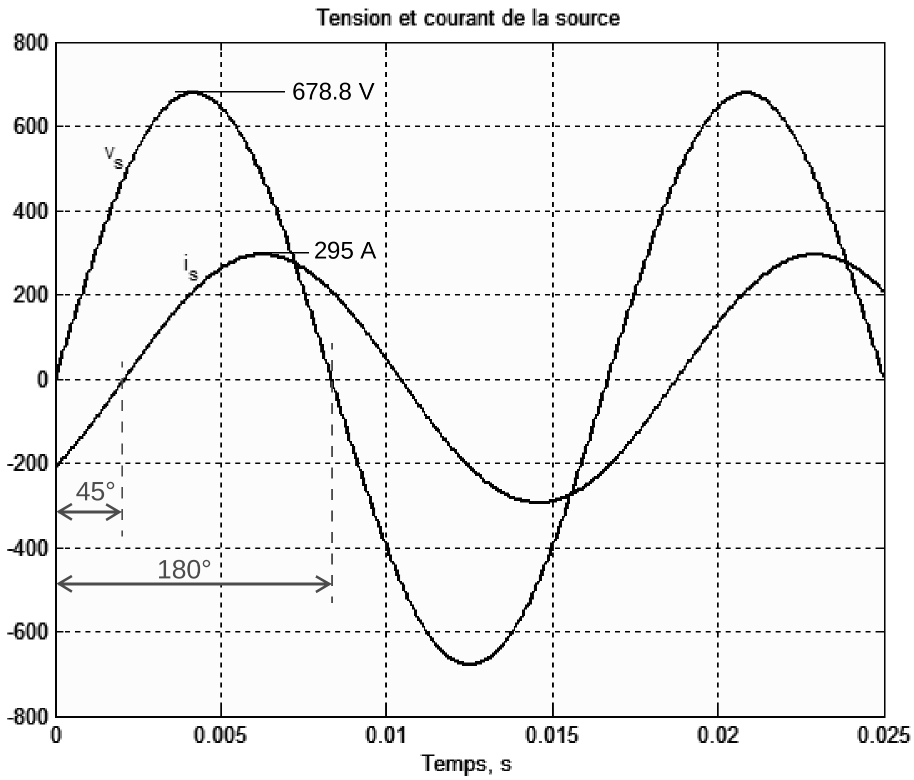
Corrigé de l'examen partiel H2003

Problème no. 1 (20 points)

a) (14 points)



Valeur efficace de la tension v_s: $V_s = 480$ V

Valeur efficace du courant i_s: $I_s = 208.6$ A

Le déphasage entre i_s et v_s est déterminé à l'aide des formes d'ondes: $\phi = \pi/4$

Le courant i_s est en retard de phase par rapport à la tension v_s. La charge **Z** est une charge inductive:

$$\mathbf{Z} = R + jX = \frac{\mathbf{V_s}}{\mathbf{I_s}} = \frac{480\angle 0}{208.6\angle -\pi/4} = 2.3\angle \pi/4\Omega = (1.626 + j1.626)\Omega$$

La puissance complexe dans **Z**:

$$\mathbf{S} = \mathbf{VI}^* = (480\angle 0)(208.6\angle \pi/4) = 100128\angle \pi/4 = 70801 + j70801$$

Puissance active: $P = 70801$ W

Puissance réactive: $Q = 70801$ VAR

Pour amener **Z** à la résonance, on doit annuler la puissance réactive de **Z** par la puissance réactive de C:

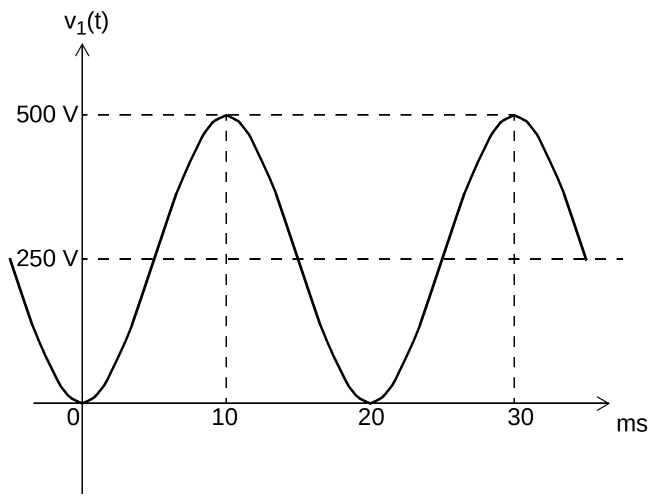
$$Q_C = 70801\text{VAR} = \frac{(V_s)^2}{X_C} = \frac{(480)^2}{X_C}$$

