Stabilität eines zeitdiskreten Systems	2
5	Impulsantwort des Systems	2
6	Amplitudengang $H(f)$ aus $H(z)$ berechnen	2
7	Sprungantwort $a(kT)$ mit $k \rightarrow \infty$	3
8	Realisierbarkeit von Systemen	3
9	FIR (Finite-Impulse-Response)-Filter	3
9.1	Filterklassen	3

1 Umformung Impulsantwort \Leftrightarrow Sprungantwort

$$H(z) = A(z) \cdot (1 - z^{-1}) \quad \Rightarrow \quad A(z) = \frac{H(z)}{1 - z^{-1}} = \frac{zH(z)}{z - 1}$$

$$a_{kT} = a_{kT-T} + h_{kT} \quad \Rightarrow \quad h_{kT} = a_{kT} - a_{kT-T}$$

2 Differenzengleichung aus System erstellen

1. Einführung von Variablen an den Ausgängen sämtlicher Addierer
2. Aufstellen von Gleichungen an den Ausgängen aller Addierer

3 Koeffizienten der z -Übertragungsfunktion

$$\tilde{H}(z) = \frac{L_0 \cdot z^N + L_1 \cdot z^{N-1} + L_2 \cdot z^{N-2} + \dots + L_N}{z^N - K_1 \cdot z^{N-1} - K_2 \cdot z^{N-2} - \dots - K_N}$$

4 Stabilität eines zeitdiskreten Systems

Ein zeitdiskretes System ist dann stabil, wenn die Pole der z -transformierten Übertragungsfunktion in der z -Ebene innerhalb oder auf dem Einheitskreis liegen; d.h. wenn gilt:

$$|z_{pi}| \leq 1, \quad i \in 1, 2, \dots, N$$

5 Impulsantwort des Systems

Ist nach der Impulsantwort des Systems gefragt, so kann der Ausgang des Systems $h(kT) = y(kT)$ verwendet werden.

6 Amplitudengang $H(f)$ aus $H(z)$ berechnen

Ist die z -Übertragungsfunktion $\tilde{H}(z)$ bekannt und der Amplitudengang gesucht, kann beachtet werden, dass die Frequenzen von $f = 0$ bis $f = f_T/2$ in der z -Ebene abgelesen

werden können, wenn auf dem Einheitskreis von 1 nach -1 gegangen wird. Demnach wäre $f_T/4$ bei j .

7 Sprungantwort $a(kT)$ mit $k \rightarrow \infty$

Ist der Konvergenzwert / stationäre Endwert der Sprungantwort $a(kT)$ eines Systems gesucht, so kann in die z -Übertragungsfunktion $\tilde{H}(z)$ für $z = 1$ eingesetzt werden, um den richtigen Wert zu erhalten.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} a(kT) = \sum_{i=0}^k h(kT) = \tilde{H}(z = 1)$$

8 Realisierbarkeit von Systemen

Für eine realisierbare Funktion muss gelten:

1. Die Übertragungsfunktion muss eine gebrochen-rationale Funktion sein ($\frac{z^2+z}{z^3+z+1}$)
2. Die Übertragungsfunktion muss reelle Koeffizienten haben
3. Der Zählergrad muss kleiner oder gleich dem Nennergrad sein

9 FIR (Finite-Impulse-Response)-Filter

9.1 Filterklassen

	Achsensymmetrie	Punktsymmetrie
gerader Grad N	Klasse 1	Klasse 2
ungerader Grad N	Klasse 3	Klasse 4

Der Grad kann ermittelt werden, indem in der Impulsantwort $h(kT)$ die **Anzahl der Verzögerungen** gezählt wird.