Solutionnaire EXAMEN 1

Exercice I ***: Analyse de signaux avec un oscilloscope (30 pts)***

La figure 1 montre le relevé à l'oscilloscope de deux signaux de fréquence identique. La position des traces correspondant à une tension nulle (masse) a été ajustée, préalablement, au milieu de l'écran.

1) Calcul de la fréquence de ces deux signaux.

Ce calcul s'effectue en mesurant la période : $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{8 \times 0.002} = 62.5\ Hz$

2) Signal 1 : Tension rectangulaire avec une composante continue

Amplitudes minimale et maximale:

$$A_{\min} = 0\,V \qquad et \qquad A_{\max} = 20\,V$$

Équations caractéristiques du signal :

On prend comme origine de temps et d'angle, la deuxième ligne verticale en partant de la gauche.

$$si \quad 0 \le t < 4\ ms \quad alors \quad v(t) = A_{\max} = 20\,V$$
$$si \quad 4\ ms \le t < 16 ms \quad alors \quad v(t) = A_{\min} = 0\,V$$

Pour la suite, on note t_1=4ms et la période T=16ms

Calcul de valeur moyenne :

$$V_{moy} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t)\,dt = \frac{1}{T} \cdot \left[\int_0^{t_1} V_{\max} dt + \int_{t_1}^{T} 0\,dt \right] = \frac{t_1}{T} \cdot V_{\max} = \frac{2 \times 0.002}{8 \times 0.002} \cdot 20 = 5\,V$$

Calcul de valeur efficace :

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t)^2 \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \left[\int_0^{t_1} A_{\max}{}^2 \cdot dt + \int_{t_1}^{T} 0^2\,dt \right]} = A_{\max} \cdot \sqrt{\frac{t_1}{T}} = 60 \cdot \sqrt{\frac{0.004}{0.016}} = 10\,V$$

3) Signal 2 : Courant sinusoïdal avec une composante continue

Amplitudes minimale et maximale:

$$A_{\min} = -1A \qquad et \qquad A_{\max} = 3A$$

Équations caractéristiques du signal :

On prend comme origine de temps et d'angle, la première ligne verticale en partant de la gauche. Dans ce cas, on obtient :

$$v(t) = A_0 + A_1 \cdot \sin\left(2\pi f \cdot t\right) \qquad ou \qquad v(\alpha) = A_0 + A_1 \cdot \sin\left(\alpha\right)$$

A_0 correspond à l'amplitude de la composante continue et A_1, celle de la composante alternative

La mesure des valeurs de A et de B est réalisée sur la figure : $A_0 = 1A$ et $A_1 = 2A$

$$v(t) = 1 + 2 \cdot \sin\left(2\pi f \cdot t\right) \qquad ou \qquad v(\alpha) = 1 + 2 \cdot \sin\left(\alpha\right)$$

Calcul de valeur moyenne :

Cette valeur moyenne peut se déduire directement sur le graphique. Elle est égale à $A_0 = 1A$. On peut aussi faire la démonstration :

$$V_{moy} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t) \cdot dt = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} v(\alpha) \cdot d\alpha = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \left[A_0 + A_1 \cdot \sin\alpha \right] \cdot d\alpha = A_0 = 1 \text{ A}$$

Calcul de valeur efficace :

Le plus simple est de calculer la valeur efficace de la composante alternative seulement et de calculer ensuite la valeur efficace du signal.

On sait que la valeur efficace d'un signal sinusoïdal, sans composante continue, d'amplitude maximale A_1 est : $V_{CA-RMS} = \frac{A_1}{\sqrt{2}}$

On peut en déduire la valeur efficace totale d'un signal qui comporte une composante continue en utilisant la relation suivante :

$$V_{RMS} = \sqrt{V_{moy}{}^2 + V_{CA-RMS}{}^2} = \sqrt{A_0{}^2 + \frac{A_1{}^2}{2}} = \sqrt{1^2 + \frac{4}{2}} = \sqrt{3} = 1.73A$$

On peut faire aussi cette démonstration:

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t)^2 \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} v(\alpha)^2 \cdot d\alpha} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \left[\int_0^{2\pi} \left(A_0 + A_1 \sin\alpha \right)^2 \cdot d\alpha \right]}$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \left[\int_0^{2\pi} \left(A_0^2 + A_1^2 \sin^2\alpha + 2A_0A_1 \sin\alpha \right) \cdot d\alpha \right]}$$

L'intégrale sur 2π du terme en $\sin\alpha$ est nulle. Il reste

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\cdot\left[\int_0^{2\pi}\left(A_0^2 + A_1^2\sin^2\alpha\right)\cdot d\alpha\right]} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\cdot\left[\int_0^{2\pi} A_0^2 + A_1^2\cdot\left(\frac{1-\cos 2\alpha}{2}\right)\cdot d\alpha\right]}$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\cdot\left[\left(A_0^2 + \frac{A_1^2}{2}\right)\cdot\left[\alpha\right]_0^{2\pi} + A_1^2\cdot\left[-\sin 2\alpha\right]_0^{2\pi}\right]}$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\cdot\left[2\pi\cdot\left(A_0^2 + \frac{A_1^2}{2}\right)\right]} = \sqrt{A_0^2 + \frac{A_1^2}{2}}$$

$$V_{RMS} = \sqrt{1^2 + \frac{2^2}{2}} = \sqrt{3} = 1.73\ A$$

4) **Signal 3 : Fonction MATH pour le produit**

Le dessin de la forme d'onde est présenté sur la feuille jointe

Amplitudes minimale et maximale:

$$A_{\min} = 0\,W(ou\,VA) \qquad et \qquad A_{\max} = 60\,W$$

Équations caractéristiques du signal :

On prend comme origine de temps et d'angle, la première ligne verticale en partant de la gauche. Dans ce cas, sur l'intervalle où le signal n'est pas nul, on obtient:

$v(t) = 20\times\left[1+2\cdot\sin\left(2\pi f\cdot t\right)\right] = 20+40\cdot\sin\left(2\pi f\cdot t\right)$ entre t_2 = 2ms et t_3= 6ms

On a aussi $v(t)=0 \quad pour \quad 0 \le t < 2ms$ pour 0 et t_2 = 2ms

$v(t)=0 \quad pour \quad 6 \le t < 16ms$ sachant que le période T =16ms

On peut aussi écrire :

$$v(\alpha) = 20\times\left[1+2\cdot\sin\left(\alpha\right)\right] = 20+40\cdot\sin\left(\alpha\right) \qquad pour \qquad \frac{\pi}{4} \le \alpha < \frac{3\pi}{4}$$

Calcul de valeur moyenne :

$$V_{moy} = \frac{1}{T}\cdot\int_0^T v(t)\cdot dt = \frac{1}{2\pi}\cdot\int_0^{2\pi} v(\alpha)\cdot d\alpha = \frac{1}{2\pi}\cdot\int_{\pi/4}^{3\pi/4}\left[20+40\cdot\sin\alpha\right]\cdot d\alpha = \frac{1}{2\pi}\cdot\left[20\cdot\alpha - 40\cdot\cos\alpha\right]_{\pi/4}^{3\pi/4}$$

$$V_{moy} = 5 + \frac{40}{2\pi}\cdot\left[\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right] = 5 + \frac{40}{2\pi}\cdot\sqrt{2} = 14\,W$$

Calcul de valeur efficace :

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\cdot\int_0^T v(t)^2\cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\cdot\int_0^{2\pi} v(\alpha)^2\cdot d\alpha} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\cdot\left[\int_{\pi/4}^{3\pi/4}\left[20+40\cdot\sin\alpha\right]^2\cdot d\alpha\right]}$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\cdot\left[\int_{\pi/4}^{3\pi/4}\left(400+1600\sin^2\alpha+1600\sin\alpha\right)\cdot d\alpha\right]}$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\cdot\left[\int_{\pi/4}^{3\pi/4}\left(400+800-800\cos 2\alpha+1600\sin\alpha\right)\cdot d\alpha\right]}$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\cdot\left[1200\alpha-400\sin 2\alpha-1600\cos\alpha\right]_{\pi/4}^{3\pi/4}}$$

$$V_{RMS} = \sqrt{300-\frac{400}{2\pi}\cdot\left(\sin{}^{3\pi}\!/_{2}-\sin{}^{\pi}\!/_{2}\right)-\frac{1600}{2\pi}\cdot\left(\cos{}^{3\pi}\!/_{4}-\cos{}^{\pi}\!/_{4}\right)}$$

$$V_{RMS} = \sqrt{300+\frac{400}{\pi}-\frac{800}{\pi}\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = \sqrt{300+127.32+360.13}$$

$$V_{RMS} = 28.06\,W$$

Exercice II ***: Convention générateur/récepteur et calcul de puissance (25 pts)***

