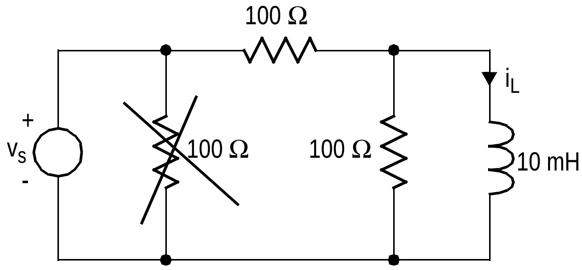
**GEl-16132 Circuits**

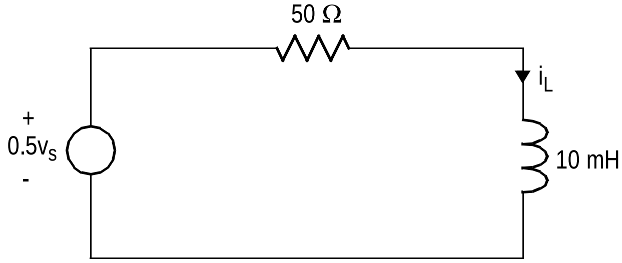
***Corrigé du test no. 3 (H00)***

**<u>Question no.1</u>** (10 points)




$v_s = 50\cos(\omega_0 t)u(t) \qquad \omega_0 = 2000\pi$

a) En utilisant l'équivalent Thévenin, on peut tracer un circuit équivalent du circuit original:




$v_s = 50\cos(\omega_0 t)u(t) \qquad \omega_0 = 2000\pi$

L'équation différentielle qui relie $i_L$ à $v_s$ est obtenue en écrivant l'équation de maille:

$$50i_L + 0.01\frac{di_L}{dt} = 0.5v_s = 25\cos(\omega_0 t)u(t) \tag{1}$$

On écrit:

$$0.01\frac{di_L}{dt} + 50i_L = 25\mathrm{Re}\{e^{j\omega_0 t}u(t)\} \tag{2}$$

b) On résout en premier lieu l'équation différentielle suivante:

$$0.01\frac{dy}{dt} + 50y = e^{j\omega_0 t}u(t) \tag{3}$$

La solution pour t > 0 est: $y = y_P + y_H = \frac{1}{0.01(j\omega_0) + 50}e^{j\omega_0 t} + \frac{-1}{0.01(j\omega_0) + 50}e^{-5000t}$

Ou bien: $y = 0.0125e^{-j0.899}e^{j\omega_0 t} - 0.0125e^{-j0.899}e^{-5000t}$

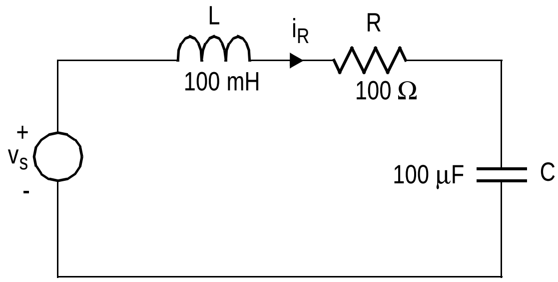
La solution pour tout t est donc: $y = [0.0125e^{-j0.899}e^{j\omega_0 t} - 0.0125e^{-j0.899}e^{-5000t}]u(t)$

Le courant $i_L$ est donné par la relation suivante:

$$i_L = 25\mathrm{Re}\{y\} = 25\mathrm{Re}\{[0.0125e^{-j0.899}e^{j\omega_0 t} - 0.0125e^{-j0.899}e^{-5000t}]u(t)\}$$

Ou bien: $\boxed{i_L = [0.3125\cos(\omega_0 t - 0.899) - 0.195e^{-5000t}]u(t)}$

**Question no.2** (10 points)




$v_s = 100u(t)$

a) On écrit l'équation de tension dans la maille unique du circuit: $\left[Ls + R + \frac{1}{Cs}\right]i_R = v_s$

