Solutionnaire EXAMEN 2

Exercice I : ***Identification d'un équivalent Thévenin (25 pts)***

(13 Pts) 1) La pulsation électrique est : $\omega = 500\pi \; rad/s$

et la fréquence : $f = \dfrac{\omega}{2\pi} = 250\ Hz$

L'essai en circuit ouvert permet de déduire la tension équivalente de Thévenin : $\overline{V_T} = 50\,V \angle 30°$

On peut calculer $\overline{Z_T}$ Avec l'essai en charge. D'abord on calcule, la réactance capacitive aux bornes a et b:

$$\overline{Z_C} = \frac{1}{jC\omega} = \frac{1}{j133\ 10^{-6} \cdot 500 \cdot \pi} = 4.79\ \Omega \angle -90°$$

On en déduit le courant de charge et l'impédance de Thévenin $\overline{Z_T}$

$$\overline{I} = \frac{\overline{V}_{ab}}{\overline{Z}_C} = \frac{25\,V \angle -30°}{4.79\ \Omega \angle -90°} = 5.22\ A \angle 60°$$

$$\overline{Z}_T + \overline{Z}_C = \frac{\overline{V}_T}{\overline{I}} = \frac{50\,V \angle 30°}{5.22\ A \angle 60°} = 9.57\ \Omega \angle -30°$$

$$\overline{Z}_T = 9.57\ \Omega \angle -30° - 4.79\ \Omega \angle -90° = 8.29 - j4.79 + j4.79 = 8.29\ \Omega \angle 0°$$

On peut aussi calculer $\overline{Z_T}$ à partir de la tension à ses bornes :

$$\overline{Z}_T = \frac{\overline{V_T} - \overline{V}_{ab}}{\overline{I}} = \frac{50\,V \angle 30° - 25\,V \angle -30°}{5.22\ A \angle 60°} = 8.58\ \Omega \angle -30° - 4.79\ \Omega \angle -90°$$

$$\overline{Z}_T = 8.29\ \Omega \angle 0°$$

Z_T est donc une résistance

(12 Pts) 2) On ajoute une inductance comme charge. D'abord on calcule, la réactance inductance aux bornes a et b :

$$\overline{Z_L} = jL\omega = j10\ 10^{-3} \cdot 500 \cdot \pi = 15.7\ \Omega \angle 90°$$

On en déduit le courant de charge $\overline{I_{ab}}$ et la tension $\overline{V_{ab}}$

$$\overline{I_{ab}} = \frac{\overline{V}_T}{\overline{Z}_T + \overline{Z}_L} = \frac{5\,0V\ \angle 30°}{8.29\,\Omega\ \angle 0° + 15.7\,\Omega\ \angle 90°} = 2.82\ A\ \angle -32.2°$$

$$\overline{V_{ab}} = \overline{Z}_L \cdot \overline{I_{ab}} = (15.7\,\Omega\ \angle 90°)\cdot(2.82\ A\ \angle -32.2°) = 23.55 + j37.43 = 44.2\,V\ \angle 57.8°$$

On en déduit les équations du courant et de la tension :

$I_{ab}(t) = 2.82 \cdot \cos(500\pi t - 0.562)$ $\quad$ $V_{ab}(t) = 44.2 \cdot \cos(500\pi t + 1.01)$

