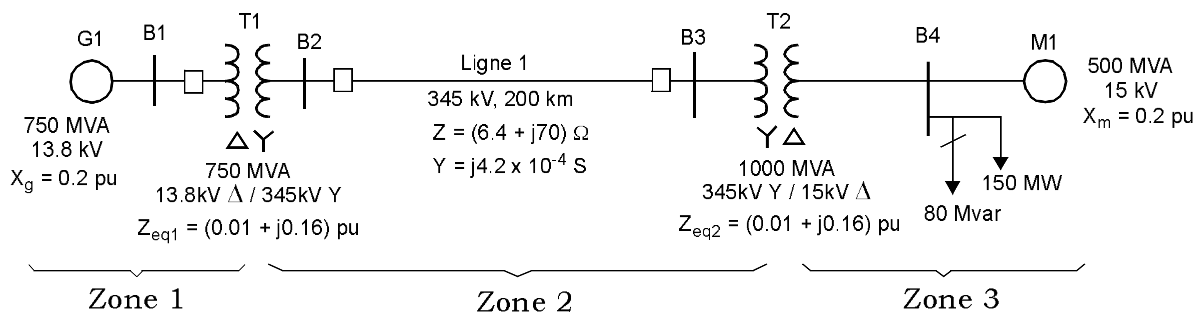
Corrigé des exercices tirés de l'examen partiel A2003

Problème no. 1

a) On divise le réseau en trois zones:



On choisit $S_{base3\phi}$ = 100 MVA et V_{baseLL} = 13.8 kV (côté générateur)

Zone 1: $V_{baseLL1}$ = 13.8 kV

$$I_{base1} = 100/(\sqrt{3}\times 13.8) = 4.184\,\mathrm{kA} \qquad Z_{base1} = (13.8)^2/100 = 1.90\Omega$$

Zone 2: $V_{baseLL2}$ = 345 kV

$$I_{base2} = 100/(\sqrt{3}\times 345) = 0.167\,\mathrm{kA} \qquad Z_{base2} = (345)^2/100 = 1190.3\Omega$$

Zone 3: $V_{baseLL3}$ = 15 kV

$$I_{base3} = 100/(\sqrt{3}\times 15) = 3.849\,\mathrm{kA} \qquad Z_{base3} = (15)^2/100 = 2.25\Omega$$

L'impédance en pu du générateur:

$$X_{Gpu} = 0.2\times\left(\frac{13.8}{13.8}\right)^2\times\left(\frac{100}{750}\right) = 0.0267\,\mathrm{pu}$$

L'impédance en pu du moteur:

$$X_{Mpu} = 0.2\times\left(\frac{15}{15}\right)^2\times\left(\frac{100}{500}\right) = 0.04\,\mathrm{pu}$$

L'impédance en pu du transformateur T1:

$$Z_{eq1pu} = (0.01+j0.16)\times\left(\frac{13.8}{13.8}\right)^2\times\left(\frac{100}{750}\right) = 0.0013+j0.0213\,\mathrm{pu}$$

L'impédance en pu du transformateur T2:

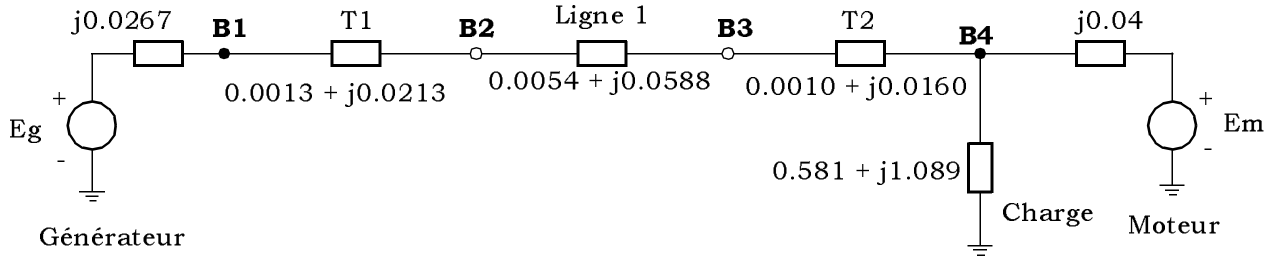
$$Z_{eq2pu} = (0.01+j0.16)\times\left(\frac{15}{15}\right)^2\times\left(\frac{100}{1000}\right) = 0.001+j0.016\,\mathrm{pu}$$

