**GEL-3006 Systèmes de communications**
**Département de génie électrique et de génie informatique**
**A-13**

# Examen partiel

*Enseignant :* Paul Fortier
*Durée :* 1 heure 50 minutes

| **Remarques importantes :** Examen à livre fermé. Vous avez droit à une feuille de formules recto verso, format lettre. Seules les calculatrices approuvées par la Faculté des sciences et de génie sont permises. Donnez tous les détails de vos calculs. |
|---|

---

## Question 1 (*15 points*)

La puissance d'un signal modulé en DSB-SC, $s_{DSB-SC}(t)$, mesurée aux bornes d'une antenne ayant une impédance de 75 Ω est de -90 dBm. La fréquence de la porteuse est $f_c = 10$ MHz et le message est donné par $m(t) = \cos(2\pi f_m t)$, avec $f_m = 10$ kHz.

a) Donnez cette puissance en watts.

b) Quelle est la tension RMS de ce signal, $V_{\text{rms}}$, aux bornes de l'antenne ?

c) Donnez l'expression du signal modulé reçu aux bornes de l'antenne, $s_{DSB-SC}(t)$, en indiquant les valeurs numériques.

## Question 2 (*35 points*)

On désire développer un récepteur superhétérodyne pour un système de communications FM. Le système est constitué de canaux contiguës, numérotés de 1 à $N$. Chaque canal occupe une largeur de bande de 200 kHz et est centré autour de sa porteuse, $f_{c_n}$, où $n = 1, \ldots, N$ est le numéro du canal. $f_{c_1} = 200$ MHz et $f_{c_N} = 210$ MHz. La fréquence intermédiaire est $f_{IF} = 20$ MHz.

a) Calculez $N$.

b) Quelle est la bande de fréquence totale occupée par ce système ? Donnez la largeur de bande de même que les fréquences minimale et maximale.

c) Donnez une expression mathématique pour la fréquence de la porteuse du $n$-ième canal.

d) Calculez la fréquence de l'oscillateur local pour la réception du canal 27.

e) Y-a-t-il un problème de fréquences images avec ce système. Expliquez.

f) Tracez le schéma-bloc de ce récepteur, en indiquant bien tous les signaux.

### Question 3 (*30 points*)

Un message $m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$ module en FM une porteuse. La figure 1 illustre le spectre d'amplitude mesuré, $S_{FM}(f)$ (fréquences positives seulement).

