GEL-2003

ÉLECTROTECHNIQUE

EXAMEN PARTIEL
SOLUTION

Problème no. 1 (25 points)

Partie A

- **Calculer** la tension V_1 (valeur efficace et phase) et le courant I_1 (valeur efficace et phase). *(7 points)*

La tension de la source est prise comme référence de phase: $V_s = 600\angle 0°\ \text{V}$

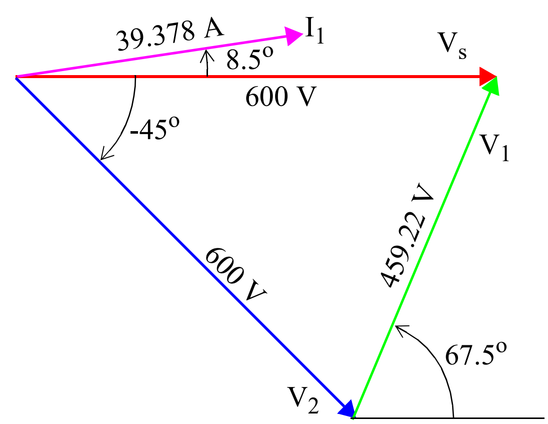
La tension aux bornes de la charge est: $V_2 = 600\angle -45°\ \text{V}$

La tension V_1 est égale à: $V_1 = V_s - V_2 = 600\angle 0° - 600\angle -45° = 459.22\angle 67.5°\ \text{V}$

Le courant I_1 est égal à: $I_1 = \dfrac{V_1}{Z_1} = \dfrac{459.22\angle 67.5°}{(6 + j10)} = 39.378\angle 8.5°\ \text{A}$

- **Tracer** un diagramme vectoriel pour illustrer les relations entre $\mathbf{V_s}$, $\mathbf{V_1}$, $\mathbf{V_2}$ et $\mathbf{I_1}$. *(5 points)*

Diagramme vectoriel



- **Déterminer** l'impédance $\mathbf{Z_2}$. Quelle est la nature (résistive, inductive ou capacitive) de cette impédance? *(5 points)*

L'impédance Z_2 est égale à: $Z_2 = \dfrac{V_2}{I_1} = \dfrac{600\angle -45°}{39.378\angle 8.5°} = 15.237\angle -53.5°\ \Omega$

C'est une impédance CAPACITIVE parce que son angle est négatif. Le courant I_1 est en avance de phase de 53.5^o par rapport à la tension V_2.

Partie B

Sans faire d'intégrales compliquées, **déterminer** la valeur efficace des tensions suivantes. *(8 points)*

La tension $v_1(t)$ est la moitié de la tension sinusoïdale $240\sin(\omega t)$. Sa valeur efficace sera donc égale à $\sqrt{\frac{1}{2}}$ fois la valeur efficace de la tension sinusoïdale $240\sin(\omega t)$ [qui est égale à $\dfrac{240\text{V}}{\sqrt{2}}$:

$$V_1(\text{eff}) = \sqrt{\frac{1}{2}} \times \frac{240\text{V}}{\sqrt{2}} = 120\ \text{V}$$

La valeur efficace de la tension $v_2(t)$ peut être calculée comme suit:

$$V_2(\text{eff}) = \sqrt{\frac{1}{4}[120^2 \times 1 + 240^2 \times 2 + 120^2 \times 1]} = 189.74\ \text{V}$$

Problème no. 2 (25 points)

- Déterminer l'indication de l'ampèremètre connecté dans la ligne B. *(4 points)*

On convertit la charge Delta en Y: $Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3} = \frac{63 + j48}{3} = (21 + j16)\Omega$

Le courant I_B est: $I_B = \frac{V_{BN}}{Z} = \frac{(2400/\sqrt{3})\angle -120°}{21 + j16} = 53.485\angle -157.3° \text{ A}$

L'ampèremètre indique la valeur efficace du courant de ligne I_B: $|I_B| = 52.485 \text{ A}$

- Déterminer la puissance active, la puissance réactive et le facteur de puissance de la charge. *(8 points)*

