1st exam - 1A

March-08-13 8:54 AM

Problème 1 (30 points sur 100)

A. (10 points) Donnez trois avantages d'aller avec une impulsion « raised cosine. »

1) L'impulsion RC est une impulsion Nyquist, c'est-à-dire, il pas par zéro pour tout les temps d'echantillonage sauf t=0. Une impulsion Nyquist ne génère pas de l'interference intersymbole.

2) Il est facile avec l'impulsion RC de choisir un paramètre (facteur d'afaiblissement, ou rolloff) pour l'expansion de largeur de bande vis-à-vis l'impulsion Nyquist idéale.

3) L'impulsion RC a un taux de décroissance pour ces lobes secondaire qui est aussi ajustable par le facteur d'afaiblissement. Une décroissance plus rapide aura moins de jitter et moins de distortion avec une réalisation causale.

B. (10 points) Quelle est la définition d'un système limité en puissance? Quelle est la définition d'un système limité en largeur de bande? Comment est-ce que nous utilisons la complexité (ou le cout d'un système) pour répondre aux besoins de chaque type de système?

Un système limité en puissance n'a pas un bon rapport de signal-à-bruit disponible. En générale les ressources en largeur de bande sont plus disponibles que SNR élevé.

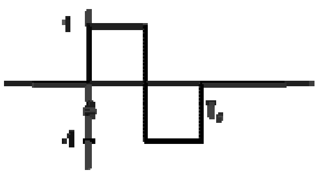
Un système limité en largeur de bande n'a pas beaucoup de largeur de bande vis-à-vis le taux de transmission ciblé. En générale un SNR favorable est disponible, mais par le bande passant.

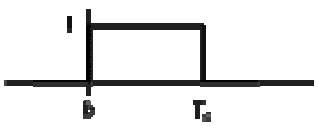
Pour un système limité en puissance avec faible SNR, nous pouvons utiliser les codes correcteur d'erreur pour avoir un bon BER.

Pour un système limité en largeur de bande, nous pouvon utiliser les format de modulation M-QAM pour avoir une bonne efficacité spectrale pour M grand.

C. (10 points) Donnez la définition d'une modulation binaire orthogonale, et un exemple d'une modulation binaire orthogonale excluant OOK et FSK.

Une modulation binaire orthogonale exploit deux formes d'onde pour lesquels le produit interne est nul. Nous pouvons, par exemple, utiliser les deux formes d'onde suivants





1st exam - 2A

March-11-13 12:32 PM

Considérons le MFSK pour les radioamateurs qui veulent envoyer un signal du point A au point B via une réflexion sur la lune. Les signaux reçus sont très faibles, l'information est très minimale (~500 b/s) et la largeur de bande de leur canal est ~2600 Hz. Supposons que nous utilisons une impulsion RC avec facteur r=.3.

A. (10 points) Si nous utilisons le MFSK incohérent, combien y auront-ils des symboles dans la constellation? Quel SNR peut être supporté pour BER=10^{-3}?

$R_b = 500 \text{b/s}$ $BW = 2600 \text{Hz}$

avec RC, r=.3, nous occupons 30% plus qu'une impulsion Nyquist idéale.

