

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
Санкт-Петербургский университет аэрокосмического приборостроения

ГУАП

КАФЕДРА № 2

ОТЧЕТ  
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ  
ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

Кандидат тех. Наук, доцент  
\_\_\_\_\_  
должность, уч. степень, звание

\_\_\_\_\_  
подпись, дата

С.Л Козенко  
\_\_\_\_\_  
инициалы, фамилия

ОТЧЕТ О ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ №3  
“Интерполяция”

по дисциплине: Вычислительная математика

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

4134к

СТУДЕНТ ГР.



\_\_\_\_\_  
подпись, дата

Костяков НА

\_\_\_\_\_  
инициалы, фамилия

Санкт-Петербург  
2023

**Цели работы:** а) освоение методов интерполяции функций; б) совершенствование навыков по алгоритмизации и программированию вычислительных задач

### Постановка задачи:

Составить схему алгоритма и программу на языке C/C++ решения задачи по теме «Интерполяция» в соответствии с индивидуальным заданием (варианты заданий приведены ниже в таблице).

4	0.9	1.9	2.9	3.9	4.9	-0.5	0.0	4.5	16	41	Лагранжа
---	-----	-----	-----	-----	-----	------	-----	-----	----	----	----------

## Математическая часть

### Интерполяция. Введение. Общая постановка задачи

При решении различных практических задач результаты исследований оформляются в виде таблиц, отображающих зависимость одной или нескольких измеряемых величин от одного определяющего параметра (аргумента). Такого рода таблицы представлены обычно в виде двух или более строк (столбцов) и используются для формирования математических моделей.

Таблично заданные в математических моделях функции обычно записываются в таблицы вида:

$X$	$X_0$	$X_1$	...	$X_n$
$Y_1(X)$	$Y(X_0)$	$Y(X_1)$	...	$Y(X_n)$
...	...	...	...	...
$Y_m(X)$	$Y(X_0)$	$Y(X_1)$	...	$Y(X_n)$

(1)

Ограниченность информации, представленной такими таблицами, в ряде случаев требует получить значения функций  $Y_j(X)$  ( $j=1,2,...,m$ ) в точках  $X$ , не совпадающих с узловыми точками таблицы  $X_i$  ( $i=0,1,2,...,n$ ). В таких случаях необходимо определить некоторое аналитическое выражение  $\varphi_j(X)$  для вычисления приближенных значений исследуемой функции  $Y_j(X)$  в произвольно задаваемых точках  $X$ . Функция  $\varphi_j(X)$  используемая для определения приближенных значений функции  $Y_j(X)$  называется аппроксимирующей функцией (от латинского *approximo* - приближаюсь). Близость аппроксимирующей функции  $\varphi_j(X)$  к аппроксимируемой функции  $Y_j(X)$  обеспечивается выбором соответствующего алгоритма аппроксимации.

Все дальнейшие рассмотрения и выводы мы будем делать для таблиц, содержащих исходные данные одной исследуемой функции (т. е. для таблиц с  $m=1$ ). Пар1.1

## Постановка задачи интерполяции

Наиболее часто для определения функции  $\varphi(X)$  используется постановка, называемая постановкой задачи интерполяции.

В этой классической постановке задачи интерполяции требуется определить приближенную аналитическую функцию  $\varphi(X)$ , значения которой в узловых точках  $X_i$  совпадают со значениями  $Y(X_i)$  исходной таблицы, т.е. условий

$$\varphi(X_i) = Y_i, \quad i = 0, 1, \dots, n.$$

Построенная таким образом аппроксимирующая функция  $\varphi(X)$  позволяет получить достаточно близкое приближение к интерполируемой функции  $Y(X)$  в пределах интервала значений аргумента  $[X_0; X_n]$ , определяемого таблицей. При задании значений аргумента  $X$ , не принадлежащих этому интервалу, задача интерполяции преобразуется в задачу экстраполяции. В этих случаях точность значений, получаемых при вычислении значений функции  $\varphi(X)$ , зависит от расстояния значения аргумента  $X$  от  $X_0$ , если  $X < X_0$ , или от  $X_n$ , если  $X > X_n$ .

