Solutionnaire

Problème 1 (25 points sur 100)

$$H=\begin{bmatrix} 1&0&0&0&1&0&0&1&1&0&1&0&1&1&1\\ 0&1&0&0&1&1&0&1&0&1&1&1&1&0&0\\ 0&0&1&0&0&1&1&0&1&0&1&1&1&1&0\\ 0&0&0&1&0&0&1&1&0&1&0&1&1&1&1 \end{bmatrix}$$

Nous voyons la matrice d'identité, comme dans le formule $H=\left[I_{n-k}\ \middle|\ P^T\right]$, donc oui, le code est systématique.

Nous savons que n-k=4. La matrice de parité P est donc 11 par 4. La matrice génératrice est $G=\left[P\ \middle|\ I_k\right]$, donc la matrice d'identité doit etre 11 par 11, et k=11. Nous avons n=4+k=15, et le taux de code, k/n, est 11/15.

A partir de la matrice de parité nous trouvons

$$P^T=\begin{bmatrix}1&1\\0&1\\1&0\end{bmatrix}\quad P=\begin{bmatrix}1&0&1\\1&1&0\end{bmatrix}\quad G=\begin{bmatrix}1&0&1&1&0\\1&1&0&0&1\end{bmatrix}$$

Nous voyons que k = 2. Nous cherchons tous les mots de code en multipliant chaque message possible de deux bits par la matrice génératrice.

message	mot de code	poids
[0 0]	[0 0 0 0 0]	n/a
[0 1]	[1 1 0 0 1]	3
[1 0]	[1 0 1 1 0]	3
[1 1]	[0 1 1 1 1]	4

Distance minimale d = 3, donc le nombre de bits corrigibles est:

$$\left\lfloor\frac{d-1}{2}\right\rfloor=\left\lfloor\frac{3-1}{2}\right\rfloor=1$$

Le matrice de contrôle est

Solutionnaire

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad H^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Nous voyons que $n - k = 3$, donc $n = 5$ et nous avons un taux de code 3/5. Nous construisons le table des syndromes en multipliant les vecteurs d'erreur par H^T.

vecteur d'erreur	syndrome
[0 0 0 0 0]	[0 0 0]
[1 0 0 0 0]	[1 0 0]
[0 1 0 0 0]	[0 1 0]
[0 0 1 0 0]	[0 0 1]
[0 0 0 1 0]	[1 0 1]
[0 0 0 0 1]	[1 1 0]
[0 1 1 0 0]	[0 1 1]
[1 0 0 0 1]	[1 1 1]

Vecteur recu: [1 1 1 1 0]. Nous calculons le syndrome $S = rH^T$ pour arriver à [0 1 0]. Nous identifions dans le table des syndromes le vecteur d'erreur [0 1 0 0 0]. Le mot de code envoyé est [0 1 0 0 0] + [1 1 1 1 0] = [1 0 1 1 0]. Le message envoyé est le deux derniers bits : [1 0]

Solutionnaire

A. (15 points) Consider symbol-by-symbol detection vs sequence detection. Give an example of an equalizing technique for each type of detection. Which detection/equalizer is more effective? Under what circumstances? At what cost?

B. (11 points) DMT was first applied to telephone line modems. OFDM is frequently used in wireless communications, and DMT is almost unheard of in this application. Why was DMT a good choice for telephone line modems, rather than OFDM? Why is DMT inappropriate for wireless channels? Justify your response.

A. Avec la détection symbole par symbole, la décision pour un seul symbole est prise en examinant le signal reçu filtré uniquement pendant la durée du même symbole. Avec la détection de séquence, les décisions sont prises pour une séquence complète lors de l'examen du signal reçu filtré pendant de nombreuses durées de symboles.

   Avec la détection symbole par symbole, l'égaliseur (ZF) ou l'égaliseur qui minimise l'erreur quadratique moyenne (MMSE) peut être utilisé. Avec la détection de séquence, l'estimateur de séquence le plus vraisemblable (MLSE) peut être utilisé. L'estimateur MLSE peut être implémenté efficacement à l'aide de l'algorithme de Viterbi. D'autres versions, moins complexes, de MLSE existent également.

   La détection symbole par symbole est seulement optimale pour un canal sans interférence intersymbol. En présence de l'interférence intersymbol, la détection optimale est la détection de séquence. L'estimation de séquence est beaucoup plus complexe que la détection symbole par symbole.

