

Вариант 3

Формулы:

$$\text{Размах } R = \max - \min = 582 - 537 = 45$$

$$\text{Длина частичного интервала: } = R/8 = 45/8 = 5,7$$

$$\text{Мода} = 557 (\text{чаще всего встречается})$$

$$\text{Медиана} = (30\text{ый элемент} + 31 \text{ элемент})/2 = (557 + 557)/2 = 557$$

$$\text{Выборочное среднее} (X_B) = \frac{\sum X_i * N_i}{60} = 557,16$$

$$\text{Выборочная дисперсия} (D_B) = \frac{\sum N_i (X_i - X_B)^2}{60} = 106$$

$$\text{Исправленная выборочная дисперсия} (S^2) = \frac{60 * D_B}{59} = 108$$

$$\text{СКО} = \sqrt{S^2} = 10,3$$

$$U_i = (X_i - X_B) / S$$

$$\Phi(U_i) = \text{НОРМ.РАСП}(\text{ячейка}; 0; 1; 0)$$

$$N'_i = \frac{60 * 8}{S} (\Phi(U_i))$$

$$P_i = \frac{N * h}{\sigma \sqrt{2\pi}} * e^{-U^2/2}$$

$$\alpha = 0,2$$

$$Z_i = \frac{x_i - m_x}{\sigma}$$

$$Z_{i+1} = \frac{x_{i+1} - m_x}{\sigma}$$

$$P_i = \Phi(Z_{i+1}) - \Phi(Z_i)$$

$$n' = N * P_i$$

$$X_i^2 = \frac{(N'_i * N_i)^2}{N'_i}$$

$$X_{\text{ЭМП}} = \sum X_i^2 = 0.225$$

$$\text{Точность оценки} = \frac{t_y * S}{\sqrt{60}} = 0,637578$$

$$\text{Доверительный интервал} = 554,3 < m_x' < 559,8$$

Ход решения

1. Ранжировать данные по величине и найти размах выборки.

$$\text{Размах } R = \max - \min = 582 - 537 = 45$$

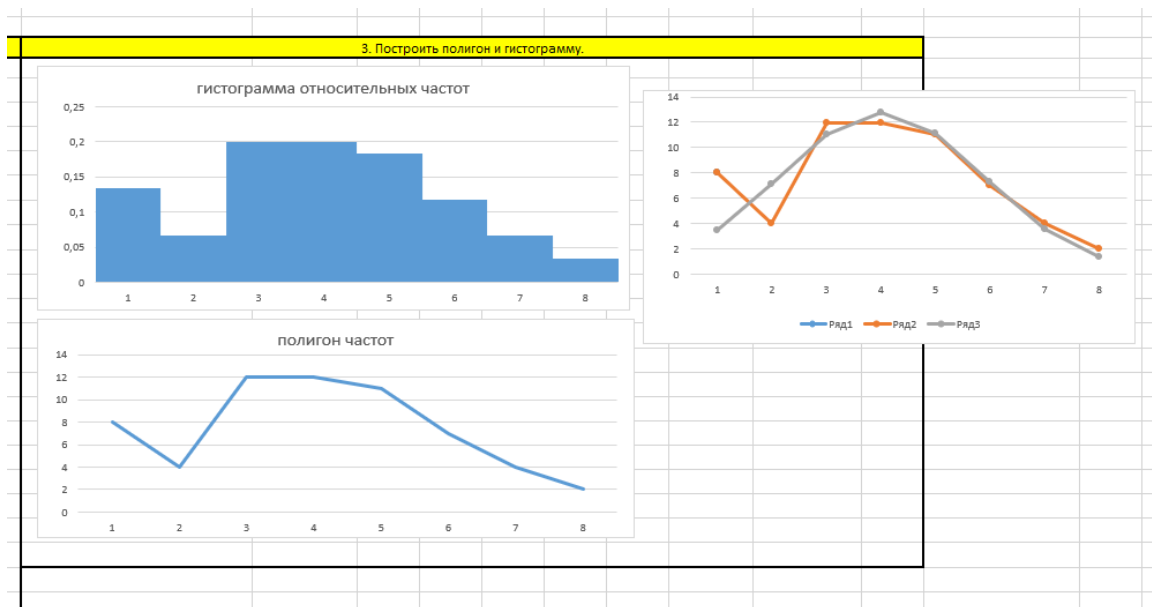
1. Ранжировать данные по величине и найти размах выборки.					
537				Минимальное значение	537
538				Максимальное значение	582
538				Размах выборки	45
539					
541					
542					
542					
542					
545					
545					
547					
547					
549					
549					
551					
552					
552					
552					
552					
553					

2. Преобразовать точечный вариационный ряд в интервальный с числом интервалов 8.

$$\text{Длина частичного интервала: } = R/8 = 45/8 = 5,625$$

2. Преобразовать точечный вариационный ряд в интервальный с числом интервалов 8.								
Длина интервала	5,625							
Номер интервала	1	2	3	4	5	6	7	8
границы:	542,625	550,625	556,625	562,625	568,625	574,625	581,625	587,625
минимальное	537	545	551	557	563	569	576	582
	538	545	552	557	563	570	577	
	538	547	552	557	565	571		
	539	547	552	557	565	572		
	541	549	552	557	566	573		
	542	549	553	558	566	574		
	542		553	558	567			
	542		554	559	567			
			554	559				
			554	559				
			556	560				
			556	560				
				560				
				561				
				561				
				562				
				562				
ni	8	6	12	17	8	6	2	1
середина интервала	539,867848	546,9951	553,2458	559,0535	565,2461	571,4949	576,4996	582
Накопленные частоты	8	14	26	43	51	57	59	60
Относительная частота	0,1336	0,1002	0,2004	0,2839	0,1336	0,1002	0,0334	0,0167

3 Построить полигон, гистограмму и сопоставление выравнивающих и эмпирических частот:



4. Найти выборочные моду и медиану.

