2012 Exam2 Pr1

November 26, 2014 8:51 AM

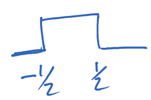
$f*g \Leftrightarrow F\cdot G$

$\text{Rect}\left(\frac{t}{\tau}\right)$ †	$\tau\,\text{Sa}\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)$
$\text{Tri}\left(\frac{t}{\tau}\right)$ ‡	$\tau\,\text{Sa}^2\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)$

$\text{Sa}\left(\frac{t\tau}{2}\right) \qquad 2\pi/\tau\ \text{Rect}\ \frac{\omega}{\tau}$

$\text{Sa}^2\left(\frac{t\tau}{2}\right) \qquad \frac{2\pi}{\tau}\text{Tri}\ \frac{\omega}{\tau}$

$\text{Sa}\left(\frac{t}{2}\right) \Leftrightarrow 2\pi\ \text{Rect}\ \omega$



$\text{Sa}^2\left(\frac{t}{4}\right) \Leftrightarrow 4\pi\ \text{Tri}\ \omega/{\tfrac{1}{2}}$

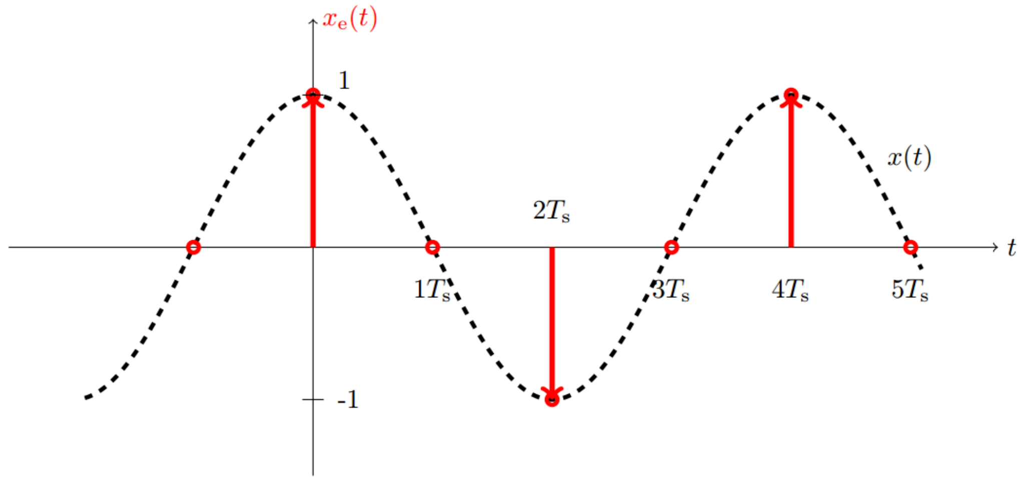
$F\cdot G = \text{Rect}\ \omega \cdot \text{Tri}\ \frac{\omega}{1/2} \cdot 8\pi^2$

$= \text{Tri}\ \omega/{\tfrac{1}{2}}\ \ 8\pi^2$

$f*g = TF^{-1}\left\{4\pi\,\text{Tri}\,\frac{\omega}{1/2}\right\}\cdot 2\pi = 2\pi\cdot \text{Sa}^2\ t/4$

Problème 2a)

On demande de tracer sur le même graphique que $x(t)$ la version échantillonnée du signal, $x_e(t)$:



Le signal échantillonné $x_e(t)$ est constitué d'un train d'impulsions à une période $T_s = 2\pi/\omega_s$ et ayant $x(t)$ comme enveloppe. On doit remarquer que certains impulsions sont nulle puisqu'elles correspondent aux zéro de l'enveloppe $x(t)$.

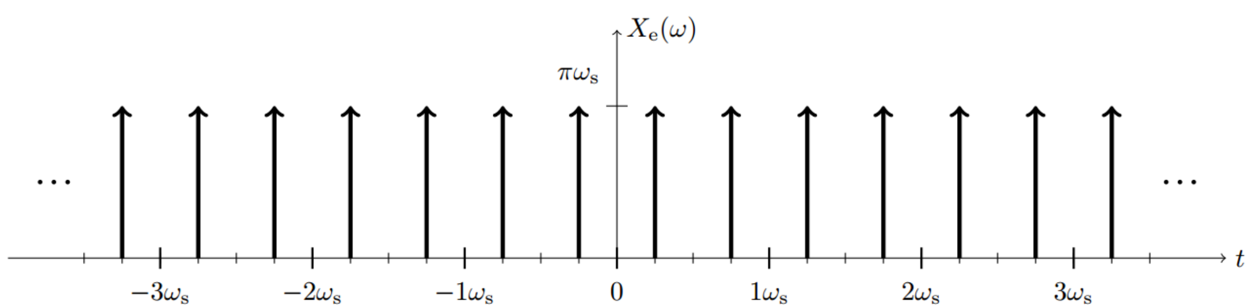
Sur un autre graphique qu'en c), on demande de tracer le spectre $X_e(\omega)$ du signal échantillonné $x_e(t)$. On sait que l'échantillonnage du signal temporel aura comme effet de périodiser le spectre avec une période ω_s. En d'autres mots, le produit avec peigne de dirac dans le temps correspond à une convolution avec un peigne de dirac dans le domaine spectral. Mathématiquement, on a:

Il manque un 1/2pi à la convolution ici

$$X_e(\omega) = X(\omega) * \left[\omega_s \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - k\omega_s)\right], \tag{10}$$

$$= \omega_s \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(\omega - k\omega_s), \tag{11}$$

$$= \omega_s \sum_{k=-\infty}^{\infty} \pi\delta(\omega - k\omega_s - \omega_0) + \pi\delta(\omega - k\omega_s + \omega_0). \tag{12}$$



Sur la figure principale, les subdivisions mineures en abscisse correspondent à des multiples de ω_0 et les coordonnées majeures en abscisse correspondent à des multiples de ω_s. (Rappel: $\omega_s = 4\omega_0$).

b) Le contenu fréquentiel maximal du signal cos(t) est ω=1. Donc le taux de Nyquist est ω_{nyq}=2. Avec ω_s=4 nous respectons le théorème d'échantillonnage.

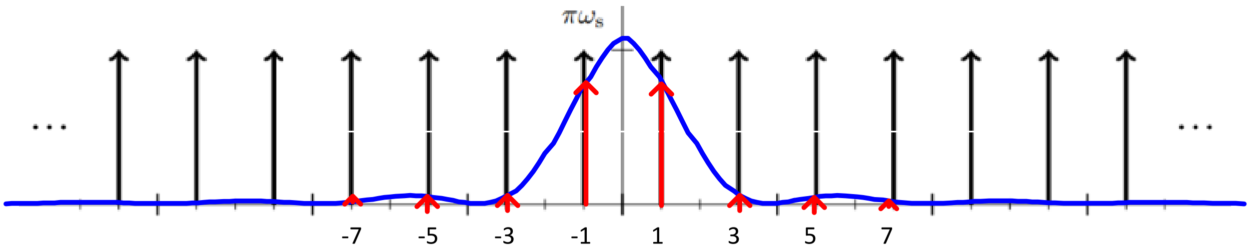
c) la fonction transfert est la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle, donc

$$H(\omega) = TF\{\mathrm{Tri}(t/T_s)\} = T_s \,\mathrm{Sa}\left(\frac{\omega T_s}{2}\right)$$

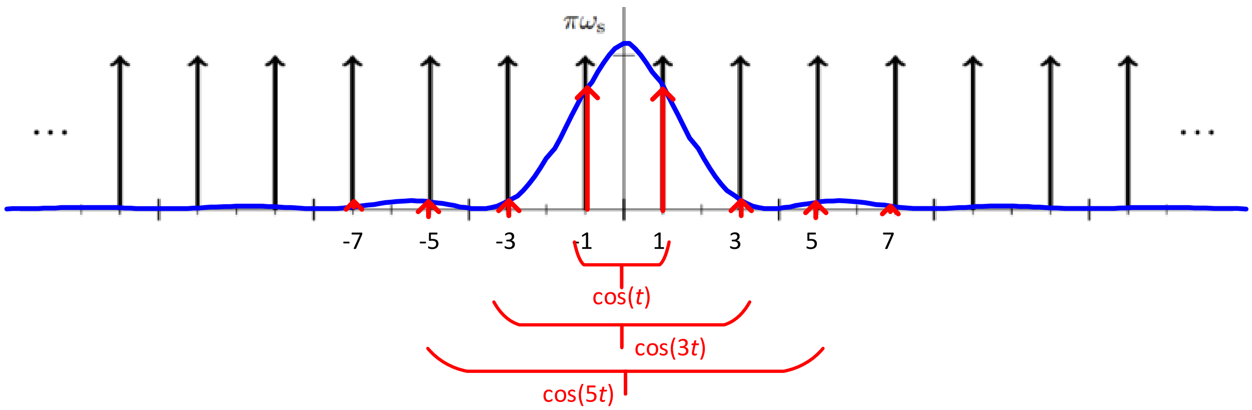
ici c'est Sa^2 …
Ts = pi/2

donc:
Sa^2(w pi/4)
Le premier zéro w =4

d)



e) Pour connaitre la sortie dans le domaine temporel on remarque



Donc, $f_r(t) = T_s\,\mathrm{Sa}(T_s/2)\cos t + T_s\,\mathrm{Sa}(3T_s/2)\cos 3t + \cdots + T_s\,\mathrm{Sa}(nT_s/2)\cos nt + \cdots$ pour n impair. Pas besoin de chercher une convolution.

f) Le filtre n'est pas causal, étant donné que la réponse impulsionnelle n'est pas nulle pour $t < 0$. Il sera nécessaire d'introduire un délai pour avoir un filtre causal. Le délai du filtre correspond au délai du signal reconstruit.

g) Nous parlons d'un signal de puissance – une somme de fonctions périodiques, donc une fonction périodique.

h) Le Sa décroit comme $1/\omega^2$

2012 Exam2 Pr3

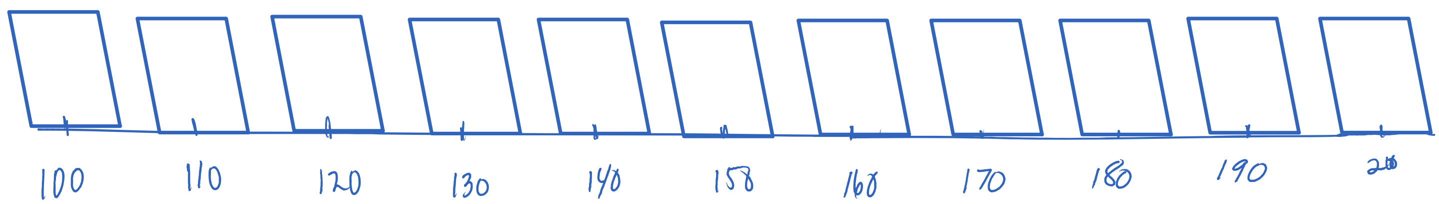
November 26, 2014 9:01 AM

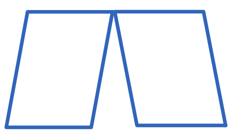
Deux interprétations possibles

Interprétation 1 : porteuse au centre de la bande latérale haute

Interprétation 2 : porteuse au centre du spectre "complet"

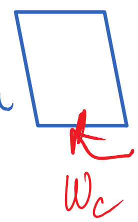
Interprétation 1 : porteuse au centre de la bande latérale haute





Spectre complet

BLU superieur



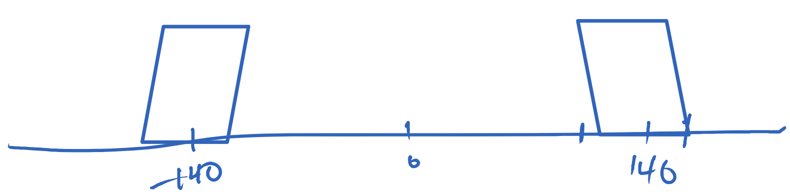
position de la porteuse

b) étape 1 — isoler le signal désiré

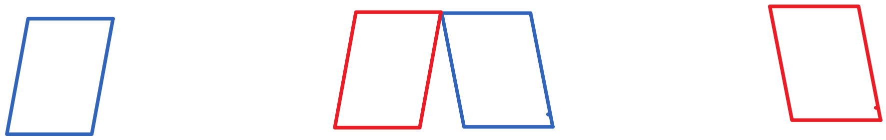
un filtre passe-band idéale

$$H_{BP}(w) = \begin{cases} 1 & 135 < |w| < 145 \\ 0 & \end{cases}$$

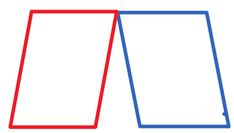
Spectre:



pour le mettre en bande de base nous utilisons une demodulation à 135 kHz

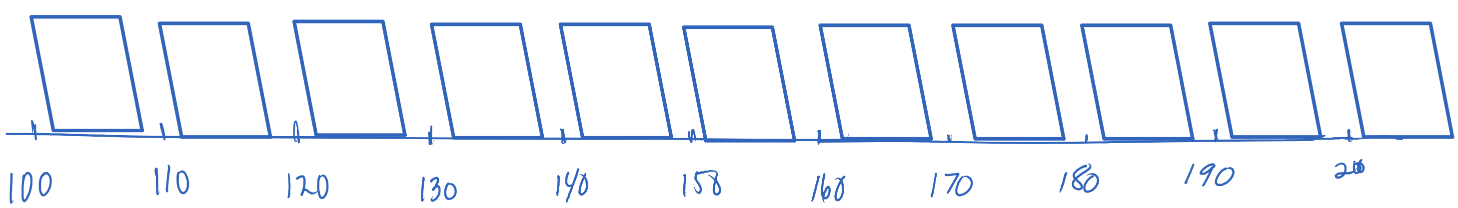


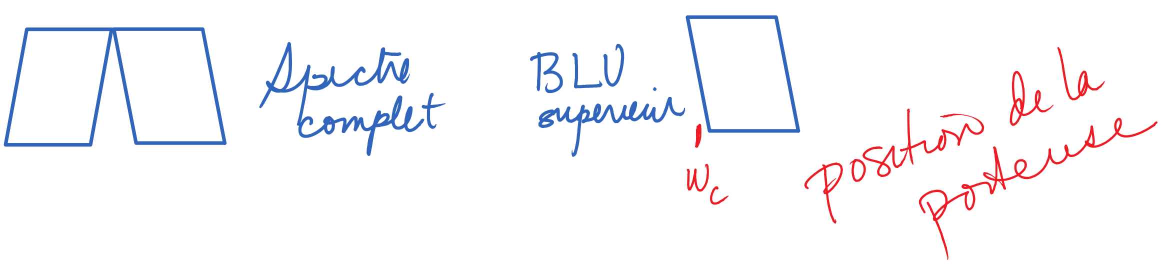
suivi par un filtre passe-bas



Cheminement complet :

Interprétation 2 : porteuse au centre du spectre "complet"



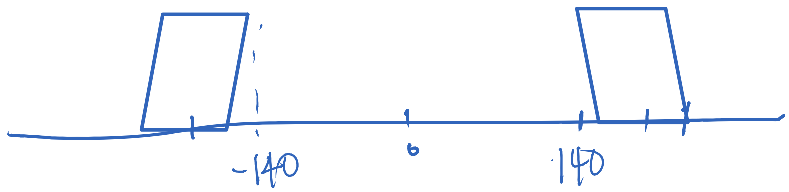


b) étape 1 – isoler le signal désiré

un filtre passe-band idéale

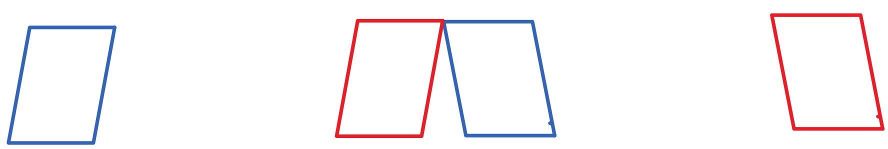
$$H_{BP}(w) = \begin{cases} 1 & 140 < |w| < 150 \\ 0 & \end{cases}$$

Spectre:

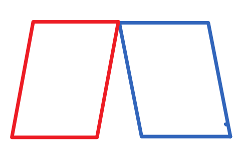


Leslie Rusch at 2014-12-09 9:57 AM

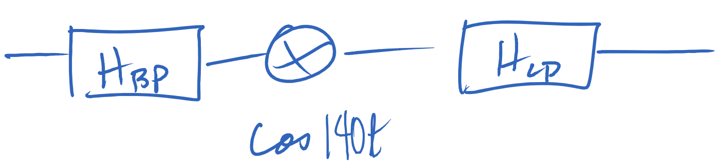
pour le mettre en bande de base nous utilisons une demodulation à 140kHz



suivi par un filtre passe-bas



Cheminement complet:



2012 Exam2 Pr4

November 26, 2014 10:49 AM

$$H(j\omega) = \begin{cases} -j & \omega > 0 \\ j & \omega < 0 \end{cases} = -j \operatorname{sgn} \omega$$

$h(t) = ?$

$\operatorname{sgn} t \Leftrightarrow 2/j\omega$ $\qquad F(t) \Leftrightarrow 2\pi f(-\omega)$

$$\Rightarrow \quad \frac{2}{jt} \Leftrightarrow 2\pi \operatorname{sgn}(-\omega) = -2\pi \operatorname{sgn}(\omega)$$

$$\frac{j}{2\pi} \cdot \frac{2}{jt} \Leftrightarrow \frac{j}{2\pi} \cdot -2\pi \operatorname{sgn} \omega = j \operatorname{sgn} \omega$$

$$\frac{1}{\pi t} \Leftrightarrow -j \operatorname{sgn} \omega$$

$$h(t) = 1/\pi t$$