

*July 22, 2020*

# **Condensé de la 1ère Mathématiques**

Ewen Le Bihan  
1eS3

## Notations non vues en cours

$:=$	Égal par définition
$\mathbb{A} \cap \mathbb{B}$	Appartient à la fois à $\mathbb{A}$ et à $\mathbb{B}$
$\lceil x \rceil$	Arrondir $x$ à l'entier supérieur. ( $\lceil 5.1 \rceil = 6$ )
1.5	Séparateur ,
$x \cdot y$	Multiplication $\times$
$\vec{v} \perp \vec{u}$	$\vec{v}$ et $\vec{u}$ orthogonaux

# Contents

<b>1</b>	<b>Polynômes du second degré <math>ax^2 + bx + c</math></b>	<b>1</b>
1.1	$\Delta$ : Trouver les racines . . . . .	1
1.2	Étudier le signe . . . . .	1
1.3	$\alpha, \beta$ : Trouver l'extremum . . . . .	1
1.3.1	Maximum ou minimum ? . . . . .	1
1.3.2	Calcul . . . . .	1
1.4	Différentes formes . . . . .	1
<b>2</b>	<b>Vecteurs <math>\vec{v}</math>, équations cartésiennes <math>ax + by + c = 0</math></b>	<b>2</b>
2.1	Colinéarité . . . . .	2
2.2	Vecteur directeur . . . . .	2
2.2.1	Équation réduite $y = mx + p$ . . . . .	2
2.2.2	Équation cartésienne $ax + by + c = 0$ . . . . .	2
2.3	Décomposer un vecteur . . . . .	2
2.4	Relation de Chasles . . . . .	2
<b>3</b>	<b>Statistiques</b>	<b>3</b>
3.1	Caractéristiques . . . . .	3
3.2	Transformation de valeurs selon $y = mx + p$ . . . . .	3
<b>4</b>	<b>Probabilités</b>	<b>4</b>
4.1	Notions . . . . .	4
4.2	Loi de probabilité de $X$ . . . . .	4
4.3	Caractéristiques . . . . .	4
4.4	Issues, événements . . . . .	4
4.5	Loi binomiale $\mathcal{B}$ . . . . .	5
4.5.1	Définitions . . . . .	5
4.5.2	Loi de $X$ . . . . .	5
4.5.3	Caractéristiques . . . . .	5
<b>5</b>	<b>Suites <math>U_n</math></b>	<b>6</b>
5.1	Types de suites . . . . .	6
5.1.1	Fonctionnelle . . . . .	6
5.1.2	Réursive . . . . .	6
5.2	Suites remarquables . . . . .	6
5.2.1	Arithmétiques . . . . .	6
5.2.2	Géométriques . . . . .	6
5.3	Sommes . . . . .	6
5.3.1	Suites arithmétiques . . . . .	6
5.3.2	Suites géométriques . . . . .	6
5.4	Variations . . . . .	6
5.4.1	Fonction associée . . . . .	6
5.4.2	Méthode 2 . . . . .	6
5.4.3	Méthode 3 . . . . .	6
<b>6</b>	<b>Produit Scalaire <math>\vec{u} \cdot \vec{v}</math></b>	<b>7</b>
6.1	Calcul . . . . .	7
6.2	Multiplication de segments liés . . . . .	7
6.3	Identités remarquables . . . . .	7
6.4	Angle aigu et obtu . . . . .	7
<b>7</b>	<b>Étude de fonctions</b>	<b>8</b>
7.1	Fonctions de bases . . . . .	8
7.2	Opérations sur fonctions . . . . .	8
7.3	Dérivées . . . . .	9
7.3.1	Nombre dérivé $f'(a)$ . . . . .	9
7.3.2	Tangente $T$ au point $a$ . . . . .	9
7.3.3	Dérivées remarquables . . . . .	9
7.3.4	Opérations sur les dérivées . . . . .	9

7.3.5	Utilisations de $f'(x)$	9
<b>8</b>	<b>Trigonométrie</b>	<b>10</b>
8.1	Notions	10
8.2	Valeurs remarquables	10
8.3	Formules de trigonométrie	10

# 1 Polynômes du second degré $ax^2 + bx + c$

## 1.1 $\Delta$ : Trouver les racines

$$\Delta := b^2 - 4ac$$

$$\begin{cases} \Delta > 0 & x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \\ \Delta = 0 & x_0 = \frac{-b}{2a} \\ \Delta < 0 & \emptyset \end{cases}$$