On déduit: $X_C = \dfrac{(480)^2}{70801} = 3.254\Omega$

La valeur de C est: $C = \frac{1}{(X_C)\omega} = \frac{1}{(3.254)(120\pi)} = 815\mu F$

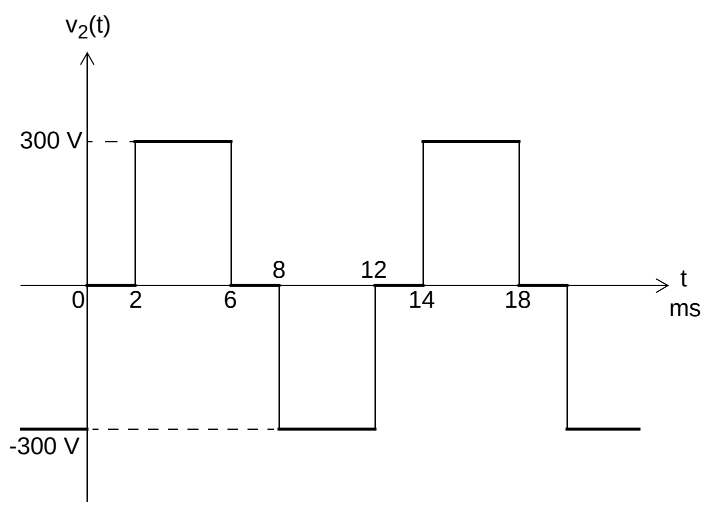
Le facteur de résonance de la charge est: $Q = \frac{Q_C}{P} = \frac{Q_L}{P} = \frac{70801}{70801} = 1$

b) (6 points)



On a: $v_1(t) = 250 + 250\cos(\omega t)$

La valeur efficace de $v_1(t)$ est: $V_1(\text{eff}) = \sqrt{(250)^2 + \left(\frac{250}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{93750} = 306.18V$



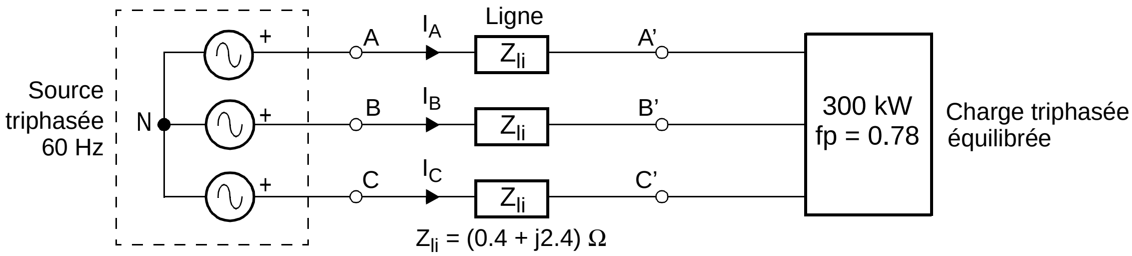
La période de $v_2(t)$ est:

$T_0 = 12$ ms

La valeur efficace de $v_2(t)$ est calculée par la relation suivante:

