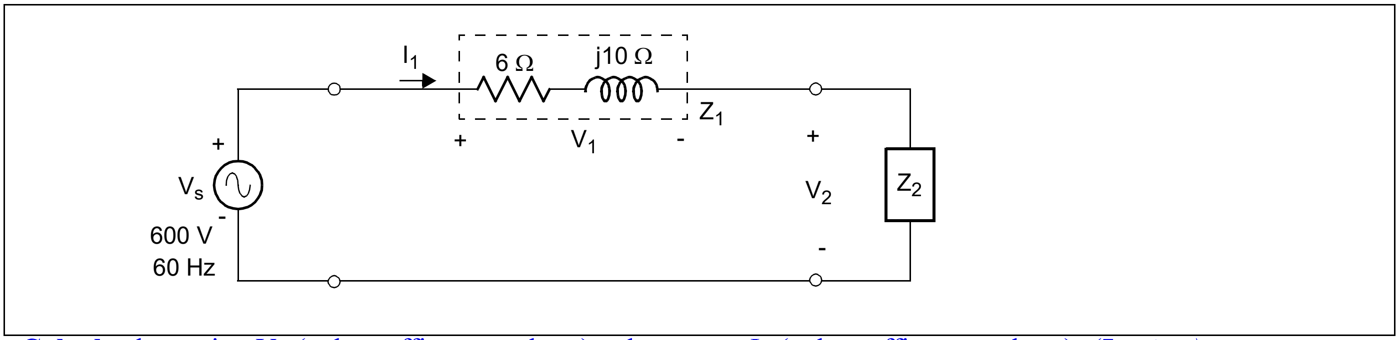
| GEL-2003 **ÉLECTROTECHNIQUE** | Session H2019 EXAMEN PARTIEL SOLUTION |
|---|---|

**Problème no. 1** (25 points)

a)




- **Calculer** la tension $V_1$ (valeur efficace et phase) et le courant $I_1$ (valeur efficace et phase). *(7 points)*

La tension de la source est prise comme référence de phase: $V_s = 600\angle 0°\ \text{V}$

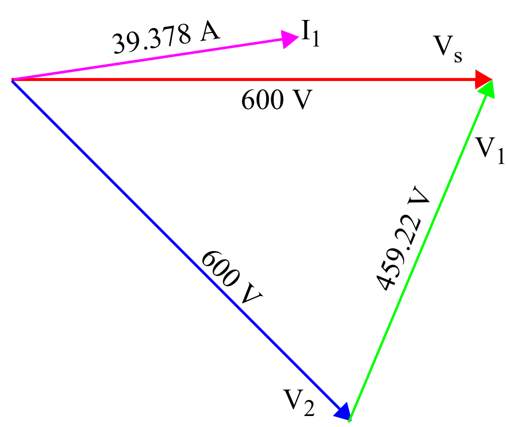
La tension aux bornes de la charge est: $V_2 = 600\angle{-45}°\ \text{V}$

La tension $V_1$ est égale à: $V_1 = V_s - V_2 = 600\angle 0° - 600\angle{-45}° = 459.22\angle 67.5°\ \text{V}$

Le courant $I_1$ est égal à: $I_1 = \dfrac{V_1}{Z_1} = \dfrac{459.22\angle 67.5°}{(6 + j10)} = 39.378\angle 8.5°\ \text{A}$

- **Tracer** un diagramme vectoriel pour illustrer les relations entre $\mathbf{V}_s$, $\mathbf{V}_1$, $\mathbf{V}_2$ et $\mathbf{I}_1$. *(5 points)*

