

청년 AI 아카데미 28기 알고리즘 실습

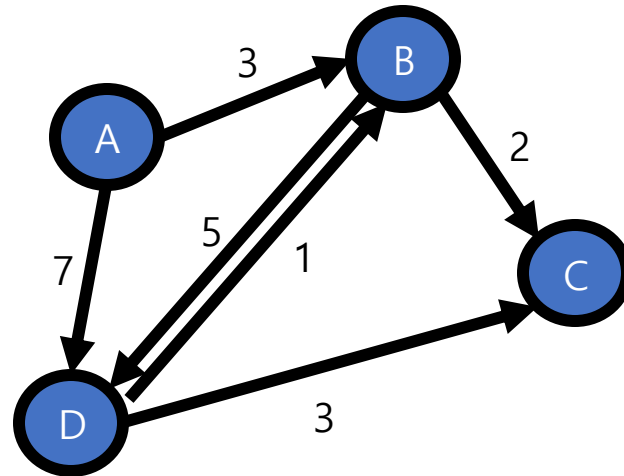
그래프

Today

- **그래프 자료구조**
 - 인접 행렬 그래프
 - 인접 리스트 그래프
- **그래프 탐색**
 - DFS
 - BFS (과제 예정)

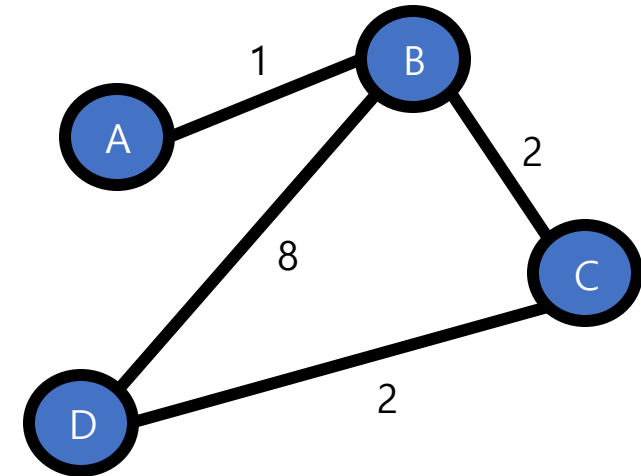
그래프

방향성 그래프 (Directed graph)

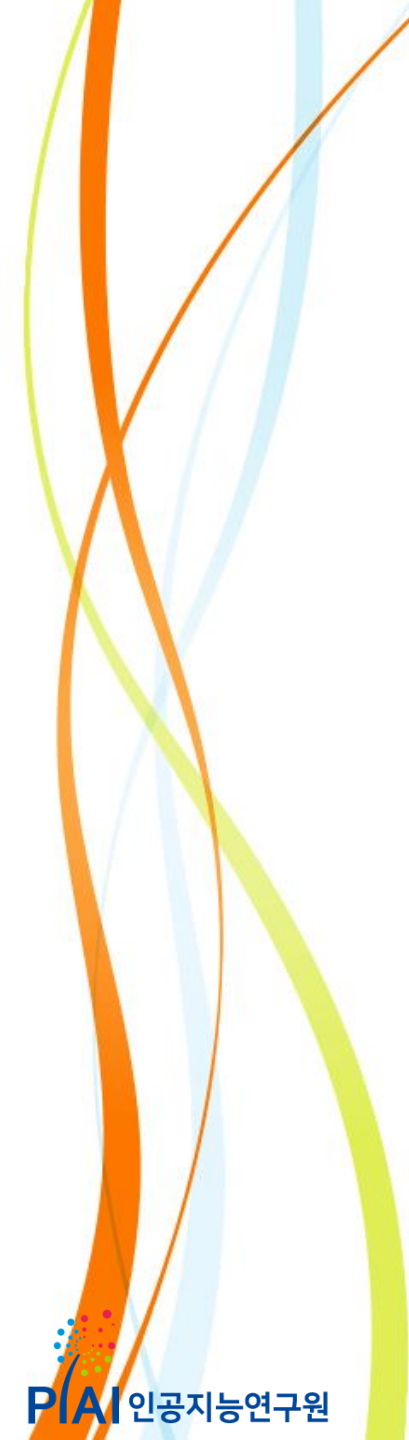
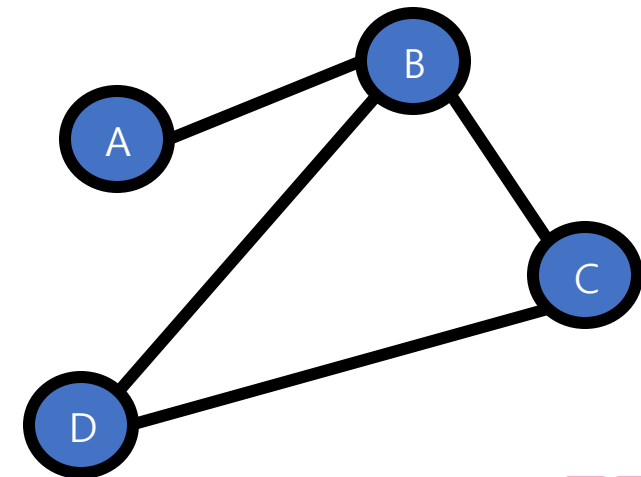
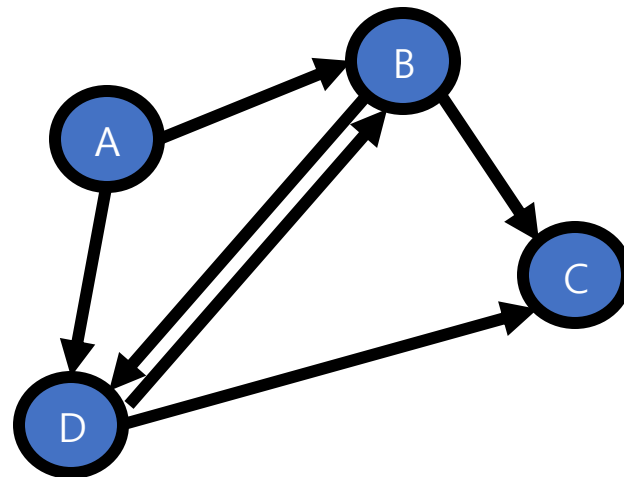


가중치 그래프
(Weighted graph)

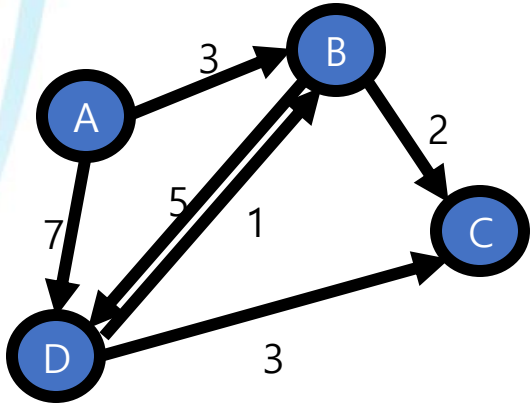
무방향성 그래프 (Undirected graph)



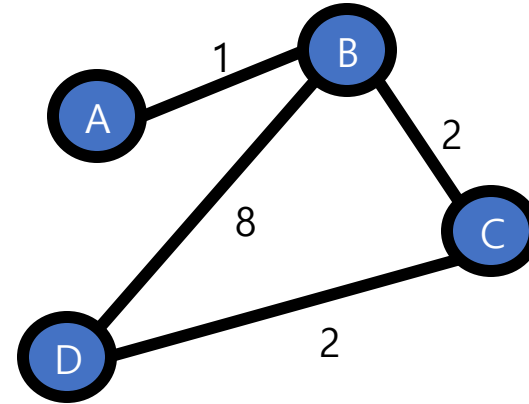
비가중치 그래프
(Unweighted graph)



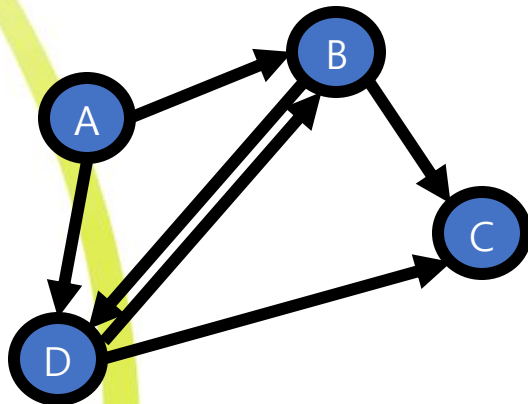
그래프 - 인접 행렬



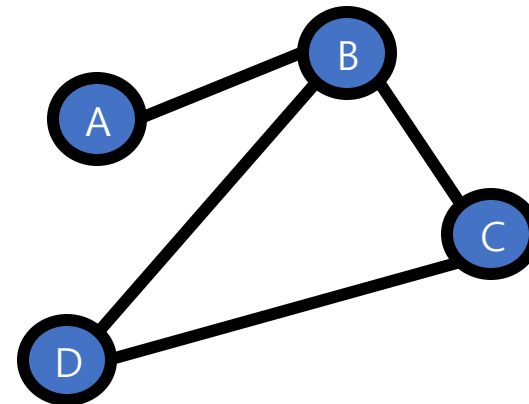
	A	B	C	D
A	0	3	0	7
B	0	0	2	5
C	0	0	0	0
D	0	1	3	0



	A	B	C	D
A	0	1	0	0
B	1	0	2	8
C	0	2	0	2
D	0	8	2	0

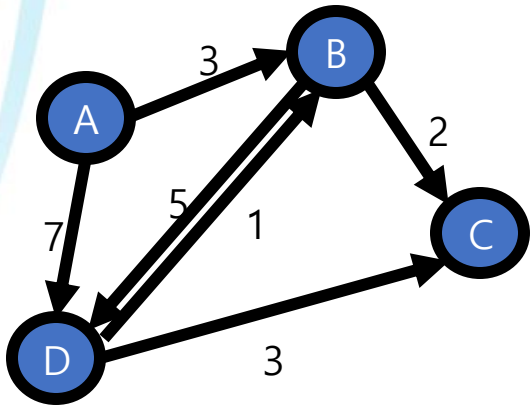


	A	B	C	D
A	0	1	0	1
B	0	0	1	1
C	0	0	0	0
D	0	1	1	0

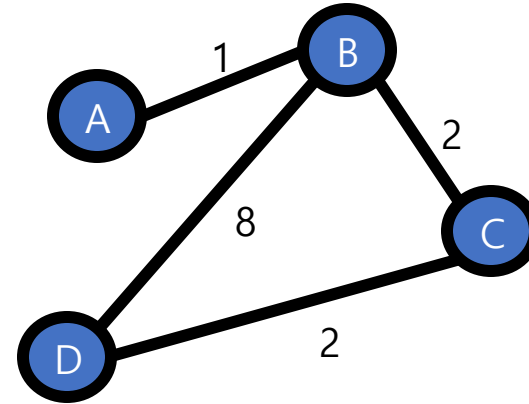


	A	B	C	D
A	0	1	0	0
B	1	0	1	1
C	0	1	0	1
D	0	1	1	0

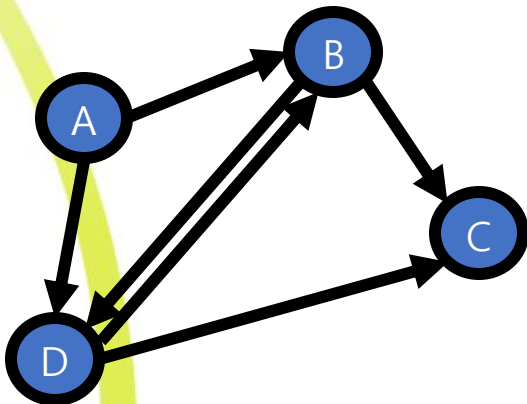
그래프 - 인접 리스트



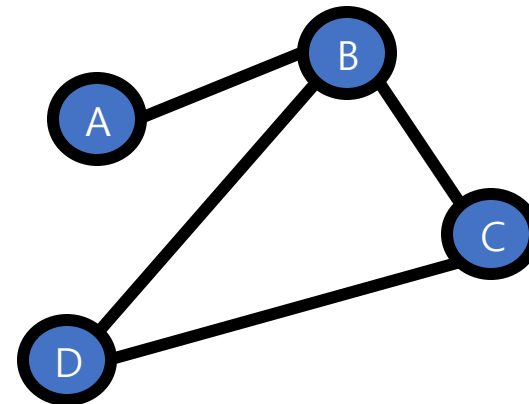
A	→	(B,3)	(D,7)
B	→	(C,2)	(D,5)
C	→		
D	→	(B,1)	(C,3)



A	→	(B,1)		
B	→	(A,1)	(C,2)	(D,8)
C	→	(B,2)	(D,2)	
D	→	(B,8)	(C,2)	



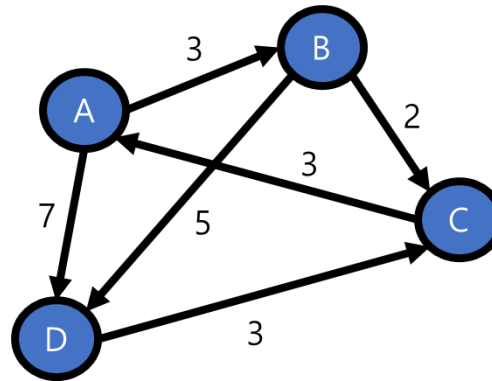
A	→	B	D
B	→	C	D
C	→		
D	→	B	C



A	→	B		
B	→	A	C	D
C	→	B	D	
D	→	B	C	

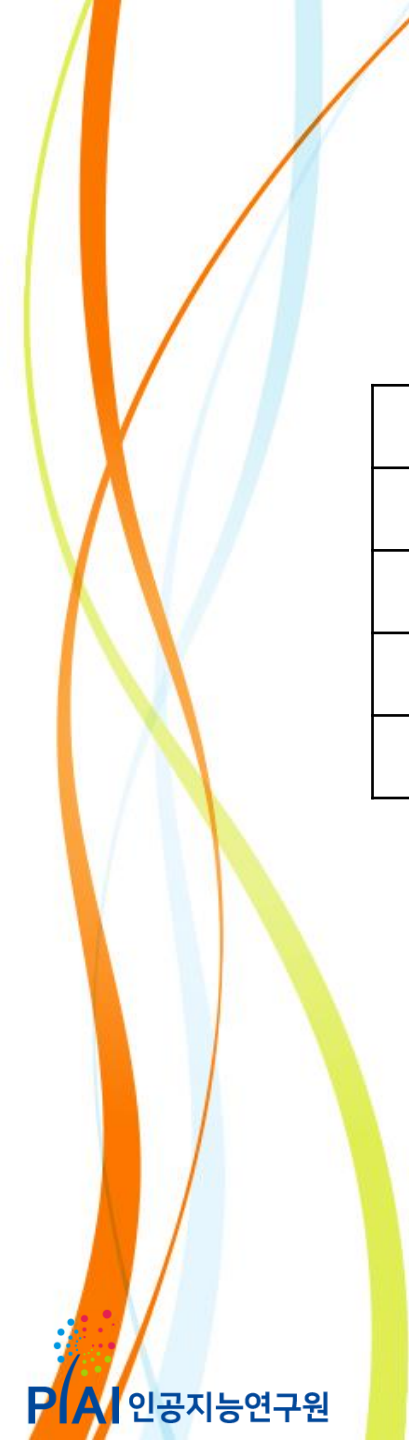
인접 행렬 vs 인접 리스트

	A	B	C	D
A	0	3	0	7
B	0	0	2	5
C	3	0	0	0
D	0	0	3	0



A	B,3	D,7
B	C,2	D,5
C	A,3	
D	C,3	

인접 행렬	목록	인접 리스트
$O(V ^2)$	공간 복잡도	$O(V + E)$
$O(1)$	두 노드 사이의 간선 확인 시간	$O(\text{outdeg}(v))$
$O(V)$	한 노드의 모든 간선 확인 시간	$O(\text{outdeg}(v))$



01. 인접 행렬 구현하기

인접 행렬 구현하기

문제 정의

강의 때 배운 내용을 이용하여, 가중치가 있는 방향성 그래프가 주어졌을 때 이를 인접 행렬로 표현하는 프로그램을 작성하세요.

