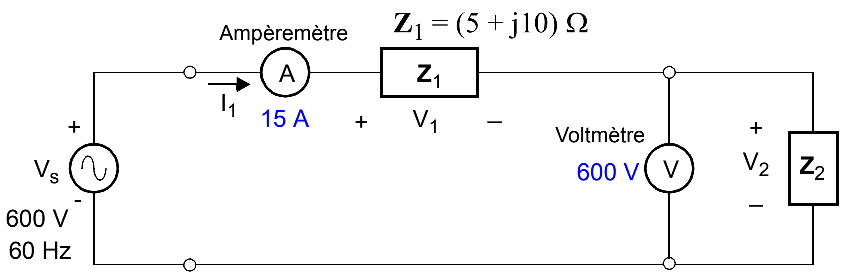
SOLUTION DE L'EXAMEN PARTIEL H2014

Problème no. 1 (25 points)

a)

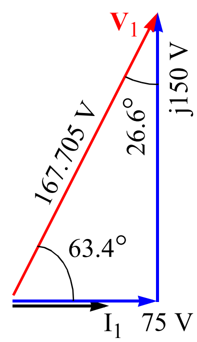


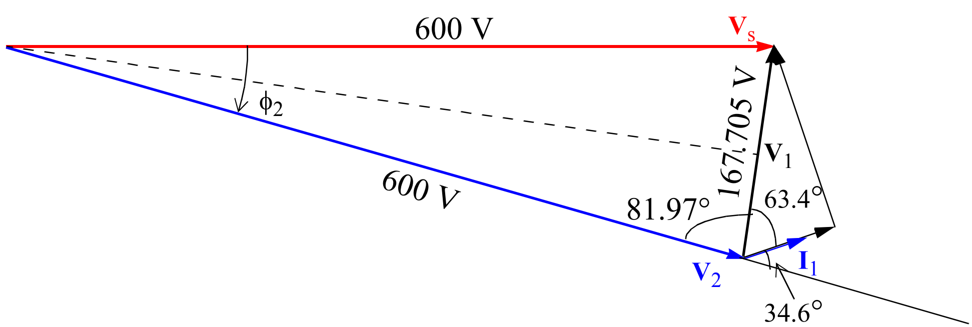
Si I_1 est pris comme référence de phase, la tension V_1 sera égale à:

$$V_1 = (75 + j150)V = (167.705\angle 63.4°)V$$

On écrit la relation suivante:

$$\mathbf{V}_s = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2$$





L'angle ϕ_2 est égal à:

$$\phi_2 = 2\,\mathrm{asin}\left(\frac{167.705/2}{600}\right) = 16.07°$$

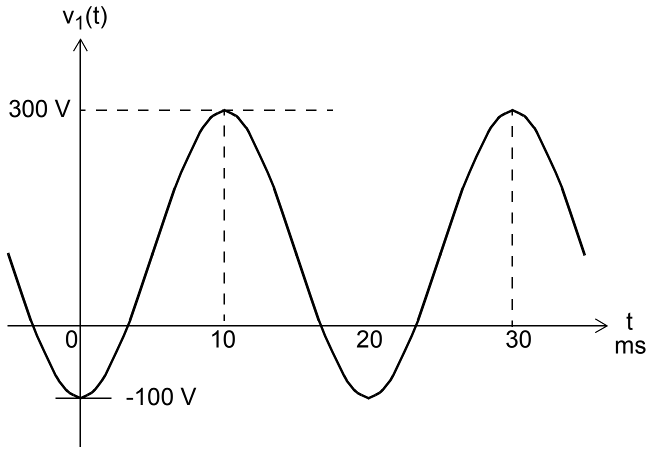
Le courant I_1 est en avance de phase de 34.6° par rapport à la tension V_2. En conséquence, l'impédance Z_2 est **<u>capacitive</u>**:

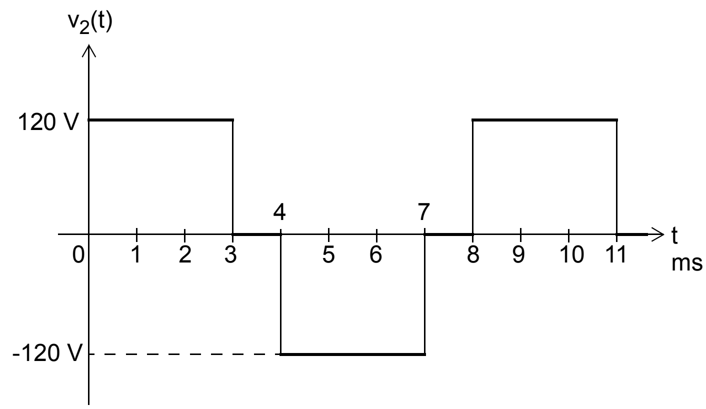
$$Z_2 = \frac{600\,V}{15\,A}\angle -34.6° = (40\angle -34.6°)\Omega$$

La phase de V_2 est égale à -16.07°.

La phase de V_1 est égale à (-16.07° + 34.6° + 63.4°) = 81.9°.

b)





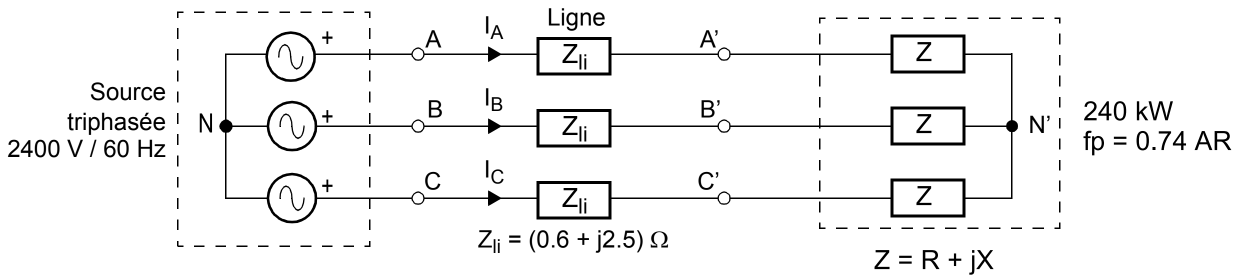
La tension $v_1(t)$ est la somme d'une composante continue de 100 V et d'une composante fondamentale d'amplitude 200 V.

Valeur efficace de $v_1(t)$: $V_{1eff} = \sqrt{100^2 + \left(\frac{200}{\sqrt{2}}\right)^2} = 173.2V$

La valeur efficace de $v_2(t)$: $V_{2eff} = \sqrt{\frac{3}{4} \times 120^2} = \sqrt{\frac{3}{4}} \times 120V = 103.92V$

Problème no. 2 (25 points)

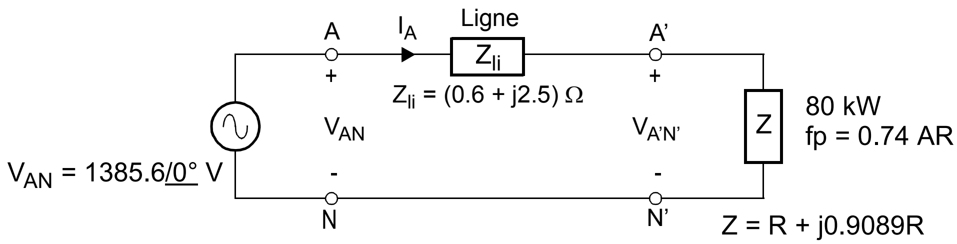
a) La charge triphasée peut-être représentée par une charge en Y:



L'angle ϕ de l'impédance **Z** est égal à: $\phi = \operatorname{acos}(0.74) = 42.27°$

On a: $X = R \times \tan\phi = R \times \tan(42.27°) = 0.9089R$

Le circuit équivalent monophasé du système est montré dans la figure suivante.



Le courant I_A est donné par: $\mathbf{I}_A = \dfrac{\mathbf{V}_{AN}}{(R+0.6)+j(0.9089R+2.5)}$

La puissance dissipée dans l'impédance **Z** est égale à:

$$P_A = 80\text{kW} = R \times |\mathbf{I}_A|^2 = R \times \frac{|\mathbf{V}_{AN}|^2}{(R+0.6)^2+(0.9089R+2.5)^2}$$

On déduit: $8\times10^4[1.8261R^2 + 5.7445R + 6.61] = 1.92\times10^6 R$

Ou encore: $14.6088R^2 - 167.8576R + 34.88 = 0$

Les racines de cette équation quadratique sont 9.6207 et 0.3762. On choisit la racine R = 9.6207 Ω.