La puissance complexe totale est: $S_T = 3S_A = 3V_{AN}I_A{}^* = 3 \times 1385.64 \times 53.485\angle 37.3°$

$S_T = 173550 + j132210 = 218180\angle 37.3°$

La puissance active totale est: $P_T = 173.55 \text{ kW}$

La puissance réactive totale est: $Q_T = 132.221 \text{ kVar}$

Le facteur de puissance est: $fp = \frac{P_T}{S_T} = \frac{173.55}{218.18} = 0.7954$

- Déterminer les indications des deux wattmètres. *(5 points)*

Wattmètre no. 1 $P_1 = V_{AC}I_A\cos(\angle V_{AC} - \angle I_A) = 2400 \times 53.485 \times \cos(37.3° - 30°) = 124.94 \text{ kW}$

Wattmètre no. 2 $P_2 = V_{BC}I_B\cos(\angle V_{BC} - \angle I_B) = 2400 \times 53.485 \times \cos(157.3° - 90°) = 48.61 \text{ kW}$

Partie B

- Déterminer le nouveau facteur de puissance. *(4 points)*

La puissance réactive du banc de condensateur est:

$$Q_{CT} = 3 \times \frac{|V_{AN}|^2}{\left(\frac{1}{\omega C_x}\right)} = 3 \times \frac{(2400/\sqrt{3})^2}{\left(\frac{1}{120\pi \times 35\times 10^{-6}}\right)} = 76 \text{ kVar}$$

La nouvelle puissance réactive totale est: $Q_T' = Q_T - Q_{CT} = 132.22 - 76 = 56.22 \text{ kVar}$

La nouvelle puissance apparente est: $S_T' = \sqrt{(P_T)^2 + (Q_T')^2} = \sqrt{(173.54)^2 + (56.22)^2} = 182.419 \text{ kVA}$

Le nouveau facteur de puissance est: $fp' = \frac{P_T}{S_T'} = \frac{173.54}{182.419} = 0.9513$

- Déterminer les nouvelles indications des deux wattmètres. *(4 points)*

L'angle ϕ' de la charge est: $\phi' = \text{acos}(0.9513) = 17.95°$

Nouvelle valeur efficace du courant I_A $|I_A'| = |I_B'| = \frac{S_T'}{\sqrt{3} \times V_{LL}} = \frac{182419}{\sqrt{3} \times 2400} = 43.902 \text{ A}$

Wattmètre no. 1 $P_1 = V_{AC}I_A\cos(\angle V_{AC} - \angle I_A) = 2400 \times 43.902 \times \cos(17.95° - 30°) = 103.05 \text{ kW}$

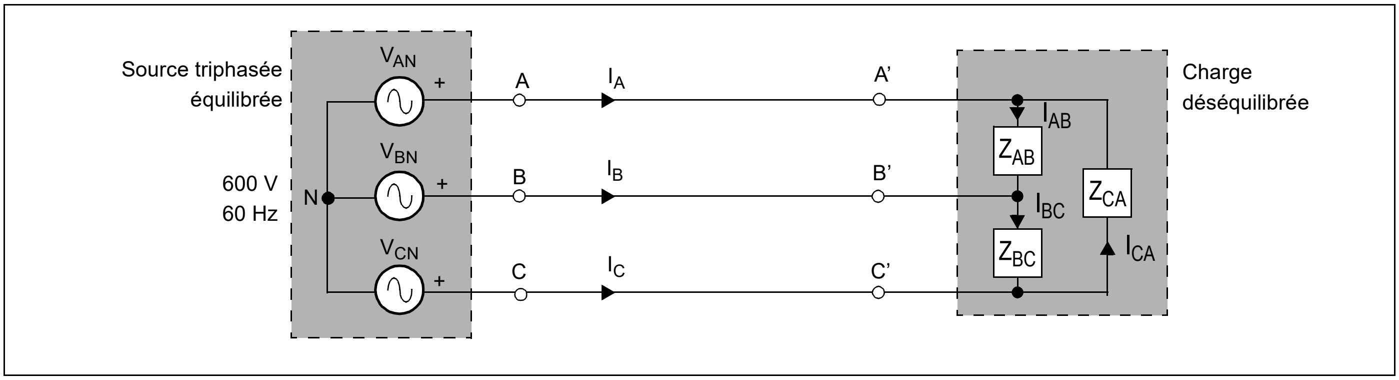
Wattmètre no. 2 $P_2 = V_{BC}I_B\cos(\angle V_{BC} - \angle I_B) = 2400 \times 43.902 \times \cos(137.95° - 90°) = 70.544 \text{ kW}$

