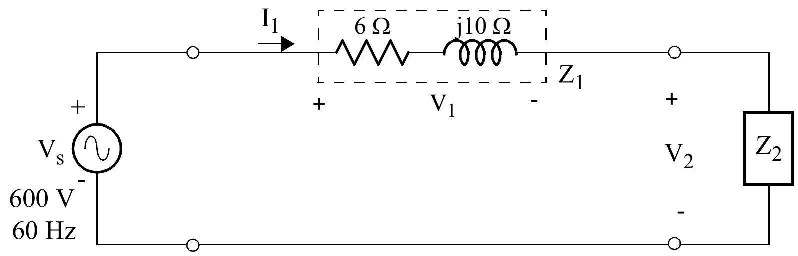
# Corrigé de l'examen partiel H2012

## Problème no. 1 (25 points)

a)



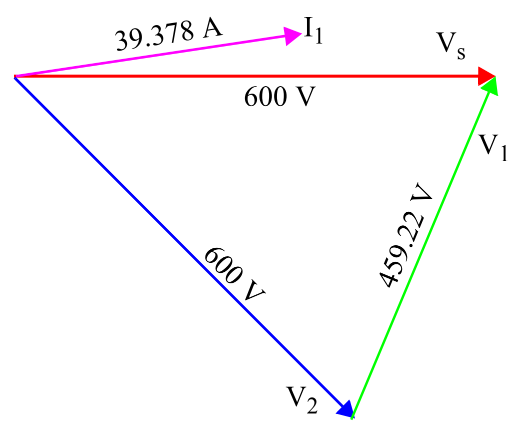

La tension de la source est prise comme référence de phase: $V_s = 600\angle 0°\ \text{V}$

La tension aux bornes de la charge est: $V_2 = 600\angle -45°\ \text{V}$

La tension $V_1$ est égale à: $V_1 = V_s - V_2 = 600\angle 0° - 600\angle -45° = 459.22\angle 67.5°\ \text{V}$

Le courant $I_1$ est égal à: $I_1 = \dfrac{V_1}{Z_1} = \dfrac{459.22\angle 67.5°}{(6 + j10)} = 39.378\angle 8.5°\ \text{A}$

Diagramme vectoriel

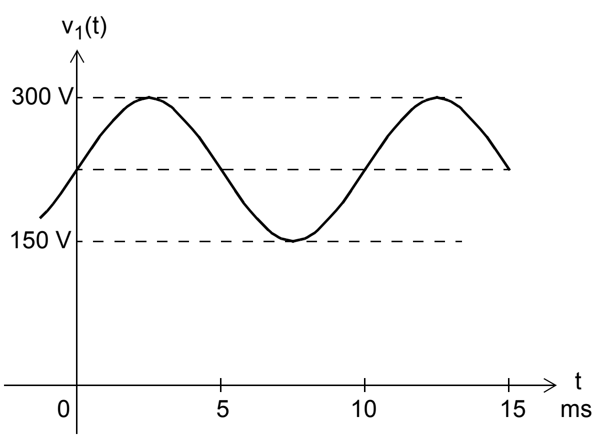


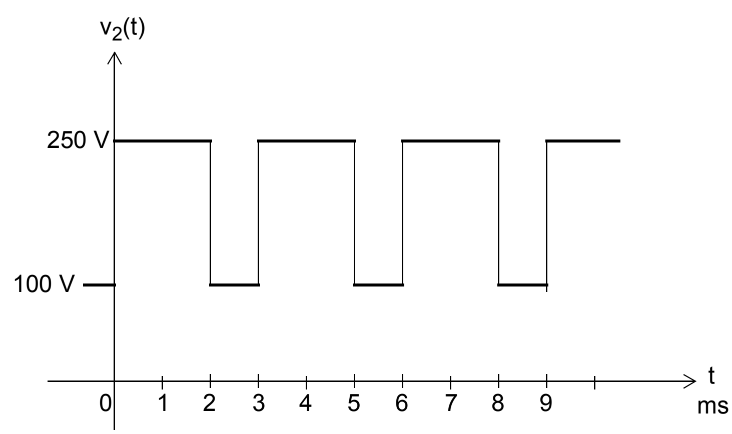

L'impédance $Z_2$ est égale à:

$$Z_2 = \frac{V_2}{I_1} = \frac{600\angle -45°}{39.378\angle 8.5°} = 15.237\angle -53.5°\ \Omega$$

