GEL-21946
Systèmes et commande linéaires

Examen #2

Mardi 27 avril 2004, 13h30-15h20

Document permis: une feuille 8.5 X 11 pouces

Professeur: André Desbiens, Département de génie électrique et de génie informatique

Note: Une bonne réponse sans justification ne vaut **aucun** point

Question 1 (5 x 4% = 20%)

Sur un abaque de Black qui vous est fourni, tracez la réponse en fréquences de $G(s)$ qui illustre ***clairement*** les caractéristiques suivantes (expliquez chacun des points):

i) l'erreur statique est nulle en boucle fermée,
ii) $G(s)$ a un retard,
iii) la marge de gain est 6 dB,
iv) le facteur de surtension de $H(s)$ est 1.26,
v) la fréquence de résonance en boucle fermée est 3 rad/s,

Question 2 (10%)

$G(s)$ a un rapport d'amplitude unitaire (0 dB) à la fréquence 0.39 rad/s. Si on ajoutait à $G(s)$ un retard de 2 secondes, $H(s)$ deviendrait à la limite de la stabilité. Quelle est la phase de $G(s)$ à 0.39 rad/s?

Question 3 (25%)

Le système étudié est $G(s) = \dfrac{2e^{-3s}}{s(1+5s)}$. Quelle est la fonction de transfert d'un régulateur avance de phase (PD) pour ne pas amplifier inutilement les hautes fréquences ainsi que pour obtenir une marge de phase de 50 degrés et $\omega_{co} = 0.2$ rad/s?

Ajustez le gain du régulateur graphiquement, c'est-à-dire en le déduisant à partir de rapports d'amplitude que vous dessinerez sur la feuille semi-logarithmique qui vous est fournie. Utilisez les échelles suivantes:

- fréquence: de 0.001 rad/s à 10 rad/s
- rapport d'amplitude: -70 dB à +80 dB (5 dB par division)

Question 4 (3 x 7% = 21%)

Via un engrenage, un moteur DC permet de modifier la position angulaire de l'antenne d'un radar. Un PI permet de réguler automatiquement la position angulaire de l'antenne (y) en manipulant la tension appliquée au moteur (u). L'asservissement est stable.

a) Suite à un échelon de consigne unitaire, que vaut u en régime permanent? Expliquez.
b) Comment peut-on éliminer le dépassement transitoire de y suite à un échelon de consigne sans allonger le temps de réponse?
c) Sur un abaque de Black qui vous est fourni, tracez approximativement la réponse en fréquences de $G(s)$ si le PI a été bien réglé par la méthode des contours avec M_r = 4 dB. Expliquez très brièvement l'allure de la courbe aux très basses fréquences et aux moyennes fréquences.

Question 5 (14% + 5% + 5% = 24%)

La Figure 1 montre la réponse d'un asservissement qui était initialement au repos. Le régulateur est un PI.

