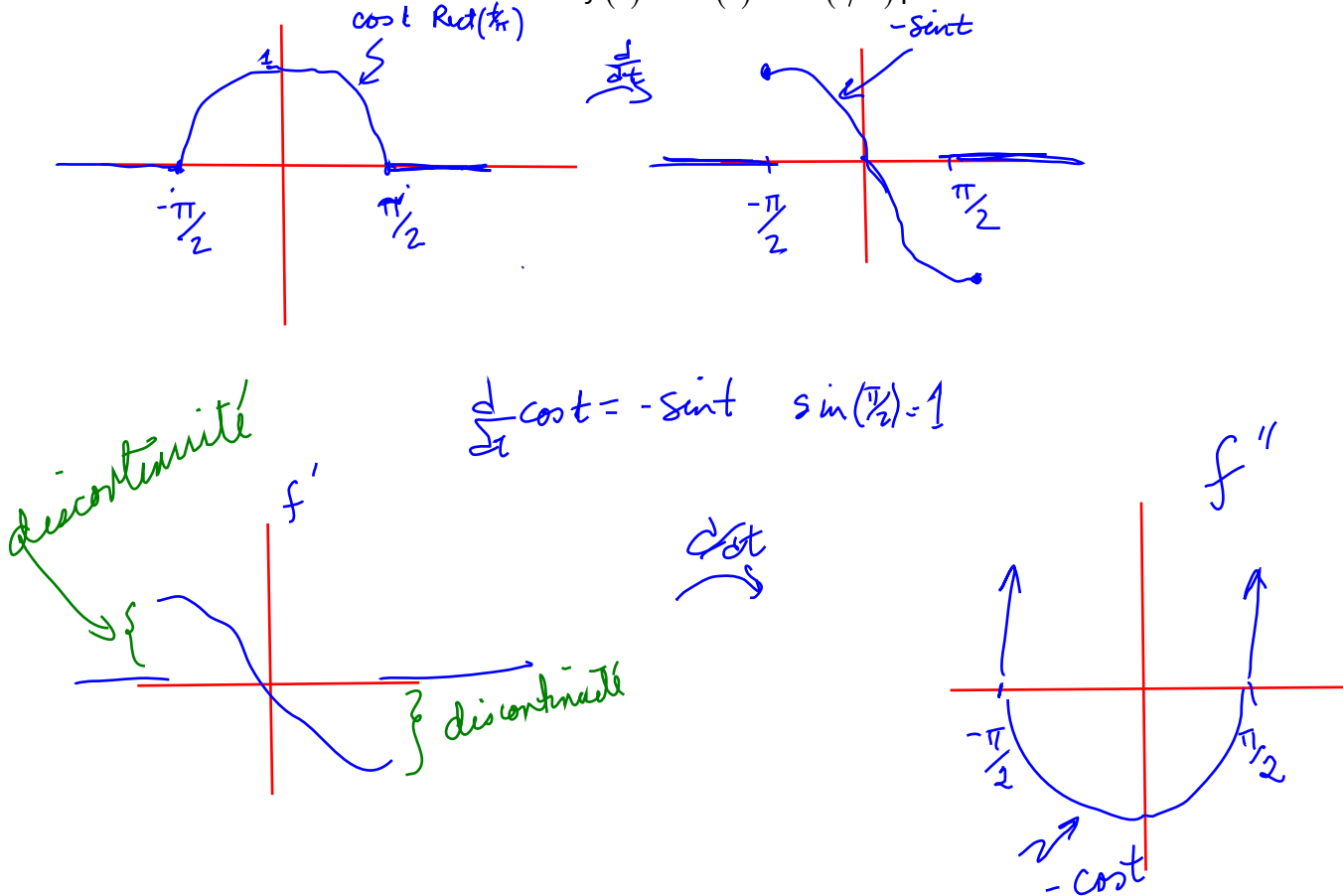


## 2013 Mini-test 2

jeudi le 14 novembre 2013; durée: 08h30 à 09h20; aucune documentation permise; 7.5% de note finale

## Problème 1 (40 point sur 100)

Trouvez la transformée de Fourier de  $f(t) = \cos(t) \cdot \text{Rect}(t/\pi)$  par la méthode des dérivés.