L'impédance série en pu de la ligne 1:

$$Z_{pu} = \frac{(6.4+j70)\Omega}{1190.3\Omega} = 0.0054+j0.0588\,\mathrm{pu}$$

L'impédance en pu de la charge (à la barre B4):

$$Z_{ch} = \frac{\left[\frac{(14)^2}{150}+j\frac{(14)^2}{80}\right]}{2.25} = (0.581+j1.089)\,\mathrm{pu}$$



b) Les tensions ligne-neutre de la source 600 V, 60 Hz sont:

$$V_{an} = 346.4\angle 0°\,\text{V} \qquad V_{bn} = 346.4\angle -120°\,\text{V} \qquad V_{cn} = 346.4\angle 120°\,\text{V}$$

Car la ligne neutre est connectée, on a trois circuits indépendants pour les trois phases. Les courants de ligne sont calculés:

$$I_a = \frac{V_{an}}{10} = \frac{346.4\angle 0°}{10} = 34.64\angle 0°\,\text{A}$$

$$I_b = \frac{V_{bn}}{j12} = \frac{346.4\angle -120°}{12\angle 90°} = 28.867\angle 150°\,\text{A}$$

$$I_c = \frac{V_{cn}}{-j15} = \frac{346.4\angle 120°}{15\angle -90°} = 23.09\angle -150°\,\text{A}$$

Les composantes de séquence (composantes symétriques) des courants de ligne I_a, I_b, I_c sont données par:

$$I_0 = \frac{1}{3}[I_a + I_b + I_c]$$

$$I_0 = \frac{1}{3}[34.64\angle 0° + 28.867\angle 150° + 23.09\angle -150°] = -3.452 + j0.963 = 3.584\angle 164.4°\,\text{A}$$

$$I_1 = \frac{1}{3}[I_a + aI_b + a^2 I_c] \text{ avec } a = e^{j2\pi/3}$$

$$I_1 = \frac{1}{3}[34.64\angle 0° + 28.867\angle 270° + 23.09\angle 90°] = 11.547 - j1.926 = 11.706\angle -9.5°\,\text{A}$$

$$I_2 = \frac{1}{3}[I_a + a^2 I_b + aI_c] \text{ avec } a = e^{j2\pi/3}$$

$$I_1 = \frac{1}{3}[34.64\angle 0° + 28.867\angle 30° + 23.09\angle -30°] = 26.545 + 0.963 = 26.563\angle 2.0°\,\text{A}$$

Problème no. 2

a) Conducteur ACSR Martin 54/19, r = 1.8085 cm, GMR = 1.46 cm, R (50°C) = 0.0502 Ω/km

Le rayon moyen géométrique des faisceaux:

$$GMR_{faisceau} = \sqrt[3]{GMR_{cond} \times d^2} = \sqrt[3]{1.46 \times 50^2} = 15.3968\,\text{cm}$$

La ligne est transposée. La distance moyenne géométrique des conducteurs:

$$GMD = \sqrt[3]{D \times D \times 2D} = \sqrt[3]{10 \times 10 \times 20} = 12.60\,\text{m}$$

L'inductance série (séquence directe) par km:

$$L_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\left(\frac{GMD}{GMR_{faisceau}}\right) = 2\times10^{-7} \times \ln\left(\frac{1260}{15.3968}\right) \times 10^3 = 8.8094\times10^{-4}\,\text{H/km}$$

