Université Laval
Faculté des Sciences et de Génie

Dépt. de Génie Électrique et de Génie Informatique
Professeur: André Zaccarin

GEL-19964 Signaux et systèmes discrets

Examen final

Mardi le 15 décembre 1998
Durée: 8h30 à 10h20

Aucune documentation permise

N'oubliez pas de JUSTIFIER TOUTES VOS RÉPONSES

Question 1. (12 pts)

Le contenu d'un signal obtenu d'un senseur, $x(t)$, est partiellement inconnu. On a

$$x(t) = x_1(t) = \cos(2\pi f_1 t)$$

ou

$$x(t) = x_2(t) = \cos(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t)$$

Les fréquences f_1 et f_2 ne sont pas connues. On sait cependant que $f_1 < f_2 < 4\text{kHz}$, et que $(f_2 - f_1) \geq 10\text{Hz}$. Le signal $x(t)$ est échantillonné à 10**k**Hz, et **L** échantillons sont recueillis.

a) On veut déterminer par DFT si $x(n)$ est le signal $x_1(n)$ ou le signal $x_2(n)$. Quel est le nombre minimum de points du signal $x(n)$, i.e., la valeur minimum de L, qui doit être utilisé pour calculer cette DFT ?

b) On veut aussi pouvoir déterminer avec une précision de 1 Hz la valeur des fréquences f_1 et f_2. Quel est le nombre minimum de points N sur lequel la DFT doit être calculée ?

c) Pour cette sous-question, le signal $x(t)$ obtenu du senseur est

$$x(t) = x_1(t) = \cos(2\pi f_1 t)$$

ou

$$x(t) = x_2(t) = \cos(2\pi f_1 t) + \mathbf{0.1}\cos(2\pi f_2 t)$$

Expliquez comment vous devez traiter le signal $x(n)$ pour que par DFT vous puissiez identifier lequel des deux signaux est celui obtenu du senseur.

Question 2. (13 pts)

a) Calculez la DFT sur 4 points de $\{1, 2, 3, 4, 4, 3, 2, 1\}$. Donnez 2 autres signaux de 8 points qui ont la même DFT.

b) $h(n),\ 0 \le n \le 9$, est la réponse à l'impulsion d'un système linéaire et invariant. L'entrée du système, $x(n)$, est un signal de 64 points. $X(k)$ et $H(k)$ représentent respectivement les DFT sur **64 points** de $x(n)$ et $h(n)$.

Soit

$$Y(k) = X(k)H(k),\ 0 \le k \le 63$$

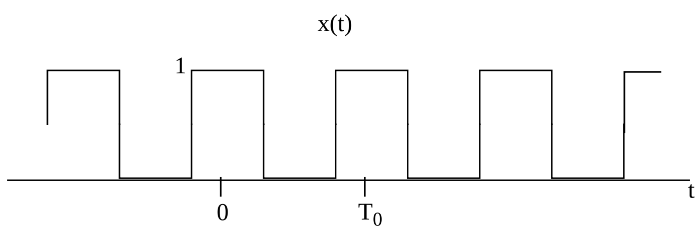
Est-ce que la DFT inverse de $Y(k)$, $y(n)$, représente la sortie du système pour l'entrée $x(n)$? Pourquoi ?

Si votre réponse est non, pour quelles valeurs de n est-ce que $y(n)$, la DFT inverse de $Y(k)$, est égale à la sortie du système linéaire ?

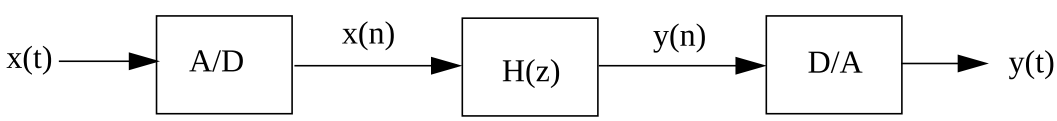
Comment pourrait-on calculer la sortie du système en utilisant des DFT de 64 points ?

Question 3. (15 pts)

a) À partir du signal analogique périodique suivant



où $T_0 = 10^{-4}$ sec, on désire générer un signal $y(t)$ qui est une cosinusoide de fréquence $f_0 = 10\text{kHz}$. On désire procéder de façon purement numérique:



Les conversions A/D et D/A se font à 80 kHz, et vous pouvez faire l'hypothèse que la conversion D/A est faite avec un filtre passe-bas idéal (reconstruction idéale).

Sachant que

$$x(n) = 0.5 + 0.6\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) - 0.1\cos\left(\frac{3\pi}{4}n\right)$$

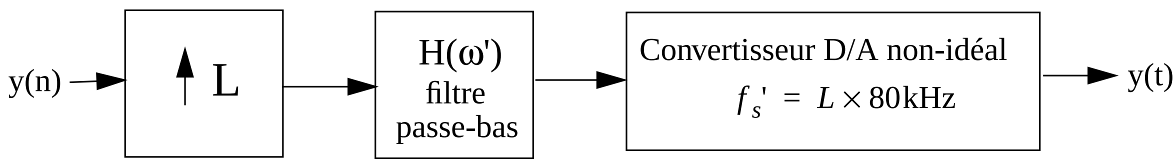
déterminez la fonction de transfert du filtre $H(z)$ qui doit être utilisée pour que $y(t)$ soit une cosinusoide de 10kHz. **Justifiez bien les choix que vous faites.** Assurez vous d'avoir un système stable et causal.

Pour vérifier votre réponse: à partir de votre fonction de transfert et de $x(n)$, calculez $y(n)$ et assurez vous que ce signal $y(n)$ est bien, après conversion D/A, une cosinusoide de 10kHz.

b) Pour cette sous-question, faites l'hypothèse que $y(n) = \cos(\pi n/4)$. $y(t)$ demeure une cosinusoide de 10kHz. La conversion D/A se fait maintenant à une fréquence multiple de 80kHz, i.e., $f'_s = \mathrm{L} f_s$, mais avec reconstruction **non-idéale**.

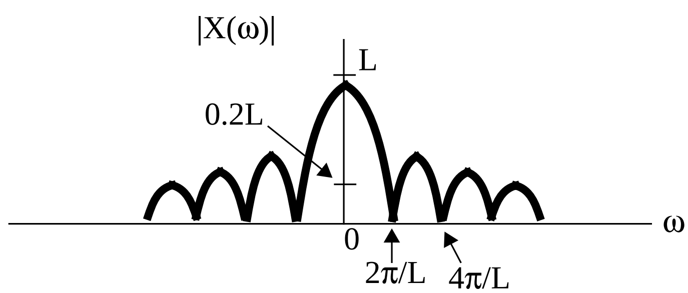
Le filtre de reconstruction peut être modélisé comme un filtre passe-bas de 2ème ordre (atténuation de 40 dB/décade) avec bande passante de 0 à 10 kHz.

On désire que les images spectrales présentes dans le signal $y(t)$ soient atténuées d'au moins 60 dB. Quel est le facteur d'interpolation **L** minimum qui doit être utilisé? Suggestion: tracez la transformée de Fourier des signaux intermédiaires dans l'intervalle [0 - f_s'].



$$X(k) = \sum_{n=0}^{L-1} x(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad 0 \le k \le N-1$$

Pour $x(n) = u(n) - u(n-L)$,



Si $f_0 < f_1$, le nombre de décades entre f_0 et f_1 est $\log_{10}(f_1/f_0)$.