

**Examen partiel du 1<sup>er</sup> mars 2012**

Tous les documents sont permis à l'examen. Pour la résolution des problèmes vous pouvez utiliser tous les graphiques et les équations des notes de cours, du livre et des solutions aux exercices sans les dériver à nouveau.

Constantes utiles :

$$c=3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$h=6.6 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

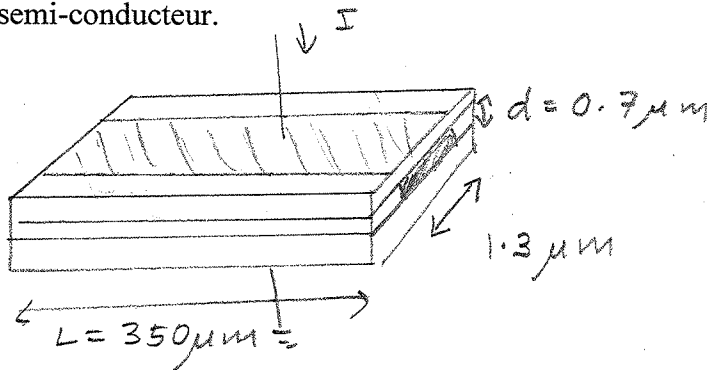
$$q=1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Cet examen comporte *trois pages* et *trois questions*.

---

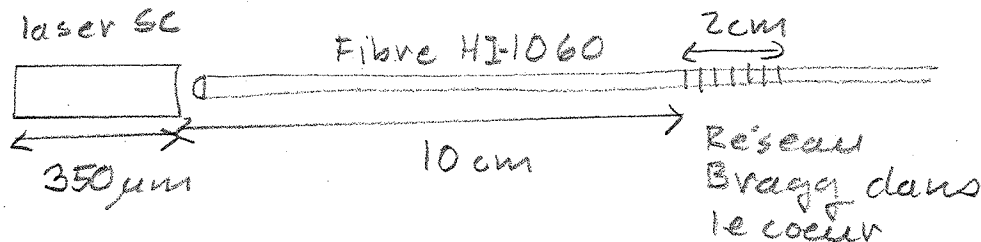
**Question #1 (60 points) :**

On considère un laser à semi-conducteur de type Fabry-Perot opérant à 980 nm dont la région active a une épaisseur  $d=0.7 \mu\text{m}$ , une largeur  $w=1.3 \mu\text{m}$  et une longueur  $L=350 \mu\text{m}$ . Le coefficient de pertes en puissance dans la cavité est de  $\bar{\alpha}=4 \text{ cm}^{-1}$  et le temps de vie par désexcitation radiative est de  $\tau_R=4.5 \text{ ns}$ . L'indice de réfraction dans la région active est  $n \approx n_{\text{eff}} \approx n_g \approx 3.5$ . Lorsque l'on injecte le maximum de courant, le coefficient de gain en puissance du milieu de gain peut atteindre  $\Gamma g=50 \text{ cm}^{-1}$ . Aucun miroir ou revêtement n'est appliqué sur les surfaces du semi-conducteur.



- Quelle est la réflectivité en puissance aux facettes du laser?
- Quel sera l'espacement des modes de la cavité, exprimez votre réponse en GHz et en nm?
- Quel est le temps de vie des photons dans la cavité?
- Est-ce que le gain est suffisant pour obtenir une émission laser?

On considère le même système où l'on applique maintenant un revêtement anti-reflet à une extrémité du laser. À cette même extrémité, on introduit une micro-lentille suivie d'une fibre optique HI-1060 dont les caractéristiques sont données ci-bas. Dans la fibre optique se trouve un réseau de Bragg qui est placé à une distance de 10 cm de l'extrémité du laser. La distance entre la micro-lentille et le laser à semi-conducteur, ainsi que l'épaisseur de la lentille sont négligeables.



	HI-1060
Ouverture numérique (NA)	0.14
Longueur d'onde de coupure du mode $LP_{11}$ ( $\lambda_c$ )	920 nm

