GEL-21946
Systèmes et commande linéaires

Examen #2

Lundi 25 avril 2005, 9h30-11h20

Document permis: une feuille 8.5 X 11 pouces

Professeur: André Desbiens, Département de génie électrique et de génie informatique

Note: Une bonne réponse sans justification ne vaut **aucun** point

Question 1 (16%)

On désire tester le prédicteur de Smith de la Figure 1. Si on suppose que le système est initialement au repos, que les perturbations sont négligeables et que le modèle du procédé est très précis, tracez la sortie du procédé si la consigne est un échelon d'amplitude 2 appliqué à l'instant $t = 0$ seconde.

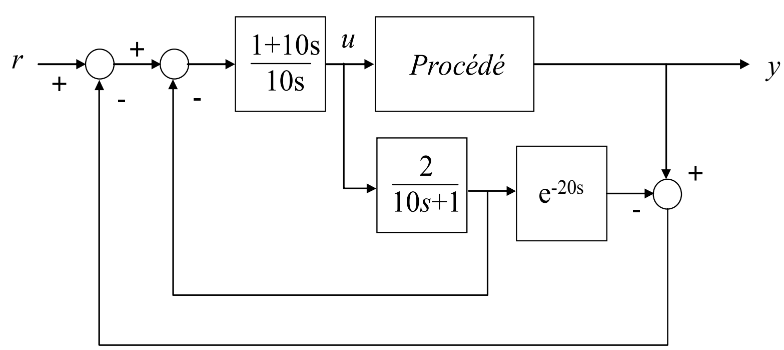


Figure 1

Question 2 (10% + 10% = 20%)

Le procédé est $G_P(s) = \dfrac{10}{(1+10s)(1+8s)}$. Le régulateur calculé par un confrère mathématicien est $G_C(s) = \dfrac{0.1(1+10s)(1+8s)}{10s}$.

a) Outre l'implantation impossible de ce régulateur, décrivez une situation dans laquelle ce régulateur serait inacceptable en pratique.

b) Comment peut-on surmonter la difficulté évoquée à la question a), en précisant des valeurs numériques?

Question 3 (10% + 10% = 20%)

L'asservissement étudié est stable et est illustré à la Figure 2. Le régulateur $G_C(s)$ est un PI dont les paramètres sont K_C = -0.5 et T_i = 5. Le système est initialement au repos. On sait que le rapport d'amplitude et la phase du procédé $G_P(s)$ aux très basses fréquences sont respectivement 6 dB et -180°. Il est également connu que le procédé n'a pas de retard. La perturbation p_1 est un échelon d'amplitude 2 qui survient à t = 2 secondes. La perturbation p_2 est un échelon d'amplitude 3 appliqué à t = 0 seconde.

a) Que vaut $u(0^+)$?

b) Que vaut $u(\infty)$?

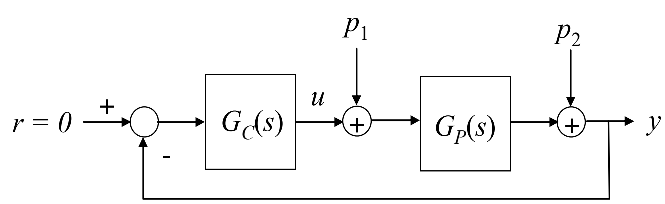


Figure 2

Question 4 (8% + 8% + 8% = 24%)

Le système étudié est illustré à la Figure 3. La réponse en fréquences de $G(s)$ est tracée à la Figure 4.

a) Quel est le facteur de surtension de la boucle fermée?

b) Si r est un échelon de consigne d'amplitude 2, que vaut l'erreur ε en régime permanent?

c) Quel retard faudrait-il ajouter à $G(s)$ pour que $H(s)$ devienne à la limite de la stabilité?

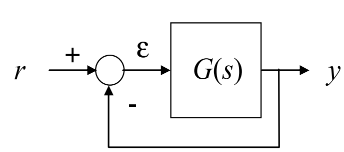


Figure 3

Question 5 (20%)

Le procédé est $G_P(s) = \dfrac{5(1+3s)e^{-2s}}{s(1+s)}$. Concevez un régulateur qui possède un intégrateur de façon à ce que la réponse en fréquences de $G(s)$ longe le contour 4 dB aux moyennes fréquences.

