SYSTÈMES ET COMMANDE LINÉAIRES
GEL-19963

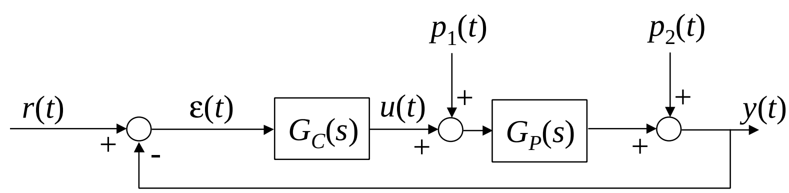
Professeur : André Desbiens

Deuxième examen (30% de la note finale)

Vendredi 23 mars 2001, 10h30-12h20

Une feuille 8.5 X 11 pouces est autorisée

- Une bonne réponse sans justification ne vaut ***aucun*** point.
- Dans les questions suivantes, les notations des fonctions de transfert et signaux sont définies à la figure 1. Les quatre questions demeurent toutefois indépendantes.



$$H(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$$

$$G(s)=G_C(s)G_P(s)$$

Figure 1

QUESTION 1 - Analyse des systèmes asservis (*7% + 7% + 7% = 21%*)

Le procédé $G_P(s)$ n'a aucun pôle à partie réelle positive. Il possède un intégrateur, un retard, plusieurs pôles à partie réelle négative ainsi que plusieurs zéros. L'ordre de son dénominateur est plus élevé que celui de son numérateur. Un régulateur $G_C(s) = K_C/s$ rend $H(s)$ stable. Le système est initialement au repos. À t = 0, on applique une consigne en échelon d'amplitude 2 et un échelon d'amplitude 1 perturbe le procédé à sa sortie (p_2). À t = 10, le système a atteint le régime permanent mais le procédé est alors perturbé à son entrée (p_1) par un échelon d'amplitude 2. On demande les valeurs de

a) $u(0^+)$
b) $u(10^+)$
c) $u(\text{infini})$

QUESTION 2 - Moteur DC (*24%*)

La réponse à un échelon unitaire d'un système électromécanique est illustrée à la figure 2. La tension qui est manipulée est amplifiée par un facteur 3 avant d'être appliquée à un moteur DC à contrôle d'induit. Ce moteur entraîne un potentiomètre via un engrenage de rapport 2. Le potentiomètre possède 4 tours et est alimenté par une tension de ±10 V. L'inertie du moteur est 5.2 x 10^{-6} kg·m^2. En négligeant l'inductance et le frottement du moteur et en ne considérant que le moteur (sans l'amplificateur, l'engrenage et le potentiomètre),

a) quel est le couple nécessaire pour bloquer le moteur si ce dernier est alimenté par une tension de 5V (donnez les unités)?
b) quelle est la vitesse à vide du moteur si ce dernier est alimenté par une tension de 5V (donnez les unités)?

