

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

ریاضی

6



پنجاب شیکست بک بورڈ، لاہور

یونٹ 1

کسور (FRACTIONS)

اس یونٹ میں ہم یکھیں گے:

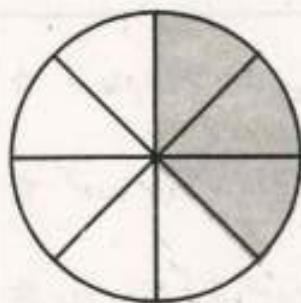
- ☆ کسر عام اور کسر اعشاریہ میں جمع اور تفریق کے عوامل پر ضرب کی خاصیت تھیں
- ☆ کسور عام اور کسور اعشاریہ میں خطوط وحداتی کا استعمال
- ☆ روزمرہ زندگی میں کسور پر مشتمل مسائل کا حل

کسور کا اعادہ (Revision of Fractions) 1.1

آئیے ہم کسر کے متعلق نئی واقفیت حاصل کرنے سے پہلے اس سے متعلق سابقہ واقفیت کا اعادہ کر لیں۔

کسر عام کا تصور (Concept of Common Fraction) 1.1.1

اگر کسی مقدار کو چند برابر حصوں میں تقسیم کیا جائے تو ان میں سے کچھ حصوں کا اس کے کل حصوں کے ساتھ جو تعلق بتا ہے اس کو کسر کہتے ہیں۔ سامنے دی گئی شکل میں دائرے کو 8 برابر



حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ اس کے تین حصے سایہ دار ہیں۔ لہذا سایہ دار حصہ پوری شکل کا $\frac{3}{8}$ ہے۔ کسر عام میں لائن کے اوپر لکھے ہوئے نمبر کو شمار کرندا ہے (Numerator) اور نیچے لکھے ہوئے نمبر کو مخرج (Denominator) کہتے ہیں۔

کسور کی اقسام (Types of Fractions) 1.1.2

کسر عام کی تین اقسام ہیں۔

i۔ واجب کسر ii۔ غیرواجب کسر iii۔ مخلوط کسر

(Proper Fraction)

اس قسم کی کسر کا شمار کرندا ہے اور مخرج ہذا نمبر ہوتا ہے۔

مثلاً $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{7}{9}, \frac{25}{83}$ واجب کسر ہیں۔

(Improper Fraction)

اس قسم کی کسر کا شمار کرندا ہے اور مخرج چھوٹا نمبر ہوتا ہے۔

مثلاً $\frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{7}{3}, \frac{8}{5}$ غیرواجب کسر ہیں۔

ایسی کسور جن کا شارکنده اور مخرج برابر ہوں وہ بھی غیر واجب کسور ہی کہلاتی ہیں۔

مثلاً $\frac{5}{7}$, $\frac{7}{5}$ غیر واجب کسور ہیں۔

مخلوط کسر (Compound Fraction)

ایسی کسر جو قدرتی نمبر اور واجب کسر کے مجموعے پر مشتمل ہو وہ مخلوط کسر کہلاتی ہے۔

مثلاً $120\frac{3}{4}$, $14\frac{5}{19}$ مخلوط کسور ہیں۔

1.2

کسر عام کو مختصر ترین شکل میں ظاہر کرنا

(Reduction of Common Fraction into its Lowest Form)

جب کسی کسر کو مختصر ترین شکل میں ظاہر کرنا ہو تو اس کے شارکنده اور مخرج کو ان کے مشترک جزو ضریبی پر تقسیم کرتے ہیں حتیٰ کہ ان میں کوئی مشترک جزو ضریبی نہ رہے۔

یاد رکھیے: حسابی جملے اور فقرے باہم سے دائمی لکھے اور پڑھے جاتے ہیں۔

$$\text{مثلاً } \frac{18}{24} = \frac{3 \times 6}{4 \times 6} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{15}{35} = \frac{3 \times 5}{7 \times 5} = \frac{3}{7}$$

1.3

متراff کسور (Equivalent Fractions)

دو کسور $\frac{a}{b}$ اور $\frac{c}{d}$ متراff ہوں گی اگر $ad=bc$ اور $b \neq 0$, $d \neq 0$

$$2 \times 15 = 6 \times 5 = 30 \quad \text{کیونکہ} \quad \frac{6}{15} \text{ اور } \frac{2}{5} \text{ متراff کسور ہیں۔}$$

ہم کسور پر جمع، تفریق، ضرب، تقسیم کے عوامل اور ان کی خاصیت متبادلہ (Commutative Property) اور خاصیت تلازام (Associative Property) میں اضافہ ضرب اور جمع کے بارے میں پہلے ہی پڑھ پکے ہیں۔

خاصیت تلازم	خاصیت مبادله
$\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) + \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{2}\right)$ بخلاف اجمع	$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{2}{5} + \frac{1}{3}$ بخلاف اجمع
$\left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{5} \times \frac{1}{2}\right)$ بخلاف ضرب	$\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{1}{3}$ بخلاف ضرب

مثال 1: $\frac{60}{144}$ کی بخصر ترین شکل لکھیے۔

حل:

$$\frac{60}{144} = \frac{5 \times 4 \times 3}{12 \times 4 \times 3} = \frac{5}{12}$$

مثال 2: بخصر بجھئے۔

$$1\frac{2}{3} + 3\frac{2}{5}$$

حل:

$$\begin{aligned}
 1\frac{2}{3} + 3\frac{2}{5} &= \frac{5}{3} + \frac{17}{5} = \frac{5 \times 5}{3 \times 5} + \frac{17 \times 3}{5 \times 3} \\
 &= \frac{25 + 51}{15} \\
 &= \frac{76}{15} \\
 &= 5\frac{1}{15}
 \end{aligned}$$

مثال 3: خاصیت تلازم کے ذریعے ثابت کریں

$$\left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}\right) \times \frac{3}{2} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{5} \times \frac{3}{2}\right)$$

حل:

$$\left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}\right) \times \frac{3}{2} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{5} \times \frac{3}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{L.H.S.} &= \left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}\right) \times \frac{3}{2} \\ &= \frac{2}{15} \times \frac{3}{2} \\ &= \frac{1}{5} \\ \text{R.H.S.} &= \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{5} \times \frac{3}{2}\right) \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} \\ &= \frac{1}{5} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}\right) \times \frac{3}{2} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{5} \times \frac{3}{2}\right)$$

✓

مشق 1.1 (اعادہ)

1۔ مندرجہ ذیل میں سے واجب، غیرواجب اور مخلوط کسور الگ لکھیے۔

$$\frac{7}{8}, 3\frac{2}{5}, \frac{18}{13}, \frac{15}{16}, \frac{7}{7}, \frac{6}{5}, 3\frac{4}{7}, 2\frac{1}{6}, \frac{4}{25}, \frac{5}{20}, \frac{4}{1}, \frac{2}{8}, 5\frac{3}{10}, \frac{10}{3}$$

2۔ مندرجہ ذیل میں سے کون سے جوڑے متادف کسور ہیں۔

(i) $\frac{6}{7}, \frac{3}{14}$	(ii) $\frac{5}{20}, \frac{1}{4}$	(iii) $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}$	(iv) $\frac{3}{2}, \frac{12}{8}$
(v) $\frac{6}{1}, \frac{18}{2}$	(vi) $\frac{18}{21}, \frac{6}{7}$	(vii) $1\frac{7}{8}, \frac{7}{8}$	(viii) $\frac{7}{4}, 1\frac{3}{4}$

3۔ مندرجہ ذیل کسور کو مختصر ترین شکل میں لکھیے۔

(i) $\frac{125}{625}$	(ii) $\frac{96}{144}$	(iii) $\frac{121}{341}$	(iv) $\frac{216}{288}$	(v) $\frac{475}{180}$	(vi) $\frac{135}{180}$
-----------------------	-----------------------	-------------------------	------------------------	-----------------------	------------------------

مختصر کیجیے۔

(i) $1\frac{3}{4} + 9\frac{1}{8}$	(ii) $6\frac{5}{6} - 4\frac{3}{8}$	(iii) $5\frac{3}{4} - 2\frac{9}{14}$
-----------------------------------	------------------------------------	--------------------------------------

(iv) $9\frac{7}{12} + 2\frac{3}{19}$	(v) $3\frac{3}{4} \times 1\frac{7}{10}$	(vi) $\frac{45}{16} \div \frac{4}{3}$
--------------------------------------	-----------------------------------------	---------------------------------------

4۔ خالی جگہ پر لکھیے۔

(i) $\frac{3}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \boxed{\quad}$	(ii) $\frac{1}{4} + \frac{5}{7} = \frac{5}{7} + \boxed{\quad}$
---------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------

(iii) $\frac{17}{15} \times \boxed{\quad} = \frac{7}{8} \times \boxed{\quad}$	(iv) $3\frac{3}{7} \times \boxed{\quad} = 1\frac{5}{13} \times 3\frac{3}{7}$
-------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------

(v) $\left(\boxed{\quad} + 3\frac{7}{9} \right) + 2\frac{5}{16} = 2\frac{2}{3} + \left(3\frac{7}{9} + \boxed{\quad} \right)$

(vi) $\left(\boxed{\quad} \times \frac{19}{17} \right) \times 1\frac{1}{2} = \frac{7}{9} \times \left(\frac{19}{17} \times \boxed{\quad} \right)$

- خاصیت متبادل کے ذریعے ثابت کریں۔

$$(i) \quad \frac{7}{8} + \frac{3}{4} = \frac{3}{4} + \frac{7}{8} \quad (ii) \quad 2\frac{3}{16} + 4\frac{5}{8} = 4\frac{5}{8} + 2\frac{3}{16}$$

$$(iii) \quad 6\frac{3}{7} + 2\frac{1}{21} = 2\frac{1}{21} + 6\frac{3}{7} \quad (iv) \quad 3\frac{1}{20} + 5\frac{3}{5} = 5\frac{3}{5} + 3\frac{1}{20}$$

$$(v) \quad \frac{14}{15} \times \frac{13}{30} = \frac{13}{30} \times \frac{14}{15} \quad (vi) \quad \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{6} \times \frac{3}{4}$$

- خاصیت طالزم کے ذریعے ثابت کریں۔

$$(i) \quad \frac{3}{7} + \left(\frac{2}{21} + \frac{9}{14} \right) = \left(\frac{3}{7} + \frac{2}{21} \right) + \frac{9}{14}$$

$$(ii) \quad \frac{7}{3} + \left(\frac{9}{4} + \frac{5}{8} \right) = \left(\frac{7}{3} + \frac{9}{4} \right) + \frac{5}{8}$$

$$(iii) \quad \left(3\frac{1}{6} + 4\frac{3}{4} \right) + 5\frac{1}{8} = 3\frac{1}{6} + \left(4\frac{3}{4} + 5\frac{1}{8} \right)$$

$$(iv) \quad \left(2\frac{1}{3} + 4\frac{2}{3} \right) + 2\frac{1}{6} = 2\frac{1}{3} + \left(4\frac{2}{3} + 2\frac{1}{6} \right)$$

$$(v) \quad \frac{1}{4} \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{7}{8} \right) = \left(\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} \right) \times \frac{7}{8}$$

$$(vi) \quad \frac{2}{5} \times \left(\frac{6}{7} \times \frac{1}{5} \right) = \left(\frac{2}{5} \times \frac{6}{7} \right) \times \frac{1}{5}$$

$$(vii) \quad \frac{3}{7} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{4}{5} \right) = \left(\frac{3}{7} \times \frac{1}{2} \right) \times \frac{4}{5}$$

$$(viii) \quad 1\frac{2}{3} \times \left(3\frac{2}{5} \times 2\frac{1}{4} \right) = \left(1\frac{2}{3} \times 3\frac{2}{5} \right) \times 2\frac{1}{4}$$

1.4 کسور عام میں جمع و تفریق کے عوامل پر ضرب کی خاصیت تلقی کی

(Distributive Property of Multiplication over Addition and Subtraction in Common Fractions)

دو کسور کے مجموع یا فرق کو کسی تیسرا کسر سے ضرب دینے سے حاصل ضرب وہی آتا ہے جو دونوں کسور کو تیسرا کسر سے علیحدہ علیحدہ ضرب دینے کے بعد جمع یا تفریق کرنے سے آتا ہے۔

اگر تین کسور ہوں تو $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{2}$

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{2} \right) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} \right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{2} \right)$$

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{2} \right) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} \right) - \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{2} \right)$$

مثال 1: ثابت کیجیے۔

$$\text{L.H.S} \quad = \frac{3}{7} \times \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{2} \right) = \left(\frac{3}{7} \times \frac{2}{5} \right) + \left(\frac{3}{7} \times \frac{1}{2} \right) \quad \text{حل:}$$

$$= \frac{3}{7} \times \left(\frac{4 + 5}{10} \right)$$

$$= \frac{3}{7} \times \frac{9}{10}$$

$$= \frac{27}{70}$$

$$\text{R.H.S} \quad = \left(\frac{3}{7} \times \frac{2}{5} \right) + \left(\frac{3}{7} \times \frac{1}{2} \right)$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{6}{35} \right) + \left(\frac{3}{14} \right) \\
 &= \frac{6}{35} + \frac{3}{14} \\
 &= \frac{12 + 15}{70} \\
 &= \frac{27}{70}
 \end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{3}{7} \times \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{2} \right) = \left(\frac{3}{7} \times \frac{2}{5} \right) + \left(\frac{3}{7} \times \frac{1}{2} \right)} \quad \text{پس}$$

مثال 2: مندرجہ ذیل کو خاصیت تفسیلی استعمال کر کے حل کیجیے۔

$$\begin{aligned}
 &\left(\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} \right) + \left(\frac{5}{6} \times \frac{1}{8} \right) \\
 \left(\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} \right) + \left(\frac{5}{6} \times \frac{1}{8} \right) &= \frac{5}{6} \times \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{8} \right) \quad \text{حل:}
 \end{aligned}$$

ان دو توں اجزاء میں $\frac{5}{6}$ مشترک ہے لہذا سے باہر کالئے سے

$$\begin{aligned}
 &= \frac{5}{6} \times \left(\frac{6 + 1}{8} \right) \\
 &= \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \\
 &= \frac{35}{48}
 \end{aligned}$$

مشق 1.2

1۔ خاصیت تضادی کو استعمال کرتے ہوئے خالی خاتموں کو پُل بھیجیے۔

$$(i) \quad \frac{3}{4} \times \left(\frac{17}{9} + \frac{5}{6} \right) = \left(\frac{3}{4} \times \square \right) + \left(\square \times \frac{5}{6} \right)$$

$$(ii) \quad \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{4} - \square \right) = \left(\frac{1}{3} \times \square \right) - \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \right)$$

$$(iii) \quad \frac{4}{5} \times \left(\square + \frac{7}{6} \right) = \left(\square \times \frac{3}{2} \right) + \left(\square \times \frac{7}{6} \right)$$

$$(iv) \quad \left(2\frac{2}{3} - 1\frac{3}{4} \right) \times 3\frac{1}{6} = \left(2\frac{2}{3} \times 3\frac{1}{6} \right) - \left(\square \times 3\frac{1}{6} \right)$$

$$(v) \quad \left(4\frac{4}{5} + 3\frac{6}{7} \right) \times \square = \left(4\frac{4}{5} \times 2\frac{7}{8} \right) + \left(\square \times 2\frac{7}{8} \right)$$

2۔ خاصیت تضادی کو استعمال کرتے ہوئے ٹاہت بھیجیے۔

$$(i) \quad \frac{3}{5} \times \left(\frac{4}{5} + \frac{2}{5} \right) = \left(\frac{3}{5} \times \frac{4}{5} \right) + \left(\frac{3}{5} \times \frac{2}{5} \right)$$

$$(ii) \quad \frac{2}{3} \times \left(\frac{7}{3} - \frac{4}{3} \right) = \left(\frac{2}{3} \times \frac{7}{3} \right) - \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \right)$$

$$(iii) \quad \left(2\frac{6}{7} + 1\frac{3}{7} \right) \times 2\frac{2}{3} = \left(2\frac{6}{7} \times 2\frac{2}{3} \right) + \left(1\frac{3}{7} \times 2\frac{2}{3} \right)$$

$$(iv) \quad \left(2\frac{3}{8} - 3\frac{1}{4} \right) \times 2\frac{3}{5} = \left(2\frac{3}{8} \times 2\frac{3}{5} \right) - \left(3\frac{1}{4} \times 2\frac{3}{5} \right)$$

3۔ مندرجہ ذیل کو خاصیت تفسیی استعمال کرتے ہوئے حل کیجیے۔

$$(i) \frac{1}{4} \times \left(\frac{5}{7} - \frac{1}{2} \right) \quad (ii) \frac{4}{5} \times \left(\frac{7}{12} - \frac{3}{8} \right) \quad (iii) \frac{5}{11} \times \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{9} \right)$$

$$(iv) \frac{6}{7} \times \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{8} \right) \quad (v) \left(5 \frac{5}{12} + 1 \frac{5}{8} \right) \times 7 \frac{5}{13}$$

$$(vi) \left(3 \frac{4}{9} - 2 \frac{2}{3} \right) \times 2 \frac{5}{11}$$

1.5 کسور عام میں خطوط وحدائی کا استعمال

Use of Brackets in Common Fractions)

خطوط وحدائی کا مطلب اسی بندش ہے جو اپنے اندر واہی رقم کو واحد ہاتا ہے۔

خطوط وحدائی چار قسم کے ہوتے ہیں۔

i۔ بار (Bar) "—" چھوٹے خطوط وحدائی (Parenthesis)

ii۔ "[]" (Square Brackets) گزے خطوط وحدائی (Braces)

ان خطوط وحدائی کو ہم اوپر دی گئی ترتیب سے ہی استعمال کرتے ہیں۔ بنیادی عوامل کرتے ہوئے ہر خطوط وحدائی میں سب سے پہلے تقسیم کا عمل، اس کے بعد ضرب، پھر جمع اور آخر میں تفریق کا عمل کرتے ہیں۔

مثال 1: حل کیجیے۔

$$\begin{aligned} & 2 \frac{2}{5} \times 3 \frac{3}{4} \div \left\{ \frac{16}{21} + \left(3 \frac{1}{3} \div 2 \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \right) \right\} \\ & = \frac{12}{5} \times \frac{15}{4} \div \left\{ \frac{16}{21} + \left(\frac{10}{3} \div \frac{5}{2} \times \frac{3}{4} \right) \right\} \end{aligned}$$

$$= \frac{12}{5} \times \frac{15}{4} \div \left\{ \frac{16}{21} + \left(\frac{10}{3} + \frac{15}{8} \right) \right\}$$

$$= \frac{12}{5} \times \frac{15}{4} \div \left\{ \frac{16}{21} + \left(\frac{10}{3} \times \frac{8}{15} \right) \right\}$$

$$= \frac{12}{5} \times \frac{15}{4} \div \left\{ \frac{16}{21} + \frac{80}{45} \right\}$$

$$= \frac{12}{5} \times \frac{15}{4} \div \left\{ \frac{16}{21} + \frac{16}{9} \right\}$$

معلوم کیجئے:

$$= \frac{12}{5} \times \frac{15}{4} \div \left\{ \frac{48 + 112}{63} \right\}$$

(i) $3 \div 3 \times 3 = \square$

$$= \frac{12}{5} \times \frac{15}{4} \div \frac{160}{63}$$

(ii) $18 \div 3 + 3 = \square$

$$\begin{aligned} &= \frac{12}{5} \times \frac{15}{4} \times \frac{63}{160} \\ &= 3 \times 3 \times \frac{63}{160} \end{aligned}$$

$$= \frac{9 \times 63}{160}$$

$$= \frac{567}{160}$$

$$= 3 \frac{87}{160}$$

مشتق

مختصر کیجئے۔

1. $2\frac{1}{3} \times \left(8\frac{1}{5} - 3\frac{1}{2} + 3\frac{2}{3} \right)$

2. $3\frac{7}{20} - \frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{5} + 4\frac{1}{10} \right)$

3. $1\frac{1}{2} - \left\{ 3\frac{1}{6} - \left(4\frac{2}{3} + 3\frac{1}{2} \times 1\frac{2}{7} \right) \right\}$

4. $8 - \left\{ 2\frac{3}{7} + \left(1\frac{1}{14} \div \frac{5}{7} \right) \right\}$

5. $\frac{11}{4} \div \left\{ \frac{7}{4} + 1\frac{3}{8} + \left(\frac{1}{2} \times \frac{6}{7} \div \frac{3}{7} \right) \right\}$

6. $\frac{11}{2} - \left[1\frac{5}{9} \times \left\{ \frac{13}{4} - \left(\frac{5}{8} \times \frac{4}{7} \right) \right\} \right]$

7. $1\frac{3}{4} \div \left\{ \frac{4}{5} + 1\frac{3}{5} - \left(\frac{1}{2} \times \frac{5}{3} + \frac{2}{3} \right) \right\}$

8. $1\frac{1}{3} \times \left[9\frac{3}{7} - \left\{ 1\frac{3}{4} + \left(1\frac{1}{4} + 5\frac{3}{5} - 2\frac{1}{2} \right) \times \frac{5}{3} \right\} \right]$

9. $3\frac{1}{2} + \left[1\frac{1}{5} \times \left\{ \frac{5}{12} \div \left(\frac{2}{3} - 1\frac{2}{5} - 1\frac{1}{4} \right) \right\} \right]$

10. $\left[12\frac{1}{2} + \left\{ 3\frac{3}{4} \times \left(1\frac{1}{2} - 1\frac{2}{5} - 1\frac{1}{4} \right) \right\} \right] - 2\frac{1}{2}$

11. $3\frac{4}{7} + \left[1\frac{1}{11} - \left\{ \frac{6}{7} - \left(4\frac{12}{13} \div 1\frac{5}{39} \times 3\frac{1}{2} \right) \right\} \right]$

$$12. \quad 2\frac{3}{4} \div \left[4\frac{1}{2} + \left\{ 1\frac{3}{4} + \left(3\frac{1}{2} - \overline{1\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}} \right) \right\} \right]$$

1.6 کسروں کا عمومی عبارتی سوالات

(Word Problems involving Common Fractions)

عبارتی سوالات روزمرہ زندگی میں ریاضی کے استعمال کی وضاحت کرتے ہیں۔ عبارتی سوالات حل کرتے وقت مندرجہ ذیل باتوں کا خیال رکھنا ضروری ہے۔

1۔ کوئی معلومات دی گئی ہے۔

2۔ کوئی معلومات درکار ہے۔

3۔ مطلوبہ معلومات حاصل کرنے کے لیے کون سے عوامل درکار ہیں۔

مثال 1: فرکس کے تحریری امتحان میں احمد نے 75 نمبروں کا $\frac{4}{5}$ حصہ نمبر حاصل کیے۔ ہتائیے اس نے کل کتنے نمبر حاصل کیے؟

$$\text{حل: } 75 = \text{کل نمبر}$$

ہم جانتے ہیں کہ کسی رقم "کا" کچھ حصہ معلوم کرنے کے لئے اس رقم کو اس حصے سے ضرب دیتے ہیں۔

$$\begin{aligned} 75 \text{ نمبروں کا } \frac{4}{5} \text{ حصہ} &= \text{ جتنے نمبر حاصل کیے} \\ &= 75 \times \frac{4}{5} \\ &= 15 \times 4 \\ &= 60 \end{aligned}$$

مثال 2: فرقان کے پاس 8500 روپے تھے اس نے اس کا پانچواں حصہ خیرات کر دیا۔ باقی کا $\frac{1}{4}$ حصہ کرایہ مکان ادا کیا۔ اس کے بعد باقی رقم کے $\frac{1}{2}$ حصے کا راشن خریدا۔ اس کے پاس کل کتنی رقم پہنچی؟

$$\text{حل: } \text{فرقان کے پاس کل رقم} = 8500 \quad \text{روپے}$$

$$\begin{aligned}
 \text{جتنی رقم خیرات دی} &= 8500 \times \frac{1}{5} & \text{روپے} \\
 &= 1700 & \text{روپے} \\
 \text{باقی رقم} &= (8500 - 1700) & \text{روپے} \\
 &= 6800 & \text{روپے} \\
 \text{روپے } 6800 \text{ کا } \frac{1}{4} \text{ حصہ} &= \text{کراچی مکان ادا کیا} & \text{روپے} \\
 &= 6800 \times \frac{1}{4} & \text{روپے} \\
 &= 1700 & \text{روپے} \\
 \text{باقی رقم} &= 6800 - 1700 & \text{روپے} \\
 &= 5100 & \text{روپے} \\
 \text{راشن خریدا} &= 5100 \text{ کا } \frac{1}{2} \text{ حصہ} & \text{روپے} \\
 &= 5100 \times \frac{1}{2} & \text{روپے} \\
 &= 2550 & \text{روپے} \\
 \text{جتنی رقم باقی بچی} &= 5100 - 2550 & \text{روپے} \\
 &= 2550 & \text{روپے}
 \end{aligned}$$

مشتق 4 . 1

1۔ شاہد نے تین گاہوں کو $\frac{1}{2}$ 3 $\frac{3}{4}$ اور $7 \frac{3}{4}$ کلوگرام چینی فروخت کی۔ بتا میں اس نے کل کتنی چینی فروخت کی؟

2۔ فریال نے $7 \frac{5}{8}$ میٹر کپڑا خریدا۔ اس میں سے $\frac{1}{4}$ میٹر کپڑا ایک بنچے کے سوت پر خرچ ہو گیا۔ باقی کتنا کپڑا بچا؟

3۔ طاہرہ کا قدم $1 \frac{1}{2}$ میٹر ہے اس کے چھوٹے بھائی کا قد اس سے $\frac{3}{4}$ میٹر کم ہے۔ اس کے بھائی کا قد کتنا ہے؟

- کہر
- 4 - ایک ری 12 $\frac{2}{3}$ فٹ اور دوسری $\frac{3}{5}$ 10 فٹ بھی تھی۔ دونوں کو گرد لگا کر جوڑنے سے $\frac{2}{5}$ 22 فٹ بھی ری بن گئی۔ گرد لگانے پر کتنی ری خرچ ہوئی؟
- 5 - مصباح کا کمر $\frac{2}{3}$ 4 میٹر چوڑا اور $\frac{1}{2}$ 5 میٹر لمبا ہے۔ اس کے فرش کے لیے کتنے مرین میٹر چوڑائی دو رکار ہے؟
- 6 - ماہین کے پاس 48 نافیاں تھیں۔ جن کا $\frac{5}{8}$ حصہ اس نے مشاء کو دے دیا۔ مشاء نے اپنے حصے کا $\frac{1}{3}$ حصہ خالدہ کو دے دیا۔ خالدہ کو کتنی نافیاں ملیں؟
- 7 - سرور $\frac{3}{4}$ 3 کلو میٹر فی گھنٹا کی رفتار سے $\frac{3}{4}$ 8 کلو میٹر فاصلہ کتنا دیر میں طے کرے گا؟
- 8 - عینا کو فراک کے لیے $\frac{1}{8}$ 1 میٹر لمبے کپڑے کے گلڑے درکار ہیں۔ $\frac{3}{4}$ 6 میٹر کپڑے میں وہ ایسے کتنے گلڑے کاٹ سکتی ہے؟
- 9 - انعام کے پاس 30 لڑو دھن تھا۔ اس نے اکیس گروں میں $\frac{3}{7}$ لڑو دھن فی گھر کے حساب سے دیا۔ باقی کا دودھ اس نے $\frac{3}{2}$ لڑو دھن فی گھر کے حساب سے دیا۔ بتائیے اس نے باقی کا دودھ کتنے گروں میں دیا؟
- 10 - زاہدہ کی کل آمدنی 7500 روپے ہے۔ وہ اپنی آمدنی کا $\frac{1}{10}$ حصہ کرایہ مکان پر اور باقی کا $\frac{1}{3}$ حصہ دوسری ضروریات پر خرچ کرتی ہے۔ اس کے پاس باقی کتنی رقم پچتی ہے؟
- 11 - ایک سڑک کی لمبائی 25 کلو میٹر ہے۔ اس کا $\frac{3}{5}$ حصہ مکمل ہو چکا ہے۔ نامکمل حصے کی لمبائی بتائیے۔

1.7 کسور اعشاریہ میں خطوط وحداتی کا استعمال

(Use of Brackets in Decimal Fractions)

کسور اعشاریہ پر جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کے عمل بھی اسی طرح کیے جاتے ہیں جس طرح کسور عالم پر کیے جاتے ہیں اور خطوط وحداتی بھی اسی ترتیب سے کھوئی جاتی ہیں۔

مثال 1: مختصر کریں

$$3.2 \times (2.1 - \underline{5.1} - 4.7)$$

حل:

$$= 3.2 \times (2.1 - 0.4)$$

$$= 3.2 \times (1.7)$$

$$= 5.44$$

مثال 2: مختصر کریں

$$1.01 \times \{ 2.11 + 3.7 \times (3.3 \div 1.1 \times 3) \}$$

حل:

$$= 1.01 \times \{ 2.11 + 3.7 \times (3 \times 3) \}$$

$$= 1.01 \times \{ 2.11 + 3.7 \times 9 \}$$

$$= 1.01 \times \{ 2.11 + 33.3 \}$$

$$= 1.01 \times 35.41$$

$$= 35.7641$$

مشق 1.5

مختصر کریجے۔

1. $3.02 \times (5.35 + 2.13)$
2. $4.37 \times \overline{(8.1 - 3.21 - 2.13)}$
3. $1.05 \times \overline{(7.98 - 5.24 - 0.02)}$
4. $2.75 \times \{3.02 + 2.1 \times (3.24 - 2.9 + 1.2)\}$
5. $12.13 + 2.7 \times \{5.7 + (4.5 \div 1.5 \times 2.3)\}$
6. $1.35 \times \{2.4 + 1.2 \times (1.3 \times 5 \div 25)\}$
7. $10.35 - 3.25 + [14.4 \div \{2.44 - (1.6 \times \overline{0.6} - 0.2)\}]$
8. $20.25 + [5.3 \times \{8.9 - (3.5 \div 0.7)\}]$
9. $5.75 \times [2.11 + \{3.7 \times (1.69 \div 1.3 \times 2.01)\}]$
10. $9.63 + [6.03 + 2.01 \times \{3.2 - (5.9 - \overline{4.8 + 0.01})\}]$

1.8 کور اعشاریہ پر عمارتی سوالات

(Word Problems involving Decimal Fractions)

مثال 1: شاہد نے 15.6 کلومیٹر فاصلہ سائیکل پر اور 40.7 کلومیٹر فاصلہ بس پر طے کیا۔ بتائیے اس نے کل کتنا فاصلہ طے کیا اور یہ سائیکل کے مقابلے میں بس پر کتنا فاصلہ زیادہ طے کیا۔

حل: سوال کا پہلا حصہ

$$\begin{aligned}
 \text{سائیکل پر طے کیا گیا فاصلہ} &= 15.6 \\
 \text{بس پر طے کیا گیا فاصلہ} &= 40.7 \\
 \text{کل فاصلہ} &= 15.6 + 40.7 \\
 &= 56.3
 \end{aligned}$$

سوال کا دوسرا حصہ

کلو میٹر 40.7 = بس کے ذریعے طے کردہ فاصلہ

کلو میٹر 15.6 = سائیکل کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ

$$40.7 - 15.6 = \text{دونوں کا فرق}$$

$$= 25.1 \text{ کلو میٹر}$$

پس بس کے ذریعے سائیکل کی نسبت 25.1 کلو میٹر فاصلہ زیادہ طے کیا۔

مثال 2: روپے فی میٹر کے حساب سے 98.05 روپے میں کتنا کپڑا خریدا جاسکتا ہے۔

حل: روپے 13.25 = ایک میٹر کی قیمت

$$\text{روپے } 98.05 = \text{کل رقم}$$

$$98.05 \div 13.25 = \text{جتنا کپڑا خریدا جاسکتا ہے}$$

$$= \frac{98.05}{13.25}$$

$$= \frac{9805}{1325}$$

$$= \frac{1961}{265}$$

$$= 7.4 \text{ میٹر}$$

مثال 3: رابع نے 2.5 میٹر لٹھا اور 4.5 میٹر مل 25 روپے فی میٹر کے حساب سے خریدی۔ اس کے پاس کل 300 روپے تھے۔ اس کے پاس باقی کتنی رقم بچی؟

حل: روپے 2.5 × 25 = لٹھے کی قیمت خرید

$$\text{روپے } 4.5 \times 25 = \text{مل کی قیمت خرید}$$

$$25 \times 2.5 + 25 \times 4.5 = \text{خروج کردہ رقم}$$

$$= 25 \times (2.5 + 4.5)$$

$$= 25 \times 7$$

$$= 175$$

$$\text{روپے } 300 = \text{کل رقم}$$

$$\text{روپے } 300 - 175 = \text{رابع کے پاس باقی رقم}$$

$$= 125$$

مشق 1.6

1- لاہور میں جون کے ایک دن کا نپر پچ 39.80، دوسرے دن کا 42.30، تیسرا دن کا 41.50 ہے۔ ان تین دنوں کا مجموعی نپر پچ معلوم کیجیے۔

2- ماڑہ نے چار مختلف اقسام کا 25.35 میٹر، 13.07 میٹر، 9.34 میٹر اور 36 میٹر کیڑا خریدا۔ اس نے کل کتنا کیڑا خریدا؟

3- کاشف نے 657.89 روپے کی کتابیں خریدیں۔ شاہد نے 477.67 روپے کی کتابیں خریدیں۔ بتائیے شاہد نے کاشف سے کتنے روپے کم خرچ کیے۔

4- شازیہ کے پاس بک میں 3315.17 روپے تھے۔ اس نے اپنی تجوہ کے 6715.67 روپے اس میں اور جمع کرادیے۔ پھر اس نے ان میں سے 4575 روپے لکھا لیے۔ بتائیے بک میں شازیہ کے پاس باقی کتنی رقم پہنچی؟

5- 135.75 کلو میٹر فاصلے کا کراچی بحساب 0.30 روپے فی کلو میٹر کتنا ہوگا؟

6- نہر سویز کی لمبائی 158.02 کلو میٹر ہے۔ اگر ایک کلو میٹر = 0.64 میل ہو تو اس نہر کی لمبائی میلوں میں کتنی ہوگی؟

- 7- ایک درجن رو مال کی قیمت 183 روپے ہو تو ایک رو مال کی قیمت معلوم کیجئے۔
- 8- ایک درجن انڈوں کی قیمت 24.75 روپے ہے 3.25 درجن انڈوں کی قیمت کتنی ہو گی؟
- 9- ایک شہر کی آبادی کا 0.08 حصہ ملازمت پیشہ، 0.5 حصہ تجارت اور 0.07 حصہ مزدور پیشہ ہے۔ باقی لوگ بے روزگار ہیں۔ اگر شہر کی کل آبادی 5000 افراد پر مشتمل ہو تو کتنے لوگ بے روزگار ہیں؟
- 10- ایک بانس 25 میٹر لبا ہے۔ اس کا $\frac{3}{5}$ حصہ زمین کے باہر ہے۔ باقی کا حصہ زمین کے اندر دبایا ہے۔ تابعے کتنے میٹر بانس زمین کے اندر ہے؟

یونٹ 2

نسبت اور تنااسب (RATIO AND PROPORTION)

اس یونٹ میں ہم یکھیں گے:

- ☆ نسبت کا تصور
- * دو مقداروں میں
- * تین یا تین سے زیادہ مقداروں میں
- ☆ نسبت اور کسر کا باہمی تعلق
- ☆ کسی مقدار کو دو گئی نسبت میں تقسیم کرنا
- ☆ روزمرہ زندگی میں وراثت اور شرکت سے متعلق مسائل کا حل
- ☆ تنااسب راست اور تنااسب مکونیں کا مفہوم اور روزمرہ زندگی میں ان کا استعمال

2.1 نسبت کا تصور (Concept of Ratio)

ہم جانتے ہیں کہ روزمرہ زندگی میں بھی ایک جسمی چیزوں یا مقداروں کا موازنہ کرنے کی ضرورت پیش آتی ہے۔ آئیے ہم مقداروں کا آپس میں موازنہ کرنا یہیں۔

ایک ٹوکری میں 3 سب اور دوسری میں 10 سب ہیں۔ ان کی تعداد کا موازنہ دو طرح سے کیا جاسکتا ہے۔

i. پہلی ٹوکری میں دوسری ٹوکری کے مقابلے میں 20 سب زیادہ ہیں یا دوسری ٹوکری میں پہلی ٹوکری کے مقابلے میں 20 سب کم ہیں۔ یہ موازنہ ہم نے بذریعہ تفریق کیا ہے۔

ii. موازنہ کرنے کا ایک اور طریقہ بھی ہے۔ ہم بتاسکتے ہیں کہ پہلی ٹوکری میں سیبوں کی تعداد دوسری ٹوکری کی تعداد کا تین گناہی $\frac{30}{10}$ ہے۔ یاد دوسری ٹوکری کی تعداد پہلی کی تعداد کا $\frac{1}{3}$ ہے۔

پہلے طریقے میں ہم نے سیبوں کی تعداد کا فرق معلوم کیا ہے جبکہ دوسرے طریقے میں ان کی تعداد کا مقابلہ کر کر کی شکل میں کیا گیا ہے۔ یعنی پہلی ٹوکری کی تعداد دوسری سے $\frac{30}{10}$ گناہی ہیں۔ اس صورت کو عالمی طور پر 10:30 لکھا جاتا ہے اور 30 نسبت 10 (باہمی سے دائیں) پڑھا جاتا ہے جس کا مطلب یہ ہے کہ پہلی ٹوکری کی تعداد کا دوسری ٹوکری کی تعداد سے وہی تعلق ہے جو کہ عدد "30" کا عدد "10" کے ساتھ ہے۔ اس تعلق کو ظاہر کرنے والے نمبر زکونسبت کے ارکان کہا جاتا ہے۔ موازنے میں ان کی ترتیب انتہائی اہم ہے کیونکہ اوپر کی مثال میں پہلی ٹوکری اور دوسری ٹوکری میں سیبوں کی تعداد میں نسبت 10:30 جس کو $\frac{30}{10}$ بھی لکھا جاسکتا ہے جبکہ دوسری ٹوکری اور پہلی ٹوکری کے سیبوں کی تعداد میں نسبت 30:10 ہے جس کو $\frac{10}{30}$ یا $\frac{1}{3}$ بھی لکھا جاسکتا ہے۔

دو مقداروں کی نسبت نکالنے کے لیے ان کا ہم اکائی ہونا ضروری ہے جیسا کہ دو دن اور چار گھنٹوں کی نسبت نکالنے کے لیے پہلے دنوں کو گھنٹوں میں گھنٹوں کو دنوں میں تبدیل کرنا ضروری ہے۔

دواہم اکائی اور ہم عجس مقداروں کی تعداد کے باہمی عددی تعلق کونسبت کہتے ہیں اور یہ عددی تعلق، ایک چیز کی مقدار دوسری چیز کی مقدار کے کتنے گناہی اس کا کوئی صاحب، ظاہر کرتا ہے۔

2.2 نسبت اور کسر کا باہمی تعلق

(Relation Between Ratio and Fraction)

نسبت دراصل دو ہم اکائی مقداروں کے باہمی تعلق کو ظاہر کرتی ہے۔ یہ ایک ایسی کسر ہے جس کے شمارکنندہ میں پہلی مقدار اور مخرج میں دوسری مقدار کمی جاتی ہے اور اس کی اپنی کوئی اکائی نہیں ہوتی جیسا کہ

$$10 : 30 = 30 \div 10 = \frac{30}{10} = 3$$

$$10 : 30 = 10 \div 30 = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

اوپر کے نتیروں سے ظاہر ہے تفہیم کی علامت \div کو نسبت: یا بٹے کی علامت سے تبدیل کیا جا سکتا ہے۔ مثال 1: ایک کلاس روم کی لمبائی 15 میٹر اور چوڑائی 10 میٹر ہے۔ دونوں کی مقداروں کے درمیان میں نسبت معلوم کیجیے۔

$$\text{حل: } \frac{\text{کلاس روم کی لمبائی}}{\text{کلاس روم کی چوڑائی}} = \frac{15}{10} \\ = \frac{3 \times 5}{2 \times 5} \\ = \frac{3}{2} = 3:2$$

یعنی کمرے کی لمبائی اور چوڑائی میں 3 اور 2 کی نسبت ہے جس کو ہم علامت کے ذریعہ 3:2 لکھتے ہیں۔

یاد رکھیے:

i۔ نسبت ہمیشہ ہم اکائی چیزوں یا مقداروں میں ہی ہو سکتی ہے۔ مختلف اکائی کی چیزوں یا مقداروں میں نسبت قائم نہیں ہو سکتی۔

ii۔ 2:3 کے ارکان دو ہیں جن میں سے ایک رکن 2 اور دوسرا رکن 3 ہے۔ 3:2 اور 2:3 دو مختلف نسبتیں ہیں۔ اس لیے نسبت کے ارکان کی ترتیب نہایت اہم ہے۔

iii۔ نسبت سے یہ معلوم کیا جا سکتا ہے کہ ایک مقدار دوسری مقدار کا کتنے گناہے یا اس کا کونسا حصہ ہے۔ اس لیے دو مقداروں کی نسبت کے ساتھ کوئی اکائی وغیرہ نہیں لکھی جاتی۔

iv۔ کسی نسبت کے پہلے اور دوسرے رکن کو ایک ہی عدد سے ضرب دینے یا تقسیم کرنے کی صورت میں نسبت میں فرق نہیں پڑتا جیسا کہ $6:4 = 3:2$ یا $2:3$ کے پہلے اور دوسرے رکن کو 2 سے ضرب دی گئی ہے۔

اس سے مراد یہ ہے کہ 3 کو 2 سے وہی نسبت ہے جو 6 کو 4 سے۔

مشق 2.1

1۔ مندرجہ ذیل نسبتوں کو رہ میں لکھیں۔

- (i) 3 : 5 (ii) 7 : 11 (iii) 2 : 7 (iv) 2.1 : 7.3 (v) .01 : 2.3

2۔ مندرجہ ذیل مقداروں کو $a:b$ کی شکل میں لکھیں۔

- | | | | |
|-------|------------------------------------|------|--------------------------------|
| (i) | 5 میٹر اور 3 میٹر | (ii) | 7 3 لیکی میٹر اور ایک میٹر |
| (iii) | 900 گرام اور $\frac{1}{2}$ کلوگرام | (iv) | 3 روپے اور ایک روپیہ پچاس پیسے |
| (v) | 2 گھنٹے اور 1 گھنٹہ 30 منٹ | (vi) | 6 دن اور 5 نصف دن۔ |

3۔ چینی کی قیمت 25 روپے فی کلو اور چائے کی قیمت 150 روپے فی کلو ہے دونوں کی قیتوں میں نسبت نکالیں۔

