

Problème 1 (20 points sur 100)

- A. (5 points) Est-ce que la modulation suivante est une modulation orthogonale? Justifiez votre réponse.

$$s_1 = [0 \quad 0 \quad 0] \sqrt{E_b}$$

$$s_2 = [4/3 \quad 4/3 \quad 0] \sqrt{E_b}$$

$$s_3 = [0 \quad 4/3 \quad 2/3] \sqrt{E_b}$$

$$s_4 = [4/3 \quad 0 \quad 2/3] \sqrt{E_b}$$

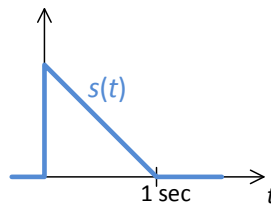
Malgré que s_1 est orthogonale avec les autres symboles, la modulation n'est pas orthogonale. Il existe des paires de symboles qui ne sont pas orthogonales. Par exemple, nous pouvons calculer le produit interne de s_2 avec s_3 :

$$\langle s_2, s_3 \rangle = \frac{4}{3} \cdot 0 + \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} + \frac{2}{3} \cdot 0 = \frac{16}{9} \neq 0$$

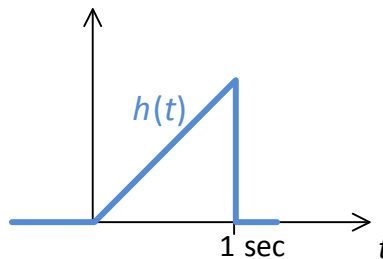
- B. (5 points) Dans quelles circonstances sont les récepteurs ML (maximum likelihood ou plus vraisemblable) et MAP (maximum a posteriori) équivalents?

Pour les symboles équiprobables, c.-à-d., pour les symboles qui ont tous la même probabilité a priori, les récepteurs ML et MAP sont équivalents.

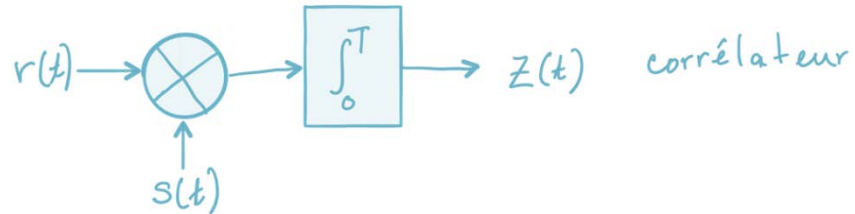
- C. (5 points) Donnez une équation et une esquisse de la réponse impulsionnelle $h(t)$ pour le filtre adapté au signal suivant



Le filtre adapté a $h(t) = s(T-t)$, ou graphiquement



- D. (5 points) Donnez une esquisse du récepteur avec corrélateur pour le signal du problème 1C qui est équivalent au récepteur de filtre adapté.



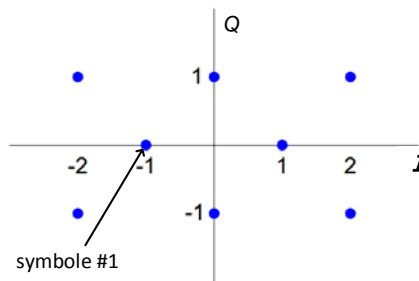
Problème 2 (15 points sur 100)

E. (15 points) Complétez la table suivante dans votre cahier bleu.

Format de modulation	Dimensionnalité de l'espace du signal	Symboles d'énergie égale (oui/non)	Modulation orthogonale (oui/non)
OOK	1	non	oui
BPSK	1	oui	non
16QAM	2	non	non
8FSK	8	oui	oui
DBPSK	1	oui	non

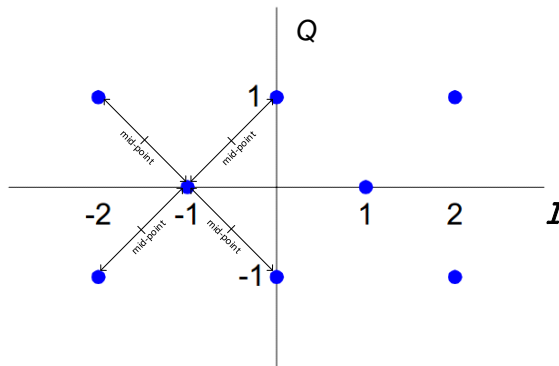
Problème 3 (35 points sur 100)

Soit une modulation 8QAM **NON**-rectangulaire.