$1.3 BW_{eq} = 2600 \text{Hz}$ $BW_{eq} = 2000 \text{Hz}$

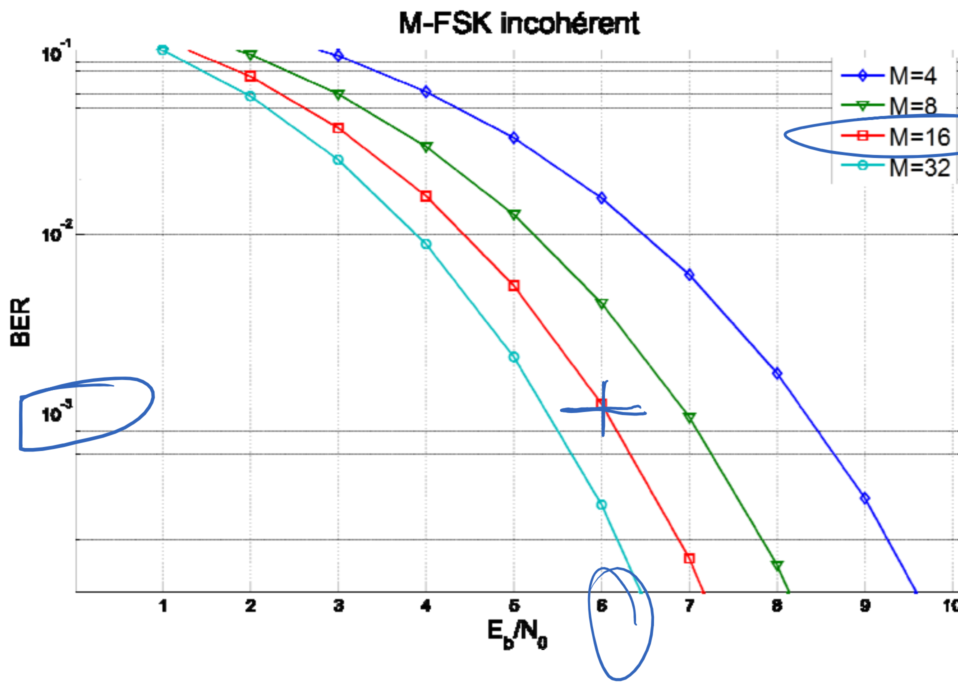
Nous cherchons un système avec efficacité spectrale

$$\eta = \frac{R_b}{BW_{eq}} = \frac{500}{2000 \text{Hz}} = \frac{1}{4}$$

MFSK incoherent a $\eta = \frac{\log_2 M}{M} = \frac{1}{4}$ pour $M = 16$

$$\frac{\log_2 16}{16} = \frac{4}{16} = 1/4$$

$$\boxed{M = 16}$$



6 dB

pour E_b/N_0

1st exam - 2B

March-11-13 1:11 PM

B. (10 points) Si nous utilisons le MFSK cohérent, combien y auront-ils des symboles dans la constellation? Quel SNR peut être supporté pour BER=10^{-3}?

$R_b = 500 \text{ b/s} \qquad BW = 2600 \text{ Hz}$

avec RC, $r = .3$, nous occupons 30% plus qu'une impulsion Nyquist idéale.

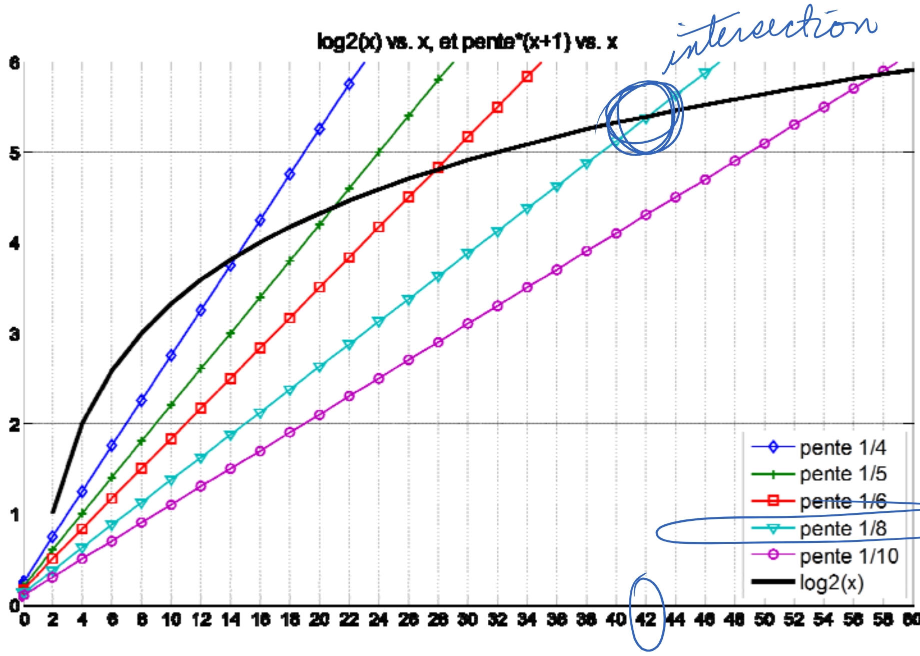
$1.3\, BW_{eq} = 2600 \text{ Hz} \qquad BW_{eq} = 2000 \text{ Hz}$

