

GEL-2000 ÉLECTROMAGNÉTISME

EXAMEN PARTIEL

Mercredi le 22 octobre 2014

NOM :

Instructions :

- Le seul document permis à l'examen est l'aide-mémoire.
- Répondez dans le cahier d'examen sur la page de droite uniquement.
- Indiquez votre nom et remettez ce questionnaire en même temps que votre cahier.
- Cet examen comporte **5 questions**. Vous devez faire les **3 premières questions**, et vous choisissez une question entre la 4^e et la 5^e.

Question 1 (30 points):

On considère un système constitué d'un matériau diélectrique, ayant une permittivité de $2\epsilon_0$, qui a la forme d'une coquille sphérique de rayon intérieur $r=A$ et de rayon extérieur $r=2A$. Une électrode métallique, placée sur la surface interne, porte une charge $+2Q$. Une électrode métallique placée sur la surface externe porte une charge $+Q$. La permittivité est ϵ_0 l'extérieur du diélectrique.

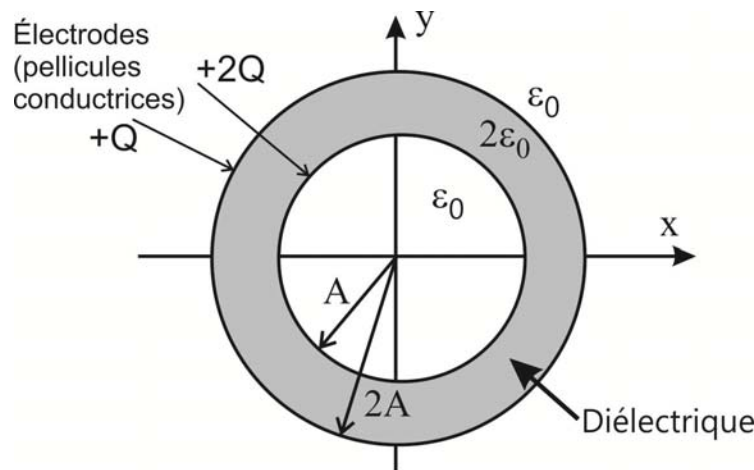


Figure 1

- Comment la charge se répartit-elle dans le système? Spécifiez les densités de charge présentes.
- Quelle est l'expression du champ électrique, \vec{E} , partout dans l'espace (de $r=0$ à $r=\infty$)? (**Q1.2.2**)
- Faites le graphique de l'amplitude du champ en fonction du rayon. Y a-t-il des discontinuités? Si oui à quel endroit et pourquoi.
- En utilisant le résultat trouvé en b), quelle est l'énergie contenue dans ce système électrostatique?

Question 2 (30 points)

On considère un fil d'une longueur finie (L), placé le long de l'axe z , qui porte une densité linéique de charge uniforme ρ_l . On s'intéresse à calculer le champ électrique à un point situé dans le plan y - z tel qu'indiqué sur la Figure 2.

- a) En coordonnées cartésiennes, l'expression générale du champ est donnée par

$$\vec{E}(0, y, z) = E_x(0, y, z)\hat{a}_x + E_y(0, y, z)\hat{a}_y + E_z(0, y, z)\hat{a}_z$$

Y a-t-il une ou plusieurs des composantes du champ (E_x , E_y ou E_z) qui sont nulles au point considéré dans le plan y - z ? (Q1.2.1)

- b) Écrivez les intégrales permettant de calculer la ou les composantes non-nulles du champ. Il n'est pas nécessaire de résoudre les intégrales.