При математическом моделировании интерполирующая функция может быть использована для вычисления приближенных значений исследуемой функции в промежуточных точках подынтервалов  $[X_i; X_{i+1}]$ . Такая процедура называется уплотнением таблицы.

Алгоритм интерполяции определяется способом вычисления значений функции  $\varphi(X)$ . Наиболее простым и очевидным вариантом реализации интерполирующей функции является замена исследуемой функции  $Y(X)$  на интервале  $[X_i; X_{i+1}]$  отрезком прямой, соединяющим точки  $Y_i, Y_{i+1}$ . Этот метод называется методом линейной интерполяции.

## Интерполяционная формула Лагранжа

Предложенный Лагранжем алгоритм построения интерполирующих функций по таблицам (1) предусматривает построение интерполяционного многочлена  $L_n(x)$  в виде

$$L_n(x) = l_0(x)Y_0 + l_1(x)Y_1 + \dots + l_n(x)Y_n$$

где  $l_i(x)$  - многочлен степени  $n$ , для которого выполняются условия

$$l_i(x_j) = \begin{cases} Y_j & \text{если } i=j \\ 0 & \text{если } i \neq j \end{cases}$$

Очевидно, что выполнение для (10) условий (11) определяет выполнение условий (2) постановки задачи интерполяции.

Многочлены  $l_i(x)$  записываются следующим образом

$$l_i(x) = q_i(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n).$$

Здесь  $q_j$  - константа, значение которой определяется с учётом (12) как

$$q_j = \frac{1}{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{j-1})(x - x_{j+1}) \dots (x - x_n)}$$

Отметим, что ни один множитель в знаменателе формулы (14) не равен нулю. Вычислив значения констант  $c_i$ , можно использовать их для вычисления значений интерполируемой функции в заданных точках.

Формула интерполяционного многочлена Лагранжа (11) с учётом формул (13) и (14) может быть записана в виде

$$L(x) = \sum_{i=0}^n c_i (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \dots (x - x_n)$$

## Аналитические расчеты

Для вычисления я воспользовался калькулятором <https://planetcalc.ru/8692/> и получил следующие результаты для точек 0,3 1,4 2,4 3,4 4,6 6