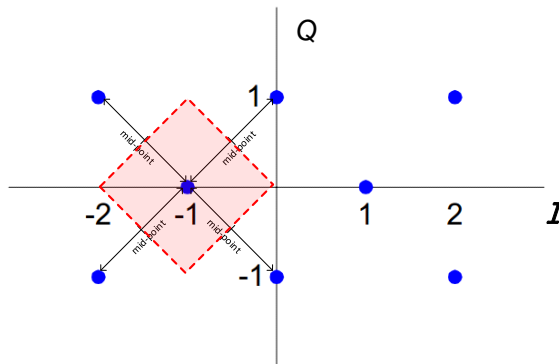


- A. (15 points) En supposant que tous les symboles ont la même probabilité *a priori*, donnez une esquisse de la région de décision (dans l'espace IQ) pour le symbole #1?

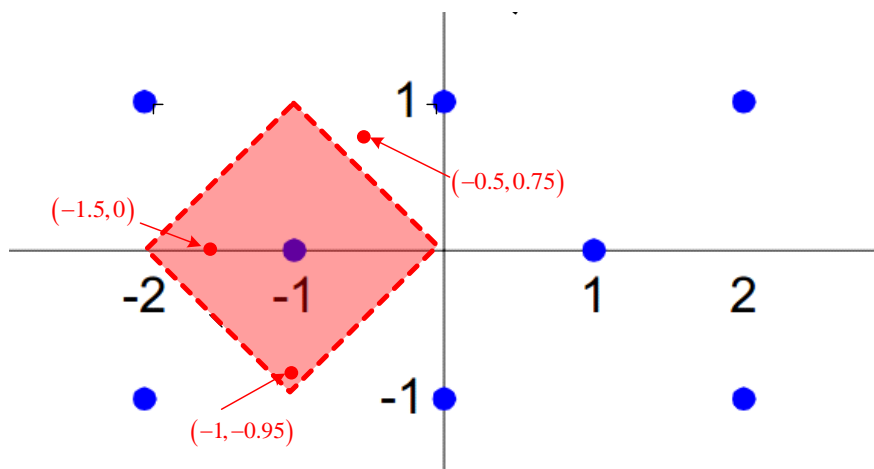
On commence par trouver les mid-points avec les voisins à la distance minimale.



On cherche la région où les points à l'intérieur sont plus proches de symbole #1 qu'ils sont des voisins les plus proches de symbole #1.



Pour les trois vecteurs reçus suivants, indiquez si le vecteur tombe dans la région de décision pour le symbole #1.



coordonnées IQ (r_1, r_2)	Choisir symbole 1? oui/non
$(-1.5, 0)$	oui
$(-0.5, .75)$	non
$(-1, -0.95)$	oui

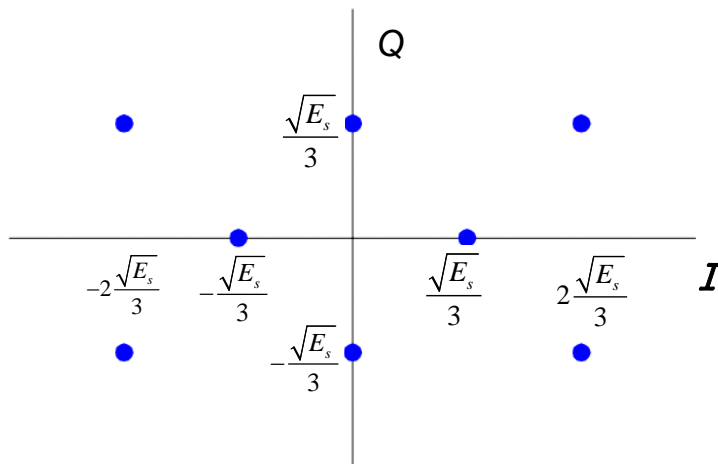
B. (10 points) Donnez les coordonnées des symboles dans l'espace du signal.

a_n^I, a_n^Q	# de points	$\left(\frac{\text{distance}}{\text{à l'origine}}\right)^2$	pus total
$(0, \pm 1)$ $(\pm 1, 0)$ }	4	1	4
$(\pm 2, \pm 1)$	4	5	20

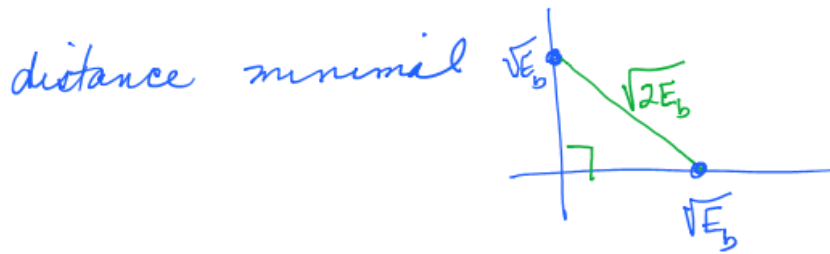
$$\sum (a_n^I)^2 + (a_n^Q)^2 = 24$$

$$\begin{aligned} \tilde{a}_n^I, \tilde{a}_n^Q &= \sqrt{\frac{8E_s}{24}} (a_n^I, a_n^Q) = \sqrt{\frac{E_s}{3}} (a_n^I, a_n^Q) \\ &= \sqrt{\frac{E_b \log_2 8}{3}} (a_n^I, a_n^Q) = \sqrt{\frac{3E_b}{3}} (a_n^I, a_n^Q) = \sqrt{E_b} (a_n^I, a_n^Q) \end{aligned}$$

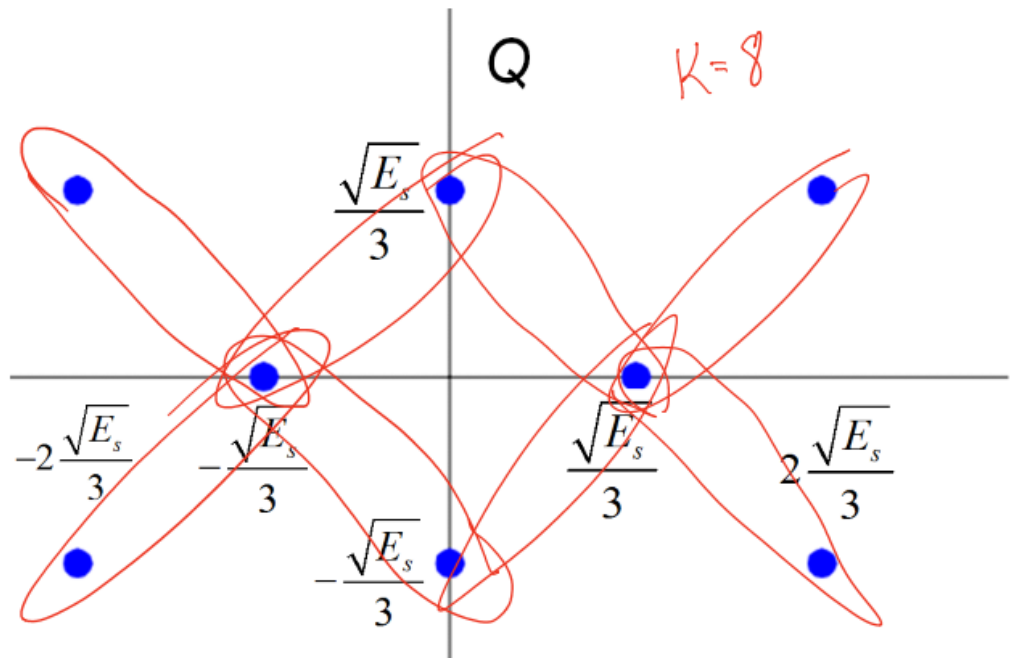
$$= (0, \pm \sqrt{E_b}), (\pm \sqrt{E_b}, 0), (\pm 2\sqrt{E_b}, \pm \sqrt{E_b})$$



C. (10 points) Donnez la probabilité d'erreur du symbole en utilisant l'approximation venant de la borne d'union.



$$P_e = \frac{2K}{M} Q\left(\frac{D_{\min}}{\sqrt{2N_0}}\right) = \frac{2 \cdot 8}{8} Q\left(\frac{\sqrt{2E_b}}{\sqrt{2N_0}}\right) = 2Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$



Problème 4 (30 points sur 100)

Supposons un système avec un taux binaire de 1024 b/s et une impulsion Nyquist idéale pour les trois modulations suivantes. Supposons la détection cohérente pour le 16QAM et la détection non cohérente pour DBPSK et 8FSK.

	$s_1 = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \sqrt{E_s}$ $s_2 = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \sqrt{E_s}$ $s_3 = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \sqrt{E_s}$ $s_4 = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \sqrt{E_s}$ $s_5 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \sqrt{E_s}$ $s_6 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0] \sqrt{E_s}$ $s_7 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0] \sqrt{E_s}$ $s_8 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1] \sqrt{E_s}$	
DBPSK	8FSK	16QAM

A. (15 points) Pour chaque modulation, donnez le suivant

- Largeur de bande totale occupée
- Une esquisse du spectre
- Efficacité spectrale en b/s/Hz

DBPSK: $\eta = \log_2 M = \log_2 2 = 1 \text{ b/s/Hz}$

$R_b = 1024 \text{ b/s}$

$\eta = \frac{R_b}{W} \Rightarrow W = \frac{R_b}{\eta} = \frac{1024 \text{ b/s}}{1 \text{ b/s/Hz}} = 1024 \text{ Hz}$

avec une impulsion Nyquist idéale

Spectre $\rightarrow \begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array} \leftarrow 1024 \text{ Hz}$
 $\begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array}$
 $\begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array}$

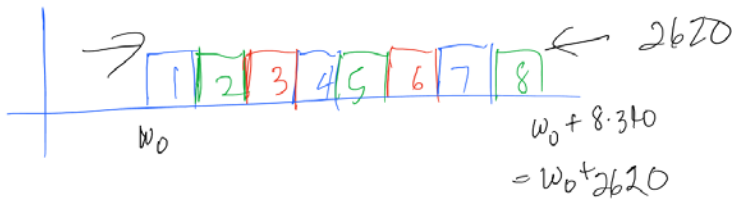
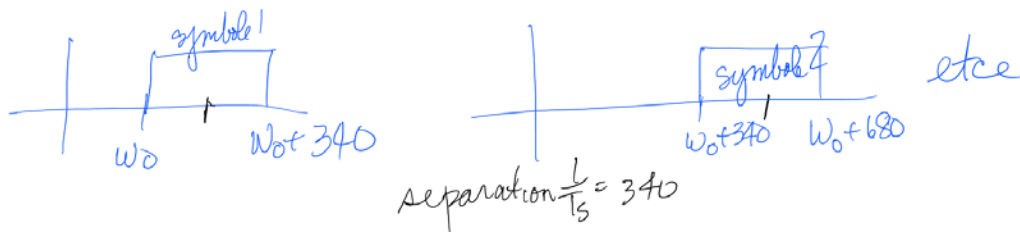
8FSK, detection non-coherent

$$\eta = \frac{\log_2 M}{M} = \frac{3}{8}$$

$$W = \frac{R_b}{\eta} = \frac{8 \cdot 1024}{3} = 2620 \text{ Hz}$$

avec une impulsion Nyquist idéale

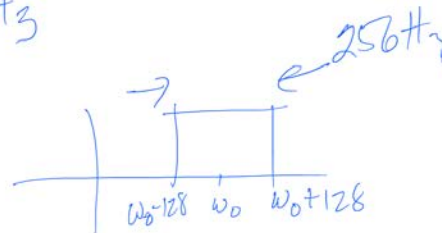
$$\Rightarrow \text{largeur de bande 1 symbol} = \frac{1}{T_s} = R_s = \frac{R_b}{\log_2 M} = \frac{1024}{3} = 340$$



16QAM

$$\eta = \log_2 M = \log_2 16 = 4 \text{ b/s/Hz}$$

$$W = \frac{1024}{4} = 256 \text{ Hz}$$



- B. (15 points) Discutez les compromis de performance pour chaque modulation en utilisant la matrice suivante. Par exemple, indiquez quelle modulation est la meilleure/pire pour chaque critère, ou comment les modulations se distinguent pour un critère.

DBPSK	8FSK	16QAM	
	<i>meilleur</i>	<i>pire</i>	BER vs. E_b/N_0
	<i>pire</i>	<i>meilleur</i>	efficacité spectrale
<i>meilleur</i>		<i>pire</i>	complexité

MFSK : $M \uparrow$ BER meilleur, efficacité spectrale pire
 $8 \Rightarrow$ BER bon, efficacité mauvaise

MQAM : $M \uparrow$ BER pire, efficacité spectrale mieux
 $16 \Rightarrow$ BER faible, η élevé

DBPSK : BER entre MFSK & MQAM
 η entre η_{MFSK} & η_{MQAM}

complexité très basse