La réactance série (séquence directe) par km:

$$X_1 = \omega L_1 = 120\pi \times 8.8094\times10^{-4} = 0.3321\,\Omega/\text{km}$$

Chaque faisceau contient 3 conducteurs dont la résistance à 50°C est 0.0502 Ω/km. La résistance série R_1 de la ligne est donc:

$$R_1 = \frac{0.0502}{3} = 0.0167\ \Omega/\text{km}$$

b) Conducteur ACSR Martin 54/19, r = 1.8085 cm, GMR = 1.46 cm

Le rayon moyen géométrique des faisceaux (pour le calcul des capacités):

$$GMR_{faisceau} = \sqrt[3]{r \times d^2} = \sqrt[3]{1.8085 \times 50^2} = 16.5356\,\text{cm}$$

La distance moyenne géométrique des conducteurs:

$$GMD = \sqrt[3]{D \times D \times 2D} = \sqrt[3]{10 \times 10 \times 20} = 12.60\,\text{m}$$

La capacité shunt (séquence directe) par km:

$$C_1 = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{GMD}{GMR_{faisceau}}\right)} \times 1000 = \frac{2\pi \times 8.854\times10^{-12}}{\ln\left(\frac{1260}{16.5356}\right)} \times 1000 = 1.2838\times10^{-8}\,\text{F/km}$$

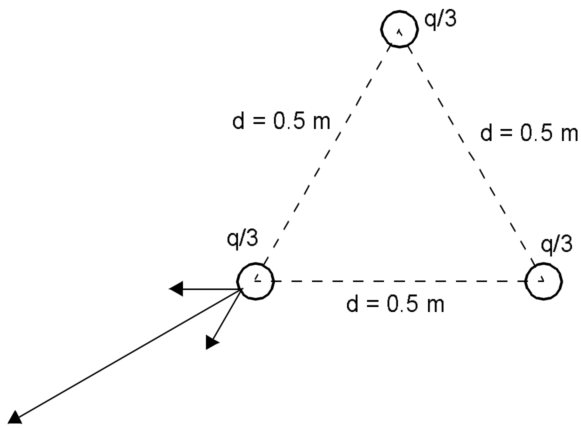
L'admittance shunt (séquence directe) par km:

$$Y_1 = \omega C_1 = 120\pi \times 1.2838\times10^{-8} = 4.8398\times10^{-6}\,\text{S/km}.$$

c) Avec V_1 = (500/1.732) kV = 288.68 kV, la charge électrique (par m) sur un faisceau est:

$$q = \frac{C_1 V_1}{1000} = \frac{(1.2838\times10^{-8})(288.68\times10^3)}{1000} = 3.706\times10^{-6}\ \text{C/m}$$

Le faisceau contient 3 conducteurs. La charge sur un conducteur sera $\frac{q}{3} = 1.2354\times10^{-6}$ C/m.



Le champ électrique à la surface d'un conducteur est la somme vectorielle des champs électriques créés par les trois conducteurs du faisceau:

$$E_{rmax} = \frac{(q/3)}{2\pi\varepsilon_0 r}\left[1 + \sqrt{3}\frac{r}{d}\right]$$

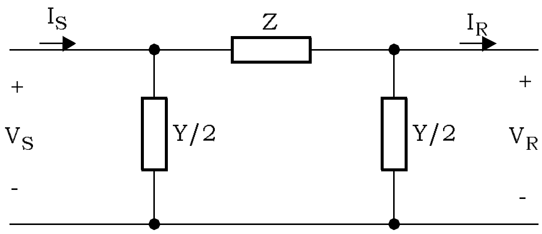
$$E_{rmax} = \frac{1.2354\times10^{-6}}{2\pi(8.854\times10^{-12})1.8085}\left[1 + \sqrt{3}\frac{1.8085}{50}\right] = 13048 \text{ V/cm}$$

$$E_{rmax} = 13.048 \text{ kV/cm}$$

On peut remarquer que la contribution des deux autres conducteurs est négligeable à cause de la grande distance entre les conducteurs (d = 50 cm) par rapport au rayon du conducteur (r = 1.8085 cm)