B. DMT est un bon choix pour le modem téléphonique, car ce canal ne variait que très lentement. DMT nécessite une connaissance du canal, et la stratégie DMT n'est efficace que si le canal reste statique. Dans le cas d'un canal sans fil, nous ne pouvons pas nous attendre à un canal statique non changeant. La connexion sans fil est fréquemment utilisée pour permettre la mobilité, ce qui conduit à des réponses de canal très variables. L'OFDM est très efficace pour les canaux sans fil qui subissent fréquemment un évanouissement fréquentiel. L'OFDM offre une robustesse à l'évanouissement. Avec OFDM, les seules données perdues sont celles transmises sur une fréquence ayant un évanouissement. La balance des données reste sans corruption.

Solutionnaire

A. In symbol-by-symbol detection, decisions are made on a single symbol by examining the filtered received signal only during that symbol duration. In sequence detection, decisions are made for an entire sequence when examining the filter outputs over many symbol durations.

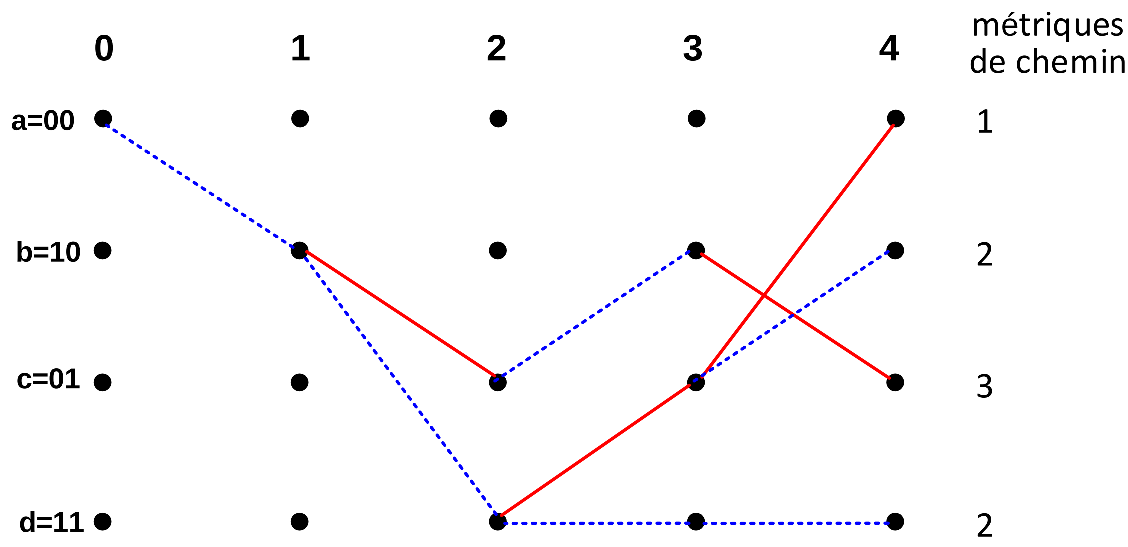
For symbol-by-symbol detection, the zero forcing (ZF) or the minimum mean squared error (MMSE) equalizer can be used. For sequence detection, the maximum likelihood sequence estimator (MLSE) can be used. This estimator can be found efficiently using the Viterbi algorithm. Other, less complex, versions of sequence estimation also exist.

Symbol-by-symbol detection is only optimal in a channel without intersymbol interference. In the presence of intersymbol interference, optimal detection is sequence detection. Sequence estimation is much more complex than symbol-by-symbol detection.

