

Question # 1 (15 points) Principes de base

-a) Quelle serait l'énergie d'un électron dans le vide dont la longueur d'onde serait la même que celle d'un photon de 6.422 eV?

-b) Expliquer la notion de "puits quantique" en géométrie planaire et donner une conséquence de cette structure sur les propriétés physiques.

-c) Quels avantages présente le carbure de silicium pour l'électronique? Expliquer brièvement en le comparant au silicium.

-a) Le photon a  $hf = 6.422 \text{ eV} = 6.422 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J} = 1.027 \times 10^{-18} \text{ J}$ .

On a  $(\lambda_{\text{photon}})_{\text{microns}} = 1.24/6.422 = 0.193 \text{ micron} = 193 \text{ nm}$ .

On veut donc  $\lambda_{\text{électron}} = 193 \text{ nm}$ .

D'autre part, on a par la relation de de Broglie:

$\lambda_{\text{électron}} = h/p$ . On a donc  $p = 6.624 \times 10^{-34}/193 \times 10^{-9} = 3.433 \times 10^{-27} \text{ kg-m/s}$ .

Avec  $p = mv$ ,  $E = 1/2 mv^2 = p^2/2m$ , où  $m = 0.9109 \times 10^{-30} \text{ kg}$ , on trouve:

$E = (3.433 \times 10^{-27} \text{ kg-m/s})^2/2 \times 0.9109 \times 10^{-30} \text{ kg} = 6.469 \times 10^{-24} \text{ J} = 4.04 \times 10^{-5} \text{ eV} = 40.4 \text{ micro-électron-volts}$ .

-b) On peut former un puits quantique d'énergie potentielle en "sandwichant" une mince couche d'un matériau comme le GaAs, par exemple, dont le gap est de 1.424 eV, entre deux couches de  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  ayant un gap plus élevé, par exemple 2.0 eV. Les électrons deviennent confinés dans ce cas par une barrière de potentiel de l'ordre de 0.57 eV, ce qui a pour conséquence que leurs niveaux d'énergie deviennent quantisés. Le premier niveau quantique sera tel que la fonction d'onde sera une demi-longueur d'onde pour l'électron, le deuxième niveau sera tel que la fonction d'onde sera une longueur d'onde, et ainsi de suite. Comme la position des niveaux dépend de l'épaisseur du puits, on peut ajuster la longueur d'onde de lasers basés sur les puits quantiques en choisissant l'épaisseur de la couche de GaAs. De plus l'excellent confinement des électrons et des trous par le puits quantique facilite leur recombinaison radiative et rend l'action laser efficace.

-c) Le carbure de silicium SiC a un gap de 2.86 eV, ce qui est beaucoup plus élevé que celui du silicium qui est de 1.12 eV. Un premier avantage du SiC est que les dispositifs à base de SiC peuvent fonctionner à de plus hautes températures que le silicium parce que le nombre de porteurs intrinsèques est très faible, même à 600 K, par exemple. Un deuxième avantage est que le champ électrique seuil pour le claquage est 2300 kV/cm comparé à 300 kV/cm pour le silicium. Comme la tension de claquage est proportionnelle au carré de ce champ, le SiC pourra soutenir des tensions environ 50 fois plus élevées que le silicium

---

Question # 2 (30 points) Niveaux de Fermi et action laser.

Soit un laser semi-conducteur dont la région active est fabriquée de GaAs très pur. Les sections adjacentes dopées n et p sont en  $\text{Al}_{x-1}\text{Ga}_1\text{As}$  et servent principalement à transporter le courant et à définir les frontières du puits d'énergie potentielle que constitue la zone active en GaAs. Les questions ci-dessous concernent seulement la zone active en GaAs.

-a) en l'absence de toute tension ou de pompage optique, où se trouve le niveau de Fermi et quelle est la densité d'électrons dans la bande de conduction? Quelle est la probabilité d'occupation d'un niveau qui est dans le voisinage immédiat de EC dans la bande conduction?