<u>Problème no. 3</u> <u>(25 points)</u>

<u>Partie A</u>

<u>**- Calculer** les courants de ligne I_A, I_B, I_C (valeur efficace et phase). *(6 points)*</u>

On convertit la charge Y en une charge Δ:



$$Z_{AB} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_C} = (10 + j30)\Omega$$

$$Z_{BC} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_A} = (10 + j30)\Omega$$

$$Z_{CA} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_B} = (20 - j6.6667)\Omega$$

Les courants de triangle sont calculés:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{600\angle 30°}{10 + j30} = 18.9737\angle{-41.56}° \text{ A}$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{600\angle{-90}°}{10 + j30} = 18.9737\angle{-161.56}° \text{ A}$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{600\angle 150°}{20 - j6.6667} = 28.4605\angle 168.43° \text{ A}$$

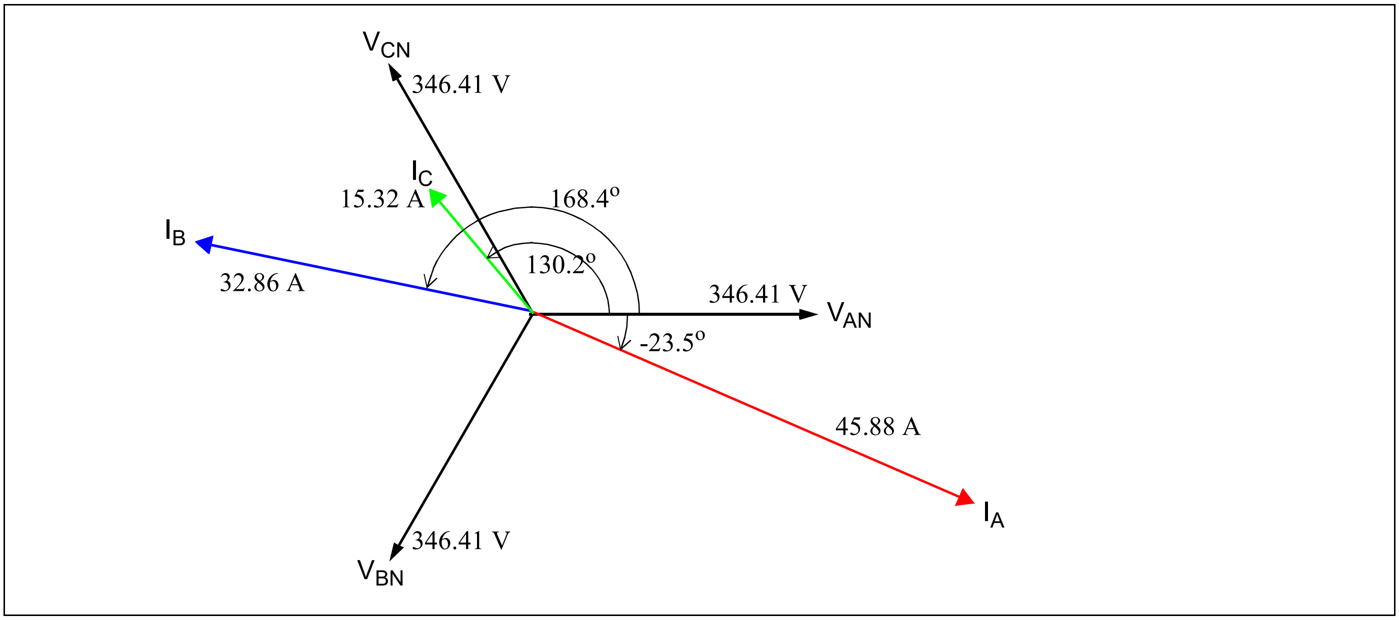
Les courants de ligne peuvent être calculés à partir de courants ligne-ligne:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA} = (18.9737\angle{-41.56}°) - (28.4605\angle 168.43°) = 45.8836\angle{-23.5}° \text{ A}$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB} = (18.9737\angle{-161.56}°) - (18.9737\angle{-41.56}°) = 32.8634\angle 168.43° \text{ A}$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC} = (28.4605\angle 168.43°) - (18.9737\angle{-161.56}°) = 15.3197\angle 130.17° \text{ A}$$