Diagramme vectoriel



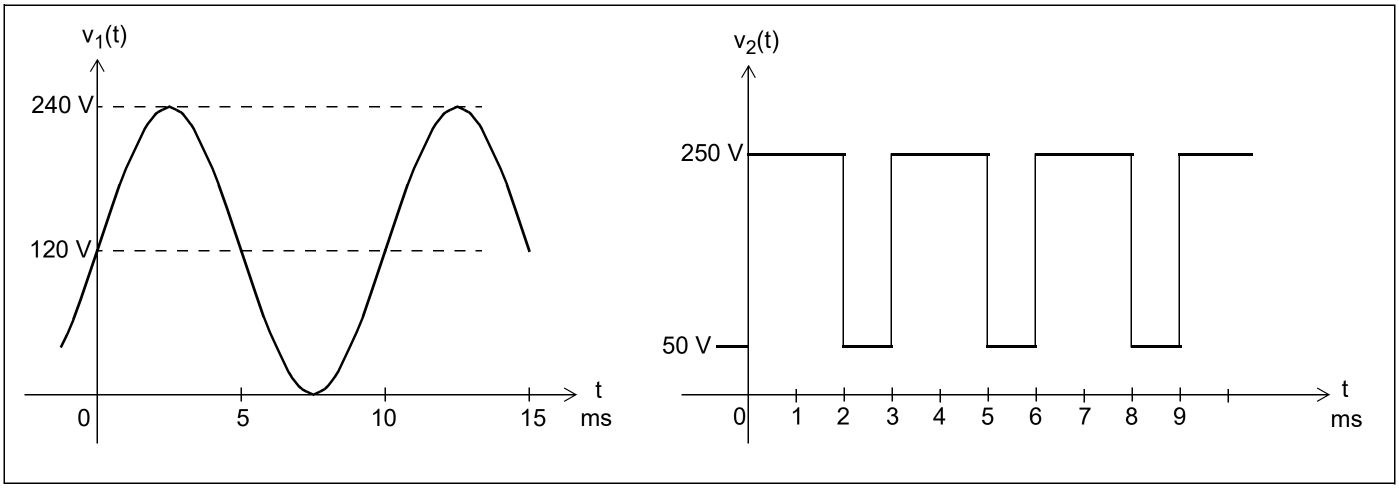

- **Déterminer** l'impédance $\mathbf{Z}_2$. Quelle est la nature de cette impédance? (résistive, inductive ou capacitive?) *(5 points)*

L'impédance $Z_2$ est égale à:

$$Z_2 = \frac{V_2}{I_1} = \frac{600\angle{-45}°}{39.378\angle 8.5°} = 15.237\angle{-53.5}°\ \Omega$$

C'est une impédance CAPACITIVE parce que son angle est négatif. Le courant $I_1$ est en avance de phase de $53.5^{o}$ par rapport à la tension $V_2$.

b) **Déterminer** la valeur efficace des tensions suivantes. *(8 points)*




On écrit: $v_1(t) = 120 + 120\sin(\omega t)$

La valeur efficace de $v_1(t)$ est égale à: $V_1(\text{eff}) = \sqrt{120^2 + \left(\frac{120}{\sqrt{2}}\right)^2} = 146.969\ \text{V}$

La tension $v_2(t)$ est égale à 250 V durant 2/3 de sa période et égale à 50 V durant 1/3 de sa période. Sa valeur efficace est égale à:

$$V_2(\text{eff}) = \sqrt{\frac{2}{3} \times 250^2 + \frac{1}{3} \times 50^2} = 197.906\ \text{V}$$

## **Problème no. 2** (25 points)

a) **Calculer** la puissance active, la puissance réactive et la puissance apparente dans la charge. *(6 points)*

La puissance complexe totale dans la charge Δ est égale à 3 fois la puissance complexe dans une branche Δ:

$$S_T = 3 \times S_{A'B'} = 3 \times \frac{|V_{A'B'}|^2}{Z^*} = 3 \times \frac{2400^2}{39 - j36} = 239230 + j220830$$

La puissance active totale dans la charge est égale à: $P_T = 239.23\ \text{kW}$

La puissance réactive totale dans la charge est égale à: $Q_T = 220.83\ \text{kVAR}$

La puissance apparente totale de la charge est égale à:

$$S_T = \sqrt{{P_T}^2 + {Q_T}^2} = \sqrt{239230^2 + 220830^2} = 325.570\ \text{kVA}$$

**- Calculer** la valeur efficace des courants de ligne. *(4 points)*

La valeur efficace des courants de ligne est calculée par la relation suivante:

$$I_A = \frac{S_T}{\sqrt{3} \times V_{LL}} = \frac{325570}{\sqrt{3} \times 2400} = 78.32\ \text{A}$$