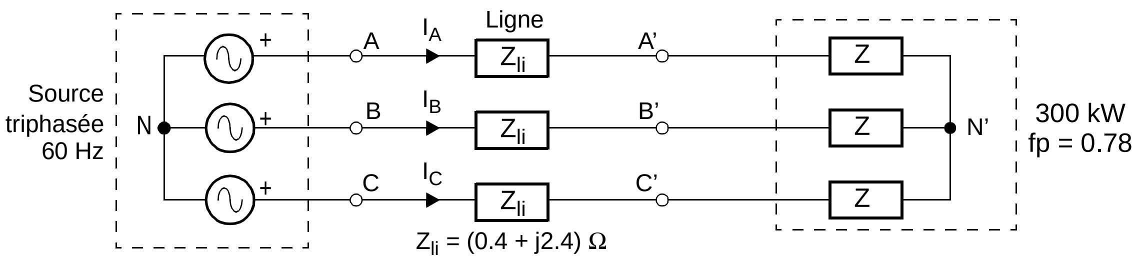
$$V_2(\text{eff}) = \sqrt{\frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} v_2^2(t)dt} = \sqrt{\frac{1}{12}[300^2 \times 4 + 300^2 \times 4]} = \sqrt{\frac{2}{3}} \times 300 = 244.95V$$

Problème no. 2 (20 points)



La tension ligne-ligne à la charge est égale à 2380 V.

a) La charge triphasée peut-être représentée par une charge en Y:



Valeur efficace du courant I_A: $$I_A = \frac{P}{\sqrt{3}V_{LL} \times fp} = \frac{300000}{\sqrt{3} \times 2380 \times 0.78} = 93.3\text{A}$$

La tension ligne-neutre à la charge $V_{A'N'}$ est prise comme référence de phase:

$$\mathbf{V}_{A'N'} = 1374.1\angle 0\ \text{V}$$

Le courant de ligne IA est en retard de phase d'un angle de ϕ = acos(0.78) = 38.74° par rapport à la tension $V_{A'N'}$:

$$I_A = 93.3\angle -38.74°\ \text{A}$$

La tension ligne-neutre à la source est égale à:

$$\mathbf{V}_{AN} = \mathbf{V}_{A'N'} + \mathbf{Z}_{li}\mathbf{I}_A = 1374.1\angle 0 + (0.4 + j2.4)(93.3\angle -38.74°)$$

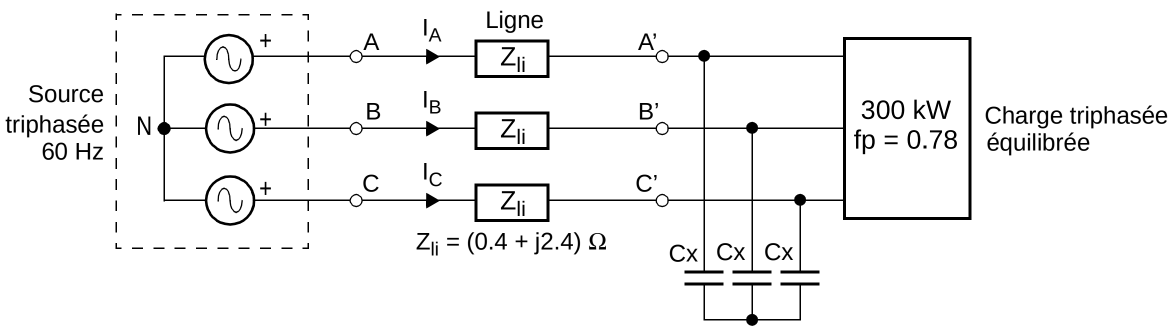
$$\mathbf{V}_{AN} = 1543.3 + j151.3 = 1550.7\angle 5.6°\ \text{V}$$

La tension ligne-ligne à la source est égale à: $$V_{AB} = \sqrt{3}V_{AN} = \sqrt{3} \times 1550.7 = 2686\ \text{V}$$

La puissance dissipée en chaleur sur la ligne de transport:

$$\text{Pertes} = 3 \times R_{li} \times I_A^2 = 3 \times 0.4 \times (93.3)^2 = 10446\text{W}$$

b) L'angle de la charge après compensation: $\phi' = \mathrm{acos}(0.90) = 25.84°$



