UNIVERSITÉ
LAVAL

FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE ET DE GÉNIE INFORMATIQUE

GEL-2001 Analyse de signaux
Jérôme Genest

Examen partiel

DATE: Mercredi le 20 octobre 2010

DURÉE: de 13h30 à 15h20

SALLE: PLT-2708

Cet examen vaut 40% de la note finale.

Remarques:

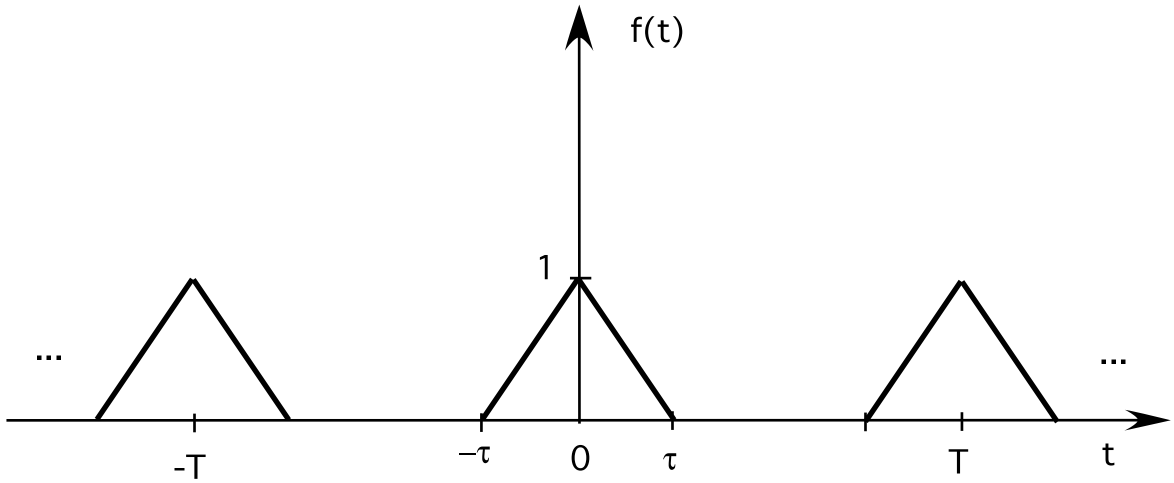
i) *L'utilisation d'une calculatrice est permise.*

ii) *Aucun document n'est permis durant l'examen.*

iii) *Seule la liste des formules fournie à la fin du questionnaire est permise.*

iv) *Votre carte d'identité doit être placée sur votre bureau en conformité avec le règlement de la Faculté.*

Problème 1 (10 points)



a) Calculez la transformation de Fourier de la fonction $f(t)$ illustrée ci-haut.

b) Calculez la puissance à la fréquence fondamentale (première harmonique).

Problème 2 (10 points)

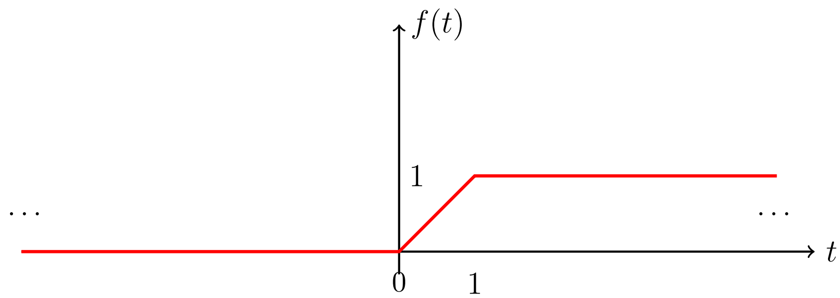
a) Calculez et tracez la TF (en module et en phase) de $\cos(100t)\text{Rect}(3t)$

b) Calculez et tracez la TF (en module et en phase) de $\cos(100[t-3])\text{Rect}(3[t-3])$

c) Calculez et tracez la TF (en module et en phase) de $\cos(100t)\text{Rect}(3[t-3])$

d) Expliquer les différences et les similitudes entre les deux résultats obtenus en b) et en c)

Problème 3 (10 points)



a) Calculez la *Transformation de Fourier* (TF) de la fonction $f(t)$ ci-haut.

b) Quel est le taux de décroissance asymptotique de la TF $f(t)$, pourquoi ?

c) Quelle est l'énergie du signal $f(t)$?

d) Quelle est la puissance signal $f(t)$?

Problème 4 (10 points)

Le peigne de Dirac est un signal non mesurable. En pratique, un générateur d'impulsions produira une séquence de courts pulses régulièrement espacés. Dans certains cas, ces pulses peuvent prendre la forme suivante:

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin(t - nT)}{(t - nT)}.$$

C'est à dire, une succession de sinus cardinaux.

Notez qu'avec une telle expression, il est bien difficile d'isoler une période dans ce signal, puisque chacun des sinus cardinaux a un support non borné.

a) Tracez la fonction $g(t)$, en prenant soin de noter tout problème potentiel.

b) Calculez la transformation de Fourier $G(\omega)$ du signal $g(t)$.

c) Tracez $G(\omega)$ en module et en phase

Examen Partiel

Fonction	Transformée de Fourier
$f(t)$	$F(\omega)$
$F(t)$	$2\pi f(-\omega)$
$f(t+a)$	$e^{ja\omega}F(\omega)$
$f(at)$	$\frac{1}{\lvert a\rvert}F\left(\frac{\omega}{a}\right)$
$e^{jbt}f(t)$	$F(\omega-b)$
$t^n f(t)$	$(j)^n \frac{d^n}{d\omega^n}F(\omega)$
$\frac{d^n}{dt^n}f(t)$	$(j\omega)^n F(\omega)$
$\mathrm{Rect}(t/\tau)$ (1)	$\tau\,\mathrm{Sa}(\omega\tau/2)$
$\mathrm{Tri}(t/\tau)$ (2)	$\tau\,\mathrm{Sa}^2(\omega\tau/2)$
$\delta(t)$	1
1	$2\pi\delta(\omega)$
$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega-\omega_0)$
$\mathrm{U}(t)$	$1/j\omega+\pi\delta(\omega)$
$\mathrm{Sgn}(t)$	$2/j\omega$
$\delta_{T_0}(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT_0)$	$\omega_0\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-n\omega_0)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{-jnT_0\omega}$
$e^{-\beta t}\,\mathrm{U}(t)$	$\frac{1}{\beta+j\omega}$
$e^{-\beta\lvert t\rvert}$	$\frac{2\beta}{\beta^2+\omega^2}$

---

1 $\mathrm{Rect}\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right)$ rectangle de hauteur un, centré sur $t=t_0$, et de longueur τ.

2 $\mathrm{Tri}\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right)$ triangle de hauteur un, centré sur $t=t_0$, avec un base de longueur 2τ.