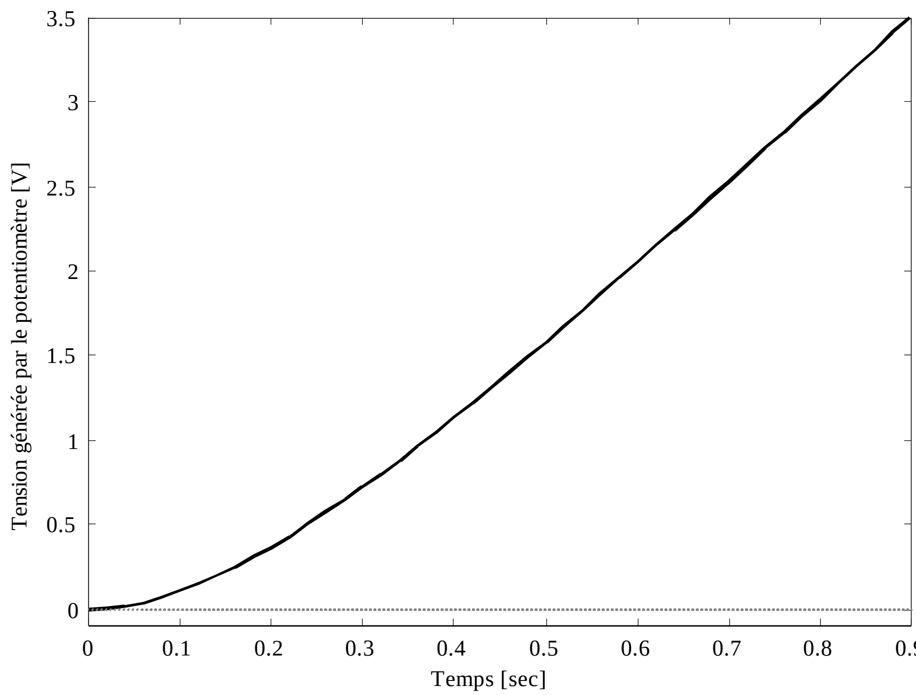


Figure 2

QUESTION 3 - Analyse des systèmes asservis (*8% + 8% + 5% + 8% = 29%*)

Le diagramme de Black de $G(s)$ est illustré à la figure 3.

a) Le retard de $G_P(s)$ est de 1 seconde. Si ce même retard avait plutôt une durée de 5 secondes, $H(s)$ serait alors à la limite de la stabilité. À quelle fréquence le rapport d'amplitude de $G(s)$ est-il unitaire?
b) De combien faudrait-il augmenter le gain de $G_C(s)$ pour rendre $H(s)$ à la limite de la stabilité?
c) Quelle est l'erreur statique de $H(s)$ suite à un échelon de consigne unitaire?

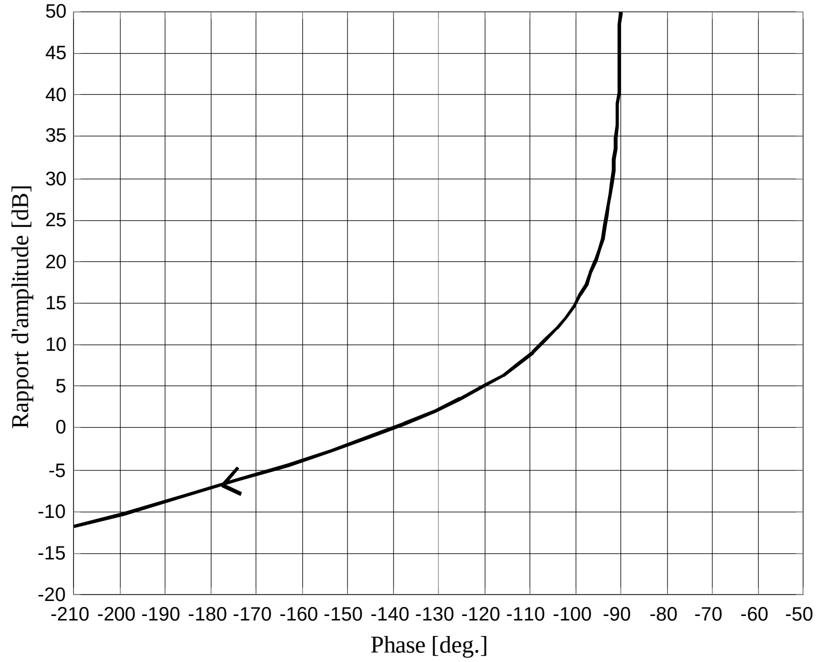


Figure 3

Le diagramme de Nyquist d'un autre système $G(s)$ possédant un pôle instable est illustré à la figure 4.

d) Le système $H(s)$ est-il stable?

