GEL-10255 Corrigé de l'examen du 21 octobre 2004, Michel Duguay, 1119-A Pouliot.

Question # 1 (20 points) Principes de base

-a) (5 points) En vous appuyant sur l'exemple du puits quantique expliquez le concept d'état quantique pour les électrons dans un semiconducteur. Combien d'électrons peuvent occuper un état quantique donné décrit par un triplet (n_x, n_y et n_z)?

Réponse : Dans un puits quantique l'électron occupe **un état qui est une onde** stationnaire dont la longueur d'onde λ est dictée par la dimension a du puits. On peut avoir des états où $\lambda = 2a/n$, où n = 1, 2, 3, ….En trois dimensions, par exemple dans une boîte cubique de dimension L, l'électron occupera des états où sa longueur d'onde suivant chaque dimension x, y, z sera donnée par un triplet de nombres quantiques (n_x, n_y et n_z) décrivant combien de demi-longueurs d'onde apparaissent entre des parois opposées. **Deux électrons** peuvent occuper un état donné, un avec son **spin up** et un deuxième avec son **spin down**.

-b) (5 points) Pour un puits quantique en GaAs, avec barrières adjacentes en AlGaAs, quelle épaisseur devra-t-on donner au puits pour que l'action laser à partir du premier niveau ait une longueur d'onde de 820 nm?

Réponse : L'énergie du photon hf en électron-volts est :
hf = 1.24/0.82micron = 1.512 eV
Le gap de l'AsGa étant 1.424 eV, il faut que le niveau E_1 soit 88 meV au-dessus de E_C. Dans l'exemple de la page 11 des notes un puits avec a = 12 nm donne $E_1 - E_C$ = 39 meV. Comme la dépendance de E_1 en fonction de a est $1/a^2$, le ratio $(88/39)^{1/2}$ = 1.5 nous donne qu'un puits de 12 nm/1.5 = **8 nm** fera l'affaire.

-c) (5 points) Approximativement à quelle longueur d'onde doit-on s'attendre à voir un laser basé sur le nitrure d'aluminium (AlN) émettre un faisceau laser? (Négliger ici l'effet possible de puits quantiques dans le AlN).

Réponse : Le gap du AlN est 6.2 eV (voir p. 21 des notes). L'action laser aura lieu approximativement à
λ = 1.24/6.2 = 0.2 micron = **200 nm** dans l'ultraviolet dangereux.

-d) (5 points) nommer deux rôles que jouent, ou peuvent jouer, les électrons de la bande de valence dans un semiconducteur.

Réponses possibles (deux suffisent pour le pointage maximum):

Rôle 1 : par les liaisons covalentes tenir les atomes du cristal;

Rôle 2 : en sautant d'un trou à un autre faire circuler un courant électrique, dit courant de trous dans la bande de valence;

Rôle 3 : en franchissant le gap énergétique du semiconducteur contribuer à la conduction dans la bande de conduction.

Rôle 4 : en absorbant un photon franchir le gap et créer une paire d'électron-trou pouvant servir à l'effet photovoltaïque dans une pile solaire.

Question # 2 (30 points) Niveaux de Fermi et action laser.

Soit un laser semi-conducteur dont la région active est fabriquée de GaAs très pur (dit intrinsèque). Les sections adjacentes dopées n et p sont en $Al_xG_{1-x}As$ et servent principalement à transporter le courant et à définir les frontières du puits d'énergie potentielle que constitue la zone active en GaAs. Les questions ci-dessous concernent seulement la zone active en GaAs.