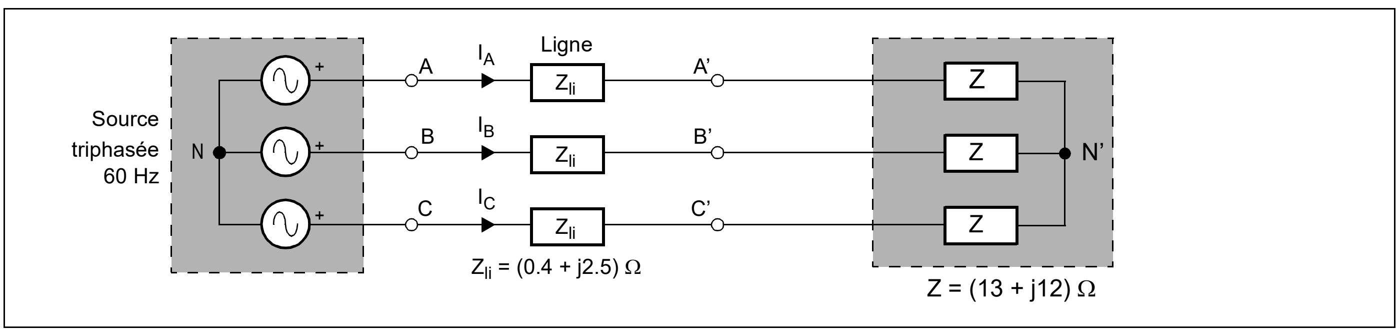
**- Calculer** les pertes totales (puissance dissipée totale) sur la ligne de transport. *(4 points)*

Les pertes totales (puissance dissipée totale en chaleur) sur la ligne de transport:

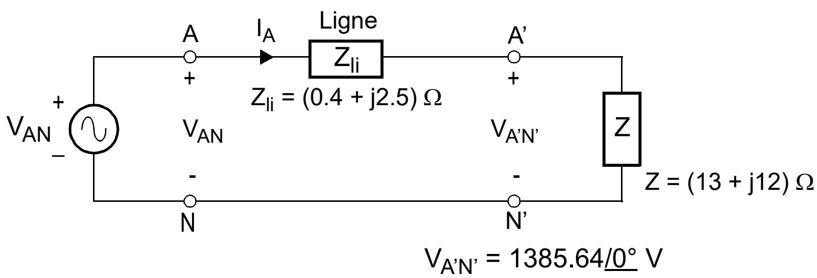
$$\text{Pertes} = 3 \times R_{li} \times I_A^2 = 3 \times 0.4 \times 78.32^2 = 7360\ \text{W.}$$

b) **Calculer** la valeur efficace de la tension ligne-ligne à la source. *(8 points)*

La charge triphasée en Δ est convertie en une charge en Y:




Le circuit équivalent monophasé du système est montré dans la figure suivante.




La tension ligne-neutre à la charge $V_{A'N'}$ est prise comme référence de phase.

Le courant $I_A$ est donné par: $\mathbf{I}_A = \dfrac{\mathbf{V}_{A'N'}}{\mathbf{Z}} = \dfrac{1385.64}{13 + j12} = 78.321\angle{-42.7°}\ \text{A}$

La tension $V_{AN}$ à la source est égale à:

$$\mathbf{V}_{AN} = \mathbf{V}_{A'N'} + \mathbf{Z}_{li} \times \mathbf{I}_A = 1385.64\angle 0° + (0.4 + j2.5) \times 78.321\angle{-42.7°} = (1546.34\angle 4.5°)\text{V}$$

La valeur efficace de la tension ligne-ligne à la source sera donc:

$$V_{AB} = \sqrt{3} V_{AN} = \sqrt{3} \times 1546.34 = 2678.34\ \text{V}$$

c) **Calculer** la nouvelle valeur efficace des courants de ligne. *(4 points)*

La valeur efficace de la tension ligne-ligne à la charge reste à 2400 V

La nouvelle valeur efficace des courants de ligne est calculée par la relation suivante:

$$I_A = \frac{(P_T / \cos\phi)}{\sqrt{3} \times V_{LL}} = \frac{(239230 / 0.9)}{\sqrt{3} \times 2400} = 63.945\ \text{A}$$

**Problème no. 3** (25 points)

a) **Calculer** les courants de ligne $I_A$, $I_B$, $I_C$ (valeur efficace et phase). *(9 points)*

On convertit la charge Y en Δ.