## 1.2 Étudier le signe

Le signe du polynôme est celui de  $a$ , et, si  $\Delta > 0$ , est celui de  $-a$  entre  $x_1$  et  $x_2$

## 1.3 $\alpha, \beta$ : Trouver l'extremum

### 1.3.1 Maximum ou minimum ?

$$\begin{array}{l|l} a > 0 & \text{minimum} \\ a < 0 & \text{maximum} \end{array}$$

### 1.3.2 Calcul

$$\alpha := \frac{-b}{2a}$$

$$\beta := \frac{\Delta}{4a}$$

$$\text{Sommet} = (\alpha; \beta)$$

Le polynôme atteint un extremum en  $\alpha$  de valeur  $\beta$

## 1.4 Différentes formes

Canonique	$(x - \alpha)^2 + \beta$
Factorisée	$a(x - x_1)(x - x_2)$
	$a(x_0 - x)^2$
Développée	$ax^2 + bx + c$

## 2 Vecteurs $\vec{v}$ , équations cartésiennes $ax + by + c = 0$

### 2.1 Colinéarité

$$\begin{aligned}\vec{v} \text{ \& } \vec{u} \text{ colinéaires} &\iff x_u y_v - y_u x_v = 0 \\ &\iff (u) \parallel (v) \\ &\iff \vec{u} = \lambda \vec{v} \quad (\forall \lambda \in \mathbb{R})\end{aligned}$$

### 2.2 Vecteur directeur

#### 2.2.1 Équation réduite $y = mx + p$

$$\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$$

#### 2.2.2 Équation cartésienne $ax + by + c = 0$

$$\begin{array}{l|l} \text{Vecteur directeur} & \vec{v} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \\ \text{Coefficient directeur} & m = -\frac{a}{b} \end{array}$$

### 2.3 Décomposer un vecteur

$$(\forall \lambda, \lambda' \in \mathbb{R}) \quad \vec{w} = \lambda \vec{v} + \lambda' \vec{u}$$

### 2.4 Relation de Chasles

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$$

### 3 Statistiques

#### 3.1 Caractéristiques

Nom	Type	Définition
Effectif total	/	$N := \sum_{i=0}^p n_i$
Moyenne	Centrale	$\bar{x} := \frac{1}{N} \sum_{i=0}^p n_i x_i$
Médiane	Centrale	$Me := \begin{cases} N \text{ pair} & \frac{1}{2} \left( x_{\frac{N}{2}} + x_{\frac{N+1}{2}} \right) \\ N \text{ impair} & x_{\lceil \frac{N}{2} \rceil} \end{cases}$
Mode	Centrale	$Mo :=$ Valeur ou classe qui a l'effectif le plus grand
Premier Quartil	Non-centrale	$Q_1 := x_{\lceil \frac{N}{4} \rceil}$
Troisième Quartil	Non-centrale	$Q_3 := x_{\lceil \frac{3}{4}N \rceil}$
Étendue	Dispersion	$e := x_{max} - x_{min}$
Écart inter-quartil	Dispersion	$Q_3 - Q_1$
Variance	Dispersion	$V := \frac{1}{N} \sum_{i=0}^p (n_i x_i^2) - \bar{x}$
Écart type	Dispersion	$\sigma := \sqrt{V}$

#### 3.2 Transformation de valeurs selon $y = mx + p$

$$\bar{y} = m\bar{x} + p$$

$$V_y = m^2 V_x$$

$$\sigma_y = |m| \sigma_x$$

## 4 Probabilités

### 4.1 Notions

Nom	Symbole	Description
Univers	$\Omega$	Ensemble des issues possibles
Variable aléatoire	$X$	Fonction qui renvoie un nombre aléatoire dans $\Omega$

### 4.2 Loi de probabilité de $X$

Exemple:

- $\Omega = \{0; 1; 2\}$
- $p(X = 0) = p(X = 2) = \frac{1}{4}$
- $p(X = 1) = \frac{1}{2}$

k	0	1	2
$p(X = k)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

### 4.3 Caractéristiques

Nom	Description	Formule
Espérance	Résultat moyen espéré	$E(X) := \sum_{i=1}^n p_i x_i$
Variance		$V(X) := \sum_{i=1}^n (p_i x_i) - E(X)^2$
Écart type		$\sigma(X) := \sqrt{V(X)}$