**Интерполяционный многочлен Лагранжа (полином Лагранжа)**

Набор точек, одна точка на строку, значения разделяются пробелом

0,90 -0,50  
1,90 0,00  
2,90 4,50  
3,90 16,00  
4,90 41,00

Точки для интерполяции  
0,3 1,4 2,4 3,4 4,6 6

**РАССЧИТАТЬ**

Точность вычисления  
Знаков после запятой: 2

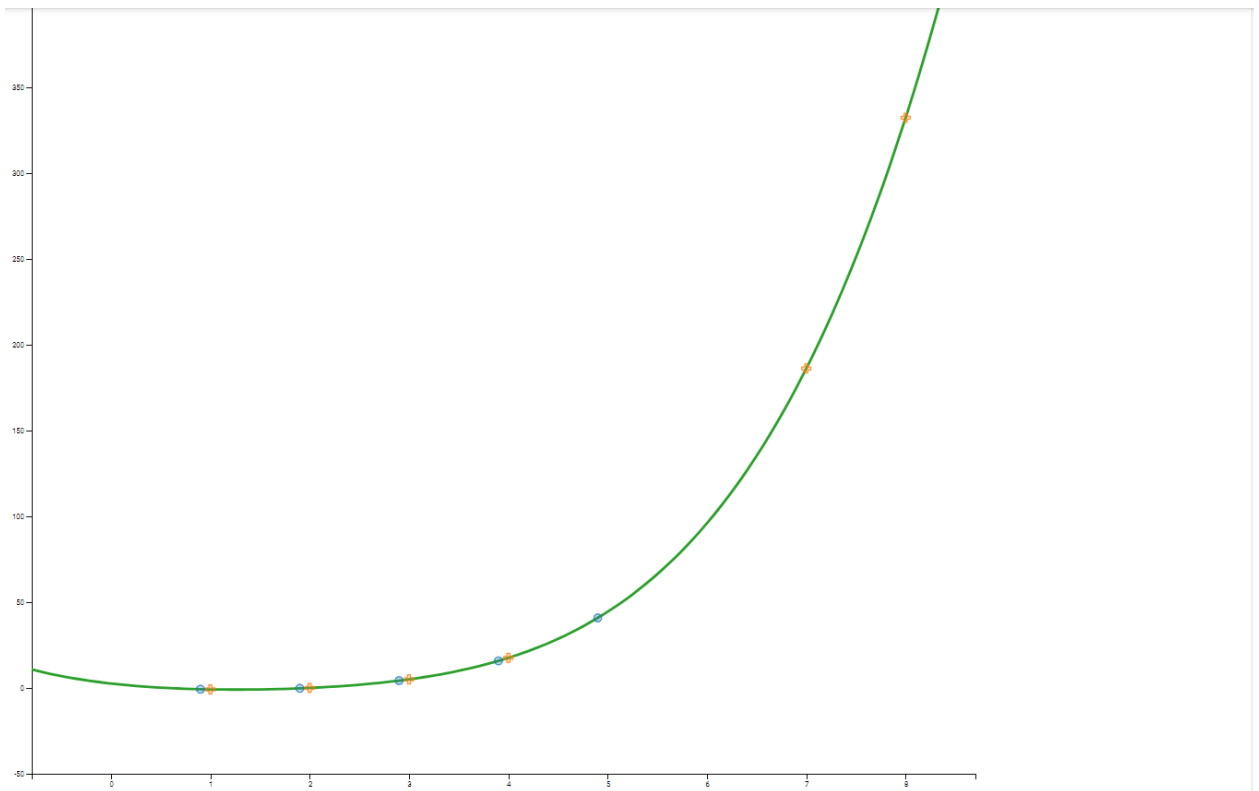
Полином Лагранжа  

$$L(x) = \frac{7}{48}x^4 - \frac{9}{10}x^3 + \frac{9181}{2400}x^2 - \frac{6499}{1000}x + \frac{449749}{160000}$$

Интерполированные значения

x	0.3	1.4	2.4	3.4	4.6	6
y	1.18	-0.70	1.64	9.05	31.56	96.13

## И график



## Также в excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	№	X	Y	qi	$l_0(X)$	$l_1(X)$	$l_2(X)$	$l_3(X)$	$l_4(X)$	Урасч(X)
2	0	0,90	-0,50	-0,021	-0,500	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,500
3	1	1,90	0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
4	2	2,90	4,50	1,125	0,000	0,000	4,500	0,000	0,000	4,500
5	3	3,90	16,00	-2,667	0,000	0,000	0,000	16,000	0,000	16,000
6	4	4,90	41,00	1,708	0,000	0,000	0,000	0,000	41,000	41,000
7		0,3			-1,435	0,000	17,885	-30,618	15,350	1,182
8		1,4			-0,137	0,000	-2,461	3,500	-1,602	-0,699
9		2,4			0,020	0,000	3,164	-2,500	0,961	1,645
10		3,4			-0,012	0,000	3,164	7,500	-1,602	9,051
11		4,6			0,020	0,000	-2,360	13,586	20,309	31,555
12		6			-0,612	0,000	54,340	-190,142	232,545	96,132
13										
14										
15										
16		X	Y(X)	Урасч(X)						
17		0,3		1,182						
18		0,90	-0,500	-0,500						
19		1,4		-0,699						
20		1,90	0,000	0,000						
21		2,4		1,645						
22		2,90	4,500	4,500						
23		3,4		9,051						
24		3,90	16,000	16,000						
25		4,6		31,555						
26		4,90	41,000	41,000						
27		6		96,132						