$$Z_{AB} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_C} = \frac{(5\times 10)+(10\times 25)+(25\times 5)}{25} = 17\Omega$$

$$Z_{BC} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_A} = \frac{(5\times 10)+(10\times 25)+(25\times 5)}{5} = 85\Omega$$

$$Z_{CA} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_B} = \frac{(5\times 10)+(10\times 25)+(25\times 5)}{10} = 42.5\Omega$$

La tension $V_{AN}$ est prise comme référence de phase: $V_{AN} = 1385.6\underline{/0°}$ V

Les courants de triangle sont:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{2400\angle 30°}{17} = 141.176\angle 30°\text{ A}$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{2400\angle -90°}{85} = 28.235\angle -90°\text{ A}$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{2400\angle 150°}{42.5} = 54.471\angle 150°\text{ A}$$

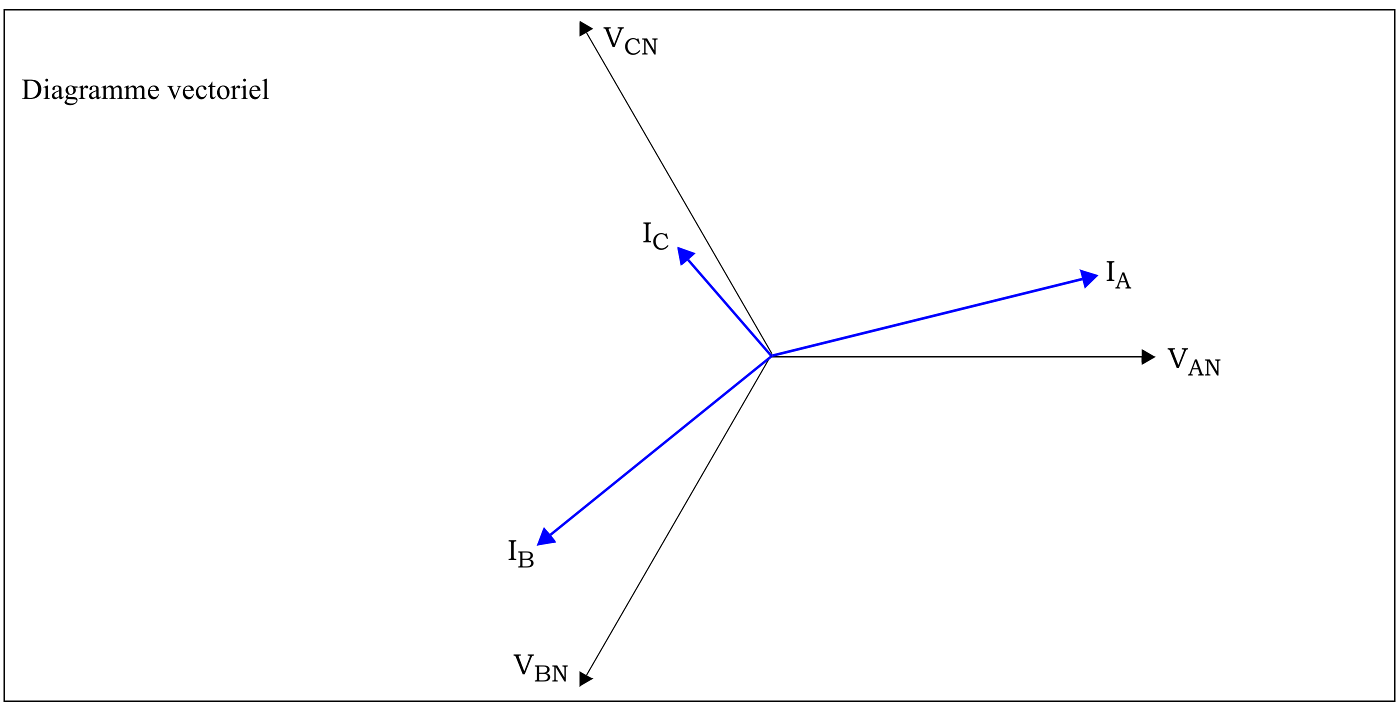
Les courants de ligne sont:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA} = (141.176\angle 30°) - (54.471\angle 150°) = 176.329\angle 13.9°\text{ A}$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB} = (28.235\angle -90°) - (141.176\angle 30°) = 157.207\angle -141.1°\text{ A}$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC} = (54.471\angle 150°) - (28.235\angle -90°) = 74.704\angle 130.9°\text{ A}$$