### 4.4 Issues, événements

Exemple:

$x_i$	A	B
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

Calcul de l'issue  $AB$  ( $A \rightarrow B$ ):

$$p(AB) = p(A) \cdot p(B)$$

Calcul de l'événement  $\Theta$  « au moins une fois  $A$  »:

$$p(\Theta) = p(AB) + p(BA) + p(AA)$$

Calcul de l'événement contraire  $\bar{\Theta}$ :

$$p(\bar{\Theta}) = 1 - p(\Theta)$$



## 4.5 Loi binomiale $\mathcal{B}$

### 4.5.1 Définitions

Épreuve de Bernoulli	
Événement « succès »	$S$
Événement « échec »	$\bar{S}$
Probabilité de succès	$p := p(S)$
Probabilité d'échec	$q := p(\bar{S})$ $= 1 - p$
Schéma de Bernoulli	$\mathcal{B}(n; p)$
Nombre de répétitions	$n$
Nombre de succès	$k$
Univers	$\Omega = [0; n] \cap \mathbb{N}$

### 4.5.2 Loi de $X$

Si  $X \sim \mathcal{B}(n; p)$

$k$	$0$	$2$	$3$	$\dots$	$n$
$p(X = k)$	$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$				

### 4.5.3 Caractéristiques

$$\forall k \in [0; n] \cap \mathbb{N}$$

$$E(X) = np$$

$$V(X) = npq$$

## 5 Suites $U_n$

### 5.1 Types de suites

#### 5.1.1 Fonctionnelle

$$U_n = 2n$$

#### 5.1.2 Récursive

$$\begin{cases} U_{n+1} &= U_0 + U_n \\ U_0 &= 5 \end{cases}$$

### 5.2 Suites remarquables

#### 5.2.1 Arithmétiques

$$\begin{cases} U_{n+1} &= U_n + r \\ U_0 &= k \end{cases}$$
$$U_n = U_0 + r \cdot n$$

#### 5.2.2 Géométriques

$$\begin{cases} U_{n+1} &= U_n \cdot q \\ U_0 &= k \end{cases}$$
$$U_n = U_0 \cdot q^n$$

### 5.3 Sommes

#### 5.3.1 Suites arithmétiques

$$\sum_{\mu=i}^j U_\mu = \frac{U_i + U_j}{2} \cdot (j - i + 1)$$

#### 5.3.2 Suites géométriques

$$\sum_{\mu=i}^j U_\mu = U_i \cdot \frac{1 - q^{j-i+1}}{1 - q}$$

### 5.4 Variations

#### 5.4.1 Fonction associée

$$(\forall n \in \mathbb{N}) f : n \mapsto U_n$$
$$\text{Si } f \nearrow / \searrow \implies U_n \nearrow / \searrow$$

#### 5.4.2 Méthode 2

$$U_{n+1} - U_n \leq 0 \iff U_n \searrow / \nearrow$$

#### 5.4.3 Méthode 3

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} \leq 1 \iff U_n \nearrow / \searrow$$

## 6 Produit Scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$

Note: pour éviter les confusions, la multiplication normale est notée  $\times$  dans ce chapitre.

### 6.1 Calcul

$\vec{\mu}, \vec{\kappa}$  projetés orthogonaux de  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= ||\vec{u}|| \times ||\vec{v}|| \times \cos(\vec{u}; \vec{v}) \\ &= x_u \times x_v + y_u \times y_v^* \\ &= \vec{u} \perp \vec{v} \\ &= \vec{\mu} \cdot \vec{\kappa} \\ &= \frac{1}{2} (||\vec{u}||^2 + ||\vec{v}||^2 - ||\vec{v} - \vec{u}||^2)^{**}\end{aligned}$$

\* Seulement dans un repère orthonormé

\*\* Si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont vecteurs directeurs des segments formant un triangle:

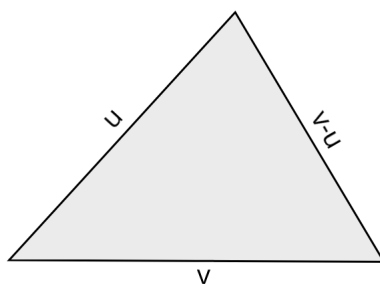


Figure 1

### 6.2 Multiplication de segments liés

Si  $A, H, B$  alignés dans cet ordre

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AH$$

Sinon, si  $H, A, B$  alignés dans cet ordre

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -AB \times AH$$

### 6.3 Identités remarquables

$$\begin{aligned}||\vec{u} \pm \vec{v}||^2 &= ||\vec{u}||^2 \pm 2\vec{v} \cdot \vec{u} + ||\vec{v}||^2 \\ (\vec{u} - \vec{v})(\vec{u} + \vec{v}) &= ||\vec{u}||^2 - ||\vec{v}||^2\end{aligned}$$