Nous cherchons un système avec efficacité spectrale

$$\eta = \frac{R_b}{BW_{eq}} = \frac{500}{2000 \text{ Hz}} = \frac{1}{4}$$

MFSK cohérent a $\eta = \dfrac{2\log_2 M}{M+1} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow \log_2 M = \dfrac{1}{8} \cdot M+1$

intersection



$\boxed{M = 42}$

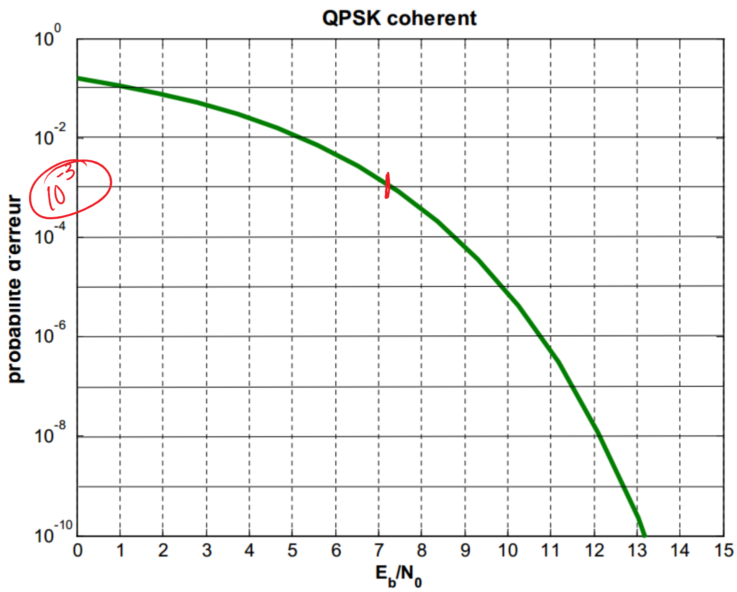
$M = 42$

$$BER = \frac{P_e(\text{symbol})}{\log_2 M} = \frac{1}{\log_2 M}(M-1)\, Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}\log_2 M}\right)$$

$$\Rightarrow \quad d_{min} = \sqrt{\log_2 M} = \sqrt{\frac{\log_2 M}{2}} \cdot \sqrt{2}$$

perte par rapport à QPSK

$$-10\log_{10} \frac{\log_2 M}{2} = -10\log_{10} \frac{\log_2 42}{2} = -10\log_{10} 2.69 = -4.3\,dB$$



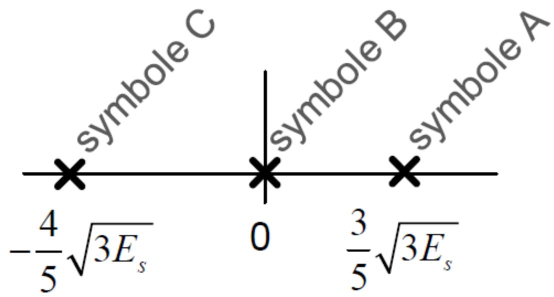
QPSK $\sim 7.2\,dB$

$\Rightarrow$ 42 FSK $\sim 7.2\,dB - 4.3\,dB = \boxed{2.9\,dB}$

1st exam - 3A

March-08-13

Considérez le système 3PAM suivant.



Le système a $E_b/N_0 = 7.2\ \text{dB}$, avec E_s=25/3, et N_0=1.

A. (10 points) Supposons que les symboles ont tous la même probabilité a priori. Quels sont les seuils de décision pour chaque symbole?

A. Pour symboles equiprobable nous trouvons dans la feuille de notes.

MAP: i qui maximise $p(z|s_i)\,p(s_i)$

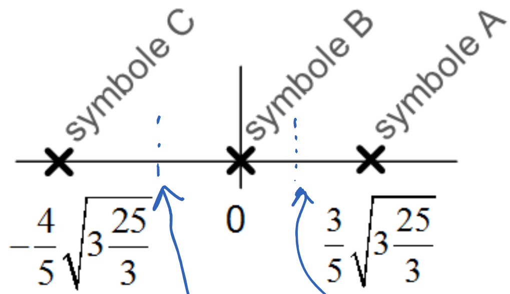
i qui minimise $\|\mathbf{r}-\mathbf{s}_i\|^2 - N_0 \ln P(\mathbf{s}_i)$

$P(\mathbf{s}_i)$ = probabilité a priori de symbole $\mathbf{s}_i$

donc pour $P_{s_A} = P_{s_B} = P_{s_C} = 1/3$, choisir

i qui minimise $\|r-s_i\|^2$, donc s_i le plus

proche de r.