방향성 그래프에서 어떤 간선 (u, v, c) 의 의미는 u 에서 v 로 가는 비용이 c 인 간선이 있다는 것을 의미합니다.

입력 형식

- 입력의 첫 줄에 테스트 케이스의 숫자 t 가 주어진다.
- 각 테스트 케이스마다 입력은 아래와 같다.
 - 첫 줄에 정점의 개수 N 과 간선의 개수 M 이 주어진다. ($N \leq 1,000, M \leq 20,000$)
 - 그 다음 M 개의 줄에 걸쳐서 방향성 그래프의 간선 (u, v, c) 가 공백을 사이에 두고 입력된다.
 - u 와 v 를 다 일치하는 간선은 여러 번 입력되지 않으며, u 와 v 는 항상 0부터 $N - 1$ 사이의 정수이고, c 는 자연수이다.

출력 형식

- 각 테스트 케이스에 대해 입력받은 그래프를 인접 행렬로 표시한 결과를 출력한다.
- 각 테스트 케이스에서 출력하는 i 번째 줄의 j 번째 숫자는 간선 (i, j, c) 가 존재하면 c 를 출력하고, 그렇지 않으면 0을 출력한다.

입력 예시

```
2
4 6
0 1 3
0 3 7
1 2 2
1 3 5
2 0 3
3 2 3
5 10
0 1 1
0 2 1
0 4 1
1 0 1
1 3 2
1 4 1
2 4 1
3 4 1
4 1 1
4 2 2
```

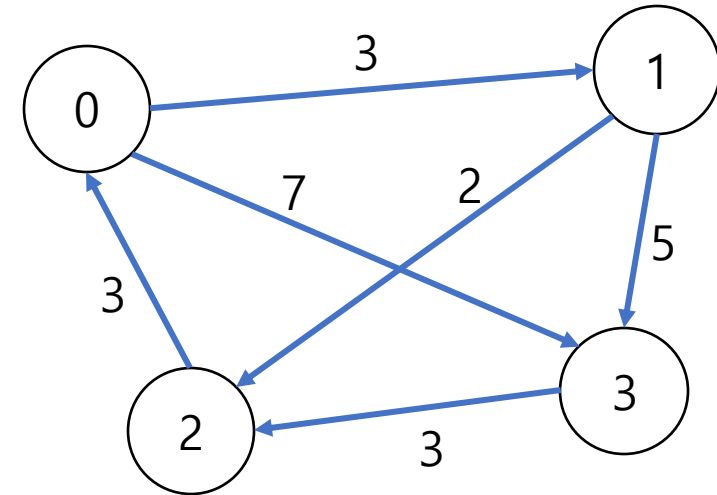
$N = 4, M = 6$

총 $M=6$ 개의 edge input을 받음

$Matrix[i][j]=c$ (방향성 그래프이니 $Matrix[j][i]$ 는 업데이트 하지 않음!!)

출력 예시

```
0 3 0 7
0 0 2 5
3 0 0 0
0 0 3 0
0 1 1 0 1
1 0 0 2 1
0 0 0 0 1
0 0 0 0 1
0 1 2 0 0
```



	0	1	2	3
0	0	3	0	7
1	0	0	2	5
2	3	0	0	0
3	0	0	3	0



01. 인접 행렬 구현하기

인접 행렬 구현하기

문제 정의

강의 때 배운 내용을 이용하여, 가중치가 있는 방향성 그래프가 주어졌을 때 이를 인접 행렬로 표현하는 프로그램을 작성하세요.

방향성 그래프에서 어떤 간선 (u, v, c) 의 의미는 u 에서 v 로 가는 비용이 c 인 간선이 있다는 것을 의미합니다.

입력 형식

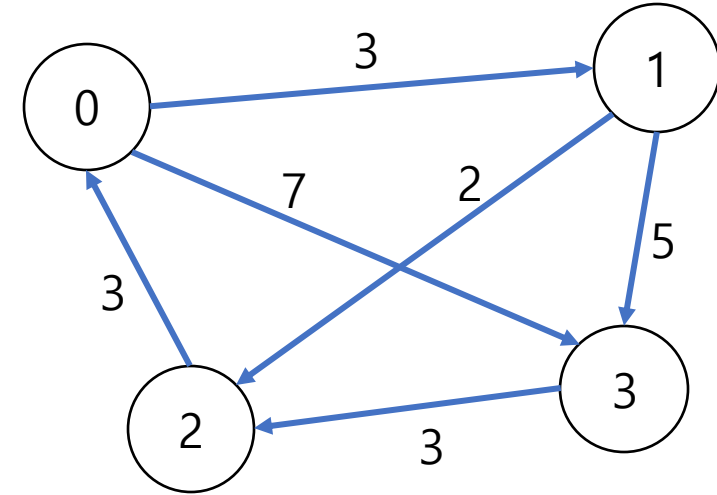
- 입력의 첫 줄에 테스트 케이스의 숫자 t 가 주어진다.
- 각 테스트 케이스마다 입력은 아래와 같다.
 - 첫 줄에 정점의 개수 N 과 간선의 개수 M 이 주어진다. ($N \leq 1,000, M \leq 20,000$)
 - 그 다음 M 개의 줄에 걸쳐서 방향성 그래프의 간선 (u, v, c) 가 공백을 사이에 두고 입력된다.
 - u 와 v 둘 다 일치하는 간선은 여러 번 입력되지 않으며, u 와 v 는 항상 0부터 $N - 1$ 사이의 정수이고, c 는 자연수이다.

출력 형식

- 각 테스트 케이스에 대해 입력받은 그래프를 인접 행렬로 표시한 결과를 출력한다.
- 각 테스트 케이스에서 출력하는 i 번째 줄의 j 번째 숫자는 간선 (i, j, c) 가 존재하면 c 를 출력하고, 그렇지 않으면 0을 출력한다.

입력 예시

```
2
4 6
0 1 3
0 3 7
1 2 2
1 3 5
2 0 3
3 2 3
5 10
0 1 1
0 2 1
0 4 1
1 0 1
1 3 2
1 4 1
2 4 1
3 4 1
4 1 1
4 2 2
```



출력 예시

```
0 3 0 7
0 0 2 5
3 0 0 0
0 0 3 0
0 1 1 0 1
1 0 0 2 1
0 0 0 0 1
0 0 0 0 1
0 1 2 0 0
```

< 행렬(2차원 배열)을 출력 >

```
for i in range(N):
    print(*Matrix[i])
```



02. 인접 리스트 구현하기

인접 리스트 구현하기

문제 정의

강의 때 배운 내용을 이용하여, 가중치가 없는 무방향성 그래프가 주어졌을 때 이를 인접 리스트로 표현하는 프로그램을 작성하세요.

무방향성 그래프에서 어떤 간선 (u, v) 의 의미는 u 에서 v 로 가는 간선이 있다는 것을 의미하며, v 에서 u 로 가는 간선 또한 존재함을 의미합니다.

입력 형식

`List[u].append(v), List[v].append(u)`

- 입력의 첫 줄에 테스트 케이스의 숫자 t 가 주어진다.
- 각 테스트 케이스마다 입력은 아래와 같다.
 - 첫 줄에 정점의 개수 N 과 간선의 개수 M 이 주어진다. ($N \leq 1,000, M \leq 20,000$)
 - 그 다음 M 개의 줄에 걸쳐서 무방향성 그래프의 간선 (u, v) 가 공백을 사이에 두고 입력된다.
 - u 와 v 는 항상 0부터 $N - 1$ 사이의 정수이고, 두 정점 간 간선은 유일하다.

출력 형식

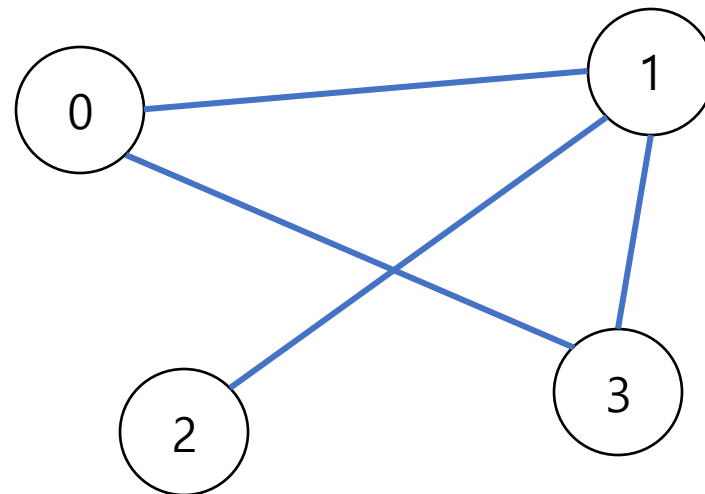
- 각 테스트 케이스에 대해 입력받은 그래프를 인접 리스트로 표시한 결과를 출력한다.
- 각 테스트 케이스에서 출력하는 i 번째 줄은 정점 i 에 연결된 정점들의 번호를 오름차순으로 하나씩 공백을 사이에 두고 출력한다.
- 정점 i 에 연결된 어떠한 정점도 없다면 해당 줄은 빈 줄로 출력한다.

입력 예시

2
4 4
0 1
0 3
1 2
1 3
5 6
0 1
0 3
0 4
3 4
1 4
1 3
N = 4, M = 4
총 M=4개의 edge input을 받음

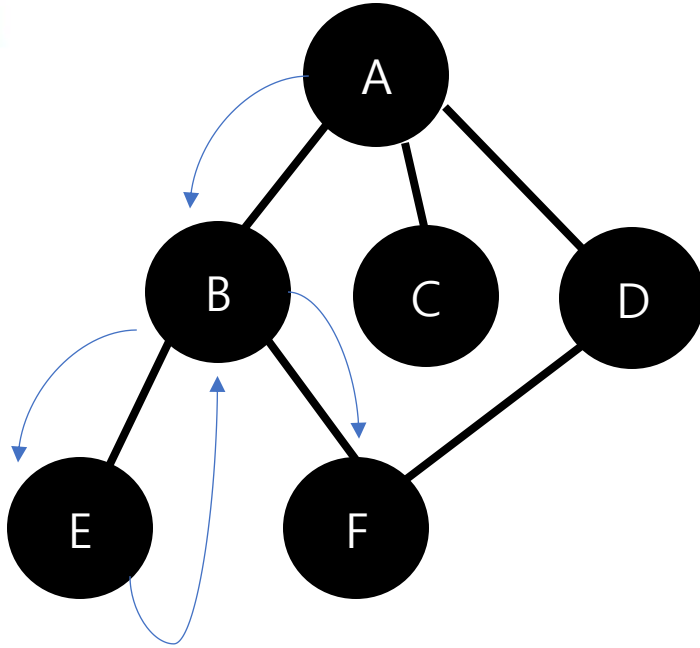
출력 예시

1 3
0 2 3
1
0 1
1 3 4
0 3 4
0 1 4
0 1 3



0	1, 3
1	0, 2, 3
2	1
3	0, 1

03. DFS (깊이 우선 탐색)



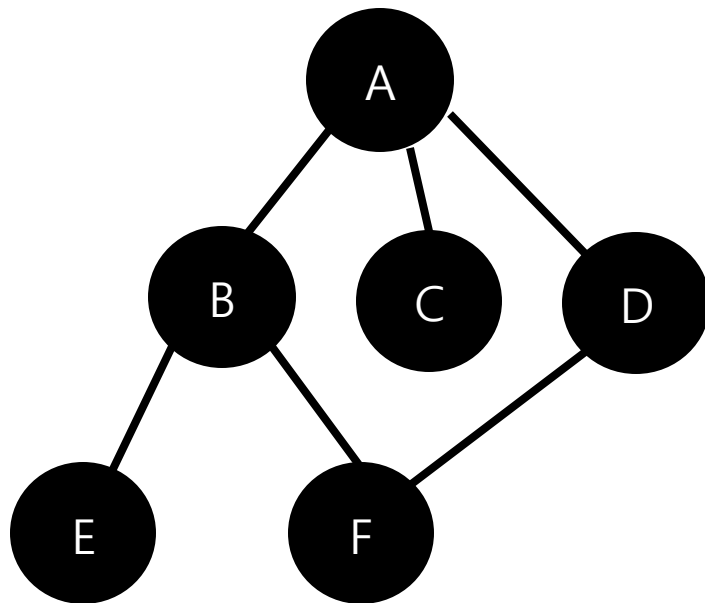
Depth-first search (DFS) 는 시작 노드에서 하나의 분기를 완벽하게 탐색한 후 다음 분기로 넘어가는 방법

하나의 경로 (u, v) 에 대해서:

1. u 노드를 방문
2. u 노드와 연결된 노드 중 v 방문
3. v 노드를 시작으로 하는 다른 경로의 노드 방문
4. v 노드의 분기를 전부 탐색했다면, 다시 u 에 인접한 노드 중 방문하지 않은 이웃 노드들 방문

- 재귀 함수를 사용하는 방법
- 명시적인 stack을 사용하는 방법

03. DFS (재귀)

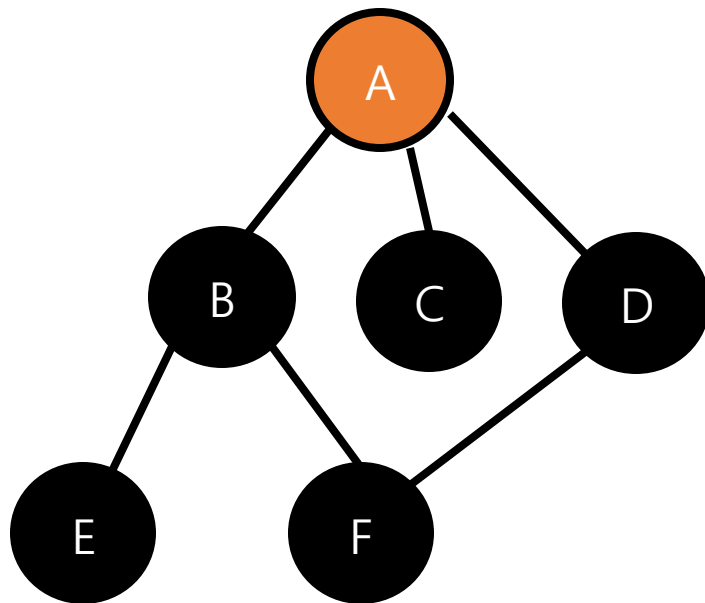


DFS(A)

