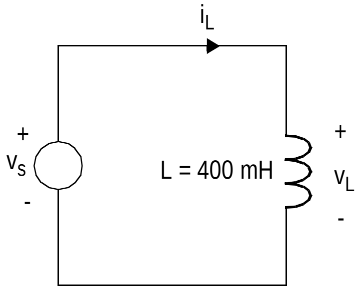
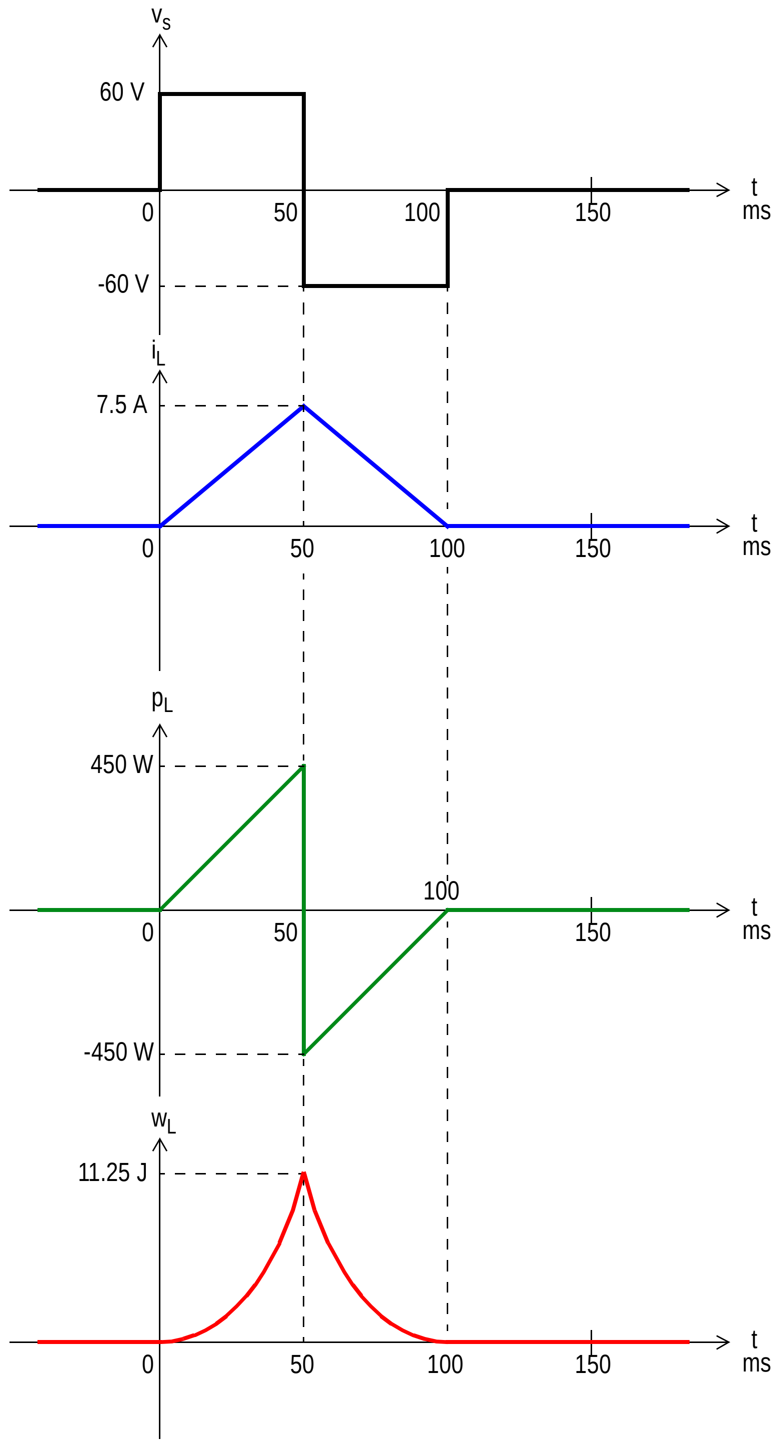
Corrigé de l'examen partiel

Problème no. 1

a)





