Exercices: Lois normales

Ewen Le Bihan

2020-05-15

Abstract

Chaque section est un exercice, le nom de la section représente a le format suivant: @<page> <exercice>, avec <exercice> le numéro de l'exercice et <page> le numéro de la page.

Par défaut, les exercices du livre le plus courant sont assumés, mais l'on peut préciser le livre avec la syntaxe suivante:

Sésamath@218 24 représente l'exercice numéro 24 du livre $S\acute{e}samath$ à la page 218

@339 76

On cherche $u_{0.2}$ tel que $P(X \in [-u_{0.2}, u_{0.2}]) = 0.8$

$$P(X \in [-u_{0.2}, u_{0.2}]) = 0.8$$

 $\iff 2\phi(u_{0.2}) - 1 = 0.8$
 $\iff \phi(u_{0.2}) = \frac{1.8}{2}$
 $= 0.9$
 $\iff u_{0.2} \approx 1.664$

@339 73

a

$$P(X \in [-6, 0]) = \frac{1}{2}$$

b

$$P(X > 12) = 0$$

 \mathbf{c}

$$X \sim N(0, 1)$$

$$\implies \forall n \in \mathbb{R} P(X = n) = 0$$

$$\implies P(X = e) = 0$$

 \mathbf{d}

$$P(X < e) \approx 0.999$$

 \mathbf{e}

$$P(X \in [-\sqrt{2}, \sqrt{3}]) \approx 0.879$$

 \mathbf{f}

$$\begin{split} P(X \leq 1.5 | X > 0) &= \frac{P(X > 0 \cap X \leq 1.5)}{P(X > 0)} \\ &= \frac{P(X \in [0, 1.5])}{P(X > 0)} \\ &\approx \frac{0.433}{0.5} \\ &\approx 0.866 \end{split}$$

@339 74

$$P(X < a) = \frac{1}{3}$$

$$\iff a = -0.431$$

$$P(X > b) = \frac{3}{7}$$

$$\iff b = 0.143$$

$$P(X \in [-c, c]) = \frac{9}{11}$$

$$\iff 2\phi(c) - 1 = \frac{9}{11}$$

$$\iff \phi(c) = \frac{10}{11}$$

$$\iff c = 1.691$$