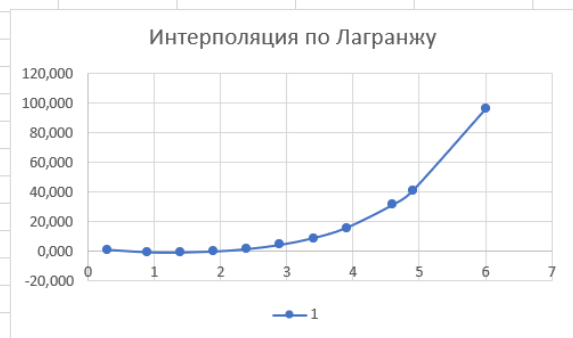
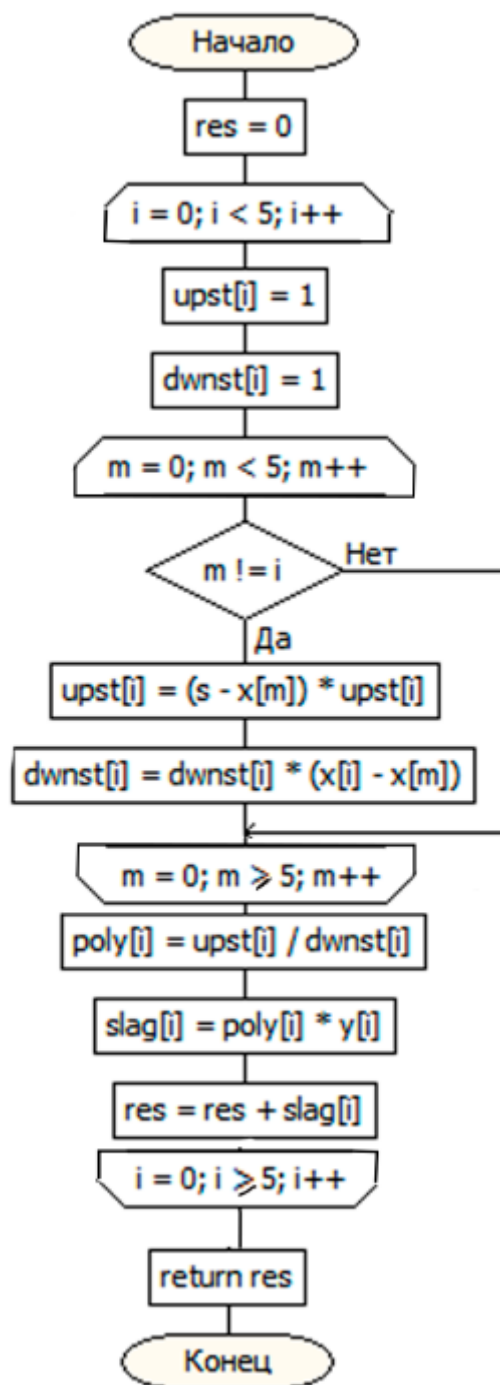
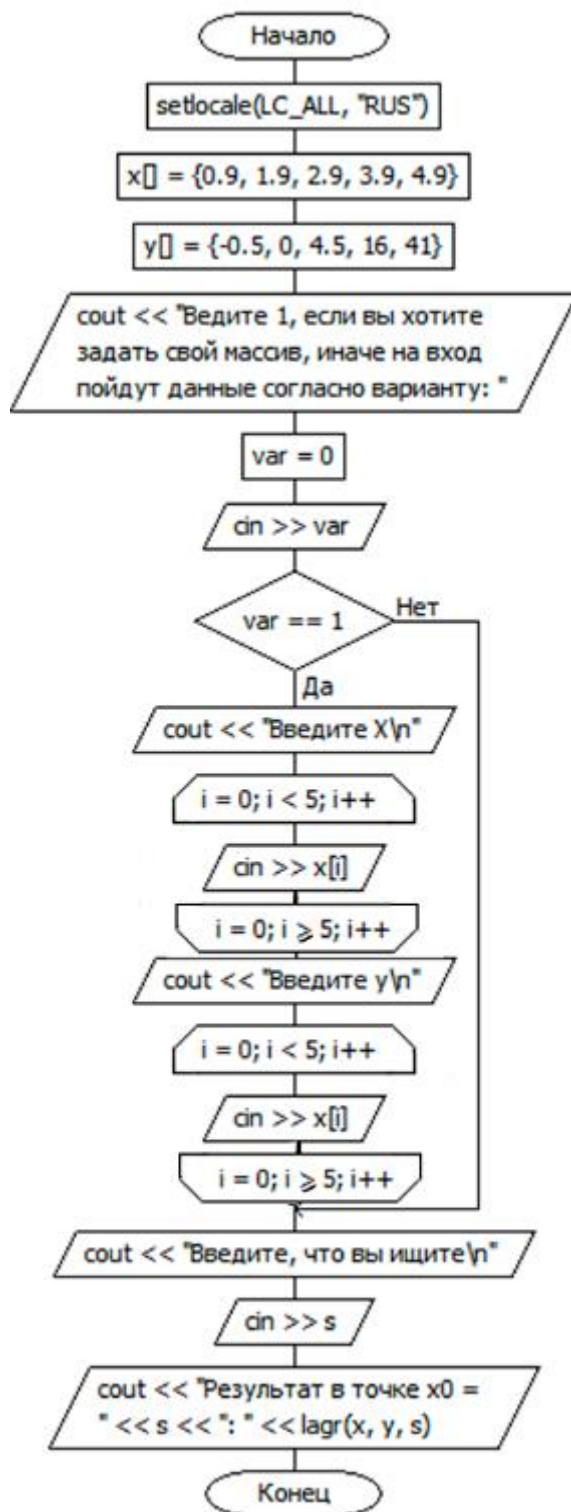