Puissance réactive avant compensation:

$$Q = P \times \tan\phi = 300000 \times \tan(38.74°) = 240690\mathrm{VAR}$$

Puissance réactive après compensation:

$$Q' = P \times \tan\phi' = 300000 \times \tan(25.84°) = 145300\mathrm{VAR}$$

Puissance réactive fournie par les trois condensateurs:

$$Q_C = Q - Q' = 240690 - 145300 = 95390\mathrm{VAR}$$

Puissance réactive fournie par un condensateur:

$$Q_{Cx} = \frac{Q_C}{3} = \frac{95390\mathrm{VAR}}{3} = 31797\mathrm{VAR}$$

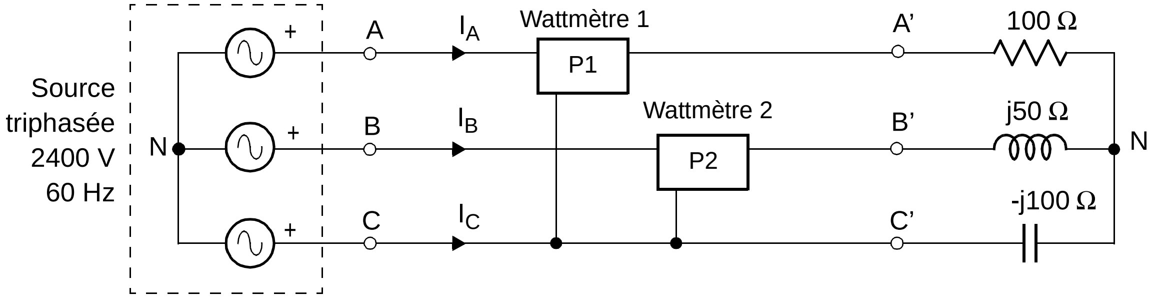
Réactance d'un condensateur Cx: $X_{Cx} = \frac{(V_{A'N'})^2}{Q_{Cx}} = \frac{(1374.1)^2}{31797} = 59.38\Omega$

Valeur d'un condensateur Cx: $Cx = \frac{1}{\omega X_{Cx}} = \frac{1}{120\pi \times 59.38} = 44.7\mu\mathrm{F}$

Courant efficace dans un condensateur Cx:

$$I_{Cx} = \frac{V_{A'N'}}{X_{Cx}} = \frac{1374.1}{59.38} = 23.14\mathrm{A}$$

<u>Problème no. 3</u> (20 points)



a) On convertit la charge Y en Δ:

$$Z_{AB} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_C} = \frac{5000 - j5000}{-j100} = (50 + j50)\Omega = (70.71\angle 45°)\Omega$$

$$Z_{BC} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_A} = \frac{5000 - j5000}{100} = (50 - j50)\Omega = (70.71\angle -45°)\Omega$$

$$Z_{CA} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_B} = \frac{5000 - j5000}{j50} = (-100 - j100)\Omega = (141.42\angle -135°)\Omega$$

Les courants de triangle:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{2400\angle 30°}{70.71\angle 45°} = 33.94\angle -15° \text{ A}$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{2400\angle -90°}{70.71\angle -45°} = 33.94\angle -45° \text{ A}$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{2400\angle 150°}{141.42\angle -135°} = 16.97\angle -75° \text{ A}$$