4۔ رجیم کا وزن 50 کلوگرام اور کریم کا وزن 40 کلوگرام ہے۔ دونوں کے وزن میں کیا نسبت ہے؟

5۔ حسن کی عمر $\frac{1}{2}$ 12 سال اور حسین کی عمر $\frac{2}{3}$ 11 سال ہے۔ دونوں کی عمر میں کیا نسبت ہو گی؟

2.3 تین یا تین سے زیادہ مقداروں میں نسبت

(Concept of Ratio among Three or More Quantities)

دو سے زیادہ مقداروں کے درمیان میں بھی نسبت قائم کی جاسکتی ہے۔ مثال کے طور پر چھٹی کلاس میں فرشت، سینٹڈ اور تھرڈ آئے والے طلبہ کے نمبر 75, 90 اور 60 ہیں۔ ان کے حاصل کردہ نمبروں کے درمیان میں درج ذیل نسبت ہو گی۔

$$90 : 75 : 60$$

$$= 6 : 5 : 4 \quad (\text{عادل نسبت } 15 \text{ پر تقسیم کرنے سے})$$

مثال 1: اسلم، انور، احمد اور اصغر کی تخلویں با ترتیب 4000, 3500, 5500 اور 4500 روپے ہیں۔ ان کی تخلویں میں نسبت معلوم کیجیے۔

حل: اصغر کی تخلواہ احمد کی تخلواہ انور کی تخلواہ اسلم کی تخلواہ

$$4500 : 5500 : 3500 : 4000$$

تمام رقموں کے جزو 100 : 110 : 70 : 80 ضربی ہانے سے

9 : 11 : 7 : 8 شرک جزو ضربی پر تقسیم کرنے سے

پس اسلم، انور، احمد اور اصغر کی تخلویں میں با ترتیب 8:7:11:9 کی نسبت ہے۔

مثال 2: آمنہ، زینب اور حرا کو 5:3:2 کی نسبت سے عیدی ملی۔ اگر زینب کو 30 روپے ملے ہوں تو باقی دونوں کی عیدی معلوم کیجیے۔

حل: حرا : زینب : آمنہ

تنوں کی عیدی میں نسبت 2 : 3 : 5

چونکہ زینب کو 30 روپے ملے ہیں لہذا زینب کے حصے کو 30 بانے کے لیے نسبت کے تمام رقموں کو 10 سے ضرب دینے سے

حرا کی عیدی : زینب کی عیدی : آمنہ کی عیدی

10×2	:	10×3	:	10×5
20	:	30	:	50

پس آمنہ اور حرا کو باترتیب 20 روپے اور 50 روپے ملے۔

2.4 نسبت کی مختصر ترین شکل (Simplified Form of Ratio)

اگر کسی نسبت میں دو رقمیں ہوں تو ان دونوں رقموں کو کسی ایک ہی نمبر سے ضرب ہی جائی جائیں گے۔

$$\text{مثال} \quad 6 : 4 = \frac{6}{2} : \frac{4}{2} \\ = 3 : 2$$

پس نسبت کی مختصر شکل 3:2 ہو گی

اسی طرح

$$\frac{1}{5} : \frac{3}{5} = 5 \times \frac{1}{5} : 5 \times \frac{3}{5} \\ = 1 : 3$$

پس نسبت کی ایسی شکل جس کی رقمیں قدرتی نمبر ہوں اور ان میں کوئی مشترک جزو ضریبی نہ ہے، مختصر ترین شکل کہلاتی ہے۔

ہر نسبت میں کم از کم دو رقمیں ہوتی ہیں۔ مثلاً 3:2 میں 2 اور 3 بالترتیب پہلی اور دوسری رقم ہیں۔

مثال 1: 24 : 18 کو مختصر ترین شکل میں لکھیے۔

$$\begin{aligned} 18 : 24 &= \frac{18}{6} : \frac{24}{6} \\ &= 3 : 4 \end{aligned}$$

حل: دونوں رقموں کو 6 پر تقسیم کرنے سے

مثال 2: $\frac{3}{4} : \frac{2}{5}$ کو مختصر ترین شکل میں لکھیے۔

حل:

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = 20 \times \frac{3}{4} : 20 \times \frac{2}{5}$$

دونوں کو 4, 5 کے جواضعاف اقل
یعنی "20" سے ضرب دینے سے

$$= 5 \times 3 : 4 \times 2$$

مختصر کرنے سے

$$= 15 : 8$$

مثال 3: 3.5 : 4.2 کو مختصر ترین شکل میں لکھیے۔

$$3.5 : 4.2 = \frac{35}{10} : \frac{42}{10}$$

حل: دونوں رقموں کو کسر عام میں تبدیل کرنے سے

$$= 35 : 42$$

دونوں رقموں کو 10 سے ضرب دینے سے

$$= 5 \times 7 : 6 \times 7$$

دونوں رقموں کے جزو ضربی بنانے سے

$$= 5 \times \frac{7}{7} : 6 \times \frac{7}{7}$$

مشترک جزو ضربی پر تقسیم کرنے سے

$$= 5 : 6$$

مثال 4: اسلم کے پاس 15 روپے ہیں اور اکرم کے پاس 11 روپے ہیں۔ ان کی رقم میں کیا نسبت ہے؟

حل : روپے 15 = اسلم کے پاس رقم

روپے 11 = اکرم کے پاس رقم

دونوں کی رقم میں نسبت

اکرم کی رقم : اسلم کی رقم

15 : 11

پس اسلم اور اکرم کی رقم میں 11:15 کی نسبت ہے۔

مثال 5: 25 روپے اور 40 روپے میں کیا نسبت ہے؟

حل : علامتی طور پر اس کو 40:25 لکھتے ہیں۔

دونوں رقموں میں نسبت = 25:40

دونوں رقموں کے جزو ضربی ہنانے سے
 $= 5 \times 5 : 5 \times 8$

دونوں رقموں کو 5 پر تقسیم کرنے سے
 $= 5 : 8$

مثال 6: 21:18 کو مختصر کیجیے۔

حل : 21:18

دونوں رقموں کے جزو ضربی ہنانے سے
 $= 7 \times 3 : 6 \times 3$

مشترک جزو ضربی 3 پر تقسیم کرنے سے
 $= 7 : 6$

مثال 7: گھی کے ہر سے ڈبے میں 5 کلوگرام گھی اور چھوٹے ڈبے میں 2.50 کلوگرام گھی آتا ہے۔
دونوں ڈبوں میں گھی کی مقداروں کی نسبت معلوم کریں۔؟

حل: دونوں ڈبوں میں گھی کی مقداروں کی نسبت نکالنے کے لیے پہلے ہم ان کو ایک جیسی اکاٹبوں میں تبدیل کریں گے۔

$$\begin{aligned} \text{کلوگرام } 5 &= \text{ہر سے ڈبے میں گھی کی مقدار} \\ &= 5 \times 1000 \\ &= 5000 \text{ گرام} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{کلوگرام } 2.50 &= \text{چھوٹے ڈبے میں گھی کی مقدار} \\ &= 2.50 \times 1000 \\ &= 2500 \text{ گرام} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5000 : 2500 &= \text{چھوٹے ڈبے میں گھی کی مقدار} : \text{ہر سے ڈبے میں گھی کی مقدار} \\ &= 50 : 25 \quad \text{پر تقسیم کرنے سے} \\ &= 2 : 1 \quad \text{پر تقسیم کرنے سے} \end{aligned}$$

مشق 2.2

1۔ مندرجہ ذیل نسبتوں کو مختصر ترین شکل میں لکھیے۔

- (i) $6 : 8$
- (ii) $12 : 15$
- (iii) $20 : 25$
- (iv) $30 : 40$
- (v) $\frac{1}{8} : 7$
- (vi) $10 : \frac{1}{10}$
- (vii) $\frac{1}{4} : \frac{1}{5}$
- (viii) $\frac{1}{2} : 1$
- (ix) $\frac{1}{4} : 0.4$
- (x) $\frac{11}{8} : \frac{22}{4}$
- (xi) $75 : 60 : 90$
- (xii) $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{3}{4}$
- (xiii) $3000 : 4000 : 10000$

2۔ میکنیشیم اور آسیجن کے ایک آمیزے میں میکنیشیم اور آسیجن 2:3 کی نسبت میں موجود ہیں۔

تاہیئے آمیزے میں کتنی میکنیشیم ہوگی اگر آسیجن کی مقدار 14 کلوگرام ہو۔

3۔ حمیدہ کی آمدنی 2500 روپے ہے۔ وہ اس کا $\frac{2}{5}$ حصہ بچاتی ہے۔ اس کی آمدنی اور بچت میں کیا نسبت ہے؟

4۔ ہاکی کا ایک میدان 90 میٹر لما اور 50 میٹر چوڑا ہے۔ اس کی لمبائی اور چوڑائی کی نسبت مختصر ترین شکل میں تاہیئے۔

5۔ ایک فیملی میں بچوں کی عمر میں 5:2:3 کی نسبت ہے۔ اگر سب سے ہٹے بچے کی عمر 15 سال ہو تو دوسرے دونوں بچوں کی عمر تاہیئے۔

6۔ طلحہ بن زیر، شہام فاروق اور ثابت بن زیر نے ایک کاروبار میں 3:2:1 کے حساب سے رقم لگائی۔ اگر شہام فاروق نے 2000 روپے لگائے ہوں تو تاہیئے طلحہ بن زیر اور ثابت بن زیر نے کتنی رقم لگائی؟

2.5 کسی دی گئی مقدار کی کسر نکالنا

(Finding the Fractional Value of a Given Quantity)

ہم کسی مقدار کی کسر نکالنا سعیتھے ہیں

مثلاً 35 کا پانچواں حصہ

$$35 \times \frac{1}{5} = 35 \text{ کا پانچواں حصہ}$$

$$= 7$$

اسی طرح 33 کا دو تھائی حصہ

$$33 \times \frac{2}{3} = 33 \text{ کا دو تھائی حصہ}$$

$$= 22$$

2.6 کسی مقدار کو دی گئی نسبت میں تقسیم کرنا

(Dividing a Quantity into a Given Ratio)

روزمرہ زندگی میں ہمیں کچھ مقداروں کو دی گئی نسبت میں تقسیم کرنے کی ضرورت پڑتی ہے
مثال 1296 روپے کو شام، یوسف اور شہام فاروق میں 4:3:2 کے حساب سے تقسیم کرنے
کے لیے ہمیں کل رقم کو $9 = (2+3+4)$ حصوں میں تقسیم کرنا پڑے گا جو کہ نسبت کی رقموں کا مجموع
یا نسبتی مجموع یا نسبتی ارکان کا مجموع کہلاتا ہے۔ 9 میں سے 2 حصے شام کو، 3 حصے یوسف کو اور
4 حصے شہام فاروق کو ملیں گے۔

$$\text{روپے } = \frac{2}{9} \times 1296 = 288 \quad \text{شام کا حصہ}$$

$$\text{روپے } = \frac{3}{9} \times 1296 = 432 \quad \text{یوسف کا حصہ}$$

$$\text{روپے } = \frac{4}{9} \times 1296 = 576 \quad \text{شہام فاروق کا حصہ}$$

اس کی پڑال ہم تینوں کے حصوں کو جمع کر کے کر سکتے ہیں۔

$$288 + 432 + 576 = 1296$$

مثال 1: 450 کتابیں تین الماریوں میں 7:5:3 سے رکھی جائیں تو ہر الماری میں کتابوں کی تعداد بتائیے۔

حل: $7 : 5 : 3$ الماریوں میں کتابوں کی تعداد میں نسبت
نسبتی مجموع = $3+5+7=15$

$$\text{کتابیں} 90 = \frac{3}{15} \times 450 = 3 \times 30$$

$$\text{کتابیں} 150 = \frac{5}{15} \times 450 = 5 \times 30$$

$$\text{کتابیں} 210 = \frac{7}{15} \times 450 = 7 \times 30$$

$$\text{پُڑتاں: کتابیں} 450 = 90 + 150 + 210 = \text{کتابوں کی کل تعداد}$$

مثال 2: 68 اونٹوں کو تین بھائیوں میں $\frac{1}{9} : \frac{1}{3} : \frac{1}{2}$ کی نسبت سے تقسیم کیجیے۔

حل: $\frac{1}{9} : \frac{1}{3} : \frac{1}{2} = 2 : 6 : 9$ ہر کسر کو 2، 3 اور 9 کے دو اضعاف اقل 18 سے ضرب دینے سے

$$\text{نسبتی مجموع} = 2 + 6 + 9 = 17$$

$$\text{اونٹ} = \frac{9}{17} \times 68 = 36 \quad \text{پہلے بھائی کا حصہ}$$

$$\text{اونٹ} = \frac{6}{17} \times 68 = 24 \quad \text{دوسرا بھائی کا حصہ}$$

$$\text{اونٹ} = \frac{2}{17} \times 68 = 8 \quad \text{تمیرے بھائی کا حصہ}$$

مشق 2.3

1 - 564 بھیزوں کو 1:3 کی نسبت میں تقسیم کیجیے۔

2 - 215 میٹر کپڑے کو $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ کی نسبت میں تقسیم کیجیے۔

3 - 400 مالتوں کو 8:7:5 کی نسبت میں تقسیم کیجیے۔

4 - 1620 ایکڑ میں کو $\frac{1}{3} : \frac{1}{2} : \frac{1}{5}$ کی نسبت میں تقسیم کیجیے۔

5 - ایک لوہے کی سلاخ 6 ذیلی میٹر لبی ہے۔ اس کو 1:2 کی نسبت میں تقسیم کریں تو ہرے حصے کی لمبائی معلوم کیجیے۔

6 - ہوا میں ناٹروجن کی مقدار آسینگن کی مقدار سے 4 گنا ہے۔ 25 لٹر ہوا میں کتنی آسینگن ہوگی؟

7 - ایک پاکستانی جنڈے کی لمبائی 1.6 میٹر ہے۔ اگر اس کے بزرائیں سفید حصوں میں 1:3 کی نسبت ہو تو بزرائیں کی لمبائی معلوم کیجیے۔

8 - مثلث کے تینوں زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔ اگر ایک مثلث کے زاویوں میں 4:3:2 کی نسبت ہو تو اس کے ہر زاویے کی مقدار معلوم کیجیے۔

9 - تین کسانوں کو کل 385 روپے لگان ادا کرنا تھا۔ اگر ان کے لگانوں میں $\frac{3}{5} : \frac{7}{10} : \frac{11}{5}$ کی نسبت ہو تو ہر ایک کے حصے کا لگان معلوم کیجیے۔

10 - چوکور کے چاروں زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ 360 درجے ہوتا ہے۔ ایک چوکور کے زاویے $\frac{1}{3} : \frac{1}{2} : \frac{1}{5} : \frac{1}{6}$ کی نسبت میں ہیں۔ اس کے چاروں زاویوں کی مقداریں معلوم کیجیے۔

2.7 وراثت (Inheritance)

جب کوئی فرد انتقال کر جاتا ہے تو مرتبے وقت جو جائیداد اس کی ملکیت ہوتی ہے وہ ترک کہلاتی ہے اور اس کے وارثوں میں تقسیم ہو جاتی ہے۔ وہ حصہ جو انتقال کرنے والے کے رشتے دار کو ملے وراثت کہلاتا ہے۔ اسلام میں اس کی تقسیم کے لیے واضح قوانین موجود ہیں۔ انہیں مکمل طور پر سمجھنے کے لیے فقہ کی کتابوں کا مطالعہ کرنا ہوگا۔ تاہم یہاں پر اس کی تقسیم میں ریاضی کا استعمال یکصیں گے۔ ریاضی کا استعمال یکصیں گے۔ انتقال شدہ شخص کے ترک کی تقسیم سے پہلے اس میں سے مندرجہ ذیل رقمیں منہما کر دی جاتی ہیں۔ 1۔ تجویز و نکشیں کا خرچ 2۔ قرض 3۔ وصیت جو میرت نے کی ہو۔

مثال 1: 30000 روپے کا ترک خاوند، ماں اور باپ میں اس طرح تقسیم کریں کہ خاوند کو ترک کے کا $\frac{1}{4}$ ۔
ماں کو $\frac{1}{3}$ اور باقی باپ کو ملے۔

$$\text{حل:} \quad \text{کل ترک} = 30000 \text{ روپے}$$

$$\text{خاوند کا حصہ} = \frac{1}{4} \times 30000 = 7500 \text{ روپے}$$

$$\text{ماں کا حصہ} = \frac{1}{3} \times 30000 = 10000 \text{ روپے}$$

$$\text{باپ کا حصہ} = 30000 - (10000 + 7500) \text{ روپے}$$

$$= (30000 - 17500) \text{ روپے}$$

$$= 12500 \text{ روپے}$$

$$\text{پُڑتاں:} \quad \text{روپے} 7500 + 10000 + 12500 = 30000$$

مثال 2: وقار 45000 روپے کی جائیداد چھوڑ کر مرا۔ اس کے ذمے 4000 روپے کا قرضہ تھا۔ 1000 روپے اس کی تجویز و نکشیں پر خرچ ہوئے۔ باقی کا ترک اس کی بیوی ایک لارکے اور پانچ

لڑکیوں میں اس طرح تقسیم کریں کہ بیوی کو تر کے کا $\frac{1}{8}$ حصہ اور لڑکے کو ہر لڑکی سے دو گنا ملے۔
ہر ایک کا حصہ معلوم کیجئے۔

حل:

$$\text{جائیداد کی کل مالیت} = 45000 \quad \text{روپے}$$

$$\text{قرض} = 4000 \quad \text{روپے}$$

$$\text{تجھیز و تلفیض کے اخراجات} = 1000 \quad \text{روپے}$$

$$\begin{aligned}\text{ترک کی تقسیم سے پہلے خرچ} &= (1000+4000) \\ &= 5000 \quad \text{روپے}\end{aligned}$$

$$\text{قابل تقسیم ترک} = (45000 - 5000)$$

$$= 40000 \quad \text{روپے}$$

$$\text{بیوی کا حصہ} = \frac{1}{8} \times 40000$$

$$= 5000 \quad \text{روپے}$$

$$\text{باقی جائیداد کی مالیت} = (40000 - 5000)$$

$$= 35000 \quad \text{روپے}$$

$$\text{لڑکے اور لڑکیوں کے حصوں میں نسبت} = 2:1:1:1:1:1$$

$$\text{نتیجہ مجموع} = 2+1+1+1+1+1 = 7$$

$$\text{ہر لڑکی کا حصہ} = \frac{35000}{7} \times 1 = 5000 \quad \text{روپے}$$

$$\text{ہر لڑکے کا حصہ} = 5000 \times 2$$

$$= 10000 \quad \text{روپے}$$

مشق 2.4

- 1 - خیر دین 33000 روپے کی جائیداد چھوڑ کر مرا۔ اگر یہ ترکہ اس کے ایک بیٹے اور ایک بیٹی میں 2:1 کی نسبت میں تقسیم ہو تو ہر ایک کا حصہ بتائیے۔
- 2 - علی نے 6600 روپے کی میراث چھوڑی۔ اس کی وارث تین بیٹیاں ہیں۔ اگر کل ترکے کا $\frac{2}{3}$ حصہ بیٹیوں میں تقسیم ہو تو ہر ایک کا حصہ بتائیے۔
- 3 - گلریز نے ترکے میں 66000 روپے چھوڑے۔ اس کے وارث ایک بیٹا اور ایک بیٹی ہے۔ اگر بیٹے کو بیٹی سے دو گناہ ملے تو ہر ایک کا حصہ معلوم کیجئے۔
- 4 - جنت بی بی 36000 روپے چھوڑ کر مری۔ اس کے وارث ایک بیٹا، ایک بیٹی اور ماں باپ ہیں۔ اگر ماں اور باپ میں سے ہر ایک کو $\frac{1}{6}$ حصہ ملے اور بیٹے کو بیٹی سے دو گناہ ملے تو ہر ایک کا حصہ معلوم کیجئے۔
- 5 - کریم 51000 روپے کی جائیداد چھوڑ کر مرا۔ اس کے وارث ماں اور باپ ہیں۔ اگر ہر ایک کا $\frac{1}{3}$ حصہ ہو تو دونوں کا حصہ معلوم کیجئے۔
- 6 - زینب کا خاوند 64000 روپے چھوڑ کر مرا۔ اس کے وارث اس کی بیوی اور دیگر رشتہ دار ہیں۔ اگر بیوی کو کل رقم کا $\frac{1}{8}$ ملے تو بیوی کا حصہ معلوم کیجئے۔
- 7 - رفیق کے مرنے پر اس کا ترکہ 3 بیٹوں اور 4 بیٹیوں میں اس طرح تقسیم کیا گیا کہ ایک بیٹے کو بیٹی کا دگنا حصہ ملا۔ اگر کل ترکہ 45000 روپے ہو تو ایک بیٹے اور ایک بیٹی کا حصہ بتائیے۔
- 8 - احسن نے 25540 روپے چھوڑے۔ یہ رقم اس کے 2 لڑکوں اور 6 لڑکیوں میں اس طرح تقسیم کی گئی کہ لڑکی کو لڑکے سے نصف حصہ ملا۔ ایک لڑکے اور ایک لڑکی کا حصہ اگل اگل معلوم کیجئے۔
- 9 - نیمہ کے خاوند نے 72000 روپے کی جائیداد چھوڑی۔ نیمہ کی کوئی اولاد نہیں۔ اگر نیمہ کا حصہ کل $\frac{1}{4}$ ہو تو نیمہ کے حصے کی رقم معلوم کیجئے۔
- 10 - نواب 40000 روپے چھوڑ کر مرا۔ اس کے وارث اس کی بیوی، دو لڑکے اور تین لڑکیاں ہیں۔ اگر بیوی کل جائیداد کے آٹھویں حصے کی حق اڑھا اور باقی مال میں سے ایک لڑکی کا حصہ اپنے بھائی کے

حصے سے آدھا ہو تو ہر ایک وارث کا حصہ معلوم کیجیے۔

11- قاسم نے 130000 روپے کی مالیت کا سامان چھوڑا۔ 2000 روپے اس کی تجویز و عین پر خرچ ہوئے۔ باقی مال 2 لڑکوں، 3 لڑکوں اور ایک بیوہ میں تقسیم ہوا۔ اگر بیوہ کو قابل تقسیم ترکے میں سے $\frac{1}{8}$ حصہ ملا ہو اور باقی میں سے ہر لڑکے کو لڑکی سے دگنا، تو ہر ایک کا حصہ معلوم کیجیے۔

12- بھولے کا ترکہ 133000 روپے ہے۔ 1000 روپے اس کی تجویز و عین پر خرچ ہوئے۔ باقی کا $\frac{1}{8}$ حصہ بیوی کو ملا۔ باقی رقم دو لڑکوں اور ایک لڑکی میں اس طرح تقسیم ہو کہ ہر لڑکے کو لڑکی سے دگنا حصہ ملے تو ہر ایک کا حصہ معلوم کیجیے۔

2.8 شراکت (Partnership)

بعض اوقات سرمائے کی کمی کی وجہ سے کسی ایک شخص کے لیے اسکے کاروبار کرنا ممکن نہیں ہوتا۔ لہذا وہ دیگر اشخاص کے ساتھ مل کر کاروبار کرتا ہے۔ اکثر اوقات سب کے سرمائے کی مقداریں اور سرمایہ لگانے کی مدتیں بھی مختلف ہوتی ہیں۔ ایسی صورت میں نفع یا نقصان کو برابر برقرار تقسیم کرنا ممکن نہیں ہوتا۔ لہذا وہ نفع یا نقصان کو ایک مخصوص مدت کے بعد اپنے سرمائے کی مقدار اور اس کے لگا رہنے کی مدت کے مطابق تقسیم کر لیتے ہیں۔

مثال 1: زید اور بکر نے بالترتیب 50,000 اور 60,000 روپے ڈال کر ایک دکان خریدی۔ ایک سال کے بعد انہیں 22000 روپے کا منافع ہوا۔ ہر ایک کا منافع ان کے سرمائے کی نسبت میں معلوم کریں۔

حل: بکر کا سرمایہ : زید کا سرمایہ

$$50000 : 60000 = \text{سرمایوں میں نسبت}$$

$$50000 : 60000 = \text{منافعوں میں نسبت}$$

$$5 : 6 = \text{نسبت کی مختصر ترین شکل}$$

$$5 + 6 = 11 = \text{نسبتوں کا مجموع}$$

روپے 22000 = کل منافع

$$\text{منافع میں زید کا حصہ} = \frac{22000}{11} \times 5$$

$$= 2000 \times 5$$

$$= \text{روپے } \frac{1}{4}$$

$$\text{منافع میں بکر کا حصہ} = \frac{22000}{11} \times 6$$

$$= 2000 \times 6$$

$$= \text{روپے } \frac{1}{4}$$

$$\text{کل منافع} = \text{روپے } 22000 + 10000 = 12000$$

مثال 2: نذر یونے ایک کار و بار 10000 روپے کے سرمائے سے شروع کیا۔ 6 ماہ بعد قدیر اس میں 15000 روپے لگا کر شریک ہوا۔ آٹھ ماہ بعد بیشراں میں 20000 روپے لگا کر شریک ہو گیا۔ سال کے آخر میں انھیں 2900 روپے منافع ہوا۔ بتائیے ہر ایک کو کیا ملا؟

حل: نذر کی سرمایہ لگانے کی مدت = ماہ 12

قدیر کی سرمایہ لگانے کی مدت = ماہ 6

بیشراں کی سرمایہ لگانے کی مدت = ماہ 4

ان کے سرمائے کو ان کے استعمال میں رہنے کی مدتوں کے ساتھ ضرب دے کر ان کے سرمایوں کی نسبت نکالی جائے گی۔

$$12 \times 10,000 : 6 \times 15,000 : 4 \times 20,000 = \text{سرمایوں کی نسبت}$$

$$= 120,000 : 90,000 : 80,000$$

$$\text{نسبت کی مختصر ترین شکل} = 12 : 9 : 8$$

$$\text{نسبتوں کا مجموعہ} = 12 + 9 + 8 = 29$$

$$\text{روپے } 2900 = \text{کل منافع}$$

$$\text{روپے } \frac{2900}{29} \times 12 = 1200 = \text{زیدہ کا منافع}$$

$$\text{روپے } \frac{2900}{29} \times 9 = 900 = \text{قدیر کا منافع}$$

$$\text{روپے } \frac{2900}{29} \times 8 = 800 = \text{بیشہ کا منافع}$$

پختاں: روپے $1200 + 900 + 800 = 2900$

مشق 2.5

1 - زیدہ احمد اور بلال احمد نے ایک سڑک بنانے کا میکد لیا۔ انہوں نے باترتیب 15000 روپے اور 18000 روپے خرچ کیے۔ 5500 روپے کا منافع میں سے ہر ایک کا حصہ ہتا ہے۔

2 - صادق اور امین نے ایک چاگاہ 520 روپے میں میکد پر لی۔ اگر ایک کی 30 بھینیں ہوں۔ اور دوسرے کی 48 بھینیں ہوں تو ہر ایک کتنے روپے دے گا؟

3 - انعام، اکرام اور انوار نے باترتیب 5000 روپے، 3000 روپے، 2000 روپے لگ کر ایک کار پار کیا جس میں انہیں 320 روپے نفع ہوا۔ ہر ایک کا نفع ہتا ہے۔

4 - حامد، خالد اور عابد نے ایک مشین میکد پر لی۔ اگر حامد نے 1880 روپے، خالد نے 1120 روپے اور عابد نے 1000 روپے لگائے اگر اس میکد میں کل 600 روپے نقصان ہو تو ہتا ہے کہ ہر ایک کو کتنے روپے نقصان ہو گا؟

- 5۔ منظور کے تین قرض خواہ تھے۔ جنکی 5000 روپے، 6000 روپے اور 7000 روپے واپس لیتا تھا۔ اگر منظور کی جائیداد کی مالیت 9000 روپے ہو تو ہر ایک قرض خواہ کو کتنے روپے ملیں گے؟
- 6۔ اسلم نے ایک مکان 15000 روپے سالانہ کرایہ پر لیا اور سال کا کرایہ پیشگی ادا کر دیا۔ لیکن 5 ماہ بعد اس کا بتا دلہ ہو گیا۔ اور مکان اس نے اپنے دوست کریم کو دے دیا۔ جو باتی مدت اس میں رہا۔ بتائیے سال بھر میں اسلم اور کریم کے حصے میں کتنا کرایہ آیا؟
- 7۔ عرفات احمد نے 16000 روپے اور محسن خورشید نے 20000 روپے سے ایک مشترکہ دکان چلائی۔ عرفات احمد نے دکان پر کام کا ذمہ لیا۔ حس کے عوض اسے کل منافع کا دسوال حصہ ملے گا۔ بتائیں 9000 روپے میں سے ہر ایک کو کتنا نفع ملے گا؟
- 8۔ سليم، سعید اور خورشید نے بالترتیب 7000 روپے، 9000 روپے اور 10000 روپے لگا کر تجارت کی۔ سليم کو کام کرنے کا معاونہ، کل منافع کا $\frac{1}{8}$ حصہ ملا۔ بتائیں 4160 روپے کے کل منافع میں سے ہر ایک کو کیا ملے گا؟
- 9۔ محمد خان، خاقان اور ذیشان نے ایک مشترکہ کارخانہ چلایا۔ اگر محمد خان کل رقم کا $\frac{1}{3}$ ، خاقان $\frac{1}{4}$ دے اور باتی ذیشان دے تو 20000 روپے کا منافع وہ کس طرح تقسیم کریں گے؟
- 10۔ گلی اکبر، اخلاق، اشتیاق اور امتیاز تجارت میں بالترتیب $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{5}$ اور $\frac{1}{6}$ حصہ لگا کر شریک ہوئے۔ اگر سال کے آخر میں انھیں 22800 روپے کا منافع ہو تو ہر ایک کے حصے میں کیا آئے گا؟

2.9 نسب (Proportion)

نسب روزمرہ زندگی میں استعمال ہونے والا ریاضی کا ایک اہم موضوع ہے جس کی وضاحت درج ذیل مثال سے کرتے ہیں۔

مثال: 3 کتابیں 15 روپے کی ہیں۔ ایسی 2 کتابوں کی قیمت نکالنے کے لیے اکاؤنٹ کا قاعدہ استعمال کیا جاتا ہے جیسا کہ

$$\text{روپے } 15 = 3 \text{ کتابوں کی قیمت}$$

$$\text{روپے } 5 = \frac{15}{3} \text{ کتاب کی قیمت}$$

$$\text{روپے } 10 = \text{روپے } 2 \times 5 = 2 \text{ کتابوں کی قیمت}$$

اسی تعلق کو ایک نئے انداز میں دیکھتے ہیں۔

کتابوں کی قیمت	کتابوں کی تعداد
روپے 15	3
روپے 10	2
روپے 5	1

اب ان کی تعداد اور قیتوں کی نسبتوں کا موازنہ کرتے ہیں۔

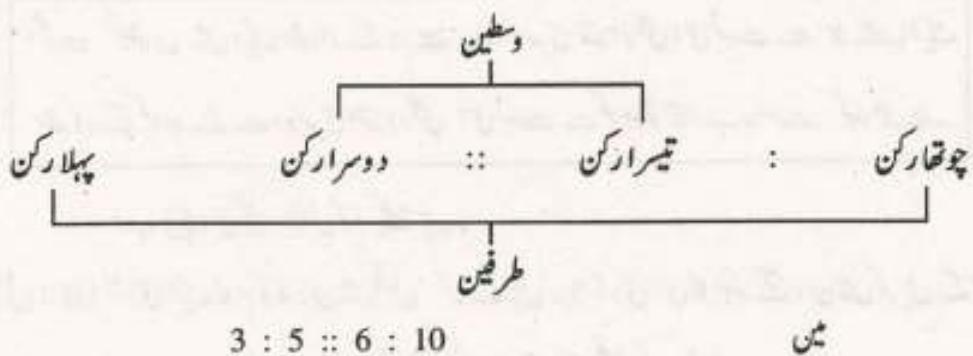
تعداد میں نسبتیں	$3 : 2 = \frac{3}{2}$	$3 : 1 = \frac{3}{1}$	$1 : 2 = \frac{1}{2}$
قیتوں میں نسبتیں	$15 : 10 = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$	$15 : 5 = \frac{15}{5} = \frac{3}{1}$	$5 : 10 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

نیچل میں دیے گئے موازنے سے پاچتا ہے کہ کتابوں کی تعداد میں نسبتیں اور قیتوں میں نسبتیں برابر ہیں۔

دو نسبتوں میں برابری کے تعلق کو نسب (Proportion) کہتے ہیں۔

اسے ظاہر کرنے کے لیے علامت " :: " استعمال کی جاتی ہے یعنی کہ $a : b :: c : d$ جس کا مطلب یہ ہے کہ جو نسبت پہلی دو مقداروں a اور b میں ہے وہی نسبت دوسری دو نوں مقداروں c اور d میں بھی ہے۔

c اور d a, b کے چار ارکان کہلاتے ہیں۔
پہلا اور چوتھا رکن طرفین جبکہ دوسرا اور تیسرا رکن وسطین کہلاتے ہیں۔ ان کی ترتیب اس طرح ہے۔



$$= \text{طرفین کا حاصل ضرب} = 3 \times 10$$

$$= 30$$

$$= \text{وسطین کا حاصل ضرب} = 5 \times 6$$

$$= 30$$

چنانچہ

طرفین کا حاصل ضرب = وسطین کا حاصل ضرب

2.10 تابع راست اور تابع معکوس

اگر کتابوں کی تعداد 3 ہے تو قیمت 15 روپے ہے۔ اگر کتابوں کی تعداد کم کر کے 2 کر دی جائے تو قیمت بھی 15 سے کم ہو کر 10 روپے ہو جاتی ہے۔ اسی طرح اگر کتابوں کی تعداد 6 کر دی جائے تو قیمت بھی 15 سے بڑھ کر 30 روپے ہو جاتی ہے۔

یاد رہے کہ اس تابع میں پہلی نسبت، دوسری نسبت کے برابر ہوتی ہے۔ یعنی

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad a:b::c:d$$

اگر دو نسبتوں میں ایک مقدار کے بڑھنے سے دوسری مقدار بھی اسی نسبت سے بڑھے یا ایک مقدار کے کم ہونے سے دوسری مقدار بھی اسی نسبت سے کم ہو تو تابع راست کہلاتا ہے۔

اب سچے دیگر مثال کو دیکھتے ہیں۔

مثال: 10 آدمی ایک کام کو 4 دن میں کمل کرتے ہیں۔ 5 آدمی اسی کام کو کتنے دن میں کریں گے؟

$$\text{دن } 4 = 10 \text{ آدمی جتنے دن میں کام کمل کرتے ہیں}$$

چونکہ ایک آدمی اسی کام کو زیادہ دنوں میں کر سکے گا۔ اس لئے

$$\text{دن } 40 = 10 \times 4 = 1 \text{ آدمی جتنے دن میں کام کمل کرے گا}$$

$$\text{دن } 8 = 5 \text{ آدمی جتنے دن میں کام کمل کریں گے}$$

آدمی	دن
------	----

10	4
----	---

$$1 \quad 4 \times 10 = 40$$

$$5 \quad \frac{4 \times 10}{5} = 8$$

یاد رہے کہ اس نسبت میں پہلی نسبت، دوسری نسبت کے انورس یعنی اٹ کے برابر ہوتی ہے۔
یعنی

$$\frac{a}{b} = \frac{d}{c} \quad \text{میں} \quad a:b::c:d$$

اگر دونوں نسبتوں میں ایک مقدار کے بڑھنے سے دوسری مقدار اسی نسبت سے کم ہو جائے تو اس طرح کے تعلق کو نسبت ممکن ہے۔

پہلا، دوسرا، تیسرا اور چوتھا رکن

نسب a:b::c:d میں مقداریں a, b, c, d با ترتیب پہلا، دوسرا، تیسرا اور چوتھا رکن کہلاتے ہیں۔ ان چاروں میں سے 3 مقداریں معلوم ہوتی ہیں اور چوتھی مقدار نامعلوم ہوتی ہے جسے x فرض کر لیا جاتا ہے۔ اسے معلوم کرنے کے لیے کوئی "کراس ضرب" کا طریقہ استعمال کیا جاتا ہے۔

کراس ضرب کا طریقہ

$$a:b::c:d$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\text{یا} \quad ad = bc$$

نسب راست

نسب میں

$$a : b :: c : d$$

دوں نسبتوں کے ارکان کی مقدار میں اضافہ

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$ad = bc$$

یا

دوں نسبتوں کے ارکان کی مقدار میں کمی

تناوب معکوس

تناوب میں

a : b :: c : d
ایک نسبت کے ارکان کی مقدار میں اضافہ دوسری میں کی

$$\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$$

یا

ac = bd
ایک نسبت کے ارکان کی مقدار میں کی تو دوسری میں اضافہ

مثال 1: مندرجہ ذیل تناوب میں x کی قیمت معلوم کیجیے۔

(i) x : 3 :: 2 : 5

(ii) 6 : x :: 3 : 9

a۔ اگر تناوب راست ہو۔

b۔ اگر تناوب معکوس ہو۔

حل (i): تناوب راست کی صورت میں

(a) x : 3 :: 2 : 5
پہلی نسبت دوسری نسبت کے برابر ہے

$$\frac{x}{3} = \frac{2}{5}$$

کو سو مریں تبدیل کرنے سے

$$5x = 3 \times 2$$

کراس ضرب دینے سے

$$x = \frac{3 \times 2}{5} = \frac{6}{5}$$

طرفین کو 5 پر تقسیم کرنے سے

تناوب معکوس کی صورت میں

(b) x : 3 :: 2 : 5
پہلی نسبت دوسری نسبت کے الٹ کے برابر ہے

$$\frac{x}{3} = \frac{5}{2}$$

کو سو مریں تبدیل کرنے سے

$$2x = 3 \times 5$$

کراس ضرب دینے سے

$$x = \frac{3 \times 5}{2} = \frac{15}{2}$$

دونوں کو 2 پر تقسیم کرنے سے

حل (ii): تناسب راست کی صورت میں

$$(a) \quad 6 : x :: 3 : 9$$

چلی نسبت دوسری نسبت کے برابر ہے

$$\frac{6}{x} = \frac{3}{9}$$

کسور میں تبدیل کرنے سے

$$6 \times 9 = 3x$$

کراس ضرب دینے سے

$$x = \frac{6 \times 9}{3} = 18$$

دونوں کو 3 پر تقسیم کرنے سے

تناسب ممکنہ کی صورت میں

$$(b) \quad 6 : x :: 3 : 9$$

چلی نسبت دوسری نسبت کے الٹ کے برابر ہے

$$\frac{6}{x} = \frac{9}{3}$$

کسور میں تبدیل کرنے سے

$$3 \times 6 = 9x$$

کراس ضرب دینے سے

$$x = \frac{3 \times 6}{9} = 2$$

دونوں کو 9 پر تقسیم کرنے اور اطراف بدلنے سے

مثال 2: ایک آدمی 2 فتحے میں 1500 روپے کھاتا ہے۔ ہاتھے 2 دن میں وہ کتنا کام گا جبکہ وہ 12 فتحے میں 6 دن کام کرتا ہے؟

حل: روپے : روپے :: دن : دن

کام کے دنوں میں کمی لہذا 12 : 2 :: 1500 : x

$$\frac{12}{2} = \frac{1500}{x}$$

آدمی میں بھی کمی

$$12x = 1500 \times 2$$

تناسب راست ہے

$$x = \frac{1500 \times 2}{12} = 250$$

مثال 3: ایک آدمی 5 کلو میٹر بھی سرگم 10 دن میں کھو دتا ہے۔ وہی آدمی 15 کلو میٹر بھی سرگم کتنے دنوں میں کھو دے گا؟

حل: دن : دن :: کلو میٹر : کلو میٹر

$$5 : 15 :: 10 : x$$

$$\frac{5}{15} = \frac{10}{x}$$

$$5x = 10 \times 15$$

تباہ راست

$$x = \frac{10 \times 15}{5} = 30 \text{ دن}$$

اس مثال میں کام اور دنوں میں تباہ راست ہے۔

مثال 4: 10 آدمی ایک کام کو 4 دن میں کرتے ہیں۔ 20 آدمی اسی کام کو کتنے دن میں کریں گے؟

حل: دن : دن :: آدمی : آدمی

$$10 : 20 :: 4 : x$$

$$\frac{10}{20} = \frac{x}{4}$$

$$x = \frac{10 \times 4}{20} = 2 \text{ دن}$$

تباہ ممکوس

اس مثال میں آدمیوں کی تعداد زیادہ ہونے سے کام کم دنوں میں کمل ہوا۔ اس لیے آدمی اور دنوں میں تباہ ممکوس ہے۔

مثال 5: ایک ہوٹل میں 210 طلبہ کے لیے 60 دن کا راشن موجود تھا۔ 14 دن بعد 20 طلبہ اور آگئے۔
بتابیے باقی راشن کتنے دن چلے گا؟

حل: 14 دن گزرنے کے بعد 20 طلباء آئے ہیں۔ لہذا 210 طلباء کے لیے 46 دن کا راشن موجود ہو گا۔

دن : دن :: طلباء : طلباء

$$210 : 230 :: 46 : x$$

$$\frac{210}{230} = \frac{x}{46}$$

$$x = \frac{210 \times 46}{230} = 42 \text{ دن}$$

مشق 2.6

1۔ مندرجہ ذیل میں x کی قیمت معلوم کیجیے۔

$$(i) \frac{x}{7} = \frac{10}{21} \quad (ii) \frac{5}{7} = \frac{2x}{98} \quad (iii) \frac{12}{x} = \frac{18}{45}$$

$$(iv) \frac{\frac{3.5}{5}}{5} = \frac{x}{15} \quad (v) \frac{x}{21} = \frac{3}{7} \quad (vi) \frac{26}{27} = \frac{13}{x}$$