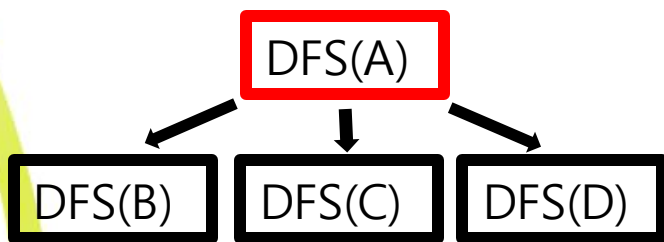
A	

각각의 함수에서 시작 노드를 매개변수로 재귀적인 탐색을 진행한다.
시작 노드: A

03. DFS (재귀)

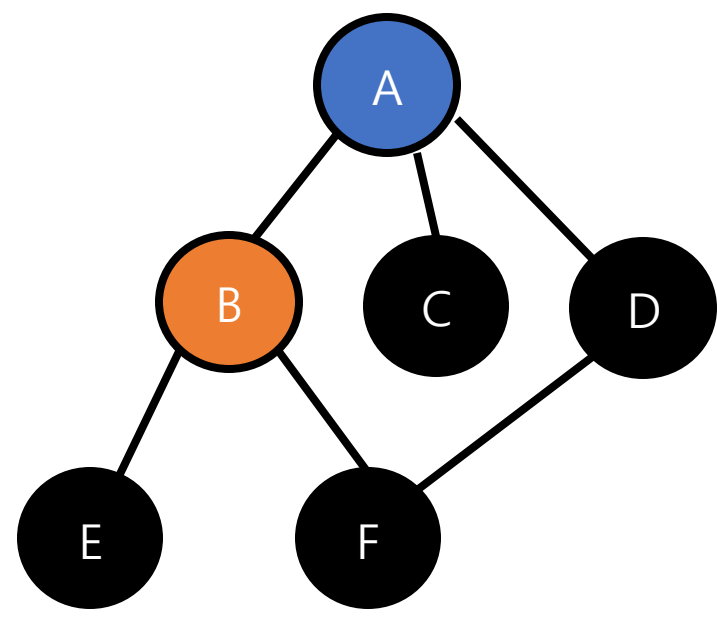


A	B	C	D

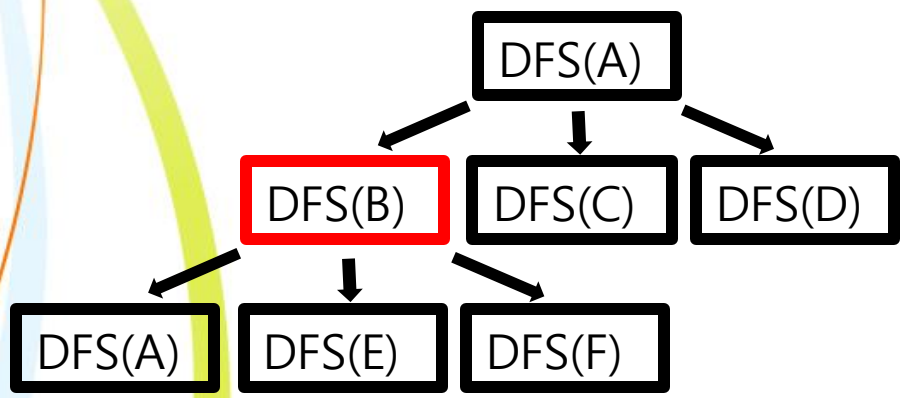


< DFS(A) >
A 노드에 인접한 노드들에 대해 재귀호출
A 노드는 방문했음을 저장

03. DFS (재귀)

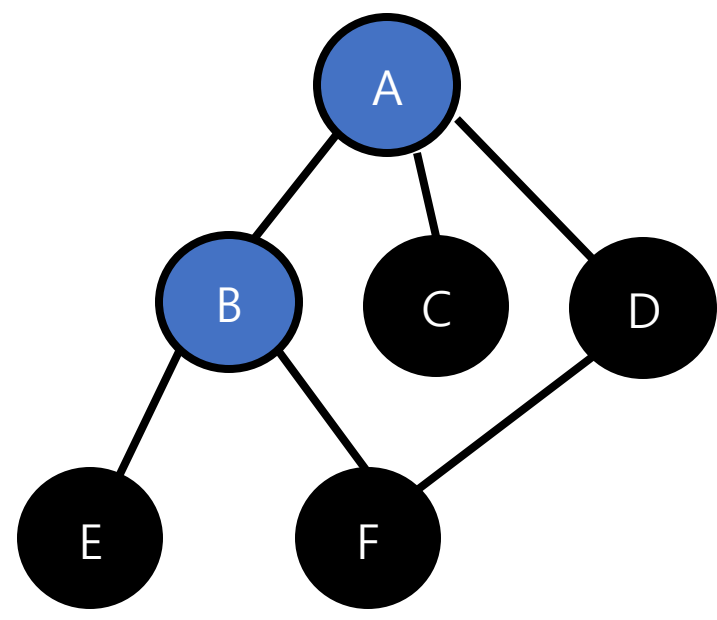


A	B	C	D
B	A	E	F

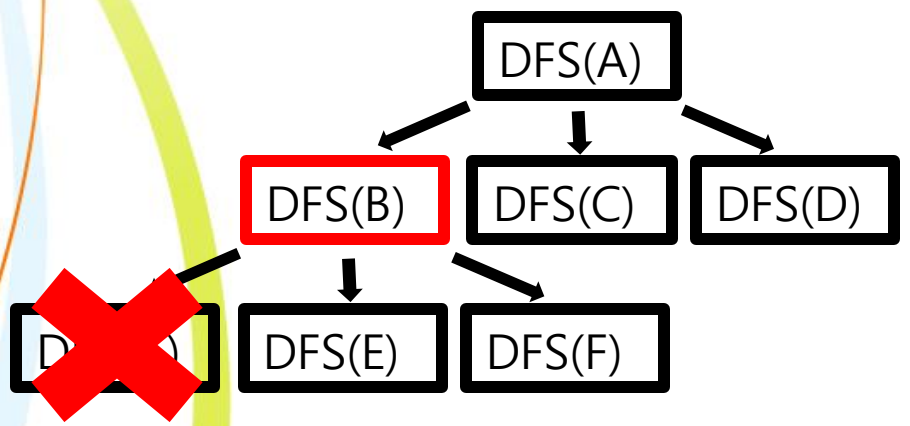


< DFS(B) >
 B 노드에 인접한 노드들에 대해 재귀호출
 B 노드는 방문했음을 저장

03. DFS (재귀)

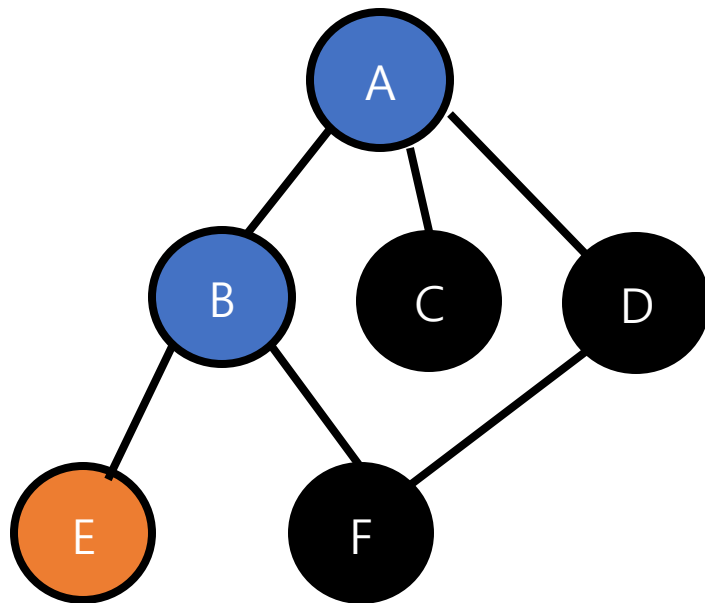


A	B	C	D
B	E	F	

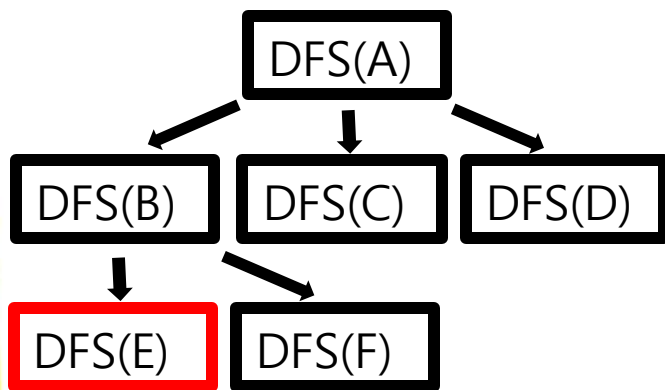


< DFS(B) >
→ A 노드는 방문했으므로 재귀호출을 안함

03. DFS (재귀)



A	B C D
B	E F
E	B

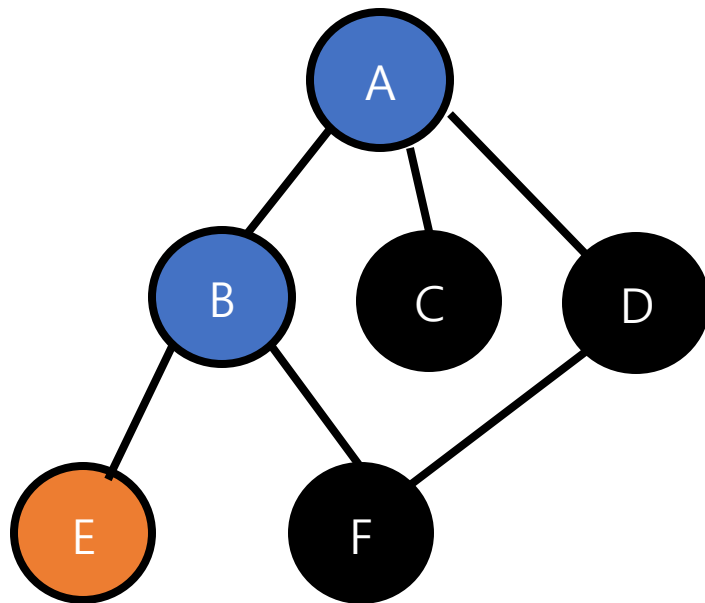


< DFS(E) >

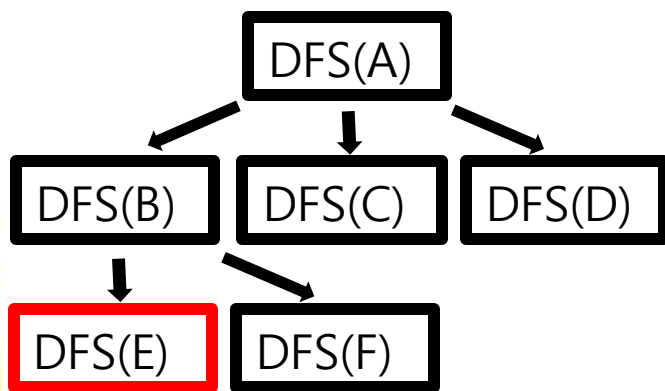
E 노드에 인접한 노드들에 대해 재귀호출
- B 노드 방문했으므로 재귀호출 안함

E 노드는 방문했음을 저장

03. DFS (재귀)



A	B C D
B	E F
E	

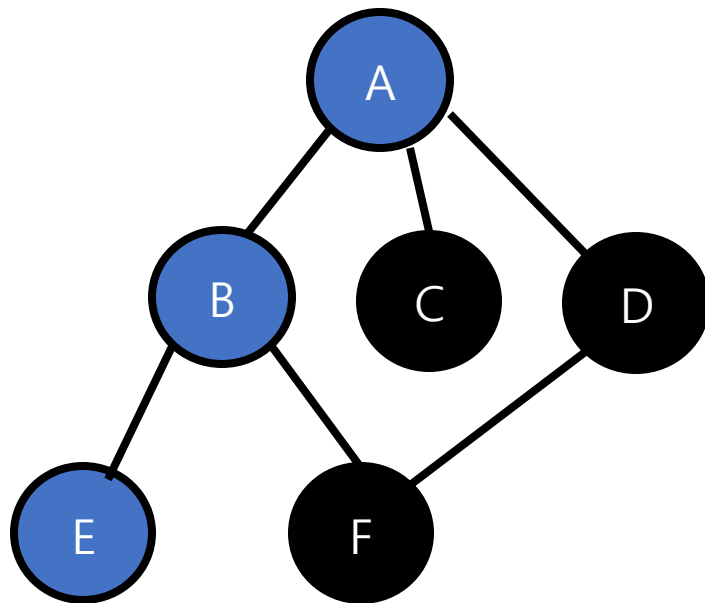


< DFS(E) >

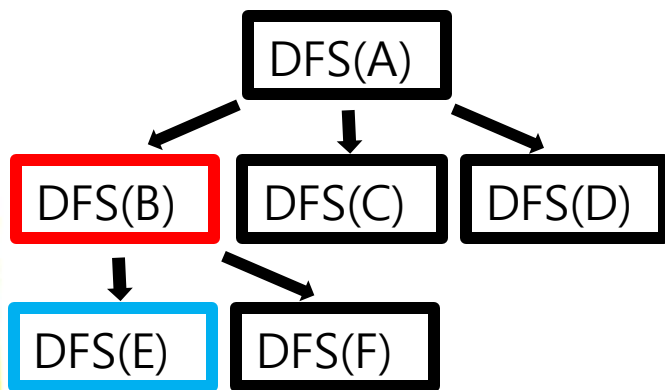
E 노드에 인접한 노드들에 대해 재귀호출
- B 노드 방문했으므로 재귀호출 안함

