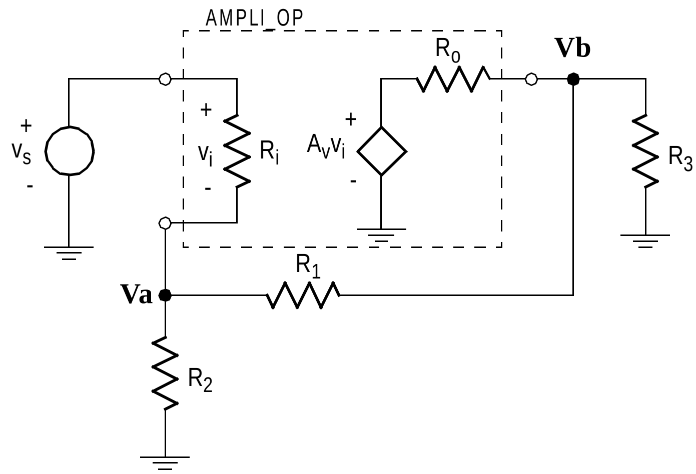
Corrigé du test no. 2

Question no.1

Soit le circuit montré dans la figure ci-contre. **Écrire** sous forme matricielle les équations d'équilibre en utilisant la *méthode des noeuds*.



Méthode des noeuds:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_i}+\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_1} \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_o}+\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_s}{R_i} \\ \frac{A_v v_i}{R_o} \end{bmatrix} \qquad (1)$$

On a: $v_i = v_s - V_a$

L'équation (1) devient:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_i}+\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_1} \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_o}+\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_s}{R_i} \\ \frac{A_v(v_s - V_a)}{R_o} \end{bmatrix} \qquad (2)$$

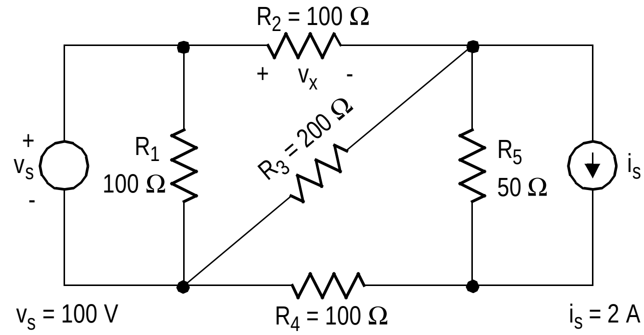
Finalement:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_i}+\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_1} \\ -\frac{1}{R_1}+\frac{A_v}{R_o} & \frac{1}{R_o}+\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_s}{R_i} \\ \frac{A_v v_s}{R_o} \end{bmatrix} \qquad (3)$$

Question no.2

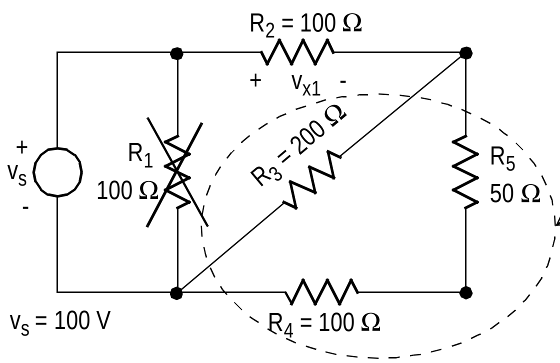
Soit le circuit montré dans la figure ci-contre. Calculer la tension v_x en utilisant une méthode de votre choix:

- superposition,
- méthode des noeuds,
- méthode des mailles,
- équivalents Thévenin, Norton,
- etc.



A. Méthode de superposition

1) On considère la source de tension v_s seule

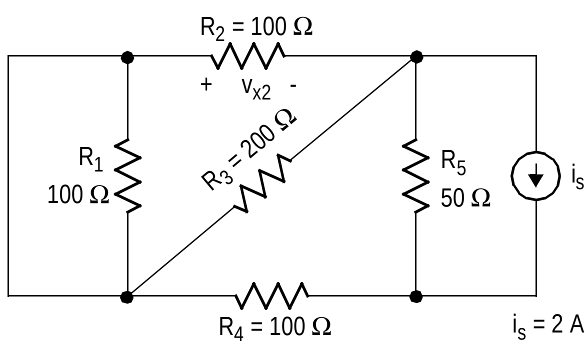


$$R_{eq1} = 200 \parallel (100 + 50) = 85.71\Omega$$

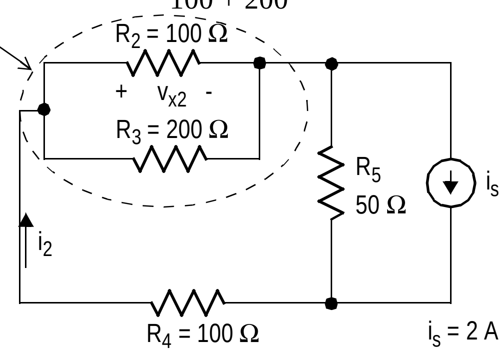
On calcule v_{x1} à l'aide du diviseur de tension:

$$v_{x1} = \frac{R_2}{R_2 + R_{eq1}} \times v_s = \frac{100}{100 + 85.71} \times 100 = 53.85\text{ V}$$

2) On considère la source de courant i_s seule



$$R_{eq2} = R_2 \parallel R_3 = \frac{100 \times 200}{100 + 200} = 66.67\Omega$$



On calcule le courant i_2 par la loi du diviseur de courant:

$$i_2 = \frac{50}{50 + (100 + 66.67)} \times i_s = 0.2308 \times 2 = 0.462\text{ A}$$