2۔ مندرجہ ذیل میں x کی قیمت معلوم کیجیے۔

$$(i) 5 : 3 :: 7 : x \quad (ii) 6 : x :: 9 : 12 \quad (iii) x : 21 :: 3 : 7$$

$$(iv) 25 : 5 :: x : 8 \quad (v) 6 : 25 :: 30 : x \quad (vi) 7 : 6 :: 5 : x$$

- 3۔ ایک نقشہ میں 15 سینٹی میٹر 100 کلو میٹر کو ظاہر کرتا ہے۔ 625 کلو میٹر نقشے پر کتنے سینٹی میٹر ہو گا؟
- 4۔ ایک گاڑی 90 میل کا فاصلہ 15 لٹر پر ڈول میں کرتی ہے۔ 7 لٹر پر ڈول میں کتنا فاصلہ طے کرے گی؟
- 5۔ عرفات احمد 3 ہفتے میں 6300 روپے کام کرتا ہے۔ اس کی 5 دنوں کی آمدنی بتائیے۔ جبکہ عرفات احمد ہفتے میں 6 دن کام کرتا ہے۔
- 6۔ 32.5 سینٹی میٹر بھی تار کا وزن 5 کلوگرام ہے۔ بتائے 700 گرام وزن میں کتنے سیم بھی تار آئے گی؟
- 7۔ 45 سینٹی میٹر بھی رہن کی قیمت 2 روپے ہے۔ بتائے 15 میٹر بھی رہن کی قیمت کیا ہو گی؟
- 8۔ 2 منٹ 2 سینڈ کی ایک سیلی فون کا لپ پر 5 روپے کا خرچ آتا ہے۔ بتائے 70 سینڈ کی کا لپ پر کتنا خرچ آئے گا؟
- 9۔ ایک کام کو 50 آدمی مل کر 20 دن میں کر سکتے ہیں۔ اگر 10 آدمی چلے جائیں تو یہی کام کتنے دنوں میں ہو گا؟
- 10۔ 1200 جانور ایک چر اگاہ کو 25 دن میں چرتے ہیں۔ اگر 200 جانور چر دیے جائیں تو باقی جانور چر اگاہ کو کتنے دنوں میں چریں گے؟
- 11۔ ایک کمپ میں 72 ساہیوں کی 7 دن کی خوراک موجود تھی۔ اگر 12 ساہی اور آ جائیں تو یہ خوراک کتنے دن چلے گی؟
- 12۔ 35 آدمی مل کر ایک خندق 16 دن میں کھو دتے ہیں۔ 28 آدمی اسی خندق کو کتنے دنوں میں کھو دیں گے؟
- 13۔ ایک گاڑی 80 کلو میٹر فی گھنٹا کی رفتار سے ایک فاصلہ 15 گھنٹے میں طے کرتی ہے۔ بتائے 60 کلو میٹر فی گھنٹا کی رفتار وہی فاصلہ کتنی دیر میں طے کرے گی؟

پونٹ 3

صحیح اعداد (INTEGERS)

اس پونٹ میں ہم بحث کیسیں گے:

- ☆ نمبر لائن اور سمتی اعداد کا تصور
- ☆ نمبر لائن پر صحیح اعداد کی سمتی اعداد کے طور پر وضاحت
- ☆ سمتی اعداد پر جمع اور تفریق کے عوامل
- ☆ بڑے اور چھوٹے صحیح اعداد کا تصور
- ☆ بڑے چھوٹے نمبرز کے لیے علامات ">" اور "<" کا استعمال

3.1 صحیح اعداد اور سمیٰ اعداد کا تصور اور ان کا نمبر لائن پر اظہار

(Concept of Directed Numbers and Their Representation on Number Line)

ہم جانتے ہیں کہ پانی 100°C پر کھولتا ہے اور 0°C پر جم جاتا ہے۔ اسی طرح پارہ 39°C پر جاتا ہے۔ اسی طرح ہمیں صفر درج سے چھوٹے درجوں کی بھی ضرورت پڑتی ہے۔ صفر سے چھوٹے نمبرز کو ظاہر کرنے کے لئے منفی ”-“ اور بڑے نمبرز کو ظاہر کرنے کے لئے ثابت ”+“ کی علامت استعمال کی جاتی ہے لیکن عام طور پر ثبت نمبرز کے ساتھ ”+“ کی علامت کو ظاہر نہیں کیا جاتا۔ مثلاً

پانی 100°C پر کھولتا ہے جبکہ پارہ 39°C پر مجھد ہوتا ہے۔

اس لیے تمہارا میز پر صفر ڈگری سے کم ڈگری بھی ہوتی ہیں۔

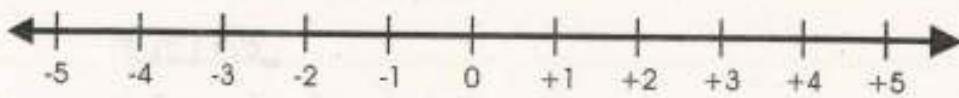
ہم اکثر سرد یوں میں صحیح کے وقت جب پاکستان کے مختلف شہروں کا نمبر پچھل پڑھتے ہیں تو ہمیں پڑھنا چلتا ہے کہ مختلف علاقوں کا نمبر پچھل مختلف ہے۔ مثال کے طور پر جنوری کے میئنے میں مختلف شہروں میں ایک دن کا صحیح $30:5$ بجے کا نمبر پچھل درج ذیل نیبل میں دکھایا گیا ہے۔

نمبر پچھل	شہر	نمبر شمار
$+10^{\circ}\text{C}$	لاہور	1
-3°C	مری	2
$+17^{\circ}\text{C}$	کراچی	3
-5°C	کونہنہ	4

اس نیبل سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ ”+“ اور ”-“ کی علامت نہ صرف بنیادی عوامل

کے لیے بلکہ کسی مقدار کے کم یا زیاد ہونے کی بھی نشاندہی کرتی ہے اور یہ علامت اس نمبر کا حصہ بن جاتی ہے۔ ایسے نمبرز کو ہم بالترتیب ثبت صحیح اعداد اور منفی صحیح اعداد کہتے ہیں۔ سب سے پہلے فرانس کے ریاضی دان رینے دیکارٹ (René Descartes) نے ثبت نمبرز اور منفی نمبرز کو نمبر لائن پر ظاہر کیا۔

صحیح اعداد کو نمبر لائن پر اس طرح ظاہر کیا جاتا ہے۔



اس نمبر لائن پر غور کرنے سے ہم یہ نتائج اخذ کرتے ہیں۔

”صفر سے دائیں طرف تمام ثبت نمبرز ہیں۔“

”صفر کے بائیں طرف تمام منفی نمبرز ہیں۔“

”ثبت نمبرز کی قیمت دائیں طرف بذریعہ بڑھ رہی ہے۔“

”منفی نمبرز کی قیمت بائیں طرف بذریعہ کم ہو رہی ہے۔“



نمبر لائن پر ظاہر ہونے والے ثبت اور منفی نمبرز متناہی اور مخالف سمت میں ہیں۔ اس لیے ثبت نمبرز کو ثبت سمتی اعداد اور منفی نمبرز کو منفی سمتی اعداد کہتے ہیں۔ ثبت، منفی نمبرز اور صفر کو مجموعی طور پر سمتی اعداد (Directed Numbers) کہتے ہیں۔

صحیح اعداد (Integers) سمتی اعداد بھی کہلاتے ہیں۔

ٹکل 3.1.1

سمتی اعداد کو دائیں باسیں، اوپر نیچے، آگے پیچے، شمال جنوب اور شرق غرباً ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

یاد رہے کہ

ثبت سمتی اعداد اور منفی سمتی اعداد ایک دوسرے کی مخالف سمت میں ہوتے ہیں۔

مثال کے طور پر شکل (3.1.1) میں

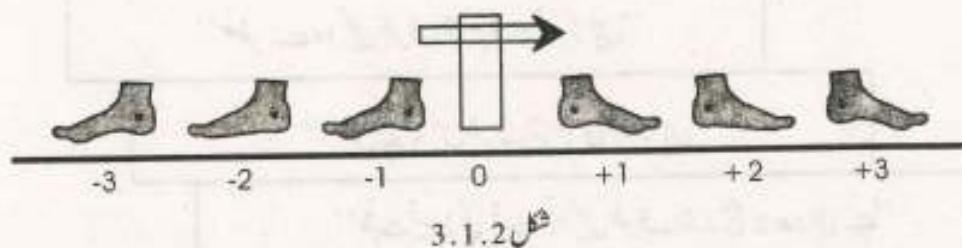
+4 میٹر سے مراد 4 میٹر شاہل کی طرف

-4 میٹر سے مراد 4 میٹر جنوب کی طرف

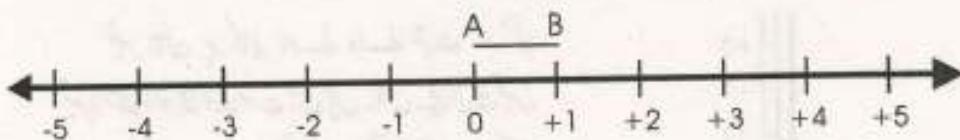
شکل (3.1.2) میں

+3 قدم سے مراد 3 قدم دائیں طرف

-3 قدم سے مراد 3 قدم باکیں طرف



ہم صحیح اعداد ... -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, ... کو اس طرح سے نمبر لائے پر ظاہر کر سکتے ہیں۔



نمبر لائن کھینچنے کے لیے:

(i) کسی لائے پر ایک نقطہ A لجئے اور اس کو صفر سے تعبیر کیجیے۔

(ii) لائے پر کوئی نقطہ B لے کر \overline{AB} (کی پیمائش کو) فاصلے کی اکالی تصور کیجیے۔

(iii) اب اس اکالی کے مطابق نقطہ A سے نقطہ B کی طرف یعنی A کے دائیں طرف نقاط لے کر ان کے مطابق ثبت نہ رہا اور نقطہ A کے باکیں طرف نقاط لے کر منفی نہ رہ لکھیے جیسا کہ

اوپر دی گئی شکل میں ظاہر کیا گیا ہے۔

دی گئی شکل میں $3+3$ اور $3-3$ - پر غور کرنے سے ہم دیکھتے ہیں کہ دونوں ففاظ، نقطہ A سے مخالف سمت میں برابر فاصلہ ظاہر کرتے ہیں۔ اس طرح $3+3$ اور $3-3$ - ایک دوسرے کے مخالف ہیں۔

سرگرمی:

نیچے دی ہوئی مقداروں میں سے موزوں ترین مقدار کا انتخاب کیجئے۔

1 - بخار میں نیچے کے جسم کا نیپر پیچہ ہوتا ہے۔

$-102^{\circ}\text{F}, +98^{\circ}\text{F}, +102^{\circ}\text{F}, -7^{\circ}\text{F}$

2 - گرمیوں کے موسم میں اکثر لا ہور کا نیپر پیچہ ہوتا ہے۔

$+175^{\circ}\text{C}, 39^{\circ}\text{C}, 0^{\circ}\text{C}, -45^{\circ}\text{C}$

3 - دسمبر میں اکثر کونہ کا نیپر پیچہ ہوتا ہے۔

$+87^{\circ}\text{C}, +65^{\circ}\text{C}, -4^{\circ}\text{C}, -78^{\circ}\text{C}$

4 - سردیوں میں نہانے کے لیے پانی کا خوش گوار نیپر پیچہ ہوتا ہے۔

$-18^{\circ}\text{C}, 0^{\circ}\text{C}, +4^{\circ}\text{C}, +25^{\circ}\text{C}$

3.1 مشق

یاد رکھیں:

اگر کسی نمبر سے پہلے ثبت یا منفی کی علامت لکھی ہوئی نہ ہو، تو وہ ثبت نمبر سمجھا جائے گا۔

مثلاً

1 - دیے گئے نمبر زکونہر لائن پر ظاہر کیجئے۔

$0, +1, +2, +3, +4, +5, \dots$ (i)

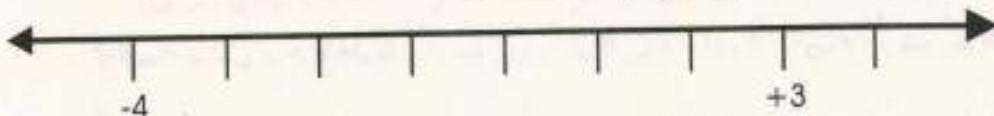
$\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0$ (ii)

$\dots, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, \dots$ (iii)

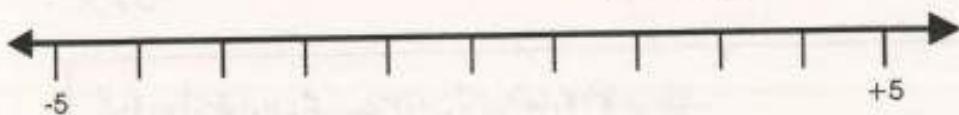
مثلاً

2۔ دی گئی نمبر لائن پر:

(i) -4 اور +3 کے درمیان نمبر لکھیے۔



(ii) -5 اور +5 کے درمیان نمبر لکھیے۔



3۔ نمبر لکھیے۔

(i) -59 اور -47 کے درمیان

(ii) +5 اور +10 کے درمیان

(iii) -1 اور +4 کے درمیان

(iv) +2 اور -5 کے درمیان

3.2 سنتی اعداد کی باہمی جمع

(Addition of Directed Numbers)

سنتی اعداد کی باہمی جمع کی مندرجہ ذیل صورتیں ممکن ہیں:

(i) ثابت سنتی اعداد کی جمع

(ii) مختی سنتی اعداد کی جمع

(iii) ثابت اور مختی عدد کی جمع

اب ہم ان تمام صورتوں میں سنتی اعداد کی جمع کے اصول سمجھتے ہیں۔

(i) ثابت سنتی اعداد کی جمع

مثال: جمع کیجئے

(i)

$$\begin{array}{r} + 7 \\ + 2 \\ \hline + 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{(ii)} \\
 + 15 \\
 + 12 \\
 \hline
 + 27
 \end{array}$$

$$\text{(iii)} (+5) + (+3) = +8 = (+3) + (+5)$$

دونہرزاں کی ترتیب بدلتے سے ان کے مجموعے میں کوئی تبدیلی نہ ہو تو اس حقیقت کو
جمع کی خاصیت مبادله کہتے ہیں۔

(ii) دو منفی سنتی اعداد کی جمع

(Addition of Two Negative Directed Numbers)

مثال: جمع کیجئے

$$\begin{array}{r}
 \text{(i)} \\
 - 6 \\
 - 4 \\
 \hline
 - 10
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{(ii)} \\
 - 23 \\
 - 15 \\
 \hline
 - 38
 \end{array}$$

$$\text{(iii)} \quad (-2) + (-3) = -5 = (-3) + (-2)$$

پس دو منفی سنتی اعداد میں بھی جمع کی خاصیت مبادله پائی جاتی ہے۔

(iii) ثابت اور منفی عدد کی جمع

(Addition of a Positive and a Negative Directed Number)

مثال: جمع کیجئے

$$\begin{array}{r}
 \text{(i)} \\
 + 9 \\
 - 5 \\
 \hline
 + 4
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 -25 \\
 +13 \\
 \hline
 -12
 \end{array}$$

(iii) $(-2) + (+4) = (+2) = (+4) + (-2)$

پس ان میں بھی جمع کی خاصیت مبادلہ پائی جاتی ہے۔

اہم نتائج

دوسرا اعداد کی حاصل جمع:

(i) کی علامت وہی ہوتی ہے، جو ہر سے نمبر کی ہوتی ہے۔

(ii) ان کا مجموع ہوتی ہے، جب ان کی علامتیں ایک جیسی ہوں۔

(iii) ان کا فرق ہوتی ہے، جب ان کی علامتیں مختلف ہوں۔

مشق 3.2

مندرجہ ذیل کو حل کیجئے۔

(i) $(+3) + (+1)$ (ii) $(-4) + (+7)$ (iii) $(-2) + (-3)$

(iv) $(+4) + (-3)$ (v) $(-4) + (+2)$ (vi) $(-5) + (-3)$

(vii) $(+17) + (-4)$ (viii) $(-9) + (-13)$ (ix) $(-5) + (+14)$

(x) $(+15) + (-2)$ (xi) $(-8) + (+12)$ (xii) $(-10) + (-2)$

3.3 سمعتی اعداد کی تفریق (Subtraction of Directed Numbers)

سمعتی اعداد میں تفریق کی مندرجہ ذیل صورتی ہوتی ہیں:-

(i) ثابت نمبر میں سے ثابت نمبر کی تفریق

(ii) مخفی نمبر میں سے مخفی نمبر کی تفریق

(iii) ثابت نمبر میں سے مخفی نمبر کی تفریق

(iv) مخفی نمبر میں سے ثابت نمبر کی تفریق

(i) ثابت نمبر میں سے ثابت نمبر کی تفریق

(Subtraction of a Positive Number from a Positive Number)

مثال: تفریق کیجئے۔

$$(i) \quad \begin{array}{r} + 9 \\ \pm 5 \\ \hline + 4 \end{array}$$

$$(ii) \quad \begin{array}{r} + 28 \\ \pm 15 \\ \hline + 13 \end{array}$$

(ii) مخفی نمبر میں سے مخفی نمبر کی تفریق

(Subtraction of a Negative Number from a Negative Number)

مثال: تفریق کیجئے

$$(i) \quad \begin{array}{r} - 8 \\ \mp 6 \\ \hline - 2 \end{array}$$

$$(ii) \quad \begin{array}{r} - 25 \\ \mp 12 \\ \hline - 13 \end{array}$$

(iii) مثبت نمبر میں سے منفی نمبر کی تفریق

(Subtraction of a Negative Number from a Positive Number)

مثال: تفریق کیجئے

$$\begin{array}{r} + \quad 4 \\ - \quad 3 \\ \hline + \quad 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + \quad 25 \\ - \quad 10 \\ \hline + \quad 35 \end{array}$$

(iv) منفی نمبر میں سے مثبت نمبر کی تفریق

(Subtraction of a Positive Number from a Negative Number)

مثال: تفریق کیجئے

$$\begin{array}{r} - \quad 4 \\ \pm \quad 3 \\ \hline - \quad 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - \quad 23 \\ \pm \quad 10 \\ \hline - \quad 33 \end{array}$$

کیا تفریق میں خاصیت
مبادلہ پائی جاتی ہے؟

کیا $(-3) - (+2)$ اور
 $(+2) - (-3)$ ایسا ہے؟

مشتق

- مندرجہ ذیل سوالات میں خالی جگہ پر کچھ۔

(i) $+ 9 + 5 = \dots$

(ii) $+ 8 + 4 = \dots$

$+ 9 - 5 = \dots$

$+ 8 - 4 = \dots$

$- 9 + 5 = \dots$

$- 8 - 4 = \dots$

$- 9 - 5 = \dots$

$- 8 + 4 = \dots$

(iii) $+ 10 + 5 = \dots$

(iv) $+ 5 - 15 = \dots$

$+ 10 - 5 = \dots$

$- 5 + 15 = \dots$

$- 10 + 5 = \dots$

$- 5 - 15 = \dots$

$- 10 - 5 = \dots$

$+ 5 + 15 = \dots$

- مندرجہ ذیل کوٹل کچھ۔

(i) $(+5) + (-2)$

(ii) $(-8) - (+12)$

(iii) $(-10) + (-2)$

(iv) $(+1) + (-4)$

(v) $(-3) + (-2)$

(vi) $(-4) - (-1)$

(vii) $(+15) - (+18)$

(viii) $(+5) - (-8)$

(ix) $(-5) - (-8)$

(x) $(-15) - (+8)$

(xi) $(+16) - (-3)$

(xii) $(-7) - (+4)$

(xiii) $(+19) - (-13)$

(xiv) $(-18) - (-13)$

(xv) $(-9) - (+3)$

- کٹل کچھ۔ 3

(i) $(+40) - (+20)$

(ii) $(+25) - (+65)$

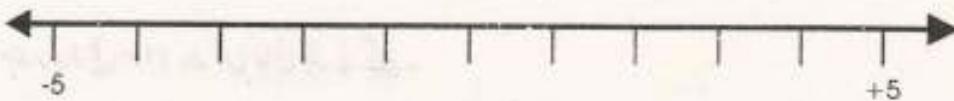
(iii) $(+100) - (-50)$

(iv) $(+120) - (-210)$

(v) $(-300) - (+250)$

(vi) $(-295) - (-305)$

3.4 نابراہی کی علامتیں



اوپر دی گئی نمبر لائیں پر غور کرنے سے ہم درج ذیل نتائج اخذ کرتے ہیں۔

“کسی خاص نمبر سے دائیں طرف والے تمام نمبرز بڑے ہیں۔”

“کسی خاص نمبر سے باکیں طرف والے تمام نمبرز چھوٹے ہیں۔”

“نمبرز باکیں طرف بتدربی تجھ بڑھ رہتے ہیں۔”

“نمبرز باکیں طرف بتدربی کم ہو رہے ہیں۔”

کیا آپ بتاسکتے ہیں؟

+5 ہے یا 5

صفر ہے یا 3

+3 ہے یا صفر

مثال 0 ہے -7 سے، $-1\frac{1}{2}$ ہے -4 سے، 25 ہے -12 سے، چھوٹا ہے 3

سے، $-5\frac{1}{2}$ ہے -11 سے، $-12\frac{1}{2}$ ہے -21 سے اور 27 ہے -

ہے 8 سے، جس طرح وہ نمبر کی براہی کے لیے علامت = استعمال ہوتی ہے۔ اسی طرح نابراہی

کیلئے علامتیں اور استعمال کی جاتی ہیں۔ مثلاً $13\frac{1}{2}$ ہے 6 سے کو 6 > $13\frac{1}{2}$ ہے 8 سے کو 8 > 13 اور $14\frac{1}{2}$ ہے 30 سے کو 30 > $14\frac{1}{2}$ ، ظاہر کیا جاتا ہے۔ نیز 9 ہے 11 سے کو 11 > 9، 10 ہے 5 سے کو 5 > 10 اور $16\frac{1}{2}$ ہے 4 سے کو 4 < $16\frac{1}{2}$ کھا جاتا ہے۔

مشق 3.4

1 - مندرجہ ذیل میں سے کون سے بیانات درست ہیں اور کون سے غلط؟

- (i) $+9 > +6$ (ii) $-6 > -5$ (iii) $-7 > -2$ (iv) $0 > -5$ (v) $-3 > +3$
 (vi) $0 < -10$ (vii) $-11 < -9$ (viii) $-2 < 0$ (ix) $+9 > +6$ (x) $-3 > -6$

2 - خالی جگہ میں ہر ایک ">", " \geq ", " \leq " یا "=". میں سے مناسب نشان لگائیے۔

- (i) $0 \dots -1$ (ii) $-(-4) \dots 4$ (iii) $3 \dots -7$ (iv) $-9 \dots -1$ (v) $-1 \dots 1$ (vi) $-6 \dots -(-6)$

3 - مندرجہ ذیل نمبرز کو ہر سے چھوٹے کی ترتیب سے لکھیے۔

- 2 , - 5 , 0 , -30 , 4 , -4

- 4 سے چھوٹے 7 نمبرز کو نمبر لائیں پر ظاہر کریں۔

- 5 سے بڑے 5 نمبرز کو نمبر لائیں پر ظاہر کریں۔

لیونٹ 4

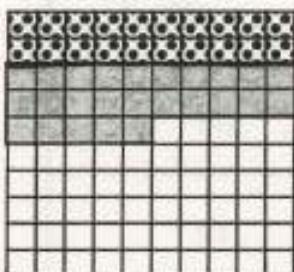
(PERCENTAGE %) فیصد

اس لیونٹ میں آپ سے کہیں گے:

- ☆ فیصد کا تصور
- ☆ فیصد، کسر عام اور کسر اعشاریہ کا آپس میں تعلق
- ☆ دی گئی مقدار کی فیصد معلوم کرنا
- ☆ فیصد دی گئی ہو تو مقدار کا لانا
- ☆ ایک مقدار کو دوسری مقدار کی فیصد میں بدلنا
- ☆ روزمرہ زندگی میں زکوٰۃ، نجیس، کشم، کیش، ڈسکاؤنٹ، نفع و نقصان سے متعلق مسائل میں فیصد کا استعمال

4.1 فیصد کا تصور (Concept of Percentage)

فیصد ایک لاطینی لفظ ہے جو کہ پر سنتم (Per-centum) سے لگتا ہے جس کے معنی ہیں "100 میں سے" اس کے لیے علامت "%" استعمال کی جاتی ہے۔ یعنی 12% کا مطلب ہوگا $\frac{12}{100}$ جس کو 12 فیصد پر حاجائے گا۔



مثال 1: سانچے کے مرربع (Square) کو 100 برابر خانوں میں تقسیم کیا گیا ہے اور ان میں سے 20 خانے نظر دار، 25 خانے سایہ دار اور باقی سفید ہیں۔ ان کو کسر عام میں اس طرح لکھتے ہیں۔

$$\frac{20}{100} = \text{نقطہ دار حصہ} = 20\%$$

اور 20 فیصد پڑھتے ہیں

ہتائیے شکل کا سفید حصہ کل شکل کا کتنے فیصد ہے؟

$$\frac{25}{100} = \text{سایہ دار حصہ}$$

$$= 25\%$$

با 25 فیصد

کسی مقدار کی فیصد سے مراد اس مقدار کا 100 میں سے حصہ ہے۔

4.2 فیصد، کسر عام اور کسر اعشاریہ کا آپس میں تعلق

(Relation among Percentage, Common Fraction and Decimal Fraction)

اب ہم فیصد، کسر عام اور کسر اعشاریہ کے درمیان باہمی تعلق کے بارے میں سمجھتے ہیں۔

4.2.1 فیصد کو کسر عام اور کسر اعشاریہ میں تبدیل کرنا

(Conversion of Percentage into Common and Decimal Fraction)

فیصد کو کسر عام میں تبدیل کرتے وقت % کے نشان کی بجائے نمبر کے بڑے میں 100 لکھا جاتا ہے اور کسر اعشاریہ میں بدلتے کے لیے دیے گئے نمبر کو 100 سے تقسیم کر کے لکھا جاتا ہے۔

فیصد	کسر عام	کسر اعشاریہ
5%	$\frac{5}{100}$.05
12%	$\frac{12}{100}$.12
115%	$\frac{115}{100}$	1.15
22.6%	$\frac{22.6}{100} = \frac{226}{1000}$.226

4.2.2 کسر اعشاریہ کو فیصد میں بدلتا

(Conversion of Decimal Fraction into Percentage)

مثال: 0.325 کو فیصد میں تبدیل کیجیے۔

$$0.325 = \frac{325}{1000} \quad \text{حل:}$$

$$= \frac{325}{10 \times 100}$$

$$= \frac{32.5}{100}$$

$$= 32.5\%$$

مثال سے ثابت ہوا کہ

کسر اعشاریہ میں نقطہ اعشاریہ کو دو درجہ دائیں طرف بر کار دیں تو وہ رقم فیصد میں تبدیل ہو جاتی ہے۔

4.2.3 کسر عام کو فیصد میں تبدیل کرنا

(Conversion of Common Fraction into Percentage)

کسی کسر عام کو فیصد میں تبدیل کرنے کے لیے اس کے مخرج (بٹے) میں 100 لاذا ضروری ہے۔ اس مقصد کے لیے کسر عام کو 100 سے ضرب دیتے ہیں اور 100 سے تقسیم کرتے ہیں۔ پھر نیچے والے 100 کو اسی طرح رکھ کر باقی رقموں سے بینے والی کسر کو محضرا کر لیتے ہیں۔ لیکن کسر عام کی شکل یا کسر اعشاریہ کی شکل میں (دیگری رقم کا فیصد ہوتی ہے)۔

مثال 1: $\frac{25}{8}$ کو فیصد میں تبدیل کیجیے۔

$$\text{حل: } \frac{25}{8} = \frac{25}{8} \times \frac{100}{100}$$

$$= \left(\frac{25}{8} \times 100^{25} \right) \times \frac{1}{100}$$

$$= \frac{625}{2} \times \frac{1}{100}$$

$$= 312.5 \times \frac{1}{100}$$

$$= 312.5\%$$

مثال 2: $\frac{13}{25}$ کو فیصد میں تبدیل کیجیے۔

$$\text{حل: } \frac{13}{25} = \frac{13 \times 100}{25 \times 100}$$

$$= \frac{13 \times 4}{100}$$

$$= \frac{52}{100}$$

$$= 52\%$$

مثال 3: $\frac{3}{5}$ کو فیصد میں تبدیل کیجئے۔

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 100}{5 \times 100} : \text{حل}$$

$$= \frac{3 \times 20}{100}$$

$$= \frac{60}{100}$$

$$= 60\%$$

مشق 4.1

1۔ ہبھی مثال کی طرح باقی خانے پر کیجئے۔

نمبر شار	فیصد	کسر عام	کسر اعشاریہ	نمبر شار	فیصد	کسر عام	کسر اعشاریہ
(i)	20%	$\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$	0.2	(xi)	$25\frac{2}{5}\%$		
(ii)		$\frac{1}{20}$		(xii)		$\frac{2}{3}$	
(iii)			0.73	(xiii)			0.375
(iv)	32%			(xiv)	$1\frac{1}{2}\%$		
(v)		$\frac{3}{50}$		(xv)		$\frac{3}{40}$	
(vi)			0.001	(xvi)			0.085
vii	$33\frac{1}{3}\%$			(xvii)	$\frac{4}{5}\%$		
(viii)		$\frac{3}{8}$		(xviii)		$3\frac{3}{5}$	
(ix)			0.4	(xix)			0.85
(x)	33.5%			(xx)	$\frac{7}{8}\%$		

2۔ حسیب کو 100 روپے جیب خرچ ملا۔ اس نے 40 روپے کی کتابیں اور 30 روپے کی کاپیاں خریدیں۔

ہتائے اس نے

(i) کتابوں پر کتنے فیصد خرچ کیا؟

(ii) کاپیوں پر کتنے فیصد خرچ کیا؟

(iii) اس کے پاس کتنے فیصد رقم بھی؟

3۔ ریل گازی کی رفتار 100 کلو میٹر فی گھنٹا تھی۔ نئی ریلوے لائن بچانے سے ریل گازی کی رفتار میں 35% اضافہ ہو گیا۔ ریل گازی کی نئی رفتار فی گھنٹا معلوم کریں۔

4۔ جنوری میں عرفان نے 100 روپے کی بھلی استعمال کی۔ فروری میں اس نے 27% بھلی کم خرچ کی۔ ہتائے فروری میں اس نے کتنے روپوں کی بھلی استعمال کی؟

5۔ انور کے پاس 100 روپے تھے۔ اس نے 70 روپے کی کتابیں خریدیں۔ باقی رقم سے اس نے ایک قلم خریدا۔ ہتائے اس نے قلم پر کتنے فیصد رقم خرچ کی؟

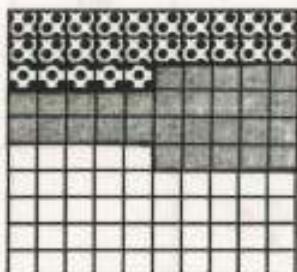
6۔ زمین کا 70% حصہ پانی ہے۔ ہتائے کتنے فیصد خشکی ہے؟

7۔ دی گئی شکل کو 100 برابر حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ ہتائے:

(i) نقطدار حصہ کل شکل کا کتنے فیصد ہے؟

(ii) سایہ دار حصہ کل شکل کا کتنے فیصد ہے؟

(iii) سفید حصہ کل شکل کا کتنے فیصد ہے؟



4.3 فیصد سے متعلق سوالات (Problems Related to Percentage)

اس میں ہم مندرجہ ذیل چار قسم کے مسائل حل کریں گے۔

1) ”فیصد میں دی گئی دو مقداروں میں سے بڑی یا چھوٹی مقدار معلوم کرنا،“

”دی گئی مقدار کی فیصد معلوم کرنا،“

”دی گئی فیصد سے مقدار معلوم کرنا،“

”ایک مقدار کو دوسری مقدار کی فیصد میں ظاہر کرنا،“

4.3.1 فیصد میں دی گئی دو مقداروں میں سے بڑی یا چھوٹی مقدار معلوم کرنا

(Finding Smaller or Bigger Quantity of the Two Quantities Given in Percentage)

مثال: دی گئی مقداروں میں سے کون سی مقدار بڑی ہے اور کتنا؟

$$10\% \text{ of } 80 \quad \text{or} \quad 20\% \text{ of } 25$$

$$20\% \text{ of } 25 = 25 \times \frac{20}{100} \quad \text{حل:}$$

$$= 5$$

$$10\% \text{ of } 80 = 80 \times \frac{10}{100}$$

$$= 8$$

لہذا دوسری مقدار بڑی ہے اور بقدر 3 بڑی ہے۔

4.3.2 دی گئی مقدار کی فیصد معلوم کرنا

(Finding Percentage of a Given Quantity)

مثال 1: ایک شرت کی قیمت 300 روپے ہے۔ اگر دو کامدار 15% رعایت دے تو اس نے کتنی رعایت دی؟

$$\text{حل: } \text{روپے } 300 = \text{ شرت کی اصل قیمت}$$

$$\text{روپے } 15\% \text{ کا } 300 = \text{رعایت}$$

$$= 300 \times \frac{15}{100}$$

$$= \text{روپے } 45$$

مثال 2: عطیہ نے اپنی دولت کا $\frac{1}{40}$ حصہ زکوٰۃ دی۔ بتائیے اس نے اپنی دولت کا کتنے فیصد زکوٰۃ دی؟

حل: پہلا طریقہ

$$\text{فرض کیا عطیہ کی دولت} \quad = \quad \text{روپے } 1$$

$$\text{زکوٰۃ} \quad = \quad \frac{1}{40} \times 1$$

$$= \frac{1 \times 100}{40 \times 100}$$

$$= \frac{100}{40} \times \frac{1}{100}$$

$$= \frac{5}{2} \times \frac{1}{100}$$

$$= 2.5 \times \frac{1}{100}$$

$$= 2.5\%$$

دوسرا طریقہ (یونیٹری میتحفظ)

$$\text{روپے } 40 = 1\% \text{ روپے پر زکوہ$$

$$\text{روپے } 1 = \frac{1}{40} \text{ روپے پر زکوہ}$$

$$\text{روپے } 100 = \frac{1}{40} \times 100$$

$$= \frac{10}{4}$$

$$= 2.5\%$$

4.3.3 دی گئی فہد سے مقدار معلوم کرنا

(Finding the Quantity when Percentage is Given)

مثال 1: عدناں اپنی ماہانہ آمدنی کا 15% بل ادا کرتا ہے۔ اگر بل کی رقم 3000 روپے ہو تو اس کی کل تنخواہ معلوم کیجیے؟

$$\text{حل: } \text{بل کی رقم} = \frac{15}{100} \times 3000$$

$$\text{روپے } x = \text{فرض کیا آمدنی}$$

$$15\% \text{ کا } x = x \times \frac{15}{100}$$

$$x \times \frac{15}{100} = 3000 \quad (\text{شرط سوال کے مطابق})$$

$$\therefore x \times \frac{15}{100} \times \frac{100}{15} = 3000 \times \frac{100}{15}$$

طرفین کو $\frac{100}{15}$ سے ضرب دینے سے
 $x = 3000 \times \frac{100}{15}$ روپے

$$x = 20,000 \text{ روپے}$$

مثال 2: عبادہ اپنی تکنواہ کا 125% اپنے بچوں کی تعلیم پر خرچ کرتا ہے۔ اگر یہ رقم 1500 روپے ہو تو عبادہ کی ماہانہ تکنواہ کیا ہوگی؟

حل: ہم جانتے ہیں کہ تکنواہ کا 25% = روپے 1500

$$\text{روپے } x = \text{فرض کیا تکنواہ}$$

$$25\% \text{ of } x = x \times \frac{25}{100} \text{ روپے}$$

$$x \times \frac{25}{100} = 1500 \text{ روپے} \quad (\text{شرط سوال کے مطابق})$$

طرفین کو $\frac{100}{25}$ سے ضرب دینے سے
 $x \times \frac{25}{100} \times \frac{100}{25} = 1500 \times \frac{100}{25}$ روپے

$$x = 1500 \times \frac{100}{25} \text{ روپے}$$

$$= 6000 \text{ روپے}$$

ہتائیے: اسد نے 70 نیصد اور قیم نے 65 نیصد نمبر حاصل کیے اسدنے قیم سے کتنے نیصد نمبر زیادہ حاصل کیے۔

4.3.4 ایک مقدار کو دوسری مقدار کی فیصد میں ظاہر کرنا

(Reducing One Quantity as a Percentage of another)

مثال 1: نہیں 850 میں سے 680 نمبر حاصل کرتا ہے۔ اس کے حاصل کردہ نمبروں کی فیصد بتائیے۔

حل: پہلا طریقہ

$$680 : 850 = \frac{680}{850}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{680 \times 100}{850 \times 100} \\ &= \frac{68000}{850} \times \frac{1}{100} \\ &= \frac{80}{100} \\ &= 80\% \end{aligned}$$

ڈراسوچے!

اگر

$$\frac{x}{60} \% = 10$$

؛

$$x = ?$$

دوسرा طریقہ (پونیزی میٹھا)

$$850 \text{ میں سے جتنے نمبر حاصل کیے}$$

$$1 \text{ میں سے جتنے نمبر حاصل کیے} = \frac{680}{850}$$

$$\begin{aligned} 100 \text{ میں سے جتنے نمبر حاصل کیے} &= \frac{680}{850} \times 100 \\ &= 80 \\ \text{حاصل کردہ نمبر} &= 80\% \end{aligned}$$

کیا آپ بتاسکتے ہیں؟

مقصود کی تجوہ میں 10% اضافہ ہوا اور سرور کی تجوہ میں 20% اضافہ ہوا۔ کس کی تجوہ بڑھی اور کتنے فیصد؟

مثال 2: احمد حسن کے پاس 500 روپے تھے۔ اس نے 200 روپے فاطمہ کو دے دیے۔ بتائیے اس نے اپنی رقم کا کتنے فیصد فاطمہ کو دیا؟

حل: $\text{روپے } 200 = \text{ روپے } 500 \text{ میں سے جتنے روپے دیے}$

$$\text{روپے } \frac{200}{500} = 1 \text{ روپے میں سے جتنے روپے دیے}$$

$$\begin{aligned} \text{روپے } 100 &= \frac{200}{500} \times 100 \\ &= 40 \end{aligned}$$

پس احمد حسن نے اپنی رقم کا 40% فاطمہ کو دیا۔

مشق 4.2

1۔ مندرجہ ذیل مقداریں معلوم کیجئے۔

- | | |
|----------------------------------|---------------|
| 40 کا 10 فیصد | 70 کا 40 فیصد |
| 30 کا 300 فیصد | 50 کا 50 فیصد |
| 2۔ کون سی مقدار بڑی ہے اور کتنی؟ | |

40% کا 500 یا 60% کا 300 (i)

30% کا 860 یا 24% کا 600 (ii)

35% کا 900 یا 25% کا 780 (iii)

3۔ 40 لاکوں میں سے 4 لاکے فیل ہو گئے۔ بتائیے کتنے فیصد لاکے فیل ہوئے اور کتنے فیصد پاس ہوئے۔

- 4 - 25 لاکوں میں سے 20 لاکے روزانہ سیر کرتے ہیں۔ بتائیے کتنے فیصد لاکے روزانہ سیر کرتے ہیں؟
- 5 - ایک سکول کے 250 لاکوں نے آٹھویں جماعت میں وظیفے کا امتحان دیا۔ ان میں سے صرف 10 فیصد لاکوں نے وظیفہ حاصل کیا۔ بتائیے کتنے لاکوں کو وظیفہ ملا؟
- 6 - رحمت علی نے ایک قریب 50,000 روپے میں خریدا۔ لیکن قیمت کا صرف 125% ادا کیا اور باقی رقم فصل کی کتابی کے بعد دینے کا وعدہ کیا۔ بتائیے اس نے کتنی رقم ادا کی اور کتنی رقم فصل کی کتابی کے بعد دینے کا وعدہ کیا۔
- 7 - جہانزیب نے کچھ اٹھے خریدے جن میں سے 20% اٹھے خراب نکلے۔ اگر خراب اٹھے 72 ہوں تو بتائیے جہانزیب نے کل کتنے اٹھے خریدے؟
- 8 - فیصل آباد میں 36000 سڑیت لائنس لگائی گئی ہیں جن میں سے صرف 12000 کام کر رہی ہیں۔ بتائیے کتنے فیصد سڑیت لائنس کام کر رہی ہیں۔
- 9 - لاہور میں اس وقت 6,00,000 گاڑیاں چل رہی ہیں جن میں 120,000 دھواں دیتی ہیں۔ بتائیے کتنے فیصد گاڑیاں دھواں نہیں دیتیں۔
- 10 - حمزہ نے ایکشن میں ڈالے جانے والے کل دونوں کا 52 فیصد ووٹ حاصل کیے۔ اگر کل 60,500 ووٹروں نے ووٹ ڈالے ہوں تو بتائیے حمزہ نے کتنے ووٹ حاصل کیے۔
- 11 - ایک سکول کے 1200 طلباء میں سے 7% طلباء سائیکل پر سکول آتے ہیں۔ باقی طلباء پیدل آتے ہیں۔ پیدل آنے والے طلباء کی تعداد بتائیے؟
- 12 - اجیارہ فاروق نے ایک کتاب کے 144 صفحات پڑھ لیے۔ اگر اس نے کتاب کے کل کتنے صفحات کا 72% پڑھ لیا ہو تو بتائیے اس کتاب کے کل کتنے صفحات تھے؟
- 13 - عینا کی سالانہ آمدنی 60,000 روپے ہے۔ اگر وہ ماہوار 4000 روپے خرچ کر رہی ہو تو بتائیے وہ اپنی آمدنی کا کتنے فیصد خرچ کر رہی ہے؟

- 14۔ ایک امتحان میں 10,000 لاکے شریک ہوئے جن میں سے 325 لاکے فیل ہو گئے۔ ہتائے کتنے فیصد لاکے فیل ہوئے اور کتنے فیصد کامیاب ہوئے؟
- 15۔ ایک میز اور کرسی کی مجموعی قیمت 1300 روپے ہے۔ کرسی کی قیمت کل قیمت کا 25% ہے۔ میز اور کرسی کی علیحدہ علیحدہ قیمت ہتائے۔
- 16۔ حیدر علی اپنی ماہوار آمدنی کا 72% خرچ کرتا ہے اور 560 روپے میں سے ہبھاتا ہے۔ اسکی ماہوار آمدنی معلوم کیجئے۔
- 17۔ تیل کے ڈب میں سے 5% تیل بہہ گیا۔ ڈب میں 19 کلوگرام تیل باقی رہ گیا۔ ہتائے ڈب میں کل کتنے کلوگرام تیل تھا؟
- 18۔ ٹلو نے 5 روپے کی کتاب بر عاشر قیمت پر 4 روپے میں دی۔ ہتائے اس نے کتنے فیصد رعایت دی؟

4.4 فیصد کا روزمرہ زندگی میں استعمال

(Use of Percentage in Every Day Life)

فیصد کا استعمال زیادہ تر مندرجہ ذیل صورتوں میں ہوتا ہے۔
زکوٰۃ، اکٹم ٹکس، پر اپنی ٹکس، کشم ڈیوٹی، کیمیشن، ڈسکاؤنٹ، نفع و نقصان وغیرہ۔

4.4.1 زکوٰۃ (Zakat)

زکوٰۃ اسلام کے پانچ اركان میں سے ایک اہم رکن ہے جو کہ سال بھر ملکیت میں رہنے والے مال پر 2.5% کے حساب سے ادا کی جاتی ہے۔

مثال 1: حجزہ آفاقی کے پاس 30,000 روپے کی رقم ایک سال تک رہی۔ ہتائے حجزہ کتنے روپے زکوٰۃ ادا کرے گا؟

