GEL-3006 Systèmes de communications

Examen de mi-session (automne 2009)

Enseignant : Jean-Yves Chouinard
Durée : 1 heure 50 minutes

Remarques importantes : Examen à livre fermé. Vous avez droit à une feuille de formules recto-verso, format lettre. Les calculatrices approuvées par la Faculté des sciences et de génie sont permises. Donnez le détail de tous vos calculs.

Question 1 : **(24 points)**

a) Considérez le signal modulé en amplitude avec porteuse :

$$s_{AM}(t) = A_c[1 + k_a\ m(t)]\cos(2\pi f_c t + \theta).$$

Donnez pour l'expression de :

i) sa représentation complexe en bande de base $\tilde{s}_{AM}(t)$,

ii) ses composantes en phase et en quadrature $s^I_{AM}(t)$ et $s^Q_{AM}(t)$, ainsi que

iii) son module et sa phase $|s_{AM}(t)|$ et $\angle s_{AM}(t)$.

b) Répétez la question précédente pour un signal QAM, c'est-à-dire déterminez $\tilde{s}_{QAM}(t)$, $s^I_{QAM}(t)$, $s^Q_{QAM}(t)$, $|s_{QAM}(t)|$ et $\angle s_{QAM}(t)$:

$$s_{QAM}(t) = m_1(t)\ A_c\cos(2\pi f_c t) + m_2(t)\ A_c\sin(2\pi f_c t).$$

c) Répétez la question précédente pour le signal modulé en amplitude à bande latérale unique USB (bande latérale haute) :

$$s_{USB}(t) = \frac{1}{2}m(t)\cos(2\pi f_c t) - \frac{1}{2}m_h(t)\sin(2\pi f_c t).$$

d) Répétez la question précédente pour le signal modulé en fréquence FM :

$$s_{FM}(t) = A_c\cos\left[2\pi f_c t + k_f\int_0^t m(\tau)d\tau\right].$$

Question 2 : **(20 points)**

Soit le message $m(t) = \cos(1000\pi t)\cos(3000\pi t)$.

a) Donnez l'expression de son spectre $M(f)$ et tracez-le.

b) Déterminez le spectre du signal modulé en amplitude à bande latérale double (modulation DSB) :

$$s_{\text{DSB}}(t) \quad = \quad 10m(t)\cos(12000\pi t)$$

et tracez son spectre.

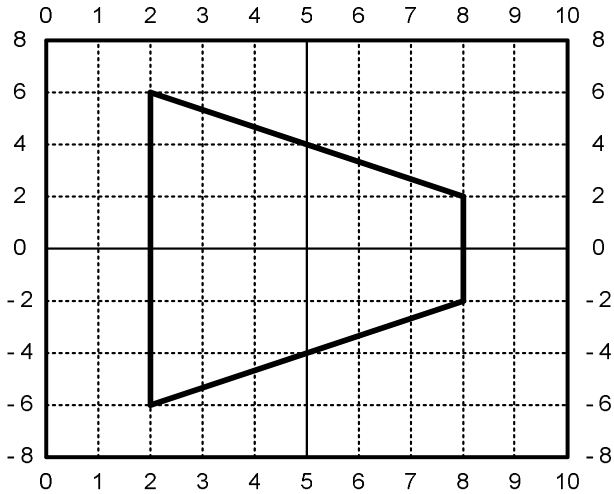
c) Identifiez les bandes latérales hautes et basses (donnez les valeurs numériques).

Question 3 : **(14 points)**

Au laboratoire, nous avons vu que l'indice de modulation d'un signal AM :

$$s_{AM}(t) = A_c\,[1 + k_a m(t)]\cos(2\pi f_c t)$$

peut être mesuré par la méthode des trapèzes. La figure ci-dessous montre l'affichage d'un oscilloscope utilisé pour la méthode des trapèzes.



a) Quel est l'indice de modulation m_a ?

b) Si le signal modulant (message) $m(t) = 10\cos(200\pi t + \pi/4)$, quelle est la sensibilité de la modulation AM, k_a ?

Question 4 : **(25 points)**

Le signal $m(t) = \cos(2\pi t) + 2\cos(12\pi t)$ doit être transmis en utilisant la modulation d'angle avec une porteuse d'amplitude $A_c = 10$ V et de fréquence $f_c = 200$ Hz.

a) Écrivez l'expression du signal transmis, $s_{\mathrm{FM}}(t)$, si on utilise la modulation de fréquence FM avec $k_f = 36\pi\ \frac{\mathrm{rad/s}}{\mathrm{V}}$ en indiquant les valeurs numériques.

b) Déterminez la fréquence instantanée $f_{\mathrm{i}}(t)$.

c) Déterminez la déviation maximale de fréquence $\Delta f_{\max}$.

d) Quel est l'indice de modulation FM, β_{FM} ? S'agit-il d'un signal modulé en fréquence à large bande ou à bande étroite ? Justifiez votre réponse.

e) À l'aide de la règle empirique de Carson, estimez la largeur de bande effective de transmission, B_T, du signal modulé FM, $s_{\mathrm{FM}}(t)$.

