Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное

образовательное учреждение высшего образования

Санкт-Петербургский университет аэрокосмического приборостроения

ГУАП

КАФЕДРА № 2

ОТЧЕТ
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

Кандидат тех. Наук, доцент		С.Л Козенко
должность, уч. степень, звание	подпись, дата	инициалы, фамилия

ОТЧЕТ О ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ №4
“Численное интегрирование”

по дисциплине: Вычислительная математика

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ ГР.	4134к		Костяков НА
		подпись, дата	инициалы, фамилия

Санкт-Петербург
2023

Цели работы: а) Составить схему алгоритма и программу на языке C/C++ решения задачи по теме «Численное интегрирование» в соответствии с индивидуальным заданием (варианты заданий приведены ниже – табл. 1).

4	$\int_a^b \frac{\sqrt{0.3x^2+2.3}}{1.8+\sqrt{2x+1.6}}dx$	Правых прямоугольников	$a = 0.8;\ b = 1.6;\ n = 9$

Математическая часть

2.1. Постановка задачи

Пусть требуется найти определенный интеграл

$$\int_a^b f(x)dx \qquad (2.1)$$

Где функция *f(x)* непрерывна на отрезке *[a,b]*. Если функция *f(x)* задана формулой и мы умеем найти неопределенный интеграл *F(x)*, то определенный интеграл вычисляется по формуле

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) \qquad (2.2)$$

(формула Ньютона-Лейбница).

Если же неопределенный интеграл данной функции мы найти не умеем, или по какой-либо причине не хотим воспользоваться формулой (2.2), или если функция *f(x)* задана графически или таблицей, то для вычисления определенного интеграла применяют приближенные формулы. Для приближенного вычисления интеграла (2.1) существует много численных методов, из которых выделим три:

1) метод прямоугольников;

2) метод трапеций;

3) метод Симпсона (парабол).

При вычислении интеграла следует помнить, каков геометрический смысл определенного интеграла. Если $f(x) \geq 0$ на отрезке *[a,b],* то

$$\int_a^b f(x)dx$$

численно равен площади фигуры, ограниченной графиком функции *y=f(x),* отрезком оси абсцисс, прямой *x=a* и прямой *x=b* (рис.2.1).

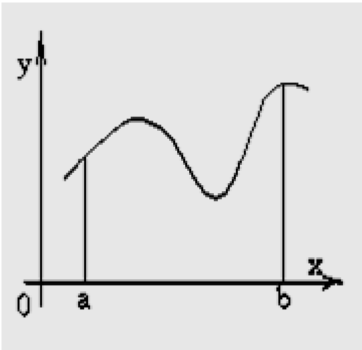


Рис.2.1 Геометрический смысл численного интеграла

Таким образом, вычисление интеграла равносильно вычислению площади криволинейной трапеции.

2.2. Метод прямоугольников

Разделим отрезок *[a,b]* на *n* равных частей, т.е. на *n* элементарных отрезков. Длина каждого элементарного отрезка $h=(b-a)/n$. Точки деления будут: $x_0=a$, $x_1=a+h$, $x_2=a+2h$, … , $x_{n-1}=a+(n-1)h$, $x_n=b$. Эти числа будем называть узлами. Вычислим значения функции *f(x)* в узлах, обозначим их y_0, y_1, y_2, …, y_n. Стало быть, $y_0=f(a)$, $y_1=f(x_1)$, …, $y_n=f(b)$. Числа y_0, y_1, y_2, …, y_n суть ординаты точек графика функции, соответствующих абсциссам x_0, x_1, x_2, …, x_n (рис.2.2). Из рис.2.2 следует, что площадь криволинейной трапеции приближенно заменяется площадью многоугольника, составленного из *n* прямоугольников. Таким образом вычисление определенного интеграла сводится к нахождению суммы *n* элементарных прямоугольников.