E 노드는 방문했음을 저장

03. DFS (재귀)

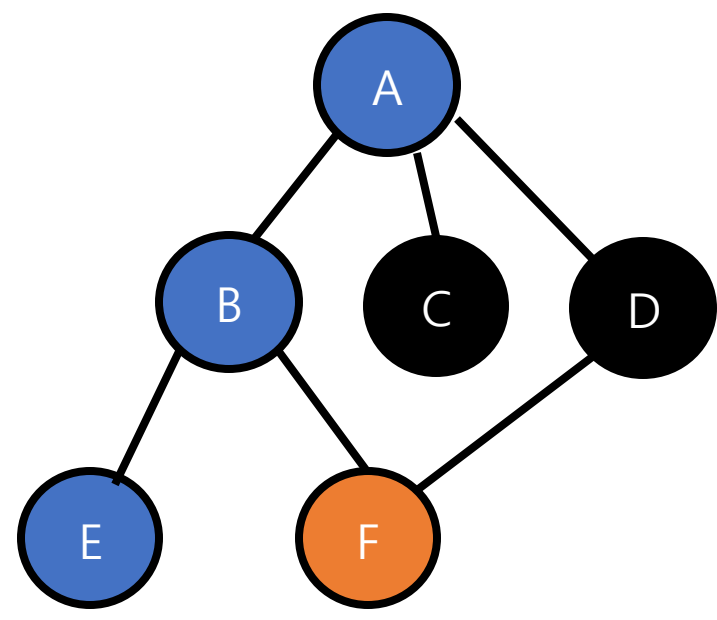


A	B	C	D
B	F		
E			

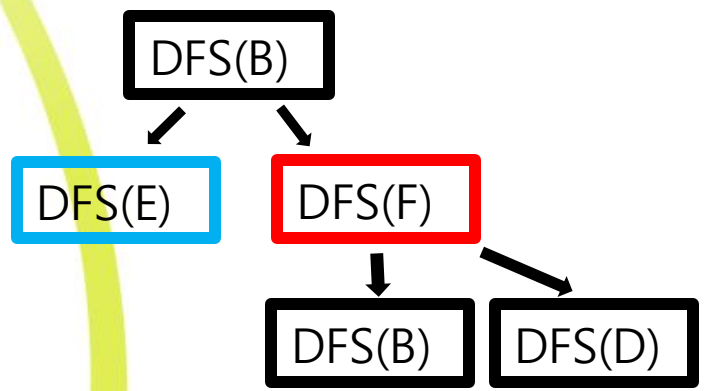


< DFS(E) >
E 노드에 인접한 방문 되지 않은 노드는 없기
때문에 B 노드로 돌아감

03. DFS (재귀)

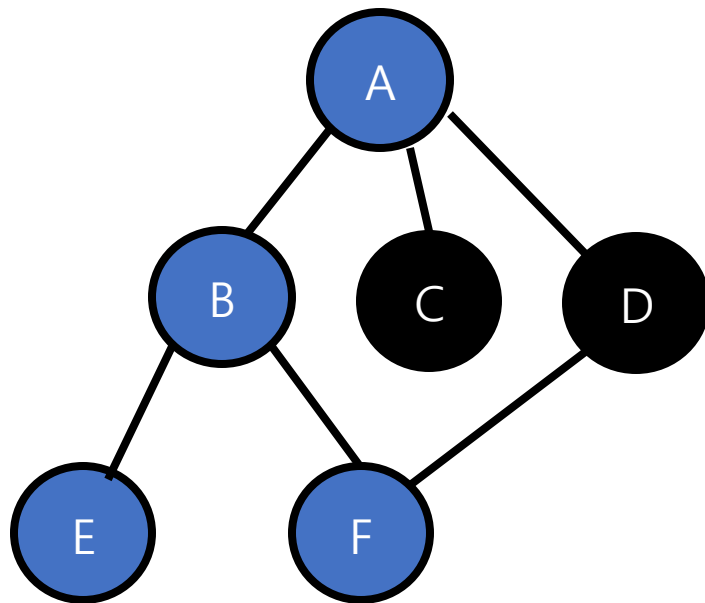


A	B C D
B	F
E	
F	B D

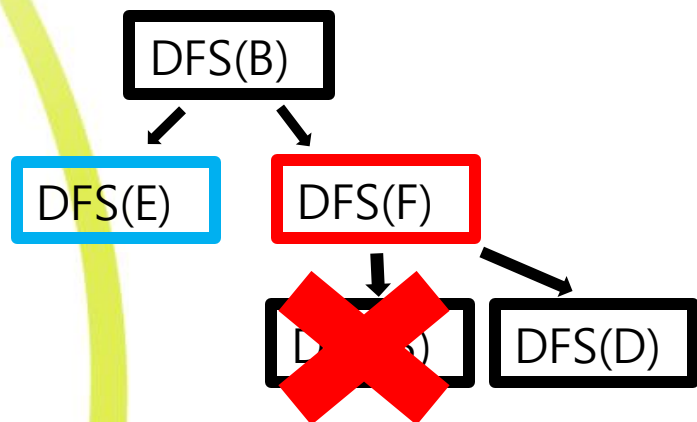


< DFS(F) >
 F 노드에 인접한 노드들에 대해 재귀호출
 F 노드는 방문했음을 저장

03. DFS (재귀)

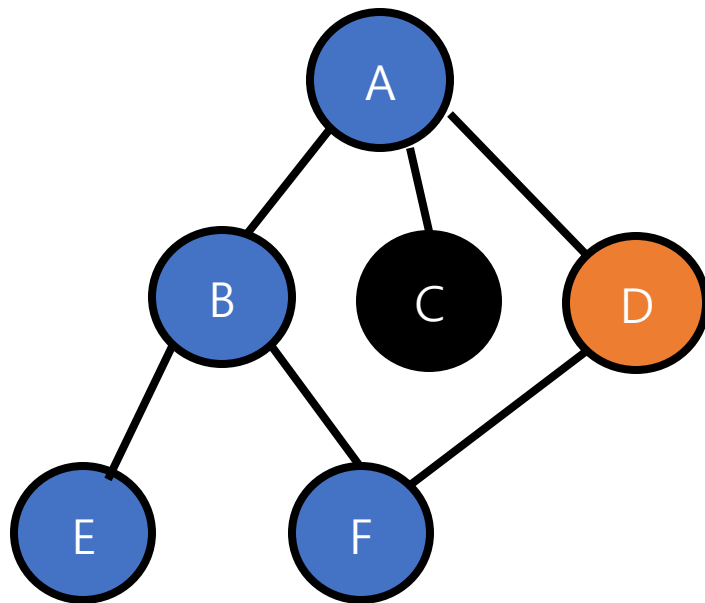


A	B	C	D
B	F		
E			
F	D		

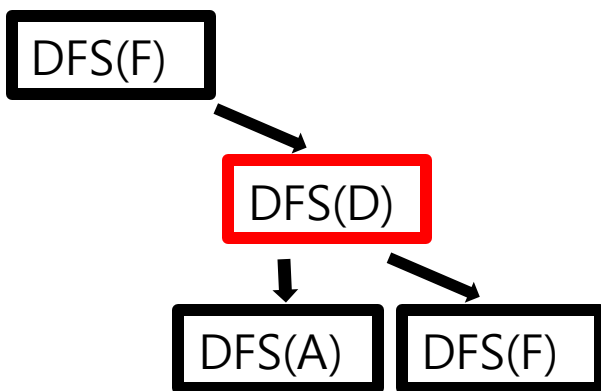


< DFS(F) >
 → B 노드는 방문했으므로 재귀호출을 안함

03. DFS (재귀)

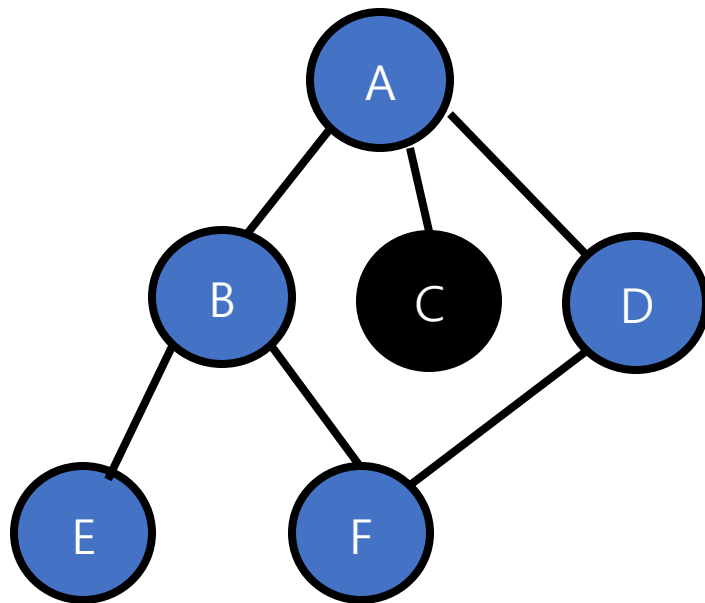


A	B C D
B	F
E	
F	D
D	A F

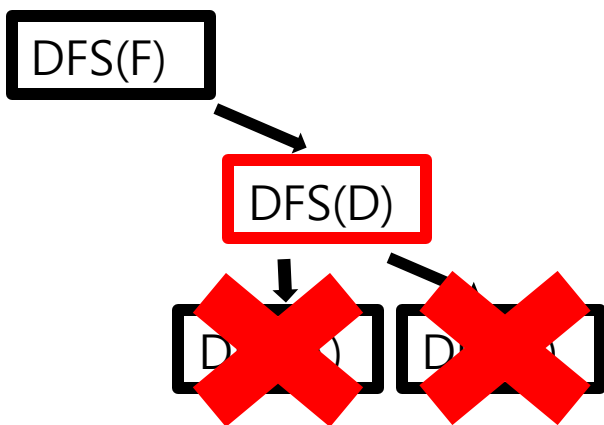


< DFS(D) >
 D 노드에 인접한 노드들에 대해 재귀호출
 D 노드는 방문했음을 저장

03. DFS (재귀)



A	B C D
B	F
E	
F	D
D	

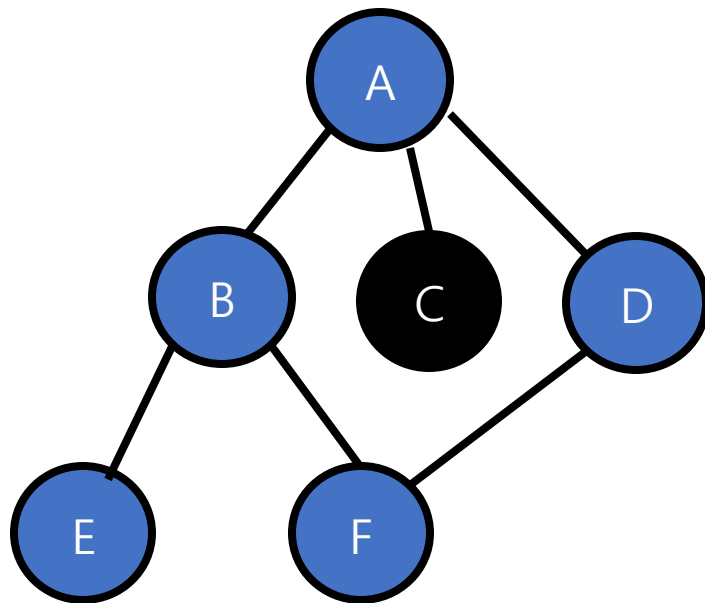


< DFS(D) >

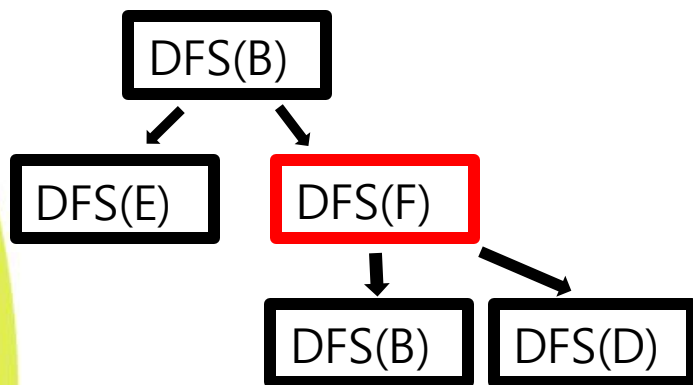
→ A, F 노드는 방문했으므로 재귀호출을 안 함

D 노드에 인접한 방문 되지 않은 노드는 없기 때문에 F 노드로 돌아감

03. DFS (재귀)

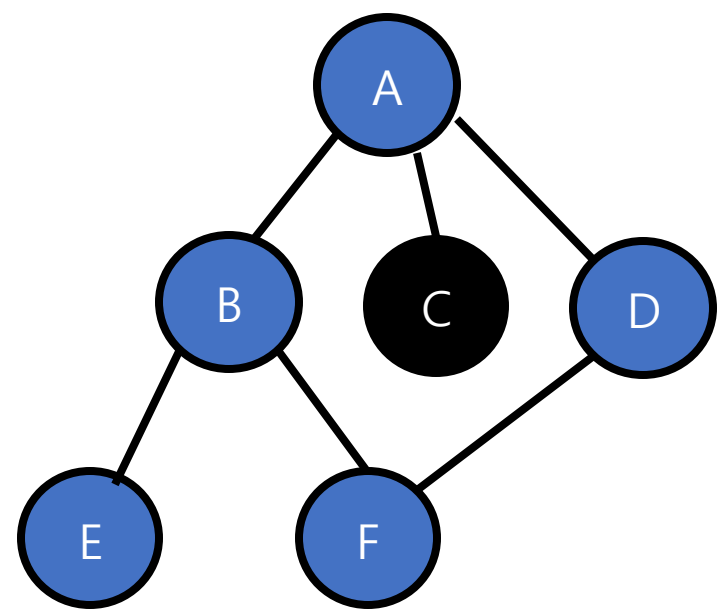


A	B	C	D
B	F		
E			
F			
D			

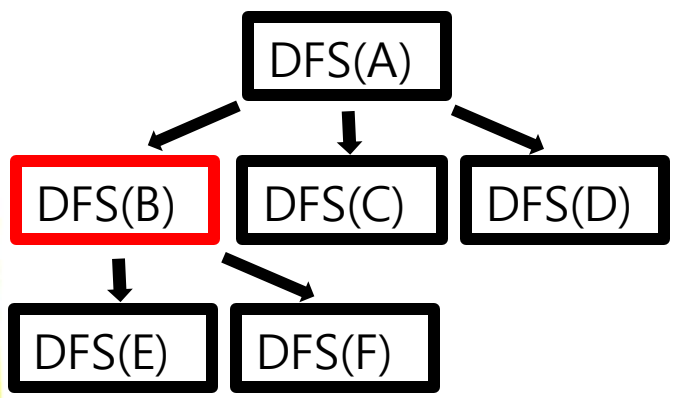


< DFS(F) >
→ F 노드에 인접한 방문 되지 않은 노드는 없
기 때문에 B 노드로 돌아감

03. DFS (재귀)

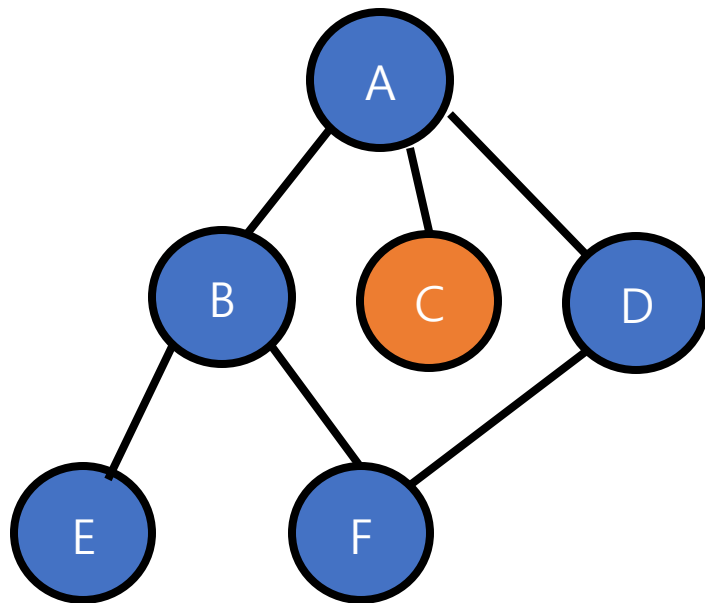


A	C D
B	
E	
F	
D	

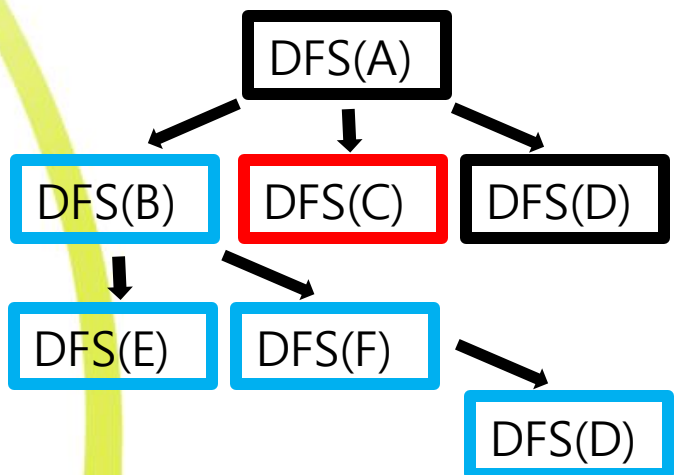


< DFS(B) >