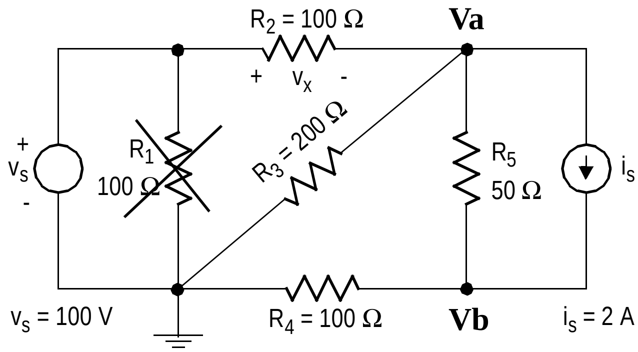
La tension v_{x2} est égale à: $v_{x2} = R_{eq2} \times i_2 = 66.67 \times 0.462 = 30.8\text{ V}$

3) Superposition des deux sources

La tension v_x est égale à la somme de v_{x1} et v_{x2}:

$$v_x = v_{x1} + v_{x2} = 53.85 + 30.8 = 84.65\text{ V}$$

B. Méthode des noeuds



Équations d'équilibre:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{100}+\frac{1}{200}+\frac{1}{50} & -\frac{1}{50} \\ -\frac{1}{50} & \frac{1}{100}+\frac{1}{50} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{100}{100}-2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.035 & -0.02 \\ -0.02 & 0.03 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

On calcule la tension V_a:

$$V_a = \frac{\begin{vmatrix} -1 & -0.02 \\ 2 & 0.03 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0.035 & -0.02 \\ -0.02 & 0.03 \end{vmatrix}} = \frac{0.01}{6.5\times 10^{-4}} = 15.38 \text{ V}$$

La tension v_x est égale à: $v_x = v_s - V_a = 100 - 15.38 = 84.62$ V

Question no.3

a) Exprimer la fonction f(t) suivante sous deux formes différentes: partie réelle d'une fonction exponentielle complexe et partie imaginaire d'une fonction exponentielle complexe:

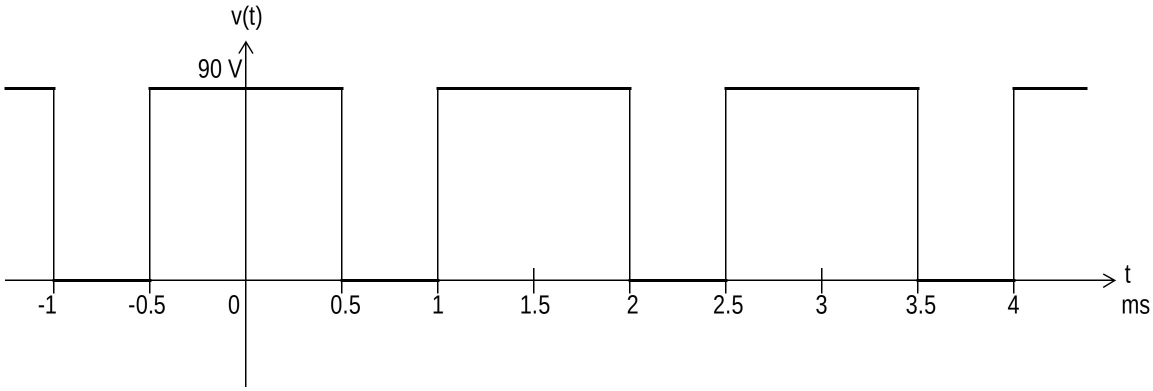
$$f(t) = 24e^{-0.5t}\cos(100t - 1.2)$$

On écrit: $f(t) = \mathrm{Re}\{24e^{-0.5t}e^{j(100t-1.2)}\} = \mathrm{Re}\{24e^{-j1.2}e^{(-0.5+j100)t}\}$

Aussi: $f(t) = \mathrm{Im}\{24e^{-0.5t}e^{j(100t-1.2+\pi/2)}\} = \mathrm{Im}\{24e^{j0.37}e^{(-0.5+j100)t}\}$

Réponse: $\boxed{f(t) = \mathrm{Re}\{24e^{-j1.2}e^{(-0.5+j100)t}\} = \mathrm{Im}\{24e^{j0.37}e^{(-0.5+j100)t}\}}$

b) Calculer la composante **continue** et la composante **fondamentale** de la tension périodique v(t) suivante:



La période de cette tension est: $T_0 = 1.5\times10^{-3}$

La fréquence est $f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{1.5\times10^{-3}} = 666.67\ \mathrm{Hz}$

La pulsation est $\omega_0 = 2\pi f_0 = 4188.8\ \mathrm{rad/s}$

La composante continue est égale à: $C_0 = \frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t)dt = \frac{1}{1.5\times10^{-3}}\int_{-0.5ms}^{0.5ms} 90dt = 60\ \mathrm{V}$

La composante fondamentale est donnée par:

$$C_1 = \frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t)e^{-j\omega_0 t}dt = \frac{1}{1.5\times10^{-3}}\int_{-0.5ms}^{0.5ms} 90e^{-j\omega_0 t}dt = \frac{90}{1.5\times10^{-3}}\times\frac{1}{-j\omega_0}\times e^{-j\omega_0 t}\Big|_{-0.5ms}^{0.5ms}$$

$$C_1 = \frac{90}{1.5\times10^{-3}}\times\frac{1}{-j\omega_0}\times[e^{-j2.0944} - e^{j2.0944}] = 28.65\sin(2.0944) = 24.81\ \mathrm{V}$$

La fondamentale de la tension v(t) sera donc:

$$v_1(t) = 49.62\cos(\omega_0 t)$$