- **Tracer** un diagramme vectoriel illustrant les tensions $V_{AN}$, $V_{BN}$, $V_{CN}$ et les courants $I_A$, $I_B$, $I_C$. *(4 points)*




b) **Calculer** les courants de ligne $I_A$, $I_B$, $I_C$ (valeur efficace et phase) et le courant du neutre $I_N$ (valeur efficace et phase). *(8 points)*

On relie le point commun N’ de la charge et le neutre N de la source. Le système devient trois circuits indépendants.
Les courants de ligne sont:

$$I_A = \frac{V_{AN}}{Z_A} = \frac{1385.6\angle 0°}{5} = 277.128\angle 0° \text{ A}$$

$$I_B = \frac{V_{BN}}{Z_B} = \frac{1385.6\angle -120°}{10} = 138.564\angle -120° \text{ A}$$

$$I_C = \frac{V_{CN}}{Z_C} = \frac{1385.6\angle 120°}{25} = 55.426\angle 120° \text{ A}$$

Le courant du neutre est égal à la somme de $I_A$, $I_B$, et $I_C$:

$$I_N = I_A + I_B + I_C = (277.128\angle 0°) + (138.564\angle -120°) + (55.426\angle 120°) = 193.99\angle -21.8° \text{ A}$$

**- Déterminer** les indications des deux wattmètres. *(4 points)*

L'indication du wattmètre no. 1 est $P_1 = V_{AC} I_A \cos\theta_1$ où $\theta_1$ est l'angle entre $V_{AC}$ et $I_A$

On a: $\theta_1 = -30° - 0° = -30°$

Alors: $P_1 = 2400 \times 277.128 \times \cos(-30°) = 576\text{kW}$

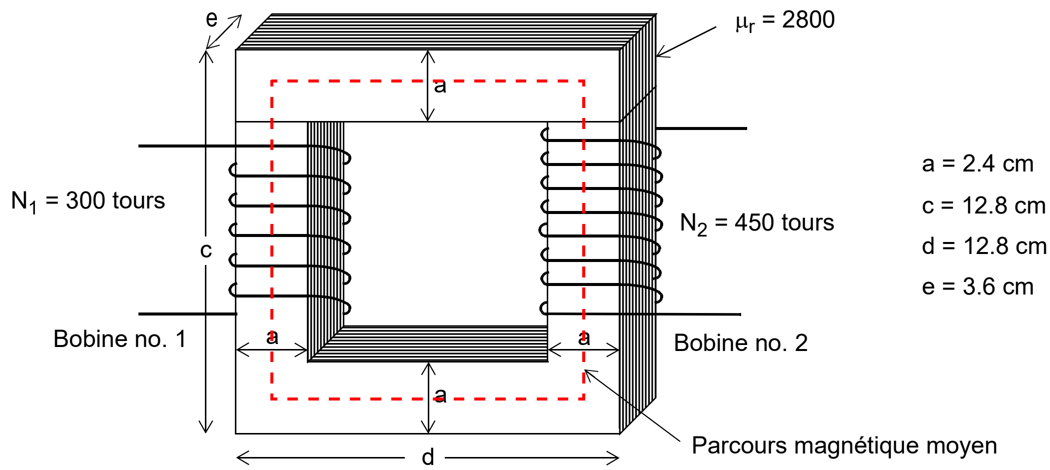
L'indication du wattmètre no. 2 est $P_2 = V_{BC} I_B \cos\theta_2$ où $\theta_2$ est l'angle entre $V_{BC}$ et $I_A$

On a: $\theta_2 = -90° - (-120°) = 30°$

Alors: $P_2 = 2400 \times 138.564 \times \cos(30°) = 288\text{kW}$

## **Problème no. 4** (25 points)

a) **Calculer** les inductances propres $L_1$ et $L_2$ et l'inductance mutuelle M des deux bobines. *(10 points)*




La longueur du parcours magnétique moyen: $\ell = 2 \times (10.4 + 10.4)\text{cm} = 41.6\,\text{cm}$