4. Найти выборочные моду и медиану				
Мода	557			
Медиана	557			

Мода = 557 (чаще всего встречается)

Медиана = (30-й элемент + 31 элемент) / 2 = (557 + 557) / 2 = 557

5. Найти выборочное среднее, дисперсию и СКО.

5. Найти выборочное среднее, дисперсию и СКО.									
Номер интервала	1	2	3	4	5	6	7	8	
Середина интервала x_i	539,867848	546,9951	553,2458	559,0535	565,2461	571,4949	576,4996	582	
n_i	8	6	12	17	8	6	2	1	
$x_i \cdot n_i$	4318,94279	3281,971	6638,949	9503,909	4521,969	3428,969	1152,999	582	
$x_i^2 \cdot n_i$	2331658,35	1795222	3672970	5313193	2556025	1959638	664703,5	338724	
Сумма $x_i \cdot n_i$	33429,709								
Сумма $x_i^2 \cdot n_i$	18632135,4								
Выборочное среднее	557,161817								
Выборочная дисперсия	106,299718								
Исправленная дисперсия	108,101409								
Исправленное среднее к	10,3971827								

$$\text{Выборочное среднее} (X_v) = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{60} = 557,16$$

$$\text{Выборочная дисперсия} (D_v) = \frac{\sum n_i (x_i - X_v)^2}{60} = 106$$

$$\text{Исправленная выборочная дисперсия} (S^2) = \frac{60 \cdot D_v}{59} = 108$$

$$\text{СКО} = \sqrt{S^2} = 10,3$$

6. Проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности с помощью критерия Пирсон на уровне значимости α .

Объединим 1-ый со 2-ым и 7-ой с 8-ым как малочисленные:

$$\alpha = 0,2$$

$$Z_i = \frac{x_i - m_x}{\sigma}$$

$$Z_{i+1} = \frac{x_{i+1} - m_x}{\sigma}$$

$$P_i = \Phi(z_{i+1}) - \Phi(z_i)$$

$$n' = N * P_i$$

X_i	X_{i+1}	n_i	z_i	z_{i+1}	$\Phi(z_i)$	$\Phi(z_{i+1})$	P_i	n_i'	$\frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'}$
537	548,4	12	$-\infty$	-0,82	-0,5	-0,294	0,206	12,366	0,011
548,4	554,1	12	-0,82	-0,28	-0,294	-0,11	0,184	11,016	0,088
554,1	559,8	12	-0,28	0,26	-0,11	0,103	0,213	12,774	0,047
559,8	565,5	11	0,26	0,8	0,103	0,288	0,186	11,13	0,002
565,5	571,2	7	0,8	1,34	0,288	0,41	0,122	7,308	0,013
571,2	582,6	6	1,34	∞	0,41	0,5	0,09	5,406	0,065
Сумма		60					1		0,225

$$\chi^2 = \frac{(N' * n_i)^2}{N' * i}$$

$$\chi_{\text{ЭМП}} = \sum \chi^2 = 0,23$$

При проверке гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности $k = s - 3$, где s число интервалов.

$$K = 6 - 3 = 3;$$

χ^2' при $k = 3$ и $\alpha = 0,2$ равен 4,642

Следовательно: $\chi^2 < \chi^2'$

7. Найти доверительный интервал для математического ожидания генеральной совокупности с надежностью γ .

$$\gamma = 0,95; N = 60$$

$$m_x - t \frac{\sigma}{\sqrt{N}} < m_x' < m_x + t \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

t при $\gamma = 0,95$ и $N = 60$ будет равно 2,0.

Подставим и получим:

$$554,3 < m_x' < 559,8$$

Найдём доверительный интервал для математического ожидания генеральной совокупности с надежностью γ при известной дисперсии.

По формуле:

$$\bar{x} - \frac{\sigma t_y}{\sqrt{n}} < m'_x < \bar{x} + \frac{\sigma t_y}{\sqrt{n}}$$

t при $\gamma = 0,95$

$$t_\gamma = \frac{0.95}{2} = 0.475$$

Находим

$$554,4 < m' < 559,7$$

Вывод:

Так как $\chi^2 < \chi^{2'}$ можно сказать, что теория о нормальном распределении генеральной совокупности не опровергнута

Числа распределены по нормальному закону распределения (554,4 < m' < 559,7; 10,7). Математическое ожидание генеральной совокупности попадает в интервал (554,4 < m' < 559,7).

Доверительный интервал для математического ожидания генеральной совокупности с надежностью при известной дисперсии входит в диапазон доверительного интервала для неизвестной дисперсии