Схема программы

**double lagr()**



**Int main()**



## Листинг программы

```

#include <iostream>
using namespace std;

double lagr(double x[5], double y[5], double s) {
    double res = 0;
    double upst[5];
    double dwnst[5];
    double poly[5];

```

```

double slag[5];

for (int i = 0; i < 5; i++) {
    upst[i] = 1;
    dwnst[i] = 1;

    for (int m = 0; m < 5; m++) {
        if (m!=i)
        {
            upst[i] = (s - x[m]) * upst[i];
            dwnst[i] = dwnst[i] * (x[i] - x[m]);
        }
    }
    poly[i] = upst[i] / dwnst[i];
    slag[i] = poly[i] * y[i];
    res = res + slag[i];
}
return res;
}

int main()
{
    setlocale(LC_ALL, "RUS");
    double x[] = { 0.9, 1.9, 2.9, 3.9, 4.9 };
    double y[] = { -0.5, 0, 4.5, 16, 41};

    cout << "Ведите 1, если вы хотите задать свой массив, иначе на вход пойдут данные
согласно варианту: ";
    int var = 0;
    cin >> var;
    if (var==1) {
        cout << "Введите X\n";
        for (int i = 0; i < 5; i++) {
            cin >> x[i];
        }
        cout << "Введите y\n";
        for (int i = 0; i < 5; i++) {
            cin >> x[i];
        }
    }

    cout << "Введите, что вы ищите\n";
    double s;
    cin >> s;

    cout << "Результат в точке x0 = " << s << ": " << lagr(x, y, s);
}

```



## Результаты работы

```
C:\Users\kosty\source\repos\vichmat_laba3_interpolyat\Debug\vichmat_laba3_interpolyat.exe
Введите 1, если вы хотите задать свой массив, иначе на вход пойдут данные согласно варианту: 3
Введите, что вы ищите
0.3
Результат в точке  $x_0 = 0.3$ : 1.1824
Введите, что вы ищите
1.4
Результат в точке  $x_0 = 1.4$ : -0.699219
Введите, что вы ищите
2.4
Результат в точке  $x_0 = 2.4$ : 1.64453
Введите, что вы ищите
3.4
Результат в точке  $x_0 = 3.4$ : 9.05078
Введите, что вы ищите
4.6
Результат в точке  $x_0 = 4.6$ : 31.5552
Введите, что вы ищите
6
Результат в точке  $x_0 = 6$ : 96.1319
Введите, что вы ищите
```

```
Консоль отладки Microsoft Visual Studio
Введите 1, если вы хотите задать свой массив, иначе на вход пойдут данные согласно варианту: 1
Введите X
2 3 6 8 99
Введите y
0 345 2 54 7
Введите, что вы ищите
3.4
Результат в точке  $x_0 = 3.4$ : 11.5694
C:\Users\kosty\source\repos\vichmat_laba3_interpolyat\Debug\vichmat_laba3_interpolyat.exe (процесс 19480) завершил работ
у с кодом 0.
Чтобы автоматически закрывать консоль при остановке отладки, включите параметр "Сервис" -> "Параметры" -> "Отладка" -> "Ав
томатически закрыть консоль при остановке отладки".
Нажмите любую клавишу, чтобы закрыть это окно...
```

## Вывод

Я освоил навыки программирования интерполяционных функций