-4 $\quad$ 3

mid points:

$0 \to \frac{3}{5}\cdot\sqrt{25} = 3$

1.5

$-\frac{4}{5}\sqrt{25} \to 0$

-2

1st exam - 3B

March-08-13

B. (20 points) Supposons que le symbole A est 3 fois plus probable que les symboles B, et C (qui ont tous la même probabilité a priori). Quels sont les seuils de décision pour chaque symbole?

B. $P_A = 3P_B = 3P_C \Rightarrow P_A = \frac{3}{5} \quad P_B = \frac{1}{5} \quad P_C = \frac{1}{5}$

choisir i qui minimise

$\|r-3\|^2 - \ln\frac{3}{5}$ $\qquad (r-3)^2 - \ln 3 \qquad (r-3)^2 - 1$

$\|r\|^2 - \ln\frac{1}{5} \Longrightarrow r^2 - \ln 1 \Longrightarrow r^2$

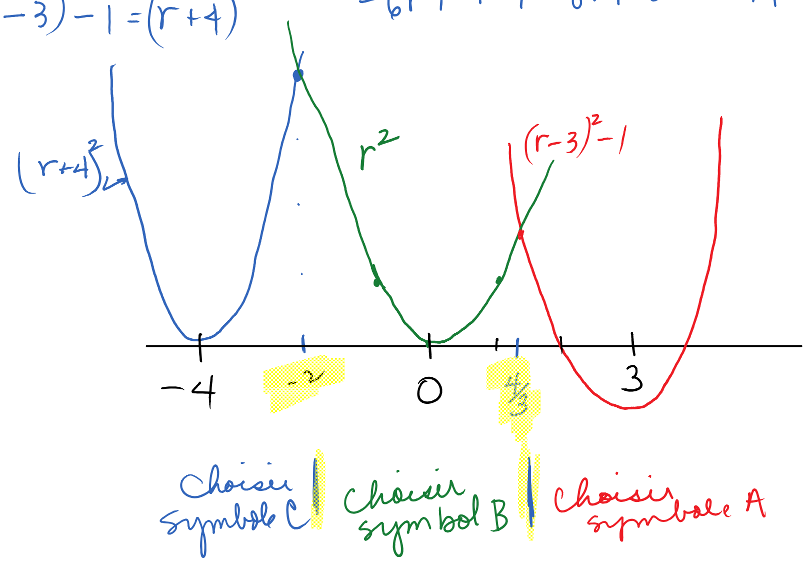
$\|r+4\|^2 - \ln\frac{1}{5}$ $\qquad (r+4)^2 - \ln 1 \qquad (r+4)^2$

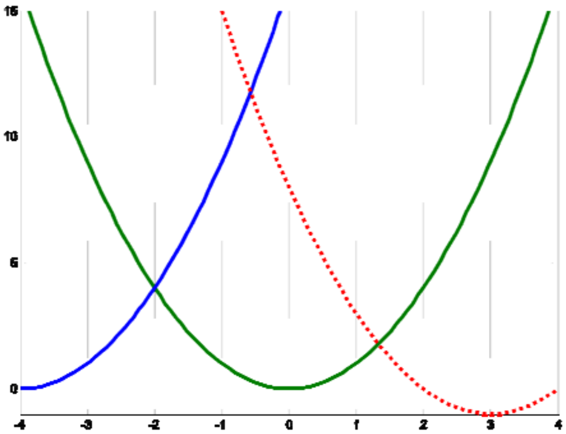
Nous avons 3 parabole avec les intersections à

1) $(r-3)^2 - 1 = r^2 \qquad 9 - 6r - 1 = 0 \qquad 8 = 6r \qquad r = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \qquad r^2 = \frac{16}{9} \sim 1.8 = (r-3)^2 - 1$

2) $(r+4)^2 = r^2 \qquad 8r + 16 = 0 \qquad r = -2 \qquad r^2 = 4$

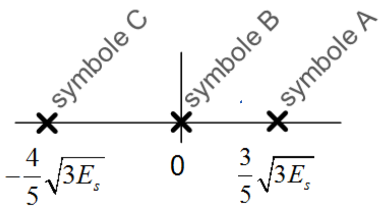
3) $(r-3)^2 - 1 = (r+4)^2 \qquad -6r + 9 - 1 = 8r + 16 \qquad 14r = -8 \qquad r = -\frac{4}{7}$



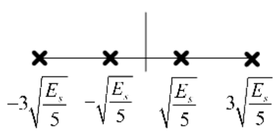

15
10
5
0
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4

1st exam - 4A

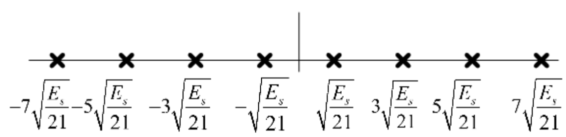
March-11-13 1:27 PM



Considérez le système 3PAM de problème 3 et les systèmes 4PAM et 8 PAM suivants.