Un voltmètre et deux ampèremètres sont utilisés pour caractériser les échanges de puissance entre trois systèmes électriques, A, B et C qui fonctionnent avec des alimentations continues. La figure 2 montre le branchement des équipements de mesure. Le résultat de ces mesures est le suivant :

$I_1 = -10.1 \pm 0.6\,A$ $\qquad I_2 = 11.2 \pm 0.7\ A$ $\qquad V_1 = -30.14 \pm 0.26\ V$

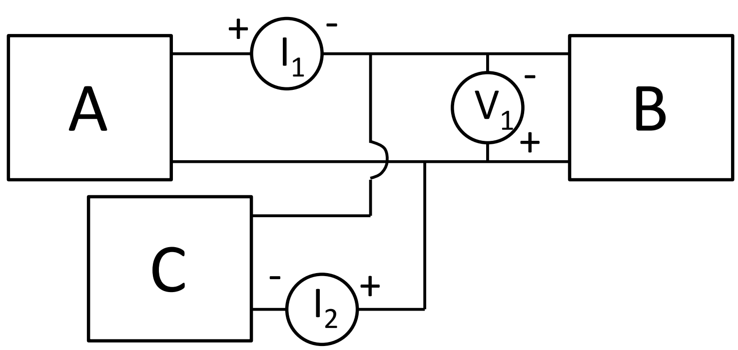
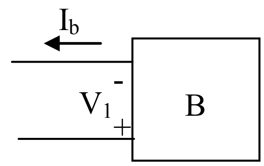


Figure 2

1) La convention pour A est de type récepteur (le courant dans A est dans le sens des potentiels décroissants). La convention pour C est aussi de type récepteur (le courant dans C est dans le sens des potentiels décroissants).
2) On veut une convention récepteur pour B. Le courant positif doit circuler dans B dans le sens des potentiels décroissants

Convention Récepteur pour B :



On a $I_b = -I_2 - I_1 = -11.2 + 10.1 = -1.1\,A$

Pour calculer l'incertitude, on peut utiliser la méthode des extrêmes ou la méthode différentielle

a) Par la méthode différentielle

$$\Delta I_b = \Delta I_2 + \Delta I_1 = 0.7 + 0.6 = \pm 1.3\,A$$

Le résultat final est : $I_b = -1.1\ \pm 1.3 A$

b) Par la méthode des extrêmes

$$I_{b\max} = -I_{2\min} - I_{1\min} = -10.5 + 10.7 = 0.2\,A$$

$$I_{b\min} = -I_{2\max} - I_{1\max} = -11.9 + 9.5 = -2.4\,A$$

L'incertitude est donc : $\Delta I_b = \dfrac{I_{b\max} - I_{b\min}}{2} = \pm 1.3 A$

La valeur du courant est : $I_b = \dfrac{I_{b\max} + I_{b\min}}{2} = -1.1 A$

Le résultat final est : $I_b = -1.1\ \pm 1.3 A$

3) La puissance de A : $P_A = V_1 \cdot I_1 = 304.4\,W$ A absorbe de la puissance (récepteur)
La puissance de B : $P_B = V_1 \cdot I_b = 33.15\,W$ B absorbe de la puissance (récepteur)
La puissance de C : $P_C = V_1 \cdot I_2 = -337.57\,W$ C fournit de la puissance (générateur)

4) Incertitude sur la puissance de B

Méthode différentielle

$$\Delta P_B = \left|\Delta V_1 \cdot I_b\right| + \left|V_1 \cdot \Delta I_b\right| = 0.26 \cdot 1.1 + 30.14 \times 1.3 = \pm 39.47\,W$$