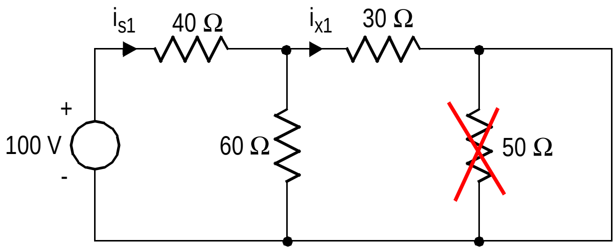
$$i_L = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v_s dt$$

$$p_L = v_L \times i_L$$

$$w_L = \int_{-\infty}^{t} p_L dt$$

b)

Étape 1: On considère seulement la première source

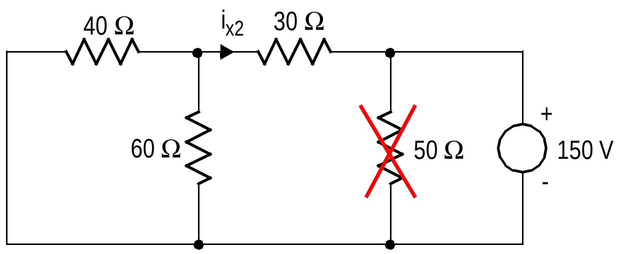


Diviseur de courant:

$$i_{x1} = \frac{60}{30+60} \times i_{s1}$$

$$i_{x1} = \frac{60}{30+60} \times \frac{100}{40 + \frac{60 \times 30}{60+30}} = 1.111\text{A}$$

Étape 2: On considère seulement la deuxième source



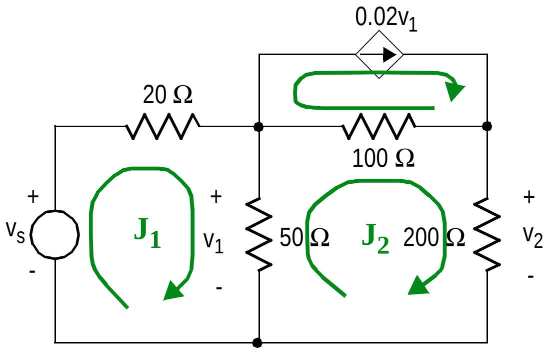
$$i_{x2} = \frac{-150}{30 + \frac{40 \times 60}{40+60}} = \frac{-150}{30+24} = -2.778\text{A}$$

Étape 3: Superposition des deux sources

$\mathbf{i_x} = i_{x1} + i_{x2} = 1.111 - 2.778 = \mathbf{-1.667\ A}$

Problème no. 2

a) Méthode des mailles:



$$\begin{bmatrix} 20+50 & -50 \\ -50 & 50+100+200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_s \\ 100 \times 0.02 v_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 20+50 & -50 \\ -50 & 50+100+200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_s \\ 100 \times 0.02 v_1 \end{bmatrix}$$

Mais: $v_1 = 50(J_1 - J_2)$.

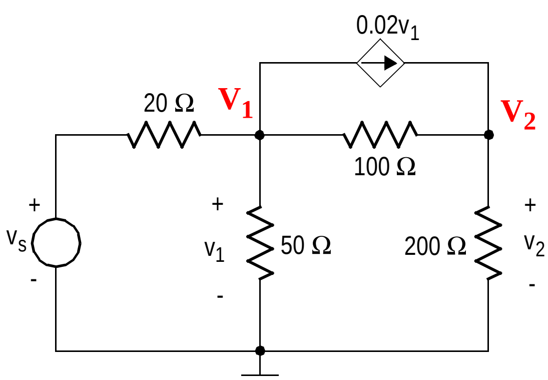
Alors:

$$\begin{bmatrix} 20+50 & -50 \\ -50 & 50+100+200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_s \\ 100 \times 0.02 \times 50(J_1 - J_2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 20+50 & -50 \\ -50-100 & 50+100+200+100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_s \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 70 & -50 \\ -150 & 450 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_s \\ 0 \end{bmatrix}$$

b) Méthode des noeuds:



$$\begin{bmatrix} \frac{1}{20} + \frac{1}{50} + \frac{1}{100} & -\frac{1}{100} \\ -\frac{1}{100} & \frac{1}{100} + \frac{1}{200} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_s}{20} - 0.02 V_1 \\ 0.02 V_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{20}+\frac{1}{50}+\frac{1}{100}+0.02 & -\frac{1}{100} \\ -\frac{1}{100}-0.02 & \frac{1}{100}+\frac{1}{200} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_s}{20} \\ 0 \end{bmatrix}$$