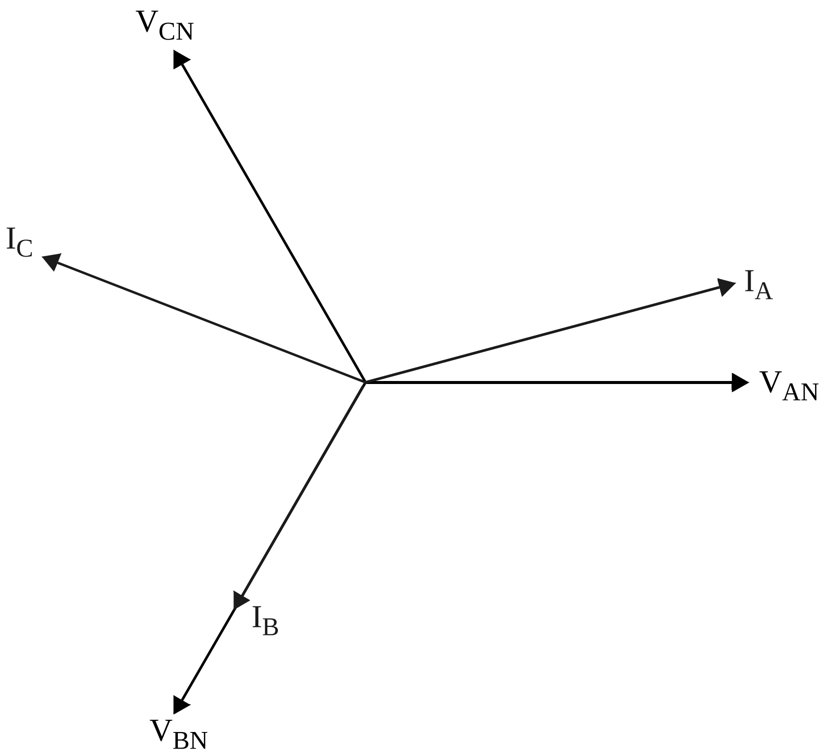
Les courants de ligne:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA} = (33.94\angle -15°) - (33.94\angle -15°) = 29.39\angle 15° \text{ A}$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB} = (33.94\angle -45°) - (33.94\angle -15°) = 17.57\angle -120° \text{ A}$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC} = (16.97\angle -75°) - (33.94\angle -45°) = 21.03\angle 158.8° \text{ A}$$

Diagramme vectoriel



b)

Indication du wattmètre no. 1: $P_1 = V_{AC} I_A \cos\theta_1$ θ_1 = angle entre V_{AC} et I_A

$$P_1 = 2400 \times 29.39 \times \cos(-30° - 15°) = 49876\text{W}$$

Indication du wattmètre no. 2: $P_2 = V_{BC} I_B \cos\theta_2$ θ_2 = angle entre V_{BC} et I_B

$$P_2 = 2400 \times 17.57 \times \cos(-90° + 120°) = 36519\text{W}$$

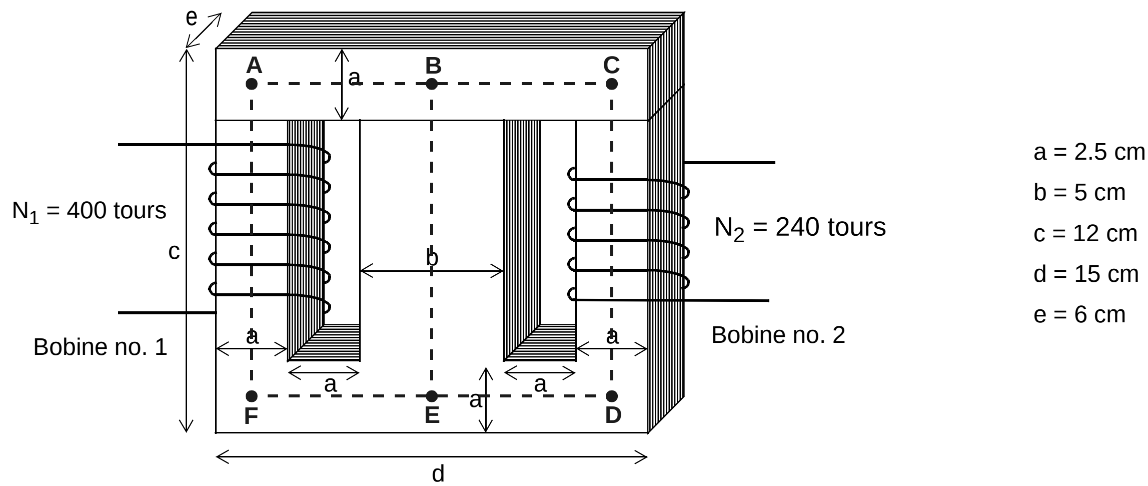
La somme P1+P2 = 49876+36519 = 86395 W représente la puissance active totale dans la charge.