C'est une impédance CAPACITIVE.

b)




On écrit: $v_1(t) = 225 + 75\sin(\omega t)$

La valeur efficace de $v_1(t)$ sera égale à:

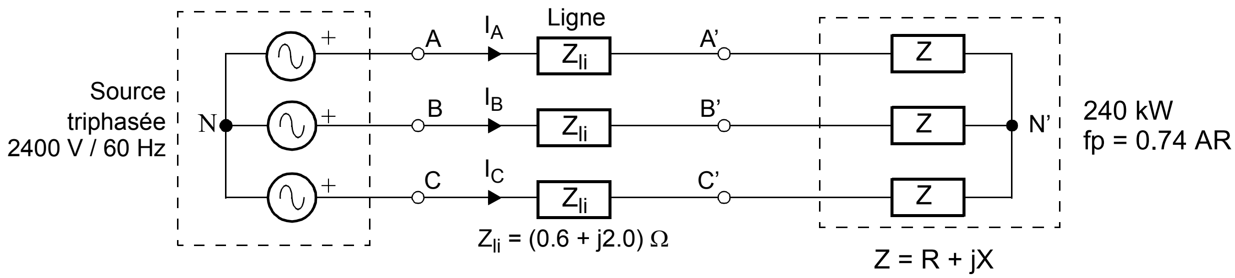
$$V_1(\text{eff}) = \sqrt{225^2 + \left(\frac{75}{\sqrt{2}}\right)^2} = 231.17\ \text{V}$$

La tension $v_2(t)$ est égale à 250 V durant 2/3 de sa période et égale à 100 V durant 1/3 de sa période. Sa valeur efficace sera égale à:

$$V_2(\text{eff}) = \sqrt{\frac{2}{3} \times 250^2 + \frac{1}{3} \times 100^2} = 212.13\ \text{V}$$

**Problème no. 2 (25 points)**

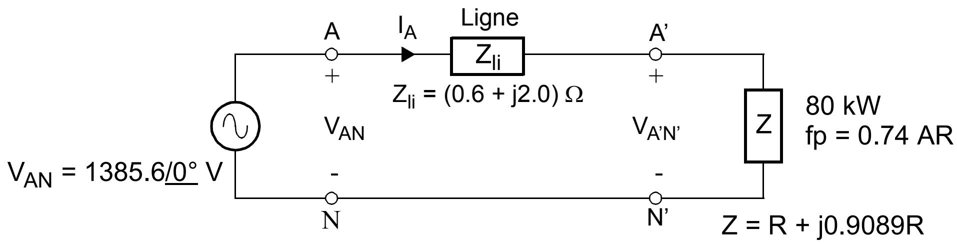
a) La charge triphasée peut-être représentée par une charge en Y:




L'angle $\phi$ de l'impédance **Z** est égal à: $\phi = \operatorname{acos}(0.74) = 42.27°$

On a: $X = R \times \tan\phi = R \times \tan(42.27°) = 0.9089R$

Le circuit équivalent monophasé du système est montré dans la figure suivante.




Le courant $I_A$ est donné par: $\mathbf{I}_A = \dfrac{\mathbf{V}_{AN}}{(R+0.6)+j(0.9089R+2.0)}$

La puissance dissipée dans l'impédance **Z** est égale à:

$$P_A = 80\text{kW} = R \times |\mathbf{I}_A|^2 = R \times \frac{|\mathbf{V}_{AN}|^2}{(R+0.6)^2+(0.9089R+2.0)^2}$$

On déduit: $8 \times 10^4[1.8261R^2 + 3.0178R + 4.36] = 1.92 \times 10^6 R$

Ou encore: $14.6088R^2 - 167.8576R + 34.88 = 0$

Les racines de cette équation quadratique sont 11.2785 et 0.2117. On choisit la racine R = 11.2785 Ω.