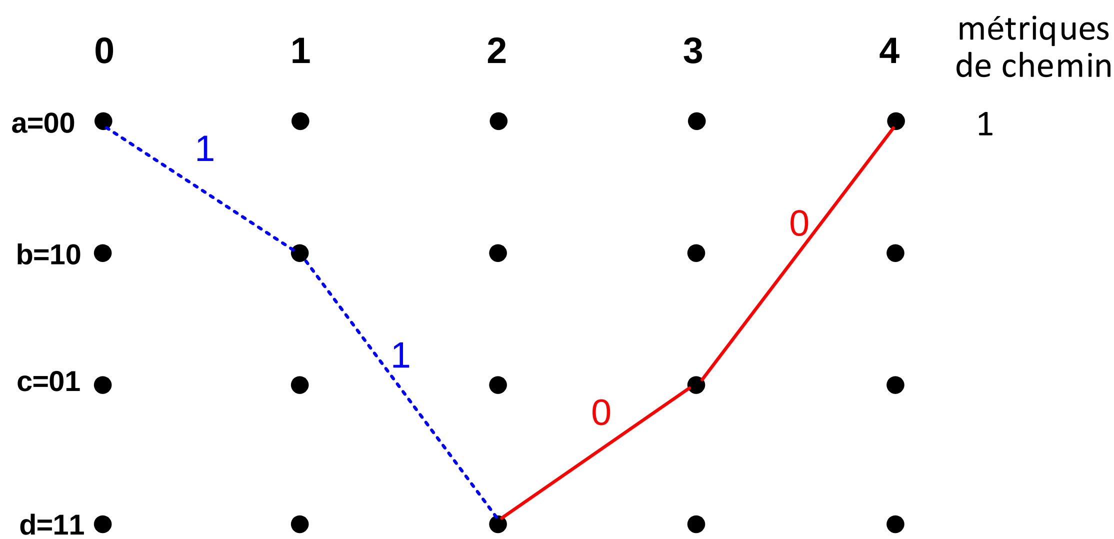
B. DMT was a good choice for the telephone modem, because this channel varies only very slowly. DMT requires knowledge of the channel, and the DMT strategy is only effective while the channel remains static. In the case of a wireless channel, we cannot expect a static unchanging channel. Wireless is frequently used to enable mobility, which leads to highly changeable channel responses. OFDM is very effective for wireless channels which frequently experience frequency fading. OFDM provides robustness to fading; in OFDM only the data transmitted on the faded frequency is lost. The balance of data remains uncorrupted.

Solutionnaire

Problème 2 (30 points)



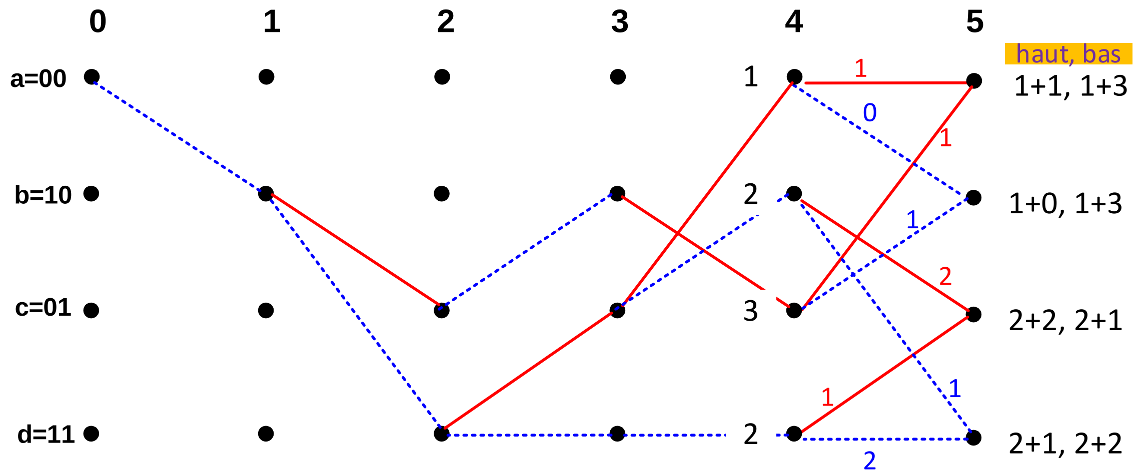
La métrique de chemin la plus petite est 1, donc le chemin qui termine à l'état a est le chemin le plus probable. Ce chemin est



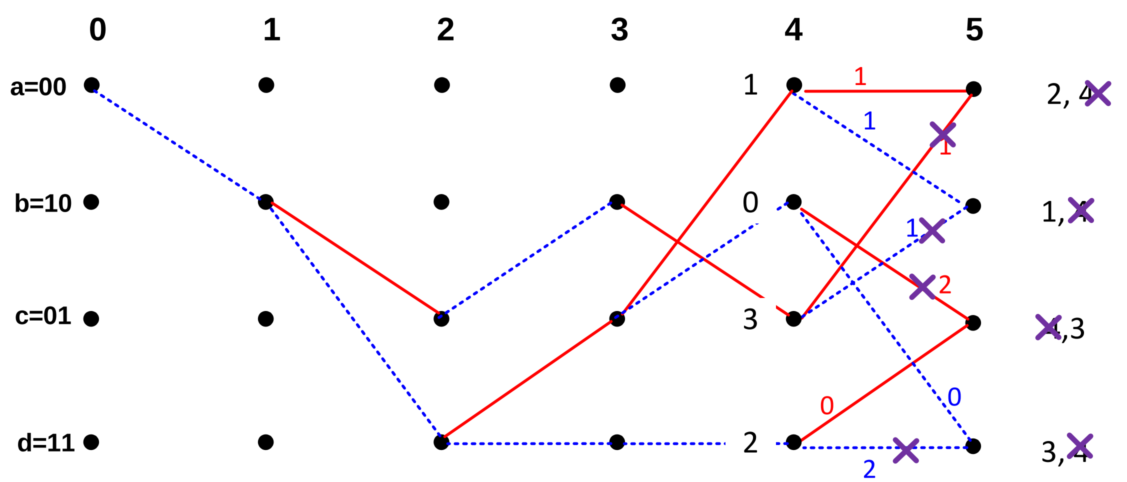
Donc la séquence de bits envoyés est [1 1 0 0]. La métrique de chemin est 1, donc il y avait une erreur qui a été corrigé en passant par le treillis de décodage.

