Chapitre 5 : Séries entières

I Introduction

Définition : Une **série entière** est une série de fonction dont le $n^{\text{ème}}$ terme général est un monôme de degré n.
C'est-à-dire que c'est une série de la forme $\sum_n a_n z^n$ où $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite de nombres complexes ($\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ ou $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$) et z est une variable complexe.

Remarque : Comme séries de fonctions, les propositions vues sur le chapitre sur les séries de fonctions s'appliquent aux séries entières.

Exemple :

$$\sum_{n\geq 0} z^n \qquad \sum_{n\geq 0} \frac{z^n}{n!} \qquad \sum_{n\geq 0} \frac{z^n}{n} \qquad \cdots$$

A Convergence d'une série entière

Proposition :

La série $\sum_{n\geq 0} z^n$ converge si et seulement si $|z| < 1$ sur $\{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\} = D(0,1)$

Vocabulaire : On dit que 1 est le **rayon de convergence** de la série $\sum_{n\geq 0} z^n$ (et $D(0,1)$ est le **disque de convergence** de la série $\sum_{n\geq 0} z^n$).

Contents