

Ao comparar os dois códigos que calculam o fatorial, um utilizando uma abordagem recursiva simples e o outro com programação dinâmica (memoização e abordagem iterativa), podemos observar que ambos possuem complexidade de tempo $O(n)$. No código recursivo simples, cada chamada recursiva resolve o problema para um valor menor de n até atingir o caso base, resultando em n chamadas recursivas. Já na programação dinâmica, a abordagem de memoização (Top-Down) armazena os resultados de subproblemas já resolvidos em um vetor, evitando recomputações desnecessárias, enquanto a abordagem iterativa (Bottom-Up) resolve o problema de forma direta e eficiente em uma única iteração. Em termos de espaço, o código recursivo simples utiliza $O(n)$ devido à profundidade da pilha de chamadas recursivas, enquanto o código de programação dinâmica, tanto na versão Top-Down quanto Bottom-Up, também utiliza $O(n)$ devido ao vetor de armazenamento (memo ou dp). Embora a abordagem recursiva seja mais simples e intuitiva, ela pode ser menos eficiente em termos de tempo devido ao cálculo redundante de subproblemas, enquanto a programação dinâmica evita esses cálculos repetidos, tornando-se mais eficiente. A abordagem iterativa é mais direta e elimina a sobrecarga da recursão, mas ambas as abordagens de programação dinâmica têm o mesmo desempenho em termos de tempo e espaço, tornando-as mais eficientes em problemas maiores.

Conclusão:

A programação dinâmica (PD) é significativamente mais eficiente do que a abordagem recursiva simples, especialmente quando lidamos com problemas que envolvem a solução de subproblemas que se repetem, como é o caso do cálculo do fatorial. A principal vantagem da PD está no fato de que ela resolve esses subproblemas apenas uma vez e armazena seus resultados, evitando a recálculo. Isso melhora muito a performance, principalmente em casos de problemas de grande escala.

Na abordagem recursiva simples, o cálculo do fatorial para um número n envolve a execução de várias chamadas recursivas que calculam subproblemas que já foram resolvidos em outras chamadas. Isso cria um grande número de chamadas redundantes, o que resulta em um desperdício de tempo e um aumento na profundidade da pilha de chamadas, causando problemas de performance e, em casos extremos, até mesmo o estouro da pilha.

Por outro lado, quando usamos a programação dinâmica, há duas abordagens principais: memoização (Top-Down) e abordagem iterativa (Bottom-Up). Ambas evitam os cálculos redundantes, mas de maneiras diferentes. A memoização utiliza uma abordagem recursiva, mas armazena os resultados dos subproblemas em uma estrutura de dados (geralmente um vetor ou mapa), de modo que, sempre que o mesmo subproblema é encontrado novamente, o valor calculado anteriormente é reutilizado. Isso elimina a necessidade de recalcular

os subproblemas e reduz drasticamente o número de chamadas recursivas. A abordagem iterativa, por sua vez, resolve o problema de baixo para cima, preenchendo uma tabela de resultados de maneira sequencial, sem a sobrecarga das chamadas recursivas.

Em termos de complexidade de tempo, a programação dinâmica reduz a complexidade de $O(n!)$ (para a abordagem recursiva simples, devido às chamadas repetidas) para $O(n)$, já que cada subproblema é resolvido uma única vez. Em termos de complexidade de espaço, a PD também pode ser mais eficiente, pois geralmente requer o armazenamento de apenas uma tabela de tamanho $O(n)$, o que é bem mais gerenciável do que a profundidade da pilha recursiva.

Portanto, usar a programação dinâmica em problemas como o cálculo do fatorial não só melhora a eficiência do algoritmo, mas também torna o código mais robusto, escalável e com melhor desempenho, especialmente ao lidar com números grandes, onde a abordagem recursiva simples se tornaria impraticável.