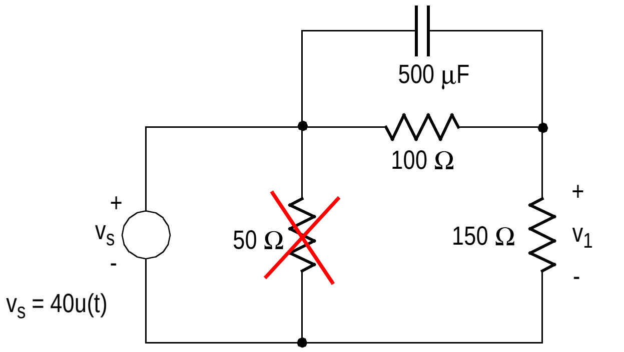
$$\begin{bmatrix} 0.1 & -0.01 \\ -0.03 & 0.015 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.05v_s \\ 0 \end{bmatrix}$$

c) À partir de l'équation matricielle obtenue avec la méthode des noeuds, on calcule la tension V_2 par la méthode Cramer:

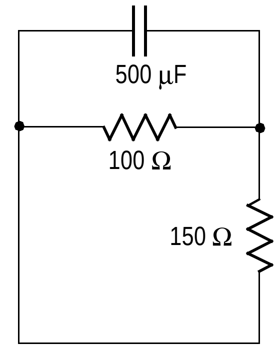
$$V_2 = \frac{\begin{vmatrix} 0.1 & 0.05v_s \\ -0.03 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0.1 & -0.01 \\ -0.03 & 0.015 \end{vmatrix}} = \frac{0.0015v_s}{0.0012} = 1.25v_s$$

Problème no. 3

a)



Circuit
de base



Ce circuit est du premier ordre parce que le circuit de base contient un seul condensateur. La constante de temps de ce circuit est égale à:

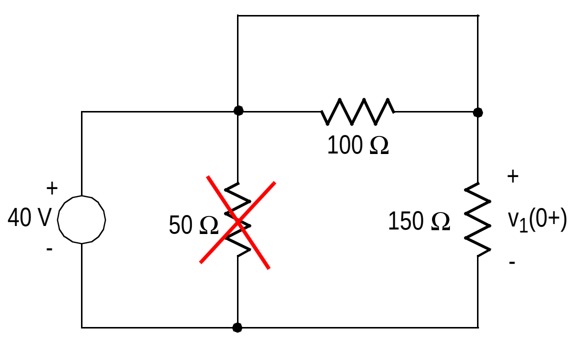
$$\tau = RC = \frac{100 \times 150}{100 + 150} \times 500 \times 10^{-6} = 30 \text{ ms}$$

La source v_s est une source échelon. Par conséquent, la tension $v_1(t)$ est de la forme suivante:

$$v_1(t) = [A + Be^{-t/\tau}]u(t)$$

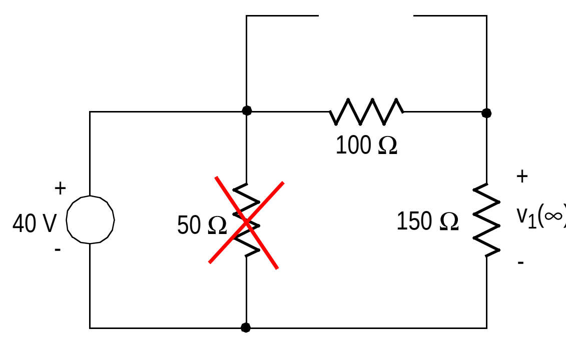
Les constantes A et B sont déterminées à partir des conditions initiale (t = 0+) et finale ($t \to \infty$).