La puissance dissipée dans la résistance de 100 Ω:

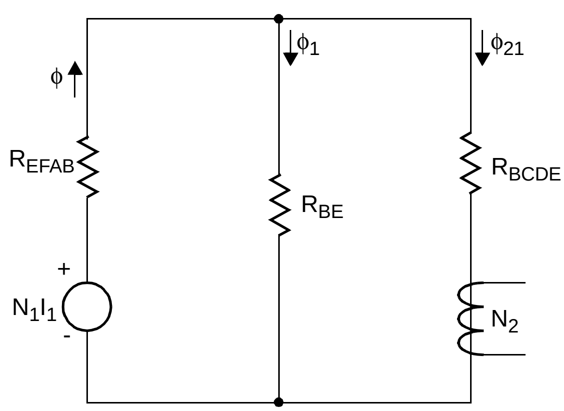
$$P_R = 100 \times I_A \times I_A = 100 \times 29.39 \times 29.39 = 86377\text{W}$$

On peut remarquer que P_R = P1 + P2.

Problème no. 4 **(20 points)**



a) Circuit équivalent du système électromagnétique:



On calcule les valeurs des réluctances.

$$R_{EFAB} = \frac{\ell_{EFAB}}{\mu A} = \frac{0.22}{3500(4\pi\times10^{-7})(15\times10^{-4})} = 3.3347\times10^{4}\ \mathrm{A.t/Wb}$$

$$R_{BCDE} = R_{EFAB} = 3.3347\times10^{4}\ \mathrm{A.t/Wb}$$

$$R_{BE} = \frac{\ell_{BE}}{\mu A} = \frac{9.5\times10^{-2}}{3500(4\pi\times10^{-7})(30\times10^{-4})} = 7.2\times10^{3}\ \mathrm{A.t/Wb}$$

- L'inductance propre de la bobine no. 1 est égale à:

$$L_1 = \frac{N_1^{\,2}}{R_{eq1}}$$ où R_{eq1} est la réluctance vue par la bobine no. 1

On a: $$R_{eq1} = R_{EFAB} + (R_{BE} \parallel R_{BCDE})$$

$$R_{eq1} = 3.3347\times10^{4} + (7.2\times10^{3} \parallel 3.3347\times10^{4}) = 3.9268\times10^{4}\ \mathrm{A.t/Wb}$$

Donc: $$L_1 = \frac{400^2}{3.9268\times10^{4}} = 4.075\ \mathrm{H}$$

- L'inductance propre de la bobine no. 2 est égale à:

$$L_2 = \frac{N_2^{\ 2}}{R_{eq2}}$$ où R_{eq2} est la réluctance vue par la bobine no. 2

On a: $$R_{eq2} = R_{BCDE} + (R_{BE} \| R_{EFAB})$$

$$R_{eq2} = 3.3347\times10^4 + (7.2\times10^3 \| 3.3347\times10^4) = 3.9268\times10^4 \text{ A.t/Wb}$$

Donc: $$L_2 = \frac{240^2}{3.9268\times10^4} = 1.467 \text{ H}$$

- Pour calculer l'inductance mutuelle on alimente la bobine no. 1 avec un courant I_1 et on calcule le flux magnétique total couplé à la bobine no. 2 ($\lambda_{21} = N_2\phi_{21}$)

Le flux magnétique créé par la bobine no. 1 est: $$\phi = \frac{N_1I_1}{R_{eq1}} = \frac{400I_1}{3.9268\times10^4} \text{ Wb}$$

Le flux magnétique couplé à la bobine no. 2 est calculé à l'aide de la loi du diviseur de courant:

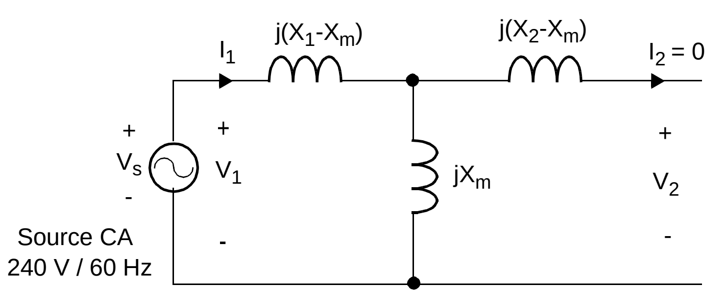
$$\phi_{21} = \frac{R_{BE}}{R_{BE} + R_{BCDE}} \times \phi = \frac{7.2\times10^3}{7.2\times10^3 + 3.3347\times10^4} \times \frac{400I_1}{3.9268\times10^4} = \frac{400I_1}{2.2114\times10^5} \text{ Wb}$$