- Combien de modes  $LP_{lm}$  à 980 nm sont guidés par la fibre optique HI-1060?
- Considérant que la fibre HI-1060 est une fibre à saut d'indice dont la gaine est faite de silice ( $n_{\text{silice}}=1.453$  à 980 nm), quel est l'indice effectif du mode fondamental? Vous pouvez utiliser une solution graphique.
- Quel est le rayon modal du mode fondamental à 980 nm?
- Quelle fraction de la puissance du mode fondamental à 980 nm se propage dans le cœur? Faites le calcul à partir de la valeur trouvée en g).
- Quelle doit être la période du réseau de Bragg pour réfléchir le signal à 980 nm?
- Si la modulation d'indice du réseau de Bragg est de  $\Delta n=0.5 \times 10^{-4}$  et que la longueur du réseau est de 2 cm, quelle est sa réflectivité à 980 nm? On considère que la perturbation d'indice est uniforme dans le cœur de fibre optique et nulle dans la gaine.
- Considérant des pertes de couplage de 0.5 dB entre la diode laser et la fibre optique, et considérant de plus que les revêtements anti-reflet sur la diode et la micro-lentille sont idéaux, est-ce qu'il y aura une émission laser? Justifiez votre réponse.
- Selon les conditions décrites en k), quel est maintenant le gain  $\Gamma g$  au seuil?
- Quelle est la largeur spectrale du pic de réflexion principal du réseau de Bragg (entre les deux premiers zéros)? Exprimez votre réponse en nm et GHz.
- Quel est l'espacement des modes longitudinaux en présence de la cavité externe?
- D'après-vous l'émission laser sera-t-elle monomode ou multimode?

### Question #2 (25 points) :

On considère une fibre optique dopée avec des ions d'erbium permettant d'amplifier un signal à  $\lambda=1550$  nm à l'aide d'un laser pompe à 980 nm. Les sections efficaces d'absorption et d'émission à la longueur d'onde du signal sont  $\sigma_a=3.0 \times 10^{-25} \text{ m}^2$  et  $\sigma_e=3.7 \times 10^{-25} \text{ m}^2$ . En vous référant à l'équation d'évolution de la puissance signal vue en classe (p.5-22):

$$g(z) = \Gamma_s [\sigma_{e,s} N_2(z) - \sigma_{a,s} N_1(z)] \quad \text{et} \quad \frac{dP_s(z)}{dz} = g(z) P_s(z)$$

Où  $N_2(z)$  est la population d'ions excités au niveau métastable (niveau 2) et  $N_1(z)$  est la population d'ions dans le niveau fondamental (niveau 1), et de plus  $N_2(z) + N_1(z) = N_{\text{tot}}$  où  $N_{\text{tot}}$  est la densité d'ions erbium dans la fibre (en  $\text{m}^{-3}$ ).

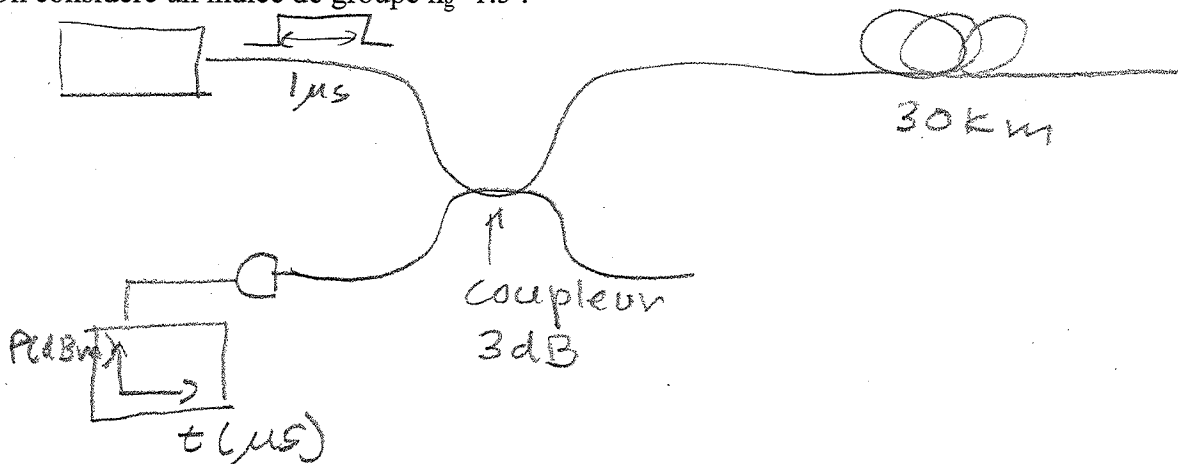
- a) Lorsqu'un très court segment de fibre optique (10 cm) est pompé de façon à obtenir une inversion complète, le gain  $G$  d'un très faible signal à 1550 nm est de 1 dB.

Quel est alors le coefficient de gain  $g$  en  $\text{m}^{-1}$ ? Quelle hypothèse faites-vous pour déduire cette valeur?