### 6.4 Angle aigu et obtu

$$\vec{u} \cdot \vec{v} > 0 \iff (\vec{u}; \vec{v}) \text{ aigu}$$

Et inversement

## 7 Étude de fonctions

### 7.1 Fonctions de bases

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$x$	$\nearrow$	$0$	$\nearrow$
$x^2$	$\searrow$	$0$	$\nearrow$
$1/x$	$\searrow$	$\parallel$	$\searrow$
$\sqrt{x}$	$////$	$0$	$\nearrow$
$ x $	$\searrow$	$0$	$\nearrow$

### 7.2 Opérations sur fonctions

$\Leftarrow$  : Changement de variation

$\Rightarrow$  : Même variation

$$\forall k \in \mathbb{R}, \forall \lambda_+ \in \mathbb{R}^+, \forall \lambda_- \in \mathbb{R}^-$$

$u$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$u + k$	$\Rightarrow$	$k$	$\Rightarrow$
$u \cdot \lambda_+$	$\Rightarrow$	$0$	$\Rightarrow$
$u \cdot \lambda_-$	$\Leftarrow$	$0$	$\Leftarrow$
$\sqrt{u}$	$////$	$0$	$\nearrow$
$1/u$	$\searrow$	$\parallel$	$\searrow$

## 7.3 Dérivées

### 7.3.1 Nombre dérivé $f'(a)$

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

### 7.3.2 Tangente $T$ au point $a$

$$T : y = \underbrace{f'(a)}_{\text{coef dir}} (x - a) + f(a)$$

### 7.3.3 Dérivées remarquables

	$f(x)$	$f'(x)$
	constante	0
$\forall n \in \mathbb{N}$	$x^n$	$nx^{n-1}$
	$\sqrt{x}$	$1/2 \sqrt{x}$
	$1/x$	$-1/x^2$

### 7.3.4 Opérations sur les dérivées

$(u+v)'$  et  $(ku)'$  fonctionne normalement.

$$(uv)' = u'v + v'u$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = -\frac{v'u - u'v}{v^2}$$

### 7.3.5 Utilisations de $f'(x)$

Sens de variation de  $f$

Si  $f$  dérivable sur  $[I; J]$

$x$	$I$	$J$
$f'(x)$	+	-
$f(x)$	$\nearrow$	$\searrow$

Extrema (et pas «*extremums*» bordel de merde)

Trouver le(s)  $x$  pour  $f'(x) = 0$

## 8 Trigonométrie

### 8.1 Notions

**Radians** Mesure d'angle  $\in [0; 2\pi]$  (principalement)

**Cercle trigonométrique** cercle de rayon 1 ( $2\pi r \rightarrow 2\pi$ )

### 8.2 Valeurs remarquables

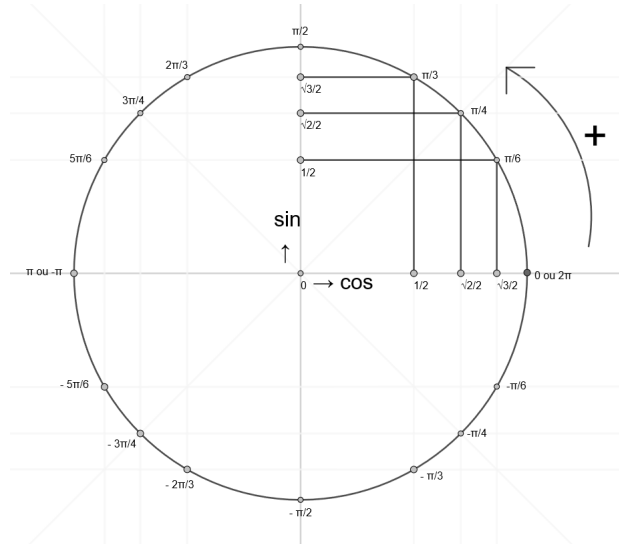


Figure 2

### 8.3 Formules de trigonométrie