

# Exercices: Ordre supérieur

Ewen Le Bihan

2020-01-20

## Abstract

Sujet disponible à [http://mpsi.daudet.free.fr/maths/exercices/td/TD16\\_ordre\\_superieur.pdf](http://mpsi.daudet.free.fr/maths/exercices/td/TD16_ordre_superieur.pdf)

## 3-2

Avec un excès de zèle monstrueux, j'adore ça.

Notons respectivement  $(\equiv)$ ,  $(\twoheadrightarrow)$  et  $(\rightarrow)$  les FEF<sup>1</sup> des bijections, surjections et injections.

Montrons que  $f \in (\equiv)(A, B) \iff \forall X \in \mathcal{P}(A), f^{\rightarrow}({}^cX) = {}^cf^{\rightarrow}(X)$  par équivalences successives.

$$\begin{aligned} f \in (\equiv)(A, B) &\iff f \in (\rightarrow)(A, B) \cap (\twoheadrightarrow)(A, B) && \text{Par définition de } (\equiv) \\ &\iff f \in (\rightarrow)(A, B) \wedge f \in (\twoheadrightarrow)(A, B) && \text{Par définition de } \cap \\ &\iff (\forall X \in \mathcal{P}(A), f^{\rightarrow}({}^cX) \supset {}^cf^{\rightarrow}(X)) \\ &\quad \wedge (\forall X \in \mathcal{P}(A), f^{\rightarrow}({}^cX) \subset {}^cf^{\rightarrow}(X)) && \text{Par caractérisation avec l'ordre supérieur de } (\rightarrow) \text{ et } (\twoheadrightarrow) \\ &\iff \forall X \in \mathcal{P}(A), \begin{cases} f^{\rightarrow}({}^cX) \supset {}^cf^{\rightarrow}(X) \\ f^{\rightarrow}({}^cX) \subset {}^cf^{\rightarrow}(X) \end{cases} && \text{Par associativité de } \wedge \\ &\iff \forall X \in \mathcal{P}(A), f^{\rightarrow}({}^cX) = {}^cf^{\rightarrow}(X) && \text{Par double inclusion} \end{aligned}$$

On a donc bien  $f \in (\equiv)(A, B) \iff \forall X \in \mathcal{P}(A), f^{\rightarrow}({}^cX) = {}^cf^{\rightarrow}(X)$  par transitivité de  $\iff$ .

---

<sup>1</sup>Voir mon *paper* sur les FEF à l'adresse [https://github.com/ewen-lbh/theorems/tree/master/function\\_sets.pdf](https://github.com/ewen-lbh/theorems/tree/master/function_sets.pdf)