Le courant $I_A$ est égal à: $\mathbf{I}_A = \dfrac{1385.6\angle 0°}{(11.2785+0.6)+j(0.9089 \times 11.2785 + 2.0)} = 81.199\angle{-45.9°}\text{ A}$

La tension $V_{A'N'}$ à la charge est égale à:

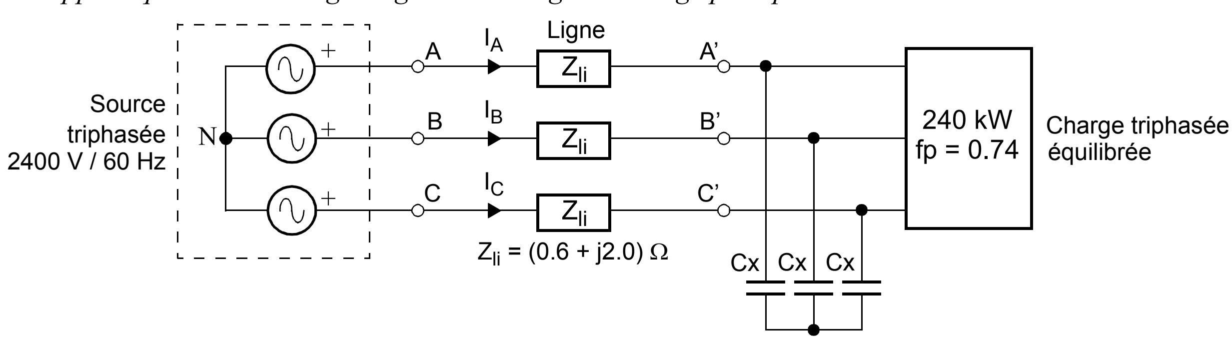
$$\mathbf{V}_{A'N'} = \mathbf{Z} \times \mathbf{I}_A = (11.2785 + j0.9089 \times 11.2785) \times (81.199\angle{-45.9°}) = 1303.4\angle{-3.6°}\text{ V}$$

La tension ligne-ligne à la charge sera donc: $V_{A'B'} = \sqrt{3}V_{A'N'} = \sqrt{3} \times 1303.4 = 2257.6\text{ V}$

La puissance dissipée en chaleur sur la ligne de transport:

$$\text{Pertes} = 3 \times R_{li} \times I_A^2 = 3 \times 0.6 \times (81.199)^2 = 11868\text{ W.}$$

b) <u>*Note:*</u> *On suppose que la tension ligne-ligne à la charge ne change pas après la connexion des condensateurs.*




L'angle de la charge après compensation: $\phi' = \operatorname{acos}(0.90) = 25.84°$

Puissance réactive avant compensation: $Q = P \times \tan\phi = 240000 \times \tan(42.27°) = 218140\text{VAR}$

Puissance réactive après compensation: $Q' = P \times \tan\phi' = 240000 \times \tan(25.84°) = 116230\text{VAR}$

Puissance réactive fournie par les trois condensateurs: $Q_C = Q - Q' = 218140 - 116230 = 101910\text{VAR}$

