# Задача 1

Вариант 051

Пусть вероятность попадания при одном выстреле , – случайная величина, значение которой – число выстрелов до первого попадания, когда имеется снарядов. Найти закон распределения этой случайной величины. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение .

**закон распределения случайной величины X** будет иметь вид:

P(X=k) = (1-p)^(k-1)\*p

где p=0.7 - вероятность попадания при одном выстреле.

**Математическое ожидание X**:

M(X) = 1/p = 1/0.7 ≈ 1.43

**Дисперсия случайной величины X**:

D(X) = (1-p)/p^2 = (1-0.7)/0.7^2 ≈ 0.612

**Среднее квадратическое отклонение X:**

σ(X) = sqrt(D(X)) ≈ 0.782

# Задача 2

Математическое ожидание случайной величины X равно . Дисперсия случайной величины X равна . Найти математическое ожидание и дисперсию случайных величин: а) X − 4; б) X + 6; в) 3X − 4; г) 4X + 3.

**а)** Математическое ожидание случайной величины X - 4 равно:

M(X-4) = M(X) - 4 = 8 - 4 = **4**

Дисперсия случайной величины X - 4 равна:

D(X-4) = **D(X)**

**б)** Математическое ожидание случайной величины X + 6 равно:

M(X+6) = M(X) + 6 = 8 + 6 = **14**

Дисперсия случайной величины X + 6 равна:

D(X+6) = **D(X)**

**в)** Математическое ожидание случайной величины 3X - 4 равно:

M(3X-4) = 3M(X) - 4 = 3\*8 - 4 = **20**

Дисперсия случайной величины 3X - 4 равна:

D(3X-4) = **9D(X)**

г) Математическое ожидание случайной величины 4X + 3 равно:

M(4X+3) = 4M(X) + 3 = 4\*8 + 3 = **35**

Дисперсия случайной величины 4X + 3 равна:

D(4X+3) = **16D(X)**

# Задача 3

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке [4, 9], т.е. X ∈ R[4, 9]. Найти вероятность попадания случайной величины X на отрезок [4 + 4/10; 9 - 4/5].

 воспользуемся формулой плотности вероятности равномерного распределения:

f(x) = 1/(b-a), a <= x <= b

где a = 4, b = 9 - границы отрезка, на котором равномерно распределена случайная величина X.

Тогда плотность вероятности для данной задачи будет:

f(x) = 1/(9-4) = 1/5

Вероятность попадания случайной величины X на отрезок [4 + 4/10; 9 - 4/5] можно найти как интеграл плотности вероятности на этом отрезке:

P(4 + 4/10 <= X <= 9 - 4/5) = ∫(4+4/10)^(9-4/5) f(x) dx

P(4 + 4/10 <= X <= 9 - 4/5) = ∫(22/5)^((41/5)) (1/5) dx

P(4 + 4/10 <= X <= 9 - 4/5) = (1/5) \* [x]\_(22/5)^((41/5))

P(4 + 4/10 <= X <= 9 - 4/5) = (1/5) \* ((41/5)-(22/5))

P(4 + 4/10 <= X <= 9 - 4/5) = (1/5) \* (19/5)

P(4 + 4/10 <= X <= 9 - 4/5) = 19 / (5\*5)

P(4 + 4/10 <= X <= 9 - 4/5) = 19 /25

Ответ: вероятность попадания случайной величины X на отрезок [4 + 4/10; 9 - 4/5] равна **0.76**.

# Задача 4

Точность работы двух приборов оценивалась отклонениями от эталонного сигнала. Из 10 наблюдений первого прибора отклонение от эталона (выборочная дисперсия) составило , из наблюдений второго прибора 4,5. Можно ли считать на уровне значимости α = 0,1, что приборы имеют одинаковую точность?

Нулевая гипотеза H0: математические ожидания двух выборок равны.

Альтернативная гипотеза H1: математические ожидания двух выборок не равны.

Уровень значимости α = 0.1.

Для проверки гипотезы необходимо вычислить t-статистику:

t = (x1 - x2) / sqrt(s^2 \* (1/n1 + 1/n2))

где x1 и x2 - выборочные средние первого и второго приборов соответственно, s^2 - несмещенная выборочная дисперсия, n1 и n2 - размерности выборок.