<u>**- Tracer** un diagramme vectoriel illustrant les tensions V_{AN}, V_{BN}, V_{CN} et les courants I_A, I_B, I_C. *(5 points)*</u>



<u>**- Calculer** la puissance active, la puissance réactive et la puissance apparente dans la charge. *(6 points)*</u>

La puissance active totale dans la charge est égale à la puissance active dans les deux résistances de 10 Ω (dans la phase A et la phase C):

$$P_T = 10\Omega \times |I_A|^2 + 10\Omega \times |I_C|^2 = 10\Omega \times 45.8836^2 + 10\Omega \times 15.3197^2 = 23400 \text{ W}$$

La puissance réactive totale dans la charge est égale à la puissance réactive dans l'inductance de j15 Ω dans la phase B:

$$Q_T = 15\Omega \times |I_B|^2 = 15\Omega \times 32.8634^2 = 16200 \text{ Var}$$

La puissance apparente totale dans la charge est:

$$S_T = \sqrt{{P_T}^2 + {Q_T}^2} = \sqrt{23400^2 + 16200^2} = 28460 \text{ VA}$$

<u>**- Déterminer** le facteur de puissance de la charge. *(2 points)*</u>

Le facteur de puissance dans la charge est égal à: $fp = \dfrac{P_T}{S_T} = \dfrac{23400}{28460} = 0.822$

Partie B

<u>**- Calculer** le courant I_N circulant dans la ligne neutre (valeur efficace et phase). *(6 points)*</u>

Le courant I_N dans la ligne neutre est égal à la somme des trois courants de ligne:

$$I_N = I_A + I_B + I_C = \frac{V_{AN}}{10} + \frac{V_{BN}}{j15} + \frac{V_{CN}}{10} = \frac{346.41}{10} + \frac{346.41\angle{-120°}}{j15} + \frac{346.41\angle 120°}{10}$$

$$I_N = 34.641 + 23.094\angle 150° + 34.641\angle 120° = 41.633\angle 93.7° \text{ A}$$

Problème no. 4 (25 points)

Partie A

- **Déterminer** la densité de flux magnétique B dans chaque noyau magnétique. *(9 points)*

La section des deux noyaux magnétiques: $A = (3\times10^{-2})\times(2.5\times10^{-2}) = 7.5\times10^{-4}\ \mathrm{m}^2$

La longueur du parcours magnétique moyen des deux noyaux magnétiques:

$$\ell = 2\times(9\times10^{-2}+13\times10^{-2}) = 0.44\ \mathrm{m}$$

Réluctance du noyau no. 1: $R_1 = \dfrac{\ell}{\mu\times A} = \dfrac{0.44}{(3000\times4\pi\times10^{-7})\times(7.5\times10^{-4})} = 1.5562\times10^{5}\ \mathrm{At/Wb}$

Réluctance du noyau no. 2: $R_2 = R_1 + R_{entrefer} = 1.5562\times10^{5} + \dfrac{e}{\mu_0\times A} = 1.5562\times10^{5} + \dfrac{1\times10^{-3}}{4\pi\times10^{-7}\times(7.5\times10^{-4})}$

$$R_2 = 1.5562\times10^{5} + 1.061\times10^{6} = 1.2167\times10^{6}\ \mathrm{At/Wb}$$

Le flux magnétique dans le noyau no. 1: $\phi_1 = \dfrac{NI}{R_1} = \dfrac{150\times1.2\mathrm{A}}{1.5562\times10^{5}} = 1.1567\times10^{-3}\ \mathrm{Wb}$