حل: رقم جس پر زکوٰۃ واجب ہے

$$= \frac{1}{2} \% \text{ of } 30,000$$

$$= \frac{5}{2} \%$$

$$\text{روپے } \frac{5}{2} \% \text{ کا رقم } = \text{زکوٰۃ کی رقم}$$

$$\text{روپے } \frac{5}{2} \times \frac{1}{100} \times 30000 \\ \text{روپے } 750$$

مثال 2: بہرہ نے ایک سال 5000 روپے زکوٰۃ ادا کی۔ جیسا ہے اس نے زکوٰۃ کتنی رقم پر ادا کی؟

حل:

$$\text{روپے } 5000 = \text{زکوٰۃ کی رقم}$$

$$\text{روپے } x = \text{فرض کیا رقم جس پر زکوٰۃ واجب ہے}$$

$$\text{روپے } \frac{5}{2} \% \text{ کا } x = 5000$$

$$\text{روپے } \frac{5}{2} \% \text{ کا } x = 5000$$

$$\text{روپے } \frac{5}{2} \times \frac{1}{100} \times x = 5000$$

$$x = \frac{5000 \times 2 \times 100}{5} \text{ سے ضرب دینے سے } \frac{2 \times 100}{5}$$

$$\text{روپے } x = 200000$$

4.4.2 اکٹم ٹکس (Income Tax)

اکٹم ٹکس کا رو بار حکومت چلانے کے لئے عوام سے ان کی آمدنی پر حکومت کی مقرر کردہ شرح سے لیا جاتا ہے اور یہ شرح وقت فرما قابل ترقیتی ہے۔

مثال: ڈوالتر نے سال کے آخر میں اپنی کل آمدنی پر 25% کے حساب سے 800 روپے اکٹم ٹکس ادا کی۔ اگر پہلے 60,000 روپے پر ٹکس معاف ہو تو اس کی کل آمدنی ہتا ہے۔

$$\text{حل: } \text{روپے } 800 = \text{ٹکس کی کل رقم}$$

$$\text{روپے } x = \text{فرض کیا قابل ٹکس آمدنی}$$

$$\text{روپے } 25\% \text{ کا } x = 800$$

$$25 \times \frac{1}{100} \times x = 800 \quad \text{روپے}$$

$$25 \times \frac{1}{100} \times x \times \frac{100}{25} = 800 \times \frac{100}{25} \quad \text{دوں طرف } \frac{100}{25} \text{ سے ضرب دینے سے}$$

$$x = 3200 \quad \text{روپے}$$

روپے 60,000 = آمدنی جس پر نیکس معاف ہے۔

روپے 60,000 + 3200 = کل آمدنی

4.4.3 پراپرٹی نیکس (Property Tax)

کاروبار حکومت چلانے کے لیے عوام سے ان کی جانب ادا پر حکومت کی مقرر کردہ شرح سے پراپرٹی نیکس وصول کیا جاتا ہے۔

مثال: طاہرہ نے سال کے آخر میں اپنی 150000 روپے کی جانب ادا پر 5% کے حساب سے کتنا پراپرٹی نیکس ادا کیا؟

حل: روپے 150000 = جانب ادا کی کل مالیت

5% = شرح نیکس

روپے 150000 روپے کا 5% = پراپرٹی نیکس کی رقم

$$= 5 \times \frac{1}{100} \times 150000$$

$$= 7500 \quad \text{روپے}$$

4.4.4 کشم ڈیوٹی (Custom Duty)

بیرون ملک سے لائے جانے والے سامان پر لگائے گئے نیکس کو کشم ڈیوٹی کہتے ہیں جو کہ گورنمنٹ کی مقرر کردہ شرح سے وصول کی جاتی ہے۔

مثال: عمر نے 25000 روپے کے مال پر 1250 روپے کشم ڈیوٹی ادا کی۔ ہتائیے اس نے کشم ڈیوٹی کتنے

نی صد کی شرح سے ادا کی؟

$$\begin{aligned}
 \text{حل:} \\
 \text{روپے } 25000 &= \text{کل مالیت} \\
 \text{روپے } 1250 &= \text{کشم ذیوٹی} \\
 \text{روپے } 1250 &= \text{روپے } 25000 \text{ پر کشم ذیوٹی} \\
 1250 &= \frac{1250}{25000} \\
 \text{روپے } 100 &= \frac{1250}{25000} \times 100 \\
 \text{کشم کی شرح نی صد} &= 5\%
 \end{aligned}$$

مشق 4.3

1 - مندرجہ ذیل رقم پر زکوٰۃ معلوم کیجیے۔

(i) 18500 (ii) 450,000 (iii) 75,000

2 - اگر زکوٰۃ کی رقم مندرجہ ذیل ہو تو سال بھر ملکیت میں رہنے والی رقم تا ہے۔

(i) 1500 (ii) 25,000 (iii) 2500

3 - تیکس معلوم کیجیے۔

(i) 307,500 (ii) 307,500 کی جائیداد پر $\frac{1}{5}$ کی شرح سے۔

300,000 روپے کی آمدی پر 5% کی شرح سے جبکہ پہلے 60,000 روپے پر تیکس معاف ہو۔

675,000 روپے کی مالیت پر 10% سے جبکہ پہلے 60,000 روپے کی مالیت پر تیکس معاف ہو۔

4 - اگر تیکس کی شرح 15% ہو اور ادا کردہ تیکس کی رقم مندرجہ ذیل ہو تو قابل تیکس سالانہ آمدی تا ہے۔

(i) 6755 (ii) 8600 (iii) 6500

5 - ذوالقمر نین حیدر کو 2.5% سالانہ کے حساب سے 80,000 روپے کی رقم پر کتنی زکوٰۃ ادا کرنا ہوگی؟

- 6۔ جلیل نے 350,000 روپے کی بچت پر زکوٰۃ ادا کی ہے۔ بتائیے اس نے کتنی زکوٰۃ ادا کی؟
- 7۔ روہینہ نے 2.5% سالانہ کے حساب سے 6000 روپے زکوٰۃ ادا کی۔ بتائیے اس نے کتنی رقم پر زکوٰۃ ادا کی؟
- 8۔ عبدالجید نے 1550 روپے زکوٰۃ ادا کی۔ بتائیے اس نے کتنی مالیت کے مال پر زکوٰۃ ادا کی۔
- 9۔ علی اصغر کے مکان کی مالیت برائے پر اپنی تیکس 3,70,600 روپے ہے۔ اگر پر اپنی تیکس کی شرح 2% سالانہ ہو تو بتائیے اسے ایک سال میں کتنا پر اپنی تیکس ادا کرنا پڑے گا؟
- 10۔ عزیز نے اپنے مکان کی مالیت پر 2% سالانہ شرح کے حساب سے 3050 روپے پر اپنی تیکس ادا کیا۔ اس کے مکان کی مالیت برائے پر اپنی تیکس معلوم کیجیے۔
- 11۔ شاہد 1.5% شرح کے حساب سے بچل کو شہر لانے پر 450 روپے نول تیکس ادا کرتا ہے۔ اس بچل کی مالیت معلوم کیجیے۔ جس پر نول تیکس ادا کیا گیا؟
- 12۔ ایک کمپنی نے 65,00,000 روپے کا مال درآمد کیا۔ اس کمپنی نے 120% کے حساب سے کشم ادا کیا۔ بتائیے یہ مال اب کمپنی کو کتنے میں پڑا۔
- 13۔ اگر کچھ مال پر 80% کے حساب سے 45,000 روپے کشم ادا کیا گیا ہو تو مال کی قیمت معلوم کیجیے۔

4.4.5 کمیشن (Commission)

کمیشن وہ رقم ہے جو مکان، جانکاری، ساز و سامان کی خرید و فروخت کروانے والا ایجنس معاملے کے طور پر لیتا ہے۔

مثال: 2300 روپے کا مال بیچنے پر شہام فاروق کو 7 فیصد کے حساب سے کتنا کمیشن ملا۔

$$\text{حل:} \quad \text{کل رقم} = 2300 \quad \text{کمیشن کی شرح} = 7\%$$

$$\text{کمیشن کی رقم} = 7\% \text{ کا } 2300 = 161$$

$$= 7 \times \frac{1}{100} \times 2300 \\ = 161$$

4.4.6 ڈسکاؤنٹ (Discount)

سامان کی خرید و فروخت پر رعایت کی جانے والی رقم ڈسکاؤنٹ کہلاتی ہے۔

مثال: عائش نے ایک کتب فروش سے 620 روپے کی کتابیں خریدیں۔ اس نے اس پر 10% ڈسکاؤنٹ دیا۔ بتائیے عائش نے جتنی رقم ادا کی؟

$$\text{حل:} \quad \text{روپے } 620 = \text{کتب کی قیمت}$$

$$10\% = \text{ڈسکاؤنٹ کی شرح}$$

$$10\% \text{ of } 620 = \text{ڈسکاؤنٹ کی رقم}$$

$$= 10 \times \frac{1}{100} \times 620$$

$$= 62$$

$$\text{روپے}(620 - 62) = \text{عائش نے جتنی رقم ادا کی}$$

$$= 558$$

مشق 4.4

1- حسیب نے 2% کے حساب سے کمیشن کاٹ کر ایک زمیندار کو 3430 روپے دیے۔ بتائیے زمیندار کا مال کرنے میں فروخت ہوا۔

2- ایک کمیشن ایجنت نے ایک پرانے موڑ سائیکل کا 5000 روپے میں سودا کروایا اور 3% کمیشن دونوں طرف سے لی۔ بتائیے بیچنے والے کو کیا ملا اور خریدار نے کتنی رقم ادا کی۔ کمیشن ایجنت کی کمیشن بھی معلوم کیجئے۔

3- اگر شرح کمیشن 2% ہو تو عامر کو کتنے مالیت کے سامان کا سودا کروانے پر 102.50 روپے کمیشن کے وصول ہوں گے۔

4- گل زیب نے ایک پلاٹ 25000 روپے میں فروخت کیا اور 2% کمیشن دونوں طرف سے کافی۔

- ہتا یے بیچنے والے کو کیا ملا اور خریدار نے کتنی رقم ادا کی۔ گل زیب کا کمیشن بھی معلوم کیجئے۔
- 5۔ عاقب نے ایک زمیندار کی 21,000 روپے کی گندم فروخت کروائی اور 7 فصد کے حساب سے اپنا کمیشن لیا۔ ہتا یے زمیندار کو کتنی رقم ملی؟
- 6۔ ایک کمپنی اپنے ایجنتوں کو 15% کمیشن پر مال دیتی ہے۔ ایک چیز کی قیمت فروخت 360 روپے ہوتی ہے اس پر ایجنت کی کمیشن کتنے روپے بھتی ہے؟
- 7۔ اصل چیزوں کی اصل قیمت خرید سے ان پر 40% زیادہ لکھ دیتا ہے۔ پھر وہ بیچنے وقت لکھی ہوئی قیمت پر 20% کم کا اعلان کرتا ہے۔ جس چیز کی اصل قیمت خرید 0240 روپے تھی اس پر لکھی ہوئی قیمت اور اصل قیمت فروخت ہتا یے۔
- 8۔ اریش نے 20% کم کا اعلان پر 1560 روپے کی کتابیں فروخت کیں۔ ہتا یے کتابوں کی اصل قیمت کیا تھی؟

4.5 نفع اور نقصان (Profit and Loss)

اسامان کی قیمت خرید اور قیمت فروخت کا فرق نفع یا نقصان کہلاتا ہے۔ اگر قیمت فروخت، قیمت خرید سے زیادہ ہو تو نفع ہوتا ہے اور اگر قیمت فروخت قیمت خرید سے کم ہو تو نقصان ہوتا ہے۔

$$\text{قیمت خرید} - \text{قیمت فروخت} = \text{نفع}$$

$$\text{قیمت فروخت} - \text{قیمت خرید} = \text{نقصان}$$

$$\frac{\text{نفع}}{\text{قیمت خرید}} \times 100 = \text{نفع فیصد}$$

$$\frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100 = \text{نقصان فیصد}$$

مثال 1: ثامد بن زید نے ایک گھری 370 روپے میں خریدی اور 140 روپے اس کی مرمت پر خرچ کیے۔ اگر مرمت کرنے کے بعد ہر ٹن 720 روپے میں فروخت کی جائے تو نفع یا نقصان معلوم کیجیے۔

$$\text{حل: } \text{روپے } 370 = \text{قیمت خرید}$$

$$\text{روپے } 140 = \text{مرمت کا خرچ}$$

$$\text{روپے } 370 + 140 = 510 = \text{کل لاگت}$$

$$\text{روپے } 720 = \text{قیمت فروخت}$$

$$\text{کل لاگت} - \text{قیمت فروخت} = \text{نفع}$$

$$\text{روپے } 720 - 510 = 210 = \text{نفع}$$

مثال 2: رفیق نے لٹھے کا 40 میٹر کا تھان 1200 روپے میں خرید کر 25 میٹر لٹھے کی بحساب 30 روپے فی میٹر بیچا۔ لٹھے کا بھاڑک جانے سے باقی تھا 20 روپے فی میٹر بیچا پر ایسا۔ اس کا نفع یا نقصان معلوم کیجیے۔

$$\text{حل: } \text{روپے } 1200 = 40 \text{ میٹر لٹھے کی قیمت خرید}$$

$$\text{روپے } 25 = 25 \times 30 = 750 \text{ میٹر لٹھے کی قیمت فروخت بحساب } 30 \text{ روپے فی میٹر}$$

$$\text{میٹر } 40 - 25 = 15 = \text{باقی لٹھے}$$

$$\text{روپے } 300 = 15 \times 20 = 300 \text{ میٹر لٹھے کی قیمت فروخت بحساب } 20 \text{ روپے فی میٹر}$$

$$\text{روپے } 750 + 300 = \text{کل قیمت فروخت}$$

$$\text{روپے } 1050$$

چونکہ قیمت خرید، قیمت فروخت سے زیادہ ہے اس لیے رفیق کو اس کا رو بار میں نقصان ہوا ہے۔

$$\text{قیمت فروخت} - \text{قیمت خرید} = \text{نقصان}$$

$$\text{روپے } 1200 - 1050$$

$$\text{روپے } 150$$

مثال 3: محمود نے ایک ہے ایک ہے 15500 روپے میں خرید کر 16740 روپے میں فروخت کر دی۔ اس کا نفع یا نقصان فیصد معلوم کیجیے۔

$$\text{حل: } \text{روپے } 15500 = \text{قیمت خرید}$$

$$\text{روپے } 16740 = \text{قیمت فروخت}$$

$$\text{قیمت خرید} - \text{قیمت فروخت} = \text{لنس}$$

$$= \text{روپے } 16740 - 15500$$

$$= \text{روپے } 1240$$

$$\frac{\text{لنس}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

$$= \frac{1240}{15500} \times 100$$

$$= 8\%$$

چونکہ قیمت فروخت، قیمت خرید سے زیاد ہے اس لیے محمود کو سودے میں لنس ہوا ہے۔

مثال 4: فیصل نے ایک کپڑے دھونے کی مشین 8000 رупے میں خریدی اور اسے 7000 رупے میں فروخت کر دیا۔ بتائیے اسے کتنے فیصد نقصان ہوا؟

$$\text{حل: } \text{روپے } 8000 = \text{قیمت خرید}$$

$$\text{روپے } 7000 = \text{قیمت فروخت}$$

$$\text{قیمت فروخت} - \text{قیمت خرید} = \text{نقصان}$$

$$= \text{روپے } 8000 - 7000$$

$$= \text{روپے } 1000$$

$$\frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

$$= \frac{1000}{8000} \times 100$$

$$= \frac{25}{2} \% = 12.5\%$$

چوکہ قیمت خرید، قیمت فروخت سے زیادہ ہے اس لیے فیصل کواس کا رو بار میں نقصان ہوا ہے۔

مشتق 4.5

- 1 - طاہر نے ایک قلم 25 روپے میں خریدا اور 30 روپے کا بیچ دیا۔ اس نے کتنا نفع کیا؟
- 2 - ایک میز 500 روپے میں خرید کر 450 روپے میں پہنچ گئی۔ بتائیے نفع ہوا یا نقصان اور کتنا؟
- 3 - مشاء نے ایک درجن چاقو 48 روپے میں خریدے اور 8 روپے فی چاقو کے حساب سے فروخت کر دیے۔ اس کا نفع یا نقصان بتائیے۔
- 4 - مریم نے 50 روپے میں 5 کلو روزی خریدی اور 12 روپے فی کلو کے حساب سے فروخت کر دی۔ اس کا نفع یا نقصان بتائیے۔
- 5 - محسن خورشید نے ایک پرانی سائیکل 1500 روپے میں خریدی۔ 250 روپے اس کی مرمت پر خرچ ہو گئے اور پھر 1900 روپے میں فروخت کر دی۔ بتائیے اسے کتنا نفع ہوا؟
- 6 - ایک درجن اٹھے 30 روپے میں خرید کر 3 روپے فی اٹھا کے حساب سے فروخت کیے۔ نفع یا نقصان فیض میں معلوم کیجیے۔
- 7 - ماہین نے 1224 اٹھے 25 روپے فی درجن کے حساب سے خریدے۔ 18 اٹھے گندے لگلے۔ باقی اس نے 50 روپے فی کوڑی کے حساب سے فروخت کر دیے۔ بتائیے اسے کتنے فیصد نفع یا نقصان ہوا۔
- (1 کوڑی = 20 چینیں)
- 8 - گفریب نے کچی سے بھرے ہوئے چار کنتر 2800 روپے میں خریدے۔ ہر کنتر میں 16 کلو گھنی تھا۔ ایک کنتر پکتا تھا۔ اس میں سے چار کلو گھنی بہہ گیا۔ باقی کو اس نے 45 روپے فی کلو کے حساب سے فروخت کر دیا۔ اس کا نفع یا نقصان فیصد بتائیے۔

- 9۔ ایک دکان پر ایک بستہ میں 60000 روپے کی بکری ہوئی۔ اس مال کی خرید 40000 روپے تھی اور دیگر اخراجات قیمت خرید کا 25 فیصد ہوئے۔ دکاندار کا نفع فی صد تائیں۔
- 10۔ شاہزادب نے 600 کلوگرام پیاز 200 روپے فی 40 کلوگرام کے حساب سے خریدار 120 کلو پیاز خراب ہو گیا۔
- باقی کو اس نے 6 روپے فی کلو کے حساب سے فروخت کر دیا۔ اس کا نفع یا نقصان فیصد تائیں۔
- 11۔ احمد شیریار نے 10 رم کا نقد 200 روپے فی رم کے حساب سے خریدے اور 12 روپے فی دست کے حساب سے فروخت کر دیے۔ اس کا نفع یا نقصان فیصد معلوم کیجیے۔ (20 = ایک رم میں دستوں کی تعداد)
- 12۔ ایک سو داگر نے 25 بیل 16000 روپے فی بیل کے حساب سے خریدے۔ ان میں سے 5 بیل اس نے 14000 روپے فی بیل کے حساب سے فروخت کر دیے اور باقی کو یک مشت 4 لاکھ روپے میں تقسیم کیا۔ اس کا کل نفع یا نقصان فی صد معلوم کیجیے۔

ایونٹ 5

او سط (AVERAGE)

اس یونٹ میں ہم یکھیں گے:

- ☆ دی گئی مقداروں کا مجموعہ اور تعداد معلوم ہونے پر او سط معلوم کرنا
- ☆ او سط اور تعداد معلوم ہونے پر مقداروں کا مجموعہ معلوم کرنا
- ☆ مجموعہ اور او سط معلوم ہونے پر مقداروں کی تعداد معلوم کرنا
- ☆ مختلف مقداروں کی مختلف تعداد کی وزن شدہ او سط معلوم کرنا
- ☆ روزمرہ زندگی میں وزن شدہ او سط سے متعلقہ مسائل کو حل کرنا

5.1 اوسط (Average)

پانچ یہ جماعت میں ہم پڑھ کر ہیں کہ

اوسم سے مراد ایک ایسی مقدار ہوتی ہے جو چند دیگئی مقداروں کی نمائندگی کرتی ہے۔

اوسم معلوم کرنے کا فارمولہ یہ ہے:

$$\frac{\text{مقداروں کا مجموع}}{\text{مقداروں کی تعداد}} = \text{اوسم}$$

مثال 1: انظام الحج نے پانچ انگلز میں ہاتھ ترتیب، 49, 15, 112, 30, 124 روز بنائے۔ اس کے روز کی اوسم فی انگلز معلوم کیجیے۔

$$\text{حل:} \quad \text{پانچ انگلز میں روز} = 124, 15, 112, 30, 49$$

$$\begin{aligned} &= 124 + 15 + 112 + 30 + 49 \\ &= 330 \end{aligned}$$

$$\text{کل انگلز} = 5$$

$$\text{روز} = \frac{330}{5} = \text{اوسم روز فی انگلز}$$

$$= 66$$

پس مطلوبہ اوسم 66 روز فی انگلز ہے۔

مثال 2: ایک ہفتے کے دوران میں کل بارش 17.5 سینٹی میٹر ہوئی۔ میں کی روزانہ اوسم بارش معلوم کیجیے۔

$$\begin{aligned} \text{حل:} \quad \text{سینٹی میٹر} 17.5 &= \text{میں ہفتے کے دوران مجموعی بارش} \\ 7 &= \text{کل دن} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{بارش کی کل مقدار} &= \frac{\text{او سط بارش روزانہ}}{\text{کل دن}} \\ &= \frac{17.5}{7} \\ &= 2.5 \text{ میٹر} \end{aligned}$$

بتائیے: اگر تین لوگوں میں سے ہر ایک نے 70 نمبر حاصل کئے ہوں تو ہر لڑکے نے او سط کتنے نمبر حاصل کئے؟

مشق 5.1

1 - مندرجہ ذیل کی او سط معلوم کیجیے۔

(i) 15, 20, 25, 30, 35, 40

(ii) 250, 240, 230, 220, 210

(iii) 2.5, 3.7, 4.9, 5.1

(iv) 10, 20, 0, 30, 40

2 - عمران خان نے شارچہ میں بھارت کے خلاف کھیلتے ہوئے 14 روز کے عوض 6 دشمن حاصل کیں۔ اس کی او سط رنزی وکٹ معلوم کیجیے۔

3 - اقراء نے ریاضی میں 94 نمبر، اردو میں 78 نمبر، سائنس میں 82 نمبر اور دیبات میں 74 نمبر حاصل کیے۔ اس کے او سط نمبر فی مضمون دریافت کیجیے۔

4 - پشاور سے کراچی تک کا فاصلہ 1674 کلومیٹر ہے۔ اگر ایک گاڑی کی او سط رفتار 93 کلومیٹر فی گھنٹا ہو تو وہ کتنے گھنٹوں میں پشاور سے کراچی پہنچے گی؟

5 - عثمان نے تین مرتبہ گولا پھینکا۔ گولہ پہلی مرتبہ 8.2 میٹر پر، دوسری مرتبہ 8.4 میٹر پر اور تیسرا مرتبہ 8.6 میٹر پر گرا۔ اس کے گولا پھینکنے کا او سط فاصلہ معلوم کیجیے۔

6 - مقداروں کی او سط 70 ہے۔ پہلی دو مقداریں 70, 50 ہیں اور آخری دو مقداریں 60, 60 ہیں۔ درمیانی مقدار بتائیے۔

7 - چار اعداد کی او سط 60 ہے۔ اگر پہلے تین اعداد 70, 50, 65 ہوں تو چوتھا عدد بتائیے۔

8۔ ایک الماری میں 49 کتابیں ہیں جن کی اوسم قیمت 11 روپے فی کتاب ہے۔ اگر ایک کتاب اور شامل کروی جائے تو 100۔۔۔ قیمت 11.60 روپے ہو جاتی ہے۔ نئی شامل ہونے والی کتاب کی قیمت بتائیے۔

9۔ ایک گھر کے 14 افراد کی اوسم عمر 20 سال ہے۔ اگر دو مہانوں کی عمر بھی شامل کر لی جائے تو اوسم عمر 22 سال ہو جاتی ہے۔ اگر ایک مہان کی عمر 11 سال ہو تو دوسرے مہان کی عمر بتائیے۔

10۔ سعید انور نے پانچ انگریز میں بالترتیب 143، 36، 87، 63 اور 56 روز بنائے۔ جبکہ انعام الحق نے چار انگریز میں بالترتیب 105، 42، 50 اور 23 روز بنائے۔ کس کھلاڑی کی اوسم روز بہتر ہی؟

5.2 وزن شدہ اوسم (Weighted Average)
 بعض اوقات ہمیں ایک ہی قسم کی چیز کی خوبیوں کے لحاظ سے اس کی مختلف مقداروں کی مختلف قیمت دی گئی ہوتی ہے۔ اس طرح سے ایک چیز کی اوسم قیمت معلوم کرنے کے طریقے کو وزن شدہ اوسم (Weighted Average) کہتے ہیں۔ اس طرح کے سوالوں کی اوسم معلوم کرنے کا طریقہ وزن شدہ اوسم کہلاتا ہے۔

وزن شدہ اوسم معلوم کرنے کے لیے دو طرح کے سوالات لئے گئے ہیں۔

(i) ہی گئی معلومات کی وزن شدہ اوسم معلوم کرتا۔

(ii) روزمرہ زندگی سے تعلق ہمارتی سوالات کی وزن شدہ اوسم معلوم کرتا۔

5.2.1 ہی گئی معلومات کی وزن شدہ اوسم معلوم کرنا

آئیے ہم ہی گئی معلومات کی وزن شدہ اوسم معلوم کرنے کا طریقہ دی گئی مثال کی مدد سے سمجھتے ہیں۔

مثال: اوسم قیمت فی بھیز معلوم کیجیے جبکہ

بھیز وں کی تعداد	قیمت فی بھیز (روپیوں میں)
5	1200
2	2250
3	1300
6	2400

$$\text{روپے } 1200 \text{ بھیزوں کی قیمت} = 5 \times 1200$$

$$= \text{ روپے } 6000$$

$$\text{روپے } 2250 \text{ بھیزوں کی قیمت} = 2 \times 2250$$

$$= \text{ روپے } 4500$$

$$\text{روپے } 1300 \text{ بھیزوں کی قیمت} = 3 \times 1300$$

$$= \text{ روپے } 3900$$

$$\text{روپے } 2400 \text{ بھیزوں کی قیمت} = 6 \times 2400$$

$$= \text{ روپے } 14400$$

$$\text{کل بھیزیں} = 16$$

$$\text{روپے } 28800 \text{ بھیزوں کی کل قیمت}$$

$$\text{روپے } \frac{28800}{16} \text{ اوسط قیمت فی بھیز}$$

$$= \text{ روپے } 1800$$

مشق 5.2

1 - اوسط قیمت فی بکری معلوم کیجیے جگہ۔

بکریوں کی تعداد	قیمت فی بکری (روپوں میں)
10	1400
5	1600
6	1550
5	1500

2 - اوسط قیمت فی کتاب معلوم کیجیے جبکہ

15	7	8	10		کتابوں کی تعداد
12	10	8	5		قیمت فی کتاب (روپون میں)

3 - آموں کی اوسط قیمت فی کلوگرام معلوم کیجیے جبکہ

8	7	8	10	5	آم کی مقدار کلوگرام میں
25	30	22	18	20	قیمت فی کلوگرام (روپون میں)

4 - ریاضی میں اوسط نمبر فی طالعام معلوم کیجیے جبکہ

3	4	6	4	3	طلیب کی تعداد
80	75	60	55	50	نمبر ریاضی میں

5 - اوسط قیمت فی گھری معلوم کیجیے جبکہ

3	4	5	2		گھریوں کی تعداد
600	500	400	800		قیمت فی گھری (روپون میں)

6 - اوسط قیمت فی کمبل معلوم کیجیے جبکہ

1	2	3	4	3	2		کمبوں کی تعداد
1000	700	400	500	600	800		قیمت فی کمبل (روپون میں)

7۔ ایک فیکٹری میں کام کرنے والے 45 مزدوروں کی روزانہ اجرت کی تفصیل درج ذیل نیمبل میں دی گئی ہے۔ ان کی روزانہ اوسط اجرت معلوم کیجیے۔

مزدوروں کی تعداد					
اجرت فی مزدوروں (روپوں میں)					
10	6	6	20	3	
100	120	110	95	150	

8۔ اوسط قیمت فی پنچھا معلوم کیجیے جبکہ

پنچھوں کی تعداد					
قیمت فی پنچھا (روپوں میں)					
1	3	4	2		
1600	1300	1200	1500		

5.2.2 روزہ مرہ زندگی سے متعلق عبارتی سوالات میں وزن شدہ اوسط کا استعمال

اب ہم روزہ مرہ زندگی سے متعلق عبارتی سوالات میں وزن شدہ اوسط معلوم کرنے کے طریقے کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں سے کرتے ہیں۔

مثال 1: ایک دکاندار نے کاپیوں کی مختلف تعداد مختلف قیتوں پر اس طرح خریدی کہ 5 کاپیاں بحساب 10 روپے فی کاپی، 7 کاپیاں بحساب 8 روپے فی کاپی، 10 کاپیاں بحساب 7 روپے فی کاپی، 15 کاپیاں بحساب 6 روپے فی کاپی اور 21 کاپیاں بحساب 9 روپے فی کاپی۔ اس کی اوسط قیمت خرید فی کاپی معلوم کیجیے۔

حل:

$$\text{روپے } 10 \times 5 = 5 \times 10 = 50 \text{ کاپیوں کی قیمت بحساب 10 روپے}$$

$$= 50$$

$$\text{روپے } 8 \times 7 = 7 \times 8 = 56 \text{ کاپیوں کی قیمت بحساب 8 روپے}$$

$$روپے = 56$$

$$\text{روپے } 7 \text{ کا 10 کاپیوں کی قیمت بحساب } 7 \text{ روپے} = 10 \times 7$$

$$روپے = 70$$

$$\text{روپے } 6 \text{ کا 15 کاپیوں کی قیمت بحساب } 6 \text{ روپے} = 15 \times 6$$

$$روپے = 90$$

$$\text{روپے } 9 \text{ کا 21 کاپیوں کی قیمت بحساب } 9 \text{ روپے} = 21 \times 9$$

$$روپے = 189$$

$$\text{کاپیوں کی کل قیمت} = 50 + 56 + 70 + 90 + 189$$

$$روپے = 455$$

$$\text{کاپیوں کی کل تعداد} = 5 + 7 + 10 + 15 + 21$$

$$= 58$$

$$\text{روپے} = \frac{455}{58} \text{ اوسط قیمت فی کاپی}$$

$$روپے = 7.84$$

مثال 2: رہاب نے 1.5 کلوگرام اون بحساب 80 روپے فی کلوگرام، 2 کلوگرام اون بحساب 105 روپے فی کلوگرام اور 1.5 کلوگرام اون بحساب 120 روپے فی کلوگرام خریدی۔ اون کی اوسط قیمت فی کلوگرام معلوم کیجئے۔

$$\text{حل: } 1.5 \text{ کلوگرام کی قیمت بحساب } 80 \text{ روپے فی کلوگرام} = 80 \times 1.5$$

$$روپے = 120$$

$$\text{روپے } 2 \times 105 = 2 \text{ کلوگرام کی قیمت بحساب } 105 \text{ روپے فی کلوگرام}$$

$$= 210$$

$$\text{روپے } 1.5 \times 120 = 1.5 \text{ کلوگرام کی قیمت بحساب } 120 \text{ روپے فی کلوگرام}$$

$$= 180$$

$$\text{کل دوں} = 1.5 + 2 + 1.5$$

$$\text{کلوگرام } 5$$

$$5 \text{ کلوگرام دوں کی کل قیمت} = 120 + 210 + 180$$

$$= 510$$

$$\text{اوسط قیمت فی کلوگرام} = \frac{510}{5}$$

$$\text{روپے } 102$$

مشق 5.3

- 1 - طاہر نے 13 الماریاں بحساب 1500 روپے فی الماری، 15 الماریاں بحساب 1650 روپے فی الماری اور 2 الماریاں بحساب 1675 روپے فی الماری تھیں، اس کی اوسط قیمت فروخت فی الماری معلوم کیجیے۔
- 2 - ناصر نے 6 پھنسیں بحساب 1.50 روپے فی پھنسی، 18 پھنسیں بحساب 20 روپے فی پھنسی اور 12 پھنسیں بحساب 1.30 روپے فی پھنسی فروخت کیں۔ اس کی اوسط قیمت فروخت فی پھنسی معلوم کیجیے۔
- 3 - ایک زیر تربیت کار میگر کو پہلے 6 ماہ کے لیے 1800 روپے ماہوار، اگلے 2 ماہ کے لیے 1500 روپے ماہوار اور اس سے اگلے 4 ماہ کے لیے 1600 روپے ماہوار وظیفہ ملتا رہا۔ اس کا ماہوار اوسط وظیفہ معلوم کیجیے۔

- 4۔ اجیارہ نے 13 اگوٹھیاں بحساب 1270 روپے فی اگوٹھی، 12 اگوٹھیاں بحساب 1320 روپے فی اگوٹھی اور 15 اگوٹھیاں بحساب 1312.50 روپے فی اگوٹھی خریدیں۔ اوسط قیمت فی اگوٹھی معلوم کیجیے۔
- 5۔ مقصود نے 6 کاپیاں بحساب 7.50 روپے فی کاپی، 16 کاپیاں بحساب 4.25 روپے فی کاپی اور 8 کاپیاں بحساب 5 روپے فی کاپی فروخت کیں۔ بتائیے اس کی اوسط قیمت فروخت فی کاپی کیا تھی؟
- 6۔ شاہزیرب نے 80 کلوگرام چائے بحساب 120 روپے فی کلوگرام، 60 کلوگرام چائے بحساب 130 روپے فی کلوگرام اور 40 کلوگرام چائے بحساب 140 روپے فی کلوگرام خریدی۔ وہ چائے کو اوسط فی کلوگرام کس بھاؤ پر فروخت کرے کہ اس کو 200 روپے کا منافع ہو؟
- 7۔ اویس نے 18 کلوگرام آلو بخارا بحساب 24 روپے فی کلوگرام، 20 کلوگرام بحساب 28 روپے فی کلوگرام اور 12 کلوگرام بحساب 30 روپے فی کلوگرام خریدا۔ اس کی اوسط قیمت خرید فی کلوگرام کیا ہوگی؟
- 8۔ فلک شیر نے 16 کوئٹل گندم بحساب 750 روپے فی کوئٹل، 11 کوئٹل گندم بحساب 800 روپے فی کوئٹل اور 13 کوئٹل گندم بحساب 700 روپے فی کوئٹل خریدی۔ گندم کی اوسط قیمت خرید فی کوئٹل معلوم کیجیے۔
- 9۔ ایک فیکٹری میں، ایک بفتہ کے پہلے دو دنوں میں 3138 میٹر یومیہ کے حساب سے کپڑا تیار ہوا۔ اگلے دو دنوں میں 3750 میٹر یومیہ کے حساب سے اور باقی دنوں میں 3690 میٹر یومیہ کے حساب سے کپڑا تیار ہوا، بتائیے فیکٹری میں اس بفتہ کے دوران میں تیار ہونے والے کپڑے کی یومیہ اوسط کیا تھی جبکہ فیکٹری میں بفتہ میں 6 دن کام ہوا؟

لیونٹ 6

الجبرا (ALGEBRA)

اس لیونٹ میں ہم سیکھیں گے

☆ الجبرا کا مفہوم۔

☆ نمبرز اور متداروں کی جگہ پر حروف a, b, c, x, y, z وغیرہ کا استعمال۔

☆ حسابی عوامل ($+,-,\times,\div$) کا الجبرا میں استعمال۔

☆ مستقل (Variable) اور مختصر (Constant) کا مفہوم۔

(Terms) عددی سر (Co-efficient) اور رقوم (Exponents)، قوت (Power)، قوت تما (Co-efficient) اور رقوم (Exponents) کا تصور۔

☆ الجبرا جملے میں لا یک (Like) اور ان لا یک (Unlike) رقوم کا تصور۔

☆ یک رتی (Monomial)، دو رتی (Binomial)، سر رتی (Trinomial) کا تصور اور ان کی جمع و تفریق۔

☆ یک رتی (Monomial) جملوں کی آپس میں ضرب۔

☆ قوت کے قوانین۔

☆ الجبرا فقرے کا مطلب۔

☆ الجبرا فقرے کی اقسام (صحیح، غلط اور کخلاف فقرہ)۔

☆ مساوات کا مفہوم۔

☆ سادہ مساوات کا حل۔

6.1 الجبرا (Algebra)

ریاضی ایک وسیع مضمون ہے اس کی بے شمار شاخوں میں سے ایک شاخ الجبرا ہے۔ اس کی ایجاد ایک مسلمان ریاضی دان المخوارزمی کے سر ہے۔ جس نے 820 عیسوی میں ایک کتاب الجبرا والمقابلہ کے نام سے لکھی چنانچہ ریاضی کی اس شاخ کا نام الجبرا رکھ دیا گیا۔

6.2 الجبرا بطور تعمیم حساب (Generalized Arithmetic)

یہ علم دراصل حسابی عوامل ($+,-,\times,\div$) نمبرز اور نامعلوم مقداروں کو فرض کرنے کے لئے انگلش کے حروف تجھی (a,b,c,x,y,z.....) اور غیرہ کو استعمال کر کے حساب کے پچیدہ مسائل کو حل کرنے میں مدد دیتا ہے۔ یہ حسابی عوامل الجبرا میں بھی اسی طریقے پر استعمال ہوتے ہیں جس طرح کر حساب میں استعمال کئے جاتے ہیں۔ مثال کے طور پر حساب میں $2+7$ کا مطلب ہو گا 2 میں 7 کو جمع کرنا اسی طرح $x+7$ کا مطلب ہو گا نامعلوم مقدار x میں 7 جمع کرنا یا $y-x$ کا مطلب ہو گا نامعلوم مقدار x میں سے نامعلوم مقدار y کا تفریق کرنا۔

یاد رہے کہ نامعلوم مقداروں کو عام طور پر انگریزی کے حروف تجھی سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

6.3 مستقل (Constant)

اعداد کی قیمت مقرر ہوتی ہے یعنی ہمیشہ ایک ہی رہتی ہے۔ مثال کے طور پر 4 کی قیمت ہمیشہ 4 ہی رہے اور کوئی نمبر نہیں ہو سکتی۔ اس لئے اعداد کو مستقل قیمت والی مقداریں یا مستقلات (Constants) مقداریں کہتے ہیں۔

6.4 متغیر (Variable)

جس طرح حساب میں نمبر ز استعمال کئے جاتے ہیں اسی طرح الجبرا میں بھی نمبر ز استعمال کئے جاتے ہیں۔ لیکن فرق صرف یہ ہے کہ نمبر ز کی جگہ ہم انگریزی کے حروف تجھی (x,y,z.....) اور غیرہ استعمال کرتے ہیں۔ x,y,z غیرہ میں سے کوئی بھی حرف دیئے ہوئے نمبر ز کو ظاہر کر سکتا ہے۔ اگر دیئے ہوئے نمبر ز 2، 3، یا 4 ہوں تو۔ x ان میں سے کسی نمبر کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے۔

مثال کے طور پر ایک نامعلوم مقدار x اور 4 کے مجموع کو $x+4$ لکھ سکتے ہیں اس میں نمبر 4 کی قیمت تو ہر صورت 4 ہی رہے گی جبکہ x کی قیمت کچھ بھی ہو سکتی ہے اور x کی مختلف قیمتوں کے لیے $x+4$ کی بھی مختلف قیمتیں ہو گی لہذا $x+4$ میں 4 ایک مستقل ہے اور x ایک متغیر ہے۔

6.5 الجبرا جملے اور فقرے

(Algebraic Expressions and Sentences)

اعداد اور علامات سے بننے ہوئے مندرجہ ذیل بیانات پر غور کیجئے۔

میبل نمبر I

نمبر شمار	الفاظ میں	الجبرا کی زبان میں
1	b جمع a	$a+b$
2	y نفی x	$x-y$
3	d پاچ c نفی دو	$5c-2d$
4	تین x نفی دو y جمع چار	$3x-2y+4$
5	z جمع y جمع x	$x+y+z$
6	تین m	$3m$

نیبل نمبر II

نمبر شمار	الفاظ میں	الجبرا کی زبان میں
1	تین جنح چار مساوی ہے سات کے	$3+4=7$
2	x مساوی نہیں ہے y کے	$x \neq y$
3	آنھہ بڑا ہے پچھے	$8 > 6$
4	سات چھوٹا ہے نو سے	$7 < 9$
5	چھ بڑا نہیں ہے سات سے	$7 > 6$
6	چار x چھوٹا نہیں ہے آنھے سے	$4x < 8$

نیبل نمبر 1 میں نامکمل بیانات ہیں اور کسی بیان سے بھی بات پوری نہیں ہوتی۔ انہیں الجبرا کی زبان میں الجبرا جملے کہتے ہیں۔ ایسا بیان جو مستقلات یا متغیرات یا دونوں کو الجبرا عوامل سے ملائے الجبرا جملہ کہلاتا ہے۔

نیبل نمبر II میں بیانات مکمل ہیں اور پڑھ کر پورا مطلب سمجھ میں آ جاتا ہے۔ انہیں الجبرا فقرے کہتے ہیں۔

* نیبل II سے ظاہر ہے کہ ایک الجبرا فقرہ دو الجبرا جملوں کے درمیان کسی خاص شرط یا تعلق کو ظاہر کرتا ہے مثلاً نیبل نمبر II کے فقرہ (I) میں دو الجبرا جملوں $4+3=7$ اور 7 کے درمیان برابری کا تعلق ہے اس لئے ان کے درمیان برابری کی علامت (=) استعمال کی گئی ہے۔ اسی طرح فقرہ (3) میں دو جملوں 8 اور 6 کے درمیان ایک خاص تعلق ہے یعنی پہلا جملہ دوسرے جملے سے بڑا ہے۔

6.6 عددی سر (Co-efficient)

کسی نامعلوم مقدار سے ضرب کھانے والا نمبر اس نامعلوم مقدار کا عددی سر کہلاتا ہے۔ مثلاً $a, 5, 3$ اور cz میں cz اور a با ترتیب $x, y, 3x$ اور z کے عددی سر ہیں۔

6.7 اساس اور قوت نما (Base and Exponent)

7×7 یا 49 کو 7^2 لکھ کر اسے '7' کا مردح، یا '7' کی دوسری قوت، ('7' کی قوت 2) یا مختصر طور پر 'سات کی دو پڑھتے ہیں۔ اسی طرح $x \cdot x$ کو x^2 لکھ کر اسے x کی 2 اور $x \cdot x \cdot x$ کو x^3 کی 3 پڑھتے ہیں۔ 7^2 میں 7 اساس (Base) اور 2 قوت نما (Exponent) ہے۔ 7^2 میں 2 کا نمبر یہ ظاہر کرتا ہے کہ 7 کو 7 کے ساتھ ضرب دی گئی ہے۔ اسی طرح x^2 میں x اساس ہے اور 2 قوت نما ہے۔ x^3 میں x اساس اور 3 قوت نما ہے۔ y^4 میں y اساس اور 4 قوت نما ہے۔