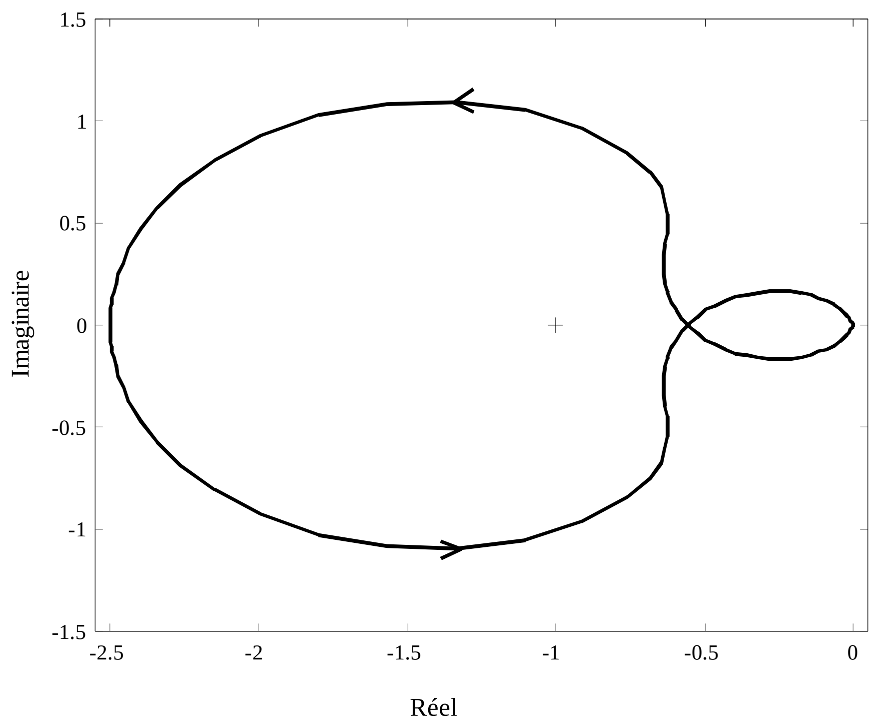


Figure 4

QUESTION 4 - Systèmes d'ordre *n* (*6% + 10% + 10% = 26%*)

a) La réponse à l'échelon en régime permanent d'un système est $8t^2 + 3t + 5$. Combien d'intégrateurs le système possède-t-il?

b) La réponse à l'échelon d'un système est illustrée à la figure 5. Que savez-vous à propos des zéros du système et à propos de la différence entre l'ordre du dénominateur et l'ordre du numérateur?

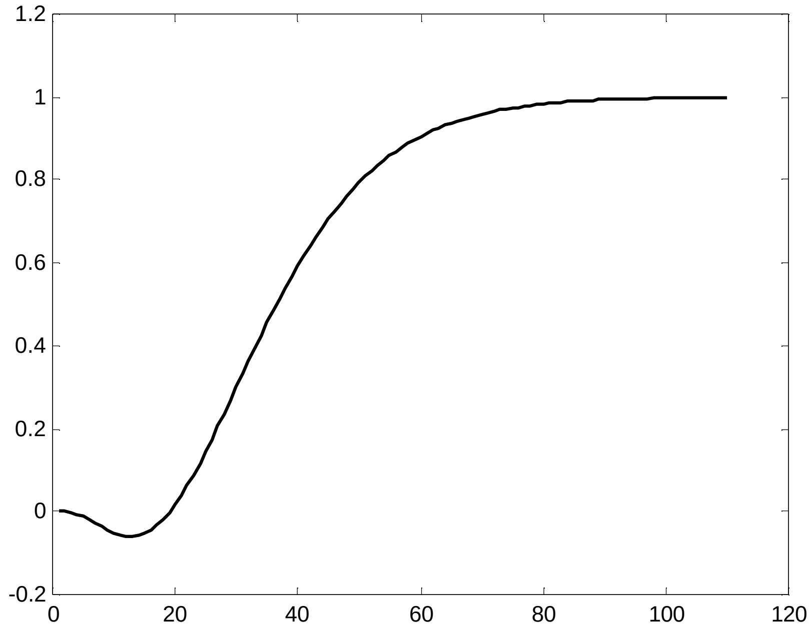


Figure 5

c) Le rapport d'amplitude d'un système est illustré à la figure 6. Si on suppose que le gain du système est positif, que le retard est nul et que tous les pôles et zéros sont à partie réelle négative alors quelle est la phase du système à très basse fréquence et à très haute fréquence?