Le flux magnétique dans le noyau no. 2: $\phi_2 = \dfrac{NI}{R_2} = \dfrac{150\times1.2\mathrm{A}}{1.2167\times10^{6}} = 1.4794\times10^{-4}\ \mathrm{Wb}$

La densité de flux dans le noyau no. 1: $B_1 = \dfrac{\phi_1}{A} = \dfrac{1.1567\times10^{-3}}{7.5\times10^{-4}} = 1.5422\ \mathrm{T}$

La densité de flux dans le noyau no. 2: $B_2 = \dfrac{\phi_2}{A} = \dfrac{1.4794\times10^{-4}}{7.5\times10^{-4}} = 0.1973\ \mathrm{T}$

- **Déterminer** l'inductance de chaque bobine. *(6 points)*

L'inductance de la bobine no. 1: $L_1 = \dfrac{N_1^2}{R_1} = \dfrac{(150)^2}{1.5562\times10^{5}} = 144.6\ \mathrm{mH}$

L'inductance de la bobine no. 2: $L_2 = \dfrac{N_2^2}{R_2} = \dfrac{(150)^2}{1.2167\times10^{6}} = 18.5\ \mathrm{mH}$

Partie B

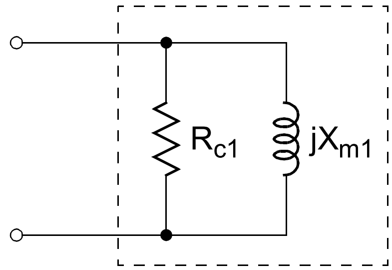
- **Calculer** la densité de flux maximale [c'est à dire l'amplitude de la fonction B(t)] dans le noyau magnétique. *(4 points)*

L'amplitude du flux dans le moyau est donnée par la relation suivante: $\phi_m = \dfrac{V_m}{N\omega} = B_m\times A$

On déduit l'amplitude B_m de la densité de flux magnétique dans le noyau: $B_m = \dfrac{V_m}{N\omega A}$

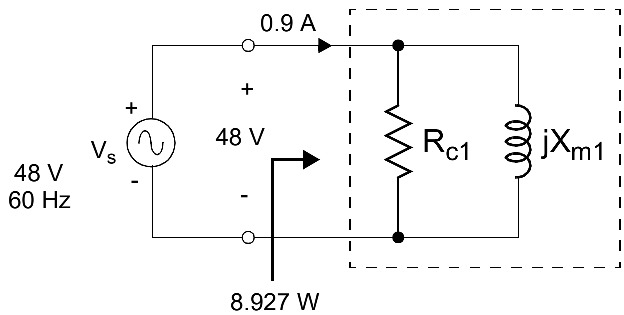
On a: $B_m = \dfrac{V_m}{N\omega A} = \dfrac{48\times\sqrt{2}}{150\times120\pi\times7.5\times10^{-4}} = 1.6\ \mathrm{T}$

- **Tracer** un circuit équivalent pour représenter cette bobine en CA. *(3 points)*



- **Calculer** les valeurs des éléments de ce circuit équivalent. *(3 points)*

Circuit équivalent de la bobine no. 1



La réactance magnétisante de la bobine no. 1: $X_{m1} = \omega \times L_1 = 120\pi \times 144.6\text{mH} = 54.51\,\Omega$

La puissance apparente: $S = V \times I = 48 \times 0.9 = 43.2\text{ VA}$

Puissance réactive dans la bobine no. 1: $Q = \dfrac{V^2}{X_{m1}} = \dfrac{48^2}{54.51} = 42.2675\text{ VAR}$

Puissance active dans la bobine no. 1: $P = \sqrt{S^2 - Q^2} = \sqrt{43.2^2 - 42.2675^2} = 8.927\text{ W}$

Puisque la résistance du fil de cuivre est négligeable, la puissance active dans la bobine no. 1 représente les pertes Fer dans le noyau magnétique: $P = \text{Pertes} \cdot \text{Fer} = \dfrac{V^2}{R_{c1}} = 8.927\text{ W}$

On déduit: $R_{c1} = \dfrac{V^2}{P} = \dfrac{48^2}{8.927} = 258.1\,\Omega$