Bonne chance!

1. Transformation de Laplace

- Table des transformées :

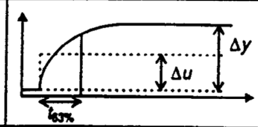
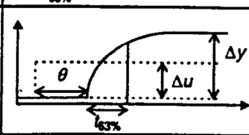
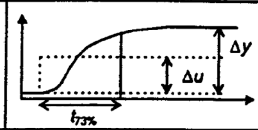
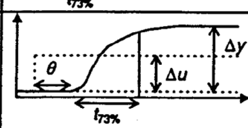
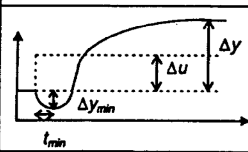
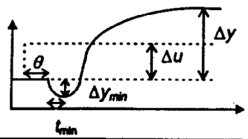
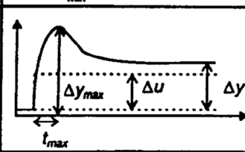
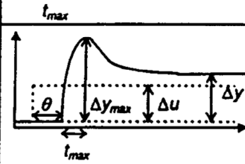
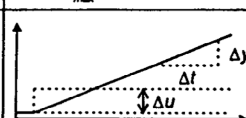
$f(t)$ pour $t \geq 0$	$F(s)$
1	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
$e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$
$e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$

- $f(0^+) = \lim\limits_{s \to \infty} sF(s)$
- $f(\infty) = \lim\limits_{s \to 0} sF(s)$
- $\mathcal{L}\frac{df(t)}{dt} = sF(s) - f(0^+)$
- $\mathcal{L}\int_0^t f(\tau)d\tau = \frac{F(s)}{s}$
- $\mathcal{L} f(t-\theta)u_e(t-\theta) = e^{-\theta s}\mathcal{L} f(t)u_e(t)$

2. Système du deuxième ordre $G(s) = \dfrac{K}{1 + \frac{2\varsigma}{\omega_n}s + \frac{s^2}{\omega_n^{\ 2}}}$

- $\omega_P = \omega_n\sqrt{1-\varsigma^2}$
- $\omega_R = \omega_n\sqrt{1-2\varsigma^2}$
- $Q = \dfrac{1}{2\varsigma\sqrt{1-\varsigma^2}}$

Tableau A.1 : Identification et Réglage

Nom du modèle	Fonction de transfert	Réponse à l'échelon	Évaluation des paramètres	Réglage
Premier ordre	$\dfrac{K_p}{1+T_1 s}$		$K_p = \dfrac{\Delta y}{\Delta u}$ $T_1 = t_{63\%}$	$K_c = \dfrac{1}{K_p}$ $T_i = T_1$
Premier ordre avec délai	$\dfrac{K_p}{1+T_1 s} e^{-\theta s}$		$K_p = \dfrac{\Delta y}{\Delta u}$ $T_1 = t_{63\%}$	$K_c = \dfrac{1}{K_p} \cdot \dfrac{T_1}{T_1+\theta}$ $T_i = T_1$
Deuxième ordre	$\dfrac{K_p}{(1+T_1 s)^2}$		$K_p = \dfrac{\Delta y}{\Delta u}$ $T_1 = \dfrac{t_{73\%}}{2.6}$	$K_c = \dfrac{1}{K_p}$ $T_i = 1.5T_1$
Deuxième ordre avec délai	$\dfrac{K_p}{(1+T_1 s)^2} e^{-\theta s}$		$K_p = \dfrac{\Delta y}{\Delta u}$ $T_1 = \dfrac{t_{73\%}}{2.6}$	$K_c = \dfrac{1}{K_p} \cdot \dfrac{T_1}{T_1+\theta}$ $T_i = 1.5T_1$
Deuxième ordre avec zéro instable	$\dfrac{K_p(1-T_{oi}s)}{(1+T_1 s)^2}$		$K_p = \dfrac{\Delta y}{\Delta u}$ Voir tableau A.2	$K_c = \dfrac{1}{K_p} \cdot \dfrac{T_1}{T_1+T_{0i}}$ $T_i = 1.5T_1$
Deuxième ordre avec zéro instable et délai	$\dfrac{K_p(1-T_{oi}s)}{(1+T_1 s)^2} e^{-\theta s}$		$K_p = \dfrac{\Delta y}{\Delta u}$ Voir tableau A.2	$K_c = \dfrac{1}{K_p} \cdot \dfrac{T_1}{T_1+\theta+T_{0i}}$ $T_i = 1.5T_1$
Deuxième ordre avec zéro stable	$\dfrac{K_p(1+T_{os}s)}{(1+T_1 s)^2}$		$K_p = \dfrac{\Delta y}{\Delta u}$ Voir tableau A.3	$K_c = \dfrac{1}{K_p}$ $T_i = 1.5T_1$ $T_f = T_{0s}$
Deuxième ordre avec zéro stable et délai	$\dfrac{K_p(1+T_{os}s)}{(1+T_1 s)^2} e^{-\theta s}$		$K_p = \dfrac{\Delta y}{\Delta u}$ Voir tableau A.3	$K_c = \dfrac{1}{K_p} \cdot \dfrac{T_1}{T_1+\theta}$ $T_i = 1.5T_1$ $T_f = T_{0s}$
Procédé intégrateur	$\dfrac{K_p}{s}$		$K_p = \dfrac{\Delta y}{\Delta t \Delta u}$	$K_c = \pm\dfrac{\Delta u_{max}}{\Delta r}$ $T_i = \dfrac{3}{K_c K_p}$ $T_{sp} = T_i$