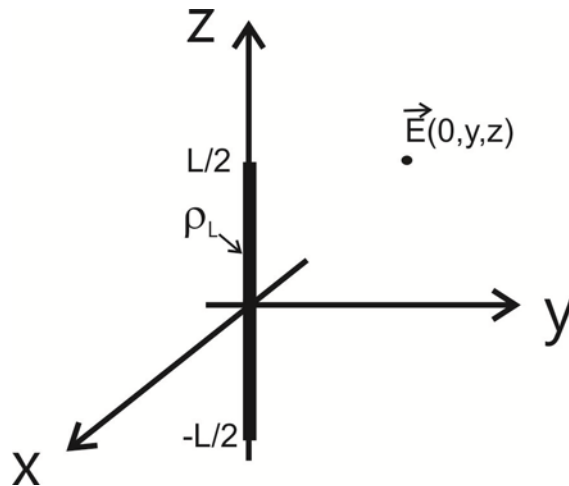


Figure 2

Question 3 (10 points) (Q1.2.3)

- a) Décrivez ce qu'est la susceptibilité électrique d'un matériau?
- b) Sachant que la permittivité réduite de l'eau est $\epsilon_r=80$, si on applique un champ électrique $|\vec{E}|=10 \text{ V/m}$, quelle sera la polarisation $|\vec{P}|$ dans l'eau?
- c) Si le dipôle permanent de l'eau a une valeur $|\vec{p}|= 6.16 \times 10^{-30} \text{ Cm}$ et que la densité des molécules d'eau est de $33 \times 10^{27} \text{ molécules/m}^3$, quel est le pourcentage effectif de molécules qui ont leur dipôle aligné sur le champ?

Question 4 (30 points)

On considère un semi-conducteur, de permittivité ϵ , portant une densité de charge volumique en $[C/m^3]$ telle que représentée sur le Figure 4. C'est-à-dire une région chargée négativement avec une densité de charge volumique uniforme $\rho_v = -\rho_0$ entre $-a < x < -a/2$, un matériau chargé positivement avec une densité de charge volumique uniforme $\rho_v = \rho_0$ entre $-a/2 < x < a/2$, et une densité de charge volumique uniforme $\rho_v = -\rho_0$ entre $a/2 < x < a$. On considère que le matériau a des dimensions infinies, c'est-à-dire des longueurs $\gg 2a$, dans les directions y et z .

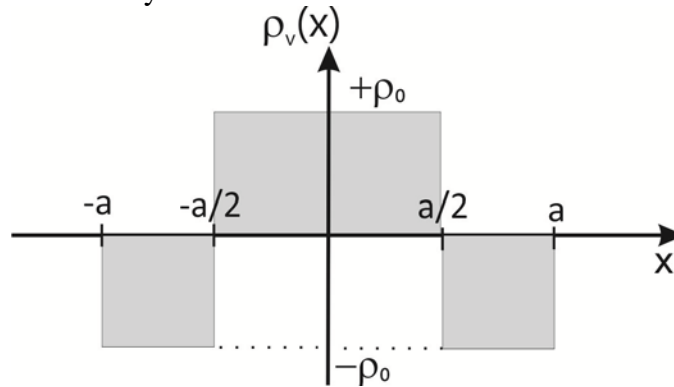


Figure 4

- a) En procédant par inspection, que pouvez-vous déduire sur la variation du champ électrique le long de l'axe x . En particulier :
- Quelle est la valeur de $\vec{E}(x)$ à $x=-a$ et à $x=a$?
 - Quel est(sont) l'endroit(les endroits) où le module du champ électrique est maximal?
 - Est-ce que le champ est continu ou discontinu. S'il y a des discontinuités, à quel endroit et pourquoi.
 - Faites un graphique indiquant la variation attendue du champ le long de l'axe x .

- b) En utilisant la loi de Poisson pour le potentiel, $\nabla^2 V = -\frac{\rho(x,y,z)}{\epsilon}$, en vous souvenant que

$\vec{E} = -\nabla V$, et en appliquant les conditions aux limites appropriées, trouvez l'expression précise du champ $\vec{E}(x)$ le long de l'axe x . Est-ce que l'expression obtenue est en accord avec votre graphique en a).