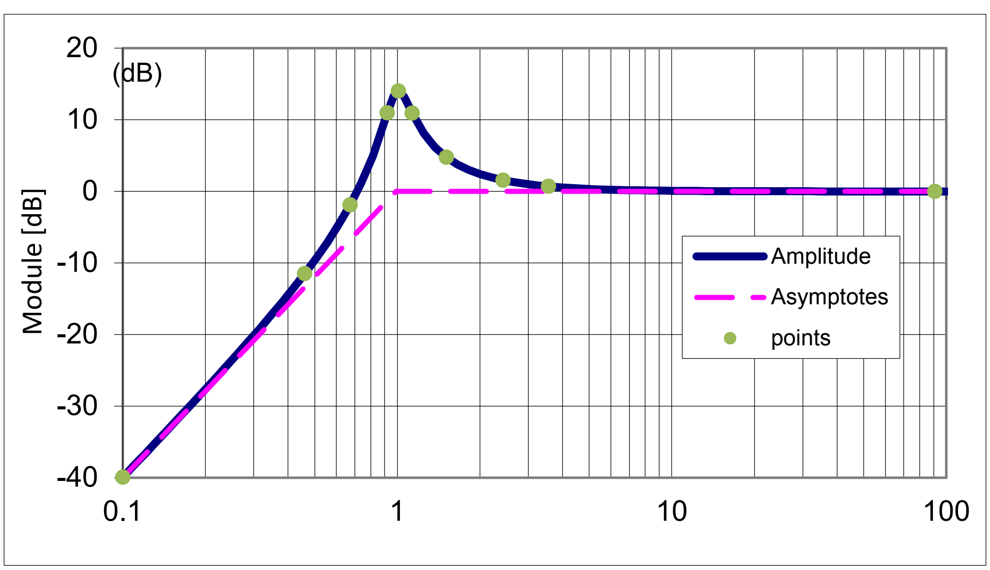
Exercice II : ***Réponse en fréquence et tracé du diagramme de Bode (25 pts)***

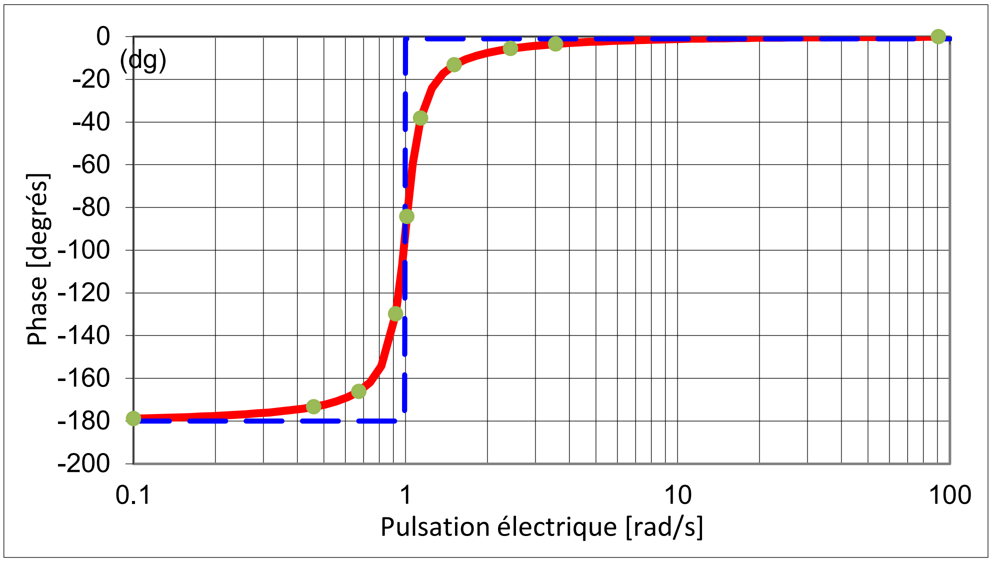
1) Gain en décibel : $G = 20 \cdot \log \dfrac{V_2(j\omega)}{V_1(j\omega)}$ $\quad$ Phase en degrés : $\phi = \phi_2 - \phi_1$

La pulsation électrique : $\omega = 2\pi f$

Frequence (Hz)	V1 (Vrms)	V2 (Vrms)	ϕ1 (degrés)	ϕ 2 (degrés)	ω (rad/s)	Gain (dB)	Phase (deg)
0.016	5	0.05	90	-88.8	0.10	-39.91	-178.8
0.073	8	2.13	15	-158.4	0.46	-11.51	-173.4
0.11	10	8.03	10	-156.2	0.67	-1.91	-166.2
0.15	6	21.19	30	-99.9	0.92	10.96	-129.9
0.16	5	25.13	60	-24.3	1.01	14.02	-84.3
0.18	12	42.17	-30	-68.3	1.13	10.92	-38.3
0.24	12	20.80	20	6.7	1.51	4.78	-13.3
0.39	10	11.98	-45	-50.7	2.43	1.57	-5.7
0.57	15	16.25	-60	-63.5	3.56	0.70	-3.5
14.5	15	15.00	60	59.9	90.98	0.00	-0.1
97.4	10	10.00	10	10.0	612.08	0.00	0.0

tracés des diagrammes de Bode





C'est un circuit du second ordre car la phase varie de 180 degrés et la pente de variation du gain est de 40dB par décade