Méthode des contours

Régulateur PI: $G_C(s) = \dfrac{K_C(1+T_i s)}{T_i s}$

Procédé: $G_P(s) = \dfrac{K_P(1-T_0 s)e^{-\theta s}}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$ $\qquad T_1 \geq T_2 \geq 0, T_0 \geq 0$

Dans les formules qui suivent, les angles sont en radians et M_r en dB.

$M_r = 0.25$

[équ. 6.23] $$T_i = \begin{cases} [1+0.175(\theta/T_1)+0.3(T_2/T_1)^2+0.2(T_2/T_1)]T_1 & \theta/T_1 \leq 2 \\ [0.65+0.35(\theta/T_1)+0.3(T_2/T_1)^2+0.2(T_2/T_1)]T_1 & \theta/T_1 > 2 \end{cases}$$

[équ. 6.24] $$\phi_m = \cos^{-1}[1-0.5\cdot 10^{-0.1M_r}] = 1.015$$

[équ. 6.25] $$\begin{aligned}\phi_m = [&-\pi/2+\tan^{-1}\omega_{co}T_i - \tan^{-1}\omega_{co}T_0 \\ &-\tan^{-1}\omega_{co}T_1 - \tan^{-1}\omega_{co}T_2 - \omega_{co}\theta] + \pi\end{aligned}$$ (permet de trouver ω_{co})

[équ. 6.26] $$K_C = \frac{T_i}{K_P}\left\{\frac{(T_1T_2)^2\omega_{co}^6 + (T_1^2+T_2^2)\omega_{co}^4 + \omega_{co}^2}{(T_iT_0)^2\omega_{co}^4 + (T_i^2+T_0^2)\omega_{co}^2 + 1}\right\}^{1/2}$$

$$\boxed{\text{Procédé: } G_P(s) = \frac{K_P e^{-\theta s}}{s(1+T_1 s)} \qquad T_1 > 0}$$

Dans les formules qui suivent, les angles sont en radians, M_r en dB et A_{max} n'est pas en dB.

M_r quelconque (souvent choisi égal à 4.4 dB)

[équ. 6.36] $$A_{\max} = \frac{10^{0.05M_r}}{\sqrt{10^{0.1M_r} - 1}}$$

[équ. 6.37] $$\phi_{\max} = \cos^{-1}[A_{max}{}^{-1}] - \pi$$

[équ. 6.45] $$T_i = \frac{16(T_1 + \theta)}{(2\phi_{\max} + \pi)^2}$$

[équ. 6.43] $$\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{T_i(T_1 + \theta)}}$$

[équ. 6.46] $$K_C = \frac{T_i A_{\max}}{K_P}\left[\frac{T_1^2 \omega_{\max}^6 + \omega_{\max}^4}{T_i^2 \omega_{\max}^2 + 1}\right]^{1/2}$$