# GEL-3007 examen du 25 février 2015, 15h30 Salle PLT-2708, M. Duguay

### Solutionnaire

Question # 1 (20 points). Notions de base.

-a) Donner un exemple d'un phénomène observé dans les semiconducteurs qui montre la nature ondulatoire de l'électron;

# **Solutions possibles:**

- -1. L'effet tunnel quand un électron traverse une mince barrière de silice, comme dans une clé USB;
- -2. L'effet laser, en particulier dans une structure où une couche d'AsGa est sandwichée entre deux couches de AlGaAs et forme un puits de potentiel.
- -b) Pour un électron dans le vide dont l'énergie est 0,2 électron-volt, quelle est sa longueur d'onde de De Broglie ?

# **Solution:**

On a 
$$\lambda = h/p$$
  $p = mv$   $(1/2)mv^2 = 0.2 \times 1.6 \times 10^{-19} J$  (1)

$$V = [(2 \times 0.2 \times 1.6 \times 10^{-19}])/0.91 \times 10^{-30}]^{1/2}$$
 (2)

$$v = 265 \ 200 \ m/s \quad p = mv = 2.4 \ x \ 10^{-25} \ kg-m/s$$
 (3)

Il résulte: 
$$\lambda = 6,626 \times 10^{-34} / 2,4 \times 10^{-25} \text{ kg-m/s} = 2,7 \times 10^{-9} = 2,7 \text{ nm}$$

-c) Soit un cristal de silicium intrinsèque (absence de dopants) dans l'obscurité et nonconnecté. Il est refroidi à la température de l'azote liquide, soit 77 Kelvins. Quelle est la densité d'électrons dans la bande de conduction?

#### **Solution:**

À 77 Kelvin  $N_c$  est diminué par le facteur  $(77/300)^{3/2}$  ce qui donne :

$$N_C = 3.2 \times 10^{19} / \text{cm}^3 \times (77/300)^{3/2} = 4.2 \times 10^{18} / \text{cm}^3$$
 (1)

Même chose pour 
$$N_V = 1.8 \times 10^{19} / \text{cm}^3 \times (77/300)^{3/2} = 2.3 \times 10^{18} / \text{cm}^3$$
 (2)

On a 
$$n_i = (N_V N_C)^{1/2} \times \exp(-Eg/2k_B T) = 3.2 \times 10^{18} \times \exp(-1.12/0.0133)$$
 (3)

Au bout exp(-84) est essentiellement zéro. La réponse est zéro.

-d) Quand un photon de lumière bleue (  $\lambda = 0.48$  micron) est absorbée dans un cristal de silicium, quels phénomènes ont lieu par la suite au niveau microscopique ? Donner les échelles de temps impliquées.

### **Solution:**

On a hf =  $1,24/\lambda$  = 2,58 eV, ce qui dépasse le gap de 1,12 eV. Une paire d'électron-trou est formée instantanément, ce qui contribue à séparer les niveaux de Fermi. L'excédent d'énergie de l'électron dans la bande de conduction se convertit en quelques picosecondes en phonons, lesquels constituent de la chaleur. L'électron et le trou stockeront une énergie de 1,12 eV pendant des microsecondes avant de se recombiner.

**Question # 2 (25 points). Niveaux de Fermi.** À la température ambiante, soit un laser en arséniure de gallium (AsGa), de géométrie jonction pn, dans lequel on injecte une densité d'électrons de  $9 \times 10^{18}$  par cm<sup>3</sup>, et une densité égale de trous.

-a) Calculer la position des niveaux de Fermi  $E_{\mathbf{F}\mathbf{n}}$  et  $E_{\mathbf{F}\mathbf{p}}$ , ainsi que la longueur d'onde minimum à laquelle le laser pourrait en théorie opérer;