-a) (10 points) Sachant que la densité d'électrons-trous est $2.1 \times 10^6/cm^3$ dans le GaAs intrinsèque, calculer la position de E_{Fn} par rapport à E_C en l'absence de pompage et dans l'obscurité. Quelle est la probabilité d'occupation d'un niveau qui est dans le voisinage immédiat de E_C dans la bande conduction? Où se trouve E_{Fp} dans ces conditions?
Réponse : Par la formule de Joyce-Dixon (p.20 des notes) on a :
$\mathbf{E_{Fn} - E_C}$ = $0.026 \times [\ln(2.1 \times 10^6/4.7 \times 10^{17}) + 0.353(2.1 \times 10^6/4.7 \times 10^{17})]$ = **- 0.679 eV**
Le niveau de Fermi E_{Fn} est donc 0.679 eV sous E_C. La probabilité d'occupation d'un niveau près de E_C est donné par la formule de Fermi-Dirac (1) p. 16 des notes :
$f(E = E_C) = 1/[1 + \exp(0.679/.026)]$ = $\mathbf{4.5 \times 10^{-12}}$
Pour les trous on a:
$E_V - E_{Fp} = 0.026 \times [\ln(2.1 \times 10^6/7 \times 10^{18}) + 0.353(2.1 \times 10^6/7 \times 10^{18})]$ = **- 0.75 eV**
Le niveau de Fermi E_{Fp} est donc 0.75 eV au-dessus de E_V.

-b) (10 points) Un pompage par injection de courant est maintenant appliqué afin de créer une densité de paires d'électrons-trous de 2×10^{17} /cm^3 dans la région active. Calculer la position du niveau de Fermi E_{Fn} pour les électrons et du niveau de Fermi E_{Fp} pour les trous. Quelle est dans ce cas la probabilité d'occupation d'un niveau qui est dans le voisinage immédiat de E_C dans la bande conduction. Est-ce que cette densité d'électrons-trous est suffisante pour obtenir l'effet laser?

Réponse : $\mathbf{E_{Fn} - E_C}$ = $0.026 \times [\ln(2 \times 10^{17}/4.7 \times 10^{17}) + 0.353(2 \times 10^{17}/4.7 \times 10^{17})]$ = **- 18 meV**
Le niveau de Fermi E_{Fn} est donc 18 meV sous E_C.
La probabilité d'occupation d'un niveau tout près de EC est:
$f(E = E_C) = 1/[1 + \exp(0.018/.026)]$ = **0.33, i.e. 33%**.

$\mathbf{E_V - E_{Fp}}$ = $0.026 \times [\ln(2 \times 10^{17}/7 \times 10^{18}) + 0.353(2 \times 10^{17}/7 \times 10^{18})]$ = **- 0.92 meV**
Le niveau de Fermi E_{Fp} est donc 92 meV au-dessus de E_V.
La condition de Bernard-Duraffourg $E_{Fn} – E_{Fp}$ >Eg (voir p. 20 des notes) n'est pas satisfaite et **l'action laser ne peut pas avoir lieu**.

-c) (10 points) On augmente l'intensité du pompage jusqu'à ce que la densité d'électrons-trous atteigne $1.5 \times 10^{19}/cm^3$. Calculer les positions des niveaux de Fermi pour les électrons et les trous, ainsi que la largeur de bande en électrons-volts et en THz sur laquelle on pourra observer l'action laser. Quelle sera l'impulsion la plus courte que ce laser pourrait thréoriquement produire?

Réponse :
On a :
$\mathbf{E_{Fn} - E_C}$ = $0.026 \times [\ln(1.5 \times 10^{19}/4.7 \times 10^{17}) + 0.353(1.5 \times 10^{19}/4.7 \times 10^{17})]$ = **0.383 eV**
$\mathbf{E_V - E_{Fp}}$ = $0.026 \times [\ln(1.5 \times 10^{19}/7 \times 10^{18}) + 0.353(1.5 \times 10^{19}/7 \times 10^{18})]$ = **39 meV**
La condition de Bernard-Duraffourg est maintenant satisfaite sur une bande de 0.383 + 0.039 eV = **0.422 eV**.
On a: $\Delta hf = 0.422 \times 1.6 \times 10^{-19}$ J = 0.675×10^{-19} J.
$\Delta f = 0.675 \times 10^{-19}$ J/6.626×10^{-34} = **102 THz**.
La formule (7) p. 6 donne : Δt = 0.441/102 THz = **4.3 fs**.

Question # 3 (20 points) Les diodes.