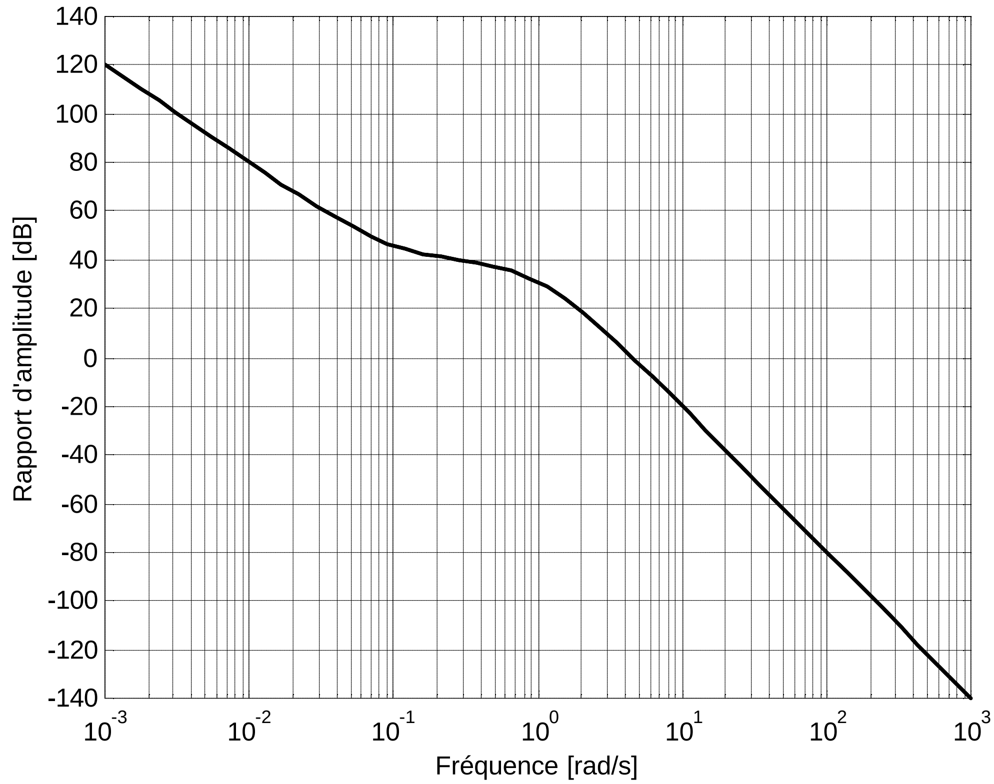


Figure 6

Bonne chance !

FORMULES :

Transformation de Laplace

$y(t)$ **pour** $t > 0$	$Y(s)$	**Seuil de définition**	**Pôles de** $Y(s)$
1	$\frac{1}{s}$	$\text{Re}\, s > 0$	0
$\delta(t)$	1	$\text{Re}\, s > -\infty$	-
t	$\frac{1}{s^2}$	$\text{Re}\, s > 0$	0, double
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$	$\text{Re}\, s > -a$	$-a$
te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$	$\text{Re}\, s > -a$	$-a$, double
$\cos\ \omega t$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$	$\text{Re}\, s > 0$	$\pm j\omega$
$\sin\ \omega t$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\text{Re}\, s > 0$	$\pm j\omega$
$e^{-at}\cos\ \omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$	$\text{Re}\, s > -a$	$-a \pm j\omega$
$e^{-at}\sin\ \omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$	$\text{Re}\, s > -a$	$-a \pm j\omega$