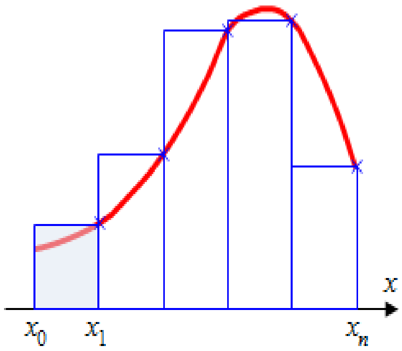
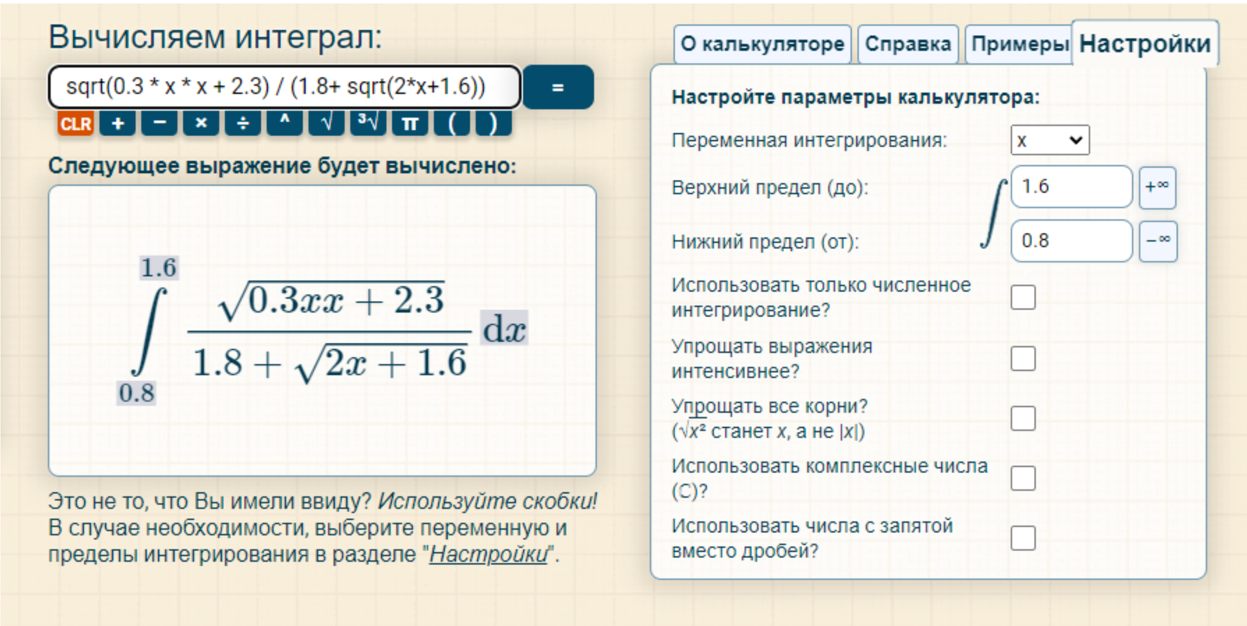


Рис. 2.2. Геометрическая иллюстрация метода правых прямоугольников

$$S \approx \int_b^a f(x)dx \approx y_1 * h + y_2 * h + y_3 * h + y_4 * h + \ldots + y_n * h \approx h * (y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + \ldots + y_n)$$

Аналитические расчеты

Проверка интеграла с помощью калькулятора



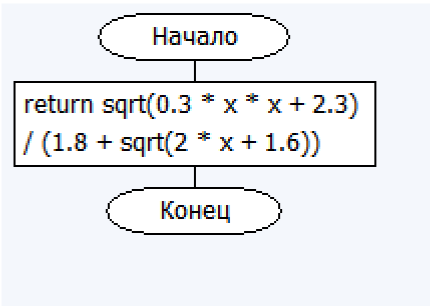
В приближении:

0.3491446395359826

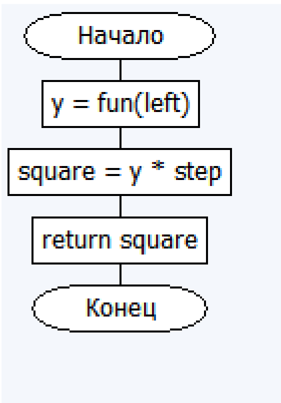
График

Блок Схема

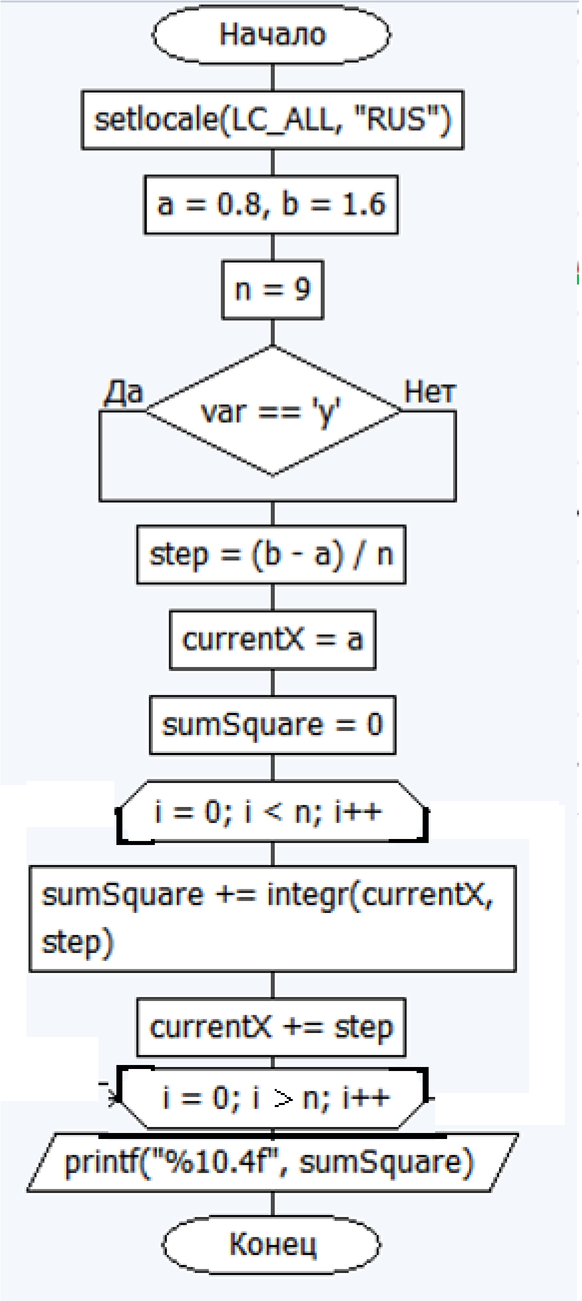
Double fun();



Double Integr();



Main()

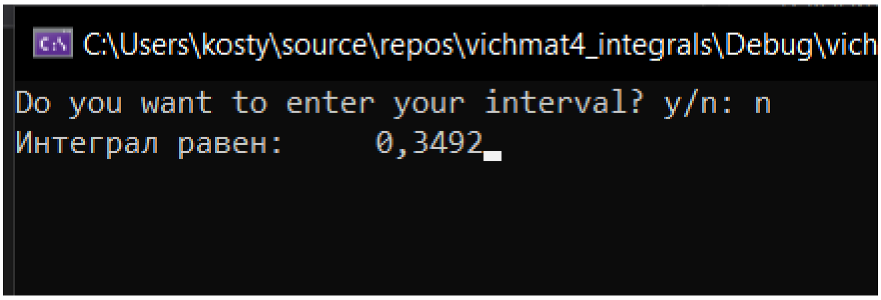


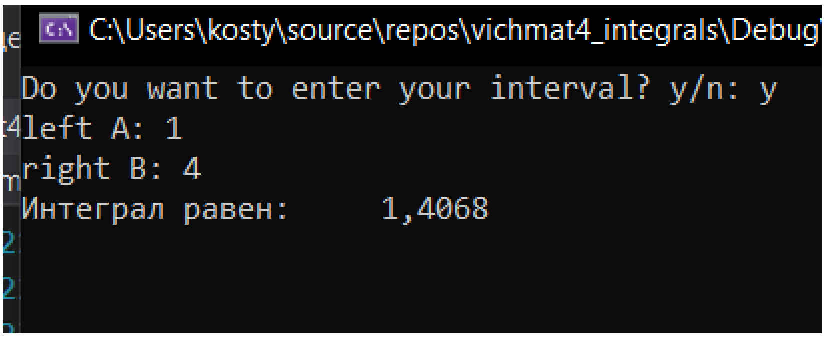
Листинг программы

```
#include <iostream>
#include <cmath>

double fun(double x) {
    return sqrt(0.3 * x * x + 2.3) / (1.8+ sqrt(2*x+1.6));
}

double integr(double left, double step) {
    double y = fun(left);
    double square = y * step;
    return square;
}
```

```
int main()
{
    setlocale(LC_ALL, "RUS");
    double a = 0.8, b = 1.6;
    int n = 9;
    double step = (b - a) / n;
    double currentX = a;
    double sumSquare = 0;


    for (int i = 0; i < n; i++) {
        sumSquare += integr(currentX, step);
        currentX += step;
    }
    std::cout << "Интеграл равен: ";
    printf( "%10.4f",  sumSquare );
}
```

Результат работы программы





Сравнение результатов аналитических расчетов с программными

Аналитическая часть 0.3491

Программная 0.3492

Результаты различаются на 0.0001

Вывод

Я освоил методы интегрирования и их реализацию на языке с++