یاد رکھیے:

x کو x^1 بھی لکھ سکتے ہیں۔ 1 میں x اساس اور قوت نما '1' ہے۔ اسے x کی قوت '1' پڑھتے ہیں۔

مثال: $5x^3$ میں اساس، عددی سر اور قوت نما بتائیے۔

حل:	=	x	اساس
	=	5	عددی سر
	=	3	قوت نما

مشق 6.1

درج ذیل کو الجبرا کی زبان میں لکھیے۔

1- دو x جمع تین y - 2- پانچ a نئی دو b

3- چار ضرب دو x نئی پانچ b - 4- پانچ a تقسم دو b

5- p اور q کا مجموع تقسم m - 6- چار جمع دو مساوی ہے چھ

6.9 لا یک اور ان لا یک رقم (Like and Unlike Terms)

ہم پڑھ چکے ہیں کہ الجبرا جملے کے مختلف ہے، جو جمع یا نفی کی علامتوں سے باہم ملے ہوئے ہیں، اس کی رقم کہلاتے ہیں۔ مثلاً $2a + 3b$ میں تین رقم a , $3b$, $2a$ اور c ہیں اگر کسی جملے میں چند رقم کے الجبرا اجزا یکساں ہوں یعنی متغیرات (a, b, c, \dots, x, y, z) اور ان کی قوت ایک بصیری ہوں تو یہ لا یک رقم کہلاتی ہیں۔ مثلاً $3x^2$ اور $5x^2$ لا یک رقم ہیں۔ اسی طرح $3xy^2$, $9xy^2$, $7xy^2$ بھی لا یک رقم ہیں۔ جبکہ $2xyz$ اور $3x^2yz$ لا یک رقم نہیں ہیں۔

6.10 الجبرا جملوں کی جمع (Addition of Algebraic Expressions)

دو لا یک رقم کو جمع کرتے وقت ان کے صرف عددی سروں کا مجموع لیتے ہیں اور x, y, z, a, b وغیرہ کو جوں کا توں لکھ دیتے ہیں۔ مثلاً $5x = 2x + 3x$ اسی طرح $7x^2y = 3x^2y + 4x^2y$ اور $9x^2y$ کی جمع

$$7x^2y + 9x^2y = (7+9)x^2y$$

$$= 16x^2y$$

یاد رہے کہ لا یک رقم کو جمع اور تفریق کیا جاسکتا ہے۔ جبکہ ان لا یک رقم کا مجموع اور فرق معلوم

کرتے وقت ان کے درمیان جمع اور نفی کی علامت لکھ دی جاتی ہے۔ مثلاً $12x + 3y$ اور $3y$ کا

$$\text{مجموع } 12x + 3y + 3y = 15x \quad \text{اوہ مجموع } 12x + 3y - 3y = 12x \quad \text{اوہ مجموع } 12x - 3y$$

$13p + 9p = 22p$ یعنی الجبرا جملوں کو بھی جمع کرتے وقت خاصیت مبادلہ، خاصیت تلازام اور خاصیت تضادی استعمال ہوتی ہیں۔ آئیے پہلے ہم یک رسمی کی جمع سے متعلق چند اور مثالیں حل کرتے ہیں۔

یاد رکھیے:

مثال 1: x^4 اور x^3 کو جمع کیجئے۔

x^4 اور x^3 کے عددی سر 4 اور 3 ہیں اور

$$4x + 3x = (4+3)x$$

حل:

$$4+3 = 7$$

$$= 7x$$

مثال 2: $6ab + 4ab$ کو مختصر کیجئے۔

$$6ab + 4ab = 6ab + 4ab$$

حل:

$$= (6+4)ab$$

(ضرب کی خاصیت تکمیلی جلا ڈھن)

$$= 10ab$$

مثال 3: $8x^3y + 5x^3y$ کا مجموعہ بنائیے۔

$$8x^3y + 5x^3y = (8+5)x^3y$$

حل: (ضرب کی خاصیت تکمیلی جلا ڈھن)

$$= 13x^3y$$

بنائیے:

x^3 کا عددی سر کیا ہے۔

یاد رکھیے:

a^2bc اور $xy^2 \cdot z^3 \cdot y^2$ میں سے ہر ایک رقم میں عددی سر "1" ہے۔

مشق 6.3

1۔ ذیل کے الجبری جملوں میں سے ہر ایک میں لا تک رقوم بتائیے۔

(i) $a^2+3a+5a+6+8a^2$

(ii) $ab+bc+3ab+bd+2ab+5bc$

(iii) $a^2+ab+b^2+bc+ba+a^2+bc$

(iv) $a^2b+ab^2+3a^2b+3ac^2+4ab^2$

(v) $x^2+x^2y+3xy^2+4xy^2+5x^2y+7x^2y^2$ (vi) $3a^2-3a+5a-6-8a^2$

(vii) $2a^2-ab-b-b^2c+3ba-a^2-3bc$

(viii) $7a^2-3a-5a-6-8a^2$

دیگنی رقوم کو جمع کریں (سوالات (i) تا (x) زبانی ہیں)۔ -2

(i) $2x, 2x$

(ii) $2b, 6b$

(iii) $7c, c$

(iv) $7ab, 4ab$

(v) $7x, 3x$

(vi) $2a^2, 4a^2$

(vii) $m^3, 4m^3, 4m^3$ (viii) $5a, 7a$

(ix) $3x, 2x, x$

(x) $7xy, 6xy$

(xi) $ab, 3ab, 4ab$

(xii) $lm, 3lm, 4lm$

(xiii) $a^2, -2a^2, 4a^2, -5a^2$ (xiv) $y^3, -2y^3, 4y^3, -7y^3$ (xv) $3x, -2y$ (xvi) $4a, -2b$

(xvii) $3pq, 3pq, 7pq, 2pq$ (xviii) $2x^2, 5x^2$ (xix) $-3x, -2x$ (xx) $-4a, -2a$

حل کریں - 3

(i) $6x+4x+3x$ (ii) $10xy-7xy-3xy$ (iii) $b^3+3b^3+2b^3$

(iv) $x^2y+3x^2y-5x^2y-6x^2y$

6.11 مرکب الجبری جملوں کی جمع

(Addition of Compound Algebraic Expressions)

آئے مندرجہ ذیل مثالوں سے مرکب جملوں کو جمع کرنے کا طریقہ سمجھتے ہیں۔

مثال 1: $4x^2 + 3x$ میں $2x^2 + x$ جمع کیجیے۔

$$\begin{aligned} 2x^2 + x + 4x^2 + 3x &= 2x^2 + 4x^2 + x + 3x \\ &= (2 + 4)x^2 + (1 + 3)x \\ &= 6x^2 + 4x \end{aligned}$$

مثال 1 کے حل سے پتہ چلتا ہے کہ ہم نے مجموعہ معلوم کرنے کے لیے، خصوصیات کی مدد سے لا یگ رقوم کو اکٹھا کیا ہے۔ اور پر کے عمل کو مختصر طور پر بوس کر سکتے ہیں۔ بنیادی اصول ایک ہی ہے۔

$$\text{جمل} = 4x^2 + 3x + 2x^2 + x$$

$$\begin{aligned} \text{لا یگ رقوم کو ایک ساتھ لکھنے سے} \\ &= 4x^2 + 2x^2 + 3x + x \\ &= (4+2)x^2 + (3+1)x \\ &= 6x^2 + 4x \end{aligned}$$

جس طرح حساب میں نمبرز کو جمع کرتے وقت اکائی کے نیچے اکائی، دہائی کے نیچے دہائی اور سینکڑا کے نیچے سینکڑا اورغیرہ لکھتے ہیں۔ اسی طرح الجبری جملوں میں لا یگ رقوم ایک دوسرے کے نیچے لکھی جاتی ہیں۔

$$\text{پہلا جمل} = 4x^2 + 3x$$

$$\text{دوسرے جملے} = 2x^2 + x$$

$$\begin{aligned} \text{مجموعہ } 2x^2 + x \text{ اور } 4x^2 + 3x &= 4x^2 + 3x + 2x^2 + x \\ &= (4+2)x^2 + (3+1)x \\ &= 6x^2 + 4x \end{aligned}$$

مثال 2: جمع کیئے۔

$$\text{پہلا جملہ} = a^2 + 5a + 6 : \text{مثلاً}$$

$$\text{دوسرے جملہ} = \underline{3a^2 + 4a + 7}$$

$$1+3=4 \quad \text{جمع کرنے سے} \quad = 4a^2 + 9a + 13$$

$$\text{تمسیر جملہ} = \underline{-2a^2 + 3a + 3}$$

$$\text{حاصل جمع} = 2a^2 + 12a + 16$$

مندرجہ بالا مل کو زیل کے طریقے سے بھی کیا جاسکتا ہے۔ لا یک رقوم کے عدوی سروں کو جمع کرنے سے

$$1+3-2=2 \quad a^2 + 5a + 6$$

$$5+4+3=12 \quad 3a^2 + 4a + 7$$

$$\begin{aligned} 6+7+3=16 \quad &\underline{-2a^2 + 3a + 3} \\ &2a^2 + 12a + 16 \end{aligned}$$

مثال 3: جمع کیئے۔

حل:

$$12a + 3b - 5c$$

$$7a - 4b + 6c$$

$$\underline{3a + 2b + 3c}$$

$$\underline{22a + b + 4c}$$

لائچے رقم کے عددی سروں کو جمع کرنے سے

$$12+7+3= 22 \quad 3-4+2 = 1 \quad -5+6+3= 4 \quad \text{وضاحت}$$

مثال 4: $3a^2-5bc^2+7a^2+8ab+7bc^2-6d-2a^2$ کو تجزیہ کیجیے۔

$$\text{حل: } \underline{3a^2+7a^2-2a^2-5bc^2+7bc^2+8ab-6d}$$

$$= (3+7-2)a^2 + (-5+7)bc^2 + 8ab - 6d$$

$$= 8a^2 + 2bc^2 + 8ab - 6d$$

مشق 6.4

جوابات:

$$(i) \ 5x+7y \quad (ii) \ 9x+2y \quad (iii) \ 5a-6b \quad (iv) \ x+3y$$

$$3x+2y$$

$$6x+11y$$

$$-3a+2b$$

$$4x-7y$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$(v) \ 4x^2+6 \quad (vi) \ 7xy-9 \quad (vii) \ x^2+5x+6 \quad (viii) \ a^3+2a^2+a$$

$$5x^2+7$$

$$3xy-9$$

$$2x^2-7x+3$$

$$2a^3+a^2+4a$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$(ix) \quad a^4+2a^2-1 \quad (x) \quad a^2+3a+2 \quad (xi) \quad 3ab-2bc+ca \quad (xii) \quad x^3+x^2-x$$

$$a^4+9a^2-5 \quad a^2+5a+8 \quad 2ab+4bc-3ca \quad 2x^3-2x^2+7$$

$$2a^4+6a^2+5 \quad a^2-7a-5 \quad 6ab-3bc+3ca \quad -4x^3+x^2+5x-2$$

حل کیجئے۔

$$2. \quad (3x+4y)+(2x+6y) \quad 3. \quad (8k+9l) + (2k+10l)$$

$$4. \quad (4a^2+2a)-(3a+2a^2) \quad 5. \quad (5m^2+2n)-(3m^2+2n)$$

حاصل جمع معلوم کیجئے۔

$$6. \quad 5x^2+7x+4, 6x^2+11x+17, 8x^2+14x+6$$

$$7. \quad 9a^2+11ab+13b^2, 7a^2+12ab, +7b^2+7ab$$

$$8. \quad 4p^2+3pq+7q^2, 3p^2+9q^2+2pq, 2q^2+5pq+p^2$$

$$9. \quad a+b+c, a+2b+c, 2d$$

مشترک کیجئے۔

$$10. \quad 5x^2+6y^2+4y^2+xy+6xy+3x^2 \quad 11. \quad x^3+2xy^2+3x^2y+4xy^2+2x^3+2x^2y$$

$$12. \quad 3bc+4ca-5ab-3ca-abc+2ab \quad 13. \quad 8c^2-5d^2+3b^2-3d^2+6c^2-3b^2c$$

6.12 یک رتی الجبری جملوں کی تفریق

(Subtraction of Monomial Algebraic Expressions)

ایک الجبری جملے میں سے دوسرا الجبری جملہ تفریق کرتے وقت دو الجبری جملوں کو تفریق کرنے کے اصول ہی استعمال ہوتے ہیں۔ یعنی

(i) لا یک رقم ہی ایک دوسرے میں سے تفریق ہو سکتی ہے۔

$$\begin{aligned} 3x - 2x &= (3-2)x \\ &= x \end{aligned}$$

(ii) لا یک رقم کی تفریق کرنے کے لیے صرف ان کے عددی سردوں کا فرق لیا جاتا ہے۔

مثال 1: $18a$ میں سے $13a$ کی تفریق کیجیے۔

$$\begin{aligned} 18a - 13a &= (18-13)a \\ &= 5a \end{aligned}$$

مثال 2: $7x$ میں سے $4x$ کی تفریق کیجیے۔

$$\begin{aligned} 7x - 4x &= (7-4)x \\ &= 3x \end{aligned}$$

مثال 3: تفریق کیجیے:

$$7ab$$

$$\begin{array}{r} + 5ab \\ \hline - 2ab \end{array}$$

مثال 4: $3a^2$ سے $7a^2$ کتنا % ہے۔

$$\begin{aligned} 7a^2 - 3a^2 &= (7-3)a^2 \\ &= 4a^2 \end{aligned}$$

مشق 6.5

- تفریق کیجیے (زبانی)۔

$$(i) 6a \quad (ii) 9xy \quad (iii) 8ab \quad (iv) -5x^2 \quad (v) 9y \quad (vi) 8a^2 \quad (vii) 9y^2 \quad (viii) 51m^2$$

$$+ 4a \quad - 3xy \quad + 7ab \quad + 3x^2 \quad - 2y \quad + 3a^2 \quad - 3y^2 \quad - 81m^2$$

$$\underline{-} \quad \underline{-} \quad \underline{-} \quad \underline{-} \quad \underline{-} \quad \underline{-} \quad \underline{-} \quad \underline{-}$$

حل کیجیے۔

$$2. 8a - 5a \quad 3. 8x - 5x \quad 4. 10a^2 - 4a^2 \quad 5. 5b^3 - 3b^3 \quad 6. -3x^2y - 2x^2y \quad 7. -8b^3z^2 - 6b^3z^2$$

8. $11x - 5x$ میں سے کیا تفریق کریں کہ x باقی رہے؟

$$? - 4x^2. \text{ کتنا بڑا ہے } 15x^2 - 9$$

$$? - 3z^2y^2. \text{ کتنا چھوٹا ہے } z^2y^2 - 10$$

$$9. 6l^2m^2 - 13l^2m^2 \text{ میں کیا جمع کریں کہ مجموعہ ہو؟}$$

6.13 مرکب جملوں کی تفریق

(Subtraction of Compound Expressions)

مرکب جملوں کی تفریق کا طریقہ بھی وہی ہے جو یک رتی جملوں کی تفریق اور مرکب جملوں کی جمع کے سلسلے میں بتایا گیا ہے۔ مثلاً اگر ہمیں جملہ $4x + 6y$ میں سے جملہ $5x + 3y$ تفریق کرنا ہو تو ہم $4x$ میں سے $5x$ اور $6y$ میں سے $3y$ تفریق کریں گے۔

مثال 1: 1 میں سے $4a + 7b$ کو تفریق کیجیے۔

حل:

$$12 - 4 = 8 \quad \text{چونکہ}$$

$$15 - 7 = 8$$

فرق

$$12a + 15b$$

$$4a + 7b$$

$$\underline{- \quad -}$$

$$\underline{8a + 8b}$$

مثال 2: $2x^2 - 8xy + 19y^2$ میں سے $8x^2 + 16xy - 9y^2$ کو تفریق کیجئے۔

$$8x^2 + 16xy - 9y^2$$

$$2x^2 - 8xy + 19y^2$$

$$- + -$$

$$\underline{6x^2 + 24xy - 28y^2}$$

مثال 3: $3a^2 + 13a - 6$ میں سے $a^2 + 2a - 1$ کو تفریق کیجئے اور حاصل تفریق میں $a^2 + 3a + 5$ کو جمع کیجئے۔

$$3a^2 + 13a - 6$$

$$-a^2 + 2a - 1$$

$$+ - +$$

$$\text{حاصل تفریق} = \underline{4a^2 + 11a - 5}$$

$$\text{تیراجملہ} = a^2 + 3a + 5$$

$$\text{جمع کرنے سے} = \underline{5a^2 + 14a}$$

یاد رکھیے:

تفریق کرتے وقت تفریق ہونے والے جملے کی عالمیں تبدیل کی جاتی ہیں۔

مشق 6.6

- تفریق کیجئے۔

$$(i) \frac{11x + 9y}{7x + 14y}$$

$$(ii) \frac{13x + 8y}{-16x + 3y}$$

$$(iii) \frac{14x - 11y}{-9x + 13y}$$

$$(iv) \frac{4a^2 - 3b^2}{-3a^2 + 12b^2}$$

$$(v) \frac{-3a + 2b + 3c}{3a + b - 5c}$$

$$(vi) \frac{-x^2 + 2xy + 3y^2}{4x^2 - 3xy - 12y^2}$$

- 8l-7m+9n کو $l-7m+6m+12n$ سے تفریق کیجئے۔

$5a+13b+2c$ میں کیا جمع کریں کہ $11a-3c+13b$ حاصل ہو جائے؟

$a^2-5ab+3b^2$ میں سے کیا تفریق کریں کہ باقی $-2a^2+7ab+15b^2$ رہ جائے؟

- جملہ $3l+12m-8n$ سے کتنا گزابے؟

- $(7l-9m+5n) - (6l+7m-14n)$ کا خلاصہ کیجئے۔

- $(4x+6y-9z)-(2x-15y+17z)$ کا عمل کیجئے۔

$2a^2-3a+14$ کو تفریق کیجئے اور حاصل تفریق کو $3a^2+2a+7$ سے جمع کیجئے۔

$2p^2+3pq+2q^2$ کے مجموعے میں سے $2p^2-3q^2+pq$ اور $p^2-2pq+q^2-9$ کے مجموعے میں سے کیا تفریق کیجئے۔

$3a-5b-7c$ اور $7a-3b+c$ کو $4a-2b+3c$ سے تفریق کیجئے۔

6.14 یک رتی الجبری جملوں کی ضرب

(Product of Monomial Algebraic Expressions)

خاصیت مبادله اور خاصیت تلازم کے بارے میں ہم پڑھ کچے ہیں۔ یعنی

$$3 \times 4 = 4 \times 3$$

(خاصیت مبادله بخلاف ضرب)

$$(3 \times 4) \times 5 = 3 \times (4 \times 5)$$

(خاصیت تلازم بخلاف ضرب)

چنانچہ یک رتی الجبری جملوں کے حاصل ضرب میں ان دونوں خصوصیات کے علاوہ قوتوں کا
قانون ضرب بھی استعمال ہوتا ہے۔ آئیے ہم اس قانون کو مندرجہ ذیل مثالوں کی مدد سے سمجھنے کی
کوشش کرس۔

6.15 قوت نمائیں کے قوانین (Laws of Exponents)

ہم جانتے ہیں کہ $a \times a$ کو منفرد طور پر a^2 لکھا جاتا ہے اور اسے a کی دوسری قوت یا a^2 کی
”قوت 2“ پڑھا جاتا ہے۔ اسی طرح $a \times a \times a = a^3$ کا مطلب ہے a کی قوت تین۔ اب

$$2a^2 \times 3a^3 = (2 \times 3)(a \times a)(a \times a \times a)$$

$$= 2 \times 3 \times a \times a \times a \times a \times a$$

$$= 6a^{1+1+1+1+1}$$

$$= 6a^5$$

اور

$$4a^3 \times 5a^4 = (4 \times 5)(a \times a \times a)(a \times a \times a \times a)$$

$$= (4 \times 5)a \times a \times a \times a \times a \times a$$

$$= 20a \times a \times a \times a \times a \times a$$

$$= 20a^7$$

جزیع

$$b \times b \times b^5 = (b)(b)(b \times b \times b \times b \times b)$$

$$\begin{aligned}
 &= b \times b \times b \times b \times b \times b \times b \\
 &= b^7
 \end{aligned}$$

مندرجہ بالا حاصل ضربوں کو نیمیل کی شکل میں لکھنے سے

$$a^2 \times a^3 = a^{2+3} = a^5$$

$$a^3 \times a^4 = a^{3+4} = a^7$$

$$b \times b \times b^5 = b^{1+1+5} = b^7$$

حل کی گئی مثالوں سے ظاہر ہے کہ یک رسمی جملوں کو ضرب دیتے وقت عددی سروں کو آپس میں ضرب دیتے ہیں اور ایک ہی اساس کی رقوم کے قوت نمائوں کو جمع کرتے ہیں۔ علاوہ ازیں ضرب کے عمل کو مختصر کرنے لئے خاصیت مبادله اور خاصیت تلازم کو ایک ہی وقت میں استعمال کیا جاسکتا ہے۔

$$\text{عام طور پر } a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad \text{جبکہ } m, n \text{ ثابت صحیح اعداد ہیں۔ } a \neq 0$$

مثال 1: $4x^2$ اور $5x$ کا حاصل ضرب معلوم کیجئے۔

$$\begin{aligned}
 (4x^2)(5x) &= 4(x^2 \cdot 5x) && (\text{خاصیت تلازم بخلاف ضرب}) \\
 &= 4(x^2 \cdot 5)x && \\
 &= 4(5 \cdot x^2)x && (\text{خاصیت مبادله بخلاف ضرب}) \\
 &= (4 \cdot 5)x^{2+1} && (\text{خاصیت تلازم بخلاف ضرب}) \\
 &= 20x^3
 \end{aligned}$$

مثال 2: 15a² اور 3b کا حاصل ضرب معلوم کیجئے۔

$$\begin{aligned} 5a \times 3b &= 5 \times 3 \times a \times b \\ &= 15 \times (ab) \\ &= 15ab \end{aligned}$$

مثال 3: 15a³ اور 4a⁶ کا حاصل ضرب معلوم کیجئے۔

$$\begin{aligned} (5a^3)(4a^6) &= (5a^3 \times 4)(a^6) \\ &= (5 \times 4a^3)(a^6) \\ &= (20a^3)(a^6) \\ &= 20(a^3 \times a^6) \\ &= 20a^{3+6} \\ &= 20a^9 \end{aligned}$$

مثال 4: 3z⁴y² اور 7z⁵y⁸ کا حاصل ضرب معلوم کیجئے۔

$$\begin{aligned} (3z^4y^2)(7z^5y^8) &= (3z^4y^2 \cdot 7)(z^5 \cdot y^8) \\ &= (3 \cdot 7)(z^4 \cdot y^2)(z^5 \cdot y^8) \\ &= 21(z^4 \cdot y^2 \cdot z^5 \cdot y^8) \\ &= 21(z^4 \cdot z^5)(y^2 \cdot y^8) \\ &= 21z^{4+5}y^{8+2} \\ &= 21z^9y^{10} \end{aligned}$$

مثال 5: حاصل کیجئے۔

$$(a^2b^3c)(14a^3bc^4) = (1)(14)(a^2 \cdot a^3)(b^3 \cdot b)(c \cdot c^4) : \text{حاصل}$$

$$= 14a^5b^4c^5$$

مثال 6: $4a^3c, ab^2, 6a^2$ کا مسلسل حاصل ضرب معلوم کیجئے۔

$$(6a^2)(ab^2)(4a^3c) = [(6 \times a^2) \times (ab^2)] \times (4a^3c)$$

$$= (6a^3b^2)(4a^3c)$$

$$= (6 \times 4)(a^3 \cdot a^3) \times b^2 \times c$$

$$= 24a^6b^2c$$

اب اس مثال کا فrac{1}{2} مل زمیں دیا جاتا ہے۔

$$(6a^2)(ab^2)(4a^3c)$$

$$= (6 \times 1 \times 4) \times (a^2 \cdot a \cdot a^3) \times b^2 \times c$$

$$= 24a^6b^2c$$

اب مندرجہ ذیل ابجرا جملوں کو دیکھئے۔

$$a^3 + a^2 = \frac{a^2}{a^2} = \frac{a \times a \times a}{a \times a} = a = a^1$$

$$= a^1 \times a^{-2}$$

$$= a^{1-2}$$

$$= a$$

$$\begin{aligned}
 b^5 + b^3 &= \frac{b^5}{b^3} \quad \text{ای طرح} \\
 &= b^5 \times b^{-3} \\
 &= b^{5-3} \\
 &= b^2
 \end{aligned}$$

الجبرا جملوں کی تقسیم سے متعلق مندرجہ بالامثالوں کو نیکل کی شکل میں بھی لکھا جاسکتا ہے۔

$a^3 + a^2 = \frac{a^3}{a^2} = a^3 \times a^{-2} = a$	$3-2=1$
$b^5 + b^3 = \frac{b^5}{b^3} = b^5 \times b^{-3} = b^2$	$5-3=2$

مثالوں سے واضح ہے کہ

ایک ہی اساس کی مختلف قوتوں کے باہمی تقسیم کے عمل میں قوت نما کا فرق لیتے ہیں۔

عام طور پر $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$ جبکہ m, n مثبت نمبرز ہیں۔ اسے قوتوں کا قانون تقسیم کہتے ہیں۔

$$a + a = \frac{a}{a} = a^1 = "a" \quad \text{چونکہ}$$

$$\frac{a}{a} = 1 \quad \text{اور}$$

$$a^0 = 1 \quad \text{اس لیے}$$

6.16 الجبرا جملے کی یک رتی جملے سے ضرب

(Multiplication of an Algebraic Expression by a Monomial)

ہم دو یک رتی جملوں کی ضرب کا طریقہ پڑھ آئے ہیں۔ اب ہم مرکب جملوں کی یک رتی جملوں سے ضرب کا طریقہ پیکھیں گے۔ اس سلسلے میں مرکب جملوں کی ہر رقم کو یک رتی جملے سے

ضرب دے کر ان کا حاصل ضرب کا الجبرا مجموعہ لکھ لیتے ہیں۔ مثلاً

$$a(a+b) = a \times a + a \times b$$

$$= a^2 + ab$$

اس عمل کو اس طرح بھی کر سکتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} a , + \quad b \\ \times a \\ \hline a^2 + ab \end{array}$$

اسی طرح اگر $3ab$ کو $2a^2 + 3ab + 5b^2$ سے ضرب دیا ہو تو

$$\begin{aligned} 2a^2 \times 3ab &= (2 \times 3) \times a^2 \times a \times b && 3ab \text{ کو پہلی رقم سے ضرب دینے سے} \\ &= 6a^3b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3ab \times 3ab &= (3 \times 3) \times a \times a \times b \times b && 3ab \text{ کو دوسری رقم سے ضرب دینے سے} \\ &= 9a^2b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5b^2 \times 3ab &= (5 \times 3) \times a \times b^2 \times b && 3ab \text{ کو تیسرا رقم سے ضرب دینے سے} \\ &= 15ab^3 \end{aligned}$$

$$= 6a^3b + 9a^2b^2 + 15ab^3 \quad \text{لہذا حاصل ضرب}$$

اس عمل کو اس طرح بھی کر سکتے ہیں۔

$$2a^2 + 3ab + 5b^2$$

$$\times 3ab$$

$$\hline 6a^3b + 9a^2b^2 + 15ab^3 \quad (3ab \text{ کو ہر رقم سے علیحدہ علیحدہ ضرب دینے سے})$$

مشق 6.7

- ہر سوال میں دیے گئے جملوں کو آپس میں ضرب دیجئے۔ (زبانی)

- (i) $5a, 8$ (ii) $7, 4b$ (iii) $3x, 6$ (iv) x^2, x^3
 (v) y^4, y^5 (vi) $3a, 5a$ (vii) $10ab, 3ab$ (viii) $8lm, 2lm$
 (ix) $-a^2b^3, a^3b^2$ (x) $-x^2yz, -xy^3z^2$ (xi) $-3x^2y, 5xy^2$ (xii) $-10c^3d, 5cd^4$

عمل کیجیے:

- (i) $(11a)(6a)$ (ii) $(13a^2b)(5b^2c)$ (iii) $(3a^2bc)(9a^2b^2c^2)$
 (iv) $\left(\frac{5}{6} lm\right) \left(\frac{2}{15} l^2m^3\right)$ (v) $\left(\frac{3}{4} ab\right) \left(\frac{1}{2} ab\right)$ (vi) $(12ab^2c^3)(2a^4b^3c)$

دیے ہوئے جملوں کا مسلسل حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

$$3. a^2, a^2, 3a \quad 4. 3m^2, 2m^2, 8m \quad 5. ab, bc, ca \quad 6. x^5, 6x^2, xy^3$$

$$7. 3a^2b, 4ab^2, 9abc$$

مندرجہ ذیل سوالوں میں دیے گئے جملوں کو آپس میں ضرب دیجئے۔

$$8. 3x+2y, 7 \quad 9. 11x+12y, 8 \quad 10. 5x+3y+4z, 2x$$

$$11. x+y+z, 2x^2 \quad 12. x^2+y^2+z^2, z^3 \quad 13. x^2+y^3+z^2, 2x^3$$

مندرجہ ذیل کو حل کر جئے۔

$$14. \quad x^7 \div x^2$$

$$15. \quad m^{12} \div m^7$$

$$16. \quad a^{15} \div a^5$$

$$17. \quad n^8 \div n^6$$

$$18. \quad b^{13} \div b^5$$

$$19. \quad x^{18} \div x^9$$

6.17 فقرے کا تصور (Concept of a Sentence)

ہم الجبرا جملوں کے متعلق پڑھ پکھے ہیں۔ مثلاً $x+8 = 3+4$, $x+y = 3+4$ وغیرہ الجبرا جملے ہیں۔ الجبرا جملہ دراصل پورا مفہوم ادا نہیں کرتا۔ مثلاً جب ہم کہتے ہیں $3+4 = 7$ تو اس سے پورا مفہوم اس وقت تک ادا نہیں ہوتا جب تک $3+4$ کا کسی اور جملے سے تعلق پیدا نہ کریں۔ اس لیے جب ہم یہ کہتے ہیں $3+4 = 7$ تو اس کا پورا مفہوم واضح ہو جاتا ہے۔ اور وہ یوں کہ ہم کہہ رہے ہیں کہ $3+4 = 7$ اور 7 ایک ہی نمبر کو ظاہر کر رہے ہیں۔ بھی وجہ ہے کہ ان دونوں کے درمیان مساوی کی علامت " = " استعمال کی گئی ہے۔

$3+4 = 7$ ایک الجبرا فقرہ ہے۔

اسی طرح اگر ہم یہ کہیں کہ $x+y = 9$ تو اس کا مطلب ہو گا کہ $y = 9 - x$ اور 9 ایک ہی نمبر کو ظاہر کرتے ہیں۔ $9 = x+y$ ایک الجبرا فقرہ ہے۔

3+4=8 بھی ایک الجبرا فقرہ ہے جو کہ دینے تعلق کے لحاظ سے غلط ہے کیونکہ $3+4 \neq 8$ چھوٹا ہے۔

اسی طرح 12 < 6-13 بھی ایک الجبرا فقرہ ہے اور دینے ہوئے تعلق کے لحاظ سے درست ہے۔

$x+y > 8$ بھی ایک الجبرا فقرہ ہے۔

نوت: الجبرا فقرہ دو الجبرا جملوں کے درمیان تعلق یا ربط کو ظاہر کرتا ہے۔ دو الجبرا جملوں کے

درمیان مندرجہ ذیل علامتیں ربط یا تعلق کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال کی جاتی ہیں۔

ساوی ہے =

ساوی نہیں ہے ≠

چھوٹا ہے <

بڑا ہے >

چھوٹا نہیں ہے ≈

بڑا نہیں ہے ≡

ذیل میں الگری فقروں کی چند مثالیں دی گئی ہیں

- (i) $x+3=5$ (ii) $x+7>13$ (iii) $7+4>20$ (iv) $x+3<12$ (v) $x-2<10$

6.18 الگری فقروں کی اقسام (Types of Algebraic Sentences)

الگرے میں تین حتم کے فقرے استعمال ہوتے ہیں۔

(i) درست فقرے (True Sentences)

ایسے فقرے جو دی ہوئی شرائط تعلق یا ربط کے مطابق درست ہوں درست فقرے کہلاتے ہیں۔ مثلاً $8+9>15$, $4x+3x=7x$

(ii) غلط فقرے (False Sentences)

ایسے فقرے جو دی ہوئی شرائط تعلق یا ربط کے مطابق درست نہ ہوں غلط فقرے کہلاتے ہیں۔ مثلاً $8 < 5 + 2$, $5y + 7y = 10y$

(iii) کھلے فقرے (Open Sentences)

ایسے فقرے جن کے درست یا غلط ہونے کا فیصلہ اس وقت تک نہ کیا جاسکے جب تک کہ اس میں استعمال ہونے والے متغیر (Variable) یا متغیرز (Variables) کے تعلق مزید

معلومات فراہم نہ کی جائیں۔

مثال: $x+5=9$ ایک کھلا فقرہ ہے۔ ہم یہ نہیں کہ سکتے کہ یہ فقرہ درست ہے یا غلط جب تک کہ ہمیں x کی قیمت معلوم نہ ہو۔

اب اگر ہم $x+5=9$ میں x کی جگہ 4 لیں تو $4+5=9$ درست فقرہ بن جاتا ہے اور $x=4$ کے علاوہ x کی ہر قیمت کے لیے یہ فقرہ غلط ہے۔

مثال:۔ مندرجہ ذیل کھلے فقرات کو ملائم صورت میں لکھئے۔

$$(i) \quad x + 3 = 10 \quad (ii) \quad x - 5 = 3$$

$$(iii) \quad 5 > x \quad (iv) \quad x < 4$$

$$(iii) \quad 5 > x \quad (iv) \quad x < 4$$

$$(iii) \quad 5 > x \quad (iv) \quad x < 4$$

حل:

$$(i) \quad x + 3 = 10 \quad (ii) \quad x - 5 = 3 \quad (iii) \quad 5 + x > 8 \quad (iv) \quad \frac{x}{7} = 4$$

مشتق 6.8

درج ذیل فقرات میں کون سے فقرات درست ہیں، کون سے غلط ہیں اور کون سے کھلے ہیں جبکہ $0 < x < 10$ ؟

$$1. \quad 10+3=13 \quad 2. \quad 6x2=12 \quad 3. \quad 3+5=35 \quad 4. \quad y-7=8$$

$$5. \quad 3x - x > 4x \quad 6. \quad 5x+4y=9xy \quad 7. \quad x+2>7 \quad 8. \quad 2x+3x=5x$$

$$9. \quad 9+2>4+6 \quad 10. \quad 9+x=10 \quad 11. \quad 3x5=x \quad 12. \quad 15 = \frac{15}{100}$$

$$13. \quad 3(x+2)=8 \quad 14. \quad 4 + 3 \neq 7 \quad 15. \quad 2x-6=3 \quad 16. \quad 5x<2x+x$$

6.19 کھلے فقروں کی اقسام (Types of Open Sentences)

کھلے فقرے و حتم کے ہوتے ہیں

(Inequation) (i) مساوات (Equation) (ii) غیرمساوات (Equation)

(Equation) (i) مساوات

مندرجہ ذیل فقرات کو دیکھیے۔

$$(i) 3x = 12 \quad (ii) x = 7 \quad (iii) x+2 = 9$$

$x+2=9$ میں دو جملوں کے درمیان مساوی = کی علامت استعمال کی گئی ہے۔ لہذا اس فقرے کو ہم مساوات کہتے ہیں۔ اس لحاظ سے (i) اور (ii) فقرے بھی درست ہیں۔ ایسا کھلہ فقرہ جو دو جملوں کی برابری کو ظاہر کرے مساوات کہلاتا ہے۔

(Equation) (ii) غیرمساوات

ایسے فقرے جن میں علامات < یا > استعمال کی گئی ہوں غیرمساوات کہلاتے ہیں۔ مندرجہ ذیل فقروں کو دیکھیے۔

$$(i) 3x > 12 \quad (ii) x < 7 \quad (iii) x+2 > 9$$

ان فقروں میں ہر ایک فقرے کی علامات استعمال کی گئی ہے اس حتم کے کھلے فقروں کو غیرمساوات کہتے ہیں۔

مشق 6.9

1 - مندرجہ ذیل میں سے کون کون سے کھلے فقرے سا اتوں کو ظاہر کرتے ہیں؟ (زبانی)

(i) $2x+8=15$ (ii) $y+6=17$ (iii) $3y+1>5$ (iv) $2x-7<7$

(v) $5x-3=8$ (vi) $2x-7<9$ (vii) $m+6=3$ (viii) $z-6<10$

(ix) $3x-3=12$ (x) $3x-7=9$ (xi) $6 < x$ (xii) $x+2 > 7$

2 - مندرجہ ذیل میں ہر جملے کے درمیان خالی جگہ \square کے اندر " $,$ " " $<$ " " $=$ " " $>$ " میں سے مناسب علامت لگائیں کہ درست فقرہ بن جائے۔

(i) $6+4 \square 10$ (ii) $15 \square 12$ (iii) $12x \square 16x$ (iv) $5x+2x \square 13x$

(v) $18-14 \square 3$ (vi) $12a-4a \square 9a$ (vii) $8x-7x \square 5x$ (viii) $7a-7a \square 0$

(ix) $0 \square 5$ (x) $7y-3y \square 4y$ (xi) $8-5 \square 3$ (xii) $8 \square 7$

مساوات کا حل (Solution of Equation) 6.20

�یر (Variable) کی اسی قیمت جو کھلے فقرے کو درست فقرہ بنادے مساوات کہلاتی ہے۔

حل : $x+4=7$ میں x کی جگہ 1 رکھنے سے ، $1+4=7$ جو کہ غلط فقرہ ہے۔

$x+4=7$ میں x کی جگہ 2 رکھنے سے ، $2+4=7$ جو کہ غلط فقرہ ہے۔

$x+4=7$ میں x کی جگہ 3 رکھنے سے ، $3+4=7$ جو کہ درست فقرہ ہے۔

x کی مختلف قیمتیں رکھنے سے معلوم ہوا کہ 3 ایک ایسا نمبر ہے جسے x کی جگہ رکھنے سے درست نتیجہ بن جاتا ہے۔ چنانچہ $3 = x$ کو اس مساوات کا حل کہتے ہیں۔

$$x - 2 = 6$$

مثال 1: حل کیجئے:

$$x - 2 = 6$$

حل:

$$\text{یا } x - 2 + 2 = 6 + 2 \quad (\text{دوں طرف 2 جمع کرنے سے})$$

$$\text{یا } x = 8$$

$$x + 2 = 9$$

مثال 2: حل کیجئے:

$$x + 2 = 9$$

حل:

$$\text{یا } x + 2 - 2 = 9 - 2 \quad (\text{دوں طرف 2 تفریق کرنے سے})$$

$$\text{یا } x = 7$$

مثال 3: حل کیجئے: $3x = 11$

$$3x = 11$$

حل:

$$\text{یا } \frac{1}{3} \times 3x = \frac{1}{3} \times 11 \quad (\text{دوں طرف 3 پر تقسیم کرنے سے})$$

$$\text{یا } x = \frac{11}{3}$$

مثال 4: حل کیجئے:

$$\frac{x}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\text{حل: (دونوں طرف 5 سے ضرب دینے سے)} \\ 5 \times \frac{x}{5} = 5 \times \frac{3}{5}$$

$$x = 3$$

مشق 6.10

مندرجہ ذیل مساواتوں کو حل کیجئے۔

1. $x+1=8$
2. $x+2=5$
3. $x-3=8$
4. $x-5=11$
5. $x+7=12$
6. $3x=12$
7. $4y=20$
8. $12y=36$
9. $x+6=18$
10. $x+4=10$
11. $3x=21$
12. $x+0=5$
13. $\frac{x}{6} = 3$
14. $\frac{x}{2} = 5$
15. $\frac{y}{5} = 5$
16. $\frac{y}{7} = 7$
17. $3x-4=8$
18. $2x+5=11$
19. $4x+7=11$

پونٹ 7

جیو میٹری (GEOMETRY)

اس پونٹ میں ہم سیکھیں گے:

چار دیواری کا رقبہ معلوم کرنا	☆
قائمہ ازواویہ مثلث کا رقبہ معلوم کرنا	☆
متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کرنا	☆
مثلث کا رقبہ معلوم کرنا	☆
مکعب اور مکعب نما کا جنم معلوم کرنا	☆
قطعہ خط کی تخفیف اور اس کی عمودی تخفیف	☆
زاویے کی تخفیف	☆
دائرے کے سینٹر کا تصور	☆
ایک نقطہ پر زاویوں کا جمود	☆
پر کارکی مدد سے دیئے گئے زاویے کے برابر زاویہ بنانا	☆
متاثل زاویے بنانا	☆
زاویے بنانا	☆
مثلث بنانا جب	☆
(i) دو ضلعوں اور درمیانی زاویے کی مقدار معلوم ہو	
(ii) دو زاویوں اور درمیانی ضلع کی مقدار معلوم ہو	
(iii) وتر اور ایک ضلع کی مقدار معلوم ہو	

7.1 اعادہ (Revision)

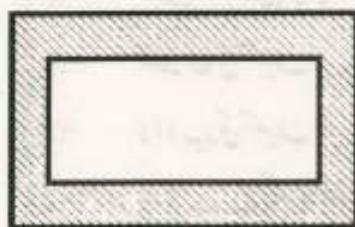
پانچوں جماعت میں ہم مستطیل اور مریخ کا رقبہ معلوم کرنے کے فارمولے سمجھے پکے ہیں اور جانتے ہیں کہ

$$\text{عرض} \times \text{طول} = \text{مستطیل کا رقبہ}$$

$$\text{شمع} \times \text{ضلع} = \text{مریخ کا رقبہ}$$

ان فارمولوں کے استعمال سے ہم مسطیلی یا مربجی علاقوں کے گرد اگر سڑک کا رقبہ بھی دریافت کرتے رہتے ہیں۔ رقبہ کے متعلق نئے سائل حل کرنے سے پہلے آئیے ہم سابقہ واقفیت کا اعادہ کرتے ہیں۔