Le courant I_A est égal à: $\mathbf{I}_A = \dfrac{1385.6\angle 0°}{(9.6207+0.6)+j(0.9089\times 9.6207+2.5)} = 91.1889\angle{-47.7°}\text{ A}$

La tension $V_{A'N'}$ à la charge est égale à:

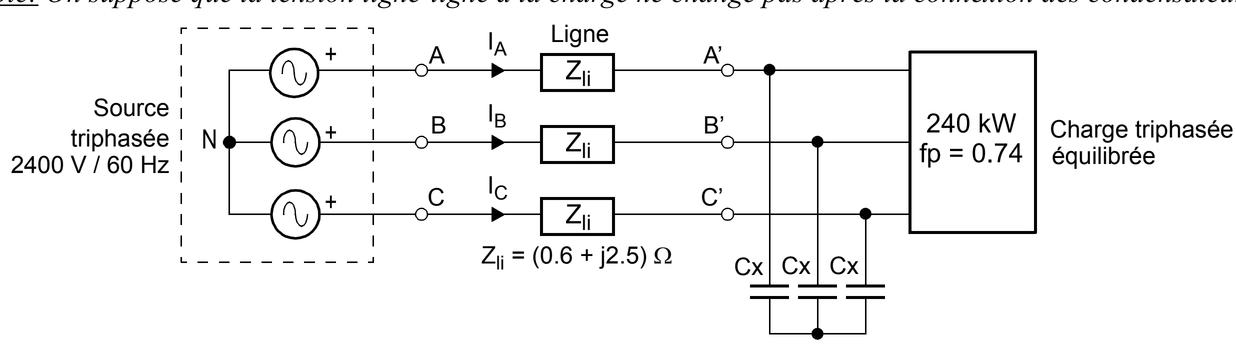
$$\mathbf{V}_{A'N'} = \mathbf{Z}\times\mathbf{I}_A = (9.6207 + j0.9089\times 9.6207)\times(91.1889\angle{-47.7°}) = 1240.69\angle{-2.7°}\text{ V}$$

La tension ligne-ligne à la charge sera donc: $V_{A'B'} = \sqrt{3}V_{A'N'} = \sqrt{3}\times 1240.69 = 2148.94\text{ V}$

La puissance dissipée en chaleur sur la ligne de transport:

$$\text{Pertes} = 3\times R_{li}\times I_A^2 = 3\times 0.6\times 91.189^2 = 14967.8\text{ W.}$$

b) *<u>Note:</u> On suppose que la tension ligne-ligne à la charge ne change pas après la connexion des condensateurs.*



L'angle de la charge après compensation: $\phi' = \operatorname{acos}(0.90) = 25.84°$

Puissance réactive avant compensation: $Q = P \times \tan\phi = 240000 \times \tan(42.27°) = 218140\text{VAR}$

Puissance réactive après compensation: $Q' = P \times \tan\phi' = 240000 \times \tan(25.84°) = 116230\text{VAR}$

Puissance réactive fournie par les trois condensateurs: $Q_C = Q - Q' = 218140 - 116230 = 101910\text{VAR}$

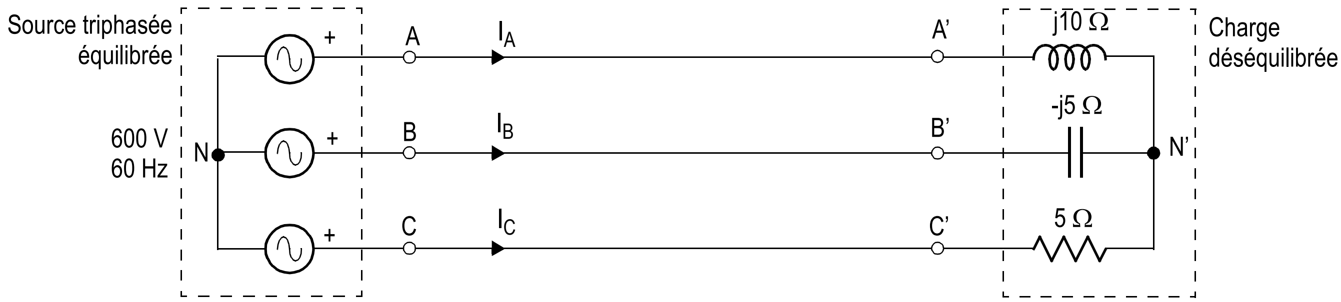
Puissance réactive fournie par un condensateur: $Q_{Cx} = \frac{Q_C}{3} = \frac{101910\text{VAR}}{3} = 33970\text{VAR}$