→ B 노드에 인접한 방문 되지 않은 노드는
없기 때문에 A 노드로 돌아감

03. DFS (재귀)

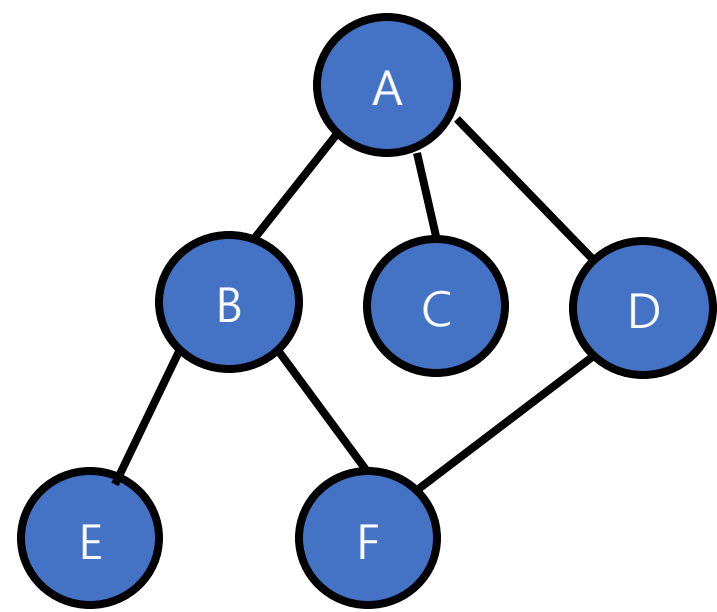


A	C D
B	
E	
F	
D	
C	A

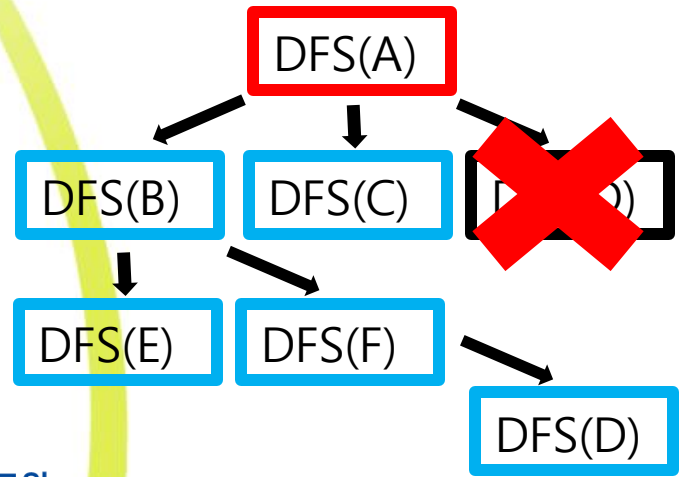


< DFS(C) >
 C 노드에 인접한 노드들에 대해 재귀호출
 C 노드는 방문했음을 저장
 C 노드에 인접한 방문 되지 않은 노드는 없기
 때문에 A 노드로 돌아감

03. DFS (재귀)

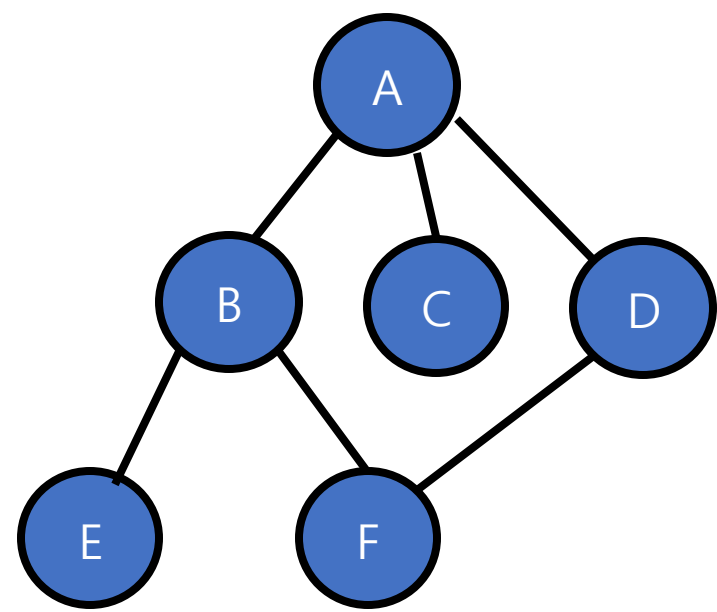


A	D
B	
E	
F	
D	
C	

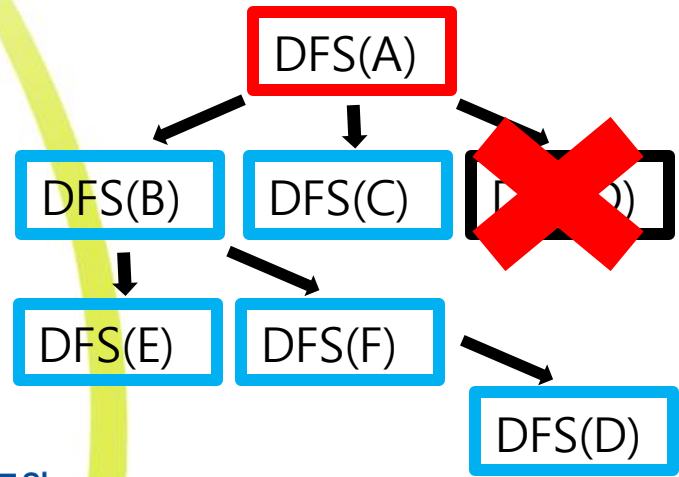


< DFS(A) >
D 노드는 이미 방문 되었음
모든 노드를 방문하였기 때문에 종료

03. DFS (재귀)

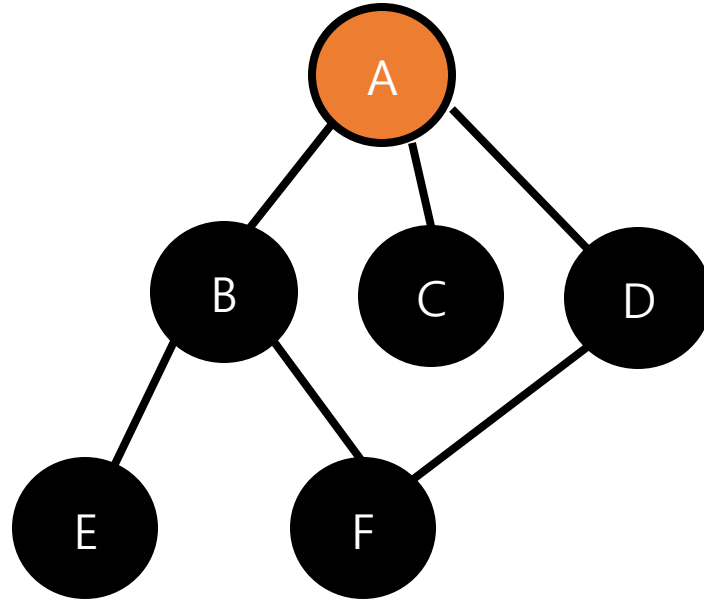


A	
B	
E	
F	
D	
C	



< DFS(A) >
D 노드는 이미 방문 되었음
모든 노드를 방문하였기 때문에 종료

03. DFS (스택)



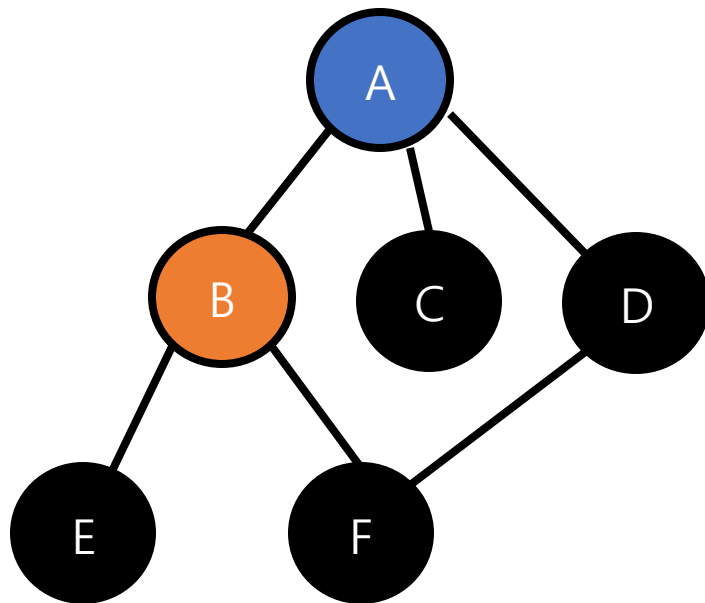
A	D C B
st	D C B

묵시적으로 스택을 통해 구현되는 재귀의 방식을, 직접 스택을 만들어 명시적으로 탐색을 진행

초기 스택에 A 노드의 이웃 (D, C, B) 넣음
A 노드를 방문으로 저장



03. DFS (스택)

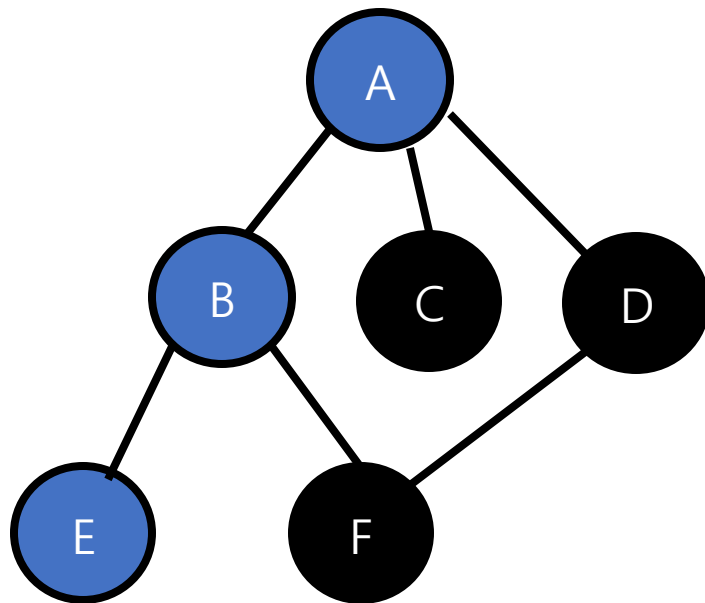


A	
B	F E
st	D C F E

스택에서 pop된 B 노드 방문
B 노드를 방문으로 저장
B 노드와 이웃한 F, E 노드 스택에
push

(값이 작은 노드를 먼저 탐색하기 위해
push순서를 변경할 수 있음)

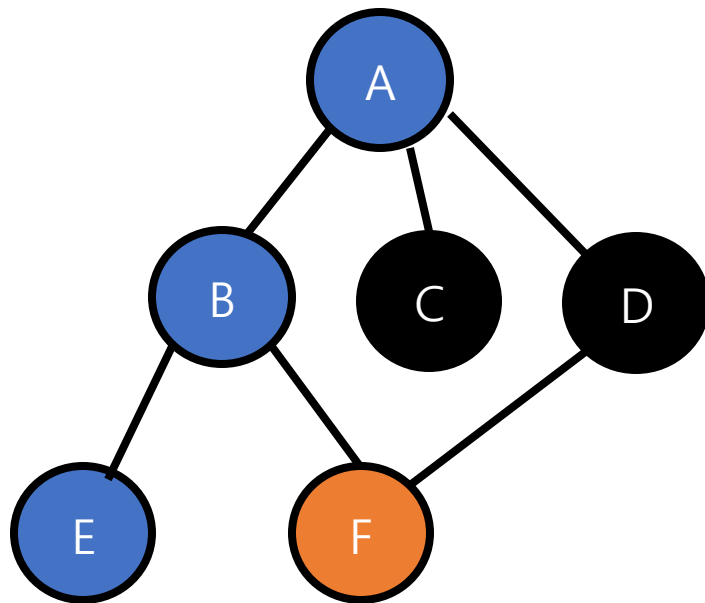
03. DFS (스택)



A	
B	
E	
st	D C F

스택에서 pop된 E 노드 방문
E 노드를 방문으로 저장
E 노드와 이웃한 방문 되지 않은 노드 없음

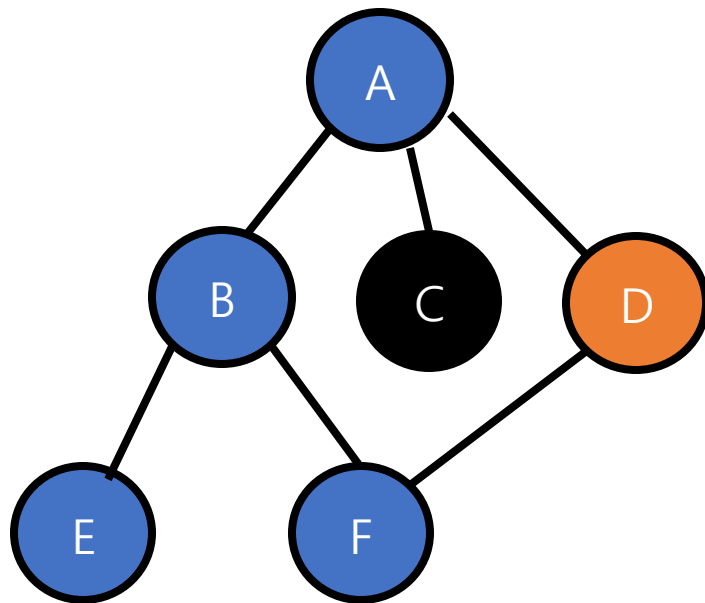
03. DFS (스택)



A	
B	
E	
F	D
st	D C D

스택에서 pop된 F 노드 방문
F 노드를 방문으로 저장
F 노드와 이웃한 방문 되지 않은 노드 D push

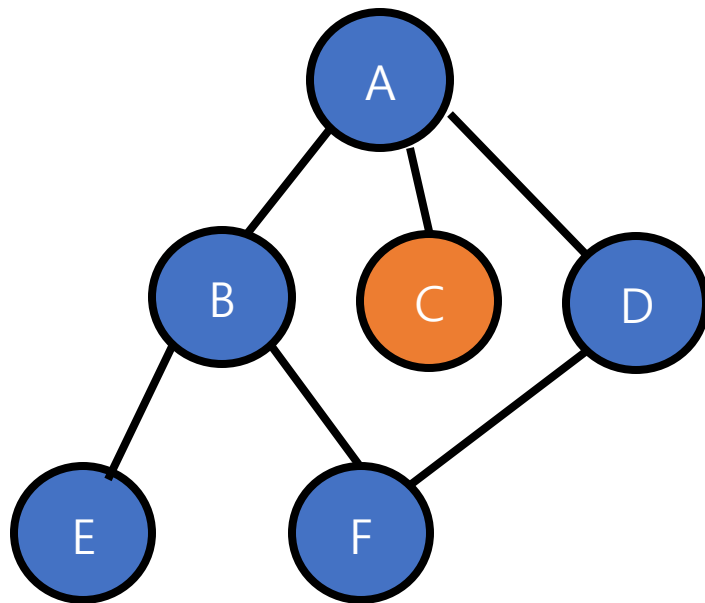
03. DFS (스택)