#### **Solution**

On a 
$$E_{\mathbf{Fn}} - E_{\mathbf{C}} = 0.026[\ln(9 \times 10^{\mathbf{18}} \, \mathrm{p} / 4.7 \times 10^{\mathbf{17}}) + 0.353(9 \times 10^{\mathbf{18}} \, \mathrm{p} / 4.7 \times 10^{\mathbf{17}})]$$
 $E_{\mathbf{Fn}} - E_{\mathbf{C}} = 0.026 \times [2.952 + 6.76] = 0.252 \, \mathrm{eV}$ 
On a  $E_{\mathbf{V}} - E_{\mathbf{Fp}} = 0.026[\ln(9 \times 10^{\mathbf{18}} \, \mathrm{p} / 7 \times 10^{\mathbf{18}}) + 0.353(9 \times 10^{\mathbf{18}} \, \mathrm{p} / 7 \times 10^{\mathbf{18}})]$ 
 $E_{\mathbf{V}} - E_{\mathbf{Fp}} = 0.026 \times [0.251 + 0.454] = 0.018 \, \mathrm{eV}$ 
On a déduit:  $E_{\mathbf{Fn}} - E_{\mathbf{Fp}} = 1.424 + 0.252 + 0.018 = 1.694 \, \mathrm{eV}$ 

La plus petite longueur d'onde possible est 1,24/1,694 = 0,732 micron = 732 nm

-b) Calculer la probabilité qu'un niveau 100 meV au-dessus de  ${\sf E}_{\sf C}$  soit occupé;

# **Solution**

La probabilité est donnée par la formule de Fermi-Dirac (page 15 des notes)

$$F(E = E_{\mathbf{C}} + 0.1 \text{ ev}) = 1/[1 + \exp(-E - E_{\mathbf{F}\mathbf{n}})/k_{\mathbf{B}}T)] = 1/[1 + \exp(-0.152)/0.026)]$$

$$F(E = E_{\mathbf{C}} + 0.1 \text{ ev}) = 1/[1 + \exp(-0.152)/0.026)] = 1/[1 + \exp(-5.85)] = 0.997$$
ie 99,8 %.

-c) Si on refait la même expérience à la température de l'azote liquide à 77 Kelvins, quelle sera la probabilité demandée en -b) ?

#### **Solution**

On reprend la formule de Fermi-Dirac, mais avec 77 K au lieu de 300.

$$F(E = E_{\mathbf{C}} + 0.1 \text{ ev}) = 1/[1 + \exp(-E - E_{\mathbf{Fn}})/k_{\mathbf{B}}T)] = 1/[1 + \exp(-0.152)/0.0066)]$$
 
$$F(E = E_{\mathbf{C}} + 0.1 \text{ ev}) = 1/[1 + \exp(-22.77)] = 1.0$$
 ie 100 %.

**Question # 3 (25 points). Pile photovoltaïque**. On veut transmettre de l'énergie à un dispositif électronique de communication dans un édifice au moyen d'un laser de longueur d'onde 0,65 micron et de 30 milliwatts de puissance. Une petite pile photovoltaïque circulaire de 2 cm de diamètre est installée sous le dispositif. Elle incorpore une jonction pn en silicium avec les valeurs suivantes des paramètres. Dopage  $N_d = 7 \times 10^{17}$  donneurs/cm<sup>3</sup>, dopage  $N_a = 4 \times 10^{17}$  accepteurs/cm<sup>3</sup>, temps de vie des porteurs de charge minoritaires 30 microsecondes; épaisseur 50 microns. Supposer que le faisceau laser couvre entièrement la pile PV et que toute l'énergie lumineuse est absorbée dans la pile.

-a) Calculer la séparation des niveaux de Fermi E<sub>Fn</sub> et E<sub>Fp</sub> en circuit ouvert;

#### **Solution**

Le photon en jeu a hf = 
$$1,24/0,65 = 1,907 \text{ eV} = 3,05 \times 10^{-19} \text{ J}$$
 (1)

Les 30 mW transportent 
$$30 \times 10^{-3}/3,05 \times 10^{-19}$$
 J =  $9,836 \times 10^{16}$  photons/sec

Durant les 30 dernières microsecondes le nombre de paires électrons-trous fut :

$$9,836 \times 10^{16} \text{ photons/sec} \times 30 \times 10^{-6} = 2,95 \times 10^{12} \text{ eh}$$
 (2)

Le volume est 
$$3,14 \text{ cm}^2 \times 0,005 \text{cm} = 0,0157 \text{ cm}^3$$
 (3)

On divise (2) par (3) pour obtenir 
$$n = p = 1.88 \times 10^{14} \text{ eh/cm}^3$$
 (4)

Joyce-Dixon côté n : 
$$E_C - E_{Fn} = 0.026[\ln(3.2 \times 10^{19} /7 \times 10^{17}) = 0.099 \text{ eV}]$$
 (5)

On a aussi côté n : 
$$E_{Fp} - E_{V} = 0.026[\ln(1.8 \times 10^{19} / 1.88 \times 10^{14}) = 0.298 \text{ eV}]$$
 (6)

De (5) et (6) on déduit: 
$$E_{Fn} - E_{Fp} = 1.12 - 0.099 - 0.298 = 0.723 \text{ eV}$$
 (7)

C'est la tension en circuit ouvert.

