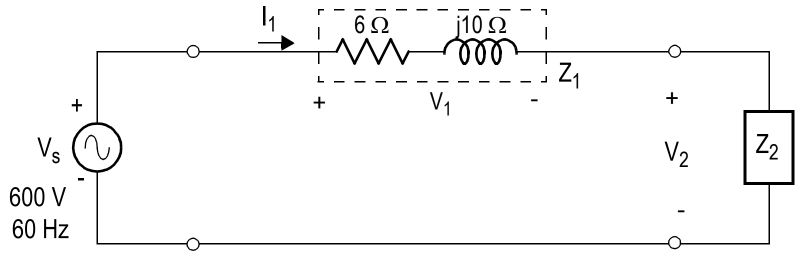
SOLUTION DE L'EXAMEN PARTIEL H2015

Problème no. 1 (25 points)

a)



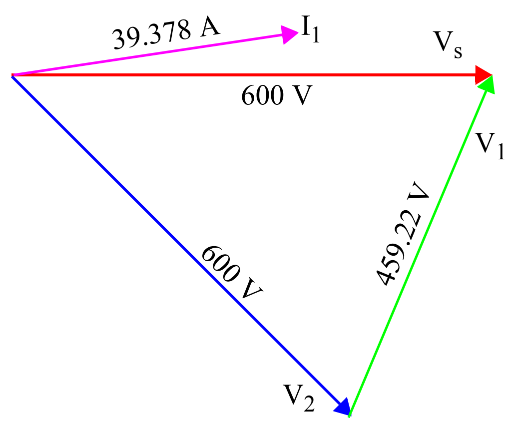
La tension de la source est prise comme référence de phase: $V_s = 600\angle 0°\ \text{V}$

La tension aux bornes de la charge est: $V_2 = 600\angle{-45°}\ \text{V}$

La tension V_1 est égale à: $V_1 = V_s - V_2 = 600\angle 0° - 600\angle{-45°} = 459.22\angle 67.5°\ \text{V}$

Le courant I_1 est égal à: $I_1 = \dfrac{V_1}{Z_1} = \dfrac{459.22\angle 67.5°}{(6 + j10)} = 39.378\angle 8.5°\ \text{A}$

Diagramme vectoriel



L'impédance Z_2 est égale à:

$$Z_2 = \frac{V_2}{I_1} = \frac{600\angle{-45°}}{39.378\angle 8.5°} = 15.237\angle{-53.5°}\ \Omega$$

C'est une impédance CAPACITIVE parce que son angle est négatif. Le courant I_1 est en avance de phase de 53.5^{o} par rapport à la tension V_2.

b)

On écrit: $v_1(t) = 120 + 120\sin(\omega t)$

La valeur efficace de $v_1(t)$ est égale à: $V_1(\text{eff}) = \sqrt{120^2 + \left(\dfrac{120}{\sqrt{2}}\right)^2} = 146.969\ \text{V}$

La tension $v_2(t)$ est égale à 250 V durant 2/3 de sa période et égale à 50 V durant 1/3 de sa période. Sa valeur efficace est égale à:

$$V_2(\text{eff}) = \sqrt{\frac{2}{3} \times 250^2 + \frac{1}{3} \times 50^2} = 197.906\ \text{V}$$

Problème no. 2 (25 points)

a) Le wattmètre no. 1 indique: $P_1 = V_{AC} I_A \cos\left(\phi - \frac{\pi}{6}\right)$

On déduit: $\left(\phi - \frac{\pi}{6}\right) = \operatorname{acos}\left[\frac{P_1}{V_{AC} I_A}\right] = \operatorname{acos}\left[\frac{28743}{2400 \times 12.028}\right] = \pm 5.3°$

Alors: $\phi = 30° \pm 5.3° = \begin{matrix} 35.3° \\ 24.7° \end{matrix}$

On choisit: $\phi = 35.3°$

Le wattmètre no. 2 indique: $P_2 = V_{BC} I_B \cos\left(\phi + \frac{\pi}{6}\right) = 2400 \times 12.028 \times \cos(65.3°) = 12055\ \text{W}$

b) La puissance active totale dans la charge est égale à: $P = P_1 + P_2 = 28743 + 12055 = 40798\ \text{W}$

La puissance apparente totale de la charge: $S = \sqrt{3} \times V_{LL} \times I_A = \sqrt{3} \times 2400 \times 12.028 = 50000\ \text{VA}$

La puissance réactive totale de la charge: $Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{50000^2 - 40798^2} = 28905\ \text{VAR}$

Le facteur de puissance de la charge: $fp = \frac{P}{S} = \frac{40798}{50000} = 0.816$

c) La réactance d'un condensateur: $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{120\pi \times 2.2 \times 10^{-6}} = 1205.7\Omega$

La puissance réactive d'un condensateur: $Q_C = \frac{V_{LL}^2}{X_C} = \frac{2400^2}{1205.7} = 4777.2\ \text{VAR}$

La puissance réactive totale des trois condensateurs: $Q_{CT} = 3Q_C = 3 \times 4777.2 = 14332\ \text{VAR}$

La puissance réactive résultante: $Q' = Q - Q_{CT} = 28905 - 14332 = 14574\ \text{VAR}$

La nouvelle valeur de la puissance apparente: $S' = \sqrt{P^2 + Q'^2} = \sqrt{40798^2 + 14574^2} = 43323\ \text{VA}$

La nouvelle indication de l'ampèremètre: $I_A = \frac{S'}{\sqrt{3} \times V_{LL}} = \frac{43323}{\sqrt{3} \times 2400} = 10.4219\ \text{A}$

La nouvelle valeur du facteur de puissance: $fp = \frac{P}{S'} = \frac{40798}{43323} = 0.942$

Problème no. 3 (25 points)

a) On convertit la charge Y en Δ.

$$Z_{AB} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_C} = \frac{(5 \times 10) + (10 \times 25) + (25 \times 5)}{25} = 17\Omega$$

$$Z_{BC} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_A} = \frac{(5 \times 10) + (10 \times 25) + (25 \times 5)}{5} = 85\Omega$$

$$Z_{CA} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_B} = \frac{(5 \times 10) + (10 \times 25) + (25 \times 5)}{10} = 42.5\Omega$$

La tension V_{AN} est prise comme référence de phase:$V_{AN} = 1385.6\underline{/0°}$ V

Les courants de triangle sont:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{2400\angle 30°}{17} = 141.176\angle 30°\text{ A}$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{2400\angle -90°}{85} = 28.235\angle -90°\text{ A}$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{2400\angle 150°}{42.5} = 54.471\angle 150°\text{ A}$$

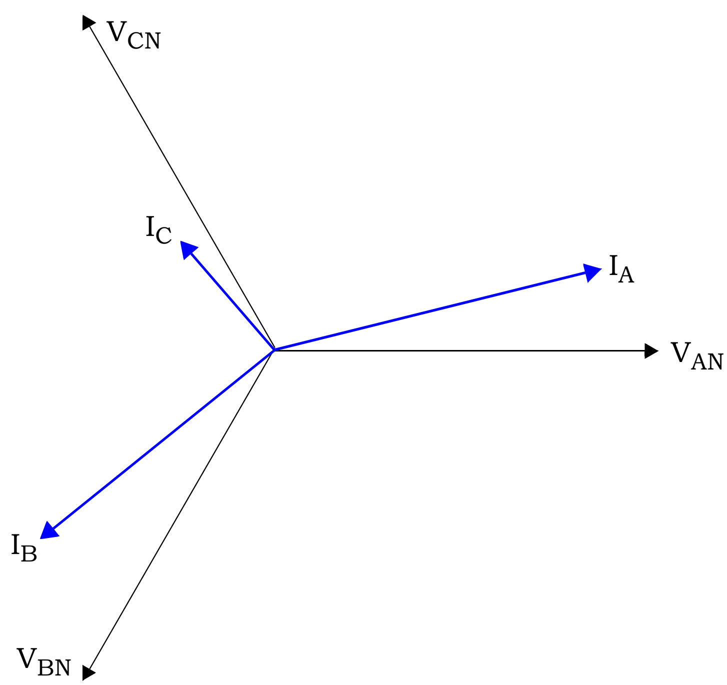
Les courants de ligne sont:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA} = (141.176\angle 30°) - (54.471\angle 150°) = 176.329\angle 13.9°\text{ A}$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB} = (28.235\angle -90°) - (141.176\angle 30°) = 157.207\angle -141.1°\text{ A}$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC} = (54.471\angle 150°) - (28.235\angle -90°) = 74.704\angle 130.9°\text{ A}$$

Diagramme vectoriel



b) On relie le point commun N' de la charge et le neutre N de la source. Le système devient trois circuits indépendants. Les courants de ligne sont:

$$I_A = \frac{V_{AN}}{Z_A} = \frac{1385.6\angle 0°}{5} = 277.128\angle 0°\ A$$

$$I_B = \frac{V_{BN}}{Z_B} = \frac{1385.6\angle -120°}{10} = 138.564\angle -120°\ A$$

$$I_C = \frac{V_{CN}}{Z_C} = \frac{1385.6\angle 120°}{25} = 55.426\angle 120°\ A$$

Le courant du neutre est égal à la somme de I_A, I_B, et I_C:

$$I_N = I_A + I_B + I_C = (277.128\angle 0°) + (138.564\angle -120°) + (55.426\angle 120°) = 193.99\angle -21.8°\ A$$

L'indication du wattmètre no. 1 est $P_1 = V_{AC} I_A \cos\theta_1$ où θ_1 est l'angle entre V_{AC} et I_A

On a: $\theta_1 = -30° - 0° = -30°$

Alors: $P_1 = 2400 \times 277.128 \times \cos(-30°) = 576\text{kW}$

L'indication du wattmètre no. 2 est $P_2 = V_{BC} I_B \cos\theta_2$ où θ_2 est l'angle entre V_{BC} et I_A

On a: $\theta_2 = -90° - (-120°) = 30°$

Alors: $P_2 = 2400 \times 138.564 \times \cos(30°) = 288\text{kW}$

La somme $(P_1 + P_2)$ dans ce cas ne représente rien de particulier.

<u>Problème no. 4</u> <u>(25 points)</u>

a) La réactance propre de la bobine no.1 est: $X_1 = \omega L_1 = \dfrac{V_{s1}}{I_1} = \dfrac{240}{1.5915} = 150.8\,\Omega$

On déduit: $L_1 = \dfrac{X_1}{\omega} = \dfrac{150.8}{120\pi} = 0.4\,\mathrm{H}$

La réactance mutuelle est: $X_m = \dfrac{V_{21}}{I_1} = \dfrac{90}{1.5915} = 56.55\,\Omega$

On déduit: $M = \dfrac{X_m}{\omega} = \dfrac{56.55}{120\pi} = 0.15\,\mathrm{H}$

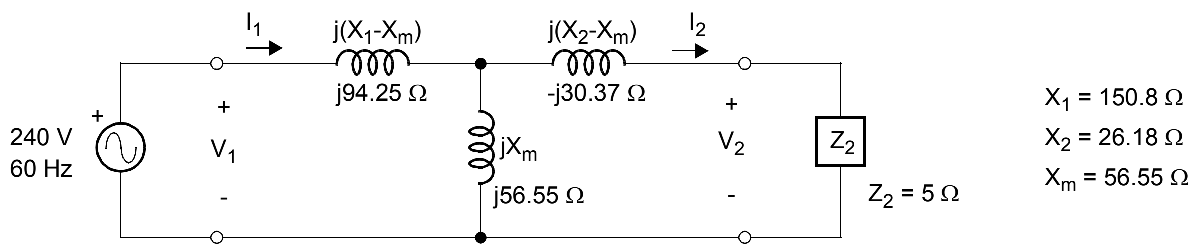
La réactance propre de la bobine no.2 est: $X_2 = \omega L_2 = \dfrac{V_{s2}}{I_2} = \dfrac{100}{3.8197} = 26.18\,\Omega$

On déduit: $L_2 = \dfrac{X_2}{\omega} = \dfrac{26.18}{120\pi} = 0.0694\,\mathrm{H}$

La réactance mutuelle est: $X_m = \dfrac{V_{12}}{I_2} = \dfrac{216}{3.8197} = 56.55\,\Omega$

On déduit: $M = \dfrac{X_m}{\omega} = \dfrac{56.55}{120\pi} = 0.15\,\mathrm{H}$ (même valeur que celle calculée avant)

b) Le circuit équivalent du système est montré dans la figure suivante.



L'impédance vue par la source est:

$$Z_1 = j94.25 + \frac{(j56.55)(5 - j30.37)}{(j56.55) + (5 - j30.37)} = (22.508 + j32.948)\Omega = 39.902\angle 55.7°\,\Omega$$

Le courant I_1 est égal à: $I_1 = \dfrac{V_1}{Z_1} = \dfrac{240}{39.902\angle 55.7°} = 6.015\angle -55.7°\ \mathrm{A}$

Le courant I_2 est calculé à partir de I_1 (par la loi du diviseur de courant):

$$I_2 = \frac{j56.55}{(j56.55) + (5 - j30.37)} \times I_1 = \frac{j56.55}{(j56.55) + (5 - j30.37)} \times (6.015\angle -55.7°)\,\mathrm{A}$$

$$I_2 = 12.761\angle -44.8°\,\mathrm{A}$$

La tension V_2 est : $V_2 = 5 \times I_2 = 63.805\angle -44.8°\,\mathrm{V}$

La puissance active fournie par la source V_{s1} est égale à:

$$P_{s1} = V_{s1} I_1 \cos(55.7°) = 240 \times 6.015 \times 0.564 = 814.3\,\mathrm{W}$$