Réactance d'un condensateur Cx: $X_{Cx} = \frac{(V_{A'N'})^2}{Q_{Cx}} = \frac{(1240.69)^2}{33970} = 45.31\Omega$

Valeur d'un condensateur Cx: $Cx = \frac{1}{\omega X_{Cx}} = \frac{1}{120\pi \times 45.31} = 58.5\mu\text{F}$

Courant efficace dans un condensateur Cx: $I_{Cx} = \frac{V_{A'N'}}{X_{Cx}} = \frac{1240.69}{45.31} = 27.38\text{A}$

Problème no. 3 (25 points)



$Z_A = j10\ \Omega$ $Z_B = -j5\ \Omega$ $Z_C = 5\ \Omega$

a) On convertit la charge Y en une charge Δ:

$Z_A = 12\ \Omega$ $Z_B = j12\ \Omega$ $Z_C = 12\ \Omega$

$$Z_{AB} = \frac{Z_AZ_B + Z_BZ_C + Z_CZ_A}{Z_C} = (50 + j10)\Omega$$

$$Z_{BC} = \frac{Z_AZ_B + Z_BZ_C + Z_CZ_A}{Z_A} = (5 + j25)\Omega$$

$$Z_{CA} = \frac{Z_AZ_B + Z_BZ_C + Z_CZ_A}{Z_B} = (-10 + j50)\Omega$$

Les courants de triangle sont calculés:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{600\angle 30°}{50 + j10} = 11.767\angle 18.7°\ \mathrm{A}$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{600\angle -90°}{5 + j25} = 25.534\angle -11.3°\ \mathrm{A}$$

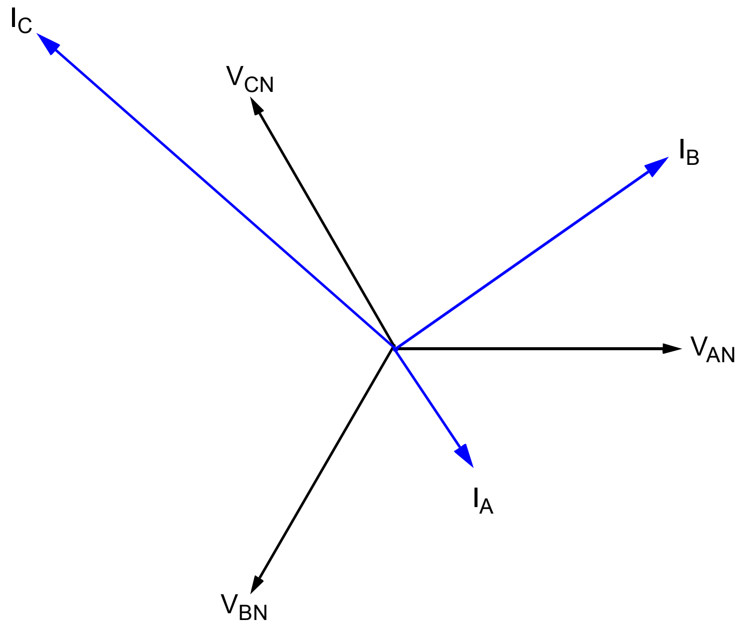
$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{600\angle 150°}{-10 + j50} = 11.767\angle 48.7°\ \mathrm{A}$$