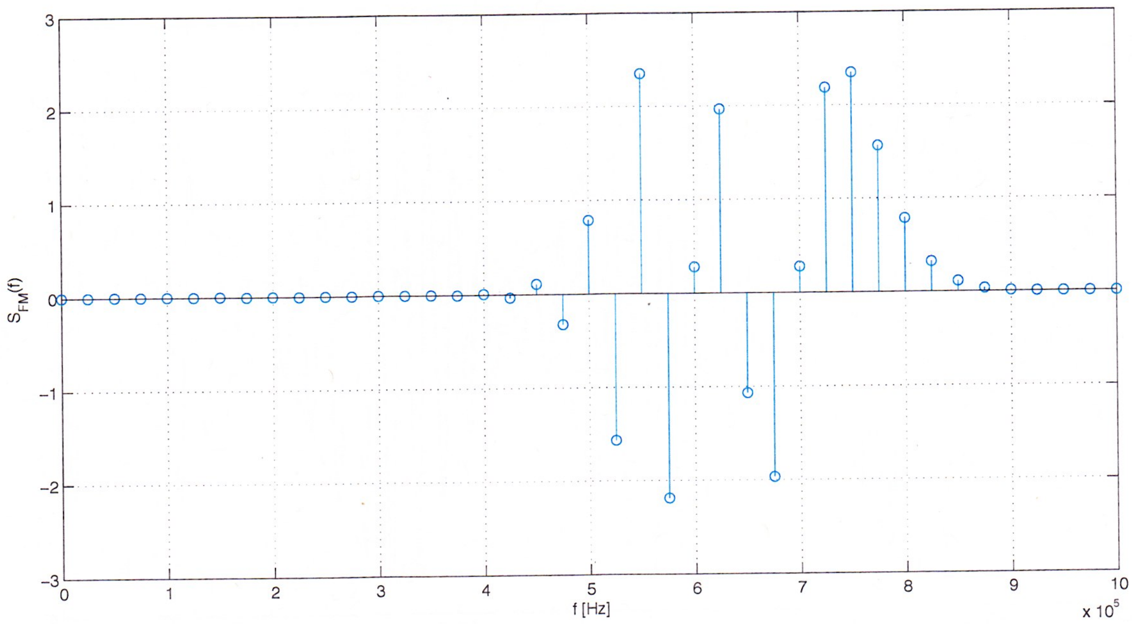


FIGURE 1 – Spectre du signal FM.

a) Quelle est la fréquence de la porteuse $f_c$ ?

b) Quelle est la fréquence du message $f_m$ ?

c) Quel est l'indice de modulation $\beta_f$ ? S'agit-il d'un signal à bande étroite ou à large bande ?

d) En utilisant la formule de Carson, estimez la largeur de bande de transmission, $B_T$, du signal FM (donnez les détails de vos calculs).

e) Donnez l'expression du signal modulé, $s_{FM}(t)$, en indiquant les valeurs numériques.

f) Quelle est la puissance, $P_{FM}$, de ce signal FM ?

## Question 4 (*20 points*)

Un signal AM, $s_{AM}(t)$, est illustré à la figure 2. La ligne pointillée indique l'enveloppe de $s_{AM}(t)$. La fréquence de la porteuse est de 1 kHz. Le message, $m(t)$, est un signal sinusoïdal.

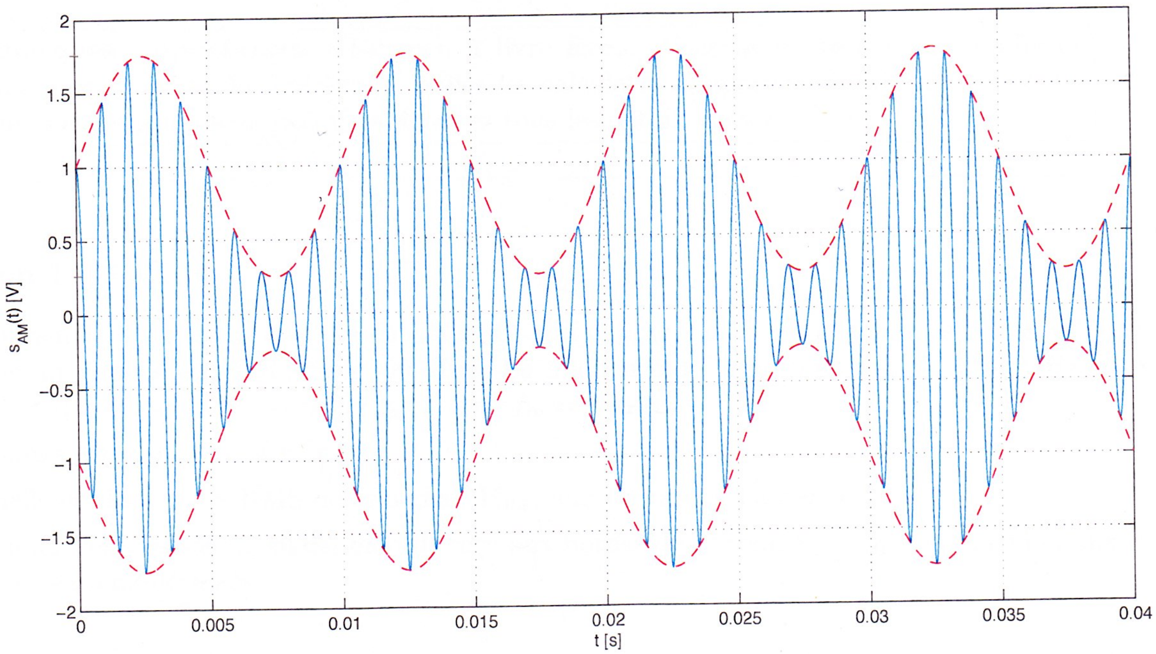


FIGURE 2 – Signal AM.