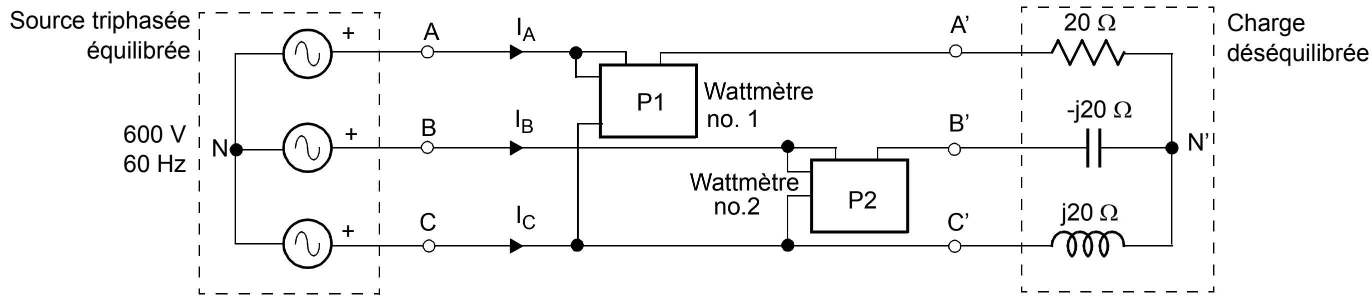
Puissance réactive fournie par un condensateur: $Q_{Cx} = \frac{Q_C}{3} = \frac{101910\text{VAR}}{3} = 33970\text{VAR}$

Réactance d'un condensateur Cx: $X_{Cx} = \frac{(V_{A'N'})^2}{Q_{Cx}} = \frac{(1216.5)^2}{33970} = 43.56\Omega$

Valeur d'un condensateur Cx: $Cx = \frac{1}{\omega X_{Cx}} = \frac{1}{120\pi \times 43.56} = 60.9\mu\text{F}$

Courant efficace dans un condensateur Cx: $I_{Cx} = \frac{V_{A'N'}}{X_{Cx}} = \frac{1216.5}{43.56} = 27.93\text{A}$

## **Problème no. 3 (25 points)**



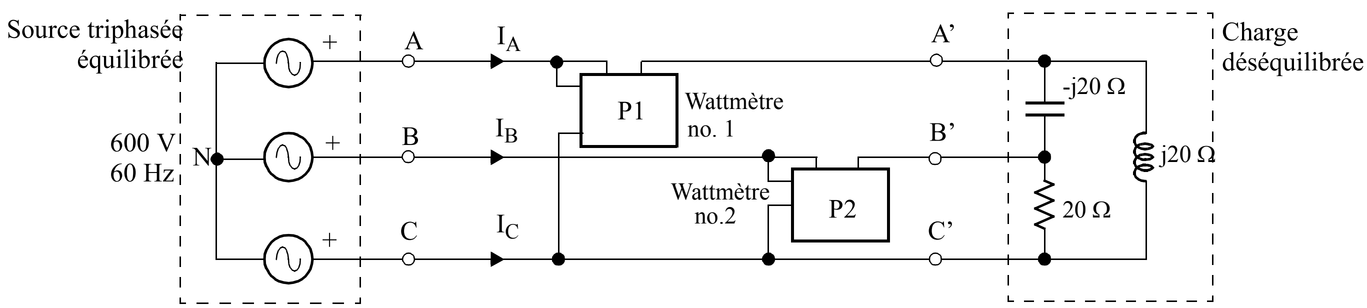

La tension $V_{AN}$ de la source est prise comme référence de phase: $\quad V_{AN} = 346.42\angle 0°\ V$

a) On convertit la charge Y en Δ.

$$Z_{AB} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_C} = \frac{20 \times (-j20) + (-j20) \times (j20) + (j20 \times 20)}{j20} = -j20\Omega$$

$$Z_{BC} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_A} = \frac{20 \times (-j20) + (-j20) \times (j20) + (j20 \times 20)}{20} = 20\Omega$$

$$Z_{CA} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_B} = \frac{20 \times (-j20) + (-j20) \times (j20) + (j20 \times 20)}{-j20} = j20\Omega$$




Les courants de triangle sont:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{600\angle 30°}{-j20} = 30\angle 120°\ A$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{600\angle -90°}{20} = 30\angle -90°\ A$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{600\angle 150°}{j20} = 30\angle 60°\ A$$

