Condiciones de flujo

Wednesday, December 30, 2020 2:41 PM

Ejemplo 1:

Se tiene para una onda de choque estacionaria:

$P_1 = 80\ kPa$

$T_1 = 5°C \longrightarrow 278.5\ K$

$V_1 = 600\ m/s$

Determinar las condiciones de flujo aguas abajo.

$$Ma_1 = \frac{V_1}{C_1} = \frac{V_1}{\sqrt{kRT}} = \frac{600\ m/s}{\sqrt{1.4 \cdot 286.9 \frac{N \cdot m}{kg\,K} \cdot 278.5\ K}} = \frac{600\ m/s}{334.5\ m/s}$$

Aire = 1.4 Aire = $286.9 \frac{J}{kg\,K}$

$Ma_1 = 1.79$ ← Flujo supersónico

Para calcular las condiciones de flujo aguas abajo, utilizamos las ecuaciones para ondas de choque normales.

$$Ma_2^2 = \frac{(k-1)Ma_1^2 + 2}{2k\,Ma_1^2 - (k-1)} \xrightarrow{\text{Aire}} Ma_2 = \frac{0.4\,Ma_1^2 + 2}{2.8\,Ma_1^2 - 0.4}$$

1.79

$$\Rightarrow Ma_2 = 0.62$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{k+1}\left(2k\,Ma_1^2 - (k-1)\right) \xrightarrow{\text{Aire}} \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{2.4}\left(2.8\,Ma_1^2 - 0.4\right)$$

1.79

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 3.57$$

$$\Rightarrow P_2 = 3.57 \cdot P_1 = 3.57 \cdot 80\ kPa = 285.6\ kPa$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left[2 + (k-1)\,Ma_1^2\right]\frac{2k\,Ma_1^2 - (k-1)}{(k+1)^2\,Ma_1^2} \xrightarrow{\text{Aire}} \left[2 + 0.4\,Ma_1^2\right]\left[\frac{2.8\,Ma_1^2 - 0.4}{(2.4)^2\,Ma_1^2}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 1.524$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 1.524$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 \cdot 1.524 = 1.524 \cdot 278.5\,K = 424.4\,K$$

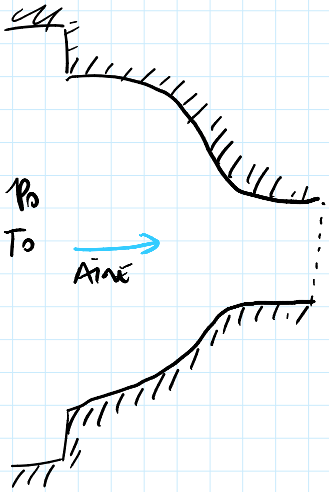
Recordar:

$$\rho_1 = \frac{P_1}{RT_1} \quad y \quad \rho_2 = \frac{P_2}{RT_2}$$

TAMBIÉN A PARTIR DE gráficos o tablas

Flujo másico máximo

Wednesday, December 30, 2020 4:32 PM



$P_0 = 80$ kPa
$T_0 = 5°C$

Determinar el flujo másico máximo admisible en la tobera y la presión en el plano de salida cuando se tiene flujo estrangulado

$$\dot{m}_{max} = \frac{0.6847\, P_0\, A^*}{(R\,T_0)^{1/2}}$$

Aire, $k = 1.4$
$R = 286.9\ \frac{J}{kg\,K}$

$P_0 = 80$ kPa
$T_0 = 5°C = 278.3$ K

$$\dot{m}_{max} = \frac{0.6847 \cdot 80\,kPa \cdot 0.01\,m^2}{\left(286.9\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 278.3\,K\right)^{1/2}}$$

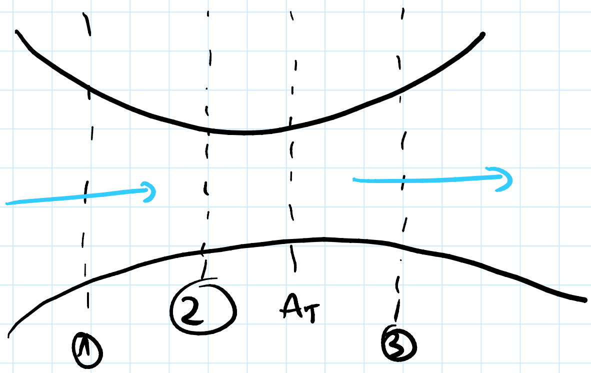
$$\dot{m}_{max} = \frac{0.5478 \times 10^3\ Pa \cdot m^2}{282.56\ \left(\frac{J}{kg}\right)^{0.5}} = 1.94\ \frac{\frac{kg\,m}{s^2}}{\left(\frac{\cancel{kg}\,m^2}{s^2} \cdot \frac{1}{\cancel{kg}}\right)^{0.5}}$$