Nous commençons par calculer les deux nouvelles métriques de chemin pour chaque état au temps 5.

Solutionnaire

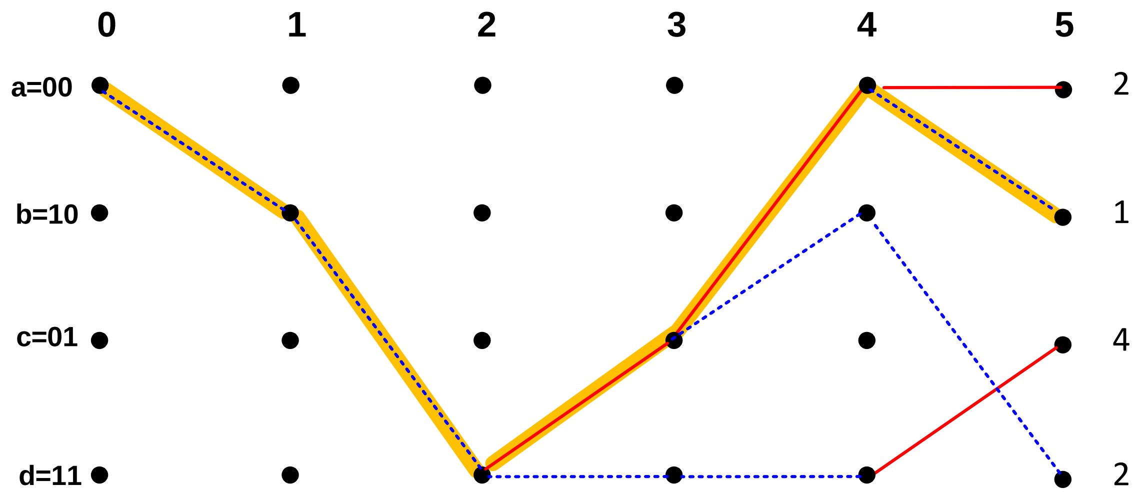


Les métriques les plus petits sont gardés. Dans le cas de deux métriques identiques, nous avons le choix libre. Ici, nous choisissons le chemin en bas dans ces cas.



Nous enlevons les chemins éliminés

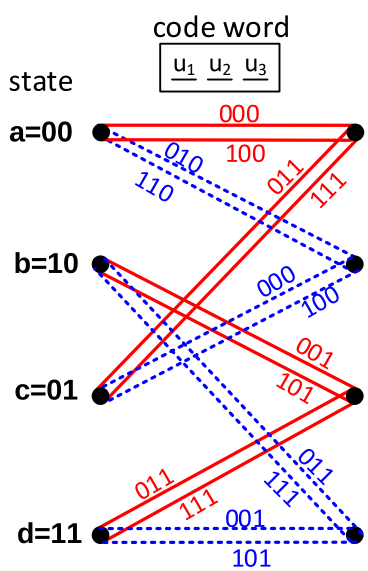
Solutionnaire



Le chemin le plus probable est la séquence [1 1 0 0 1], avec une erreur corrigée.