-b) un pompage optique est appliqué afin de créer une densité de paires d'électrons-trous de  $5 \times 10^{17} / \text{cm}^3$  dans la région active. Calculer la position du niveau de Fermi pour les électrons et du niveau de Fermi pour les trous. Quelle est dans ce cas la probabilité d'occupation d'un niveau qui est dans le voisinage immédiat de EC dans la bande conduction et de EV dans la bande de valence?

-c) pour la condition de b) quelle est la probabilité d'occupation d'un niveau qui est à 50 meV au dessus de EC? Quelle est la probabilité d'occupation d'un niveau qui est à 5 meV en-dessous de EV?

-d) on augmente l'intensité du pompage optique jusqu'à ce que la densité d'électrons-trous atteigne  $10^{19} / \text{cm}^3$ . Calculer les positions des niveaux de Fermi pour les électrons et les trous, ainsi que la largeur de bande en électrons-volts et en THz sur laquelle on pourra observer l'action laser. Quelle sera l'impulsion la plus courte que ce laser pourrait théoriquement produire?

Question # 2 -a) Une réponse simple (quoique légèrement approximative) est que  $E_F = E_i$  se trouve au centre du gap, donc à  $1.424/2 = 0.712$  eV au-dessus de EV, ou en-dessous de EC. La densité de porteurs intrinsèques (Appendix A7 de Shur) est  $n_i = p_i = 2.1 \times 10^6/\text{cm}^3$  à la température ambiante. À partir de cette donnée on peut utiliser la formule de Joyce-Dixon, approximée à son premier terme, pour trouver plus précisément les écarts de Fermi. On a:

$$n = 2.1 \times 10^6/\text{cm}^3 = 4.7 \times 10^{17} \times \exp[-(E_C - E_{Fn})/0.026] \text{ d'où l'on tire:}$$

$$E_C - E_{Fn} = 0.679 \text{ eV.}$$

De même pour les trous on a:

$$p = 2.1 \times 10^6/\text{cm}^3 = 7 \times 10^{18} \times \exp[-(E_{Fp} - E_V)/0.026] \text{ d'où l'on tire:}$$

$$E_{Fp} - E_V = 0.750 \text{ eV.}$$

Comme les deux écarts s'additionnent pour donner 1.429 eV, on voit que  $E_{Fn}$  et  $E_{Fp}$  coïncident et sont assez près du point "mid-gap".

Question # 2 -b) On applique Joyce-Dixon en page 17 et on obtient:

$$E_{Fn} - E_C = 0.026 \times [\ln(5 \times 10^{17}/4.7 \times 10^{17}) + 0.353(5 \times 10^{17}/4.7 \times 10^{17})] = 11 \text{ meV}$$

$$E_V - E_{Fp} = 0.026 \times [\ln(5 \times 10^{17}/7 \times 10^{18}) + 0.353(5 \times 10^{17}/7 \times 10^{18})] = -68 \text{ meV}$$

Comme  $E_{Fn}$  est à 11 meV au-dessus de  $E_C$ , la probabilité qu'un niveau  $E$  tout près de  $E_C$  soit occupé est  $F(E = E_C) = 1/[1 + \exp(E_C - E_{Fn})/kBT] = 1/[1 + \exp(-11/26)] = 0.60$ , i.e. 60%.

Pour la bande de valence:

$$F(E = E_V) = 1/[1 + \exp(E_V - E_{Fp})/kBT] = 1/[1 + \exp(-68/26)] = 0.93, \text{ i.e. } 93\%.$$

$$\text{-c) On a: } F(E = E_C + 50 \text{ meV}) = 1/[1 + \exp(50 - 11)/kBT] = 1/[1 + \exp(39/26)] = 0.18, \text{ i.e. } 18\%.$$

$$\text{Près de } E_V \text{ on a: } F(E = E_V - 5 \text{ meV}) = 1/[1 + \exp(-68 - 5)/26] = 0.94, \text{ i.e. } 94\%.$$

-d) On suit le déroulement de la page 17:

$$E_{Fn} - E_C = 0.026 \times [\ln(1019/4.7 \times 10^{17}) + 0.353(1019/4.7 \times 10^{17})] = 275 \text{ meV}$$

$$E_V - E_{Fp} = 0.026 \times [\ln(1019/7 \times 10^{18}) + 0.353(1019/7 \times 10^{18})] = 22 \text{ meV}$$

