

GEL-19964 Signaux et systèmes discrets

Examen partiel #1

Mardi le 5 octobre 1999
Durée: 8h30 à 10h20

Aucune documentation permise

Question 1. (40 points)

La bande de fréquence d'intérêt du signal réel $x(t)$ s'étend jusqu'à 5 kHz. Pour les fréquences supérieures à 5 kHz, le module de $X(f)$ décroît de 50 dB par décade.

a) (20 pts) On échantillonne $x(t)$ à $f_s = 12.5\text{kHz}$. On utilise un filtre passe-bas anti-recouvrement pour atténuer le recouvrement spectral lors de l'échantillonnage. La réponse en fréquence de ce filtre est

$$|H(f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/5000)^{2N}}}$$

où N est l'ordre du filtre.

Si on veut que les images spectrales soient atténuées d'au moins 30 dB dans la bande de fréquence d'intérêt du signal, quel doit être l'ordre minimum du filtre $H(f)$?

b) (10 pts) Si on n'utilise pas de filtre anti-recouvrement avant l'échantillonnage, quelle doit être la fréquence d'échantillonnage minimum pour que les images spectrales soient atténuées d'au moins 30 dB dans la bande de fréquence d'intérêt du signal ?

c) (10 pts) Est-il possible de préserver le signal dans la bande d'intérêt si la fréquence d'échantillonnage est de 8 kHz ? Pourquoi ?

Question 2. (40 points)

Soit le système discret suivant:

$$y(n) = 100 \sum_{k=0}^9 0.4^k x(n-k)$$

- a) (7 pts) Vérifiez que le système est linéaire et invariant.
 - b) (7 pts) Calculez la réponse à l'impulsion du système.
 - c) (7 pts) Le système est-il stable, causal ?
 - d) (12 pts) Calculer la sortie $y(n)$ pour l'entrée $x(n) = 0.2^n u(n)$.
 - e) (7 pts) Donnez une équation aux différences d'ordre un qui implante le même système discret (une équation aux différences d'ordre un contient les termes $y(n)$ et $y(n-1)$).
-

Question 3. (20 points)

La réponse à l'impulsion d'un système linéaire et invariant est

$$h(n) = \{h_0, h_1, h_2, h_3\} = \{1, 2, 2, 1\}.$$

- a) (10 pts) Montrez comment calculer la sortie de ce système pour une entrée de 4 points avec la méthode de convolution sous forme de produit matriciel.
- b) (10 pts) Le processeur dont vous disposez est optimisé pour calculer la sortie de ce système pour une entrée $x(n)$ de 4 points. Il ne peut pas calculer la sortie du système pour une entrée plus longue. Vous désirez utiliser ce processeur pour calculer la sortie du système pour une entrée $x(n)$ de 8 points.

Montrez qu'il est possible de le faire en calculant la sortie du système pour cette entrée de 8 points

$$x(n) = \{1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4\}$$

en n'utilisant que des convolutions de $h(n)$ avec des signaux de 4 points.

Si vous en avez besoin:

$$\sum_{i=K}^L a^i = \frac{a^K - a^{L+1}}{1-a}$$