2) Asymptotes et points caractéristiques

Asymptotes de la courbe de gain :

pente de +40 dB/dec si $\omega < \omega_C$ 0 dB si $\omega = \omega_C$ 0 dB si $\omega < \omega_C$

Asymptotes de la courbe de phase :

-180^o si $\omega < \omega_C$ 0^o si $\omega > \omega_C$

Voir le tracé des asymptotes sur les figures

4) Pulsation de résonance : 1 rd/s ou fréquence de résonance : 0.16 Hz

$$\Delta f_{-3dB} = 0.18 - 0.15 = 0.03\ Hz = \frac{f_n}{Q}$$

$$Q = \frac{f_n}{\Delta f_{-3dB}} = \frac{0.16}{0.03} = 5.3$$

$$\xi = \frac{1}{2Q} = 0.094$$

Exercice III : *Mesure d'une constante de temps avec un oscilloscope*

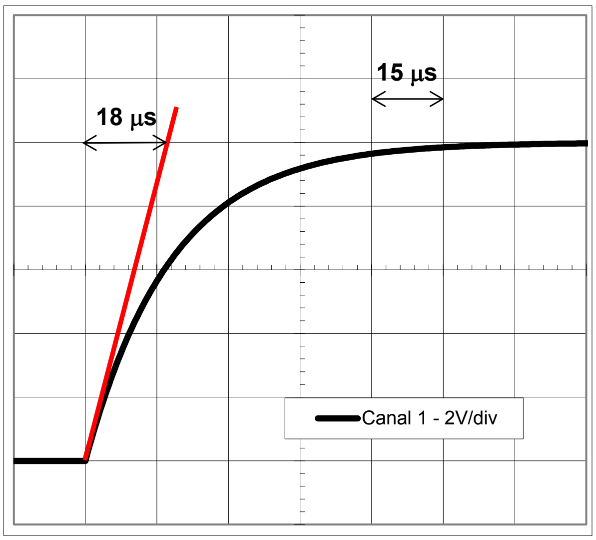
(6pts) 1) La croissance du signal peut être caractérisée par l'expression suivante :

$$v(t) = A \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 10 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

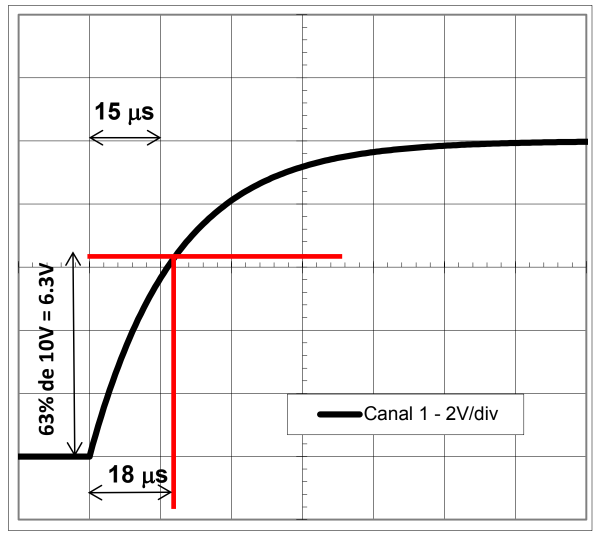
en prenant la deuxième ligne verticale (fin du premier carreau) comme origine de temps.

(8pts) 2) Il y a deux méthodes pour mesurer la constante de temps; la méthode de la tangente et la méthode basée sur à 63.2% de la valeur finale. La méthode 2 est la plus précise.

Méthode 1 : Tangente



Méthode 2 : 63.2 %

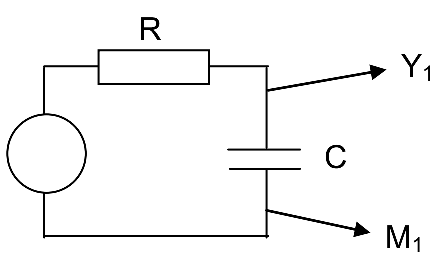


On trouve : $\tau = 1.2 \times 15\ \mu s = 18\ \mu s$ dans les 2 cas

(11pts) 3) Il y a plusieurs solutions : on peut faire un circuit RL (cf cours) ou un circuit RC (lab 6).