Question 5 : **(17 points)**

Un téléphone cellulaire opère dans deux modes : un mode analogique dans la bande de fréquences de 900 MHz ainsi qu'un mode numérique opérant dans la bande de fréquences de 1900 MHz. Le téléphone cellulaire utilise un récepteur superhétérodyne avec une fréquence intermédaire, $f_{IF} = 500$ MHz, et ce, pour les deux modes d'opérations.

a) Dans le mode analogique, la fréquence de l'oscillateur local, f_{osc}, est au-dessus de la fréquence porteuse du signal reçu, f_{RF}. On désire syntoniser un signal analogique à 870 MHz.

   i) Quelle est la fréquence de l'oscillateur local ?

   ii) Quelle est la fréquence image ?

b) Dans le mode numérique, la fréquence de l'oscillateur local, f_{osc}, est en-dessous de la fréquence porteuse du signal reçu, f_{RF}. On désire syntoniser un signal numérique à 1940 MHz,

   i) Quelle est la fréquence de l'oscillateur local ?

   ii) Quelle est la fréquence image ?

c) Expliquez l'avantage d'utiliser un tel téléphone cellulaire avec fréquence IF unique ?

Intégrales utiles

$$
\begin{aligned}
\int \cos(ax)dx &= \frac{1}{a}\sin(ax) \\
\int \sin(ax)dx &= -\frac{1}{a}\cos(ax)
\end{aligned}
$$

Identités trigonométriques

$$
\begin{aligned}
\sin^2\theta + \cos^2\theta &= 1 \\
\cos^2\theta &= \frac{1}{2}\left[1+\cos(2\theta)\right] \\
\sin^2\theta &= \frac{1}{2}\left[1-\cos(2\theta)\right] \\
\sin\alpha\sin\beta &= \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right] \\
\cos\alpha\cos\beta &= \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\right] \\
\sin\alpha\cos\beta &= \frac{1}{2}\left[\sin(\alpha-\beta)+\sin(\alpha+\beta)\right]
\end{aligned}
$$

Transformées de Hilbert

domaine temporel $x(t) = \mathcal{H}^{-1}[x_h(t)]$	transformée de Hilbert $x_h(t) = \mathcal{H}[x(t)]$
$m(t)\cos(2\pi f_c t)$	$m(t)\sin(2\pi f_c t)$
$m(t)\sin(2\pi f_c t)$	$-m(t)\cos(2\pi f_c t)$
$\cos(2\pi f_c t)$	$\sin(2\pi f_c t)$
$\sin(2\pi f_c t)$	$-\cos(2\pi f_c t)$
$\delta(t)$	$\frac{1}{\pi t}$
$\frac{1}{t}$	$-\pi\delta(t)$

Transformées de Fourier

domaine temporel $x(t) = \mathcal{F}^{-1}[X(f)]$	domaine fréquentiel $X(f) = \mathcal{F}[x(t)]$
$\prod\left(\frac{t}{T}\right)$	$T\ \mathrm{sinc}(fT)$
$\mathrm{sinc}(2Wt)$	$\frac{1}{2W}\prod\left(\frac{f}{2W}\right)$
$e^{-at}u(t),\qquad$ pour $a > 0$	$\frac{1}{a+j2\pi f}$
$e^{-a\|t\|},\qquad$ pour $a > 0$	$\frac{2a}{a^2+(2\pi f)^2}$
$\Lambda(t)$	$\mathrm{sinc}^2(f)$
$\delta(t)$	1
1	$\delta(f)$
$\delta(t-t_0)$	$e^{-j2\pi f t_0}$
$e^{j2\pi f_c t}$	$\delta(f-f_c)$
$\cos(2\pi f_c t)$	$\frac{1}{2}[\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)]$
$\sin(2\pi f_c t)$	$\frac{1}{2j}[\delta(f-f_c)-\delta(f+f_c)]$
$\mathrm{sgn}(t)$	$\frac{1}{j\pi f}$
$\frac{1}{\pi t}$	$-j\ \mathrm{sgn}(f)$
$u(t)$	$\frac{1}{2}\delta(f)+\frac{1}{j2\pi f}$
$\sum_{i=-\infty}^{\infty}\delta(t-iT_0)$	$\frac{1}{T_0}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(f-\frac{n}{T_0})$