4PAM



8PAM

A. (5 points) Pour chacun des modulations 3PAM, 4PAM et 8PAM, est-ce que les coordonnées fournies sont pour l'espace I/Q ou l'espace du signal? Pourquoi?

3PAM

$$E_s = \frac{1}{3}\left[\left(-\frac{4}{5}\sqrt{3E_s}\right)^2 + 0 + \left(\frac{3}{5}\sqrt{3E_s}\right)^2\right]$$

$$= \frac{1}{3}\,\frac{16}{25}3E_s + \frac{1}{3}\,\frac{9}{25}3E_s$$

$$= \frac{3}{3}E_s = E_s$$

4PAM

$$E_s = \frac{1}{4}\left[\left(-3\sqrt{\frac{E_s}{5}}\right)^2 + \left(-\sqrt{\frac{E_s}{5}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{E_s}{5}}\right)^2 + \left(3\sqrt{\frac{E_s}{5}}\right)^2\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left[\frac{9E_s}{5} + \frac{E_s}{5} + \frac{E_s}{5} + \frac{9E_s}{5}\right] = \frac{20}{4\cdot 5}E_s = E_s$$

8 PAM

$$E_s = \frac{1}{8}\cdot 2\cdot\left[\left(7\sqrt{\frac{E_s}{21}}\right)^2 + \left(5\sqrt{\frac{E_s}{21}}\right)^2 + \left(3\sqrt{\frac{E_s}{21}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{E_s}{21}}\right)^2\right]$$

$$= \frac{E_s}{4}\left[\frac{49}{21} + \frac{25}{21} + \frac{9}{21} + \frac{1}{21}\right] = \frac{E_s}{4} \cdot \frac{84}{21} = E_s \checkmark$$

Coordonnées dans l'espace du signal parce que la distance à l'origin donne l'énergie

B. (15 points) Considérez le graphique du « Plan de l'efficacité spectrale ». Trouvez les coordonnées de 3PAM, 4PAM et 8PAM pour une probabilité d'erreur de 10^{-5}.

3 PAM : $d_{min} = \frac{3}{5}\sqrt{3E_s}$ 4PAM : $2\sqrt{\frac{E_s}{5}}$ 8 PAM: $2\sqrt{\frac{E_s}{21}}$

perte par rapport QPSK

$-10\log_{10} \frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{2}}$ $-10\log_{10} 2\sqrt{\frac{1}{10}}$ $-10\log_{10}\sqrt{\frac{4}{42}}$

$= -10\log_{10} .9186$ $-10\log_{10} .6325$ $-10\log_{10} .3086$

$= .37$ dB 2 dB 5.1 dB

QPSK : $10^{-5} = BER \Rightarrow \frac{E_b}{N_0} = 10$ dB
(9.6 dB est plus exacte)

	3PAM	4 PAM	8 PAM
E_b/N_0 pour $BER = 10^{-5}$	10.4 dB	12 dB	15.1 dB
	(10 dB)	(11.6 dB)	(14.7 dB)

$\underbrace{\hspace{6cm}}_{\text{coordonée en X}}$

Pour l'efficacité spectral: PAM utilise I seulement, pas Q

$$\eta = \frac{R_b}{W} = \frac{R_s \log_2 M}{W} = \frac{R_s \log_2 M}{R_s}$$ pour une impulsion Nyquist idéale

$= \log_2 M$

L'efficacité spectrale est le même que MQAM, mais les symboles sont plus rapprochés en utilisant seulement I (une seule dimension) au lieu de I/Q (deux dimensions)

$\eta_{3PAM} = \log_2 3 = 1.6$ b/s/Hz $\quad \eta_{4PAM} = 2$ b/s/Hz $\quad \eta_{8PAM} = 3$ b/s/Hz

Coordonnées

3PAM (10.4, 1.6) $\quad$ 4PAM (12, 2) $\quad$ 8PAM (15.1, 3)