Ou bien: $[LCs^2 + RCs + 1]i_R = Csv_s$

L'équation différentielle qui relie $i_R$ à $v_s$ est:

$$LC\frac{d^2 i_R}{dt^2} + RC\frac{di_R}{dt} + i_R = C\frac{d}{dt}[v_s] = 1\times10^{-4}\frac{d}{dt}[100u(t)]$$

Avec les valeur numérique, on a l'équation différentielle suivante:

$$1\times10^{-5}\frac{d^2 i_R}{dt^2} + 0.01\frac{di_R}{dt} + i_R = 1\times10^{-4}\frac{d}{dt}[100u(t)]$$

b) On résout en premier lieu l'équation différentielle suivante:

$$1\times10^{-5}\frac{d^2 y}{dt^2} + 0.01\frac{dy}{dt} + y = 100u(t)$$

La solution pour t > 0 est: $y = y_P + y_H = 100 + A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$

où $s_1$ et $s_2$ sont les racines de l'équation caractéristique $1\times10^{-5}s^2 + 0.01s + 1 = 0$.

On a: $s_1 = -112.7$ et $s_2 = -887.3$

Les constantes A1 et A2 sont déterminées par les conditions à t = 0:

$y(0+) = y(0-) = 0 \quad \rightarrow \quad A_1 + A_2 = -100$

$y'(0+) = y'(0-) = 0 \quad \rightarrow \quad s_1 A_1 + s_2 A_2 = 0$

On déduit: $A_1 = -114.5$ et $A_2 = 14.5$

La solution pour y pour tout t est: $y = [100 - 114.5e^{-112.7t} + 14.5e^{-887.3t}]u(t)$

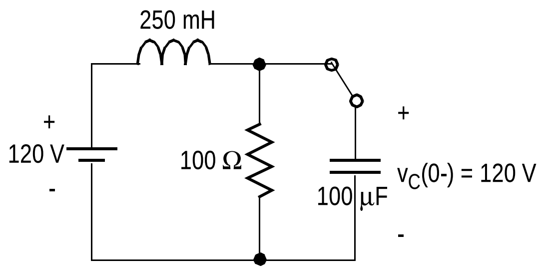
Le courant $i_R$ est donné par la relation suivante:

$$i_R = 1\times10^{-4}\frac{d}{dt}\{y\} = 1\times10^{-4}\frac{d}{dt}\{[100 - 114.55e^{-112.7t} + 14.55e^{-887.3t}]u(t)\}$$

$$\boxed{i_R = [(1.291e^{-112.7t} - 1.291e^{-887.3t})]u(t)}$$

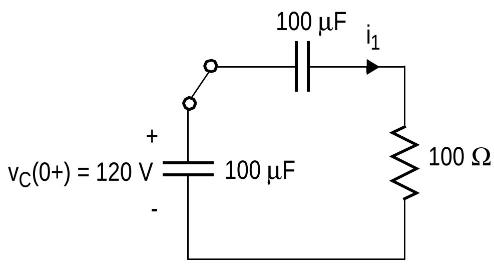
**Question no.3** (10 points)

Le commutateur S est à la position 1 depuis très longtemps:

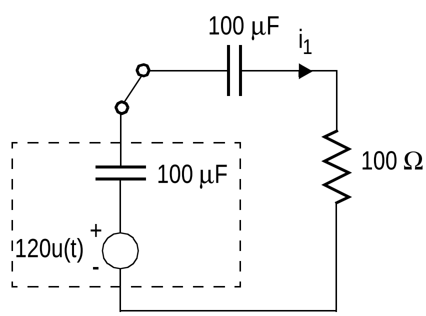



À t = 0-, le condensateur C est chargé à une tension de 120 V.

À t = 0, S change de position de 1 à 2 et demeure à cette position pour le reste du temps:




On trace le circuit équivalent pour t > 0:




À t = 0+, on a: $i_1(0+) = 120/100 = 1.2$ A

À $t \rightarrow \infty$, on a: $i_1(\infty) = 0$

Alors, l'expression du courant $i_1$ est: $i_1(t) = 1.2e^{\frac{-t}{\tau}}u(t)$ avec $\tau = RC = 100 \times 50 \times 10^{-6} = 5 \times 10^{-3}$.