Le résultat final correctement présenté est : $P_B = 33 \pm 39\,W$

Méthode des extrêmes

$$P_{b\max} = V_{1\min} \cdot I_{b\min} = -30.4 \cdot (-2.4) = 72.96 W$$

$$P_{b\min} = V_{1\max} \cdot I_{b\max} = -29.88 \cdot (0.2) = -5.976 W$$

L'incertitude est donc : $\Delta P_b = \dfrac{P_{b\max} - P_{b\min}}{2} = \pm 39.47 A$

La valeur du courant est : $P_b = \dfrac{P_{b\max} + P_{b\min}}{2} = 33.49\,W$

Le résultat final correctement présenté est : $P_B = 33 \pm 39\,W$

Exercice III ***: Dimensionnement d'une installation électrique (30 pts)***

1) Energie nécessaire pour une nuit : $E = 4 \times 20 \times 5 + 25 \times 2 = 450\ Wh$
La tension de batterie est de 12 V donc la capacité minimale en Ah doit être de : $C_{\min} = \dfrac{450}{12} = 37.5\ Ah$

2) Le courant maximal est : $I_{\max} = \dfrac{4 \times 20 + 25}{12} = 8.75\ A$

3) Pour chaque batterie, on doit calculer :

   a) la profondeur de décharge : $P_{\%} = 100 \times \dfrac{C_{consommée}}{C_{batterie}} = 100 \times \dfrac{37.5}{C_{batterie}}$

   b) On lit la valeur du nombre de cycles N_{cycle} en utilisant la figure 3 et le résultat de la profondeur de décharge

   c) On calcule le coût du kilowatt-heure s'obtient en tenant compte du nombre de cycles :

$$Cout_{\$/kwh} = \frac{Cout_{batterie}}{Ncycle \times E/1000}$$

Voir les résultats du tableau 1 sur la feuille jointe

4) Pour chaque batterie, on doit calculer :

Voir les résultats du tableau 2 sur la feuille jointe

5) La solution la plus correspond à celle dont le cout kilowatt-heure est le plus faible. C'est la batterie au plomb #3.

   On peut calculer le coût total pour Hydro-québec pour la même période d'utilisation (même nombre de cycles) :

$$Cout_{Hydro} = \left[Ncycle \times E/1000\right] \times 0.07 + \left[\frac{Ncycle}{300}\right] \times 14 = 1181\ \$$$

   Le coût total avec Hydro-québec sera plus élevé que l'achat de la batterie #3 à 607$ mais d'un autre côté, on n'a pas tenu compte des équipements nécessaires pour la recharge de la batterie.

