

Sciences de l'ingénieur—TD 1: Maison dôme

Ewen Le Bihan

2020-03-26

Q1

$$\sum \vec{M}_{\text{ext}}(G) = J_G \cdot \vec{\alpha}$$

Q2

B.A.M.E.

$$\begin{aligned} \{T_{2 \rightarrow 1}\} &= {}_G \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 8000 \end{pmatrix}_{(\vec{x}; \vec{y}; \vec{z})} \\ \{T_{0 \rightarrow 1}\} &= {}_G \begin{pmatrix} X_{0 \rightarrow 1} & 0 \\ Y_{0 \rightarrow 1} & 0 \\ 0 & N_{0 \rightarrow 1} \end{pmatrix}_{(\vec{x}; \vec{y}; \vec{z})} \end{aligned}$$

Calcul de l'accélération α

Nous sommes à vitesse uniforme, donc $\alpha = 0$

D'après Q1:

$$\begin{aligned} \sum \overrightarrow{M_{\text{ext}}(G)} &= J_G \cdot \vec{\alpha} \\ \iff \overrightarrow{M_G(0 \rightarrow 1)} + \overrightarrow{M_G(2 \rightarrow 1)} &= J_G \cdot \vec{0} \\ \iff \overrightarrow{M_G(0 \rightarrow 1)} &= -\overrightarrow{M_G(2 \rightarrow 1)} \end{aligned}$$

Projection sur \vec{z} :

$$\begin{aligned} M_G(0 \rightarrow 1)_z &= -M_G(2 \rightarrow 1)_z \\ &= -8 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

Or $N_{0 \rightarrow 1} = M_G(0 \rightarrow 1)_z$, donc:

$$M_G(0 \rightarrow 1) = {}_G \begin{pmatrix} X_{0 \rightarrow 1} & 0 \\ Y_{0 \rightarrow 1} & 0 \\ 0 & -8000 \end{pmatrix}_{(\vec{x}; \vec{y}; \vec{z})}$$

Q3

Calcul de l'accélération

Dans cette phase, par lecture graphique:

$$\alpha = \frac{-30 \times 10^{-4}}{8} = -6 \times 10^{-4} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$$

D'après Q1:

$$\sum \overrightarrow{M_{\text{ext}}(G)} = J_G \cdot \vec{\alpha}$$

Or ici $\overrightarrow{M_G(2 \rightarrow 1)} = \vec{0}$, donc:

$$\begin{aligned} \sum \overrightarrow{M_{\text{ext}}(G)} &= J_G \cdot \vec{\alpha} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{M_G(0 \rightarrow 1)} &= J_G \cdot \vec{\alpha} \\ \Leftrightarrow J_G &= \frac{\overrightarrow{M_G(0 \rightarrow 1)}}{\vec{\alpha}} \end{aligned}$$

Projection sur \vec{z} :

$$\begin{aligned} J_G &= \frac{M_G(0 \rightarrow 1)}{\alpha} \\ &= \frac{-8000}{-6 \times 10^{-4}} \\ &= 1,3 \times 10^7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \end{aligned}$$