a) Quelle est l'indice de modulation ?

b) Donnez l'expression du signal modulé, $s_{AM}(t)$, en indiquant les valeurs numériques.

c) Donnez l'expression du spectre d'amplitude du signal modulé, $S_{AM}(f)$.

d) Tracez le spectre de puissance du signal modulé, $P_{AM}(f)$.

# Formulaire pour l'examen partiel

## Fonctions de Bessel (pour $0 \leq n \leq 10$)

| $n$ | $J_n(0)$ | $J_n(1)$ | $J_n(2)$ | $J_n(3)$ | $J_n(4)$ | $J_n(5)$ | $J_n(6)$ | $J_n(7)$ | $J_n(8)$ | $J_n(9)$ | $J_n(10)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0.7652 | 0.2239 | -0.2601 | -0.3971 | -0.1776 | 0.1506 | 0.3001 | 0.1717 | -0.0903 | -0.2459 |
| 1 | | 0.4401 | 0.5767 | 0.3391 | -0.0660 | -0.3276 | -0.2767 | -0.0047 | 0.2346 | 0.2453 | 0.0435 |
| 2 | | 0.1149 | 0.3528 | 0.4861 | 0.3641 | 0.0466 | -0.2429 | -0.3014 | -0.1130 | 0.1448 | 0.2546 |
| 3 | | 0.0195 | 0.1289 | 0.3091 | 0.4302 | 0.3648 | 0.1148 | -0.1676 | -0.2911 | -0.1809 | 0.0584 |
| 4 | | 0.0025 | 0.0340 | 0.1320 | 0.2811 | 0.3912 | 0.3516 | 0.1578 | -0.1054 | -0.2655 | -0.2196 |
| 5 | | | 0.0070 | 0.0430 | 0.1321 | 0.2611 | 0.3621 | 0.3479 | 0.1858 | -0.0550 | -0.2341 |
| 6 | | | 0.0012 | 0.0114 | 0.0490 | 0.1310 | 0.2458 | 0.3392 | 0.3376 | 0.2043 | -0.0145 |
| 7 | | | | 0.0025 | 0.0152 | 0.0534 | 0.1296 | 0.2336 | 0.3206 | 0.3275 | 0.2167 |
| 8 | | | | | 0.0040 | 0.0184 | 0.0565 | 0.1280 | 0.2235 | 0.3051 | 0.3179 |
| 9 | | | | | | 0.0055 | 0.0212 | 0.0589 | 0.1263 | 0.2149 | 0.2919 |
| 10 | | | | | | 0.0015 | 0.0069 | 0.0235 | 0.0608 | 0.1247 | 0.2075 |
| 11 | | | | | | | 0.0020 | 0.0083 | 0.0256 | 0.0622 | 0.1231 |
| 12 | | | | | | | | 0.0027 | 0.0096 | 0.0274 | 0.0634 |
| 13 | | | | | | | | | 0.0033 | 0.0108 | 0.0290 |
| 14 | | | | | | | | | 0.0010 | 0.0039 | 0.0120 |
| 15 | | | | | | | | | | 0.0013 | 0.0045 |
| 16 | | | | | | | | | | | 0.0016 |

## Identités trigonométriques

$$\begin{aligned}
\sin^2\theta + \cos^2\theta &= 1 \\
\cos^2\theta &= \frac{1}{2}[1+\cos(2\theta)] \\
\sin^2\theta &= \frac{1}{2}[1-\cos(2\theta)] \\
\sin\alpha\sin\beta &= \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)] \\
\cos\alpha\cos\beta &= \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)] \\
\sin\alpha\cos\beta &= \frac{1}{2}[\sin(\alpha-\beta)+\sin(\alpha+\beta)]
\end{aligned}$$