-a) (7 points) Décrire trois phénomènes distincts qui se produisent quand deux régions dopées n et p sont mises en contact pour former une jonction pn. Durant le processus de formation de la jontion pn supposer qu'un fil électrique relie à l'extérieur les deux régions n et p, le tout ayant lieu dans l'obscurité.

Marc : compte pour bon n'importe laquelle des 5 phénomènes ci-dessous.

Réponse : Dans ce cas les figures de la page 30 des notes sont pertinentes. Les **électrons diffusent vers le côté p**, et **les trous diffusent vers le côté n**. Les deux sortes de porteurs de charge **se recombinent** et forment un ''no man's land'' où leur absence met en évidence deux **''champs de mines''** que constituent les régions de donneurs ionisés (charges positives fixes) et d'accepteurs ionisés (charges négatives fixes). Dans l'obscurité il n'y a aucun courant, de sorte que **le niveau de Fermi E_F est devenu parfaitement horizontal** (la dérivée de E_F suivant x donne le courant; avec celui-ci nul, la dérivée est nulle).

-b) (7 points) Quelle est l'origine physique de la barrière d'énergie potentielle eV_{bi} et expliquer le rôle qu'elle joue dans le comportement asymétrique d'une diode pour ce qui est de la caractéristique courant-tension.
Réponse : Les régions de charges fixes non-neutralisées donnent lieu à un champ électrique qui pousse les électrons vers la droite, les trous vers la gauche. Ce champ crée une barrière de potentiel telle que montrée dans la figure centrale p. 30 des notes, de hauteur eV_{bi}. La hauteur de la barrière en terme d'énergie d'un électron est eV_{bi}, où $e = 1.60 \times 10^{-19}$ Coulomb.
La barrière eV_{bi} est l'origine du comportement rectificateur de la diode. En polarisation directe (forward) la barrière est réduite et beaucoup plus d'électrons vont diffuser à travers la jonction conduisant ainsi un courant (figure du haut p. 32), tandis qu'en polarisation inverse (figure du bas p. 34) la barrière est augmentée et très peu d'électrons peuvent diffuser et ainsi conduire un courant.

-c) (6 points) Faire le design d'une diode qui aura un eV_{bi} de 1.3 eV à la température ambiente. Spécifier le matériau et les niveaux de dopants à être utilisés.

Réponse : Utilisant le graphique au bas de la page 30 on prend une diode de type n+-p de GaAs dopé à un niveau d'environ 2×10^{16} accepteurs/cm^3.
Autre réponse : À la page 30 au bas on note qu'avec un fort dopage n+ on a $E_{Fn} \approx E_C$. Donc cet écart de Fermi est environ zéro. La formule (2) p. 30 devient :
$E_g = E_{Fp} - E_V + eV_{bi}$
$1.424 = 0.026\ln(7 \times 10^{18} / N_a) + 1.3 \qquad 1.424 - 1.3 = 0.124 = 0.026\ln(7 \times 10^{18} / N_a)$
$\exp(0.124/0.026) = 7 \times 10^{18}/N_a$ d'où $N_a = 7 \times 10^{18}/118 = 5.9 \times 10^{16}/\text{cm}^3$.

Question # 4 (30 points): "Candle Power", électricité à partir de chandelles.

Durant une panne d'électricité on allume six chandelles et on les dispose à 52 cm (voir l'illustration) devant un panneau solaire photovoltaïque ayant les caractéristiques suivantes:

matériau : silicium
nombre de cellules individuelles en série électrique: 33;
dimensions de chaque cellule: 10 cm x 10 cm x 0.01 cm;
densité des dopants: $N_d = N_a = 8 \times 10^{16}/cm^3$;
temps de vie des porteurs minoritaires: 30 microsecondes.

-a) Avec le panneau en court-circuit on mesure un courant de 4.5 mA. Calculer le nombre de photons absorbés par seconde dans chaque cellule individuelle.

-b) Calculer le voltage produit par le panneau mis en circuit ouvert. En utilisant le même "fill factor" que pour le panneau exposé au soleil, i.e. 0.65, calculer la puissance qui sera produite par le panneau à son point optimum d'opération.