مثال 1: ایک مسطیلی شکل کا پارک 170 میٹر لمبا اور 130 میٹر چوڑا ہے۔ اس کے گرد اندر ری طرف 5 میٹر چوڑی سڑک کا رقبہ معلوم کیجیے۔



$$\begin{aligned} \text{پارک کا} \\ \text{میٹر } 170 &= \text{طول} \\ \text{میٹر } 130 &= \text{عرض} \end{aligned}$$

$$\text{مریخ میٹر} (170 \times 130) = \text{پارک کا رقبہ}$$

$$= 22100 \text{ میٹر}^2$$

سڑک کی چوڑائی کلانے کے بعد پارک کا

$$\text{میٹر } 160 = 170 - 5 - 5 = \text{طول}$$

$$\text{اور میٹر } 120 = 130 - 5 - 5 = \text{عرض}$$

سڑک کا رقبہ کلانے کے بعد

$$\text{مریخ میٹر} (160 \times 120) = 19200 = \text{پارک کا رقبہ}$$

یاد رکھیے: یہاں مثلث، مستطیل اور مریخ کے رقبہ کے الفاظ استعمال کئے گئے ہیں۔ ان سے مراد مثلثی۔

مسطیلی اور مربجی علاقے کا رقبہ ہے۔

میٹر = 4 عرض

مرنج میٹر = سڑک کا رقبہ (50×4)

مرنج میٹر = 200

میٹر = 4 درمیانی چوک کا طبع

مرنج میٹر = درمیانی چوک کا رقبہ (4×4)

مرنج میٹر = 16

چونکہ چوک کا رقبہ لمبائی اور چوڑائی کے رخ والی دونوں سڑکوں میں شامل ہے۔ اس لیے دونوں سڑکوں کے رقبے سے ایک دفعہ چوک کا رقبہ نکال دینے سے چوپڑ کی سڑکوں کا رقبہ رہ جائے گا۔

چوک کا رقبہ = چوڑائی کے رخ سڑک کا رقبہ + لمبائی کے رخ سڑک کا رقبہ = چوپڑ کی سڑکوں کا رقبہ

$$= 480 + 200 - 16$$

مرنج میٹر = 664

روپے = 1 مرنج میٹر مرمت پر خرچ

روپے = (5×664) مرنج میٹر مرمت پر خرچ

$$= 3320$$

معلومات

چوپڑ کی سڑکیں ایک دوسرے کو عموداً کاہتی ہیں۔

سرک کی چوڑائی لٹانے کے بعد پارک کا رقبہ - پارک کا رقبہ = سرک کا رقبہ

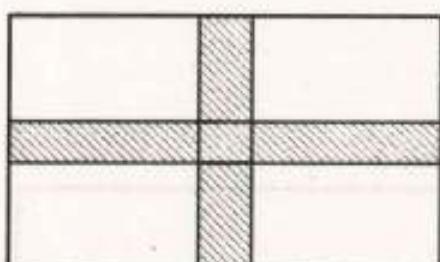
مرلخ میٹر (22100-19200) = سرک کا رقبہ

مرلخ میٹر = 2900

یاد رکھئے:

سرک اگر کسی مستطیل کے اندر ہو تو اس کی چوڑائی کا دگنا دیے ہوئے طول اور عرض سے تفریق کر کے باقی علاقے کے طول اور عرض معلوم کیے جاتے ہیں۔ اگر سرک مستطیل کے باہر کی طرف ہو تو اس کی چوڑائی کا دگنا جمع کر کے سرک مستطیل سمیت کے طول اور عرض معلوم کیے جاتے ہیں۔

مثال 2: مخطیلی ٹکل کا ایک باغ 120 میٹر لمبا اور 50 میٹر چوڑا ہے۔ اس کے پھوپھوں پر 4 میٹر چوڑی چوپڑ کی سرکیں بنی ہوئی ہیں۔ ان سرکوں کی مرمت کرنے کا خرچ بحساب 5 روپے فی مرلخ میٹر معلوم کریں۔



حل: لمبائی کے رخص سرک کا

$$\begin{aligned} \text{میٹر } 120 &= \text{ طول} \\ \text{میٹر } 4 &= \text{ عرض} \end{aligned}$$

مرلخ میٹر (120x4) = سرک کا رقبہ

مرلخ میٹر = 480

چوڑائی کے رخص سرک کا

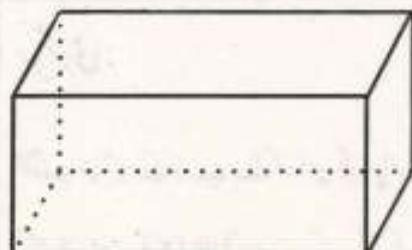
میٹر 50 = طول

مشق 7.1

- 1 - ایک مستطیلی باغ کا طول 180 میٹر اور عرض 120 میٹر ہے۔ اس کے گرد اگر دبابر کی طرف 2.5 میٹر کی بھی ہوئی چوڑی سڑک کا رقبہ معلوم کیجیے۔
- 2 - ایک مربجی پارک کا ضلع 250 میٹر لمبا ہے۔ اس کے گرد اگر دمیر کی طرف بھی ہوئی 5 میٹر چوڑی سڑک کا رقبہ معلوم کیجیے۔
- 3 - ایک کمرہ باہر سے 12 میٹر لمبا اور 9 میٹر چوڑا ہے۔ اس کے باہر کی طرف 2 میٹر چوڑے برآمدے کے فرش پر سینٹ کرانے کا خرچ بھاسب 27.50 روپے فی مربع میٹر کیا ہو گا؟
- 4 - ایک پارک مستطیلی شکل کا ہے۔ اس کی لمبائی 200 میٹر اور چوڑائی 100 میٹر ہے۔ اس کے پھوپھوں پر 2.4 میٹر چوڑی چوپڑی کی سڑکوں کا رقبہ معلوم کیجیے۔

7.2 کمرے کی چار دیواری کا رقبہ (Area of Four Walls of a Room)

ہم جانتے ہیں کہ ایک کمرے میں چار دیواریں ہوتی ہیں جن میں سے ہر ایک مستطیل شکل کی ہوتی ہے۔ ان چار دیواروں یعنی چار دیواری کا رقبہ معلوم کرنے کا ایک طریقہ تو یہ ہے کہ ہر ایک دیوار کا رقبہ علیحدہ علیحدہ معلوم کر کے ان کو جمع کر لیا جائے۔ تاہم دوسرے طریقے میں ایک فارمولہ استعمال کیا جاتا ہے۔ جس سے چار دیواری کا رقبہ معلوم کرنے کا عمل مختصر ہو جاتا ہے۔ آئیے اب ہم اس فارمولے کو دریافت کرتے ہیں۔



جوتے کے ذبے کا ذہلانا اتار دیں اور اس کے پیندے کو کاٹ کر الگ کرو دیں۔ اس طرح ذبہ چار دیواری کا ایک ماڈل بن جائے گا۔ اس ماڈل کو کسی ایک کونے سے عموداً کاٹ کر پھیلانے سے شکل 2 بن جائے گی جو کہ ایک مستطیل ہے



شکل 2

جس کا طول چار دیواری کی مجموعی لمبائی یعنی دو دفعہ لمبائی اور دو دفعہ چوڑائی کے مجموعے کے برابر ہو گی۔ یعنی

$$(چوڑائی + لمبائی + چوڑائی + لمبائی) = \text{مستطیل کا طول}$$

$$(چوڑائی + لمبائی) 2 =$$

$$\text{ڈبے کی اوپرچائی} = \text{مستطیل کا عرض}$$

$$\text{عرض} \times \text{طول} = \text{مستطیل کا رقبہ}$$

$$\text{اوپرچائی} \times (چوڑائی + لمبائی) 2 =$$

$$\text{چونکہ } \text{ڈبے کی چار دیواری کا رقبہ} = \text{مستطیل کا رقبہ} \\ \text{پس}$$

$$\text{اوپرچائی} \times (چوڑائی + لمبائی) 2 = \text{چار دیواری کا رقبہ}$$

سرگرمی:

مختلف سائز کے ڈبے لے کر ان کی چار دیواری کے رقبے معلوم کیجئے اور دیکھیں کہ اوپر دیے گئے فارمولے کا اطلاق سب کے لئے یکساں ہے۔

مثال 1: ایک کمرے کی لمبائی 8.5 میٹر، چوڑائی 6.5 میٹر اور اونچائی 5 میٹر کا مرکب مربع کا محتاط معلوم کیجیے۔

کمرے کی

$$\text{میٹر } 8.5 = \text{ لمبائی}$$

حل:

$$\text{میٹر } 6.5 = \text{ چوڑائی}$$

$$\text{میٹر } 5 = \text{ اونچائی}$$

$$\text{اونچائی} \times (\text{چوڑائی} + \text{لمبائی}) 2 = \text{ چار دیواری کا رقبہ}$$

$$= 2(8.5 + 6.5) \times 5$$

$$= 2(15) \times 5$$

$$= \text{ مرکب میٹر } 150$$

مثال 2: ایک کمرے کی لمبائی 6 میٹر، چوڑائی 5 میٹر اور اونچائی 4 میٹر ہے۔ اس میں دو دروازوں میں

سے ہر ایک $2 \frac{1}{2} \times 1 \frac{1}{4}$ میٹر مربع کا حصہ کا نہ کھینچا جائے۔ اس کی دیواروں پر

81 ستمیٹر کا عرض کا کتنا کا نہ لگے گا؟ اگر کاغذ کا بھاؤ 4.50 روپے فی میٹر ہو تو اس کی قیمت معلوم کیجیے۔

کمرے کی

$$\text{میٹر } 6 = \text{ لمبائی}$$

حل:

$$\text{میٹر } 5 = \text{ چوڑائی}$$

$$\text{میٹر } 4 = \text{ اونچائی}$$

$$\text{اونچائی} \times (\text{چوڑائی} + \text{ لمبائی}) 2 = \text{ چار دروازی کا رقبہ}$$

$$= 2(6+5) \times 4$$

$$= 2(11) \times 4 \text{ مربع میٹر}$$

$$= 88 \text{ مربع میٹر}$$

$$= 2 \times \left(2 \frac{1}{2} \times 1 \frac{1}{4} \right) \text{ دو دروازوں کا رقبہ}$$

$$= 2 \times \frac{5}{2} \times \frac{5}{4}$$

$$= \frac{25}{4} \text{ مربع میٹر}$$

$$= 1 \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \text{ کھڑکی کا رقبہ}$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{4} \text{ مربع میٹر}$$

$$= \frac{25}{4} + \frac{3}{4} \text{ دروازوں اور کھڑکی کا رقبہ}$$

$$= \frac{28}{4}$$

$$= 7 \text{ میٹر}$$

مرلٹ 7 = 81 کا غذ لگنے والے علاقوے کا رقبہ

$$\text{میٹر}^2 = 81 \text{ کا غذ کا عرض} = \frac{81}{100}$$

$$\text{کا غذ کی لمبائی} = 81 \div \frac{81}{100}$$

$$= 81 \times \frac{100}{81}$$

$$= 100 \text{ میٹر}$$

روپے 4.50 = ایک میٹر کا غذ کی قیمت

100 میٹر کا غذ کی قیمت = 100×4.50

= 450 روپے

معلومات

$$1\text{m} = 100\text{cm}$$

$$1\text{m} = 10 \text{ dm}$$

$$1\text{dm} = 10 \text{ cm}$$

مشق 7.2

1 - مندرجہ ذیل لمبا نجوس، چوڑا نجوس اور اوپچائی نجوس کے کروں کی چار دیواروں کا رقبہ زبانی معلوم کر کے نتیجے میں خالی جگہ پر لکھیے۔

کمرہ نمبر	لماں	چوڑاں	اوپچائی	کمرے کا رقبہ
1	6 میٹر	4 میٹر	3 میٹر	
2	8 میٹر	7 میٹر	4 میٹر	
3	10 میٹر	5 میٹر	3.5 میٹر	

2 - ایک چبوترہ 6.4 میٹر لمبا، 3.6 میٹر چوڑا اور 1.5 میٹر اوپچا ہے۔ اس چبوترے کے کو بنانے والی پہلوؤں کی دیواروں کا رقبہ معلوم کیجیے۔

3 - کلے منہ کے گتے کا ایک ڈب 0.7 میٹر لمبا، 0.5 میٹر چوڑا اور 0.4 میٹر اوپچا ہے۔ اس کو بنانے کے لیے کتنے مرلے میٹر گتے کی ضرورت ہوگی؟

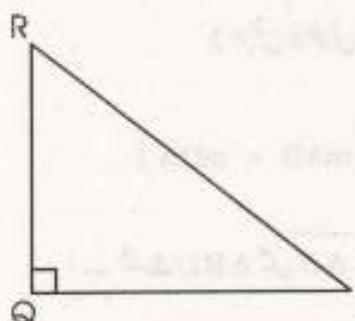
4 - ایک کمرے کی لمبا 7.5 میٹر، چوڑا 5.5 میٹر اور اوپچائی 3.5 میٹر ہے۔ اس میں 20 مرلے میٹر علاقہ دروازوں، کھڑکیوں اور رہ شداناں نے لکھر رکھا ہے۔ اس کی دیواروں پر ڈنپر کرانے کا خرچ بھاپ 30 روپے فی مرلے میٹر دریافت کیجیے۔

5 - ایک تالاب 50 میٹر لمبا، 25 میٹر چوڑا اور 4 میٹر گبرا ہے۔ اس کی دیواروں اور فرش پر پلٹر کروانے کا خرچ بھاپ 25 روپے فی مرلے میٹر دریافت کیجیے۔

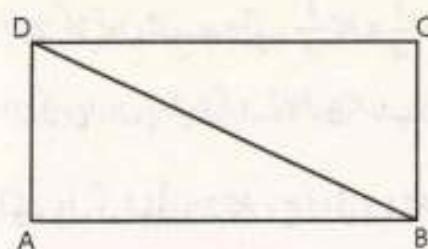
6 - ایک کمرے کی لمبا 8 میٹر، چوڑا 6 میٹر اور اوپچائی 4 میٹر ہے۔ اس میں ایک دروازہ $\frac{1}{2}$ میٹر $\times \frac{1}{2}$ میٹر

- اور 2 کھڑکیوں میں سے ہر ایک $\frac{1}{2} \text{ میٹر} \times \frac{1}{4} \text{ میٹر}$ اور 8 روشندانوں میں سے ہر ایک $0.3 \text{ میٹر} \times 0.5 \text{ میٹر}$ ہیں۔
اس کی دیواروں پر خیدی کرنے کا خرچ بحساب 5 روپے فی مربع میٹر معلوم کیجیے؟
- 7 - ایک ہال کی لمبائی 25 میٹر، چوڑائی 15 میٹر اور اونچائی 6 میٹر ہے۔ اس ہال میں 4 دروازوں میں سے ہر ایک $\frac{1}{2} \text{ میٹر} \times \frac{1}{3} \text{ میٹر}$ ، 8 کھڑکیوں میں سے ہر ایک $1 \text{ میٹر} \times \frac{1}{2} \text{ میٹر}$ اور 8 روشندانوں میں سے ہر ایک $0.3 \text{ میٹر} \times 0.5 \text{ میٹر}$ ہیں۔ اس کی دیواروں پر پلستر کرنے کا خرچ بحساب 20 روپے فی مربع میٹر کیا ہو گا؟
- 8 - ایک نالاب 25 میٹر لمبا، 10 میٹر چوڑا، 3 میٹر گبرا ہے۔ اس کے فرش اور دیواروں پر پلستر کرنے کا خرچ بحساب 1250 روپے فی سو مربع میٹر معلوم کیجیے۔

7.3 قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ (Area of Right Angled Triangle)



ہم جانتے ہیں کہ قائمۃ الزاویہ مثلث میں قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع میں سے کسی ایک ضلع کو قاعدہ اور دوسرے کو ارتفاع (Altitude) کہتے ہیں۔ مثلاً سامنے والی گئی مثلث PQR میں $\angle Q$ قائمۃ الزاویہ ہے۔ اس میں اگر ضلع \overline{QR} کو قاعدہ سمجھا جائے تو ضلع \overline{PQ} ارتفاع ہو گا اور اگر ضلع \overline{PQ} کو قاعدہ مانا جائے تو \overline{QR} کو ارتفاع کہا جائے گا۔ ایک مستطیل ABCD میں وتر \overline{BD} کھینچنے سے مستطیل دو قائمۃ الزاویہ مثلثوں ABD اور BCD میں تقسیم ہو جائے گی۔ اب



اگر مثلث BCD کو احتیاط سے کاٹ کر مثلث ABD پر اس طرح رکھا جائے کہ ضلع \overline{BC} اپنے مقابلہ ضلع \overline{AD} پر اس طرح آئے کہ نقطہ B ، نقطہ D پر ہو اور نقطہ C نقطہ A پر آئے تو ہم دیکھس گے کہ مثلث BCD ، مثلث AB اس طرح ڈھانپ لے گی کہ دونوں مثلثوں میں سے کسی کا کوئی حصہ باہر نکلا ہو انہیں ہو گا۔

یاد رکھیے:

- mAB ضلع کی لمبائی ہے۔

$$\text{یعنی } \text{مثلث } BCD \text{ کا رقبہ} = \text{مثلث } ABD \text{ کا رقبہ}$$

$$= \frac{1}{2} (\text{مستطیل } ABCD \text{ کا رقبہ})$$

$$= \frac{1}{2} (\text{عرض} \times \text{طول})$$

$$= \frac{1}{2} \times (mAB \times mDA)$$

اب مثلث ABD میں \overline{AB} قاعدہ اور \overline{DA} ارتفاع ہے۔

$$\text{یعنی } (\text{ارتفاع} \times \text{قاعدہ}) \times \frac{1}{2} = \text{مثلث } ABD \text{ کا رقبہ}$$

$$\text{پس } (\text{ارتفاع} \times \text{قاعدہ}) \times \frac{1}{2} = \text{قائمہ الزاویہ مثلث کا رقبہ}$$

مثال 1: ایک قائمہ الزاویہ مثلث کا قاعدہ 20 میٹر اور ارتفاع 10 میٹر ہے۔ اس کا رقبہ معلوم کیجئے۔

حل: ہم جانتے ہیں کہ

$$(ارتفاع \times \text{قاعدہ}) = \frac{1}{2} \times \text{قائمہ الزاویہ مثلث کا رقبہ}$$

$$= \frac{1}{2} \times 20 \times 10 \quad \text{مرائے میٹر}$$

$$= 100 \quad \text{مرائے میٹر}$$

مثال 2: متماش الساقین قائمہ الزاویہ مثلث شکل کے ایک سکارف کا متماش اضلاع میں سے ہر ایک 90 سم لمبا ہے۔ اس میں لگنے والے کپڑے کی قیمت بھی 40 روپے فی مرائے میٹر معلوم کیجئے۔

حل: سکارف کی لمبائی 90 سم

سم 90 = سکارف کی چوڑائی

$$= \frac{1}{2} \times 90 \times 90$$

$$= \frac{8100}{2} \quad \text{مرائے میٹر}$$

$$= 4050 \quad \text{مرائے میٹر}$$

$$= \frac{4050}{10000} \quad \text{مرائے میٹر}$$

$$= 0.405 \quad \text{مرائے میٹر}$$

$$= 0.405 \times 40 \quad \text{روپے کی قیمت کپڑے کی}$$

$$= 16.20 \quad \text{روپے}$$

مشق 7.3

- 1- قائمۃ الزاویہ مثلاں کا رقبہ معلوم کیجیے جبکہ قائمۃ زاویہ بنانے والے اضلاع کی لمبائیاں مندرجہ ذیل ہیں:
(پہلا سوال زبانی ہے)

(i) میٹر 3، میٹر 4	(ii) میٹر 6، میٹر 10	(iii) میٹر 5، میٹر 8
(iv) میٹر 4، میٹر 25	(v) میٹر 2.58، میٹر 4.5	(vi) میٹر 1.8، میٹر 72.5

2- ایک خیمے کے سامنے والا پرودہ، دو ایک جیسی قائمۃ الزاویہ مثلاں پر مشتمل ہے، جن میں سے ہر ایک قائمۃ الزاویہ والے اضلاع 2.8 میٹر اور 1.5 میٹر ہیں۔ اس پرودے کو بنانے میں کتنا کپڑا لگے؟

3- ایک کھیت قائمۃ الزاویہ مثلاں شکل کا ہے۔ جس کے قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع 450 میٹر اور 560 میٹر لبے ہیں۔ اس کا رقبہ ہیکلر زمین کیا ہوگا؟ (جبکہ 10000 مرلچ میٹر = 1 ہیکلر)

4- 350 میٹر قاعدہ اور 160 میٹر ارتفاع والے قائمۃ الزاویہ مثلاں کھیت میں پیدا ہونے والی گندم کی مقدار بحساب 40 کوئنٹل فی ہیکلر معلوم کیجیے۔

5- ایک پارک 250 میٹر قاعدہ اور 80 میٹر ارتفاع والی قائمۃ الزاویہ مثلاں شکل کا ہے۔ اس میں 10 مرلچ میٹر شکل کی پھولوں کی ایک کیاری بنی ہوئی ہے۔ باقی پارک میں گھاس لگوانے کا خرچ بحساب 0.5 روپے فی مرلچ میٹر معلوم کیجیے۔

6- 185 میٹر قاعدہ اور 120 میٹر ارتفاع کے قائمۃ الزاویہ مثلاں شکل کے کھیت کا مالیہ بحساب 125 روپے فی ہیکلر معلوم کیجیے۔

7.4 قائمۃ الزاویہ مثلث کے رقبہ سے متعلق سوالات

(Problems Related to the Area of Right Angled Triangle)

مندرجہ ذیل پر غور کیجیے۔

$$(i) \quad 2 \times 3 = 6; \quad \frac{6}{2} = 3 \quad ; \quad \frac{6}{3} = 2$$

$$(ii) \quad 7 \times 5 = 35; \quad \frac{35}{7} = 5 \quad ; \quad \frac{35}{5} = 7$$

$$(iii) \quad 15 \times 16 = 240; \quad \frac{240}{15} = 16 \quad ; \quad \frac{240}{16} = 15$$

مندرجہ بالا نتائج اور اسی قسم کی اور مثالوں سے پیدا چلتا ہے کہ

$$\frac{\text{دونہرہ زکا حاصل ضرب}}{\text{پہلا نمبر}} = \frac{\text{دونہرہ}}{\text{پہلا نمبر}}$$

ہم جانتے ہیں کہ

$$\text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع} = \frac{\text{قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ}}{2}$$

$$2 \times (\text{قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ}) = \text{ارتفاع} \times \text{قاعدہ} \quad \text{یا}$$

$$\frac{\text{رقبہ} \times 2}{\text{ارتفاع}} = \frac{\text{قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ}}{\text{قاعدہ}} \quad \text{یا}$$

$$\frac{\text{رقبہ} \times 2}{\text{قاعدہ}} = \frac{\text{قائمۃ الزاویہ مثلث کا ارتفاع}}{\text{رقبہ}} \quad \text{یا}$$

مثال: قائمہ الزاویہ مثلث شکل کے ایک کمیت کا رقبہ 4 میکٹر ہے۔ اس کا قاعدہ 250 میٹر ہے۔ ارتفاع معلوم کریں۔

$$\text{حل: } \text{مرعن میٹر} = 400000 = \text{مکٹر} 4 = \text{رقبہ}$$

$$\text{میٹر} = 250 = \text{قاعدہ}$$

$$\text{رقبہ} = \frac{2 \times \text{قاعدہ}}{\text{قاعدہ}} = \frac{2 \times 40000}{250}$$

$$= \frac{2 \times 40000}{250} \text{ میٹر} \\ = 320 \text{ میٹر}$$

مشتق 7.4

1۔ قائمہ الزاویہ مثلث سے متعلق درج ذیل نمبر کو زبانی مکمل کیجیے۔

نمبر شمار	قاعدہ	ارتفاع	رقبہ
(i)	10 میٹر		مرعن میٹر 4.8
(ii)	40 میٹر		مرعن میٹر 1200
(iii)		30 میٹر	مرعن میٹر 225
(iv)		5 میٹر	مرعن میٹر 1000

2۔ ایک قائمہ الزاویہ مثلث کا قاعدہ 10 میٹر اور ارتفاع 15 میٹر ہے اس کا رقبہ معلوم کیجیے۔

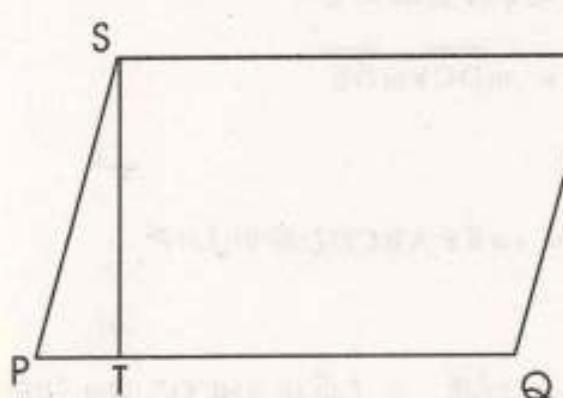
3۔ ایک قائمہ الزاویہ مثلث شکل کے پلاٹ کا قاعدہ 50 میٹر اور اس کا ارتفاع 40 میٹر ہے اس کا رقبہ

معلوم کیجئے۔

- 4۔ ایک سمجھن مثبت مثلث کا ہے۔ اس کا قاعده 18 میٹر اور ارتفاع 7.3 میٹر ہے۔ اس کا رقبہ معلوم کیجئے۔
- 5۔ اس قائمۃ الزاویہ مثبت کا ارتفاع کیا ہو گا، جس کا قاعده 24.2 میٹر ہو اور رقبہ 3.1 میٹر ہی اور 13.2 چوڑی مستطیل کے برابر ہو؟
- 6۔ اگر ایک قائمۃ الزاویہ مثبت مثلث کیت کا ارتفاع 60.5 میٹر ہے اور اس میں کھاد ڈلوانے کا خرچ بھاسب 2.5 روپے فی مرلخ میٹر 1815 روپے ہو تو اس کا قاعده معلوم کیجئے۔

7.5 متوازی الاضلاع کا رقبہ (Area of Parallelogram)

متوازی الاضلاع ایک ایسی چوکور ہوتی ہے جس کے متقابلے اضلاع باہم متوازی اور متماثل ہوتے ہیں۔ مثلاً سامنے بنی ہوئی چوکل PQRS ایک متوازی الاضلاع ہے۔ جس میں $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$ اور $\overline{QR} \parallel \overline{PS}$ ، اور نیز متوازی الاضلاع کے کسی ایک ضلع کو قاعده اور اس کے متقابلے ضلع کے کسی کونے سے قاعده پر گرا یا گیا عمود، ارتفاع کہلاتا ہے۔ مثلاً



متوازی الاضلاع PQRS میں

$\overline{ST} \perp \overline{PQ}$ اور ہم اضلاع

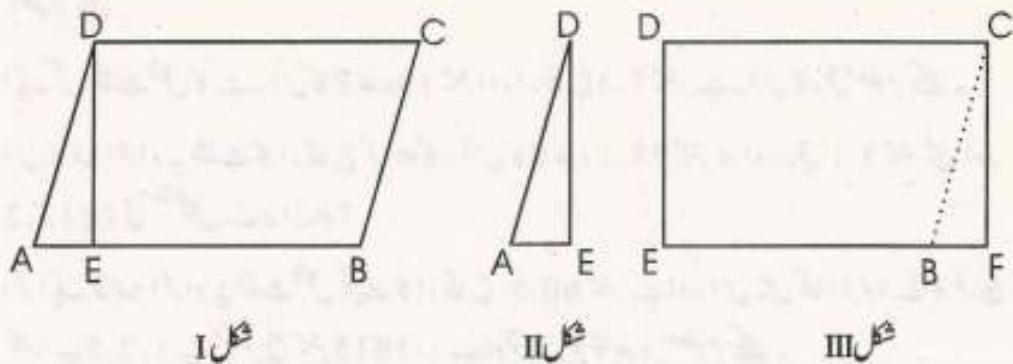
\overline{PQ} کو اس متوازی الاضلاع

کا قاعده اور \overline{ST} کو ارتفاع

کہتے ہیں۔

آئیے اب متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کرنے کا فارمولہ دریافت کریں۔

کاغذ پر متوازی الاضلاع (مکمل) ABCD بنائی اور $DE \perp AB$ کیجیا۔



متوازی الاضلاع $ABCD$ میں سے مثلث DEA کو کاٹ کر چوکور $DEBC$ کے ساتھ شکل III کے مطابق رکھا۔ اس طرح بننے والی چوکور $DEFC$ کے زاویوں کو نانپے سے پہ چلا کہ یہ ایک مستطیل بن گئی ہے۔

$$\begin{aligned} \text{مستطیل } DEFC \text{ کا رقبہ} &= \text{متوازی الاضلاع } ABCD \text{ کا رقبہ} \\ &= m\overline{DC} \times m\overline{DE} \end{aligned}$$

اب

$$m\overline{DC} = m\overline{AB} = \text{متوازی الاضلاع } ABCD \text{ کا قاعده}$$

اور

$$\text{متوازی الاضلاع } ABCD \text{ کا ارتفاع} = m\overline{DE} \text{ ہے۔}$$

یعنی اس متوازی الاضلاع کا قاعده \times اس متوازی الاضلاع کا ارتفاع = متوازی الاضلاع $ABCD$ کا رقبہ
پس قاعده \times ارتفاع = متوازی الاضلاع کا رقبہ

مثال: متوازی الاضلاع مکل کے ایک کھیت کا قاعده 750 میٹر اور ارتفاع 360 میٹر ہے۔ اس کھیت کو ایک سال کے لیے 8000 روپے نیمکٹ کے حساب سے بھیجے پر دیا گیا۔ بھیجے کی رقم معلوم کریں۔

$$\text{میٹر } 750 = \text{کھیت کا قاعده \quad : جل}$$

$$\text{میٹر } 360 = \text{کھیت کا ارتفاع}$$

$$\text{مریخ میٹر} (750 \times 360) = \text{کھیت کا رقبہ}$$

$$= \frac{750 \times 360}{10000}$$

$$= 27 \text{ نیمکٹ}$$

$$\text{روپے } 8000 = 1 \text{ نیمکٹ پر بھیجے کی رقم}$$

$$\text{روپے } (27 \times 8000) = 27 \text{ نیمکٹ بھیجے کی رقم}$$

$$= 216,000$$

مشق 7.5

1۔ متوازی الاضلاع علاقے کے متعلق مندرجہ ذیل نیمکٹ زبانی مکمل کیجیے۔

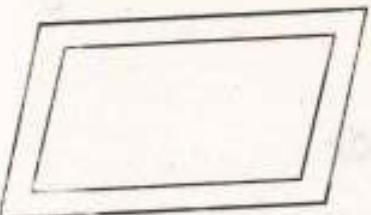
نمبر شمار	قاعده	ارتفاع	رقبہ
(i)	15cm	8cm	
(ii)	12mm	9mm	
(iii)	7dm	16dm	
(iv)	3dm	80cm	

2۔ ایک متوازی الاضلاع مکن کا قاعده 48 میٹر اور ارتفاع 25 میٹر ہے۔ اس کا رقبہ معلوم کیجیے۔

3۔ متوازی الاضلاع مثلث کے ایک پارک کا قاعده 120 میٹر اور ارتفاع 85 میٹر ہے۔ اس کو ہموار کرنے کا خرچ بھاسب 0.50 روپے فی مربع میٹر معلوم کیجیے۔

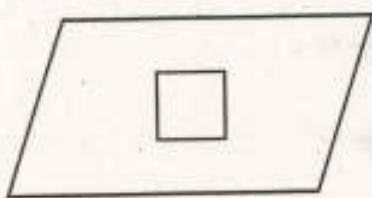
4۔ ایک کھیت متوازی الاضلاع مثلث کا ہے۔ اگر اس کا قاعده 125 میٹر اور ارتفاع 48.8 میٹر ہو تو اس میں کھاد ڈلوانے کا خرچ بھاسب 25 پیسے فی مربع میٹر کیا ہو گا؟

5۔ متوازی الاضلاع مثلث کے ایک باغ کے اندر کی طرف 2.5 میٹر چوڑی سڑک چاروں طرف بنی ہوئی ہے۔ اگر باغ کا قاعده 400 میٹر اور ارتفاع 225 میٹر ہو تو اس سڑک کا رقبہ معلوم کریں۔



نوٹ تکھی:

سڑک چھوڑ کر باقی باغ کا قاعده (5-400) میٹر اور ارتفاع (5-225) میٹر ہے۔



6۔ متوازی الاضلاع مثلث کے ایک پارک میں 10 میٹر ضلع کا ایک مربع نمایا لاب بنा ہوا ہے۔ اگر پارک کا قاعده 75 میٹر اور ارتفاع 60 میٹر ہو تو اس میں گھاس لگوانے کا خرچ بھاسب 30 پیسے فی مربع میٹر معلوم کریں۔

7۔ ہڑپاک کے کھنڈرات میں پایا جانے والا قلعہ متوازی الاضلاع مثلث کا ہے، جس کا قاعده 414.5 میٹر اور ارتفاع 154.8 میٹر ہے۔ اس کے فرش کی صفائی کرنے پر 15 پیسے فی مربع میٹر کے حساب سے کیا خرچ آئے گا؟

معلومات

ہڑپاک کے کھنڈرات پنجاب کے شہر ساہیوال سے چند میل کے فاصلے پر ہیں۔ ماہرین آثار قدیمہ کے مطابق ہڑپاک شہر 3500 سال پہلے تہایت پُر رونق تھا۔ یاد رہے کہ ہڑپاک میں واقع یہ قلعہ دنیا کی واحد تاریخی عمارت یہ جو متوازی الاضلاع ہے۔

7.6 متوازی الاضلاع کے رقبہ سے متعلق سوالات

(Problems Related to the Area of Parallelogram)

ہم جانتے ہیں کہ

$$\text{قاعده} \times \text{ارتفاع} = \text{متوازی الاضلاع کا رقبہ}$$

$$\text{اس لیے} \quad \frac{\text{رقبہ}}{\text{ارتفاع}} = \text{متوازی الاضلاع کا قاعدہ}$$

$$\frac{\text{رقبہ}}{\text{قاعده}} = \text{متوازی الاضلاع کا ارتفاع}$$

یعنی متوازی الاضلاع کے رقبہ، قاعدے اور ارتفاع میں سے دو مقداریں معلوم ہوں تو تیسرا مقدار آسانی سے معلوم کی جا سکتی ہے۔

مثال: متوازی الاضلاع مثلث کے ایک سین کا رقبہ 39 مربع میٹر ہوتا ہے۔ اگر اس کا ارتفاع 5.2 میٹر ہو تو اس کا قاعدہ معلوم کیجیے۔

حل: $39 = \text{سین کا رقبہ}$

$$5.2 = \text{ارتفاع}$$

$$\text{میٹر} = \frac{39}{5.2}$$

$$= 7.5 \text{ میٹر}$$

مشتق 7.6

1 - متوازی الاضلاع سے متعلق مردرجہ ذیل نتیجے کو زبانی کمک کیجئے۔

نمبر شار	قاعدہ	ارتفاع	رقبہ
(i)		8mm	$80(\text{mm})^2$
(ii)	15cm		$75(\text{cm})^2$
(iii)		12dm	$96(\text{dm})^2$
(iv)	2mm		$3.6(\text{m})^2$

2 - متوازی الاضلاع کا ارتفاع اعشاریہ کے بعد دو ہندسے تک معلوم کیجئے۔ جبکہ

(i) $\text{قاعدہ} = 5.6(\text{dm})^2$, رقبہ = 3.5 dm
(ii) $\text{قاعدہ} = 5.8(\text{cm})^2$, رقبہ = 8.5 mm
(iii) $\text{قاعدہ} = 6.3(\text{m})^2$, رقبہ = 13.6 dm

3 - متوازی الاضلاع کا قاعدہ اعشاریہ کے بعد دو ہندسے تک معلوم کیجئے۔ جبکہ

(i) $\text{ارتفاع} = 21.6(\text{cm})^2$, رقبہ = 5.4 cm
(ii) $\text{ارتفاع} = 72.9(\text{m})^2$, رقبہ = 10.8 m
(iii) $\text{ارتفاع} = 484(\text{dm})^2$, رقبہ = 2.2 m

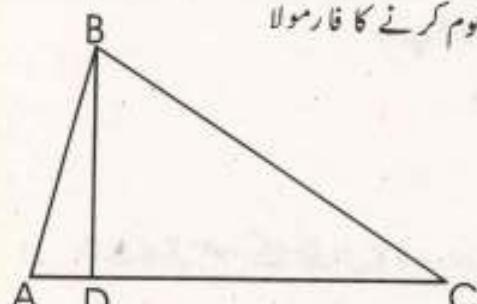
- 4۔ ایک متوازی الاضلاع شکل کا کھیت 150 میٹر ہے اور اس کا ارتفاع 130 میٹر ہے۔ اس کا رقبہ معلوم کیجئے۔
- 5۔ ایک متوازی الاضلاع شکل کا کھیت 300 میٹر ہے اور اس کا ارتفاع 150 میٹر ہے۔ اس کا رقبہ معلوم کیجئے۔
- 6۔ ایک متوازی الاضلاع شکل کا کھیت 185 میٹر لمبا اور 124 میٹر چوڑا ہے۔ اسی رقبہ کا ایک اور متوازی الاضلاع کھیت ہے۔ اگر دوسرے کھیت کا قاعده 155 میٹر ہو تو اس کا ارتفاع معلوم کیجئے۔

7.7 مثلث کا رقبہ (Area of Triangle)

اگر مثلث کا قاعده اور ارتفاع دیا گیا ہو تو مثلث کا رقبہ معلوم کرنے کا فارمولہ
یہ ہے دیا گیا ہے۔

$$\text{ارتفاع} \times \text{قاعده} \times \frac{1}{2} = \text{مثلث کا رقبہ}$$

اس فارمولے کی مدد سے ہم سوالات حل
کرتے ہیں۔



مثال 1: مثلث شکل کے ایک کھیت کا قاعده 50 میٹر اور ارتفاع 40 میٹر ہے۔ اس کا رقبہ معلوم کیجئے۔

حل: ہم جانتے ہیں کہ

$$\text{ارتفاع} \times \text{قاعده} \times \frac{1}{2} = \text{مثلث کا رقبہ}$$

$$= \frac{1}{2} \times 50 \times 40$$

$$= 1000$$

مرکب میٹر

مثال 2: مثلث شکل کے ایک کھیت کا قاعده 600 میٹر اور ارتفاع 450 میٹر ہے۔ اس کھیت کا لگان
بمحاسبہ 50 روپے فی ہکل معلوم کیجئے۔

حل: میٹر 600 = کھیت کا قاعده

$$\text{میٹر} 450 = \text{کھیت کا ارتفاع}$$

$$\text{مراجع میز} = \frac{1}{2} \times (600 \times 450) = \text{کھیت کا رقبہ}$$

$$= \frac{600 \times 450}{2 \times 10000} \text{ ہیکلر}$$

$$= 13.5 \text{ ہیکلر}$$

$$\text{روپے } 50 = 1 \text{ ہیکلر پر لگان}$$

$$\text{روپے } 13.5 = (50 \times 13.5) \text{ ہیکلر پر لگان}$$

$$= 675 \text{ روپے}$$

مشق 7.7

1 - مثلث کا رقبہ معلوم کیجئے جبکہ اس کا قاعده اور ارتفاع مندرجہ میں ہوں: (زمینی)

(i) 15m·6m	(ii) 20m·19m	(iii) 16dm·12dm
(iv) 2m·50cm	(v) 15.6m·65dm	(vi) 6.8m·135dm
(vii) 4.25dm·116cm	(viii) 256cm·4.5m	(ix) 3m. 50m

2 - ایک کھیت مثلث شکل کا ہے جس کا قاعده 30 میٹر اور ارتفاع 40 میٹر ہے اس کا رقبہ معلوم کیجئے۔

3 - ایک مثلث شکل کے کھیت کی لمبائی 50 میٹر اور ارتفاع 40 میٹر ہے۔ اس کا رقبہ معلوم کیجئے۔

4 - ایک کشتی کے مثلث شکل باد بان کا قاعده 3.6 میٹر اور ارتفاع 2.5 میٹر ہے۔ اس باد بان کو بنانے میں کتنے مراجع میٹر کپڑا لگا ہوا ہے؟

5 - ایک کھیت مثلث شکل کا ہے۔ جس کا قاعده 240 میٹر اور ارتفاع 175 میٹر ہے۔ اس میں 15 کوئنٹل فی ہیکلر کے حساب سے کتنی منڈ م پیدا ہوگی؟

6 - مثلث شکل کے ایک سجن کے فرش پریپ کرنے میں 15 روپے فی مراجع میٹر کے حساب سے کیا خرچ

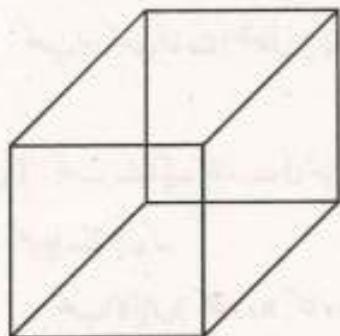
آئے گا۔ جبکہ گھن کا قاعده 26 میٹر اور ارتفاع 18 میٹر ہو؟

- 7۔ ایک چوکور کا ایک وتر 48 میٹر لمبا ہے۔ اس کے باقی دو کونوں سے وتر پر گرانے گئے عوادوں کی لمبائیاں 15 میٹر اور 19 میٹر ہیں۔ اس کا رقبہ معلوم کریں۔

7.8 مکعب اور مکعب نما کا جنم معلوم کرنا

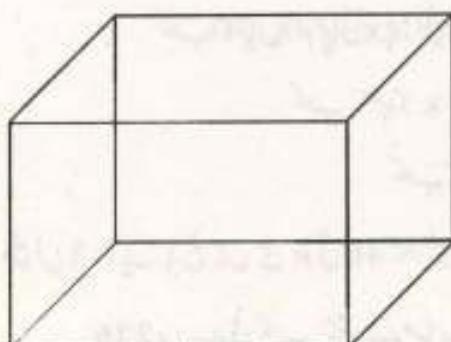
(Finding the Volume of a Cube and Cuboid)

(i) مکعب (Cube)



چائے کے اکٹڑے، کپڑے دھونے والی بعض صابن کی تکلیف، لذہ و کھینچنے کے لیے پہنچانا جانے والا پانسہ دغیرہ مکعب شکل کے ہوتے ہیں۔ ایک مکعب کی 6 سطحیں، 12 کنارے اور 8 کونے ہوتے ہیں۔ اس کی ہر ایک سطح مرربع ہوتی ہے اور تمام کنارے ایک ہی لمبائی کے ہوتے ہیں۔

(ii) مکعب نما (Cuboid)