## Transformées de Hilbert

$$x(t) = \mathcal{H}^{-1}[x_h(t)] \quad \Leftrightarrow \quad x_h(t) = \mathcal{H}[x(t)]$$

$$\begin{aligned}
m(t)\cos(2\pi f_c t) &\quad\Leftrightarrow\quad m(t)\sin(2\pi f_c t) \\
m(t)\sin(2\pi f_c t) &\quad\Leftrightarrow\quad -m(t)\cos(2\pi f_c t) \\
\cos(2\pi f_c t) &\quad\Leftrightarrow\quad \sin(2\pi f_c t) \\
\sin(2\pi f_c t) &\quad\Leftrightarrow\quad -\cos(2\pi f_c t) \\
\delta(t) &\quad\Leftrightarrow\quad \frac{1}{\pi t} \\
\frac{1}{t} &\quad\Leftrightarrow\quad -\pi\delta(t)
\end{aligned}$$

**Transformées de Fourier**

$$
\begin{array}{rcl}
x(t) = \mathcal{F}^{-1}[X(f)] & \Leftrightarrow & X(f) = \mathcal{F}[x(t)] \\[1em]
\prod\left(\frac{t}{T}\right) & \Leftrightarrow & T\ \mathrm{sinc}(fT) \\
\mathrm{sinc}(2Wt) & \Leftrightarrow & \frac{1}{2W}\prod\left(\frac{f}{2W}\right) \\
e^{-at}u(t), \quad \text{pour } a > 0 & \Leftrightarrow & \frac{1}{a + j2\pi f} \\
e^{-a|t|}, \quad \text{pour } a > 0 & \Leftrightarrow & \frac{2a}{a^2 + (2\pi f)^2} \\
\Lambda(t) & \Leftrightarrow & \mathrm{sinc}^2(f) \\
\delta(t) & \Leftrightarrow & 1 \\
1 & \Leftrightarrow & \delta(f) \\
\delta(t - t_0) & \Leftrightarrow & e^{-j2\pi f t_0} \\
e^{j2\pi f_c t} & \Leftrightarrow & \delta(f - f_c) \\
\cos(2\pi f_c t) & \Leftrightarrow & \frac{1}{2}[\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] \\
\sin(2\pi f_c t) & \Leftrightarrow & \frac{1}{2j}[\delta(f - f_c) - \delta(f + f_c)] \\
\mathrm{sgn}(t) & \Leftrightarrow & \frac{1}{j\pi f} \\
\frac{1}{\pi t} & \Leftrightarrow & -j\ \mathrm{sgn}(f) \\
u(t) & \Leftrightarrow & \frac{1}{2}\delta(f) + \frac{1}{j2\pi f} \\
\sum_{i=-\infty}^{\infty} \delta(t - iT_0) & \Leftrightarrow & \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - \frac{n}{T_0})
\end{array}
$$

## Dérivées

$$
\begin{aligned}
\frac{d}{dx}x^n &= nx^{n-1} \\
\frac{d}{dx}\exp(ax) &= a\exp(ax) \\
\frac{d}{dx}\cos(ax) &= -a\sin(ax) \\
\frac{d}{dx}\sin(ax) &= a\cos(ax)
\end{aligned}
$$

## Intégrales

$$
\begin{aligned}
\int x^n dx &= \frac{x^{n+1}}{n+1} \qquad (n \neq -1) \\
\int \exp(ax)dx &= \frac{1}{a}\exp(ax) \\
\int \cos(ax)dx &= \frac{1}{a}\sin(ax) \\
\int \sin(ax)dx &= -\frac{1}{a}\cos(ax)
\end{aligned}
$$