Solution de l'examen partiel H2013

Problème no. 1 (25 points)

a) L'amplitude de la tension $v_s(t)$ est égale à 400 V. La valeur efficace de $v_s(t)$ est donc égale à $V_s = \frac{400}{\sqrt{2}} = 282.84\text{ V}$

L'amplitude du courant $i_s(t)$ est égale à 30 A. La valeur efficace de $i_s(t)$ est donc égale à $I_s = \frac{30}{\sqrt{2}} = 21.21\text{ A}$

La fréquence de $v_s(t)$ est égale à: $f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{20\text{ms}} = 50\text{ Hz}$

Le courant $i_s(t)$ est arrière de phase de la tension $v_s(t)$ d'un angle de: $\phi = \frac{2\text{ms}}{20\text{ms}} \times 360 = 36°$

L'ampèremètre indique la valeur efficace du courant $i_s(t)$: $I_s = 21.21$ A.

Le wattmètre indique la puissance active fournie à la charge:

$$P_s = V_s I_s \cos\phi = 282.84\text{V} \times 21.21\text{A} \times \cos(36°) = 4853.3\text{ W}$$

Le facteur de puissance de la charge: $fp = \cos(36°) = 0.809$

b)

Puissance apparente: $S = V_s I_s = 5999\text{VA}$.

Puissance réactive:

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{5999^2 - 4853.3^2} = 3526.1\text{ VAR}$$

Puissance réative pour avoir un facteur de puissance de 0.9:

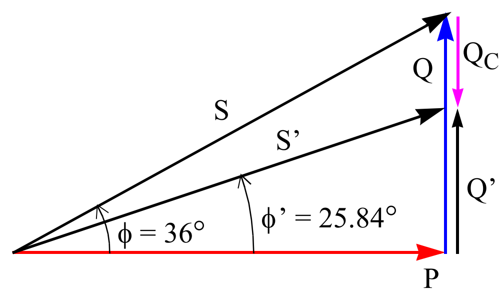
$$Q' = P \times \tan(25.84°) = 4853.3 \times 0.48428 = 2350.4\text{ VAR}$$

Puissance réative du condensateur C:

$$Q_C = Q - Q' = 3526.1 - 2350.4 = 1175.7\text{ VAR}$$

Impédance du condensateur: $X_C = \frac{V_s^2}{Q_C} = \frac{(282.84)^2}{1175.7} = 68\Omega$

La valeur du condensateur: $C = \frac{1}{2\pi f_0 X_C} = \frac{1}{100\pi \times 68} = 46.8\mu\text{F}$

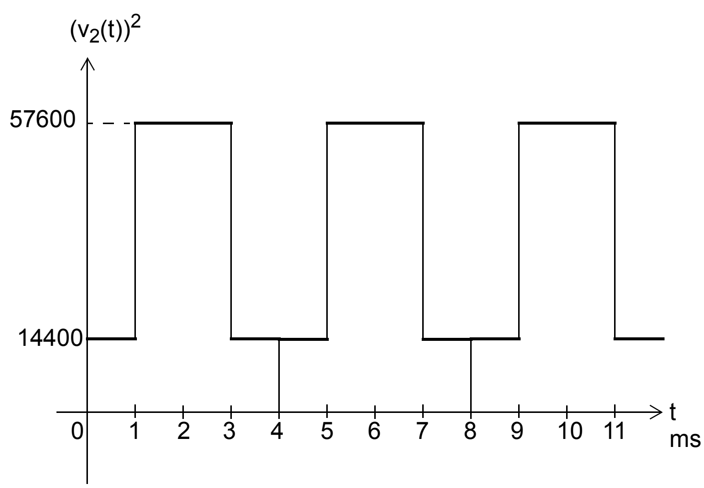


b) La tension $v_1(t)$ est **la moitié** (dans le temps) d'une tension sinusoïdale d'amplitude 240 V (la valeur efficace de cette tension est $\frac{240\text{V}}{\sqrt{2}} = 169.7\text{V}$. La valeur efficace de $v_1(t)$ sera donc égale à $V_1(\text{eff}) = \frac{169.7\text{V}}{\sqrt{2}} = 120\text{ V}$.

La valeur efficace de la tension $v_2(t)$ peut être calculée en calculant la racine carrée de la surface moyenne sous la courbe $(v_2(t))^2$.

On a:

$$V_2(\text{eff}) = \sqrt{\frac{14400 + 57600 \times 2 + 14400}{4}} = 151.99\text{V}$$



Problème no. 2 (25 points)

a) La puissance active totale fournie à la charge est égale à:

$$P = P_1 + P_2 = 47817 + 20286 = 68103\text{ W}$$

L'angle ϕ de l'impédance de charge (l'angle ϕ de la puissance complexe S) est donné par la relation suivante:

$$\tan\phi = \sqrt{3}\left[\frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2}\right] = \sqrt{3}\left[\frac{47.817 - 20.286}{47.817 + 20.286}\right] = 0.7002$$

On déduit: $\phi = 35°$

Le facteur de puissance de la charge est: $fp = \cos\phi = \cos(35°) = 0.819\ \text{AR}$

L'indication du wattmètre no. 1 est $P_1 = V_{AC}I_A\cos(\phi - 30°)$

On déduit: $$I_A = \frac{P_1}{V_{AC}\cos(\phi - 30°)} = \frac{47817}{2400 \times \cos(5°)} = 20\text{ A}$$

La puissance apparente totale de la charge est: $S = \sqrt{3} \times V_{AC} \times I_A = \sqrt{3} \times 2400 \times 20 = 83138\text{ VA}$

La puissance réactive totale dans la charge est égale à:

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{83138^2 - 68103^2} = 47686\ \text{VAR}$$

b) Un banc de 3 condensateurs en triangle est connectée en parallèle avec la charge.

La puissance active totale dans la charge n'a pas changé: $P = P_1 + P_2 = 20286 + 47817 = 68103\text{ W}$

Seulement l'angle ϕ a changé de signe: $\phi = -35°$

La puissance réactive fournies par des condensateurs est donc deux fois la puissance réactive dans la charge inductive:

$$Q_C = 2 \times Q = 2 \times 47686 = 95374\ \text{VAR}$$

La réactance d'un condensateur Cx est: $$X_{Cx} = \frac{(V_{AC})^2}{Q_C/3} = \frac{2400^2}{95374/3} = 181.18\Omega$$

La valeur d'un condensateur Cx est: $$Cx = \frac{1}{X_{Cx} \times \omega} = \frac{1}{181.18 \times 120\pi} = 14.64\mu\text{F}$$

La valeur du courant I_A n'a pas changé: $$I_A = \frac{P_1}{V_{AC}\cos(\phi - 30°)} = \frac{20286}{2400 \times \cos(-65°)} = 20\text{ A}$$

Problème no. 3 (25 points)

a) On convertit la charge Y en Δ.

$$Z_{AB} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_C} = \frac{(5 \times 10) + (10 \times 25) + (25 \times 5)}{25} = 17\Omega$$

$$Z_{BC} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_A} = \frac{(5 \times 10) + (10 \times 25) + (25 \times 5)}{5} = 85\Omega$$

$$Z_{CA} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_B} = \frac{(5 \times 10) + (10 \times 25) + (25 \times 5)}{10} = 42.5\Omega$$

La tension V_{AN} est prise comme référence de phase: $V_{AN} = 1385.6\angle 0°$ V

Les courants de triangle sont:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{2400\angle 30°}{17} = 141.176\angle 30° \text{ A}$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{2400\angle -90°}{85} = 28.235\angle -90° \text{ A}$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{2400\angle 150°}{42.5} = 54.471\angle 150° \text{ A}$$

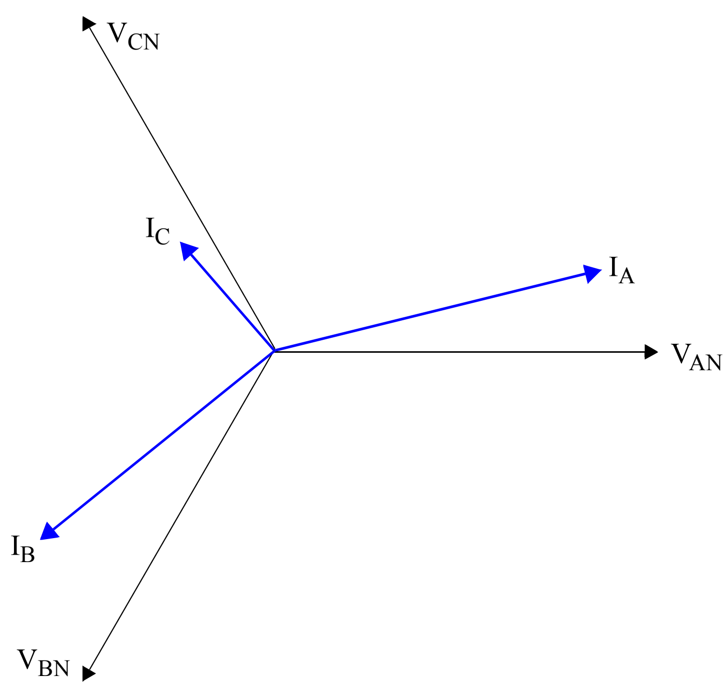
Les courants de ligne sont:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA} = (141.176\angle 30°) - (54.471\angle 150°) = 176.329\angle 13.9° \text{ A}$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB} = (28.235\angle -90°) - (141.176\angle 30°) = 157.207\angle -141.1° \text{ A}$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC} = (54.471\angle 150°) - (28.235\angle -90°) = 74.704\angle 130.9° \text{ A}$$

Diagramme vectoriel



b) On relie le point commun N' de la charge et le neutre N de la source. Le système devient trois circuits indépendants.
Les courants de ligne sont:

$$I_A = \frac{V_{AN}}{Z_A} = \frac{1385.6\angle 0°}{5} = 277.128\angle 0° \text{ A}$$

$$I_B = \frac{V_{BN}}{Z_B} = \frac{1385.6\angle -120°}{10} = 138.564\angle -120° \text{ A}$$

$$I_C = \frac{V_{CN}}{Z_C} = \frac{1385.6\angle 120°}{25} = 55.426\angle 120° \text{ A}$$

Le courant du neutre est égal à la somme de I_A, I_B, et I_C:

$$I_N = I_A + I_B + I_C = (277.128\angle 0°) + (138.564\angle -120°) + (55.426\angle 120°) = 193.99\angle -21.8° \text{ A}$$

L'indication du wattmètre no. 1 est $P_1 = V_{AC} I_A \cos\theta_1$ où θ_1 est l'angle entre V_{AC} et I_A

On a: $\theta_1 = -30° - 0° = -30°$

Alors: $P_1 = 2400 \times 277.128 \times \cos(-30°) = 576\text{kW}$

L'indication du wattmètre no. 2 est $P_2 = V_{BC} I_B \cos\theta_2$ où θ_2 est l'angle entre V_{BC} et I_A

On a: $\theta_2 = -90° - (-120°) = 30°$

Alors: $P_2 = 2400 \times 138.564 \times \cos(30°) = 288\text{kW}$

La somme $(P_1 + P_2)$ dans ce cas ne représente rien de particulier.

Problème no. 4 (25 points)

a) La réactance propre de la bobine no.1 est: $X_1 = \omega L_1 = \dfrac{V_{s1}}{I_1} = \dfrac{240}{1.5915} = 150.8\,\Omega$

On déduit: $L_1 = \dfrac{X_1}{\omega} = \dfrac{150.8}{120\pi} = 0.4\text{ H}$

La réactance mutuelle est: $X_m = \dfrac{V_{21}}{I_1} = \dfrac{90}{1.5915} = 56.55\,\Omega$

On déduit: $M = \dfrac{X_m}{\omega} = \dfrac{56.55}{120\pi} = 0.15\text{ H}$

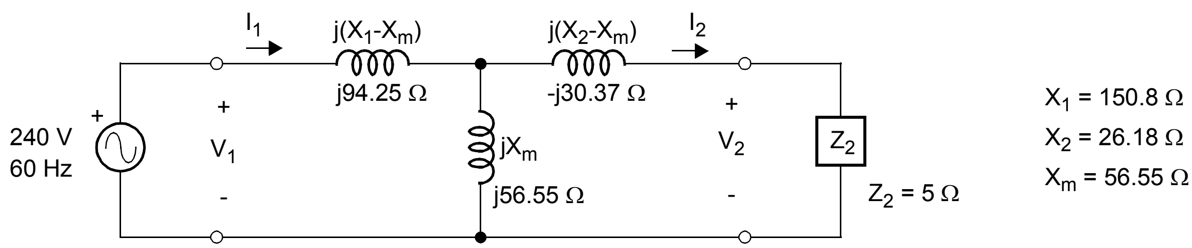
La réactance propre de la bobine no.2 est: $X_2 = \omega L_2 = \dfrac{V_{s2}}{I_2} = \dfrac{100}{3.8197} = 26.18\,\Omega$

On déduit: $L_2 = \dfrac{X_2}{\omega} = \dfrac{26.18}{120\pi} = 0.0694\text{ H}$

La réactance mutuelle est: $X_m = \dfrac{V_{12}}{I_2} = \dfrac{216}{3.8197} = 56.55\,\Omega$

On déduit: $M = \dfrac{X_m}{\omega} = \dfrac{56.55}{120\pi} = 0.15\text{ H}$ (même valeur que celle calculée avant)

b) Le circuit équivalent du système est montré dans la figure suivante.



L'impédance vue par la source est:

$$Z_1 = j94.25 + \frac{(j56.55)(5 - j30.37)}{(j56.55) + (5 - j30.37)} = (22.508 + j32.948)\Omega = 39.902\angle 55.7°\,\Omega$$

Le courant I_1 est égal à: $I_1 = \dfrac{V_1}{Z_1} = \dfrac{240}{39.902\angle 55.7°} = 6.015\angle -55.7°\text{ A}$

Le courant I_2 est calculé à partir de I_1 (par la loi du diviseur de courant):

$$I_2 = \frac{j56.55}{(j56.55) + (5 - j30.37)} \times I_1 = \frac{j56.55}{(j56.55) + (5 - j30.37)} \times (6.015\angle -55.7°)\text{ A}$$

$$I_2 = 12.761\angle -44.8°\text{ A}$$

La tension V_2 est : $V_2 = 5 \times I_2 = 63.805\angle -44.8°\text{ V}$

La puissance active fournie par la source V_{s1} est égale à:

$$P_{s1} = V_{s1} I_1 \cos(55.7°) = 240 \times 6.015 \times 0.564 = 814.3\text{ W}$$