A	
B	
E	
F	
D	
st	D C

스택에서 pop된 D 노드 방문
D 노드를 방문으로 저장
D 노드와 이웃한 방문 되지 않은 node없음

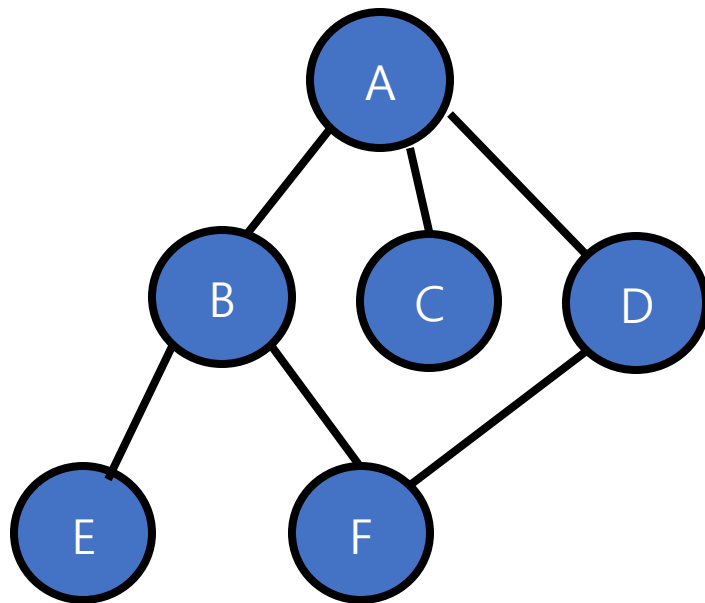
03. DFS (스택)



A	
B	
E	
F	
D	
C	
st	D

스택에서 pop된 C 노드 방문
C 노드를 방문으로 저장
C 노드와 이웃한 방문 되지 않은 node없음

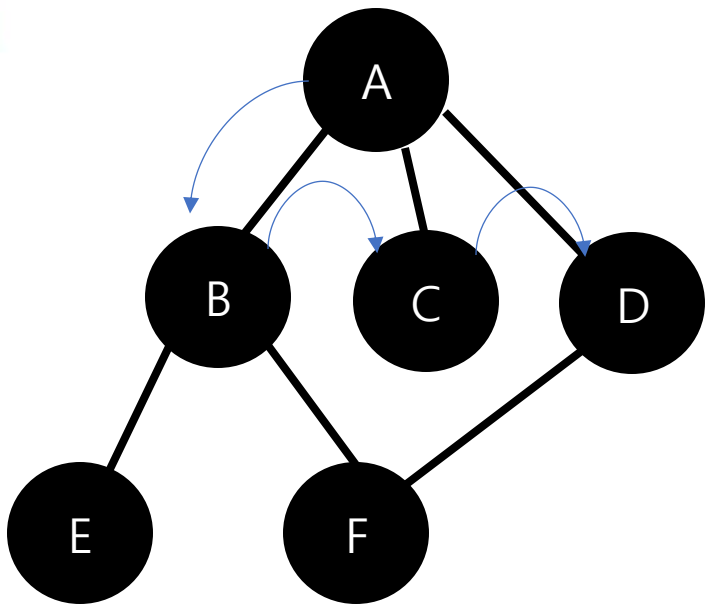
03. DFS (스택)



A	
B	
E	
F	
D	
C	
st	

그 다음 스택에서 pop된 D 노드는 방문하였기 때문에, 탐색 종료

04. BFS (너비 우선 탐색)



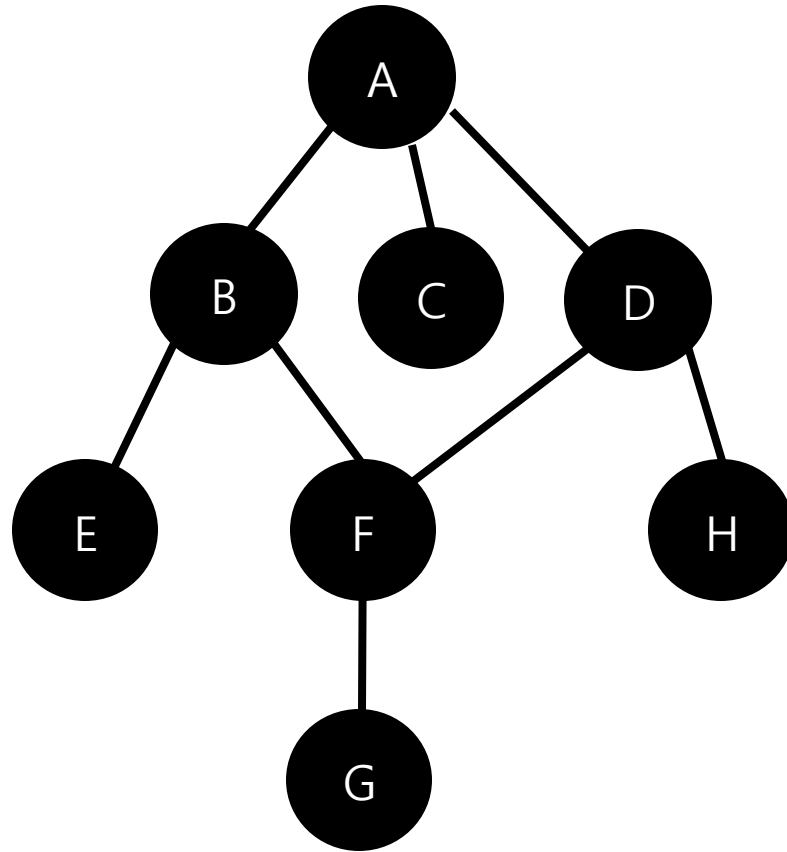
Breadth-first search (BFS) 는 시작 노드에서 인접한 노드들을 먼저 탐색하는 방법

하나의 경로 (u, v) 에 대해서:

1. u 노드를 방문
2. u 노드와 이웃한 v 방문
3. u 노드와 이웃한 $v', v''...$ 차례대로 방문
4. u 노드와 이웃한 노드들을 모두 방문했다면 $v, v', v''...$ 노드와 인접한 노드 중 방문하지 않은 이웃 노드들 방문

- 큐를 사용하는 방법

04. BFS (너비 우선 탐색)

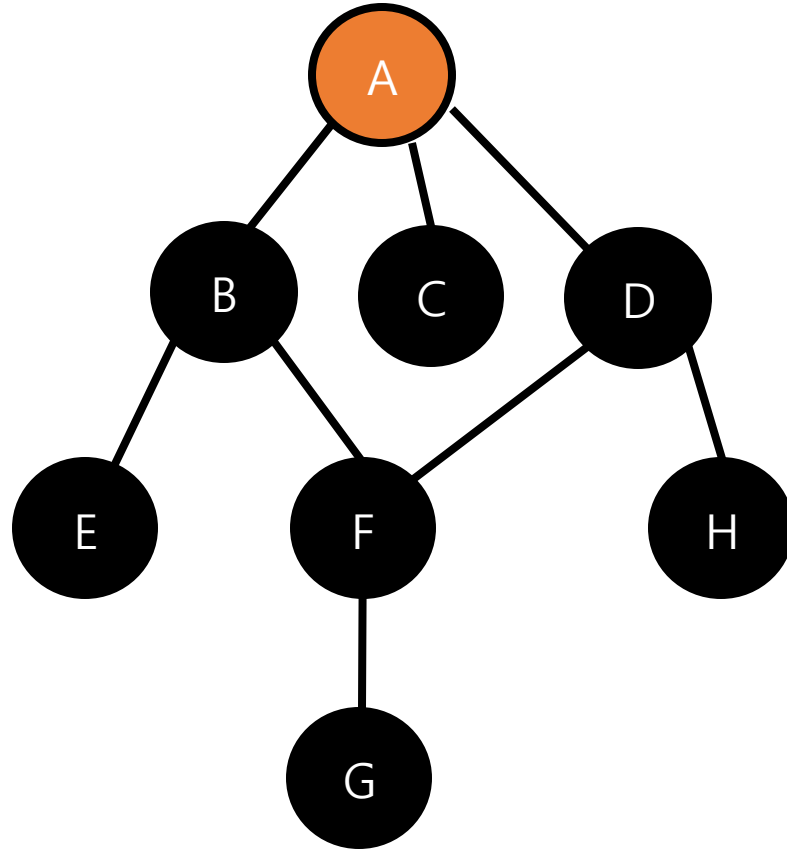


거리	
0	A
1	
2	
3	
결과	

초기 큐에 시작 노드인 A push



04. BFS (너비 우선 탐색)

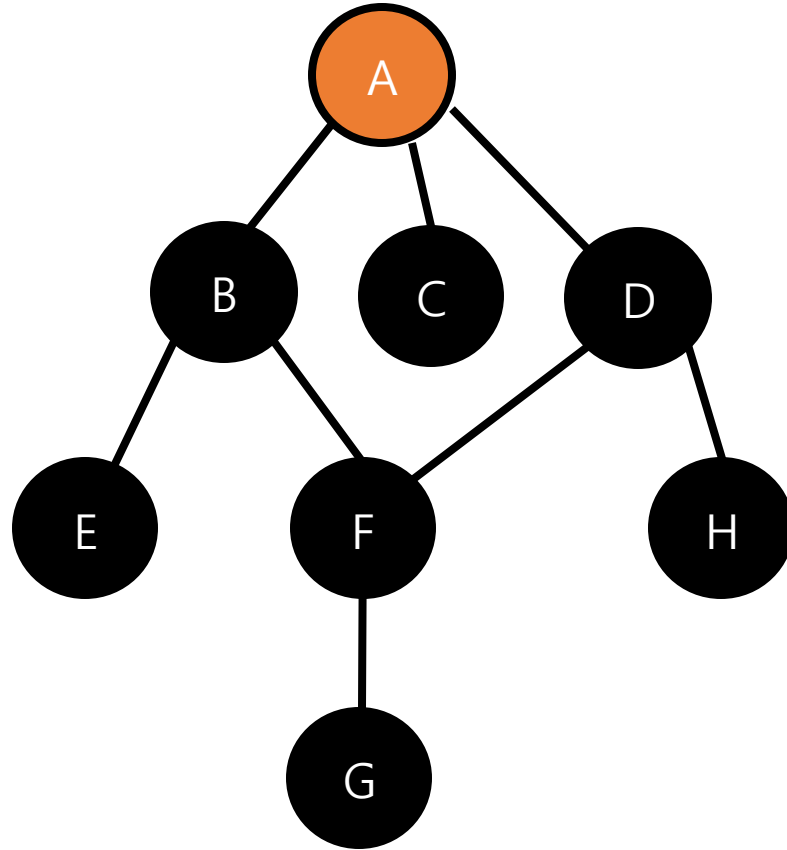


거리	
0	
1	
2	
3	
결과	A

큐에서 pop된 A 노드를 방문으로 저장

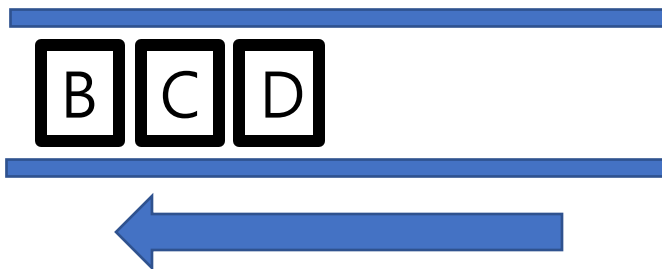


04. BFS (너비 우선 탐색)

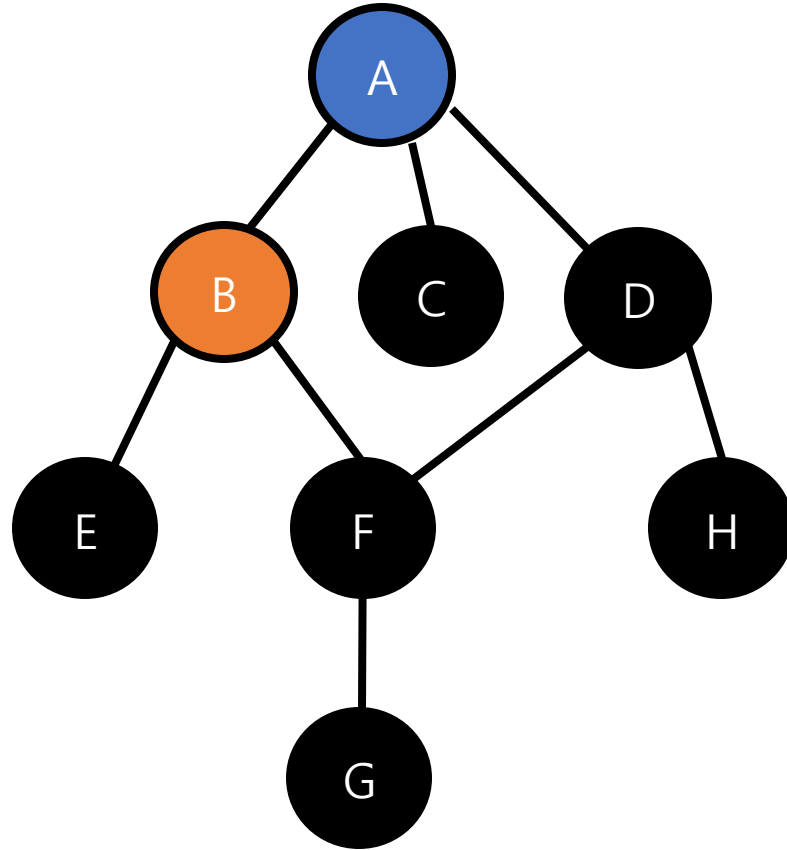


거리	
0	
1	B C D
2	
3	
결과	A

큐에 A 노드와 인접한 방문하지 않은 노드인 B, C, D push

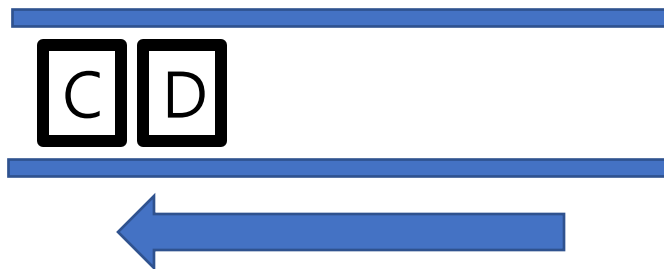


04. BFS (너비 우선 탐색)

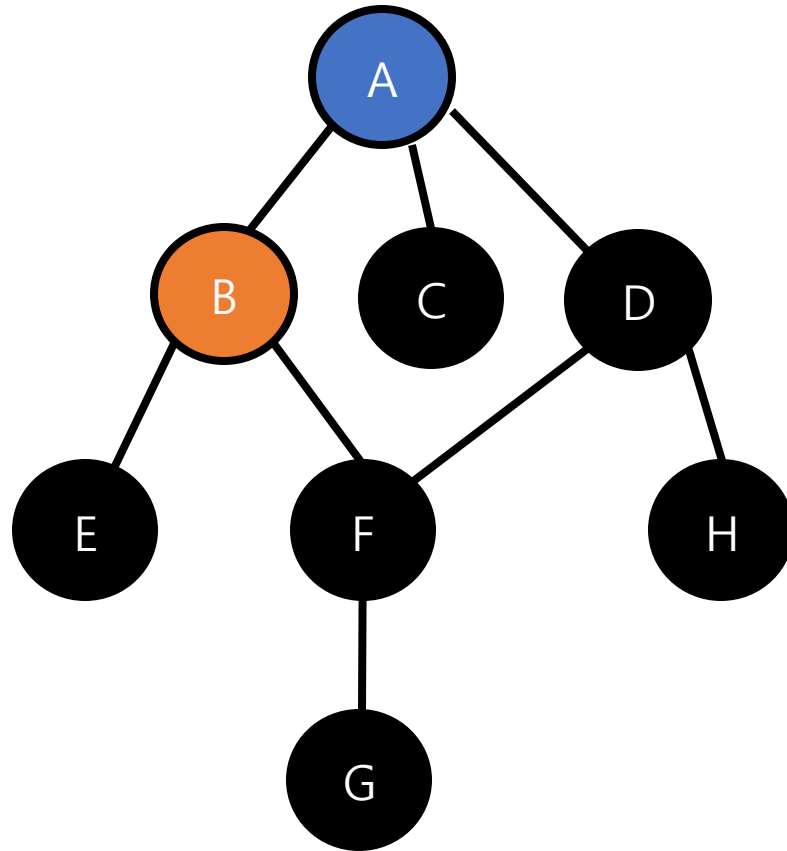


거리	
0	
1	C D
2	
3	
결과	A B

큐에서 pop된 B 노드 방문

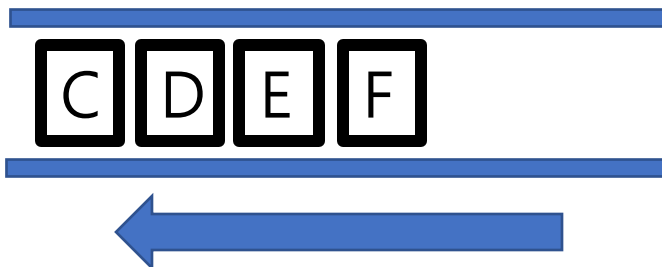


04. BFS (너비 우선 탐색)

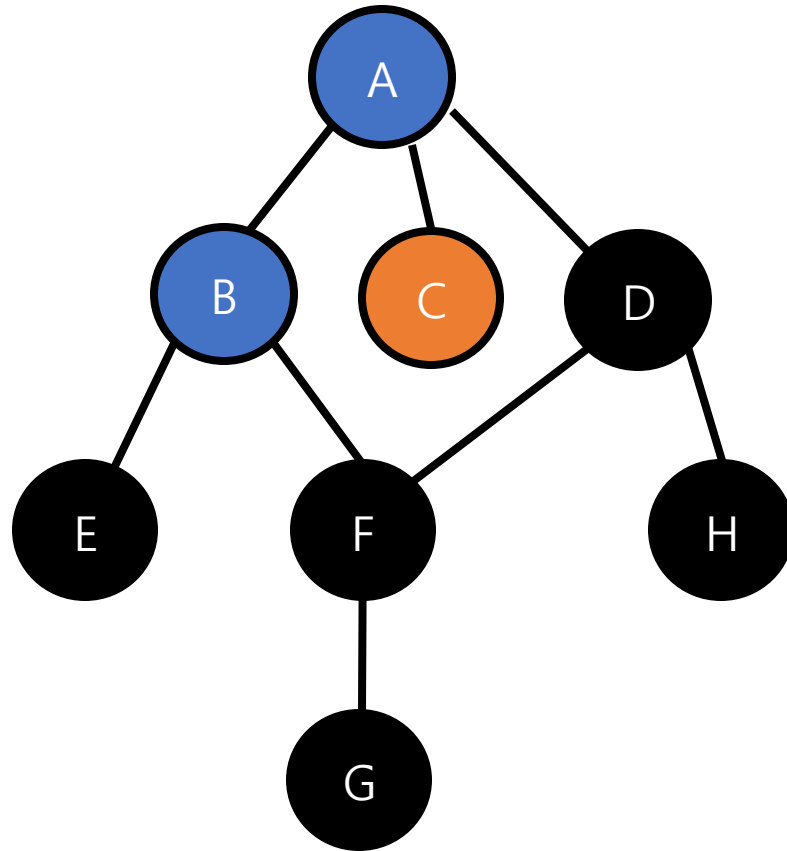


거리	
0	
1	C D
2	E F
3	
결과	A B

큐에서 pop된 B 노드 방문
B 노드와 이웃한 방문하지 않은 노드인 E, F
push

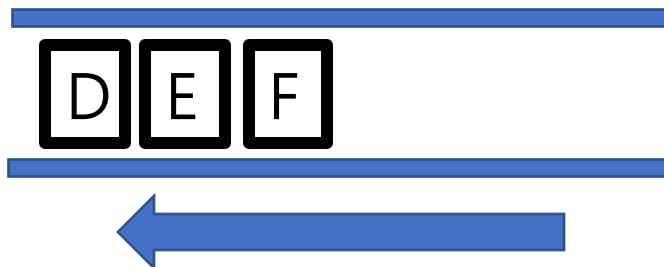


04. BFS (너비 우선 탐색)

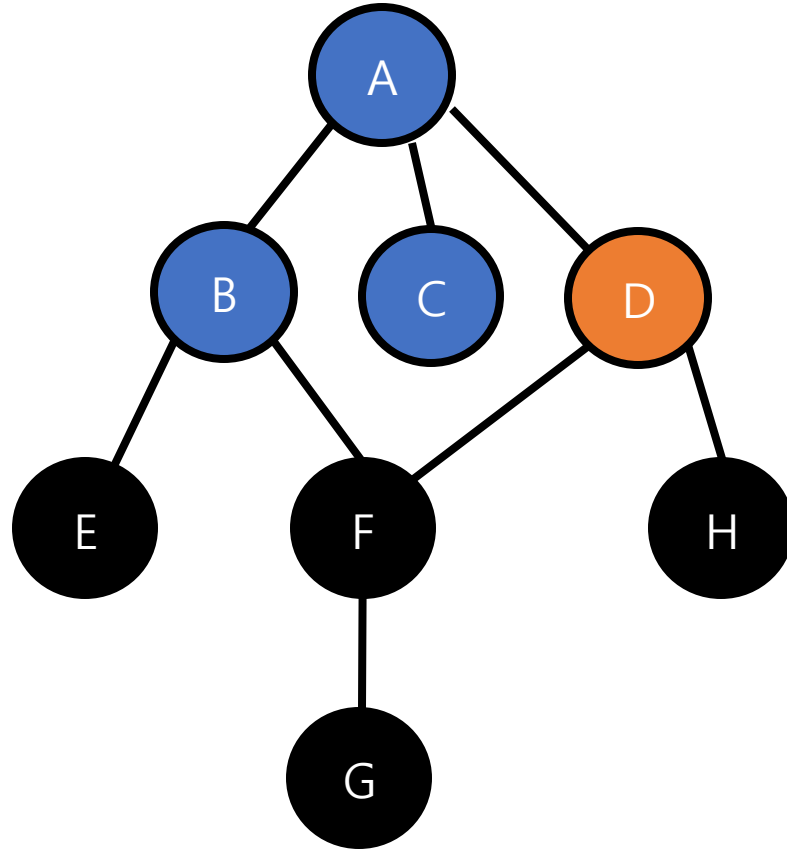


거리	
0	
1	D
2	E F
3	
결과	A B C

큐에서 pop된 C 노드 방문
C 노드와 이웃한 방문하지 않은 노드 없음

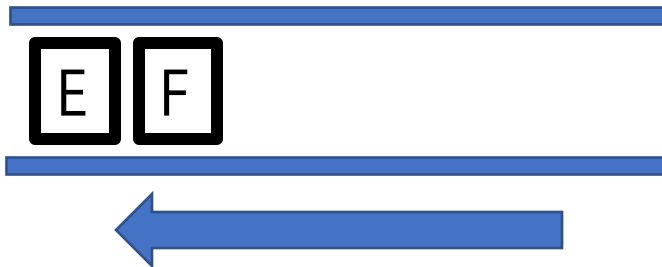


04. BFS (너비 우선 탐색)

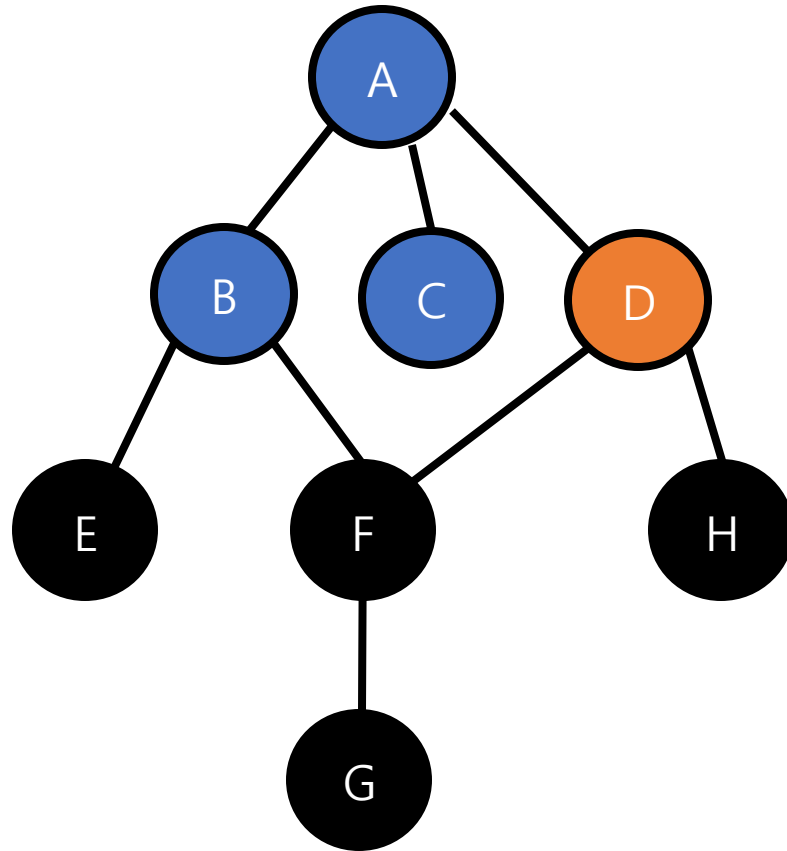


거리	
0	
1	
2	E F
3	
결과	A B C D

큐에서 pop된 D 노드 방문

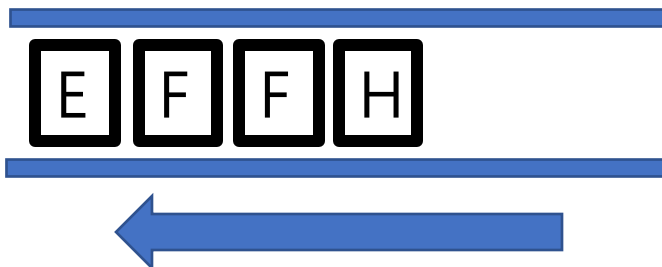


04. BFS (너비 우선 탐색)

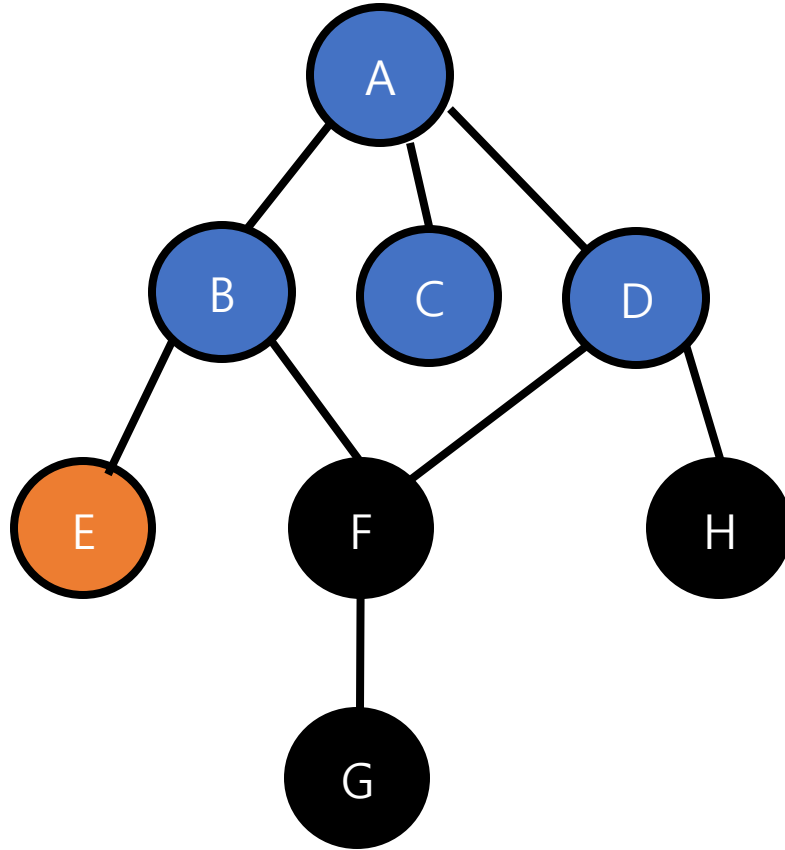