La section du circuit magnétique: $A = 2.4\text{cm} \times 3.6\text{cm} = 8.64\text{cm}^2$

La réluctance du circuit magnétique est égale à:

$$\mathcal{R} = \frac{\ell}{\mu A} = \frac{0.416}{2800 \times 4\pi\times10^{-7} \times 8.64\times10^{-4}} = 1.3684\times10^{5}\ \text{A-t/Wb}$$

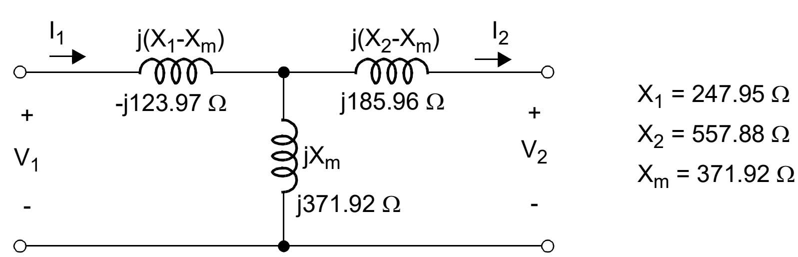
L'inductance de la bobine no. 1 est égale à: $L_1 = \dfrac{N_1^2}{\mathcal{R}} = \dfrac{300^2}{1.3684\times10^5} = 0.6577\ \text{H}$

L'inductance de la bobine no. 2 est égale à: $L_2 = \dfrac{N_2^2}{\mathcal{R}} = \dfrac{450^2}{1.3684\times10^5} = 1.4798\ \text{H}$

L'inductance mutuelle est égale à: $M = \dfrac{N_1 N_2}{\mathcal{R}} = \dfrac{300 \times 450}{1.3684\times10^5} = 0.9866\ \text{H}$

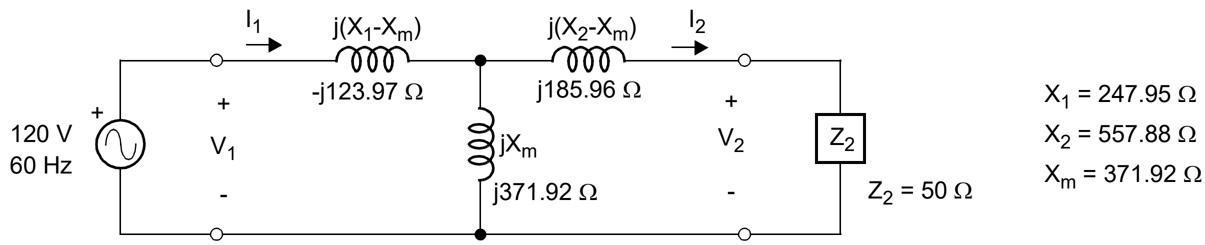
b) **Tracer** un circuit équivalent de ce système électromagnétique en régime sinusoïdal permanent en indiquant clairement les valeurs des éléments. *(5 points)*

Le circuit équivalent de ce système électromagnétique est montré dans la figure suivante.



c) Utilisant le circuit équivalent de la question b pour **calculer** le courant $I_1$ dans la bobine no. 1, le courant $I_2$ dans la bobine no. 2 et la tension $V_2$ aux bornes de la bobine no. 2. *(10 points)*

On connecte une source et une charge au système.




L'impédance vue par la source est:

$$Z_1 = -j123.97 + \frac{(j371.92)(50 + j185.96)}{(j371.92) + (50 + j185.96)} = (22.045 + j1.979)\Omega = 22.134\angle 5.1°\,\Omega$$

Le courant $I_1$ est égal à: $$I_1 = \frac{V_1}{Z_1} = \frac{120}{22.134\angle 5.1°} = 5.422\angle -5.1°\ \text{A}$$

Le courant $I_2$ est calculé à partir de $I_1$ (par la loi du diviseur de courant):

$$I_2 = \frac{j371.92}{(j371.92) + (50 + j185.962)} \times I_1 = \frac{j371.92}{50 + j557.885} \times (5.422\angle -5.1°)\ \text{A}$$

$$I_2 = 3.6\angle 0°\ \text{A}$$

La tension $V_2$ est égale à: $$V_2 = 50 \times I_2 = 50 \times 3.6 = 180\ \text{V}$$