انٹیں، کتابیں، جوتوں کے ذبیحہ بھی مکعب نما سے ملتی جلتی شکل کے ہوتے ہیں۔ ان شکل کے جسم کو مکعب نما کہتے ہیں۔ ایک مکعب نما کی 6 سطحیں 12 کنارے اور 8 کونے ہوتے ہیں۔ البتہ اس کی تمام سطحیں مرربع شکل کی نہیں ہوتیں۔

مکعب اور مکعب نما کا جنم (Volume of a Cube and a Cuboid)

آئیے مکعب اور مکعب نما کے جنم معلوم کرنے کے فارمولے جو کہ یہ ہیں۔

$$\text{مکعب اکائیاں} (\text{کنارہ} \times \text{کنارہ} \times \text{کنارہ}) = \text{مکعب کا جنم}$$

$$\text{مکعب اکائیاں} (\text{اونچائی} \times \text{چوڑائی} \times \text{ لمبائی}) = \text{مکعب نما کا جنم}$$

مکعب اور مکعب نما کے استعمال پر چند مثالیں حل کرتے ہیں۔

مثال 1: مکعب کے ایک کنارے کی لمبائی 5 سم ہے۔ اس کا جنم معلوم کیجئے۔

حل: ہم جانتے ہیں کہ

$$\text{مکعب اکائیاں} (\text{کنارہ} \times \text{کنارہ} \times \text{کنارہ}) = \text{مکعب کا جنم}$$

$$\text{مکعب سم} (5 \times 5 \times 5) = \text{مکعب کا جنم}$$

$$\text{مکعب سم} = 125$$

مثال 2: ایک مکعب نما کی لمبائی 6 سم، اونچائی 4 سم اور چوڑائی 3 سم ہے۔ مکعب نما کا جنم معلوم کیجئے۔

حل: ہم جانتے ہیں کہ

$$\text{مکعب اکائیاں} (\text{اونچائی} \times \text{چوڑائی} \times \text{ لمبائی}) = \text{مکعب نما کا جنم}$$

$$\text{مکعب سم} (6 \times 4 \times 3) = \text{مکعب نما کا جنم}$$

$$\text{مکعب سم} = 72$$

مثال 3: ایک باغ میں بنی ہوئی 40 میٹر لمبی اور 2.5 میٹر چوڑی سڑک پر 2 سم اونچی بجھانے پر

226 روپے فی مکعب میٹر کے حساب سے کیا خرچ آئے گا؟

حل: میٹر 40 = سڑک کی لمبائی

$$\text{میٹر } 2.5 = \frac{چڑائی}{3}$$

$$\text{میٹر } 0.03 = \frac{\text{اوپنچائی}}{3}$$

$$\text{کعب میٹر } (40 \times 2.5 \times 0.03) = \text{سرک کا جم}$$

$$\text{کعب میٹر } 3 =$$

$$\text{روپے } 226 = \text{ایک کعب میٹر بجری پر خرچ}$$

$$\text{روپے } (3 \times 226) = \text{3 کعب میٹر بجری پر خرچ}$$

$$\text{روپے } 678 =$$

$$\text{روپے } 678 = \text{مطلوبہ خرچ}$$

مثال 4: ایک گڑھا کھودا گی، جس کی بنیاد 8 میٹر کار کا مریٹ اور گہرائی 6.5 میٹر تھی۔ اس گھرے کی مٹی کو ایک

ٹرک کرنے پھر وہ میں لے جائے گا جبکہ ایسے پھرے میں $\frac{2}{3}$ 10 کعب میٹر مٹی جاتی ہو؟

حل: $\text{کعب میٹر } (8 \times 8 \times 6.5) = \text{گڑھے میں سے تکلی ہوئی مٹی کا جم}$

$$\text{کعب میٹر } 416 =$$

$$\text{کعب میٹر } 10\frac{2}{3} = \frac{32}{3} = \text{ایک پھرے میں جتنی مٹی جاتی ہے}$$

$$\text{پھرے } = \text{ایک کعب میٹر مٹی جتنے پھر وہ میں جاتی ہے}$$

$$\text{پھرے } = \left(416 \times \frac{3}{32} \right)$$

$$= 39$$

مثال 5: ایک صندوق $\frac{3}{2}$ سینٹی میٹر مولٹی لکڑی کا بنا ہوا ہے۔ اگر اس کی لمبائی 83 سم، چوڑائی 45 سم اور اوپرچاری 30 سم ہو تو اس میں گلی ہوئی لکڑی کا جنم معلوم کیجیے۔

$$\text{مکعب سم} = (30 \times 45 \times 83) \quad \text{حل:}$$

$$= 112050 \text{ سم}^3$$

صندوق کی اندر سے

$$\text{لماں} = \left(83 - \frac{3}{2} \times 2 \right) = 80 \text{ سم}$$

$$\text{چوڑائی} = \left(45 - \frac{3}{2} \times 2 \right) = 42 \text{ سم}$$

$$\text{اوپرچاری} = \left(30 - \frac{3}{2} \times 2 \right) = 27 \text{ سم}$$

لہذا

$$\text{مکعب سم} = (80 \times 42 \times 27) = \text{اندر ونی جنم}$$

$$= 90720 \text{ سم}^3$$

$$\text{مکعب سم} = (112050 - 90720) = \text{لکڑی کا جنم}$$

$$= 21330 \text{ سم}^3$$

مشق 7.8

1 - مکعب کا جنم زبانی معلوم کریں۔ جبکہ ان کے کنارے مندرجہ ذیل ہوں:

(i) 10 cm (ii) 5 cm (iii) 4 cm (iv) 6 cm

2 - مکعب نما کا جنم زبانی معلوم کریں اس کی لمبائی، چوڑائی اور اوپرائی مندرجہ ذیل ہو۔

(i)	لمبائی = 4 cm	چوڑائی = 3 cm	اوپرائی = 5 cm
(ii)	لمبائی = 6 cm	چوڑائی = 5 mm	اوپرائی = 2 mm
(iii)	لمبائی = 10 dm	چوڑائی = 7 dm	اوپرائی = 3 dm
(iv)	لمبائی = 20 m	چوڑائی = 8 m	اوپرائی = 6 m

3 - 2.5 میٹر لمبی، 4 میٹر اوپرائی اور 0.2 میٹر موٹی دیوار کا جنم معلوم کیجیے۔

4 - لکڑی کا ایک صندوق 1.4 میٹر لمبا، 0.9 میٹر چوڑا اور 0.5 میٹر اوپرائی ہے۔ یہ صندوق کمرے میں کتنے جگہ جگہ رہے گا؟

5 - دیوار کی لکڑی کا ایک شہتیر 2.5 میٹر لمبا، 30 سم چوڑا اور 15 سم موٹا ہے۔ اس کی قیمت بحساب 24000 روپے فی مکعب میٹر معلوم کیجیے۔

6 - برف کی ایک پی 60 سم لمبی، 36 سم چوڑی اور 18 سم اوپرائی ہے۔ اگر 1 مکعب سم برف کا وزن 0.1 گرام ہو تو اس پی کا وزن کتنے گلوگرام ہو گا؟

- 7 - 5.2 میٹر ہے، 4.5 میٹر چوڑے اور 75 سم اونچے چوتھے کو بنانے کا خرچ بھاب 60 روپے فی مکعب
میٹر معلوم کیجیے۔
- 8 - لوہے کا ایک گلزار 40 سم لمبا، 25 سم چوڑا اور 12 سم اونچا ہے۔ اگر 1 مکعب سم لوہے کا وزن 6 گرام ہو تو اس گلزار کا وزن کیا ہوگا؟
- 9 - 50 کلو میٹر لبی، 4 میٹر چوڑی اور 1.4 میٹر گہری نہر کی کھدائی پر 2.5 روپے فی مکعب میٹر کے حساب سے کیا خرچ آئے گا؟
- 10 - دریا کے کنارے 5 میٹر اونچا 6 میٹر چوڑا بند باندھنے میں کتنے روپے خرچ ہوں گے، جبکہ بند کی لمبائی 2 کلو میٹر ہو اور 1 مکعب میٹر بند باندھنے کی لاگت 4.5 روپے ہو؟
- 11 - ایک مکعب نما صندوق 1.8 میٹر لمبا، 9 ذم چوڑا اور 6 ذم اونچا ہے۔ ایک اور صندوق مکعب شکل کا ہے جس کا کنارہ 1 میٹر لمبا ہے۔ دونوں صندوقوں میں سے کس کا جنم زیادہ ہے اور کتنا زیادہ ہے؟
- 12 - 15 کلو میٹر لبی، 6 میٹر چوڑی سڑک پر 8 سم موٹی بجری کی تہہ بچانے کا خرچ 25 روپے فی مکعب میٹر کے حساب سے معلوم کیجیے۔

عملی جیومیٹری (Practical Geometry)

7.9 تنصیف (Bisection)

کسی قطعہ خط یا زاویے کی تنصیف کرنے کا مطلب ہے کہ اسے دو برابر حصوں میں تقسیم کیا جائے۔ اب ہم قطعات خط اور زاویوں کی تنصیف کرنا پڑھیں گے۔ قطعہ خط کی عمودی تنصیف سے مراد قطعہ خط کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔

1. قطعات خط کی تنصیف (Bisection of Line Segment)

ایک قطعہ خط کی تنصیف کا طریقہ مثال سے واضح ہے۔

مثال: ایک قطعہ خط 6 سم لمبا کچھ اور پرکار اور پیمانے کی مدد سے اس کی تنصیف کیجئے۔

(i) ایک قطعہ خط \overline{AB} , 6 سم لمبا کچھ۔

(ii) پرکار کی نوک نقطہ A پر رکھی اور \overline{AB} کی لمبائی کے نصف سے قدر سے زیادہ رداں کی ایک قوس \overline{AB} کے آر پار لگائی۔

(iii) پرکار کی نوک نقطہ B پر رکھی اور

(ii) میں لئے گئے رداں کی ایک اور قوس \overline{AB} آر پار لگائی جو پہلی قوس کو نقاط C اور D پر قطع کرتی ہیں۔

(iv) C کو D سے ملایا تو CD قطعہ

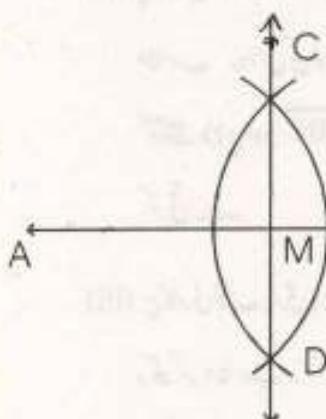
خط \overline{AB} کو نقطہ M پر قطع کرتا ہے۔

مطلوبہ نقطہ جو \overline{AB} کی تنصیف کرتا

ہے۔ یعنی $\overline{AM} \cong \overline{MB}$ (اس کی پڑتال \overline{AM} اور \overline{MB} کی لمبائیاں ماب کر کیجئے۔)

زاویہ $\angle CMB$ اور $\angle CMA$ کی بھی پیمائش کیجئے۔

$m\angle CMA = m\angle CMB = 90^\circ$

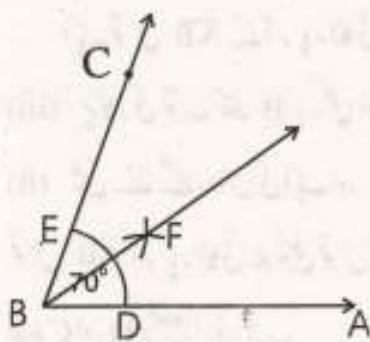


پس $\overline{CD} \perp \overline{AB}$
 چونکہ \overleftrightarrow{CD} پر عمود ہے اور اس کی تنحیف بھی کرتا ہے اس وجہ سے ہم \overline{CD} کو \overline{AB} کا عمودی ناصف (Perpendicular Bisector) کہتے ہیں۔

II- زاویے کی تنحیف (Bisection of an Angle)

جبیسا کہ پہلے بیان کیا جا چکا ہے زاویے کی تنحیف سے مراد اس زاویے کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرنا ہے۔ ایک زاویے کی تنحیف کا طریقہ ہم مندرجہ ذیل مثال سے واضح کرتے ہیں۔
 مثال: زاویہ $\angle ABC = 70^\circ$ کا بنائیے اور اس پر بیان کے استعمال سے اس کی تنحیف کیجئے۔
 حل:

عمل (i) پر وڈریکٹر کی مدد سے 70° کی مقدار کا $\angle ABC$ بنایا۔

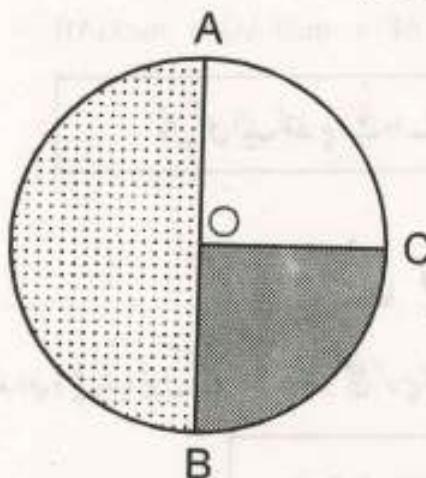


(ii) پر کار کی توک نقطہ B پر رکھی اور ایک مناسب رواں کی قوس لگائی جو \overline{BA} کو نقطہ D پر اور \overline{BC} کو نقطہ E پر قطع کرتی ہے۔

(iii) پر کار کی توک باری باری نقطہ D اور E پر رکھ کر مناسب رواں کی دو قوسیں لگائیں جو ایک دوسرے کو نقطہ F پر قطع کرتی ہیں۔

(iv) نقطہ B کو نقطہ F سے ملا کر \overline{BF} کھینچی۔ $\angle ABC$ کی تنحیف کرتی ہے۔
 $\angle ABF \cong \angle FBC$ یعنی (پر وڈریکٹر کی مدد سے اس کی تصدیق کیجئے۔)

7.10 دائرے کا سیکٹر (Sector of a Circle)

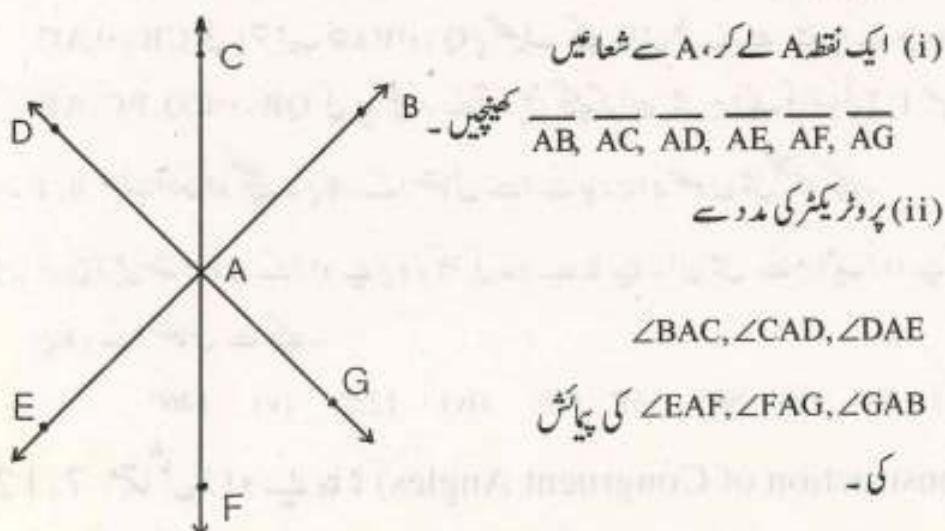


سائنسے والے دائرے میں
تین مختلف حصے نقطہ دار، سایہ دار اور
سفید دکھائے گئے ہیں۔ ان میں سے ہر
حصہ دو رداہی قطعات اور ایک قوس
سے گمراہوا ہے۔ ہر حصے کو دائرے کا
سیکٹر کہتے ہیں۔ مثلاً: \widehat{OCB} , \widehat{OAB} اور
 \widehat{OAC} تین سیکٹرز ہیں۔

7.11 ایک نقطہ پر زاویوں کا مجموعہ (Sum of the Angles at a point)

ایک نقطہ بھی۔ A میں سے اس کے چاروں طرف شعاعیں
کھینچ کر A پر اس طرح بننے والے مسلسل زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ معلوم کیجیے۔

مدارج عمل



(iii) ہم کیجئے جس کے:

$$m\angle BAC + m\angle CAD + m\angle DAE + m\angle EAF + m\angle FAG + m\angle GAB = 360^\circ$$

پس کسی ایک نقطہ پر بننے والے تمام زاویوں کا مجموعہ 360° ہوتا ہے۔

مشق 7.9 (عملی)

1 - مندرجہ ذیل لمبا جوں کے قطعات خط کھینچ کر پر کار کی مدد سے ان کی تحریف کیجیے۔

(i) 8cm	(ii) 6.4cm
(iii) 5.6cm	(iv) 9.8cm

2 - قطعہ خط 4.8 سم لمبا ہیں۔ ایک اسکی لائیں کھینچیں جو اس قطعہ خط کو قائمہ زاویے پر تحریف کرے۔

3 - 6.8 سم لمبا قطعہ خط AB لیجیے۔ پر کار کی مدد سے اس کی نقطہ C پر تحریف کیجیے۔ پھر ان ناصاف حصوں اور CB کی باہر تیہ نقاط P اور Q پر تحریف کیجیے۔ اس طرح سے بننے والے چاروں حصوں CQ، PC، AR اور QB کی پیمائش کر کے تصدیق کیجیے کہ ان میں ہر ایک کی لمبائی 1.7 cm ہے۔

4 - 8.4 سم لمبا قطعہ خط لیجیے۔ پر کار کے استعمال سے اسے چار برابر حصوں میں تقسیم کیجیے۔

5 - درج ذیل مقادروں کے زاویے پر وتر یکٹر کی مدد سے بنائیے۔ ان میں سے ہر ایک زاویے کی تحریف پر کار کے استعمال سے کیجیے۔

- (i) 46° (ii) 80° (iii) 98° (iv) 122° (v) 146°

7.12 متماثل زاویے بنانا (Construction of Congruent Angles)

پانچوں جماعت میں ہم پڑھ آئے ہیں کہ اگر دو زاویوں کی مقادیر ایسے ہیں تو ان

کو متعال زاویے کہتے ہیں۔

$$\angle A \cong \angle B \text{ تو } m\angle A = m\angle B$$

اب ہم پر کارکی مدد سے ایک دی گئی مقدار کے زاویے کے متعال زاویے کھینچا سکھیں گے۔

مثال: پر وریکٹر سے زاویہ $\angle ABC = 58^\circ$ کا بنائیے۔ پر کار کے استعمال سے اس کے متعال زاویہ

$\angle DEF$ کھینچنے۔

عمل (i) $m\angle ABC = 58^\circ$ پر وریکٹر سے کھینچنا۔

(ii) ایک اور مقام پر کوئی سی شعاع \overline{ED} کھینچنا۔

(iii) پر کار کی نوک نقطہ B پر رکھی اور مناسب رداں کی ایک قوس کھینچی جو \overline{BA} کو نقطہ G اور \overline{BC} کو نقطہ H پر قطع کرتی ہے۔

(iv) پر کار کی نوک نقطہ E پر رکھ کر

میں لئے گئے رداں کی قوس لگائی جو

\overline{ED} کو نقطہ J پر قطع کرتی ہے۔

(v) پر کار کی نوک نقطہ J پر رکھی اور \overline{GH} کی لمبائی کے برابر رداں کی قوس لگائی جو پہلی قوس کو نقطہ K پر قطع کرتی ہے۔

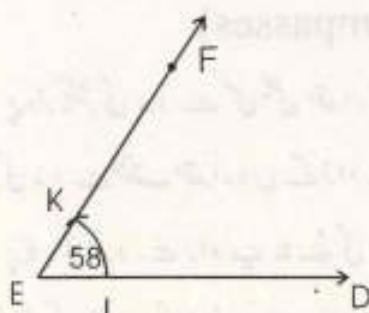
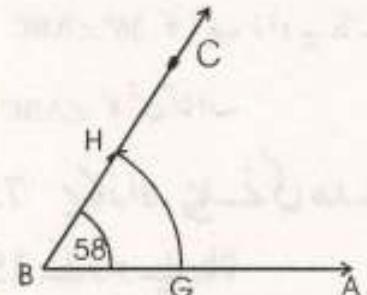
(vi) نقطہ E کو نقطہ K سے ملا کر \overline{EF} کھینچی تو

$\angle DEF$ مطلوب زاویہ ہے جو مقدار میں

$\angle ABC$ کے برابر ہے۔

پڑتاں:

$\angle DEF \cong \angle ABC$ کے پڑتاں کیجیے کہ



مشق 7.10 (عملی)

1 - درج ذیل مقداروں کے زاویے پروٹریکٹر کی مدد سے بنائیے۔ پھر پرکار کے استعمال سے ان زاویوں کے مترائل زاویے بنائیے۔ پیمائش کر کے اپنے عمل کی پڑتال بھی کیجیے۔

- (i) 46° (ii) 78° (iii) 99° (iv). 124° (v). 156°

2 - مختلف مقداروں کے دو زاویے کھینچئے۔ ایک قطعہ خط \overline{AB} ، 6.8 سم کھینچئے۔ نقطہ A پر پہلے زاویے کے مترائل زاویہ اور نقطہ B پر دوسرے زاویے کے مترائل زاویہ پرکار کی مدد سے بنائیے۔

3 - 42° کا ایک زاویہ پروٹریکٹر سے بنائیے۔ پرکار کی مدد سے ایک اور زاویہ بنائیے جو مقدار میں اس زاویے سے دو گنا ہو۔

4 - $\angle ABC = 36^\circ$ کا ایک زاویہ بنائیے۔ پرکار کی مدد سے ایک زاویہ بنائیے جو مقدار میں $\angle ABC$ کا تین گنا ہو۔

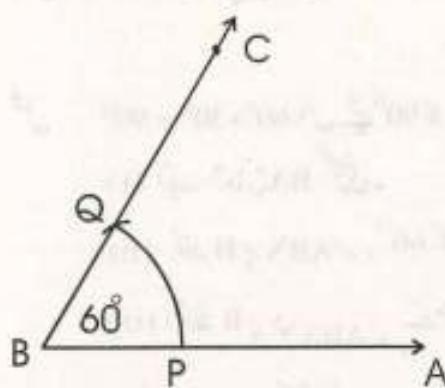
7.13 پرکار اور پیمانے کی مدد سے $135^\circ, 120^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 60^\circ, 30^\circ$ اور 150° کے زاویے بنانا

(Construction of Angles with Compasses)

پروٹریکٹر کی مدد سے کسی بھی مقدار کا زاویہ بنانا ہم پانچویں جماعت میں سیکھے چکے ہیں مگر اب ہم پرکار کی مدد سے مختلف مقداروں کے زاویے بنانا سیکھیں گے۔

پرکار کی مدد سے زاویے بنانے کی بنیاد 60° کا زاویہ ہے۔ اس کے ملنی پل (Multiples) یا جزو ضریبی کی مقدار کے زاویے ہی پرکار سے بنائے جاسکتے ہیں۔

مثال 1: 60° کے زاویہ کی ہناوٹ



عمل (i) ایک شعاع BA کھینچی۔

(ii) پر کار کی نوک نقطہ B پر رکھی اور مناسب مقدار کے رداں کی ایک قوس لگائی جو BA کو نقطہ P پر قطع کرتی ہے۔

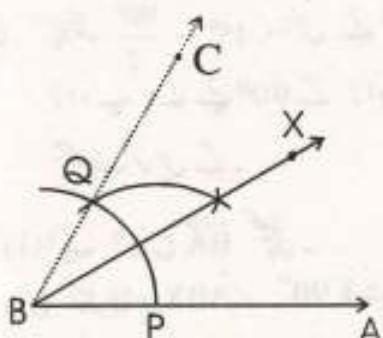
(iii) نقطہ P پر پر کار کی نوک رکھی اور (ii) میں لئے گئے رداں کی ایک اور قوس لگائی جو پہلی قوس کو نقطہ Q پر قطع کرتی ہے۔

(iv) نقطہ B کو نقطہ Q سے ملا کر BC کھینچی تو $\angle ABC$ مطلوبہ زاویہ ہے جس کی مقدار 60° ہے۔

پیمائش کر کے اس کی پڑتال کیجیے۔

مثال 2: 30° کے زاویہ کی ہناوٹ

عمل چونکہ 30° اس لیے 60° کے زاویے کی تصنیف سے 30° کا زاویہ کھینچا جائے گا۔



(i) ایک شعاع BA کھینچی۔

(ii) نقطہ B پر 60° کا بنایا۔

(iii) نقطہ P اور Q کی مدد سے $m\angle ABC$ اور Q کی مدد سے کاتا حصہ \overrightarrow{BX} کھینچا۔

(iv) مطلوبہ زاویہ $\angle ABX$ ہے جس کی

مقدار 30° ہے۔ (پیمائش کر کے اس کی پڑتال کیجئے۔)

مثال 3: 90° کے زاویے کی بناؤ۔

عمل: $60^{\circ} + 30^{\circ} = 90^{\circ}$ اس لیے 90° کا زاویہ کھینچنے کے لیے مسلسل 60° اور 30° کے زاویے بنائیں گے۔

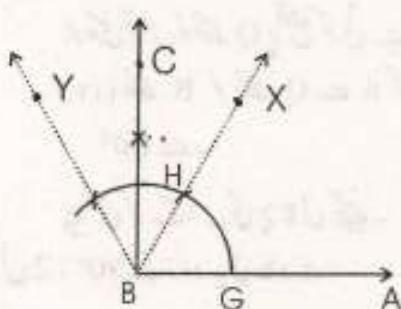
(i) ایک شعاع \overrightarrow{BA} کھینچی۔

(ii) نقطہ پر B کا 60° کا بنایا۔

(iii) نقطہ پر B کا 60° . $\angle ABX$ کے منظم کا بنایا۔

(iv) کاظم صاف BC کا بنایا۔

(v) $\angle ABC$ مطلوب زاویہ ہے جس کی مقدار 90° ہے۔



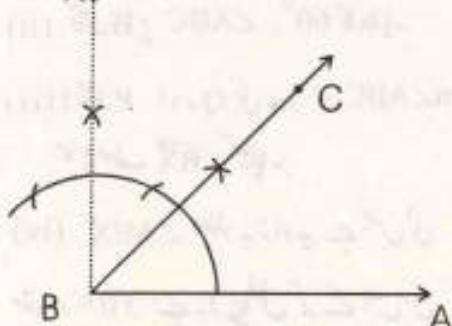
مثال 4: 45° کے زاویے کی بناؤ۔

پہلا طریقہ

عمل: چونکہ $45^{\circ} = \frac{90^{\circ}}{2}$ اس لیے 45° کے زاویے کے لیے 90° کے زاویے کی تنصیف کریں گے۔

(i) ایک شعاع \overrightarrow{BA} کھینچی۔

(ii) نقطہ پر B کا 90° . $\angle ABX$ کا بنایا۔



$\angle ABX$ کا ناصف \overline{BC} کھینچا۔ (iii)

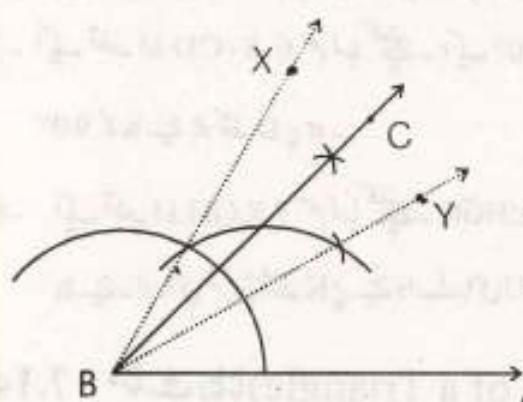
مطلوبہ زاویہ ہے جو مقدار میں 45° کا ہے۔

دوسرا طریقہ

چونکہ $45^\circ = 30^\circ + 15^\circ$ اس لیے 45° کا زاویہ بنانے کے لیے مسلسل 30° اور 15° کے زاویے بنائیں گے۔

عمل (i) ایک شعاع BA کھینچی۔

(iii) نقطہ B پر 60° , $\angle ABX$ کا بنایا۔



$\angle ABX$ کا ناصف \overline{BY} کھینچا تو (iii)

$\angle XBY$ اور $\angle ABY$ متماثل زاویے بننے جو مقدار میں 30° کے ہیں۔

(iv) $\angle XBY$ کا ناصف \overline{BC} کھینچا۔

مطلوبہ زاویہ ہے جو مقدار میں 45° کا ہے۔

ای طرح اور بہت سے زاویے ہیں جو پر کارکی مدد سے بنائے جاسکتے ہیں لیکن یہ ضروری

ہے کہ وہ زاویہ 60° کا مٹی پل (Multiple) یا جزو ضربی ہوں۔

مسئلہ 7.11 (عملی)

اس مسئلہ میں دیے گئے تمام زاویے چیانے اور پرکار کے استعمال سے بنائیے۔ پڑتاں کے لیے
ان زاویوں کی پیمائش پر ورنریکٹر سے کیجیے۔
1۔ مندرجہ ذیل مقداروں کے زاویے بنائیے۔

(i) 120° (ii) 135° (iii) 150°

- 2۔ ایک قطعہ خط AB، 5.6 سم لمبا کھینچ کر اس کے سرے A پر 60° اور دوسرے پر 45° کے زاویے بنائیے۔
3۔ ایک قطعہ خط CD، 6.8 سم لمبا کھینچے۔ ایک 30° کا زاویہ بنائیے جو نقطہ C پر ہو۔ دوسرے زاویہ 90° کا بنائیے جو نقطہ D پر ہو۔
4۔ ایک قطعہ خط GH، 7.8 cm لمبا کھینچے۔ $\angle HGK = 30^{\circ}$ کا زاویہ بنائیے اور $\angle GHK = 60^{\circ}$ کا زاویہ
بنائیے۔ اور اسی طرح نقطہ K پر بننے والے راستے کی پیمائش کیجیے۔

7.14 مثلث بنانا (Construction of a Triangle)

کسی مثلث کو بنانے کے لیے اس کے تمام اجزاء (Elements) کی ضرورت نہیں پڑتی بلکہ صرف
تین اجزاء میں سے کم از کم ایک ضلع ہو، کی مقدار میں معلوم ہونا ہی کافی ہے۔ آئیے ہم مندرجہ
ذیل صورتوں میں مثلث بنانا سکھیں۔

(i) دو اضلاع کی لمبائیاں اور ان کے درمیانی زاویے کی مقدار معلوم ہو۔

(ii) دو زاویوں کی مقدار میں اور ان کے درمیانی ضلع کی لمبائی معلوم ہو۔

(iii) ایک زاویہ قائمہ زاویہ ہو، وتر اور ایک ضلع کی لمبائیاں معلوم ہوں۔

یاد رہے مثلث کے کوئی سے دو اضلاع کی مجموعی لمبائی تیرے ضلع کی لمبائی سے بڑی ہوتی
ہے۔ یہ ایک حقیقت ہے اور اگر یہ حقیقت پوری نہ ہو تو مثلث نہیں بنائی جا سکتی۔ مثلاً ایک مثلث

کے اضلاع کی لمبائیاں 5 سم، 2.5 سم اور 1.8 سم ہیں۔ دو چھوٹے اضلاع کی مجموعی لمبائی $4.3 \text{ سم} = (2.5 + 1.8)$ سم ہے جو کہ بڑے ضلع کی لمبائی سے کم ہے۔ اس طرح ان اضلاع کی لمبائیوں سے مثلث نہیں بن سکتی۔ اسی طرح اگر دو چھوٹے اضلاع کی مجموعی لمبائی بڑے ضلع کی لمبائی کے برابر ہو جائے تو بھی مثلث نہیں بن سکتی۔

سرگرمی:

استاد مختلف شیئیں دے کر ان کی لمبائی کی پیمائش کروائے اور اور پر دینے گئے اصول کی تصدیق کروائے۔

مشق 7.12 (زبانی)

شکلیں بنائے بغیر معلوم کیجئے کہ درج ذیل مقداروں والے ضلعوں سے مثلث بنائی جاسکتی ہیں یا نہیں۔ ہر صورت میں وجد یا ان کیجئے۔

- 1 - 8 سم، 5 سم، 2 سم

- 2 - 9 سم، 4.5 سم، 2.8 سم

- 3 - 6.7 سم، 4.5 سم، 3.4 سم

- 4 - 6 سم، 5.2 سم، 3.6 سم

- 5 - 8.8 سم، 3.5 سم، 5.4 سم

7.15 مثلث بنانا جبکہ دو اضلاع کی لمبائیاں اور ان کے درمیانی زاویے کی مقدار معلوم ہو

(Construction of a Triangle when Two Sides and their included angle is Given)

مثال: ایک مثلث بنائیے جس کے دو اضلاع کی لمبائیاں 6.8 سم اور 4.6 سم ہوں اور ان کے درمیانی زاویے کی مقدار 120° ہو۔

عمل (i) قطع خط $mAB = 6.8 \text{ سم}$ لمبا کھینچا۔

(ii) نقطہ A پر $m\angle BAK = 120^\circ$ کا

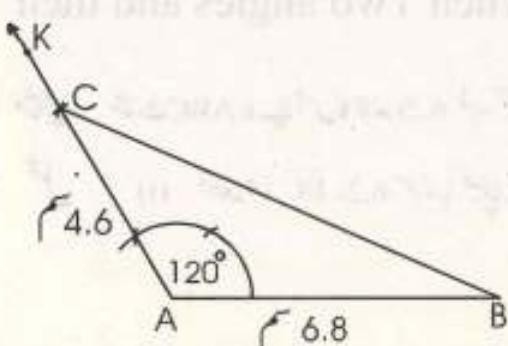
نیایا۔

(iii) اس طرح لیا کر

$mAC = 4.6 \text{ سم}$

(iv) نقطہ C کو نقطہ B سے لیا۔

پس $\triangle ABC$ مطلوب مثلث ہے۔



مشق 7.13 (عملی)

1۔ صرف پیاناے اور پکار کی مدد سے مثلثیں بنائیں جن کے دو اضلاع کی لمبائیاں اور ان کے درمیانی زاویے کی مقداریں درج ذیل ہوں۔

(i) $m\angle A = 60^\circ, m\angle B = 5.5^\circ, m\angle C = 8.4^\circ$

(ii) $m\angle A = 45^\circ, m\angle B = 4.2^\circ, m\angle C = 7.5^\circ$

(iii) $m\angle A = 30^\circ, m\angle B = 4.6^\circ, m\angle C = 6.8^\circ$

(iv) $m\angle A = 120^\circ, m\angle B = 3.6^\circ, m\angle C = 5.4^\circ$

2۔ ایک متماثل الساقین مثلث بنائی جس کے متماثل اضلاع میں سے ہر ایک کی لمبائی 6.4 cm ہو اور ان کا درمیانی زاویہ 30° کا ہو۔

3۔ مندرجہ ذیل مثلثیں پیاناے اور پروزیکٹر سے بنائیے۔

$$m\angle B = 30^\circ, m\overline{BC} = 3.6, m\overline{AB} = 5.8 \text{ اور } \Delta ABC \quad (i)$$

$$m\angle Q = 120^\circ, m\overline{QR} = 4.8, m\overline{PQ} = 4.8 \text{ اور } \Delta PQR \quad (ii)$$

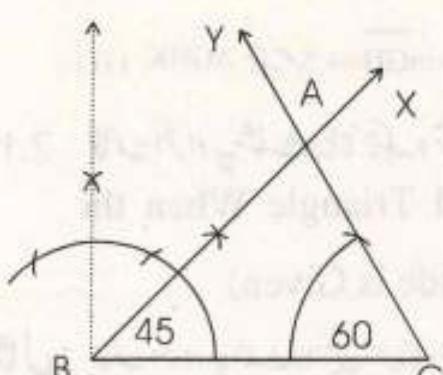
7.16 مشکل بنانا جبکہ دو زاویوں کی مقداریں اور ان کے درمیانی ضلع کی لمبائی

معلوم ہو

(Construction of a Triangle when Two angles and their included Side is Given)

مثال: مشکل ABC بنائیے جس کا قائم زاویہ 60° ، $m\angle B = 45^\circ$ اور لمبائی 6.2 cm ہو اور اس کا درمیانی زاویہ 45° کا ہو۔

عمل (i) قطعہ خط $\overline{BC} = 6.2 \text{ cm}$ لمبا کھینچا۔



م 6.2

(iii) نقطہ B کا بنا یا 45° , $m\angle CBX \neq B$ (iii) نقطہ C کا بنا یا 60° , $\angle BCY \neq C$ (iv) ایک دوسرے کو نقطہ X اور Y پر قطع کرتے ہیں۔پس ΔABC مطلوب مثلث ہے۔

مشق 7.14 (عملی)

1 - صرف پرکار اور پیمانے کی مدد سے مثلث بنائیں جبکہ

	قاعده پر زاویوں کی مقداریں	قاعده کی لمبائی
(i)	$30^\circ, 45^\circ$	6.5 م
(ii)	$45^\circ, 90^\circ$	5.4 م
(iii)	$30^\circ, 120^\circ$	4.8 م
(iv)	$45^\circ, 60^\circ$	3.6 م

2 - ایک منتظم اساقین مثلث بنائیے جس کے قاعده کی لمبائی 8.5 م ہے اور قاعده کا ہر زاویہ 45° کا ہو۔

3 - پروزیکٹ کے استعمال سے زاویے بنائیں کرو جو ملے مثلث بنائیے۔

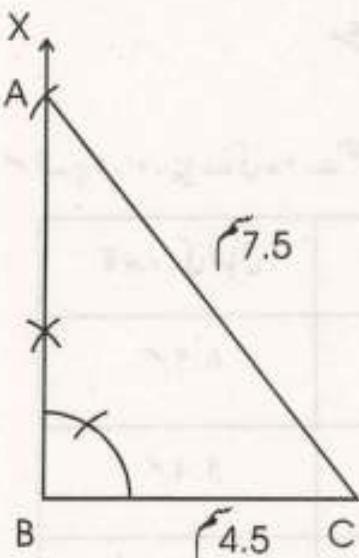
$m\overline{QR} = 5.3 \text{ cm}$, $m\angle Q = 120^\circ$, $m\angle R = 30^\circ$ جبکہ ΔPQR (i)

$m\angle G = 30^\circ$, $m\angle H = 60^\circ$, $m\overline{GH} = 4.5 \text{ cm}$ جبکہ ΔGHK (ii)

7.17 قائمۃ الزاویہ مثلاٹ بنانا جبکہ وتر اور ایک ضلع کی لمبائی معلوم ہو
(Construction of a Right Angled Triangle When the Length of Hypotenuse and One Side is Given)

مثال: قائمۃ الزاویہ مثلاٹ بنائیں جس کا وتر 7.5 cm لمبا اور ایک ضلع 4.5 cm لمبی ہو۔

حل:



عمل (i) قطعہ خط $\overline{BC} = 4.5 \text{ cm}$ لمبا کھینچا۔

(ii) نقطہ B پر $\angle CBX = 90^\circ$ کا بنایا۔

(iii) پر کارکی نوک نقطہ C پر رکھ کر 7.5 cm رہا۔

سے اس کی ایک تو س لگائی جو

\overline{BX} کو نقطہ A پر قطع کرتی ہے۔

(iv) نقطہ A کو نقطہ C سے ملایا۔

پس ΔABC مطلوبہ قائمۃ الزاویہ مثلاٹ ہے۔

مشق 7.15 (عملی)

1۔ قائمۃ الزاویہ مثلاٹیں پر کارکے استعمال سے بنائیے جبکہ:

(i) 6.8 cm = وتر کی لمبائی، 3.5 cm = قاعده کی لمبائی

(ii) 4.7 cm = قاعده کی لمبائی، 8.8 cm = وتر کی لمبائی

(iii) $m\angle = 7.6$ وتر کی لمبائی، $m\angle = 5.4$ قاعده کی لمبائی

(iv) $m\angle = 5$ ارتفاع، $m\angle = 9$ وتر کی لمبائی

2۔ ایک مثلث بنائے جس کے دو ضلعوں کی لمبائیاں 6.8 سم اور 4.4 سم ہوں اور 6.8 سم بھی ضلع کا

متقابلہ زاویہ ایک قائمہ زاویہ ہو۔

$m\overline{AB} = 3.8$ اور $m\overline{AC} = 5$ ، $m\angle B = 90^\circ$ ΔABC - 3

3۔ ایک مثلث بنائے جس میں $m\overline{PQ} = 4.6$ اور $m\overline{QR} = 9.8$ سم پر بننے والے زاویے کی مقدار

900 ہو۔

یونٹ 8

معلوماتی معاملات (Information Handling)

اس یونٹ میں ہم یاد کیں گے:

☆ پائی گراف کا تصور

☆ پائی گراف میں دی گئی معلومات کو پڑھنا

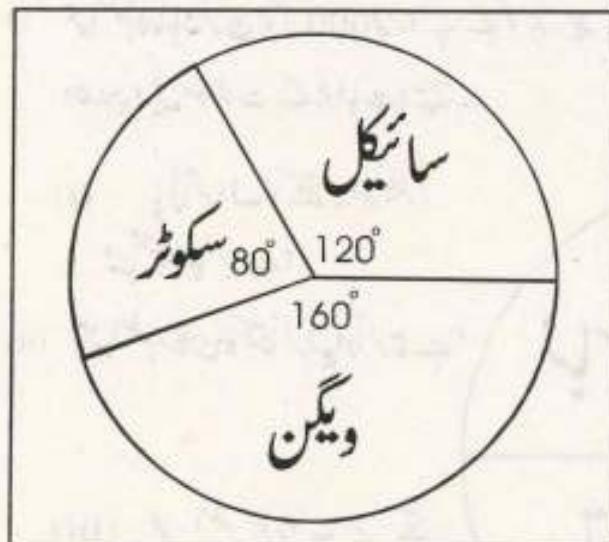
پائی گراف (Pie graph)

پانچوں جماعت میں ہم نے اعداد و شمار کے بار گراف (Bar graph) اور لائس گراف (Line graph) کو پڑھنے کا طریقہ سیکھا ہے۔ اب ہم ایک اور تم کے گراف کو پڑھنے کا طریقہ سیکھتے ہیں جسے پائی گراف (Pie graph) کہتے ہیں۔ پائی گراف کو سرکولر گراف بھی کہتے ہیں۔

اعداد و شمار کو دائرے کے سکھر میں ظاہر کیا جائے تو اسے پائی گراف یا سرکولر گراف کہتے ہیں۔

آئیے اب ہم پائی گراف کو پڑھنے کے طریقہ کی وضاحت ذیل کی مثالوں سے کرتے ہیں۔

مثال: ایک کالج کے 1440 طلبہ کے کالج جانے کا ذریعہ پائی گراف کی مدد سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس گراف کو پڑھ کر مندرجہ ذیل سوالات کے جوابات دیجیے۔