거리	
0	
1	
2	E F F H
3	
결과	A B C D

큐에서 pop된 D 노드 방문
D 노드와 이웃한 방문하지 않은 노드 F, H
push

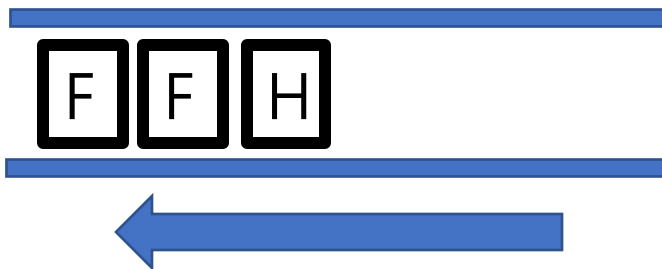


04. BFS (너비 우선 탐색)

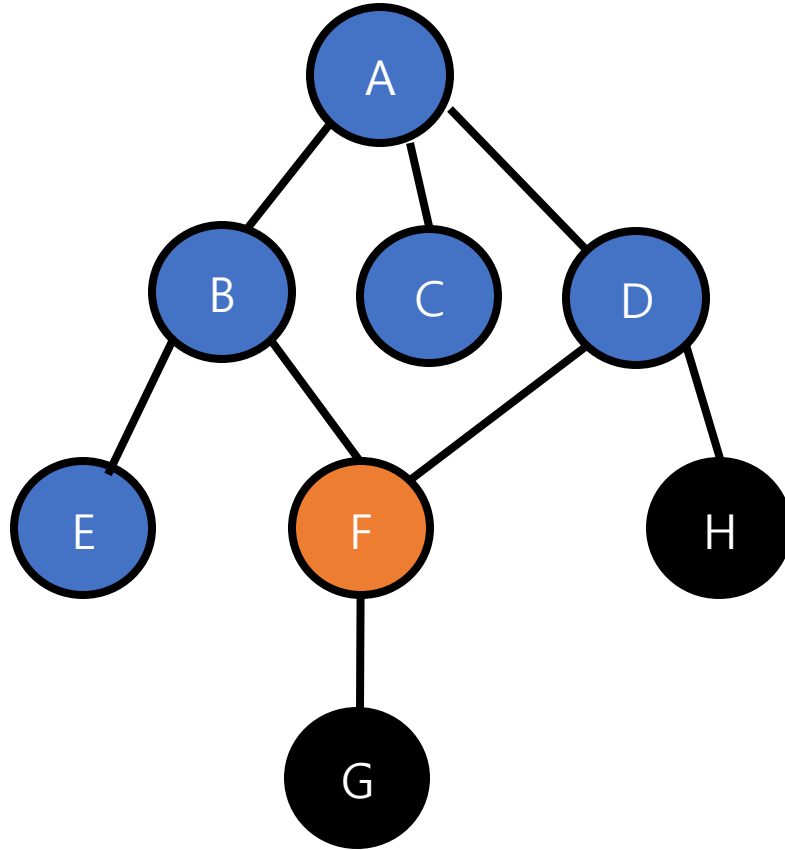


거리	
0	
1	
2	F F H
3	
결과	A B C D E

큐에서 pop된 E 노드 방문
E 노드와 이웃한 방문하지 않은 노드 없음

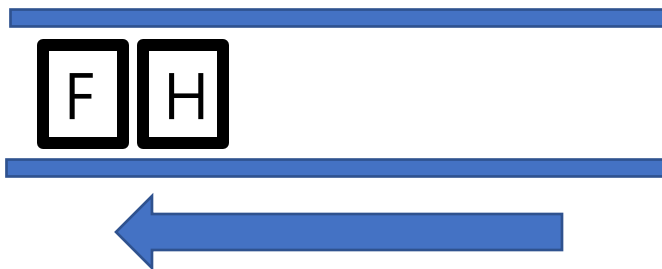


04. BFS (너비 우선 탐색)

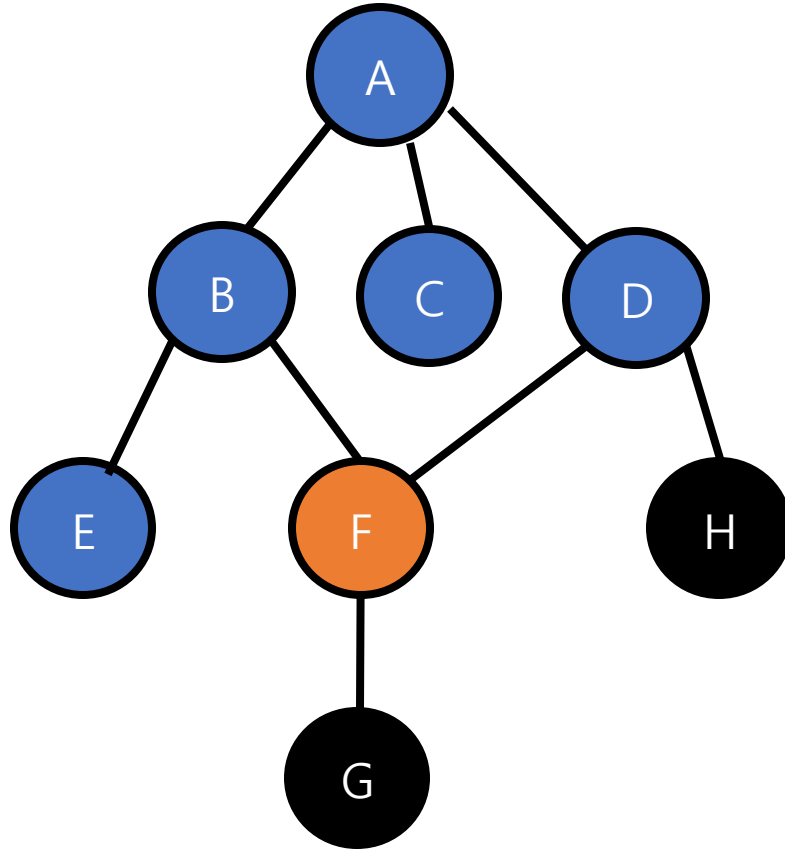


거리	
0	
1	
2	F H
3	G
결과	A B C D E F

큐에서 pop된 F 노드 방문

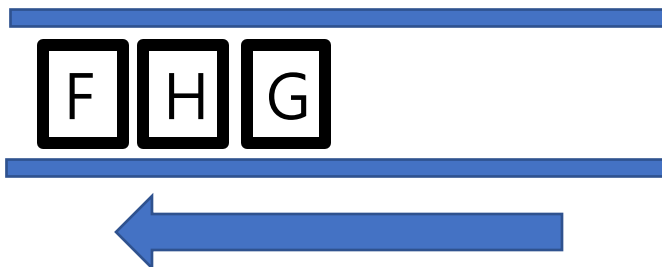


04. BFS (너비 우선 탐색)

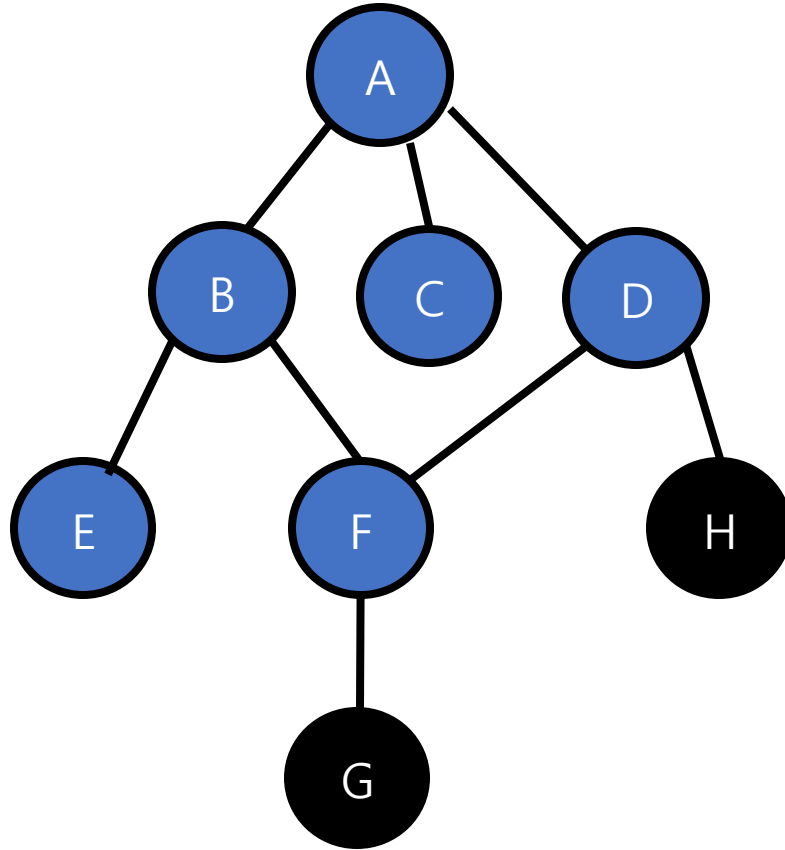


거리	
0	
1	
2	F H
3	G
결과	A B C D E F

큐에서 pop된 F 노드 방문
F 노드와 이웃한 방문하지 않은 노드 G push

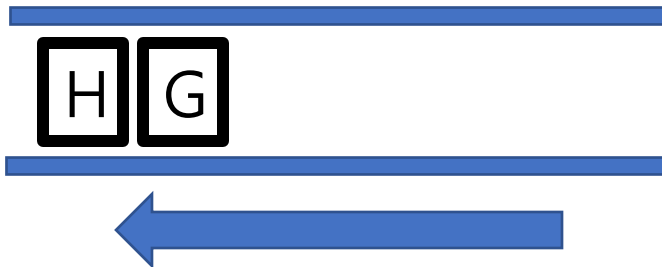


04. BFS (너비 우선 탐색)

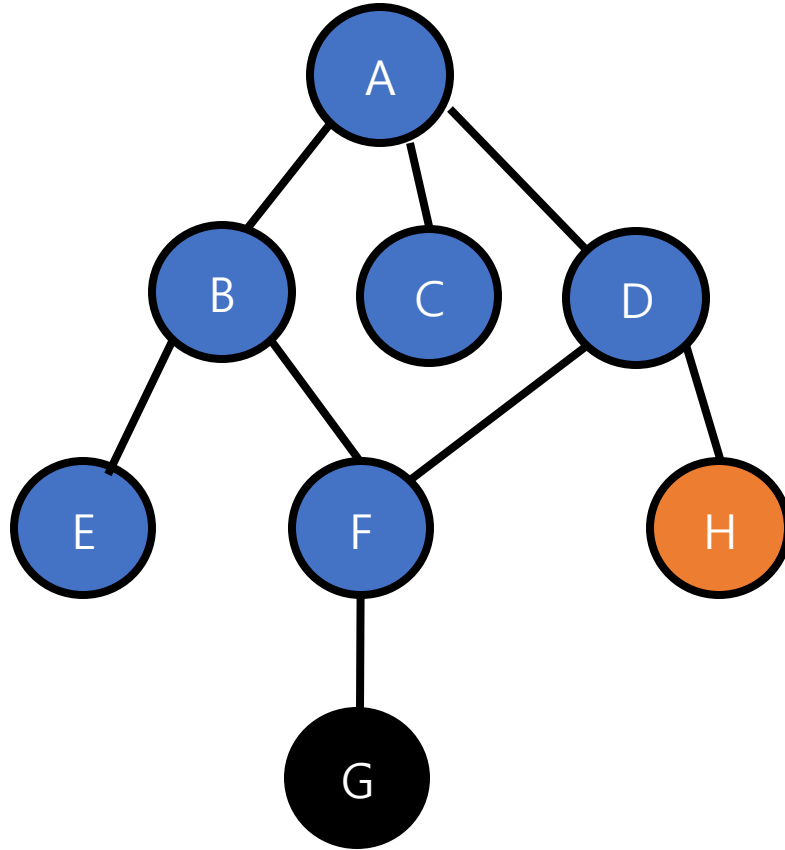


거리	
0	
1	
2	H
3	G
결과	A B C D E F

큐에서 pop된 F 노드 방문 X!
이미 F 노드를 방문하였기 때문



04. BFS (너비 우선 탐색)

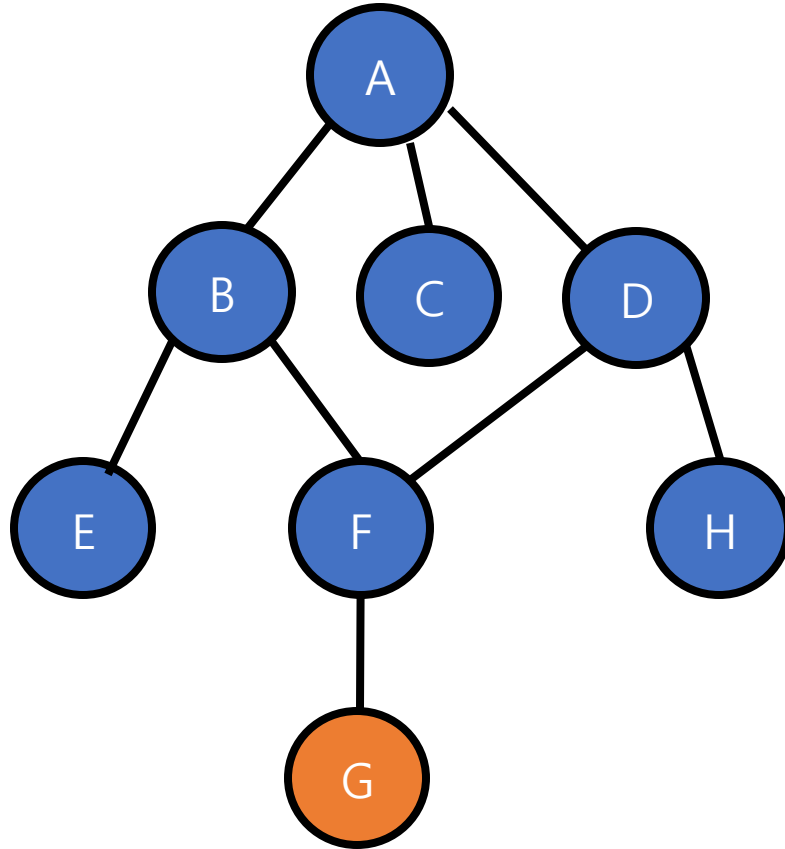


거리	
0	
1	
2	
3	G
결과	A B C D E F H

큐에서 pop된 H 노드 방문
H 노드와 이웃한 방문하지 않은 노드 없음



04. BFS (너비 우선 탐색)

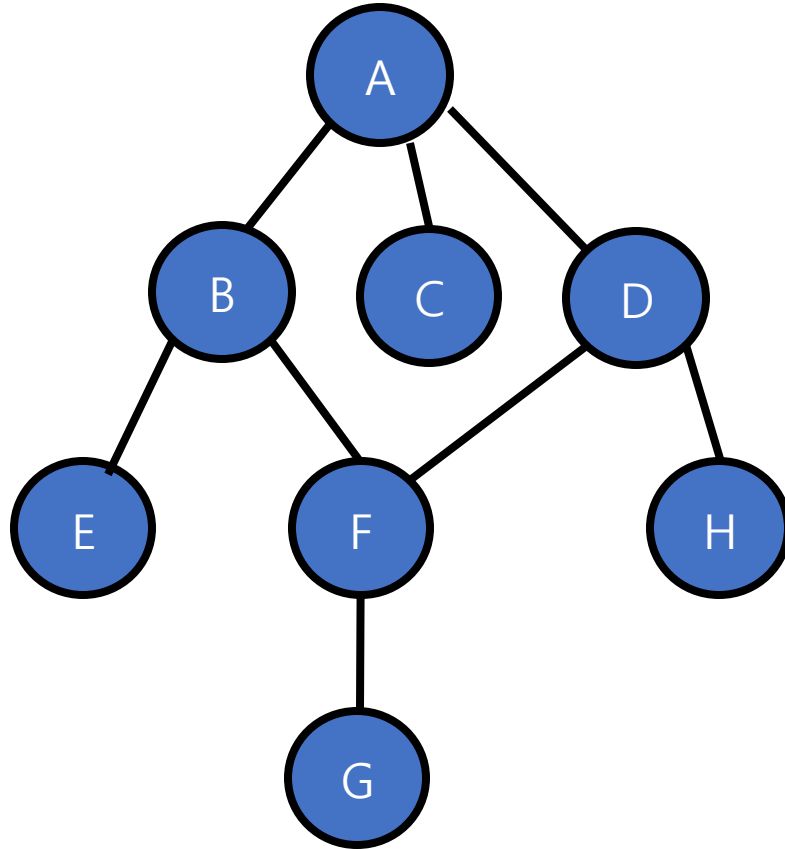


거리	
0	
1	
2	
3	
결과	A B C D E F H G

큐에서 pop된 G 노드 방문
G 노드와 이웃한 방문하지 않은 노드 없음



04. BFS (너비 우선 탐색)



거리	
0	
1	
2	
3	
결과	A B C D E F H G

큐에 노드가 없으므로 탐색 종료