On montre ici l'exemple du laboratoire 6 : circuit RC

Le générateur doit produire un signal carré à basse fréquence. L'amplitude du signal crête à crête est de 10V avec un offset (composante continue) de +5V. L'oscilloscope mesure la tension aux bornes de la capacité et on doit faire un déclenchement sur un front montant du générateur pour observer le signal de la figure 2.

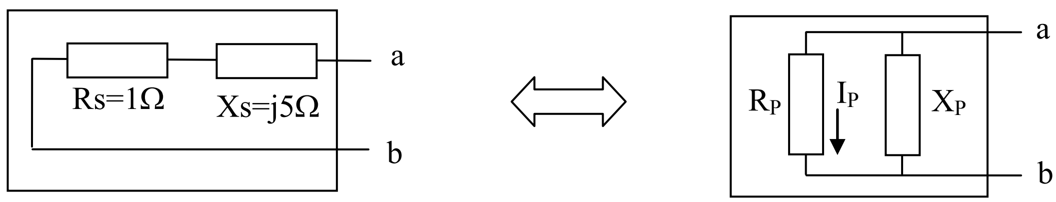


Il faut que $RC = \tau = 18\ \mu s$

Par exemple, on peut prendre : R = 1kΩ et C = 18 nF

Dans le cas d'un circuit RL, on doit mesurer la tension aux bornes de la résistance et il faut que
$\dfrac{L}{R} = \tau = 18\ \mu s$

Exercice IV ***: Circuits équivalents série et parallèle (25 pts)***



(16 pts) 1) Pour le modèle série, on a : $\overline{Z_{ab}} = R_s + jX_s$

Pour le modèle parallèle : $\overline{Z_{ab}} = R_P // jX_P = \dfrac{jR_P X_P}{R_P + jX_P} = \dfrac{jR_P X_P}{R_P + jX_P} = \dfrac{jR_P X_P \cdot (R_P - jX_P)}{{R_P}^2 + {X_P}^2}$

$$\overline{Z_{ab}} = \frac{R_P {X_P}^2 + j{R_P}^2 X_P}{{R_P}^2 + {X_P}^2}$$

On fait l'égalité des parties et des parties imaginaires :

$$\frac{R_P {X_P}^2}{{R_P}^2 + {X_P}^2} = R_S = 1\,\Omega \quad \text{et} \quad \frac{{R_P}^2 X_P}{{R_P}^2 + {X_P}^2} = X_S = 5\,\Omega$$

On en déduit : ${R_P}^2 X_P = 5 \cdot R_P {X_P}^2 \iff R_P = 5 \cdot X_P$

Donc $\dfrac{R_P {X_P}^2}{{R_P}^2 + {X_P}^2} = \dfrac{5{X_P}^3}{25{X_P}^2 + {X_P}^2} = \dfrac{5X_P}{26} = 1 \qquad \iff X_P = \dfrac{26}{5} = 5.2\,\Omega$

$$R_P = 5 \cdot X_P = 26\,\Omega$$

(9pts) 2) Le plus simple est de calculer le courant Iab en utilisant le modèle série

$$\overline{I}_{ab} = \frac{\overline{V}_{ab}}{\overline{Z}_s} = \frac{25\,V \angle 30°}{1 + j5} = \frac{25\,V \angle 30°}{5.1 \angle 78.7°} = 4.9\ A \angle -48.7°$$

Donc $\qquad i_{ab}(t) = 4.9 \cdot \cos(100\pi t - 0.85)$

Pour calculer le courant dans la résistance Rp, il faut utiliser le modèle parallèle :

$$\overline{I}_P = \frac{\overline{V}_{ab}}{R_P} = \frac{25\,V\ \angle 30°}{26\ \angle 0°} = 0.96\ A\ \angle 30°$$

Donc $$i_P(t) = 0.96 \cdot \cos(100\pi t + \frac{\pi}{6})$$