Les courants de ligne peuvent être calculés à partir de courants ligne-ligne:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA} = (11.767\angle 18.7°) - (11.767\angle 48.7°) = 6.091\angle -56.3°\ \mathrm{A}$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB} = (25.534\angle -11.3°) - (11.767\angle 18.7°) = 14.583\angle 35.1°\ \mathrm{A}$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC} = (11.767\angle 48.7°) - (25.534\angle -11.3°) = 20.381\angle 138.7°\ \mathrm{A}$$



b) La puissance active totale dans la charge est égale à la puissance active dans la résistance de 5 Ω:

$$P = (5\Omega) \times (I_C)^2 = (5\Omega) \times (20.381)^2 = 2077\ \text{W}$$

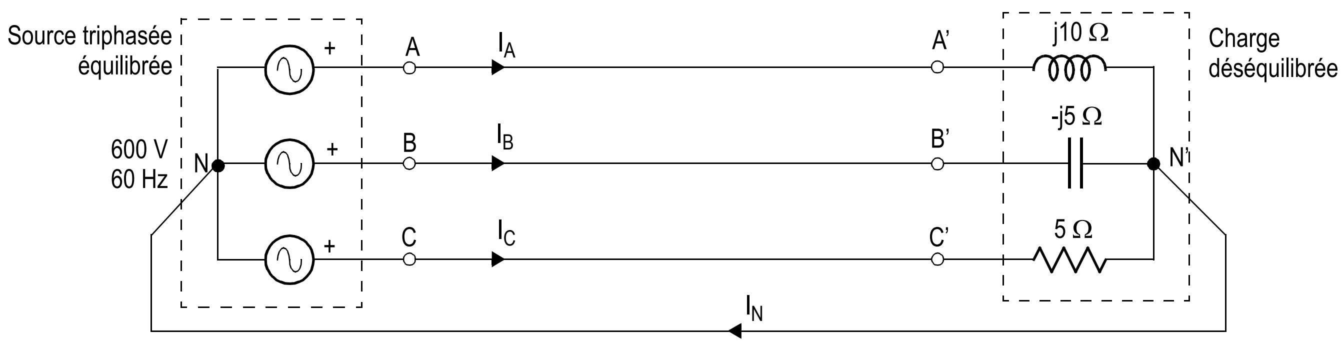
La puissance réactive totale dans la charge est égale à la somme des puissances réactives dans l'inductance de 10 Ω et dans le condensateur de 5 Ω:

$$Q = (10\Omega) \times (I_A)^2 - (5\Omega) \times (I_B)^2 = (10\Omega) \times (6.091)^2 - (5\Omega) \times (14.583)^2 = -692\ \text{VAR}$$

Le facteur de puissance dans la charge est égal à:

$$fp = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \frac{2077}{\sqrt{2077^2 + 692^2}} = 0.949$$

c) On relie les deux neutres N et N'.



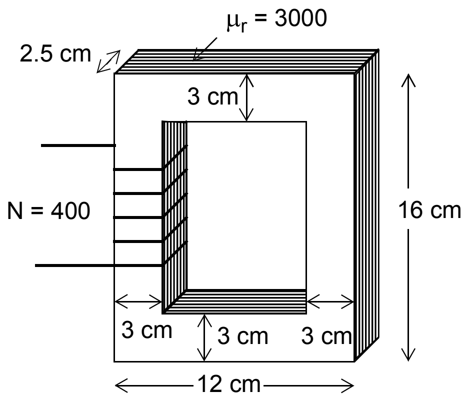
Le courant I_N dans la ligne neutre est égal à la somme des trois courants de ligne:

$$I_N = I_A + I_B + I_C = \frac{V_{AN}}{j10} + \frac{V_{BN}}{-j5} + \frac{V_{CN}}{5} = \frac{346.41}{j10} + \frac{346.41\angle -120°}{-j5} + \frac{346.41\angle 120°}{5}$$

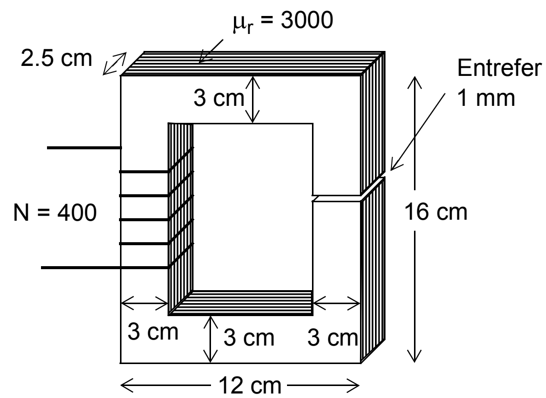
$$I_N = -j34.641 + 69.282\angle -30° + 69.282\angle 120° = (27\angle -20.1°)\text{A}$$