-c) Au point d'opération optimum combien de courants d'électrons différents peut-on identifier dans la photopile? Expliquer leur nature et leur origine, et donner leur ratio en supposant la même forme de courbe photocourant vs. photovoltage qui est observée au soleil.

-d) Avec des photopiles au silicium, quelle serait la longueur d'onde d'un faisceau laser qu'on pourrait convertir en puissance électrique avec le maximum de rendement, celui-ci étant défini par le ratio (puissance électrique produite par la photopile)/(puissance du faisceau laser incident)?

-e) Dans l'article de Business Week du 6 septembre 2004 intitulé ''Another dawn for solar power'', l'auteur Otis Port mentionne qu'un long temps de vie pour les porteurs de charge (''……the carrier lifetime, measured in milliseconds…..'') est avantageux pour augmenter l'efficacité des piles solaires. Expliquez pourquoi.

Réponses :
#4 ''Candle power''-a) Un courant mesuré de 4.5 mA signifie 4.5×10^{-3} Coulomb/seconde, ce qui veut donc dire que $4.5 \times 10^{-3}/1.60 \times 10^{-19} = 2.81 \times 10^{16}$ électrons quittent le côté n de la photopile, passent par le circuit externe, et vont se recombiner avec un nombre égal de trous produits du côté p de la photopile. Le nombre de photons absorbés par seconde dans chaque cellule 10cm x 10cm est égal au nombre de paires d'électrons-trous et est donc 2.81×10^{16} /sec. Avec les cellules en série c'est le même courant de 4.5 mA qui traverse les 33 cellules.

-b) On suit la démarche de la page 36. Le nombre de photons absorbés **par cm²** est 2.81×10^{14} par seconde. Comme ils ne vivent que 30 microsecondes la densité des porteurs minoritaires (électrons en région p, trous en région n) est:
$p_n = n_p = (2.81 \times 10^{14} \times 30 \times 10^{-6})/(0.01\ cm^3) = 8.43 \times 10^{11}\ /cm^3$.
Du côté n on a: $E_C - E_{Fn} = 0.026 \times \ln(3.22 \times 10^{19}/8 \times 10^{16}) = 0.156$ eV
$E_{Fn} - E_V = 0.026 \times \ln(1.83 \times 10^{19}/8.43 \times 10^{11}) = 0.439$ eV

La tension maximum que la photopile pourra produire en circuit ouvert est donc:

$E_{Fn} - E_{Fp} = 1.12 – 0.156 – 0.439 = 0.525$ eV.

Avec 33 piles en série la tension maximum du panneau sera 33 x 0.46 = 17.3 volts.

-b) Le ''fill factor'' à la page 32 est 0.65. C'est le ratio de la superficie à l'intérieur du pointillé divisé par la superficie $I_{max} \times E_{max}$. Il représente le compromis qu'il faut faire pour tirer la puissance maximum de la photopile. On a donc:

Puissance = 0.65 x 4.5 x 10^{-3} x 17.3 = 50 mWatts.
-c) Il y a un courant de dérive de photo-électrons qui descendent la pente de ski vers la droite (fig. de la page 36) qui vaut (2.4/2.8) x 4.5 mA = 3.8 mA, et un autre courant d'électrons qui diffusent vers la gauche en surmontant la pente de ski, ce dernier ayant pour valeur 4.5 – 3.8 = 0.7 mA. Le ratio des deux est donc 3.8/0.7 = 5.4.
La même déclaration s'applique pour les trous sauf que le sens est inversé.

-d) Ce serait un laser dont la longueur d'onde est tout juste suffisante pour produire une paire d'électrons-trous avec un excédent d'énergie très faible (juste assez pour avoir de l'absorption optique) au-dessus du gap, i.e hf = 1.12 + 0.1 = 1.22 eV. Dans ce cas les deux premières causes de perte de rendement énoncées à la page 32 des notes ne s'appliquent pas et la seule perte de rendement est le ''fill factor'' égal à 0.65. Le rendement maximum avec un tel laser s'approcherait donc de 65%.