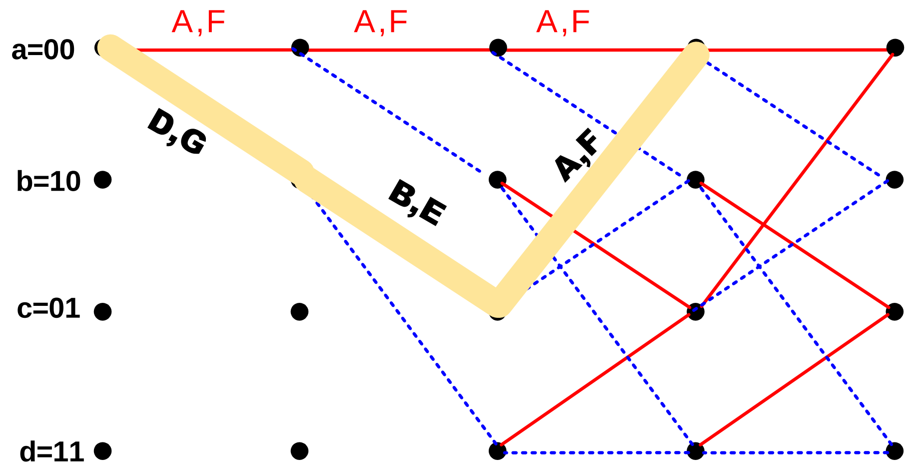
Solutionnaire

	upper code word ($m_1 = 0$)	upper code word ($m_1 = 1$)
Transition a $\rightarrow$ a	000	100
Transition a $\rightarrow$ b	010	110
Transition b $\rightarrow$ c	001	101
Transition b $\rightarrow$ d	011	111
Transition c $\rightarrow$ a	011	111
Transition c $\rightarrow$ b	000	100
Transition d $\rightarrow$ c	011	111
Transition d $\rightarrow$ d	001	101



Solutionnaire

Nous mettons les symboles associes à chaque transition à examiner :



Nous calculons les distances les plus petites entre les deux paires de symboles. Par exemple pour A,F et D,G, nous remarquons :

$dist^2(AD) > dist^2(AG) = dist^2(FD) > dist^2(FG)=2.$

Dans le même optique :

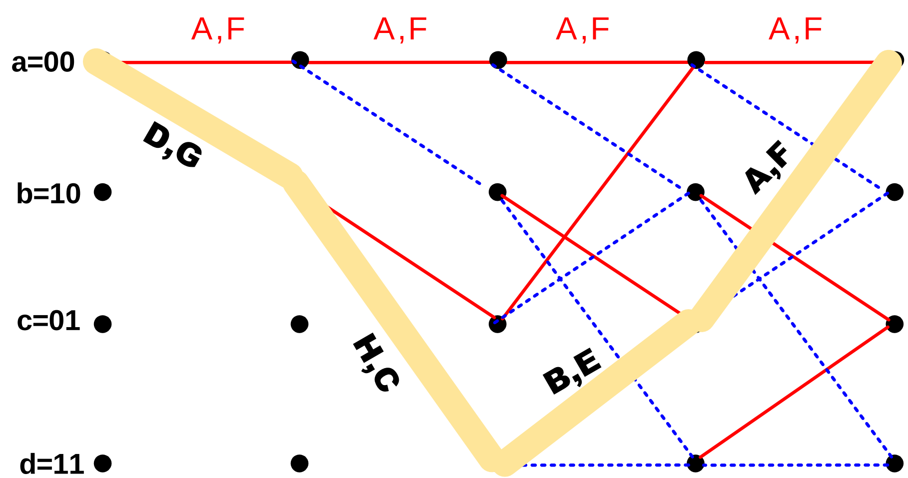
$dist^2(AE) > dist^2(FB) > dist^2(FE) = dist^2(AB)=2$

$dist^2(AF) = dist^2(FA) > dist^2(AA) = dist^2(FF)=0$

Donc la distance totale est

$dist^2 = 2 + 2 + 0 = 4$

Nous mettons les symboles associes à chaque transition à examiner :



Nous calculons les distances les plus petites entre les deux paires de symboles.

dist^2(AD) > dist^2(AG) = dist^2(FD) > dist^2(FG)=2.

dist^2(AC) = dist^2(FH) > dist^2(FC) = dist^2(AH)=2

dist^2(AE) > dist^2(FB) > dist^2(FE) = dist^2(AB)=2

dist^2(AF) = dist^2(FA) > dist^2(AA) = dist^2(FF)=0

Donc la distance totale est

dist^2 = 2 + 2 + 2 + = 6

En utilisant les résultats des questions 2 et 3, la distance libre au carré est 4, donc nous calculons

$$G\ (\mathrm{dB}) = 10\log_{10}\left(\frac{d_f^2/E_s}{d_{\min}^2/\tilde{E}_s}\right) = 10\log_{10}\left(\frac{4/3}{2/2}\right) = 10\log_{10}\left(\frac{4}{3}\right) = 1.25\ \mathrm{dB}$$