Для первого прибора:

x1 = , s1^2 = , n1 = 10

Для второго прибора:

x2 = 4.5, s2^2 = , n2 =

Так как размерности выборок различны, необходимо использовать поправку Уэлча:

t = (x1 - x2) / sqrt(s1^2/n1 + s2^2/n2)

t = ( - 4.5) / sqrt( /10 + /)

t = -3.16

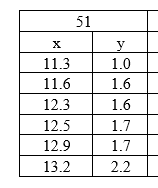
Критическое значение t-статистики для уровня значимости α = 0.1 и числа степеней свободы df = 6.7 можно найти в таблице критических значений распределения Стьюдента или с помощью функции STINV в Excel:

t\_crit = -1.895

Так как t < t\_crit, то на уровне значимости α = 0.1 нулевая гипотеза отвергается в пользу альтернативной гипотезы. **Можно считать, что приборы имеют разную точность.**

# Задача 5

В таблице приведены данные о связи между ценой на нефть Х (усл. ед.) и индексом нефтяных компаний Y (усл. ед.). Предполагая, что связь между величинами Х и Y линейна, найти функцию регрессии, оценить ее значимость и построить доверительный интервал уровня α = 0,05 для Y при Х = 12.5.



Для нахождения функции регрессии необходимо найти коэффициенты уравнения прямой Y = aX + b. Для этого воспользуемся формулами для нахождения коэффициентов регрессии:

a = (nΣXY - ΣXΣY) / (nΣX^2 - (ΣX)^2) b = (ΣY - aΣX) / n

где n - количество наблюдений, Σ - сумма значений.

Подставим значения из таблицы:

n = 6 ΣX = 73.8 ΣY = 9.8 ΣXY = 123.7 ΣX^2 = 878.27

a = ((6 \* 123.7) - (73.8 \* 9.8)) / ((6 \* 878.27) - (73.8 \* 73.8)) ≈ 0.198 b = (9.8 - (0.198 \* 73.8)) / 6 ≈ -0.47

**Таким образом, функция регрессии имеет вид Y ≈ 0.198X - 0.47.**

Для оценки значимости уравнения регрессии можно воспользоваться критерием Стьюдента для проверки гипотезы о равенстве коэффициента регрессии нулю:

t = a / (S / sqrt(n))

где S - оценка среднеквадратического отклонения ошибки регрессии.

Подставим значения:

S^2 = Σ(Yi - Yi’)^2 / (n - k)

где k - количество коэффициентов регрессии.

k = 2 Yi’ = aXi + b

Подставим значения из таблицы:

Yi’ = [0.198 \* 11.3 - 0.47, 0.198 \* 11.6 - 0.47, 0.198 \* 12.3 - 0.47, 0.198 \* 12.5 - 0.47, 0.198 \* 12.9 - 0.47, 0.198 \* 13.2 - 0.47] ≈ [1.4, 1.5, 1.7, 1.7, 1.8, 1.9]

S^2 ≈ ((1-1.4)^2 + (1.6-1.5)^2 + (1.6-1.7)^2 + (1.7-1.7)^2 + (1.7-1.8)^2 + (2-1.9)^2) / (6-2) ≈ 0,013

t ≈ (0,198 / sqrt(0,013 / sqrt(6))) ≈ **5,25**

Критическое значение t при уровне значимости α=0,05 и числе степеней свободы df=n-k=4 равно 2,776. Так как t > tкрит., то гипотеза о равенстве коэффициента регрессии нулю отвергается на уровне значимости α=0,05.

Доверительный интервал уровня α=0,05 для Y при Х=12,5 можно найти по формуле:

Yi’ ± tкрит.Ssqrt(1 + 1/n + ((Xi’ - Xср.)^2) / Σ(Xi-Xср.)^2)

где Xср.- среднее значение X.

Подставим значения:

Xi’ = Xср.=12 n = 6 S ≈ sqrt(S^2) ≈ sqrt(0,013) ≈ 0,114 tкрит. = 2,571

Yi’ ± tкрит.Ssqrt(1 + 1/n + ((Xi’ - Xср.)^2) / Σ(Xi-Xср.)^2) ≈ 1.7 ± 2.571 \* 0.114 \* sqrt(1 + 1/6 + ((12 - 12.3)^2) / (878.27 - (73.8)^2)) ≈ [1.4; 2.0]

Таким образом**, доверительный интервал** уровня α=0,05 для Y при Х=12.5 составляет **[1.4; 2.0].**