Le flux total couplé à la bobine no. 2 est donc:

$$\lambda_{21} = N_2\phi_{21} = \frac{240(400)I_1}{2.2114\times10^5} = 0.434I_1$$

L'inductance mutuelle est égale à: $$M = \frac{N_2\phi_{21}}{I_1} = \frac{0.434I_1}{I_1} = 0.434 \text{ H}$$

b) On trace le circuit équivalent du système pour le cas où la deuxième bobine est en circuit ouvert:



$j(X_1\text{-}X_m) = j\omega(L_1\text{-}M) = j1372.4\ \Omega$

$jX_m = j\omega M = j163.7\ \Omega$

$j(X_2\text{-}X_m) = j\omega(L_2\text{-}M) = j389.3\ \Omega$

Le courant dans la bobine 1 est:

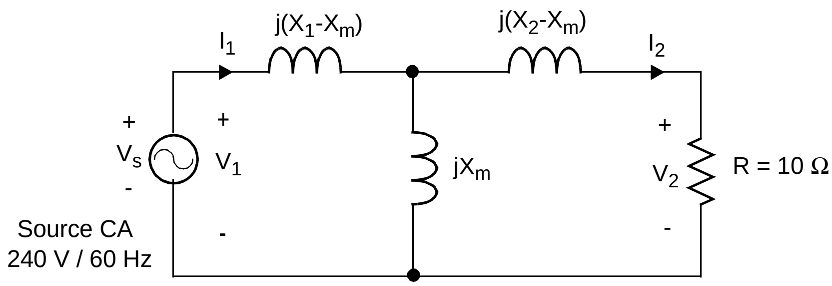
$$I_1 = \frac{V_1}{j(X_1 - X_m) + jX_m} = \frac{V_1}{jX_1} = \frac{240\angle0°}{j120\pi L_1} = \frac{240\angle0°}{j1536.1} = 0.156\angle{-90°} \text{ A}$$

La valeur efficace du courant I_1 est donc 0.156 A.

La tension V_2 est calculé par la loi du diviseur de tension:

$$V_2 = \frac{X_m}{(X_1 - X_m) + X_m} \times V_1 = \frac{X_m}{X_1} \times V_1 = \frac{163.7}{1536.1} \times 240 = 25.6 \text{ V}$$

Le circuit équivalent du système pour le cas où une résistance de 10 Ω est connectée à la deuxième bobine:



$j(X_1\text{-}X_m) = j\omega(L_1\text{-}M) = j1372.4\ \Omega$

$jX_m = j\omega M = j163.7\ \Omega$

$j(X_2\text{-}X_m) = j\omega(L_2\text{-}M) = j389.3\ \Omega$

Le courant dans la bobine 1 est:

$$I_1 = \frac{V_1}{j(X_1 - X_m) + [jX_m \parallel (j(X_2 - X_m) + R)]} = \frac{240\angle 0°}{(j1372.4) + (j163.7 \parallel (j389.3 + 10))}$$

$$I_1 = \frac{240\angle 0°}{0.8756 + j1487.6} = 0.161\angle -89.97°\ \mathrm{A}$$

La valeur efficace du courant I_1 est donc 0.161 A.

Le courant I_2 est calculé par la loi du diviseur de courant:

$$I_2 = \frac{jX_m}{jX_m + [j(X_2 - X_m) + R]} \times I_1 = \frac{j163.7}{j163.7 + (j389.3 + 10)} \times 0.161\angle -89.97° = 0.048\angle -88.9°\ \mathrm{A}$$

La tension V_2 est égale à:

$$V_2 = RI_2 = 10 \times 0.048\angle -88.9° = 0.48\angle -88.9°\ \mathrm{V}$$

La valeur efficace de la tension V_2 est donc 0.48V.