-b) Calculer le courant qui serait produit en court-circuit.

#### **Solution**

Le flux de photons est  $9,836 \times 10^{16}$  photons/sec. Pour chaque paire électron-trou, l'électron en traversant le court-circuit, et en se recombinant avec le trou, génère une contribution de  $1,6 \times 10^{-19}$  A. Le produit donne  $15,7 \times 10^{-3}$  A. (8)

-c) Calculer la puissance produite en supposant un 'fill factor' de 0,65 quand on opère la pile au point optimum sur la courbe courant versus tension.

#### **Solution**

La puissance est le produit  $0,65 \times (7) \times (8) = 7,4$  milliwatts

-d) Au niveau microscopique de la pile PV combien de sortes de courants peut-on distinguer ? Expliquer la nature de chacun.

# **Solution**

Il y a quatre sortes de courants, deux impliquant les électrons et deux impliquant les trous. Dans la zone déplétée et dans la zone dopée n les électrons vont vers la droite (p.34 des notes) par le phénomène dit de «dérive», ie sous l'effet d'un champ électrique, très fort dans la zone déplétée, moins fort mais présent dans la zone n au point d'opération optimum.

Dans la zone p les électrons font une marche aléatoire qui les amène à «la pente de ski» qui les conduit à la zone n. La marche aléatoire est un courant dit de «diffusion».

Pour les trous les mêmes remarques s'appliquent sauf que dans la zone déplétée les trous montent comme des bulles dans l'eau.

-e) La région spectrale ''eye-safe'' comprend les longueurs d'onde dépassant 1,4 micron. Nommer deux semiconducteurs qui pourraient servir de pile PV à 2,0 microns.

#### Solution

À  $\lambda$  = 2 microns le hf = 0,62 eV, de sorte qu'il faut un semiconducteur dont le gap est inférieur à 0,62 eV. À la page 41 des notes de cours on voit que les semiconducteurs InSb, InAs et PbTe satisfont à cette condition.

**Question # 4 (20 points). Transistor bipolaire.** Soit un transistor bipolaire npn avec les valeurs de paramètres suivantes. Dopage de l'émetteur  $N_d = 2 \times 10^{19} / \text{cm}^3$ , dopage de la base  $N_a = 0.8 \times 10^{17} / \text{cm}^3$ , dopage du collecteur  $N_d = 0.9 \times 10^{16} / \text{cm}3$ . La base a 0,6 micron d'épaisseur W et l'émetteur est une couche d'épaisseur  $X_e$  égale à 0,8 micron.

-a) Calculer le gain en courant du transistor.

#### **Solution**

On a 
$$\beta = (37.5 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{19} \times 0.8)/(13 \times 10^{-4} \times 0.8 \times 10^{17} \times 0.6) = 961$$

-b)En l'absence d'impulsion de courant dans le circuit de base, autrement dit la condition 'zero bias', calculer la densité des porteurs minoritaires dans la base et dans l'émetteur.

Dans la base la densité d'électrons est  $n_{b0} = (10^{10})^2/(0.8 \times 10^{17}) = 1250/\text{cm}^3$ 

La densité de trous dans l'émetteur est :  $p_{e0} = (10^{10})^2/(2 \times 10^{19}) = 5/cm^3$ 

-c) Si on abaisse la barrière de potentiel entre la base et l'émetteur à l'aide d'une impulsion échelon de 0,6 volt, par quel facteur seront multipliés les densités de porteurs minoritaires à la jonction émetteur/base ?

### **Solution**

Le facteur multiplicateur est  $exp(0,6/0,026) = 1,05 \times 10^{10}$ 

-d) Décrire un phénomène physique dans la base qui diminue le gain en courant.

#### **Solution**

Une fraction des électrons diffusant à travers la base se recombinent avec des trous et sont donc ainsi perdus, réduisant le gain.

# 5 (10 points). Travail de créativité.