Nom:

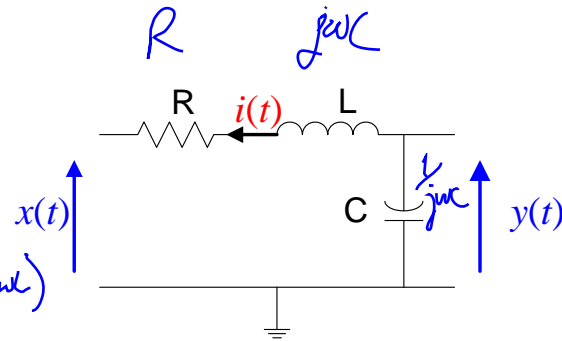
Matricule:

## 2013 Mini-test 2

## Problème 2 (20 points sur 100)

- a. (15 points) Trouvez la réponse en fréquence du circuit suivant

$$H(\omega) = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{1/j\omega C}{R + j\omega L + 1/j\omega C} = \frac{1}{1 + j\omega C(R + j\omega L)}$$



$$H(\omega) = \frac{1}{(1 - LC\omega^2) + jRC\omega}$$

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + R^2 C^2 \omega^2}}$$

$$\text{Arg}(H(\omega)) = \arctan\left(\frac{-RC\omega}{1 - LC\omega^2}\right)$$

$$H(\omega) = \frac{1}{1 - \omega^2/8 + j\omega/4} = \frac{8}{8 - \omega^2 + 2j\omega}$$

- b. (5 points) Trouvez la sortie quand l'entrée est
- $\cos(\omega_0 t)$
- et
- $\omega_0 = 2$
- ,
- $R = 1/4$
- ,
- $C = 1$
- ,
- $L = 1/8$
- .

$$y(t) = |H(\omega_0)| \cos(\omega_0 t - \text{Arg } H(\omega_0))$$

$$H(\omega_0) = \frac{8}{8 - 2^2 + 2j \cdot 2} = \frac{8}{8 - 4 + 4j} = \frac{8}{4 + 4j} = \frac{2}{1 + j} = \frac{2(1-j)}{1+1} = 1-j$$

$$|H(\omega_0)| = |1-j| \cos(2t - \arg(1-j))$$

$$= \sqrt{1^2 + 1^2} \cos\left[2t - \tan^{-1}(-1)\right] = \sqrt{2} \cdot \cos\left(2t - \frac{\pi}{4}\right)$$

Nom:

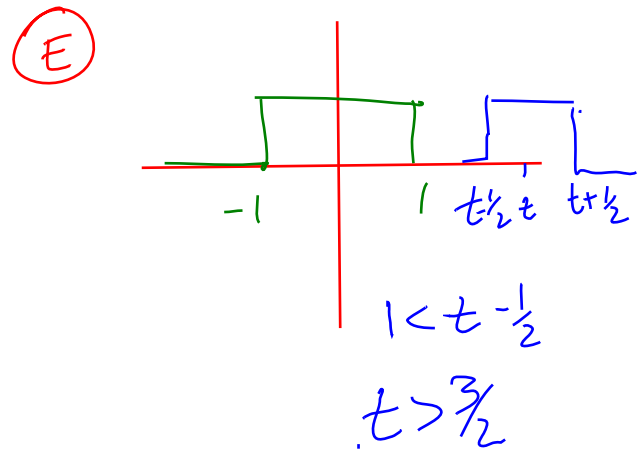
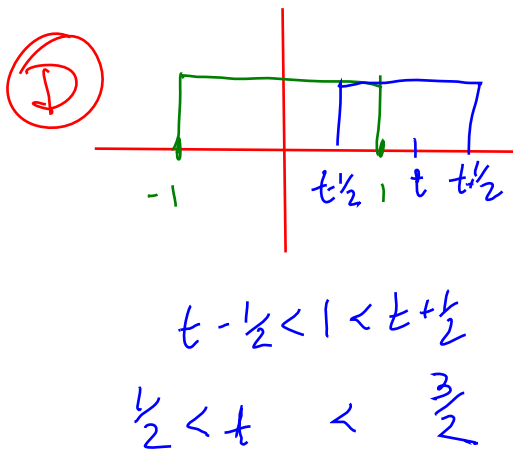
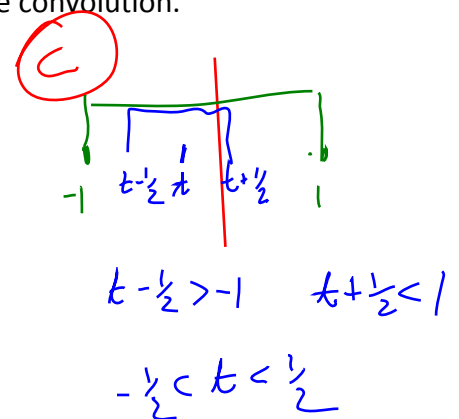
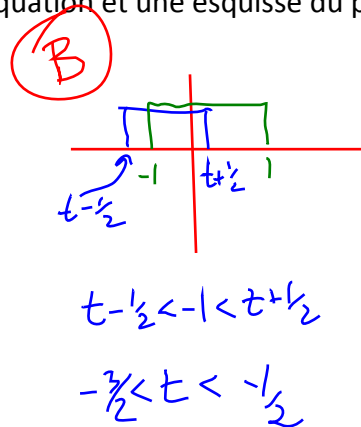
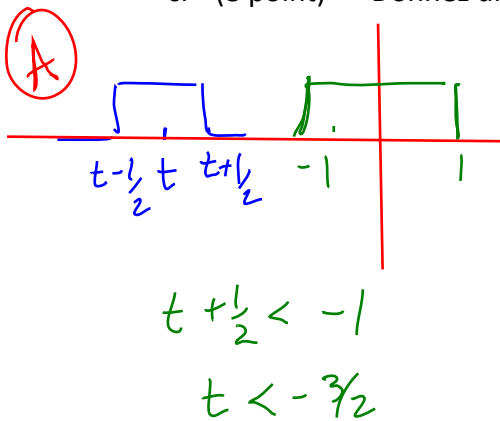
Matricule:

## 2013 Mini-test 2

## Problème 3 (40 points sur 100)

Trouvez la convolution de  $f(t) = \text{Rect}(t/2)$  et  $g(t) = \text{Rect}(t)$  avec la méthodologie suivante :

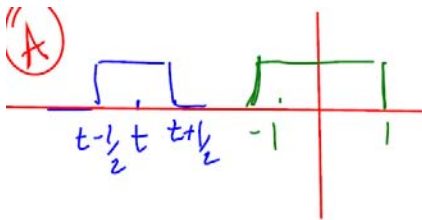
- (20 points) Pour chaque région de définition de la convolution donnez
  - une esquisse de  $f(u)$  et  $g(t-u)$  et
  - l'intervalle de  $t$ , i.e.  $a < t < b$
- (12 points) Donnez les intégrales à évaluer pour chaque région de définition de la convolution; spécifiez clairement les bornes d'intégration pour chaque région.
- (8 point) Donnez une équation et une esquisse du produit de convolution.



Nom:

Matricule:

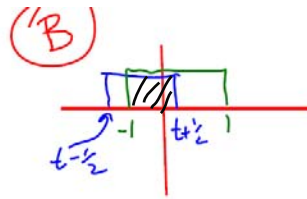
## 2013 Mini-test 2



$$t + \frac{1}{2} < -1$$

$$t < -\frac{3}{2}$$

$$\int = 0$$

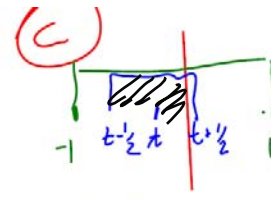


$$t - \frac{1}{2} < -1 < t + \frac{1}{2}$$

$$-\frac{3}{2} < t < -\frac{1}{2}$$

$$\int_{-1}^{t+\frac{1}{2}} 1 \, du$$

$$= t + \frac{3}{2}$$

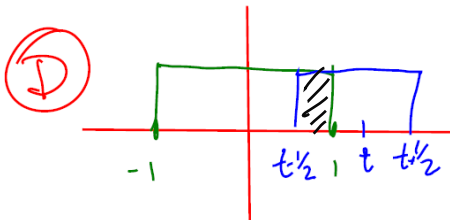


$$t - \frac{1}{2} > -1 \quad t + \frac{1}{2} < 1$$

$$-\frac{1}{2} < t < \frac{1}{2}$$

$$\int_{t-\frac{1}{2}}^{t+\frac{1}{2}} 1 \, du$$

$$= t + \frac{1}{2} - (t - \frac{1}{2}) = 1$$



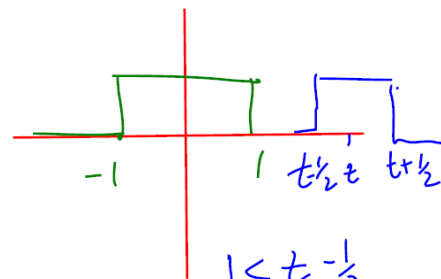
$$t - \frac{1}{2} < 1 < t + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} < t < \frac{3}{2}$$

$$\int_{t-\frac{1}{2}}^1 1 \, du = 1 - (t - \frac{1}{2}) = \frac{3}{2} - t$$

$$f * g = \begin{cases} t + \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} < t < -\frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} < t < \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} - t & \frac{1}{2} < t < \frac{3}{2} \end{cases}$$

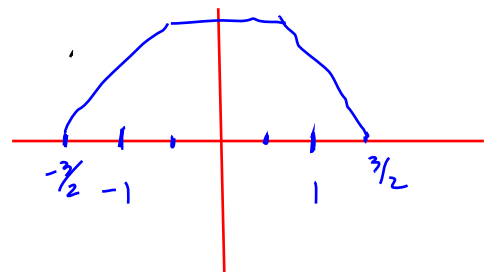
(E)



$$1 < t - \frac{1}{2}$$

$$t > \frac{3}{2}$$

$$\int = 0$$



Nom:

Matricule: