UNIVERSITÉ
LAVAL

Faculté des Sciences et de génie
Département de génie électrique et de génie informatique

GEL-2001 Analyse de signaux
Jérôme Genest

Examen Final

Date: Lundi le 14 décembre 2009

Durée: de 8h30 à 10h20

Salle: PLT-2551

Cet examen vaut 45% de la note finale.

Remarques:

i) L'utilisation d'une calculatrice est permise.

ii) Aucun document n'est permis durant l'examen.

iii) Seule la liste des formules fournie à la fin du questionnaire est permise.

iv) Votre carte d'identité doit être placée sur votre bureau en conformité avec le règlement de la Faculté.

Problème 1 (14 points)

Un laser impulsionnel peut être représenté par le signal suivant:

$$E(t) = [\delta_{T_r}(t) * \mathrm{Rect}((t - T_p/2)/T_p)] \cos(\omega_c t)$$

Pour les besoins de ce problème, nous prendrons $T_r = 5$, $T_p = 1$ et $T_c = 1/1000$ (avec $\omega_c T_c = 2\pi$). Le ω_c représente la fréquence porteuse du champ laser, celui qui définit sa couleur.

a) Tracez le signal $\delta_{T_r}(t)$.

b) Sur un graphique directement en dessous, tracez $\delta_{T_r}(t) * \mathrm{Rect}((t - T_p/2)/T_p)$, Veuillez aligner les échelles temporelles sur les 2 graphiques.

c) À quoi sert le $-T_p/2$ dans le Rect ?

d) Tracez le signal E(t), sur un graphique directement en dessous des 2 premiers. Inutile de porter attention à l'échelle du cosinus (!)

e) Tracez le spectre de $\mathrm{Rect}((t - T_p/2)/T_p)$ (en module et en phase).

f) Sur des graphiques directement en dessous, tracez la transformation de Fourier de $\delta_{T_r}(t) * \mathrm{Rect}((t - T_p/2)/T_p)$.

g) Finalement, tracez $E(\omega)$.

Problème 2 (9 points)

Nous voulons transmettre un signal (le message $m(t)$) ayant un contenu fréquentiel entre zéro et f = 10 kHz.

a) Illustrez graphiquement le contenu spectral de votre message $M(\omega)$ choisissez un forme distinctive, une amplitude et indiquez les échelles.

b) Donnez l'expression en temps du signal $s(t)$ qui sera transmis si vous effectuez une modulation AM avec porteuse.

c) Tracez le spectre du signal transmis $S(\omega)$. Attention aux quantités relatives à ce que vous avez tracé et écrit en a) et b).

d) Dessinez le bloc-diagramme des opérations à réaliser au récepteur pour démoduler $S(\omega)$ et retrouver le message.

Problème 3 (12 points)

Pour caractériser un filtre, on peut effectuer sa réponse à l'impulsion. En sortie du filtre, on peut échantillonner la réponse, avec un oscilloscope par exemple.

Supposons que le filtre à caractériser est un passe-bas RC, avec $\tau = RC = 1$.

a) Calculez et tracez la sortie temporelle du filtre lorsque son entrée est soumise à une impulsion $\delta(t)$.

b) Tracez la sortie du filtre $y(t)$ si l'entrée est un train d'impulsion $\delta_{T_s}(t)$, avec $T_s = 10$. Vous pouvez supposez que chaque pulse est indépendant en sortie.

Parfois la réponse impulsionnelle du filtre est trop rapide pour que nous puissions la mesurer avec de l'électronique rapide (par exemple, si les unités du $\tau = 1$ d'en haut sont en THz !). On utilise alors un échantillonnage temporel équivalent. Les oscilloscopes haut de gamme offrent cette possibilité.

c) Soit un second peigne $P(t) = \delta_{T_{s2}}(t)$, avec $T_{s2} = 11$, qui jouera le rôle d'échantillonneur. Sur un graphique directement dessous de celui réalisé en b), tracez ce second peigne, assurez-vous que les échelles sont consistantes entre les 2 graphiques.

d) Tracez maintenant le signal $z(t) = P(t) \times y(t)$;

e) Comment peut-on retrouver la réponse impulsionnelle $h(t)$ à partir du signal $z(t)$?

f) Qu'est-il arrivé du critère de Nyquist ?

Problème 4 (10 points)

Transformation de Fourier d'une gaussienne.

Soit:

$$x(t) = e^{-at^2}$$

a) Calculez la transformation de Fourier du signal $x(t)$.

b) Est-ce que $x(t)$ est à énergie ou à puissance finie, pourquoi ?

c) Calculez le produit des largeurs à mi-hauteur de $x(t)$ et de $X(\omega)$

d) Quel est le taux de décroissance asymptotique de $X(\omega)$?

Indice:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-at^2} dt = \sqrt{\pi/a}$$

.