Efficacité spectrale

- **Selon le nombre de symboles** plus de symboles $\implies$ plus spectralement efficace

Types de modulation

On peut avoir **Q** pour 4- et **B** pour 2-.

- **PAM** on module par l'amplitude. La constellation décrit une ligne.
  - $\boldsymbol{M}$**-ASK** on module une sinusoïde par l'amplitude.
- $\boldsymbol{M}$**-PSK** on module une sinusoïde par la phase. La constellation décrit un cercle.
- $\boldsymbol{M}$**-QAM** on module sur la phase et l'amplitude. La constellation décrit une grille.

	ASK	PSK	QAM	APSK
Dimensions	1	2 (si $M > 2$)	2	2
Médium	Amplitude	Phase	Amplitude & Phase	Amplitude & Phase
Constellation	Ligne	Cercle	Grille	Cercles concentriques
Décisions sur	$\Re$	$\arg$	$\Re$ et $\Im$	???
Symboles dans	$2\mathbb{Z}+1$	$\mathbb{U}_M$	$2\mathbb{Z}^2+1$	jsp frer

Équivalences

- 2-PSK et 2-ASK (slide porteuse 20)
- 4-PSK et 4-QAM (slide porteuse 21)

Modulation bidimensionnelle

On transmet deux symboles en même temps: un en phase, et un en quadrature (parties réelles et imaginaires)

$$\sum_k a_k h(t-kT_s)\cos(2\pi f_p t) - \sum_k b_k h(t-kT_s)\sin(2\pi f_p t) = \Re\left[(m_1(t) + jm_2(t))e^{j2\pi f_p t}\right]$$

Linéarité d'une modulation

Pour la modulation par amplitude bidimensionnelle, on a une enveloppe complexe du modulé **linéairement** dépendante des symboles

Pas pour la modulation bidimensionnelle par fréquence.

Critère de Nyquist

Temporel

$$\begin{cases} & g(t_0) & \neq 0 \\ \forall\, p \in \mathbb{Z}^*, & g(t_0 + pT_s) & = 0 \end{cases}$$

Spectral

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} G_{t_0}\left(f - \frac{k}{Ts}\right) = \text{cte avec } G_{t_0}(f) = \text{FT}\left(\frac{g(t+t0)}{g(t0)}\right)$$

attention :
Le critère de Nyquist se regarde sur la réponse globale du système. Donc il faut prendre en compte aussi le filtre de coupure représentant le canal.

ex : si filtre de mise en forme = filtre de réception = cosinus surélevé alors :

$h * h_r$ = cosinus surélevé de même α que les 2 filtres.

D'où : $B = \dfrac{1+\alpha}{2} R_s \leq f_c$, la bande du canal avec $R_s = \frac{1}{T_s}$

L'idée est d'éviter l'ISI (inter-symbol interfeérence), qui est le terme du milieu dans

$$z(t_0 + mT_s) = a_m g(t_0) + \sum_{k \neq m} a_k g(t_0 + (m-k)T_s) + w(t_0 + mT_s)$$

avec

- $g = h * h_c * h_r$

Impact de h_c (diapo BdB 91)

En rajoutant un filtre canal, il faut que sa bande passante soit plus grande que la plus grande fréquence $f_{\max}$ où $(HH_r)(ff_{\max}) \neq 0$ (i.e. $\text{argmax}(\{H_c \neq 0\}) > \text{argmax}(\{HH_r \neq 0\})$)

Si $\boldsymbol{H_c}$ est carré, sinon ça marche pas

SNR

$$\text{SNR} = \frac{P_{a_m g(t_0)}}{P_w}$$

quand Nyquist respecté :

$$\frac{\sigma_a^2 \,|\, g(t_0)|^2}{\sigma_w^2}$$

Filtrage adapté

Quand $h_r(t) \propto (h * h_c)^*(t_0 - t)$

TEB

$$Q\left(\frac{D_{\min}}{2\sigma_w}\right)$$

où:

- $D_{\min}$ représente la distance (en amplitude) minimale entre deux symboles
- σ_w est la puissance du bruit

DSP du signal à la sortie du modulateur (après $h(t)$)

$$S_x(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_s} \mid H(f) \mid^2 + 2\frac{\sigma_a^2}{T_s} \mid H(f) \mid^2 \sum_{k=1}^{\infty} \Re\left(R_a(k) e^{j2\pi f k T_s}\right) + \frac{|m_a|^2}{T_s^2} \sum_k \left|H\left(\frac{k}{T_s}\right)\right|^2 \delta\left(f - \frac{k}{T_s}\right.$$

où

- σ_a^2, m_a: variance et moyenne des symboles
- $R_a(k) = \frac{1}{\sigma_a^2}(E(a_m^* a_{m-k}) - \mid m_a \mid^2)$

Propriétés

- Autour de 0 en bande de base
- Pour h racine de cosinus surélevé de roll-off α: un carré avec des transitions vers 0 progressives, compris entre $\pm\frac{1+\alpha}{2T_s}$

Bande occupée (diapo BdB 28)

Bande B telle que:

- l'énergie du signal est à x % dans cette bande ($x \in \{95, 99\}$); ou
- atténuation au-delà est d'au moins x dB ($x \in [20, 30]$)

Efficacité spectrale

$$\eta = \frac{R_b}{B} = \frac{\log_2 M}{k}$$

en bits/s/He

avec $k = B / R_s$

Quand h et M égaux, même efficacité spectrale

Efficacité en puissance

- QAM plus efficace en puissance que PSK à M fixé

Mapping de Gray (slide BdB 127)

Minimise les bits érronés si jamais le symbole est confondu avec celui à côté:

En naturel, confondre 2 avec 3 fait 2 bits faux (01 au lieu de 10), alors qu'avec Gray un seul de faux:

- 0 → 00
- 1 → 01
- 2 → 11
- 3 → 10

Quick fax

> À classer dans une section si possible

- $\int_{\mathbb{R}} \mid H_{\text{cosinus surélevé}} \mid^2 = T_s$
- On note x_e le signal juste avant la transposition et x juste après (dans le cours en tout cas)
- $S_x = \frac{1}{4}\left(S_{x_e}(f - f_p) + S_{x_e}(-f - f_p)\right)$ (valable pour symboles indépendants à moyenne nulle, pour les autres cas jsp)

Retour en bande de base

On récupère $\mathcal{I}$ (resp. $\mathcal{Q}$) en multipliant par $\cos(2\pi f_p t)$ (resp. sin). La fréquence max de $\mathcal{I}$ et $\mathcal{Q}$ c'est \$$F_m ax = 2f_p + B_e$ où $B_e = \max\{f \mid S_{x_e}(f) \neq 0\}$

Canal complexe équivalent

Au lieu de transposer sur la porteuse et de revenir en bande de base, on fait un seul canal complexe et on peut revenir aux méthodes en bande de base pour le calcul du TEB.

On a $F_{\max} = B_e$.

On prend $h_c = \frac{h_{c_e}}{2}$ et un AWGN complexe.

Avec $H_{c_e}(f) = 2H_c^+(f + f_p)$