À t = 0+



$v_1(0+) = 40$

À $t \to \infty$

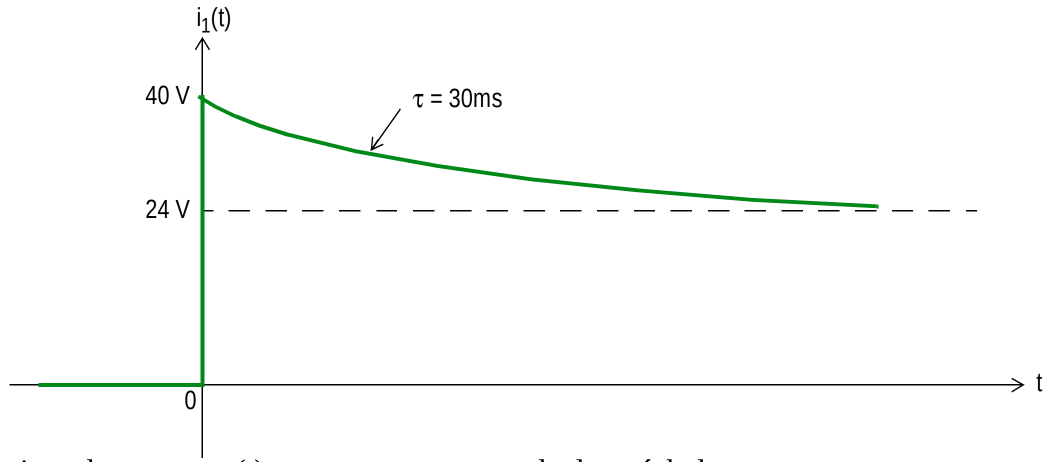


$$v_1(\infty) = \frac{150}{100 + 150} \times 40 = 24$$

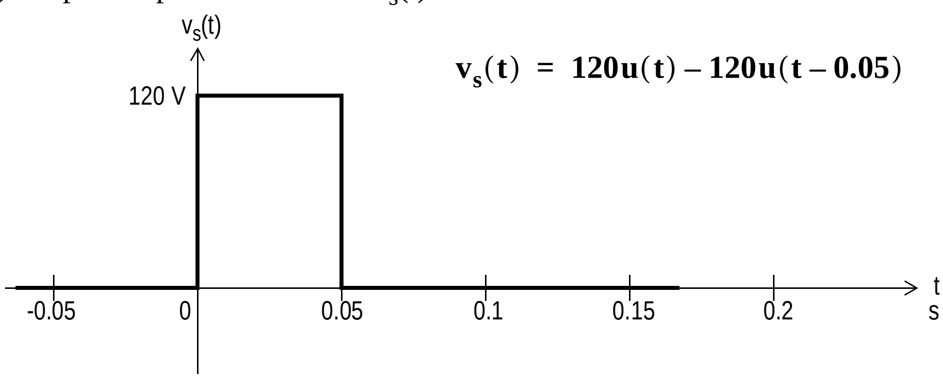
On déduit: A = 24 B = 16

Donc: $v_1(t) = [24 + 16e^{-t/\tau}]u(t)$ avec τ = 30 ms.

La durée du régime transitoire est égale à 5τ = 5 x 30 ms = 150 ms



b) On peut exprimer la source $v_s(t)$ comme une somme de deux échelons:

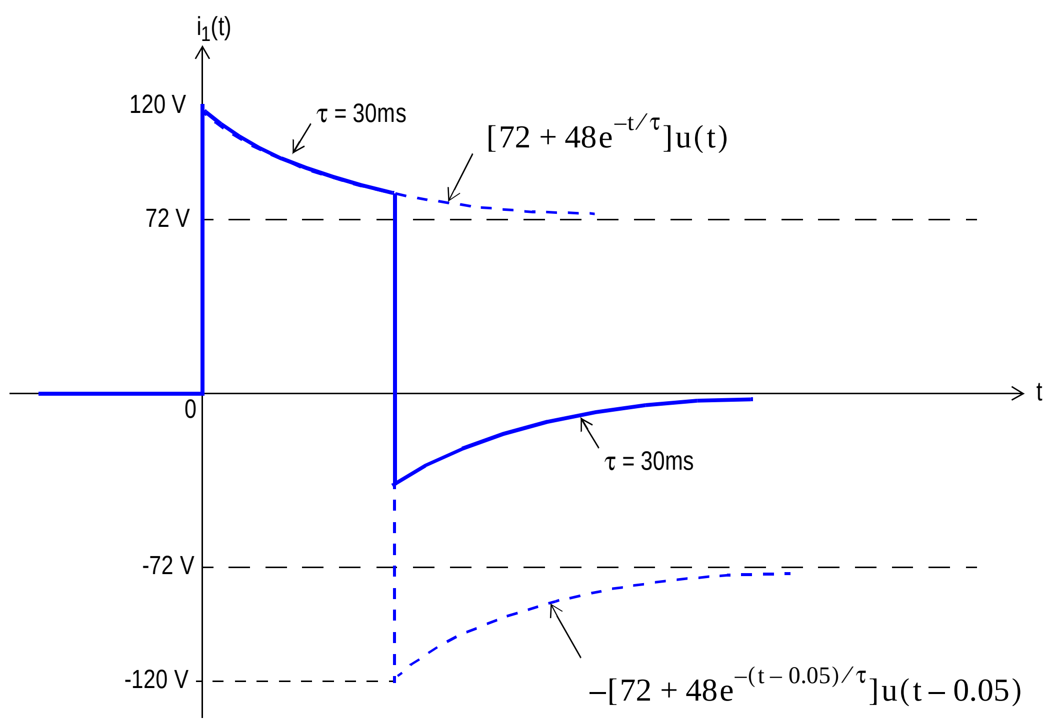


$$\mathbf{v_s(t) = 120u(t) - 120u(t - 0.05)}$$

On déduit la tension $v_1(t)$ pour ce cas:

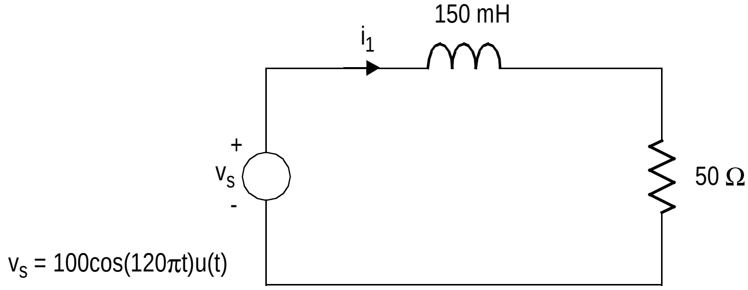
$$v_1(t) = \frac{120}{40} \times [24 + 16e^{-t/\tau}]u(t) - \frac{120}{40} \times [24 + 16e^{-(t - 0.05)/\tau}]u(t - 0.05)$$

$$v_1(t) = [72 + 48e^{-t/\tau}]u(t) - [72 + 48e^{-(t - 0.05)/\tau}]u(t - 0.05)$$



Problème no. 4

a)



On écrit l'équation d'équilibre du circuit par la méthode des mailles:

$$\left[L\frac{d}{dt} \quad R \right] i_1 = v_s$$

L'équation différentielle qui relie i_1 à v_S est donc:

$$L\frac{di_1}{dt} + Ri_1 = v_s$$

Avec les valeurs numériques, on a:

$$0.15\frac{di_1}{dt} + 50i_1 = 100\cos(120\pi t)u(t) \qquad (1)$$

b) On écrit l'équation différentielle (1) sous la forme suivante:

$$0.15\frac{di_1}{dt} + 50i_1 = 100 \times \mathrm{Re}\{e^{j120\pi t}u(t)\} \qquad (2)$$

On résoud en premier lieu l'équation suivante:

$$0.15\frac{di_X}{dt} + 50i_X = e^{j120\pi t}u(t) \qquad (3)$$

La solution de cette équation est: $\quad i_X = i_{XP} + i_{XH}$

avec: $\quad i_{XP} = Ae^{j120\pi t} \quad$ et $\quad i_{XH} = Be^{s_1 t} \quad$ où $\quad s_1 = \frac{-50}{0.15} = -333$

La constante A est obtenue en remplaçant i_{XP} dans l'équation particulière:

$$[0.15(j120\pi) + 50]Ae^{j120\pi t} = e^{j120\pi t}$$

On déduit: $\quad A = \frac{1}{0.15(j120\pi) + 50} = 0.0132e^{-j0.847}$

La constante B est déterminée par la condition initiale (à t = 0) de i_X:

$$i_X(0+) = i_X(0-) = 0 \quad \rightarrow \quad A + B = 0 \quad \rightarrow \quad B = -A = -0.0132e^{-j0.847}$$

Alors: $\quad i_X = \{0.0132e^{-j0.847}e^{j120\pi t} - 0.0132e^{-j0.847}e^{-333t}\}u(t)$

Le courant i_1 est donné par la relation suivante: $\quad i_1 = 100 \times \mathrm{Re}\{i_X\}$

$$i_1 = 100 \times \mathrm{Re}\{[0.0132 e^{-j0.847} e^{j120\pi t} - 0.0132 e^{-j0.847} e^{-333t}]u(t)\}$$

$$i_1 = [1.32\cos(120\pi t - 0.847) - 0.874 e^{-333t}]u(t)$$

Réponse permanente *Réponse transitoire*

La durée du régime transitoire est $5\tau = 5 \times \frac{1}{333} = 15$ ms.