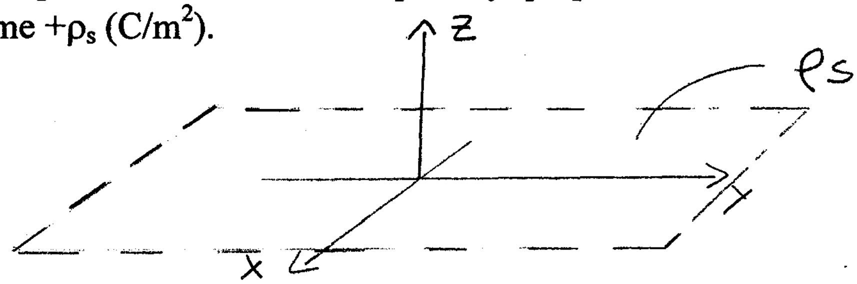
Résultat total (10 points) :

Question 1 (2.5 points) :

On considère un plan infini situé dans le plan xy qui porte une densité de charge de surface uniforme $+\rho_s$ (C/m^2).



a) Quelle est l'expression du champ électrique pour z>0 ?

b) Faites l'intégrale de ligne $\int \vec{E}.d\vec{l}$ entre le point (0,0,2) et le point (0,0,4). Les coordonnées sont données dans le système cartésien (x,y,z).

a) $\vec{E} = \frac{\rho_s}{2\varepsilon_0} \hat{\imath}_z$ 0.5 pt (ampl. + direct.)

b) $\int \vec{E}.d\vec{l}$ ici $d\vec{l} = dz\, \hat{\imath}_z$ (0.5)

$\int \vec{E}.d\vec{l} = \int_2^4 \frac{\rho_s}{2\varepsilon_0} \hat{\imath}_z . dz\, \hat{\imath}_z = \frac{\rho_s}{\varepsilon_0}$ (1.5)

Question 2 (2.5 points) :

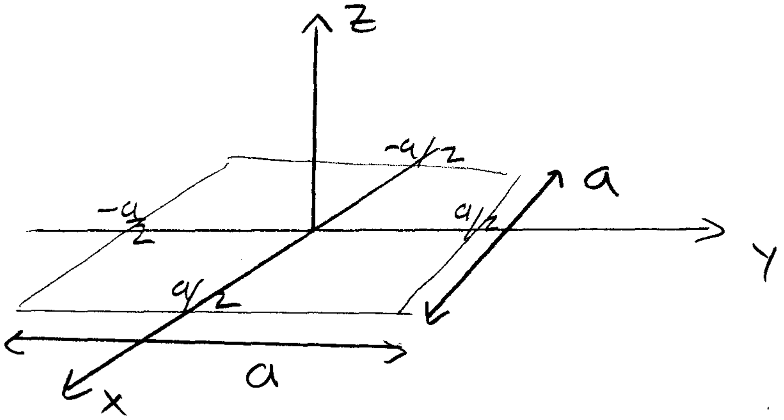
On considère une surface carrée de côté ***a*** situé dans le plan xy avec l'axe z passant en son centre. Ce carré porte une densité de charge de surface :

$$\rho_s = e^{2y/a} \quad \text{en} \quad \text{C/m}^2 \quad .$$

a) Faites un schéma du système.

b) Quelle est la charge totale $\boldsymbol{Q_{tot}}$ sur la surface carrée?

a)



(0.5)

b) $$Q_{tot} = \int \rho_s \, ds \quad (0.5)$$

$$ds = dx\,dy \quad (0.5)$$

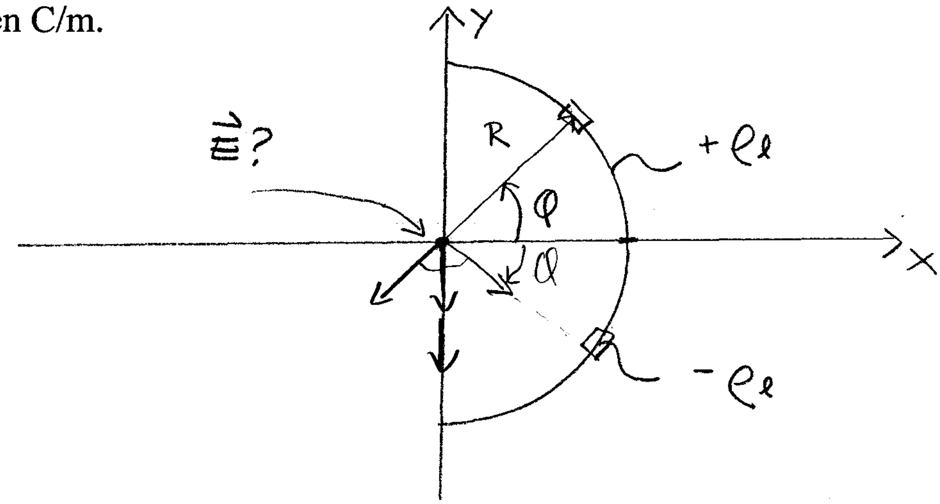
$$Q_{tot} = \int_{-a/2}^{a/2}\int_{-a/2}^{a/2} e^{2y/a}\,dx\,dy \quad (0.5)$$

$$Q_{tot} = a\left[\frac{a}{2}\,e^{2y/a}\Big|_{-a/2}^{a/2}\right]$$

$$Q_{tot} = \frac{a^2}{2}\left(e - \frac{1}{e}\right) \quad (0.5)$$

Question 3 (5 points)

On considère un demi arc de cercle de rayon R situé dans le plan z=0 tel que représenté sur la figure. Le demi arc de cercle est chargé avec une densité de charge linéaire $+\rho_\ell$ pour $0<\phi<\pi/2$ et $-\rho_\ell$ pour $-\pi/2<\phi<0$. La densité de charge est exprimée en C/m.



Quel est le champ électrique au point à l'origine du système de coordonnées? (1.0)

pour l'élément représenté $dQ = \rho_\ell R\,d\varphi$

l'élément contribuera au champ selon y puisque les composantes en x s'annulent.

$$\vec{E}_{tot} = E_{tot,y}\,\hat{\imath}_y \quad (1.0)$$

la contribution de chaque d'élément au champ sera

$$dE_{tot,y} = \frac{-\rho_\ell R}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\,|\sin\varphi|\,d\varphi \quad (1.0)$$

d'où $$E_{tot,y} = -\frac{2\rho_\ell}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{\pi/2}\sin\varphi\,d\varphi \quad (1.0)$$

$$E_{tot,y} = \frac{\rho_\ell}{2\pi\varepsilon_0 R}\cos\varphi\Big|_0^{\pi/2} \quad (1.0)$$

$$E_{tot,y} = \frac{-\rho_\ell}{2\pi\varepsilon_0 R} \Rightarrow \boxed{\vec{E}_{tot} = \frac{-\rho_\ell}{2\pi\varepsilon_0 R}\,\hat{\imath}_y}$$