- b) On réalise un amplificateur optique de plusieurs mètres à l'aide de cette fibre. Démontrez que le gain  $G$  de l'amplificateur pour le signal dépend de l'inversion moyenne des populations, c'est-à-dire  $\bar{N}_2 - \bar{N}_1$  où le surligné représente la moyenne des populations faite sur la longueur de la fibre de 0 à  $L$ .
- c) Considérant que l'inversion moyenne normalisée par la population totale d'ions erbium  $(\bar{N}_2 - \bar{N}_1)/N_{\text{tot}}$  est de 0.2, quel sera le gain  $G$  de l'amplificateur pour un signal à 1550 nm si la longueur de fibre optique est de 10 m?

### Question #3 (15 points) : OTDR

On injecte une impulsion OTDR de 1  $\mu\text{s}$  avec une puissance crête de 15 dBm dans une fibre optique d'une longueur de 30 km caractérisée par un coefficient d'atténuation de 0.2 dB/km. Si la puissance rétrodiffusée par les premières dizaines de mètres de fibres au photodétecteur est de -40 dBm, faites le graphique de la **puissance détectée** (en dBm) en fonction du **temps** (en  $\mu\text{s}$ ). On considère un indice de groupe  $n_g=1.5$ .



$$c.a) R = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2} = \left(\frac{2.5}{4.5}\right)^2 = 30.9\% = 31\%$$

$$b) \Delta\nu = \frac{c}{2nL} = 122.45 \text{ GHz} \quad \Delta\lambda = \frac{\Delta\nu \lambda^2}{c} = 0.39 \text{ nm}$$

$$c) \frac{1}{\sigma_p} = \sigma_g (\bar{\alpha} + \alpha_{\text{mirr}}) = \sigma_g \left( \bar{\alpha} + \frac{1}{2L} \ln\left(\frac{1}{R^2}\right) \right)$$

$$\frac{1}{\sigma_p} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m}}{3.5 \text{ s}} \left( 4 \frac{1}{\text{cm}} \frac{100 \text{ cm}}{\text{m}} + \frac{1}{2} \frac{1}{0.35 \text{ mm}} \times 10^3 \frac{\text{mm}}{\text{m}} \ln\left(\frac{1}{0.309^2}\right) \right)$$

$$\Rightarrow \sigma_p = 3.1 \text{ ps}$$

$$d) \text{ seuil } \Gamma_g \geq \bar{\alpha} + \alpha_m = 4 + \frac{1}{2} \frac{1}{0.035} \ln\left(\frac{1}{0.309^2}\right)$$

$$\Gamma_g \geq 37.6 \quad \underline{\text{oui}}$$

e) 1 seul, LP<sub>01</sub>

$$f) V = \frac{2\pi a}{\lambda} NA = 2.4 \times \frac{0.92}{0.98} = 2.25$$

$$\text{graphique} \Rightarrow b \approx 0.45 = \frac{n_{\text{eff}} - 1.453}{\Delta n}$$

$$\text{avec } NA = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} \approx (2n \Delta n)^{1/2}$$

$$M \approx \frac{NA^2}{2n} = 0.0067 \quad \text{ou } n_1 \approx 1.4597$$

$$n_{\text{eff}} = 0.45 \times 0.0067 + 1.453 = 1.456$$

$$g) r_0 = a \left( 0.65 + \frac{1.619}{V^{3/2}} + \frac{2.879}{V^6} \right) = 1.15a = 2.89 \mu\text{m}$$

$$\text{avec } a = \frac{2.25 \times 0.98}{2\pi NA} = 2.5 \mu\text{m}$$

$$h) T = \frac{\int_0^a e^{-2n^2/r_0^2} r dr}{\int_0^\infty e^{-2n^2/r_0^2} r dr} = 1 - e^{-2a^2/r_0^2} = 1 - e^{-2/(1.15)^2}$$

$$\boxed{T = 78\%}$$

$$j) \lambda = 2nL \Rightarrow L = \frac{0.98}{2 \times 1.456} = 0.336 \mu\text{m} = 336 \text{ nm}$$

$$i) \kappa = \frac{\pi \Delta n}{\lambda} \Gamma = 125 \text{ m}^{-1} \quad \kappa L = 2.5 \quad R = \tanh^2(\kappa L)$$

$$R = 97\%$$

k) pertes maintenant  $R_{\text{equi}} = 0.89 \times 0.97 \times 0.89$   
 $R_{\text{equi}} = 0.77$   
 oui il y aura émission laser.