(i) سائیکل پر جانے والے طلبہ کی تعداد کتنی ہے؟

(ii) سکوٹر پر جانے والے طلبہ کی تعداد کتنی ہے؟

(iii) ویگن کے ذریعے کتنے طلبہ کالج جاتے ہیں؟

سائیکل پر جانے والے طلبہ کی تعداد کا تعداد کا $\frac{1}{3} = \frac{120}{360}$ حصہ ہے۔

$$\text{حل: (i)} \quad \frac{120}{360} = \text{سائیکل پر جانے والے طلبہ کی تعداد}$$

$$= 480$$

سکوٹر پر جانے والے طلباء کی تعداد کل تعداد کا $\frac{80}{360}$ حصہ ہے۔

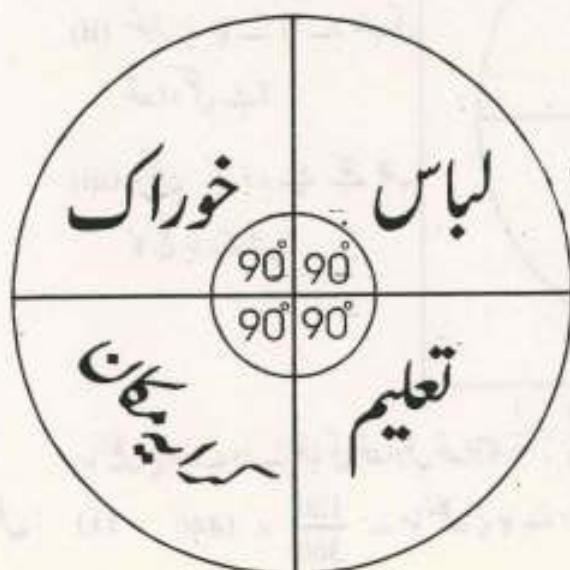
$$\text{سکوٹر پر جانے والے طلباء کی تعداد} = \frac{80}{360} \times 1440 \quad (\text{iii}) \\ = 320$$

$$\text{وکیم کے ذریعہ جتنے طلباء کا بحث جاتے ہیں} = \frac{160}{360} \times 1440 \quad (\text{iii})$$

$$= 640$$

مشق 8

- محمد اسلم کا ماہانہ خرچ جو کہ 2000 روپے ہے کو بذریعہ پائی گراف ظاہر کیا گیا ہے۔ گراف کو پڑھ کر مندرجہ ذیل سوالات کے جوابات دیجئے۔



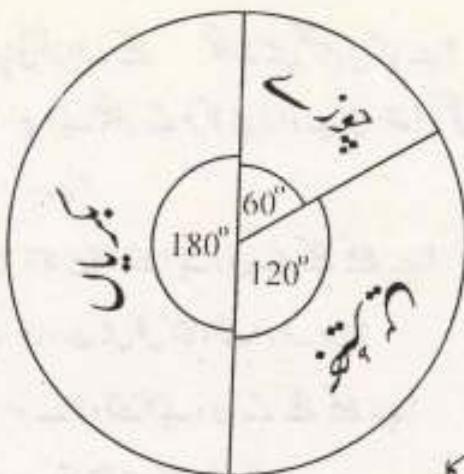
(i) پائی گراف کو کتنے برابر سکھر میں تقسیم کیا گیا ہے؟

(ii) محمد اسلم مکان کا کتنا کرایہ ادا کرتا ہے؟

(iii) محمد اسلم خوراک پر کتنے روپے خرچ کرتا ہے؟

(iv) محمد اسلم بس اور تعلیم پر کتنے روپے خرچ کرتا ہے؟

2- 3000 حیوانوں کی تقسیم پائی گراف کے ذریعہ ظاہر کی گئی ہے۔ اس گراف کو پڑھ کر مندرجہ ذیل



سوالات کے جوابات دیجئے۔

(i) پائی گراف کو کتنے سکھر میں تقسیم

کیا گیا ہے؟

(ii) بکریوں کی کتنی تعداد ہے؟

(iii) چوریوں کی کتنی تعداد ہے؟

(iv) بھیزوں اور بکریوں کی تعداد کل کتنی ہے؟

(v) کون سے حیوان تعداد میں سب سے کم ہیں؟

3- ایک طالب علم کی شام چار بجے سے رات دس بجے تک کی مصروفیات بذریعہ پائی گراف دکھائی گئی ہیں۔

ہتھیے کہ

(i) پائی گراف کتنے سکھر میں منقسم ہے؟

(ii) طالب علم نے کتنے گھنے پڑھائی کرتا ہے؟

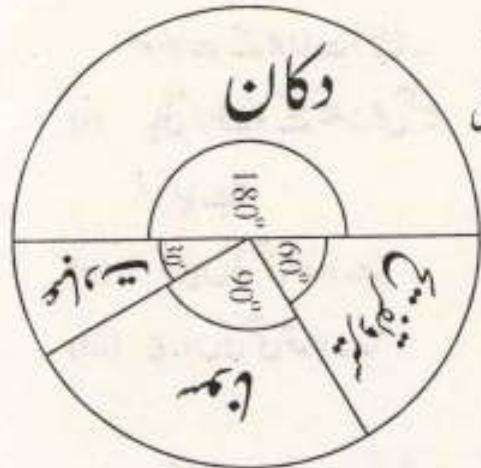
(iii) نماز میں کتنا وقت صرف کرتا ہے؟

(iv) کھیل میں کتنا وقت صرف کرتا ہے؟

(v) کھانا، نیلویں اور نماز میں کتنا وقت صرف کرتا ہے؟



4۔ ایک دکاندار کے ایک دن یعنی 12 گھنٹوں کی مصروفیات پائی گراف کے ذریعے ظاہر کی گئی ہیں۔
ہتائے کر



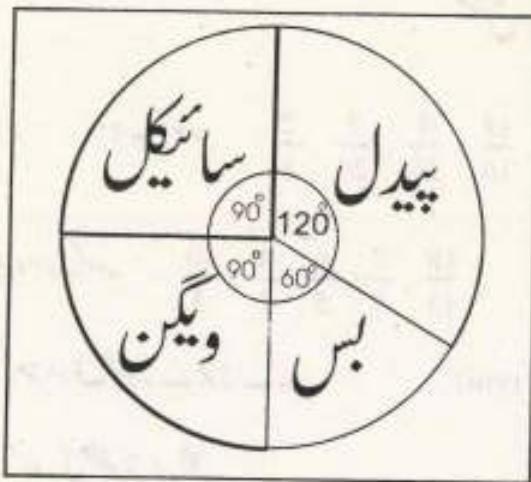
- (i) پائی گراف کتنے سیکنڈز میں تقسیم کیا گیا ہے؟
- (ii) ہر ایک سیکنڈ کے مرکزی زاویے کی مقدار کتنی ہے؟
- (iii) دکان کا وقت ایک دن کے کتنے گھنٹے ہے؟
- (iv) عبادت میں کل کتنا وقت صرف ہوا؟
- (v) سونے کا وقت ایک دن کے کتنے گھنٹے ہے؟
- (vi) سیر و تفریق میں کتنا وقت لگا؟

5۔ ایک سکول کے 300 طلبہ میں سے مختلف کھیلوں میں حصہ لینے والے طلبہ کو بذریعہ پائی گراف ظاہر کیا گیا ہے۔ اس گراف کو پڑھ کر مندرجہ ذیل سوالات کے جوابات دیجیے۔



- (i) پائی گراف کو کتنے سیکنڈز میں تقسیم کیا گیا ہے؟
- (ii) ہر ایک سیکنڈ کوں سی کھیلوں کو ظاہر کرتے ہیں؟
- (iii) واگرے کے مرکز پر زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ کتنا ہے؟
- (iv) کتنے طلبہ کرکٹ کھیلتے ہیں؟
- (v) بیکی کھینچنے والے طلبہ کتنے ہیں؟
- (vi) کون سی کھیل سب سے زیادہ کھیل جاتی ہے؟
- (vii) بیکی اور فٹ بال کھینچنے والے طلبہ کتنے ہیں؟

6۔ ایک جماعت کے 180 طلبہ کے سکول جانے کے ذریعہ ایک پائی گراف کی مدد سے ظاہر کئے گئے ہیں۔ اس کو پڑھ کر مندرجہ ذیل سوالات کے جوابات دیں۔



- (i) دائرے کے مرکز پرزاویں کی مقداروں کا مجموعہ کتنا ہے؟
- (ii) پائی گراف کو کتنے سکھر میں تقسیم کیا گیا ہے؟
- (iii) بس کے ذریعہ کتنے طلبہ سکول جاتے ہیں؟
- (iv) سائیکل پر جانے والے طلبہ کی تعداد کتنی ہے؟
- (v) ویکن کے ذریعہ کتنے طلبہ سکول جاتے ہیں؟
- (vi) پیدل سکول جانے والے طلبہ کی تعداد کتنی ہے؟

جوابات

مشق 1.1

1- وجہ کور $\frac{7}{8}, \frac{15}{16}, \frac{4}{25}, \frac{5}{20}, \frac{2}{8}$

غیر وجہ کور $3\frac{2}{5}, 3\frac{4}{7}, 2\frac{1}{6}, 5\frac{3}{10}$ تکوٹ کور $\frac{18}{13}, \frac{7}{7}, \frac{6}{5}, \frac{4}{1}, \frac{10}{3}$

2- مترادف کور کے جوڑ سے - (ii) (iv), (vi) (viii)

3- کور کی مختصر تین ٹکل -

3- (i) $\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{2}{3}$ (iii) $\frac{11}{31}$ (iv) $\frac{3}{4}$ (v) $\frac{95}{36}$ (vi) $\frac{3}{4}$

4- (i) $10\frac{7}{8}$ (ii) $2\frac{11}{24}$ (iii) $3\frac{3}{28}$ (iv) $11\frac{169}{228}$

(v) $6\frac{3}{8}$ (vi) $2\frac{7}{64}$

5- (i) $\frac{3}{2}$ (ii) $\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{7}{8}, \frac{17}{15}$ (iv) $1\frac{5}{13}$

(v) $2\frac{2}{3}, 2\frac{5}{16}$ (vi) $\frac{7}{9}, 1\frac{1}{2}$

مشتق 1.2

- (i) $\frac{17}{9}, \frac{3}{4}$ (ii) $\frac{1}{5}, \frac{1}{4}$ (iii) $\frac{3}{2}, \frac{4}{5}, \frac{4}{5}$ - 1
 (iv) $1\frac{3}{4}$ (v) $2\frac{7}{8}, 3\frac{6}{7}$

- (i) $\frac{3}{56}$ (ii) $\frac{1}{6}$ (iii) $\frac{10}{99}$ - 3
 (iv) $\frac{17}{28}$ (v) 52 (vi) $1\frac{10}{11}$

مشتق 1.3

1 - $2\frac{37}{90}$ 2 - 1 3 - $\frac{1}{21}$ 4 - $4\frac{1}{14}$ 5 - $\frac{2}{3}$

6 - 1 - $1\frac{17}{18}$ 8 - $\frac{4}{7}$ 9 - $4\frac{29}{62}$

10 - $15\frac{1}{16}$ 11 - $19\frac{6}{77}$ 12 - $\frac{33}{82}$

مشتق 1.4

1 - کوکا 17 $\frac{1}{2}$ 2 - بیکر 4 $\frac{3}{8}$ 3 - چک 42 $\frac{3}{4}$ 4 - فٹ 13 $\frac{13}{15}$

5۔ مردھ میز $25\frac{2}{3}$ 6۔ 10 ٹافیاں 7۔ گھنے $2\frac{1}{3}$ 8۔ گلے 6
9۔ گھر 14 10۔ روپے 4500 11۔ گلومبر 10

مشق 1.5

1. 22.5896 2. 30.6774 3. 2.898 4. 17.1985 5. 46.15
6. 3.6612 7. 15.1 8. 40.92 9. 67.724075 10. 19.9011

مشق 1.6

- 1۔ 123.6° 2۔ $\angle 83.76$ 3۔ روپے 180.22 4۔ روپے 5455.84
5۔ روپے 40.725 6۔ روپے 101.1328 7۔ روپے 15.25 8۔ روپے 80.4375
9۔ افراد 1750 10۔ $\angle 10$

مشق 2.1

1. (i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{7}{11}$ (iii) $\frac{2}{7}$ (iv) $\frac{21}{73}$ (v) $\frac{1}{230}$
2. (i) 5 : 3 (ii) 7 : 10 (iii) 9 : 25 (iv) 2 : 1 (v) 4 : 3 (vi) 1 : 6
3. 1 : 6 4. 5 : 4 5. 15 : 14

مشق 2.2

1. (i) 3 : 4 (ii) 4 : 5 (iii) 4 : 5 (iv) 3 : 4 (v) 1 : 56
(vi) 100 : 1 (vii) 5 : 4 (viii) 1 : 2 (ix) 5 : 8 (x) 1 : 4
(xi) 5 : 4 : 6 (xii) 6 : 4 : 9 (xiii) 3 : 4 : 10

2. 21 کلوگرام 3. 5 : 2 4. 9 : 5 5. 6, 9 سال

6. روپے = 1000 ٹک، روپے = 3000

مشق 2.3

- | | | | |
|------------------|-------------------------|--------------------|--------------------|
| 1. 423 , 141 | 2. 129 , 86 | 3. 100 , 140 , 160 | 4. 200 , 300 , 120 |
| 5. ڈسی میٹر 4 | 6. 5 لیٹر | 7. 1.2 میٹر | 8. 40 , 60 , 80 |
| 9. 66 , 77 , 242 | 10. 100 , 150 , 60 , 50 | | |

مشق 2.4

- | | |
|-------------------------------------------|--------------------------------------------|
| 2 - ہر بیٹی کا حصہ 1466.67 روپے | 1 - بیٹا 22,000 روپے، بیٹی 11,000 روپے |
| 4 - ماں 6000 روپے، باپ 6000 روپے | 3 - بیٹی 22000 روپے، بیٹا 44000 روپے |
| بیٹا 16000 روپے، بیٹی 8000 روپے | |
| 6 - جوئی 8000 روپے | 5 - ماں 17000 روپے، باپ 17000 روپے |
| 8 - ایک لڑکے کا حصہ 5108 روپے، | 7 - ایک لڑکے کا حصہ 9000 روپے، ایک لڑکی کا |
| ایک لڑکی کا حصہ 2554 روپے | حصہ 4500 روپے |
| 10 - جوئی 5000 روپے، ایک لڑکے کا | 9 - جوئی 18000 روپے |
| حصہ 10000 روپے، ایک لڑکی کا حصہ 5000 روپے | |
| 12 - جوئی 16500 روپے، ایک لڑکے کا حصہ | 11 - جوئی 16000 روپے، ایک لڑکے کا حصہ |
| 46200 روپے، ایک لڑکی کا حصہ 23100 روپے | 32000 روپے، ایک لڑکی کا حصہ 16000 روپے |

مشق 2.5

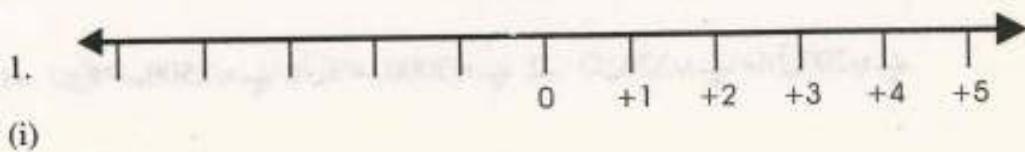
- 1 - زیر کا حصہ 2500 روپے: بالا کا حصہ 3000 روپے 2 - امین 320 روپے: صادق 200 روپے

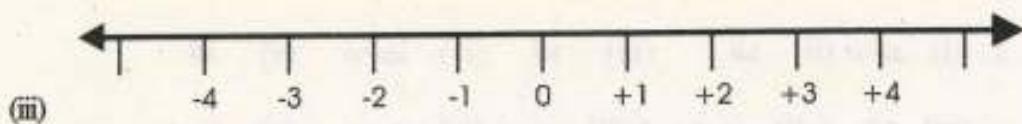
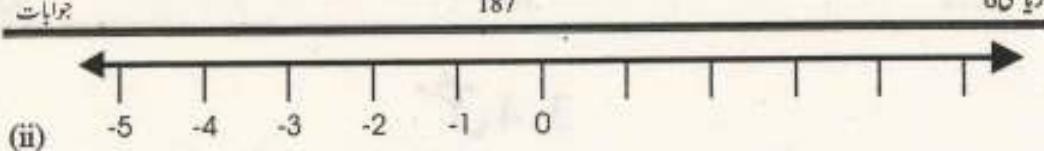
- 3۔ انعام 160 روپے؛ اکرام 96 روپے؛
4۔ عابد 150 روپے؛ خالد 168 روپے؛
حامد 282 روپے
انوار 64 روپے
- 5۔ پبل 2500 روپے، سر 3000 روپے، تیر 3500 روپے 6۔ کریم 8750 روپے؛ اسلم 6250 روپے
- 7۔ عرفات 4500 روپے؛ حسن 4500 روپے 8۔ خورشید 1400 روپے؛ سعید 1260 روپے؛
سالم 980 روپے
- 9۔ محمد خان 24000 روپے؛ حافظان 18000 روپے؛ زیلان 30000 روپے
- 10۔ گل اکبر 8000 روپے؛ اخلاق 6000 روپے؛ اشتیاق 4800 روپے؛ امتیاز 4000 روپے

مشق 2.6

1. (i) $3\frac{1}{3}$ (ii) 35 (iii) 30 (iv) 10.5 (v) 9 (vi) $13\frac{1}{2}$
2. (i) $4\frac{1}{5}$ (ii) 8 (iii) 9
(iv) 40 (v) 125 (vi) $4\frac{2}{7}$
3. 93.75 میٹر (iv) 4. 42 میٹر (v) 5. 1750 روپے (vi) 6. 4.55 میٹر
7. 66.67 روپے (vii) 8. 2.50 روپے (viii) 9. 25 دن (ix) 10. 30 دن
11. 6 دن (x) 12. 20 دن (xi) 13. 20 گھنٹے

مشق 3.1





2. (i) $-3, -2, -1, 0, +1, +2$ (ii) $-4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4$

3. (i) $-58, -57, -56, -55, -54, -53, -52, -51, -50, -49, -48$

(ii) $+6, +7, +8, +9$ (iii) $0, +1, +2, +3$

(iv) $-4, -3, -2, -1, 0, +1,$

مشتمل

(i) $+4$ (ii) $+3$ (iii) -5 (iv) $+1$ (v) -2 (vi) -8
 (vii) $+13$ (viii) -22 (ix) $+9$ (x) $+13$ (xi) $+4$ (xii) -12

مشتمل

1. (i) $+14, +4, -4, -14$ (ii) $+12, +4, -12, -4$ (iii) $+15, +5, -5, -15$ (iv) $-10, +10, -20, +20$

2. (i) $+3$ (ii) -20 (iii) -12 (iv) -3 (v) -5 (vi) -3 (vii) -3

(viii) $+13$ (ix) $+3$ (x) -23 (xi) $+19$ (xii) -11 (xiii) $+32$ (xiv) -5

(xv) -12

3. (i) $+20$ (ii) -40 (iii) $+150$ (iv) $+330$ (v) -550 (vi) $+10$

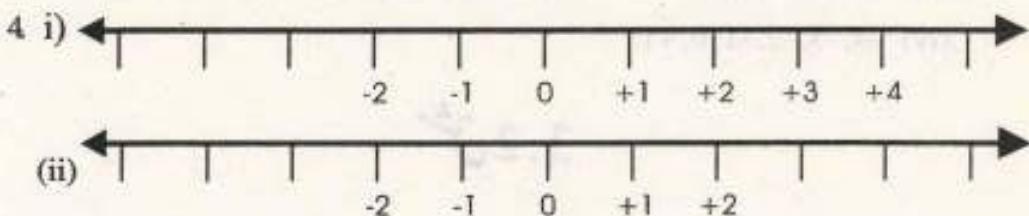
3.4 مشق

1. (i) درست (ii) غلط (iii) غلط (iv) درست (v) غلط

(vi) غلط (vii) درست (viii) درست (ix) درست (x) درست

2. (i) $>$ (ii) $=$ (iii) $>$ (iv) $<$ (v) $<$ (vi) $<$

3. 4, 0, -2, -4, -5, -30



4.1 مشق

(ii) 5%, 0.05 (iii) 73%, $\frac{73}{100}$ (iv) $\frac{8}{25}$, 0.32 (v) 6%, 0.06

(vi) 0.1%, $\frac{1}{1000}$ (vii) $\frac{1}{3}$, .333 (viii) $37\frac{1}{2}\%$, 0.375 (ix) 40%, $\frac{2}{5}$

(x) $\frac{67}{200}$, 0.335 (xi) $\frac{127}{500}$, 0.254 (xii) $66\frac{2}{3}\%$, 0.666 (xiii) $37\frac{1}{2}\%$, $\frac{3}{8}$

(xiv) $\frac{3}{200}$, 0.015 (xv) $7\frac{1}{2}\%$, 0.075 (xvi) $8\frac{1}{2}\%$, $\frac{17}{200}$ (xvii) $\frac{1}{125}$, 0.008

(xviii) 360%, 3.6 (xix) 85%, $\frac{17}{20}$ (xx) $\frac{7}{800}$, 0.00875

2. (i) 40% (ii) 30% (iii) 30%

3. 135 کلو میٹر فی گھنٹا 4. 73 ہے، 5. 30%, 6. 30%

7. (i) 25% (ii) 30% (iii) 45%

4.2 مشق

1. (i) 4 (ii) 14 (iii) 25 (iv) 75

2. (i) 20, (ii) 114, (iii) 120، (iv) 860

(iii) 120، (iv) 900

3. 10% پر، 90% پر 4. 80% 5. 25 کروڑ

6. 12500 روپے ادا کیے، 37500 روپے کا وعدہ کیا،

7. 1360 8. $33\frac{1}{3}\%$

9. 80% 10. 31460 11. 1116 12. 200 صحفات

13. 80% 14. 3.25%, 96.75% 15. 325 روپے کی قیمت 975 روپے

16. 2000 روپے 17. 20 کروڑ 18. 20%

4.3 مشق

1. (i) 1875 روپے (ii) 11250 روپے (iii) 462.50 روپے

2. (i) 100000 روپے (ii) 1000000 روپے (iii) 60000 روپے

3. (i) 12915 روپے (ii) 12000 روپے (iii) 61500 روپے

4.	(i) 43333.33 روپے	(ii) 57333.33 روپے	(iii) 45033.33 روپے
5.	2000 روپے	6.	8750 روپے
8.	62000 روپے	9.	7412 روپے
11.	30000 روپے	12.	14300000 روپے
13.		13.	56250 روپے

مشق 4.4

1.	3500 روپے	2.	5150,4850,300 روپے	3.	5125 روپے
4.	24500,25500,1000 روپے	5.	19530 روپے	6.	54 روپے
7.	336, 268.8 روپے	8.	1950 روپے		

مشق 4.5

1.	5 روپے	2.	نیصان 50 روپے	3.	12 روپے	4.	10 روپے
5.	نفع 150 روپے	6.	نفع 20%	7.	نفع 18.23%	8.	نیصان 3.57
9.	نفع 20%	10.	نیصان 4%	11.	نفع 20%	12.	نفع 17.5%

مشق 5.1

1.	(i) 27.5	(ii) 230	(iii) 4.05	(iv) 20
2.	2.33	3. 82	4. 18	5. 8.4
7.	55	8. 41	9. 41	10. سعید انور

مشق 5.2

1. 1492.30 روپے 2. 9.1 روپے 3. 22.78 روپے 4. 63.5 روپے
 5. 528.57 روپے 6. 600 روپے 7. 105.11 روپے 8. 1330 روپے

مشق 5.3

1. 1586.67 روپے 2. 1.28 روپے 3. 1683.33 روپے 4. 1301.25 روپے 5. 5.1 روپے
 6. 128.88 روپے 7. 27.04 روپے 8. 747.5 روپے 9. 3526 روپے

مشق 6.1

- 1- $2x + 3y$ 2- $5a - 2b$ 3- $4 \times 2x - 5$ 4- $\frac{5a}{2b}$
 5- $\frac{p+q}{m}$ 6- $.4+2=6$ 7- $6-2 \neq 8$ 8- $x+4=10$
 9- $x - 3 > 6$ 10- $3x = 12$ 11- $50 - x = 35$

- 12.(i) جمع نو x (ii) کامراج نہی p (iii) n m جمع /
 (iv) سات x برابر ہے اکس کے تین x نہی چودہ y نہی میں (v) تین x جمع وہ b نہی چار c
 (vi) سات x نہی چودہ y نہی میں جمع x اور y کا فرق آتھی (vii) تین x بڑا ہے میں جمع چار سے

13.	(i)	(ii)	(iii)	(iv)
اساس	x	z	y	m
عددی سر	3	6	-3	-7
قوت نما	2	5	2	3

مشق 6.2

- 1- (i) a^3 , (ii) $x^2 - y^2$ (iii) $2b + d$ (iv) $(m+n)^2$ (v) $x^3 + y^2$

2. $3a$ 3. $3x$ 4. $6a^2$ 5. $2b^3$ 6. $-5x^2y$

7. $-14b^3z^2$ 8. $6x$ 9. $11x^2$ 10. $2z^2y^2$ 11. $7\ell^2m^2$

6.6 مشتمل

1. (i) $4x - 5y$ (ii) $29x + 5y$ (iii) $23x - 24y$ (iv) $7a^2 - 15b^2$

(v) $-6a + b + 8c$ (vi) $-5x^2 + 5xy + 15y^2$

2. $25\ell - 13m - 3n$ 3. $6a - 5c$ 4. $-3a^2 + 12ab + 12b^2$

5. $-10(-6m - 11n)$ 6. $(-16m + 19n)$ 7. $2x + 21y - 26z$

8. $-9a^2 + 9a - 12$ 9. $p^2 - 4pq - 4q^2$ 10. $6a - 6b - 9c$

6.7 مشتمل

1. (i) $40a$ (ii) $28b$ (iii) $18x$ (iv) x^5 (v) y^9 (vi) $15a^2$ (vii) $30a^2b^2$

(viii) $16\ell^2m^2$ (ix) $-a^5b^5$ (x) $x^3y^4z^3$ (xi) $-15x^3y^3$ (xii) $-50c^4d^5$

2. (i) $66a^2$ (ii) $65a^2b^3c$ (iii) $27a^4b^3c^3$ (iv) $\frac{1}{9}\ell^3m^4$ (v) $\frac{3}{8}a^2b^2$

(vi) $24a^5b^5c^4$

3. $3a^5$ 4. $48\ell m^5$ 5. $a^2b^2c^2$ 6. $6x^8y^3$ 7. $108a^4b^4c$

8. $21x + 14y$ 9. $88x + 96y$ 10. $10x^2 + 6xy + 8xz$

11. $2x^3 + 2x^2y + 2x^2z$ 12. $x^2z^3 + y^2z^3 + z^5$ 13. $2x^5 + 2x^3y^3 + 2x^3z^2$

14. x^5 15. m^5 16. a^{10} 17. n^2 18. b^8 19. x^9

مشق 6.8

1.	درست	2.	درست	3.	غلط
4.	کھلا	5.	غلط	6.	غلط
7.	کھلا	8.	درست	9.	درست
10.	کھلا	11.	کھلا	12.	غلط
13.	کھلا	14.	غلط	15.	کھلا
16.	غلط				

مشق نمبر 6.9

1.	i, ii, v, vii, ix, x	مساویں
	iii, iv, vi, viii, xi, xii	غیر مساویں
2.	(i) = (ii)	> (iii) < (iv) < (v) >
	(vi) < (vii)	< (viii) = (ix) < (x) =
	(xi) = (xii)	>

مشق 6.10

1.	7	2.	3	3.	11	4.	16	5.	5
6.	4	7.	5	8.	3	9.	12	10.	6
11.	7	12.	5	13.	18	14.	10	15.	25
16.	49	17.	4	18.	3	19.	1		

مشق 7.1

1.	1525 مریخ میز	2.	4900 مریخ میز	3.	روپے 2750
4.	714.24 مریخ میز				

مشق 7.2

2.	30 مریخ میز	3.	0.96 مریخ میز	4.	روپے 2130
5.	روپے 46250	6.	روپے 529	7.	روپے 8916
8.	روپے 5750				

مشق 7.3

2.	4.2 مریخ میز	3.	12.6 بیکٹر	4.	112 کوئنڈل
5.	روپے 4995	6.	روپے 138.75		

مشق 7.4

2. مرنے میز 75 3. مرنے میز 1000 4. مرنے میز 65.7
 5. میز 3.38 6. میز 24

مشق 7.5

2. مرنے میز 1200 3. روپے 5100 4. روپے 1525
 5. مرنے میز 3100 6. روپے 1320 7. روپے 9624.69

مشق 7.6

2. (i) ڈم 1.6 (ii) ڈم 6.8 (iii) میز 4.6 3. (i) ڈم 4 (ii) میز 6.75
 (iii) میز 2.2 4. مرنے میز 19500 5. مرنے میز 45000 6. میز 148

مشق 7.7

2. مرنے میز 600 3. مرنے میز 1000 4. مرنے میز 4.5
 5. کوئٹھل 31.5 6. روپے 3510 7. مرنے میز 816

مشق 7.8

3. مکعب میز 2 4. مکعب میز 0.63 5. روپے 2700 6. کلوگرام 3.888
 7. روپے 1053 8. کلوگرام 72 9. روپے 70,0000
 10. روپے 270,000 11. مکعب میز 0.028 12. روپے 180000

مشق 8

1. (i) 4 (ii) ۱۰۰۰ روپے (iii) ۵۰۰ روپے (iv) 1000 روپے
 2. (i) 3 (ii) 1500 (iii) 500 (iv) 2500 (v) چندے
 3. (i) 4 (ii) 2 (iii) 1 (iv) 2 (v) 2
 4. (i) 4 (ii) $60^\circ, 90^\circ, 30^\circ, 180^\circ$ (iii) 6 (iv) 1
 (v) 3 (vi) 2
 5. (i) تین (ii) فٹ بال اور ہائی (iii) 360° (iv) 150
 (v) 75 (vi) کرکٹ (vii) 150
 6. (i) 360 (ii) چار (iii) 30 (iv) 45 (v) 45
 (vi) 60

اصطلاحات

یونٹ 1

فریکشن Fraction (کسر)
کسی مقدار کا خاص حصہ۔

کامن فریکشنز Common Fractions (کسر عام)
 $\frac{a}{b}$ کی شکل میں لکھی ہوئی مقدار۔

نیومریٹر Numerator (شمارکنندہ)

کسر میں لائن کے اوپر لکھا گیا نمبر۔

ڈی نومی نیٹر Denominator (مخرج)

کسر میں لائن کے نیچے لکھا گیا نمبر۔

پراپر فریکشن Proper Fraction (واجب کسر)

جس کسر میں شمارکنندہ چھوٹا نمبر اور مخرج بڑا عدد ہو۔

امپراپر فریکشن Improper Fraction (غیر واجب کسر)

اسی کسر جس میں شمارکنندہ بڑا نمبر اور مخرج چھوٹا عدد ہو۔

کپاؤند فریکشن Compound Fraction (تجھوت کسر)

اسی کسر جو پورے نمبر اور واجب کسر پر مشتمل ہو۔

ایکویلینٹ فریکشن Equivalent Fraction (متاثر کسر)

دو کسور کا باہم برابر ہونا۔

کمیوٹیو پراپرٹی Commutative Property (خاصیت متبادلہ)

خاصیت متبادلہ میں دو کسور کو جمع کرنے یا ضرب دینے کی ترتیب بدلتے سے حاصل جمع یا حاصل ضرب پر کوئی فرق نہیں پڑتا۔

ایسوی ایٹو پراپرٹی Associative Property (خاصیت تلازم)

خاصیت تلازم میں تین کسور عام کی حاصل جمع یا حاصل ضرب میں اس بات سے کوئی فرق نہیں پڑتا کہ پہلے کن دو کسور کی حاصل جمع یا حاصل ضرب میں تیسرا کسر کو جمع یا ضرب

ڈسٹری بیویٹو پر اپرٹی (Distributive Property) (خاصیت تقسیمی)

خاصیت تقسیمی میں دو کسور کے مجموعہ یا فرق کو تیسری کسر سے ضرب دینے سے حاصل ضرب وہی آتا ہے جو دونوں کسور کو تیسری کسر سے علیحدہ علیحدہ ضرب دینے کے بعد جمع یا تفریق کرنے سے آتا ہے۔

بریکٹ Bracket (خطوط وحدائی)

اسکی بندش ہے جو اپنے اندر والی رقم کو واحد بناتی ہے۔

لیونٹ 2

ریشو Ratio (نسبت)

دو ہم اکالی مقداروں یا گرد پوں کی تعداد کے درمیان میں باہمی عددی تعلق۔

Lowest Common Multiple (L.C.M) (ذواضعاف اقل)

Highest Common Factor (H.C.F) (عادا عظم)

وراثت (Inheritance)

وہ حصہ جو کسی فرد کے انتقال کے بعد اس کے وارثوں کو ملتا ہے۔

پارٹنرشپ Partnership (شرکت)

کسی کاروبار میں شریک ایک سے زائد افراد کی حصے داری شراکت کہلاتی ہے۔

پروپورشن Proportion (تناسب)

دو نسبتوں کے درمیان میں باہمی تعلق کو تناسب کہتے ہیں۔

ڈائریکٹ پروپورشن Direct Proportion (راست تناسب)

اس میں دونسبتوں برابر ہوتی ہیں۔

مثال a : b :: c : d میں تناسب

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ برابر ہے}$$

لینٹ 3

باز یوڈا ریکھڈ نمبر Positive Directed Numbers (ثبت سمتی اعداد)

نیکھوڈا ریکھڈ نمبر Negative Directed Numbers (منفی سمتی اعداد)

انچجز Integers (صحیح اعداد)

صحیح اعداد جو ثبت، منفی سمتی اعداد اور زیر و پر مشتمل ہوں، صحیح اعداد کہلاتے ہیں۔

یاد رہے کہ $+1$ اور -1 کی علاقوں ان نمبرز کا حصہ ہوتی ہیں نیز $+1$ کی علامت والا نمبر،

ثبت نمبر کہلاتا ہے اور -1 کی علامت والا نمبر منفی نمبر کہلاتا ہے۔ انچجز مندرجہ ذیل ہیں۔

$\pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1.0$ وغیرہ

لینٹ 4

پرسنیج Percentage (نی صد)

فہمدا ایک ایسی کسر عام ہے جس کے مخراج میں نمبر "100" ہوتا ہے۔

Zakat زکوٰۃ

اسلام کے پانچ اركان میں سے ایک اہم رکن ہے۔ سال بھر ملکیت میں رہنے والے مال پر 2.

5 نی صد کے حساب سے ادا کی جاتی ہے۔

انکم ٹکس یا پراپرٹی ٹکس Income Tax or Property Tax

کاروبار حکومت چلانے کے لیے عموم سے ان کی آمدی یا جائیداد پر حکومت کی مقرر کردہ شرح سے لیا جاتا ہے۔

کشم ڈیوٹی (Custom Duty)

بیرون ملک سے لائے جانے والے سامان پر لگائے گئے ٹکس کو کشم ڈیوٹی کہتے ہیں۔

کمیشن Commission

مکان، جائیداد، ساز و سامان کی خرید و فروخت کروانے والا انجمن معاوضے کے طور پر جو رقم لیتا ہے۔

ڈسکاؤنٹ Discount (رعایت)

سامان کی خرید فروخت پر رعایت کی جانے والی رقم ڈسکاؤنٹ کہلاتی ہے۔

قیمت خرید Purchase Price

کسی چیز کو خریدتے وقت اس کے عوض ادا کی جانے والی قیمت کو قیمت خرید کہتے ہیں۔

قیمت فروخت Sale Price

کسی چیز کو بیچتے وقت وصول کی جانے والی قیمت کو قیمت فروخت کہتے ہیں۔

لفع اور نقصان Profit and Loss

سامان کی قیمت اور قیمت فروخت کا فرق لفع یا نقصان کہلاتا ہے۔

لفع نقصان پر سینٹ Profit Loss Percent (لفع نقصان فی صد)

100 روپے میں خریدی ہوئی چیز پر حاصل ہونے والا لفع یا نقصان اس سودے کا بالترتیب لفع یا نقصان فیصد کہلاتا ہے۔

لیونٹ 5**ایورنچ Average (اوسط)**

اوسط ایسی مقدار ہے جو دو گئی مقداروں کی نمائندگی کرتی ہے۔

ویٹڈ ایورنچ Weighted Average (وزن شدہ اوسط)

جب ہم ایک ہی قسم کی چیز کی مختلف مقداروں کی مختلف قیمتوں کے لحاظ سے اوسط معلوم کرتے ہیں تو اس قسم کی اوسط کو وزن شدہ اوسط کہتے ہیں۔

لیونٹ 6**کونسٹنٹ Constant (مستقل)****ویری ایبل Variable (متغیر)****الجبری جملے اور فقرے (Algebraic expressions and sentences)****کو ایفیشنسٹ Co-efficient (عددی سر)**

بیس اور ایکسپوونینٹ Base and Exponent (اساس اور قوت نما)

جملہ Expression

(Sentence) فقرہ

فقرے تین قسم کے ہوتے ہیں۔

- 1. صحیح فقرہ (True Sentence)

ایسے فقرے جو دی ہوئی شرائط تعلق یا رابط کے مطابق درست ہوں درست فقرے کہلاتے ہیں۔

- 2. غلط فقرہ (False Sentence)

ایسے فقرے جو دی ہوئی شرائط تعلق یا رابط کے مطابق درست نہ ہوں غلط فقرے کہلاتے ہیں۔

- 3. کھلا فقرہ (Open Sentence)

ایسے فقرے جن کے درست یا غلط ہونے کا فیصلہ اس وقت تک نہ کیا جاسکے جب تک کہ اس میں استعمال ہونے والے متغیرات (Variable) یا متغیرات (Variables) کے متعلق مزید معلومات فراہم نہ کی جائیں۔

مساویات (Equation)

ایسا کھلا فقرہ جس کے دونوں طرف لکھے ہوئے جملوں کے درمیان $=$ کی علامت ہو مساویات کہلاتا ہے۔

(Solution of an Equation) مساویات کا حل

کسی مساویات کے حل سے مراد اس مساویات کے متغیر (Variable) کی وہ قیمت ہوتی ہے جس کو مساویات کے دونوں طرف میں لکھنے سے فقرہ صحیح بن جاتا ہے۔

لیونٹ 7

چار دیواری کا ایریا (Area of four walls)

رائٹ اینگلڈ ٹرائی انگل کا ایریا (Area of right angled triangle) (قاچماڑا یہ مشتمل کارقبہ)

متوالی الاضلاع کا ایریا (Area of Parallelogram)

ریکٹ انگل (Rectangle) (مستطیل)

ریکٹ انگول (Rectangular) (مستطیلی)

ٹھانی اینگولر کا ایریا Area of a Triangular region (مکانی علاقے کا رقبہ)

والیوم Volume (حجم)

کیوب Cube (مکعب)

کیوب بائند Cuboid (مکعب نما)

پریکٹیکل جیو میٹری Paractical Geometry (عملی جیو میٹری)

اینگل Angle (زاویہ)

پوائنٹ Point (نقطہ)

آرمز Arms (بازو)

سائید Side (ضلع)

ریڈیس Radius (رداں)

لائن سیگمنٹ Line Segment (قطعہ خط)

الٹیچود Altitude (ارتفاع)

اکیوٹ اینگل Acute Angle (حادہ زاویہ)

راست اینگل Right Angle (قائمہ زاویہ)

اویوز اینگل Obtuse Angle (منفرجہ زاویہ)

ٹھانی اینگل Triangle (مثلث)

اکیونی لیئزل ٹھانی اینگل Equilateral Triangle (متماثل الاضلاع مثلث)

آنی سویلس ٹھانی اینگل Isosceles Triangle (متماثل الساقین مثلث)

سکلینین ٹھانی اینگل Scalene Triangle (مختلف اضلاع مثلث)

پرپنڈیکولر Perpendiculer (عمود)

بانی سیکشن Bisection (تنصیف)

راست بانی سیکشن Right Bisection (عمودی تنصیف)

متماثل اینگلز (Congruent Angles)

پونٹ 8

پائی گراف Pie Graph

اعداد و شمار کو دائرے کے سکٹرز میں ظاہر کیا جائے تو اسے پائی گراف یا سرکولر گراف کہتے ہیں۔

ریڈیل سیکٹریٹ Radial Segment (ردی اسی قطعہ خط)

Sector

دور دی اسی قطعات اور ایک قوس کے درمیان گھرا ہوا رقبہ۔

سنٹرل اینگل Central Angle (مرکزی زاویہ)

دائرے کے مرکز پر بننے والا زاویہ۔

انڈ یکس

			بائی سکشن 162 - 161	الف
125	درست فقرہ	پ	2	امپارا پرفیکشن
	ڈ	پارا پرفیکشن	3	ایکو ڈائٹ فریکشن
8	ڈسٹری یونٹ پر اپنی	پارٹر شپ	4	ایسوی ایٹو پر اپنی
2	ڈی نومی نیٹر	پروپورشن	46	انورس پروپورشن
45	ڈائیکٹ پروپورشن	پرستچ	51	اچڑز
	ر	پارٹی ٹکس	79	اکم ٹکس
22-23	ریٹش	ت	89	ایورسچ
45	رات تاب	تاب	89	اوسط
141	رات اینگل	تاب معکوس	99	الجبرا
141	رات ٹرائی اینگل	ٹ	103	ایکسپوئیٹ
	ز	ٹرائی نومی ایل	106	ان لائیک
78	زکوہ	ح	101	الجبرا فقرہ
	س	جم	103	اساس
183	سرکل کا سکٹر	خ	135-141-153	ایریا
	ش	خاصیت مبادلہ	4	ب

بریکش						
بریکٹ						
بیس						
بائی نوی ایل						
ع						
عکب	2	4	11	11		
کیوبنیو پر اپریٹی	51	8	11	11		
خطوط وحدانی						
صحیح اعداد						
کیمیشن	155	4	103	103		
کسر، کسر عام	164	2	103	103		
غ						
کیمیشن		82				
کشم ڈیوٹی	2	80	2	2		
کونسٹنٹ	22-23	100	125	125		
کونسٹنٹ						
ل	62		127	127		
ل	84	106	لایک	لایک		
ف						
فریکش						
م			2	2		
فیصلہ	8	2	62	62		
مخرج						
خلوط کسر	2	3				
متراوف کسر	83	3	84	84		
ق						
قیمت خرید	92	57	84	84		
ثبت اور منفی اپنگر	92	57				
ثابت اور منفی سمتی اعداد	92	57	103	103		
قوت نما						
ک						
مونوئی ایل	100	104				
مونوئی ایل						
مساوات	155	128	2	2		
کامن فریکش						
مستقل	5	100	3	3		
خیر	141-143	100	بائیٹ			