$$\dot{m}_{max} = 1.94\ kg/s$$

$$\left.\frac{P_e}{P_0}\right|_{estrangulado} = \frac{P^*}{P_0} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{k/(k-1)} = \left(\frac{2}{2.4}\right)^{1.4/0.4} = 0.528$$

$$P_e = P_0 \cdot 0.528 = 80\,kPa \cdot 0.528 = 42.24\ kPa$$

Ejemplo tobera conv div sin onda de choque



$V_1 = 180\ m/s$

$p_1 = 500\ kPa$

$T_1 = 470\ K$

$A_1 = 0.05\ m^2$

$A_2 = 0.036\ m^2 = A_3$

a) Calcular las condiciones de flujo en 2

b) Calcular las condiciones de flujo en 3 si el flujo es supersónico

Condiciones de estancamiento:

$$Ma_1 = \frac{V_1}{c} = \frac{V_1}{\sqrt{kRT}} = \frac{180\ m/s}{\sqrt{(1.4)(286.5\ \frac{J}{kg\,K})(470\ K)}} = 0.415$$

$$T_0 = T_1\left(1 + \frac{k-1}{2} Ma_1^2\right) = 470\left(1 + \frac{0.4}{2}\, 0.415^2\right) = 486.2\ K$$

$$p_0 = p_1\left(1 + \frac{k-1}{2} Ma^2\right)^{k/(k-1)} = 500 \cdot 1.126 = 563\ kPa$$

Area crítica: Aire

$$\frac{A_1}{A^*} = \frac{(1 + 0.2\, Ma_1^2)^3}{1.728\, Ma_1} = \frac{(1 + 0.2\,(0.415)^2)^3}{1.728\,(0.415)} = 1.544$$

$$A^* = \frac{A_1}{1.544} = \frac{0.05\ m^2}{1.544} = 0.0323\ m^2$$

a) $$\frac{A_2}{A^*} = \frac{(1 + 0.2\, Ma_2^2)^3}{1.728\, Ma_2}$$

$$\frac{0.036}{0.0323} = \frac{(1 + 0.2\, Ma_2^2)^3}{1.728\, Ma_2}$$

$$\frac{0.036}{0.0323} = \frac{(1+0.2\,Ma_2^2)^3}{1.728\,Ma_2}$$

$$1.115 = \frac{(1+0.2\,Ma_2^2)^3}{1.728\,Ma_2}$$

Al resolver la ecuación no lineal:

$Ma_2 = 0.673$

$$\hookrightarrow \frac{T_0}{T_2} = 1.091 \Rightarrow T_2 = \frac{486.2\,K}{1.091} = 445.6\ K$$

$$\frac{P_0}{P_2} = 1.355 \rightarrow P_2 = \frac{563\ kPa}{1.355} = 415.5\ kPa$$

$$V_2 = Ma \cdot C = Ma_2\sqrt{kRT} = 0.673\sqrt{1.4 \cdot 286.5\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 445.6\,K}$$

$$V_2 = 284.5\ m/s$$

b) $$\frac{A_3}{A^*} = \frac{(1+0.2\,Ma_3^2)^3}{1.728\,Ma_3}$$

$$\frac{0.036}{0.0323} = \frac{(1+0.2\,Ma_3^2)^3}{1.728\,Ma_3}$$

$$1.115 = \frac{(1+0.2\,Ma_3^2)^3}{1.728\,Ma_3}$$

Al resolver la ecuación no lineal:

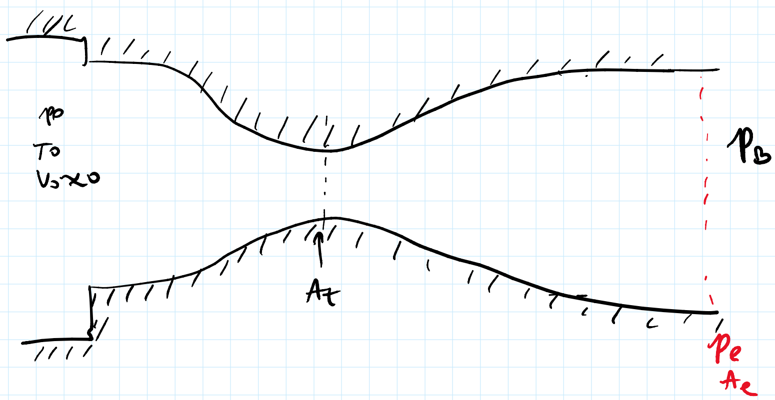
$Ma_3 = 1.4$

$$\hookrightarrow \frac{T_0}{T_3} = 1.392 \rightarrow T_3 = 349.3\ K$$

$$\hookrightarrow \frac{P_0}{P_3} = 3.182 \rightarrow P_3 = 176.9\ kPa$$

Flujo en tobera conv-div con onda de choque

Wednesday, December 30, 2020 4:19 PM



$p_0 = 100\,kPa$

$T_0 = 400\,K$

$A_t = 0.01\ m^2$

$A_e = 0.04\ m^2$

a) Condición de diseño (flujo supersónico a la salida)

b) Presión máxima requerida para que exista flujo supersónico en la zona divergente

c) Presión mínima requerida para que existan ondas de choque normales

d) · condiciones de flujo en el plano de salida si $p_b = 50\ kPa$

· condiciones de flujo antes y después de la onda de choque si $p_b = 50\,kPa$ y el área transversal de la onda de choque

a) Condición de diseño: flujo isoentrópico en toda la tobera.

$p_{0_e} = p_0$

$T_{0_e} = T_0$

$A_e^* = A^*$

$A^* = 0.01\ m^2$

$$\frac{A_e}{A^*} = \frac{0.04\,m^2}{0.01\,m^2} = 4 = \frac{(1+0.2\,Ma_e^2)^3}{1.728\,Ma_e}$$

$\rightarrow Ma_e = 2.94$

$\rightarrow \dfrac{p_{0e}}{p_e} = 33.56 \rightarrow p_e = \dfrac{100\,kPa}{33.56} = 2.97\ kPa$

Condición de diseño $p_b = p_e = 2.97\ kPa$

b) • El flujo está estrangulado $\rightarrow Ma_T = 1$

• El flujo en la zona divergente es subsónico

b) • El flujo está estrangulado → $Ma_T = 1$

• El flujo en la zona divergente es subsónico

• Todo el flujo es isentrópico

$$P_{0_e} = P_0$$
$$T_{0_e} = T_0$$

$$A_e^* = A^*$$
$$A^* = 0.01\ m^2$$

$$\frac{A_e}{A^*} = \frac{0.04\ m^2}{0.01\ m^2} = 4 = \frac{(1 + 0.2\ Ma_e^2)^3}{1.728\ Ma_e}$$

↳ $Ma_2 = 0.1465$

↳ $\frac{P_{0e}}{P_e} = 1.015$

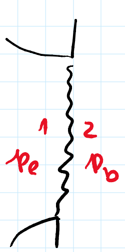
$$\Rightarrow P_e = P_B = \frac{100\ kPa}{1.015} = 98.5\ kPa$$

c) La presión mínima para que existan ondas de choque normales estará dada por el punto en que exista una onda de choque normal en el plano de salida

↳ todo el flujo es isentrópico hasta el plano de salida

de a): $P_e = 2.97\ kPa$ y $Ma_e = 2.94$

P_B estará dado por las relaciones para ondas normales:



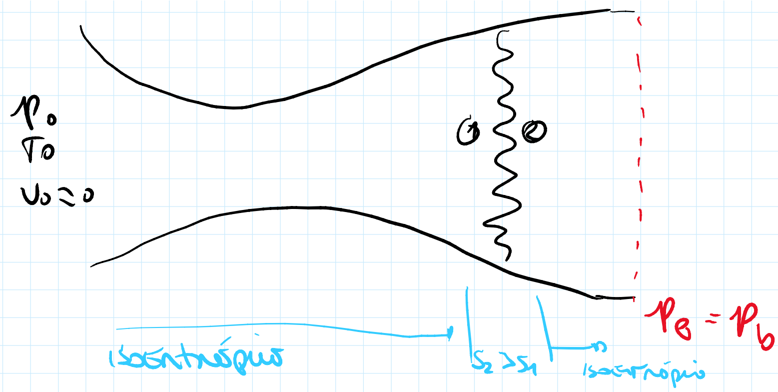
$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_b}{P_e} = \frac{1}{(k+1)}\left(2k\,Ma_1^2 - (k-1)\right)$$