Problème no. 4 (25 points)

s



Bobine no. 1



Bobine no. 2

a) La section des deux noyaux magnétiques: $A = (3\times10^{-2})\times(2.5\times10^{-2}) = 7.5\times10^{-4}\ m^2$

La longueur du parcours magnétique moyen des deux noyaux magnétiques:

$$\ell = 2\times(9\times10^{-2}+13\times10^{-2}) = 0.44\ m$$

Réluctance du noyau no. 1: $$R_1 = \frac{\ell}{\mu\times A} = \frac{0.44}{(3000\times4\pi\times10^{-7})\times(7.5\times10^{-4})} = 1.5562\times10^5\ At/Wb$$

Réluctance du noyau no. 2:

$$R_2 = R_1 + R_{entrefer} = 1.5562\times10^5 + \frac{e}{\mu_0\times A} = 1.5562\times10^5 + \frac{1\times10^{-3}}{4\pi\times10^{-7}\times(7.5\times10^{-4})}$$

$$R_2 = 1.5562\times10^5 + 1.061\times10^6 = 1.2167\times10^6\ At/Wb$$

L'inductance de la bobine no. 1: $$L_1 = \frac{N_1^2}{R_1} = \frac{(400)^2}{1.5562\times10^5} = 1.0282\ H$$

L'inductance de la bobine no. 2: $$L_2 = \frac{N_2^2}{R_2} = \frac{(400)^2}{1.2167\times10^6} = 0.1315\ H$$

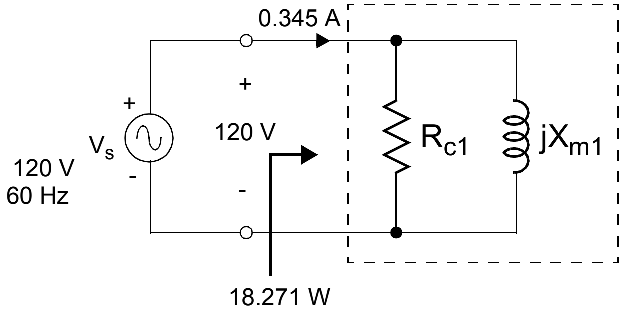
b) On applique une tension sinusoïdale 120 V / 60 Hz aux bornes de la bobine no. 1. L'amplitude de la tension est égale à $V_m = 120\times\sqrt{2} = 169.7\ V$.

L'amplitude du flux dans le moyau est donnée par la relation suivante: $$\phi_m = \frac{V_m}{N\omega} = B_m\times A$$

On déduit l'amplitude B_m de la densité de flux magnétique dans le noyau: $$B_m = \frac{V_m}{N\omega A}$$

$$B_m = \frac{169.7}{400\times120\pi\times7.5\times10^{-4}} = 1.50\ T$$

Circuit équivalent de la bobine no. 1



La réactance magnétisante de la bobine no. 1: $X_{m1} = \omega \times L_1 = 120\pi \times 1.0282 = 387.6\,\Omega$

La puissance apparente: $S = V \times I = 120 \times 0.345 = 41.4\text{ VA}$

Puissance réactive dans la bobine no. 1: $Q = \dfrac{V^2}{X_{m1}} = \dfrac{120^2}{387.6} = 37.15\text{ VAR}$

Puissance active dans la bobine no. 1: $P = \sqrt{S^2 - Q^2} = \sqrt{41.4^2 - 37.15^2} = 18.271\text{ W}$

Puisque la résistance du fil de cuivre est négligeable, la puissance active dans la bobine no. 1 représente les pertes Fer dans le noyau magnétique:

$$P = \text{Pertes} \cdot \text{Fer} = \frac{V^2}{R_{c1}}$$

On déduit: $R_{c1} = \dfrac{V^2}{P} = \dfrac{120^2}{18.271} = 788.1\,\Omega$