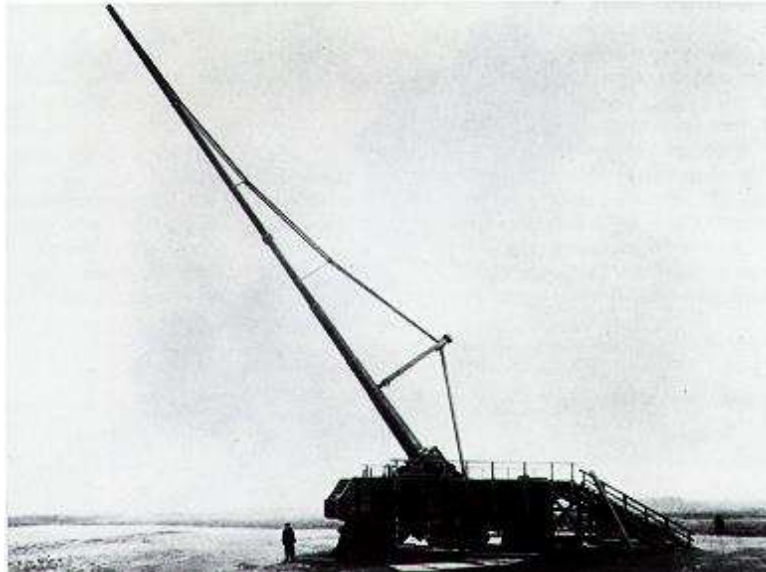


EXERCICE III. Le canon de Paris (5 points)

Souvent confondu à tort avec la grosse Bertha, le canon de Paris est à la fois le plus célèbre et le plus mystérieux des canons de toute l'histoire de l'artillerie. Ce canon a bombardé Paris à la fin de la Première Guerre mondiale.

Le tube du canon mesure 36 m et pèse plus de 100 tonnes. La longueur et la masse exceptionnelles du canon ont obligé les ingénieurs de la société allemande Krupp à concevoir un système de soutènement inédit en artillerie. Comme pour un pont suspendu, des haubans et un mât central viennent rigidifier le long tube, l'empêchant de se courber sous son propre poids. Monté, le canon de Paris atteignait la masse de 750 tonnes.



Mais le secret du canon de Paris réside dans la trajectoire de l'obus. Avec une élévation égale à 50 degrés, le projectile est propulsé dans la haute atmosphère où l'air raréfié oppose moins de résistance à l'obus et accroît ainsi sa portée.

Le 30 janvier 1918, lors des essais finaux au pas de tir de la marine à Altenwalde, le canon tira un obus de 105 kg avec une vitesse d'éjection de 1600 m.s^{-1} . La durée de vol de l'obus a été de 176 s et il est tombé à 126 km de distance avec une assez bonne précision.

Les obus ont atteint une altitude de 42 km à l'apogée de leur trajectoire. C'était à l'époque la plus haute altitude jamais atteinte par un projectile lancé par l'homme. Le canon de Paris conserva ce record de 1918 à 1939.

D'après : <http://html2.free.fr/canons/canparis.htm>

Le but de cet exercice est de vérifier quelques données de ce document sur le vol de l'obus.

Données Intensité de la pesanteur : $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.
On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen.
On négligera les frottements et la poussée d'Archimède.
L'obus sera assimilé à un point matériel.
On rappelle que $1 \text{ tonne} = 10^3 \text{ kg}$.

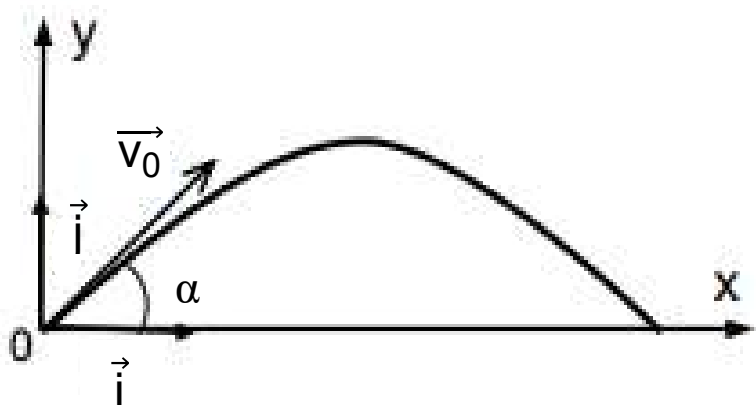
1. Expulsion de l'obus

On suppose que le système {tube du canon + obus} est pseudo-isolé pendant cette phase d'expulsion, c'est-à-dire que l'ensemble des forces extérieures appliquées au système se compensent.

- 1.1. Comment varie la quantité de mouvement du système pendant cette phase de tir ?
- 1.2. En déduire la vitesse de recul du tube lors de l'expulsion de l'obus.
- 1.3. Quelle serait cette vitesse si le tube était 10 fois plus léger (10 tonnes) ? Justifier la masse importante du tube du canon de Paris.

2. Trajectoire de l'obus

On étudie le mouvement de l'obus dans le repère xOy donné ci-dessous.



Le point O est la gueule du canon (l'endroit où l'obus sort du tube du canon).

L'angle α entre le tube du canon et le sol correspond à l'élévation citée dans le document.

\vec{V}_0 est le vecteur vitesse initiale de l'obus à la sortie du canon.

- 2.1. En utilisant une loi de Newton, déterminer les coordonnées du vecteur accélération de l'obus : $a_x(t)$ suivant l'axe x et $a_y(t)$ suivant l'axe y.
- 2.2. En déduire les expressions des coordonnées $v_x(t)$ et $v_y(t)$ du vecteur vitesse de l'obus et montrer que les équations horaires du mouvement de l'obus s'écrivent :

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \times \cos(\alpha) \times t \\ y(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times \sin(\alpha) \times t \end{cases}$$

avec t en secondes, v_0 en mètres par seconde et $x(t)$ et $y(t)$ en mètres.

- 2.3. En déduire l'équation de la trajectoire $y = f(x)$.

3. Vérification des données du document

- 3.1. En utilisant la question 2.2, déterminer la durée du vol et la portée théorique (distance entre le canon et l'endroit où l'obus touche le sol). On négligera la hauteur du canon et on suppose que l'obus arrive à la même altitude que celle de son point de départ.
- 3.2. Déterminer l'altitude théorique maximale atteinte par l'obus connaissant l'expression de la composante verticale de la vitesse de l'obus : $v_y = -9,8 \times t + 1226$.
- 3.3. Expliquer l'écart existant entre les résultats théoriques obtenus dans les deux questions précédentes et les données du document.