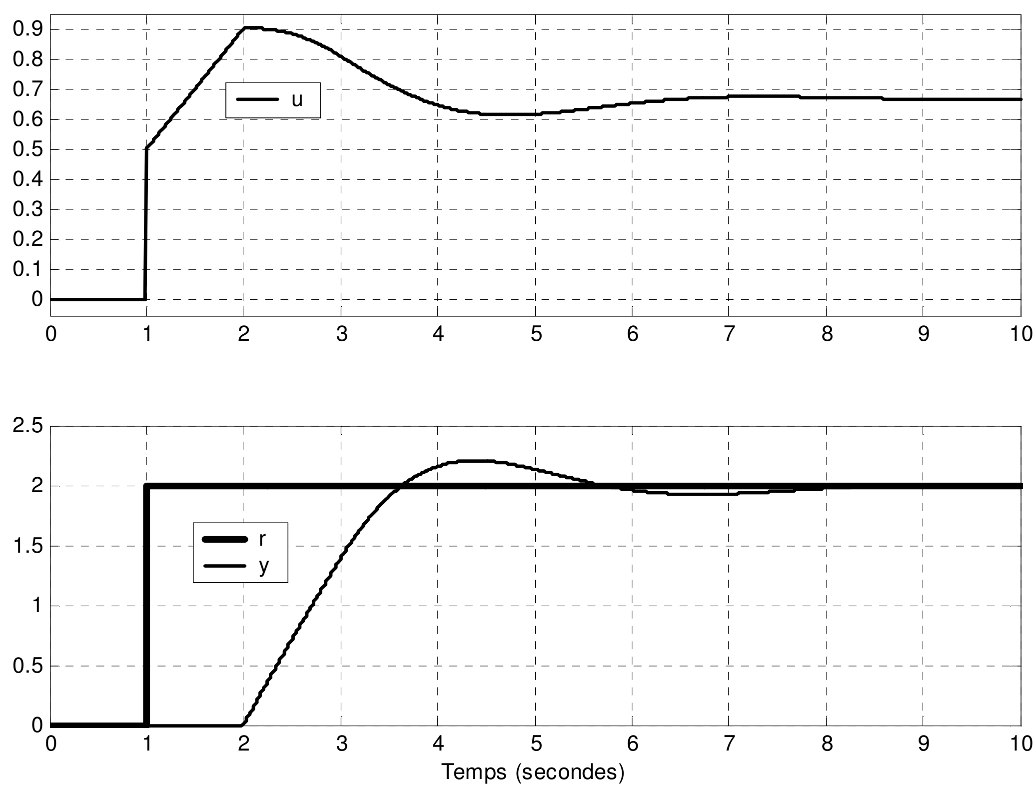
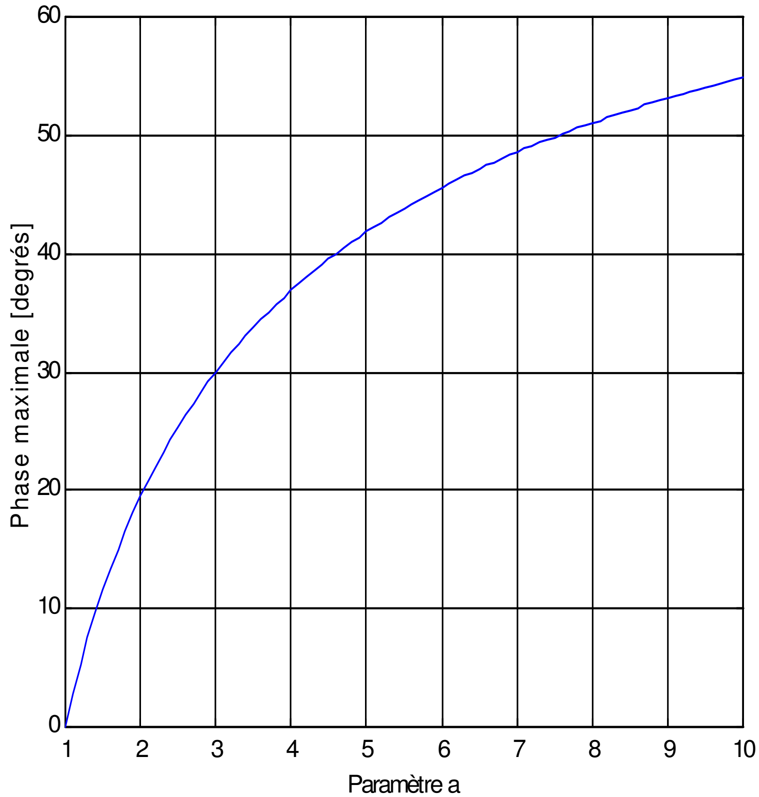


Figure 1

a) Quelle est la fonction de transfert du régulateur (avec les valeurs numériques)?
b) Quel est le gain statique du procédé? Expliquez.
c) Quel est le retard du procédé? Expliquez.

Régulateur avance de phase:



Méthode des contours

Régulateur PI: $G_C(s) = \dfrac{K_C(1+T_i s)}{T_i s}$

a) Procédé: $\boxed{G_P(s) = \dfrac{K_P(1-T_0 s)e^{-\theta s}}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)} \qquad T_1 \geq T_2 \geq 0, T_0 \geq 0}$

Dans les formules qui suivent, les angles sont en radians et M_r en dB.

$M_r = 0.25$

$$T_i = \begin{cases} [1+0.175(\theta/T_1)+0.3(T_2/T_1)^2+0.2(T_2/T_1)]T_1 & \theta/T_1 \leq 2 \\ [0.65+0.35(\theta/T_1)+0.3(T_2/T_1)^2+0.2(T_2/T_1)]T_1 & \theta/T_1 > 2 \end{cases}$$

$$\phi_m = \cos^{-1}[1-0.5\cdot 10^{-0.1M_r}] = 1.015$$

$$\phi_m = [-\pi/2+\tan^{-1}\omega_{co}T_i - \tan^{-1}\omega_{co}T_0 - \tan^{-1}\omega_{co}T_1 - \tan^{-1}\omega_{co}T_2 - \omega_{co}\theta] + \pi$$

(permet de trouver ω_{co})

$$K_C = \frac{T_i}{K_P}\left\{\frac{(T_1T_2)^2\omega_{co}^6 + (T_1^2+T_2^2)\omega_{co}^4 + \omega_{co}^2}{(T_iT_0)^2\omega_{co}^4 + (T_i^2+T_0^2)\omega_{co}^2 + 1}\right\}^{1/2}$$

b) Procédé: $\boxed{G_P(s) = \dfrac{K_P e^{-\theta s}}{s(1+T_1 s)} \qquad T_1 > 0}$

Dans les formules qui suivent, les angles sont en rad, M_r en dB et A_{max} n'est pas en dB.
M_r quelconque (souvent choisi égal à 4.4 dB)