Question 5 (30 points):

On considère une électrode plane placée dans le plan x-y. L'électrode a une dimension infinie suivant \hat{x} et une largeur w suivant \hat{y} . Cette électrode transporte un courant total I_0 , en [A], suivant $+\hat{x}$ (Fig. 5a).

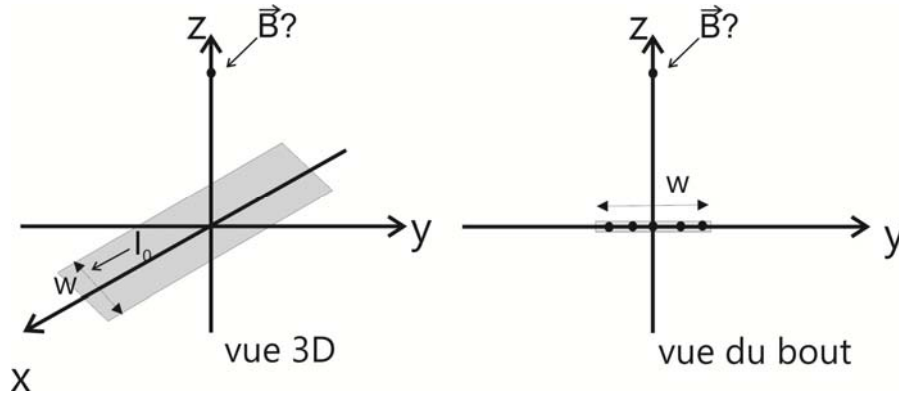


Figure 5a

- Quelle est la densité de courant de surface, \vec{J}_s , sur l'électrode?
- Quelle est l'orientation du champ magnétique \vec{B} pour un point situé le long d'un axe passant en son centre (axe z sur la Figure 5a)? Considérez $z>0$ et $z<0$.
- Quelle est l'expression du champ magnétique \vec{B} pour un point situé le long d'un axe passant en son centre (axe z sur la Figure 5a)?

On considère maintenant deux électrodes planes infinies placées dans le plan x-y. Ces électrodes, de largeur w suivant \hat{y} , transportent des courants I_0 , en [A], suivant $+\hat{x}$ et sont espacées d'une distance w (Fig.5b).

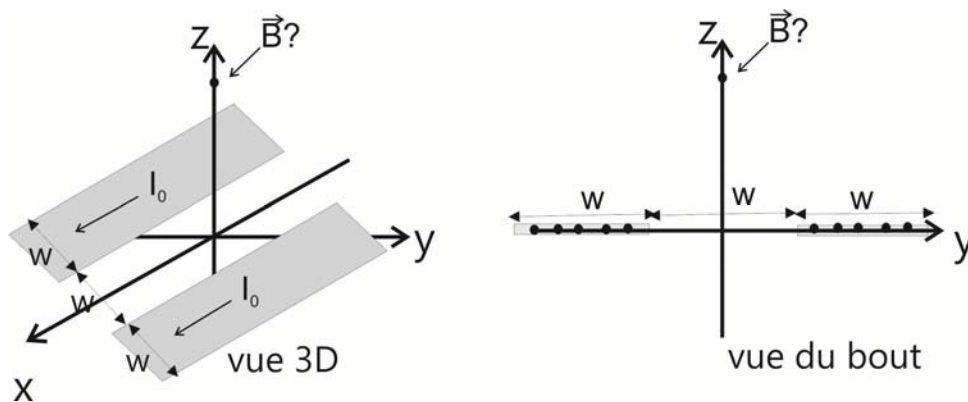


Figure 5b

- Quel sera l'orientation du champ \vec{B} le long de l'axe z situé à mi-chemin entre les deux électrodes?
- À partir du calcul ou de l'expression trouvés en b), comment feriez-vous pour calculer le champ sur l'axe? Expliquez. Il n'est pas nécessaire de faire le calcul.