Chapitre 5 : Espérance

I Définition et exemples

Rappel : Rappel sur les séries. Soit $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite de nombres réels.
Si les a_n sont positifs, alors :

- la série $\sum_{n\geq 1} a_n$ est définie positive
- l'ordre dans lequel on somme les termes n'affecte pas la somme ni la finitude
- Si on partitionnel $\mathbb{N}^*$ en une collection dénombrable $(I_p)_{p\in\mathbb{N}}$ d'ensembles infinis, alors $\sum_{n\geq 1} a_n = \sum_{p\geq 1}\sum_{n\in I_p} a_n$

On suppose à présent que les a_n sont de signes quelconques. Si $\sum_{n\geq 1}|a_n| < +\infty$, alors :

1. la série $\sum_{n\geq 1} a_n$ converge (dans $]-\infty, +\infty[$) ;
2. l'ordre dans lequel l'on somme les a_n n'influe pas sur la finitude ni sur la valeur de la série ;
3. si l'on partitionne $\mathbb{N}^*$ en une collection dénombrable $(I_p)_{p\geq 1}$ de parties, alors

$$\sum_{n\geq 1} a_n = \sum_{p\geq 1}\sum_{n\in I_p} a_n.$$