Problème no. 3

a) Modèle de ligne «moyenne» (circuit équivalent en pi nominal):



Paramètres de transmission (ABCD):

$$A = D = 1 + \frac{YZ}{2}$$
$$B = Z$$
$$C = Y\left(1 + \frac{YZ}{4}\right)$$

On a: $Z = z \times l = (0.088 + j0.465) \times 250 = 22 + j116.25 = 118.31\angle 79.3°\ \Omega$

et $Y = y \times l = (j3.524 \times 10^{-6}) \times 250 = j0.881 \times 10^{-3}\ \text{S}$

Les paramètres de transmission (ABCD) sont:

$$A = D = 1 + \frac{YZ}{2} = 1 + \frac{(j0.881 \times 10^{-3})(22 + j116.25)}{2} = 0.9488 + j0.0097 = 0.9488\angle 0.6°$$

$$B = Z = 22 + j116.25 = 118.31\angle 79.3°\ \Omega$$

$$C = Y\left(1 + \frac{YZ}{4}\right) = j0.881 \times 10^{-3}\left(1 + \frac{(j0.881 \times 10^{-3})(22 + j116.25)}{4}\right) = -4.269 \times 10^{-6} + j8.584 \times 10^{-4}\ \text{S}$$

Remarque: On peut négliger la partie réelle de C: $C \approx j8.584 \times 10^{-4}$

a) La tension à la charge: $V_R = \dfrac{200}{\sqrt{3}} = 115.47\angle 0°\ \text{kV}$

Le courant à la charge: $I_R = \dfrac{200/3}{V_R} = \dfrac{200/3}{115.47} = 0.577\angle 0°\ \text{kA}$

La tension à la source:

$$V_S = AV_R + BI_R = (0.9488\angle 0.6°)(115.47\angle 0°) + (118.31\angle 79.3°)(0.577\angle 0°)$$

$V_S = 140\angle 29.2°\ \text{V}$ ou 242.5 kV ligne-ligne

Le courant à la source:

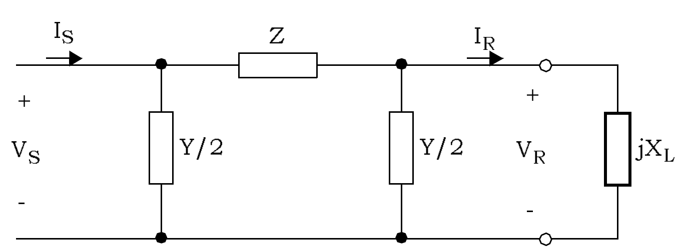
$$I_S = CV_R + DI_R = (j8.584 \times 10^{-4})(115.47\angle 0°) + (0.9488\angle 0.6°)(0.577\angle 0°)$$

$$I_S = 0.558\angle 10.8°\ \text{kA}$$

b) Tension à vide de la ligne: $|V_{RNL}| = \dfrac{|V_S|}{|A|} = \dfrac{140}{0.9488} = 147.55\,\text{kV}$ (ou 255.57 kV ligne-ligne)

La ligne est ouverte (sans charge). La tension V_R monte à 255.57 kV.

On connecte au bout de la charge une réactance shunt pour ramener la tension V_R à 230 kV.