Nom : ***Prénom :***

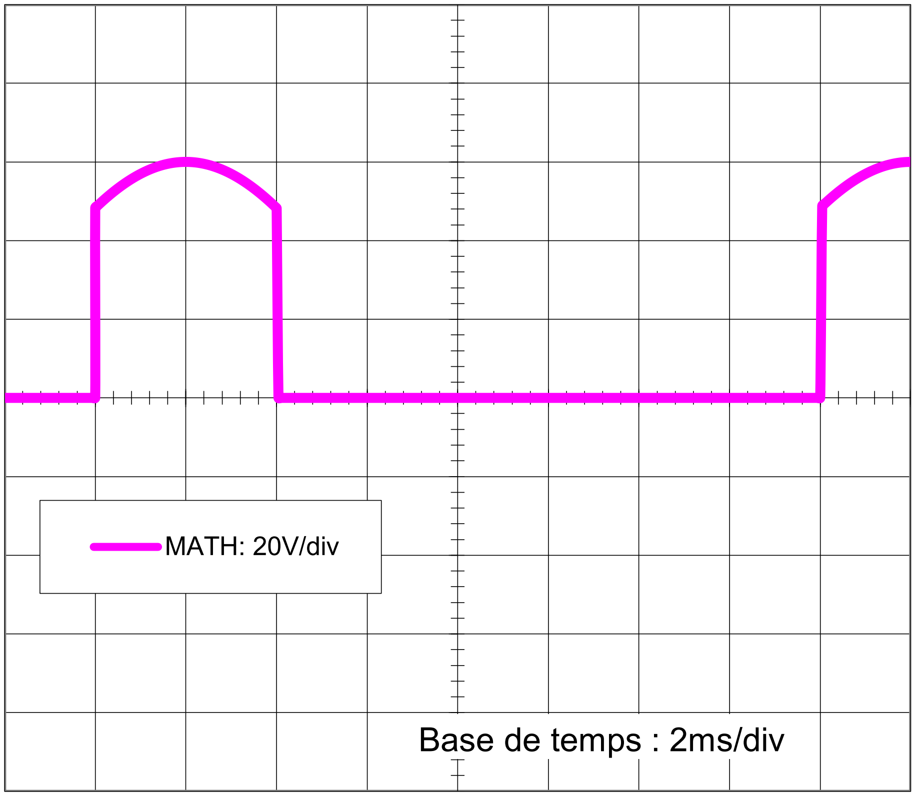


Figure pour l'exercice 1

Modèles au GEL	Prix $	Masse kg	Capacité Ah	Profondeur décharge en %	Nombre de cycles	Coût $/kWh
1	257	20	60	62.5	490	1.17
2	404	32	110	34.1	1050	0.86
3	607	47	165	22.7	2370	0.57

Tableau 1 : Batteries avec électrolyte en GEL *(résultats à compléter)*

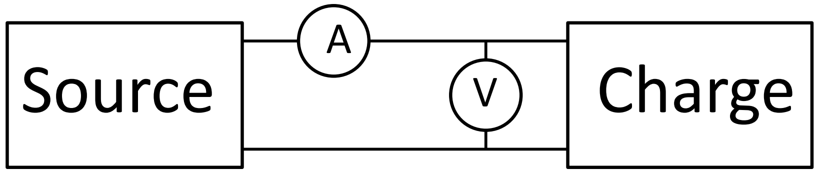
Modèles Lithium	Prix $	Masse kg	Capacité Ah	Profondeur décharge en %	Nombre de cycles	Cout $/kWh
4	1470	8	50	75.0	2500	1.31
5	1818	17	90	41.7	5900	0.68

Tableau 2 : Batteries au Lithium *(résultats à compléter)*

Nom : Prénom :

Exercice IV *: Répondre aux questions sur cette feuille (15 pts)*

1) On insère un voltmètre et un ampèremètre entre une source et sa charge. **Faire le schéma de branchement des deux appareils pour une mesure non biaisée du <u>courant de la source</u>**.



L'ampèremètre doit être placé en série, directement après la source pour mesurer son courant sans erreur. Ce montage permet aussi une mesure non biaisée de tension de charge.

2) Compléter le tableau suivant en cochant les cases Vrai ou Faux, suivant l'énoncé d'une affirmation.

Barème : +1pt par bonne réponse, 0 si aucune case n'est cochée, -1pt si les deux cases sont cochées ou si la réponse est fausse. Le maximum de points pour cette question est 13 et le minimum 0.

#	Affirmation	VRAI	FAUX
1	La valeur efficace d'un signal ne varie pas si sa fréquence change.	X	
2	L'offset d'un signal a une influence sur sa valeur efficace.	X	
3	La valeur efficace est toujours supérieure ou égale à la valeur moyenne	X	
4	L'incertitude absolue d'une résistance 100 ohms à 5% est plus grande que celle d'une résistance de 1000 ohms à 1%.		X
5	L'identification d'un équivalent Thévenin doit toujours s'effectuer avec un essai à vide.		X
6	Le mode DC (ou CC) de l'oscilloscope permet d'observer un signal alternatif	X	
7	Le mode AC (ou CA) de l'oscilloscope permet d'observer un signal continu		X
8	Selon son principe de fonctionnement, un multimètre analogique mesure toujours une tension.		X
9	Le mode AC du multimètre donne toujours une valeur positive quel que soit le sens du branchement	X	
10	Le mode XY de l'oscilloscope permet aussi de mesurer l'amplitude de signaux sinusoïdaux sur les voies 1 et 2	X	
11	En considérant les équipements du laboratoire, l'oscilloscope est plus précis que le multimètre pour le calcul de la valeur efficace et de la valeur moyenne.		X
12	La valeur 34.57 V peut s'afficher sur un voltmètre à 4 digits 3/4 si on utilise la gamme 100V	X	
13	La résolution d'affichage sur la gamme 100V est de 0.01V pour un voltmètre à 4 digits ¾	X	