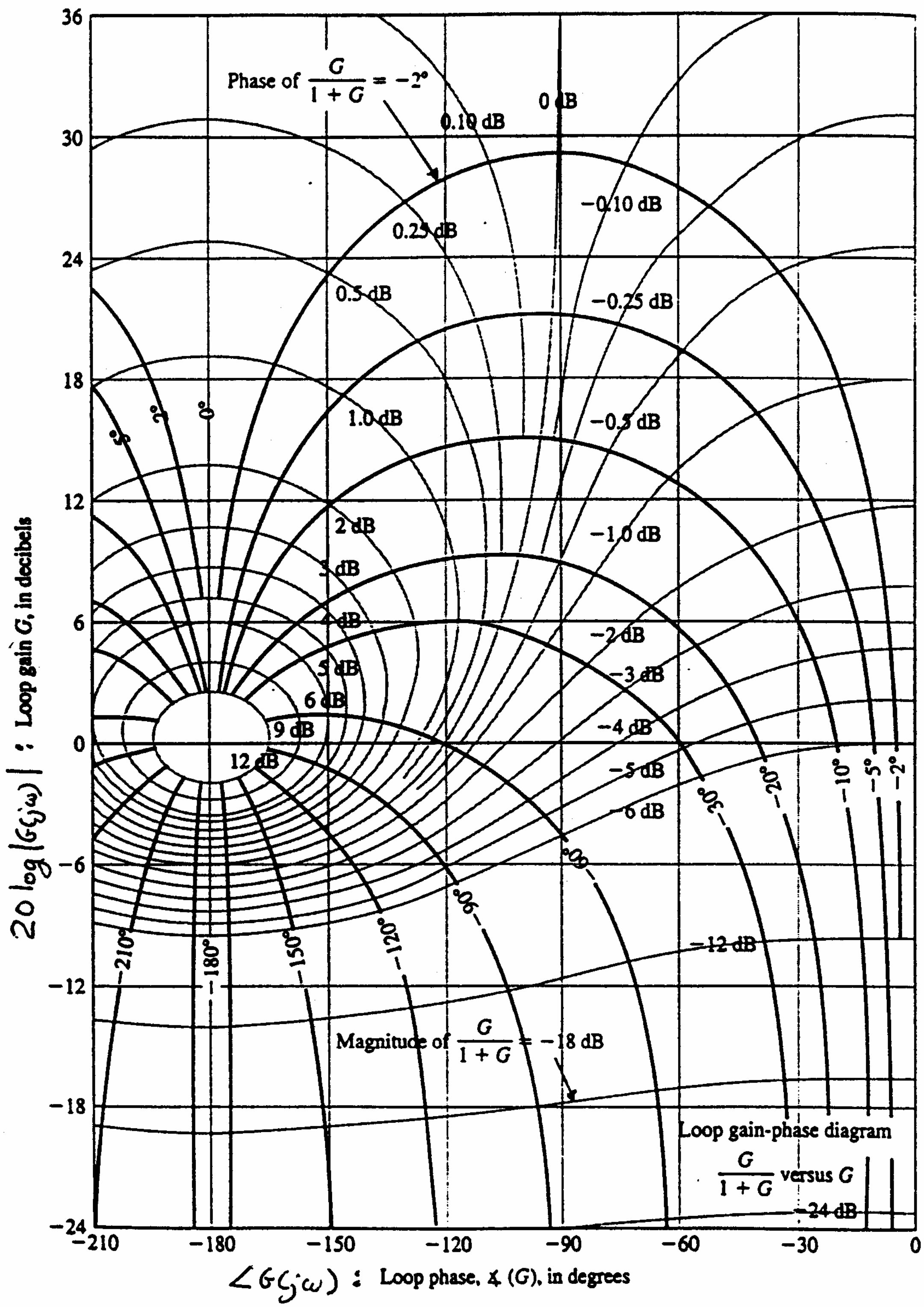
$$A_{\max} = \frac{10^{0.05M_r}}{\sqrt{10^{0.1M_r} - 1}}$$

$$\phi_{\max} = \cos^{-1}[A_{max}{}^{-1}] - \pi$$

$$T_i = \frac{16(T_1 + \theta)}{(2\phi_{\max} + \pi)^2}$$

$$\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{T_i (T_1 + \theta)}}$$

$$K_C = \frac{T_i A_{\max}}{K_P} \left[\frac{T_1^2 \omega_{\max}^6 + \omega_{\max}^4}{T_i^2 \omega_{\max}^2 + 1} \right]^{1/2}$$


Phase of $\frac{G}{1+G} = -2°$
Magnitude of $\frac{G}{1+G} = -18$ dB
Loop gain-phase diagram
$\frac{G}{1+G}$ versus G
$20 \log |G(j\omega)|$: Loop gain G, in decibels
$\angle G(j\omega)$: Loop phase, $\measuredangle (G)$, in degrees