La tension V_R désirée: $V_R = 230/\sqrt{3} = 132.79\,\text{kV}$

On a: $V_R = 132.79\angle 0°$ et $I_R = \dfrac{V_R}{jX_L} = \dfrac{132.79\angle 0°}{jX_L} = -j\left(\dfrac{132.79}{X_L}\right)$

$V_S = 140\angle\phi_s$

On a la relation suivante: $V_S = AV_R + BI_R = A(132.79) + B\left(-j\dfrac{132.79}{X_L}\right) = 140\angle\phi_s$

$$(0.9488 + j0.0097)(132.79) + (22 + j116.25)\left(-j\frac{132.79}{X_L}\right) = 140\angle\phi_s$$

On déduit: $(125.99 + j1.29) + \left(\dfrac{15437}{X_L} - j\dfrac{2921.4}{X_L}\right) = 140\angle\phi_s$

Ou bien: $\left(125.99 + \dfrac{15437}{X_L}\right) + j\left(1.29 - \dfrac{2921.4}{X_L}\right) = 140\angle\phi_s$

$$\sqrt{\left(125.99 + \frac{15437}{X_L}\right)^2 + \left(1.29 - \frac{2921.4}{X_L}\right)^2} = 140$$

$$\left(125.99 + \frac{15437}{X_L}\right)^2 + \left(1.29 - \frac{2921.4}{X_L}\right)^2 = (140)^2$$

$$-3.725\times10^3 X_L^2 + 3.882\times10^6 X_L + 2.4684\times10^8 = 0$$

Solution: $X_L = 1102\ \Omega$

c) Considérons le cas où $V_S = 1.0$ pu, $V_R = 0.95$ pu, $\delta_{max} = 35°$ et fp =1.0.

La puissance transportable par la ligne est donnée par la relation suivante:

$$P_R = \frac{|V_S|\times|V_R|}{|Z|}\cos(\theta_Z - \delta) - \frac{|A|\times|V_R|^2}{|Z|}\cos(\theta_Z - \theta_A)$$

$$P_R = \frac{230\times230\times0.95}{118.31}\cos(79.3° - 35°) - \frac{0.9488\times(230\times0.95)^2}{118.31}\cos(79.3° - 0.6°)$$

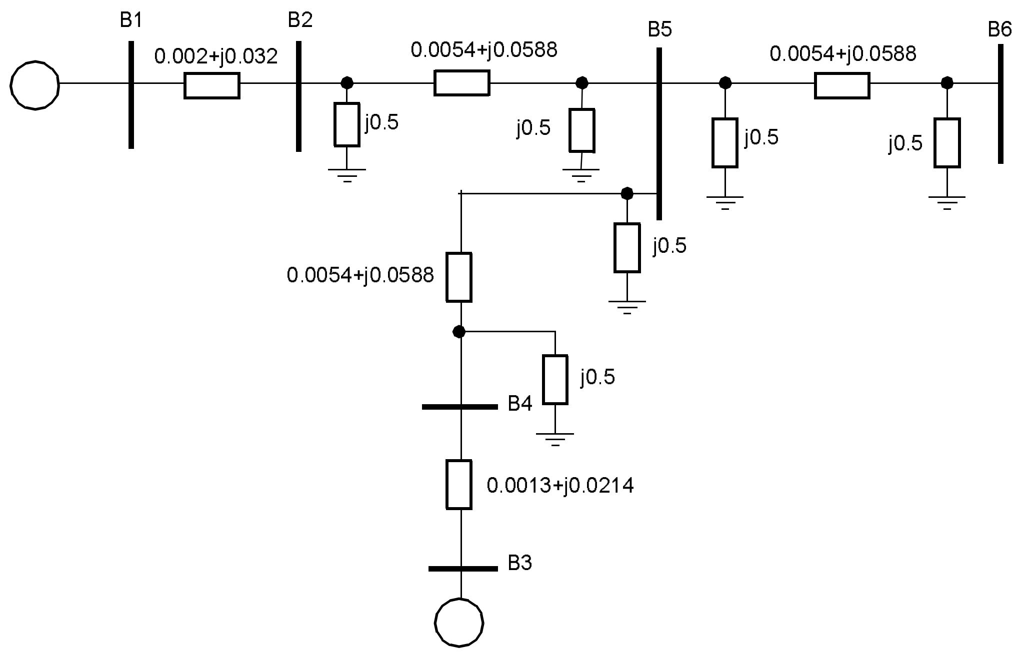
$$P_R = 304 - 75 = 229\,\text{MW}$$

Problème no. 4

a) La nature des barres du réseau:

Barre B1 (barre de référence)	V_1 = 1.0 pu	δ_1 = 0°	À calculer: P_1 et Q_1
Barre B2 (barre de charge)	P_2 = 0 pu	Q_2 = 0 pu	À calculer: V_2 et δ_2
Barre B3 (barre de génération)	V_3 = 1.05 pu	P_3 = 4.0 pu	À calculer: δ_3 et Q_3
Barre B4 (barre de charge)	P_4 = 0 pu	Q_4 = 0 pu	À calculer: V_4 et δ_4
Barre B5 (barre de charge)	P_5 = 4.0 pu	Q_5 = 1.0 pu	À calculer: V_5 et δ_5
Barre B6 (barre de charge)	P_6 = 3.0 pu	Q_6 = 1.0 pu	À calculer: V_6 et δ_6

b) Réseau équivalent:



La matrice Y_{bus}:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y_{11}} & Y_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Y_{12} & \mathbf{Y_{22}} & 0 & 0 & Y_{25} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{Y_{33}} & Y_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_{34} & \mathbf{Y_{44}} & Y_{45} & 0 \\ 0 & Y_{25} & 0 & Y_{45} & \mathbf{Y_{55}} & Y_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{56} & \mathbf{Y_{66}} \end{bmatrix}$$

Les éléments non-nuls sont donnés:

$$Y_{11} = \frac{1}{0.002 + j0.032} \qquad Y_{12} = Y_{21} = \frac{-1}{0.002 + j0.032}$$

$$Y_{22} = \frac{1}{0.002 + j0.032} + \frac{1}{0.0054 + j0.0588} + j0.5 \qquad Y_{25} = Y_{52} = \frac{-1}{0.0054 + j0.0588}$$

$$Y_{33} = \frac{1}{0.0013 + j0.0214} \qquad Y_{34} = Y_{43} = \frac{-1}{0.0013 + j0.0214}$$

$$Y_{44} = \frac{1}{0.0013 + j0.0214} + \frac{1}{0.0054 + j0.0588} + j0.5 \qquad Y_{45} = Y_{54} = \frac{-1}{0.0054 + j0.0588}$$

$$Y_{55} = \frac{1}{0.0054 + j0.0588} + \frac{1}{0.0054 + j0.0588} + \frac{1}{0.0054 + j0.0588} + j0.5 + j0.5 + j0.5$$

$$Y_{56} = Y_{65} = \frac{-1}{0.0054 + j0.0588}$$

$$Y_{66} = \frac{1}{0.0054 + j0.0588} + j0.5$$

c) Commentaires sur les résultats de calcul de logiciel «PowerWorld»:

- Les tensions aux barres sont dans les limites acceptables (0.95, 1.05) excepté les barres B5 et B6 où les tensions sont de 0.89 pu et 0.79 pu respectivement.

- Les transformateurs fonctionnent dans les limites permises.

- Les lignes fonctionnent dans les limites permises.

La ligne no. 1 est sous utilisée (elle transport 37.5% de sa capacité)

La ligne no. 2 est sous utilisée (elle transport 36.7% de sa capacité)

La ligne no. 3 est sous utilisée (elle transport 47.7% de sa capacité)

Les pertes dans les équipements:

Transformateur T1 : 2.46 MW

Transformateur T2 : 2.36 MW

Ligne 1 : 7.17 MW

Ligne 2 : 8.17 MW

Ligne 3 : 10.81 MW

Les problèmes et solutions

1) La tension à la barre B5 (0.89 pu) est inférieure à la valeur acceptable 0.95. On peut connecter à cette barre un banc de condensateurs afin d'augmenter la tension.

2) La tension à la barre B6 (0.79 pu) est inférieure à la valeur acceptable 0.95. On peut connecter à cette barre un banc de condensateurs afin d'augmenter la tension.