$Ma_e = 2.94$

$$\frac{P_b}{P_e} = 9.9175$$

$$\Rightarrow P_b = 9.9175 \cdot P_e = 9.9177 \cdot 2.94 = 29.2\ kPa$$

d) $P_b = 50\ kPa$



$$\underbrace{\frac{P_e}{P_{01}}}_{P_e = 50\,kPa,\ P_0 = 100\,kPa} \cdot \underbrace{\frac{A_e}{A_t}}_{A_e = 0.04,\ A_t = 0.01} = \underbrace{\frac{P_e}{P_{0e}} \frac{A_e}{A_e^*}}_{\text{πίνακες για ιδανικό}}$$

$$\frac{50}{100} \cdot \frac{0.04}{0.01} = \frac{P_e}{P_{0e}} \frac{A_e}{A_e^*}$$

$$2 = \frac{P_e}{P_{0e}} \cdot \frac{A_e}{A_e^*}$$

$$2 = \left(1 + \frac{k-1}{2} Ma_e^2\right)^{-\frac{k}{k-1}} \cdot \frac{1}{Ma_e} \left(\frac{1 + \frac{1}{2}(k-1) Ma_e^2}{\frac{1}{2}(k+1)}\right)^{\frac{\frac{1}{2}\,k+1}{k-1}}$$

↓ Από πίνακες:

$Ma_e = 0.287$

$\hookrightarrow \dfrac{P_e}{P_{0e}} = 0.944$

$\hookrightarrow \dfrac{A_e}{A_e^*} = 2.118$

Αλλιώς:

$$\frac{P_{02}}{P_{01}} = \frac{A_t}{A_e} \cdot \frac{A_e}{A_e^*} = \frac{0.01\,m^2}{0.04\,m^2} \cdot 2.118 = 0.5295 \Rightarrow P_{02} = 0.5295 \cdot P_{01}$$

$$= 0.5295 \cdot 100\,kPa$$

$$= 52.95\,kPa$$

$$\frac{P_{0e}}{P_e} = \frac{52.95\,kPa}{50\,kPa} = 1.059$$

$$\frac{T_{0e}}{T_e} = \left(\frac{P_{0e}}{P_e}\right)^{\frac{k-1}{k}} = (1.059)^{\frac{0.4}{1.4}} = 1.016$$

Para obtener Ma_1:

$$\frac{P_{0_2}}{P_{01}} = 0.5295 = \left[\frac{(k+1)\,Ma_1^2}{2+(k-1)Ma_1^2}\right]^{k/(k-1)} \left[\frac{k+1}{2k\,Ma_1^2-(k-1)}\right]^{1/(k-1)}$$

$\downarrow$ Al resolverla

$$Ma_1 = 2.425$$

$$\frac{P_0}{P_1} = 15.2 \rightarrow P_1 = \frac{100\ kPa}{15.2} = 6.6\ kPa$$

$$\frac{T_0}{T_1} = 2.18 \rightarrow T_1 = \frac{400}{2.18}\,K = 183.5\ K$$

$$Ma_2 = \sqrt{\frac{(k-1)Ma_1^2+2}{2k\,Ma_1-(k-1)}} \Rightarrow Ma_2 = 0.5205$$

6.6 kPa

$$\frac{P_2}{P_1} = 3.2428 \rightarrow P_2 = P_1 \cdot 3.2428 = 21.4\ kPa$$

183.5 K

$$\frac{T_2}{T_1} = 2.0643 \rightarrow T_2 = T_1 \cdot 2.0643 = 378.8\ K$$

Ahora, calculamos $T_{0_2} = T_{0_e} \leftarrow$ flujo isoentrópico A partir de Ma_2:

$$\frac{T_{0_2}}{T_2} = 1.054 \Rightarrow T_{0_2} = 1.054 \cdot 378.8\,K = 399.25\ K$$

y con $\frac{T_{0e}}{T_e} = 1.016$

$$\hookrightarrow T_e = \frac{T_{0e}}{1.016} = \frac{399.25}{1.016}\,K = 392.96$$

Para el área transversal:

$$\frac{A_1}{A^*} = 2.425 \Rightarrow A_1 = 0.1 \cdot 2.425 = 0.2425\ m^2$$

A partir de Ma_1