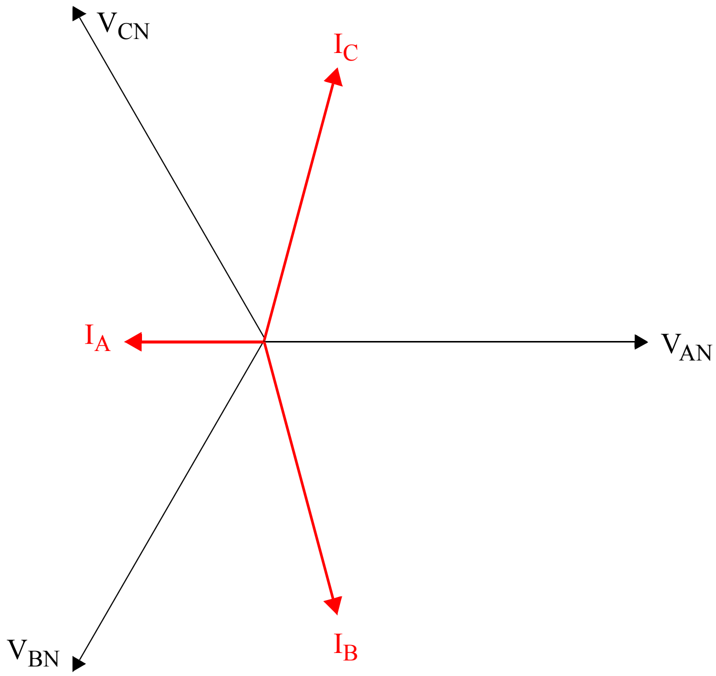
Les courants de ligne sont:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA} = (30\angle 120°) - (30\angle 60°) = 30\angle 180°\ A$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB} = (30\angle -90°) - (30\angle 120°) = 57.9555\angle -75°\ A$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC} = (30\angle 60°) - (30\angle -90°) = 57.9555\angle 75°\ A$$

Diagramme vectoriel:




b) Déterminer les indications $P_1$ et $P_2$ des deux wattmètres.

La puissance active mesurée par wattmètre no. 1 est: $P_1 = V_{AC} I_A \cos\theta_1$ où $\theta_1$ est le déphasage entre $\mathbf{V}_{AC}$ et $\mathbf{I}_A$.

La puissance active mesurée par wattmètre no. 2 est: $P_2 = V_{BC} I_B \cos\theta_2$ où $\theta_2$ est le déphasage entre $\mathbf{V}_{BC}$ et $\mathbf{I}_B$.

On a: $\theta_1 = \angle V_{AC} - \angle I_A = (-30°) - (180°) = 150°$

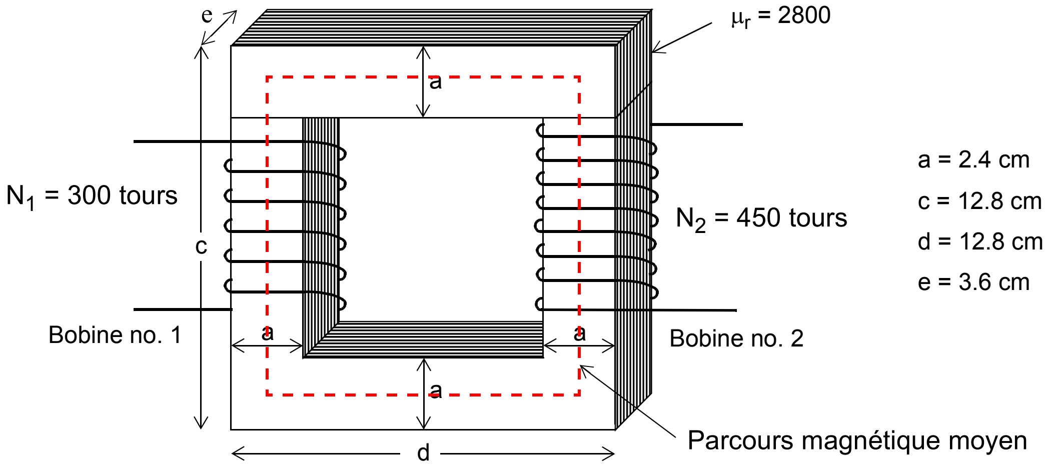
Et: $\theta_2 = \angle V_{BC} - \angle I_B = (-90°) - (-75°) = -15°$