Par la condition de Bernard-Duraffourg on aura l'action laser sur une bande de  $0.275 + 0.022 \text{ eV} = 0.297 \text{ eV} = 0.297 \times 1.6 \times 10^{-19} / 6.626 \times 10^{-34} = 72 \text{ THz}$ . Supposant une forme gaussienne avec  $\Delta f = 72 \text{ THz}$  on pourrait éventuellement avoir une impulsion lumineuse avec un  $\Delta t = 0.44/72 \text{ THz} = 6 \times 10^{-15} = 6 \text{ femtosecondes}$ .

Question # 3 (25 points) Les diodes.

-a) Expliquer le déroulement des événements impliquant les électrons et les trous quand deux régions dopées n et p sont mises en contact pour former une jonction pn. Durant ce processus supposer qu'un fil électrique relie à l'extérieur les deux régions n et p, le tout ayant lieu dans l'obscurité.

-b) Quelle est l'origine de la barrière d'énergie potentielle  $qV_{bi}$  et quel rôle joue-t-elle dans le fonctionnement d'une diode? ( $q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Coulomb}$ ).

-c) Faire le design d'une diode qui aura un  $qV_{bi}$  de  $1.37 \text{ eV}$  à la température ambiante. Spécifier le matériau et les niveaux de dopants à être utilisés.

Question # 3 -a) Dans ce cas les figures de la page 27 sont pertinentes. Les électrons diffusent vers le côté p, et les trous diffusent vers le côté n. Les deux sortes de porteurs de charge se recombinent et forment un no man's land où leur absence met en évidence deux champs de mines qui constituent les régions de donneurs ionisés (charges positives fixes) et d'accepteurs ionisés (charges négatives fixes). Dans l'obscurité il n'y a aucun courant, de sorte que le niveau de Fermi  $E_F$  est parfaitement horizontal (la dérivée de  $E_F$  suivant  $x$  donne le courant; avec celui-ci nul, la dérivée est nulle).

3 -b) Les régions de charges fixes non-neutralisées donnent lieu à un champ électrique qui pousse les électrons vers la droite, les trous vers la gauche. Ce champ crée une barrière de potentiel telle que montrée dans la figure, de hauteur  $V_{bi}$ . La hauteur de la barrière en terme d'énergie d'un électron est  $qV_{bi}$ , où  $q = 1.60 \times 10^{-19} \text{ Coulomb}$ .

La barrière  $qV_{bi}$  est l'origine du comportement rectificateur de la diode. En polarisation directe (forward) la barrière est réduite et beaucoup plus d'électrons vont diffuser à travers la jonction conduisant ainsi un courant

(figure du haut p.29), tandis qu'en polarisation inverse (figure du bas p. 31) la barrière est augmentée et très peu d'électrons peuvent diffuser et ainsi conduire un courant.

3 -c) Utilisant le graphique au bas de la page 27 on prend une diode de type n+-p de GaAs dopé à un niveau de  $10^{18}$  accepteurs/cm<sup>3</sup>.

---

Question # 4 (30 points): "Candle Power", électricité à partir de chandelles.

Durant une panne d'électricité on allume six chandelles et on les dispose à 52 cm (voir l'illustration) devant un panneau solaire photovoltaïque ayant les caractéristiques suivantes:

nombre de cellules individuelles en série électrique: 33;

dimensions de chaque cellule: 10 cm x 10 cm x 0.01 cm;

densité des dopants:  $N_d = N_a = 2 \times 10^{16}$ /cm<sup>3</sup>;

temps de vie des porteurs minoritaires: 10 microsecondes.

-a) Avec le panneau en court-circuit on mesure un courant de 4.5 mA. Calculer le nombre de photons absorbés par seconde dans chaque cellule individuelle.

-b) Calculer le voltage produit par le panneau mis en circuit ouvert. En utilisant le même "fill factor" que pour le panneau exposé au soleil, i.e. 0.65, calculer la puissance qui sera produite par le panneau à son point optimum d'opération.

-c) Au point d'opération optimum combien de courants d'électrons différents peut-on identifier dans la photopile? Expliquer leur nature et leur origine, et donner leur ratio en supposant la même forme de courbe photocourant vs. photovoltage qui est observée au soleil.

-d) Avec des photopiles au silicium, quelle serait la longueur d'onde d'un faisceau laser qu'on pourrait convertir en puissance électrique avec le maximum de rendement, celui-ci étant défini par le ratio (puissance électrique produite par la photopile)/(puissance du faisceau laser incident)? Expliquer. Calculer dans ce cas le rendement maximum pour une cellule photovoltaïque ayant les mêmes paramètres que ci-dessus.

#4 Candle power-a) Un courant mesuré de 4.5 mA signifie  $4.5 \times 10^{-3}$  Coulomb/seconde, ce qui veut donc dire que  $4.5 \times 10^{-3} / 1.60 \times 10^{-19} = 2.81 \times 10^{16}$  électrons quittent le côté n de la photopile, passent par le circuit externe, et vont se recombiner avec un nombre égal de trous produits du côté p de la photopile. Le nombre de photons absorbés dans chaque cellule 10cm x 10cm est égal au nombre de paires électrons-trous et est donc  $2.81 \times 10^{16}$ . Avec les cellules en série c'est le même courant de 4.5 mA qui traverse les 33 cellules.

-b) On suit la démarche de la page 33. Le nombre de photons absorbés par  $\text{cm}^2$  est  $2.81 \times 10^{14}$  par seconde. Comme ils ne vivent que 10 microsecondes la densité des porteurs minoritaires (électrons en région p, trous en région n) est:

$$p_n = n_p = (2.81 \times 10^{14} \times 10 \times 10^{-6}) / (0.01 \text{ cm}^3) = 2.81 \times 10^{11} / \text{cm}^3.$$

$$\text{Du côté n on a: } E_C - E_{Fn} = 0.026 \times \ln(3.22 \times 10^{19} / 2.81 \times 10^{11}) = 0.192 \text{ eV}$$

$$E_{Fn} - E_V = 0.026 \times \ln(1.83 \times 10^{19} / 2.81 \times 10^{11}) = 0.468 \text{ eV}$$

La tension maximum que la photopile pourra produire en circuit ouvert est donc:

$$E_{Fn} - E_{Fp} = 1.12 - 0.192 - 0.468 = 0.46 \text{ eV}.$$

Avec 33 piles en série la tension maximum du panneau sera  $33 \times 0.46 = 15$  volts.

-b) Le fill factor à la page 32 est 0.65. C'est le ratio de la superficie à l'intérieur du pointillé divisé par la superficie  $I_{\text{max}} \times E_{\text{max}}$ . Il représente le compromis qu'il faut faire pour tirer la puissance maximum de la photopile. On a donc:

$$\text{Puissance} = 0.65 \times 4.5 \times 10^{-3} \times 15 = 68 \text{ mWatts}.$$

-c) Il y a un courant de dérive de photo-électrons qui descendent la pente de ski vers la droite (fig. de la page 33) qui vaut  $(2.4/2.8) \times 4.5 \text{ mA} = 3.8 \text{ mA}$ , et un autre courant d'électrons qui diffusent vers la gauche en surmontant la pente de ski, ce dernier ayant pour valeur  $4.5 - 3.8 = 0.7 \text{ mA}$ . Le ratio des deux est donc  $3.8/0.7 = 5.4$ .

La même déclaration s'applique pour les trous sauf que le sens est inversé.

-d) Ce serait un laser dont la longueur d'onde est tout juste suffisante pour produire une paire électrons-trous avec un excédent d'énergie très faible (juste assez pour avoir de l'absorption optique) au-dessus du gap,

i.e  $hf = 1.12 + 0.1 = 1.22$  eV. Dans ce cas les deux premières causes de perte de rendement énoncées à la page 32 des notes ne s'appliquent pas et la seule perte de rendement est le fill factor égal à 0.65. Le rendement maximum avec un tel laser s'approcherait donc de 65%.