l) on doit avoir

$$e^{2\Gamma_g L_{sc}} R_1 \eta R_2 \eta e^{2\bar{\alpha} L_{sc}} = 1$$

$$\Gamma_g \geq \bar{\alpha} + \frac{1}{2L_{sc}} \ln \left( \frac{1}{R_1 R_2 \eta^2} \right)$$

$$\geq 4 + 20.5 \Rightarrow \text{oui!} \quad \Gamma_g = 24.5 \text{ cm}^{-1}$$

$$m) \Delta\lambda_{\text{FWO}} = \frac{\lambda^2}{n_{\text{eff}} L} \sqrt{\left(\frac{\kappa L}{\pi}\right)^2 + 1} = \frac{0.98 \times 10^{-6} \times 980}{1.456 \times 0.02} \sqrt{\left(\frac{2.34}{\pi}\right)^2 + 1}$$

$$\Delta\lambda_{\text{FWO}} = 0.044 \text{ nm} \quad \Delta\nu = 13.6 \text{ GHz}$$

$$n) \Delta\nu = \frac{c}{2(n_{sc} L_{sc} + n_f L_f)} \approx \frac{c}{2n_f L_f} \approx \frac{3 \times 10^8}{2 \times 1.456 \times 0.1}$$

$$\Delta\nu \approx 1 \text{ GHz} \quad \Delta\lambda \approx 0.003 \text{ nm}$$

o) Probablement multimode.

(3)

Q2

1.  $\lambda_s = 1550 \text{ nm}$ ,  $\sigma_{as} = 3 \times 10^{-25} \text{ m}^2$ ,  $\sigma_{es} = 3.7 \times 10^{-25} \text{ m}^2$   
 $\lambda_p = 980 \text{ nm}$

$$g(z) = \Gamma_s [\sigma_{es} N_2(z) - \sigma_{as} N_1(z)] \quad \text{et} \quad \frac{dP_s(z)}{dz} = g(z) P_s(z)$$

$$N_1(z) + N_2(z) = N_{\text{tot}}$$

a) sous l'hypothèse d'émission stimulée négligeable et de gain uniforme et constant :  $g(z) = g_0$

$$\frac{dP_s}{dz} = g_0 P_s \quad \Rightarrow \quad P_s(L) - P_s(0) = e^{g_0 L}$$

$$G = 10 \log_{10} \left( \frac{P_s(L)}{P_s(0)} \right) = 10 g_0 L \log_{10} e$$

$$g_0 = \frac{1}{10 L \log_{10} e} = \frac{1}{\log_{10} e}$$

$$\boxed{g_0 = 2.3 \text{ m}^{-1}}$$

b) En utilisant les équations données

$$\int_{P_s(0)}^{P_s(L)} \frac{dP_s}{P_s} = \int_0^L \Gamma_s (\sigma_{es} N_2(z) - \sigma_{as} N_1(z)) dz$$

$$\ln \left( \frac{P_s(L)}{P_s(0)} \right) = \Gamma_s L \left( \sigma_{es} \frac{\int_0^L N_2(z) dz}{L} - \sigma_{as} \frac{\int_0^L N_1(z) dz}{L} \right)$$

$$P_s(L) = P_s(0) e^{\Gamma_s L (\sigma_e \bar{N}_2 - \sigma_a \bar{N}_1)}$$

$$G = 10 \log_{10} \left( \frac{P_s(L)}{P_s(0)} \right) = 10 \Gamma_s L (\sigma_e \bar{N}_2 - \sigma_a \bar{N}_1) \log_{10} e$$

$\uparrow$   
en dB

c)  $L = 10 \text{ m}$ ,  $\frac{\bar{N}_2 - \bar{N}_1}{N_{\text{tot}}} = 0.2$  et on sait  $\frac{\bar{N}_1 + \bar{N}_2}{N_{\text{tot}}} = 1$

d'où  $\frac{\bar{N}_2}{N_{\text{tot}}} = 0.6$   $\frac{\bar{N}_1}{N_{\text{tot}}} = 0.4$

$$G = 10 \Gamma_s L N_{\text{tot}} (\sigma_e 0.6 - \sigma_a 0.4) \log_{10} e$$

$$G = 10 \underbrace{\Gamma_s N_{\text{tot}}}_{g_0} \sigma_e L (0.6 - \frac{\sigma_a}{\sigma_e} 0.4) \log_{10} e \quad \boxed{G = 28 \text{ dB}}$$

$$G = 10 \times 10 \times 2.3 (0.6 - \frac{\sigma_a}{\sigma_e} 0.4) \log_{10} e$$

Q3

(4)

$$3 \text{ pente : } 0.2 \frac{\text{dB}}{\text{km}} \times 2 = 0.4 \frac{\text{dB}}{\text{km}}$$

après 30 km : pertes = 12 dB

pour aller retour

$$t_g = \frac{2L}{c/n_g} = \frac{2}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} L$$

$$t_g = 30 \frac{\mu\text{s}}{\text{km}} L (\text{km})$$

$$P_R(0) = -40 \text{ dBm}$$