Le wattmètre no. 1 indiquera: $P_1 = 600 \times 30 \times \cos(150°) = -15588\ \text{W}$

Le wattmètre no. 2 indiquera: $P_2 = 600 \times 57.9555 \times \cos(-15°) = 33588\ \text{W}$

**Problème no. 4** (25 points)

a)




La longueur du parcours magnétique moyen: $\ell = 2 \times (10.4 + 10.4)\text{cm} = 41.6\text{ cm}$

La section du circuit magnétique: $A = 2.4\text{cm} \times 3.6\text{cm} = 8.64\text{cm}^2$

La réluctance du circuit magnétique est égale à:

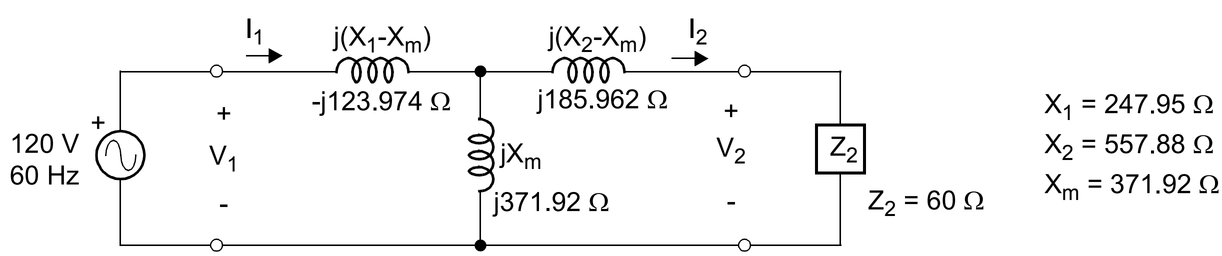
$$\mathcal{R} = \frac{\ell}{\mu A} = \frac{0.416}{2800 \times 4\pi\times10^{-7} \times 8.64\times10^{-4}} = 1.3684\times10^{5}\text{ A-t/Wb}$$

L'inductance de la bobine no. 1 est égale à: $L_1 = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}} = \frac{300^2}{1.3684\times10^5} = 0.6577\text{ H}$

L'inductance de la bobine no. 2 est égale à: $L_2 = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}} = \frac{450^2}{1.3684\times10^5} = 1.4798\text{ H}$

L'inductance mutuelle est égale à: $M = \frac{N_1N_2}{\mathcal{R}} = \frac{300 \times 450}{1.3684\times10^5} = 0.9866\text{ H}$

b) Le circuit équivalent du système est montré dans la figure suivante.




L'impédance vue par la source est:

$$Z_1 = -j123.974 + \frac{(j371.92)(60 + j185.962)}{(j371.92) + (60 + j185.962)} = (26.362 + j2.835)\Omega = 26.514\angle 6.1°\,\Omega$$

Le courant $I_1$ est égal à: $I_1 = \frac{V_1}{Z_1} = \frac{120}{26.514\angle 6.1°} = 4.526\angle{-6.1°}\text{ A}$

Le courant $I_2$ est calculé à partir de $I_1$ (par la loi du diviseur de courant):

$$I_2 = \frac{j371.92}{(j371.92) + (60 + j185.962)} \times I_1 = \frac{j371.92}{60 + j557.885} \times (4.526\angle{-6.1°})\text{ A}$$

$$I_2 = 3.0\angle 0°\text{ A}$$

La tension $V_2$ est égale à: $V_2 = 60 \times I_2 = 60 \times 3 = 180\text{ V}$