

GEL-19879 ÉLECTROMAGNÉTISME

EXAMEN FINAL

Vendredi le 10 décembre 2004

- SVP écrire lisiblement
- Vous pouvez utiliser toutes les formules de l'aide mémoire sans les démontrer

Question 1 (30 points):

Un onde plane électromagnétique de fréquence $f=10$ MHz (10×10^6 Hz) se propage dans la direction $+\hat{i}_z$ dans un milieu de conductivité $\sigma=10^{-4}$ S/m, de permittivité $\epsilon=2.25\epsilon_0$ et de perméabilité $\mu=\mu_0$. Le champ électrique de l'onde est orienté dans la direction $+\hat{i}_x$. La puissance initiale de l'onde (à $z=0$) est de 1 mW/m^2 .

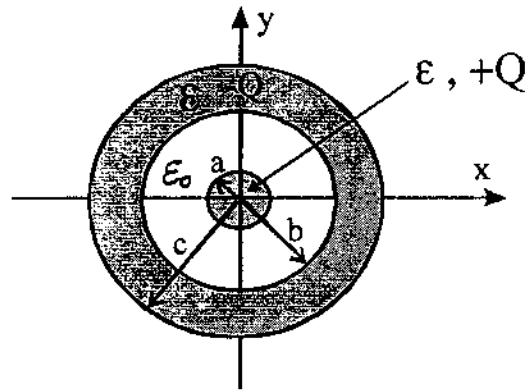
Pour chacune des questions, indiquez clairement les unités.

- a) De quel type de matériau s'agit-il ?
- b) Quelle est la vitesse de phase?
- c) Quelle est l'impédance du milieu ? Donnez l'expression en notation polaire ($\eta = |\eta| e^{j\theta}$)
- d) Trouvez les paramètres de l'onde α et β ?
- e) Quelle est la longueur d'onde?
- f) Quelle est l'amplitude du champ électrique?
- g) Quelle est l'orientation du champ magnétique?
- h) Écrivez les expressions des champs électriques et magnétiques, tout d'abord sous forme analytique puis en incluant les valeurs numériques.
- i) Après quelle distance l'onde aura-t-elle perdue la moitié de sa puissance.
- j) Écrivez l'expression des phaseurs des champs électrique et magnétique.

Question 2 (20 points) :

On considère un système constitué de deux parties métalliques:

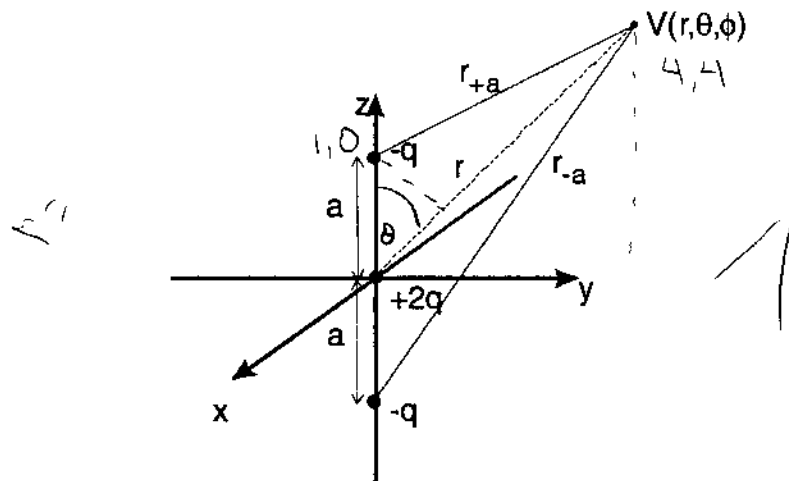
- 1- Une sphère pleine de rayon $r=a$ portant une charge $+Q$.
- 2- Une coquille sphérique creuse, de rayon interne $r=b$ et de rayon externe $r=c$, portant une charge $-Q$.
- 3- La permittivité des parties métalliques est ϵ alors que la permittivité partout ailleurs est ϵ_0 .



- a) Considérant que les parties métalliques sont des conducteurs parfaits, comment seront réparties les charges dans/sur ceux-ci? Donnez l'expression des densités de charges de surface ou des densités de charges volumiques appropriées.
- b) Quelle est l'expression du champ électrique partout dans l'espace, de $r=0$ à $r=\infty$?
- c) Quelle est l'énergie du système (énergie emmagasinée dans les champs)?

Question 3 (20 points) :

On considère le système suivant constitué d'une charge $+2q$ à $z=0$, et de charges $-q$ à $z=-a$ et à $z=+a$.



- a) Trouvez l'expression du potentiel en coordonnées sphériques $V(r, \theta, \phi)$ d'un point de l'espace situé à une distance $r \gg 2a$, sachant que les développements en série des distances r_{+a} et r_{-a} sont :

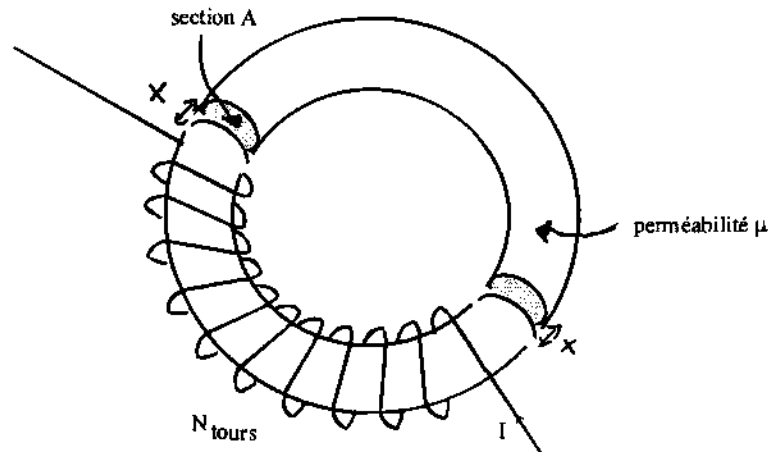
$$\frac{1}{r_{+a}} = \frac{1}{r} \left(1 + \frac{a}{r} \cos \theta - \frac{1}{2} \left(\frac{a}{r} \right)^2 + \frac{3}{2} \left(\frac{a}{r} \right)^2 \cos^2 \theta \right)$$

$$\frac{1}{r_{-a}} = \frac{1}{r} \left(1 - \frac{a}{r} \cos \theta - \frac{1}{2} \left(\frac{a}{r} \right)^2 + \frac{3}{2} \left(\frac{a}{r} \right)^2 \cos^2 \theta \right)$$

- b) Quelle est l'expression du champ électrique?

Question 4 (30 points):

On considère une bobine toroïdale constituée d'une armature d'une longueur totale L (périmètre de l'armature) en deux morceaux séparés par une distance x (la distance x étant petite on peut négliger les effets de bord). La perméabilité de l'armature est μ et la perméabilité de l'air est μ_0 . La section transverse de toutes les parties de l'armature est A . Un courant I circule dans la bobine de N tours.



Sans négliger la contribution de l'armature :

- Trouvez quel est le flux d'induction magnétique ($\varphi = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$) transmis dans le circuit.
- Quelle est l'inductance de la bobine?
- Quelle est l'énergie U_m du système (énergie emmagasinée dans les champs)?
- Prouvez que $U_m = \frac{1}{2} L I^2$

Question Boni (5 points) :

On considère une onde électromagnétique se propageant dans l'air. L'expression du champ électrique est donné par :

$$\vec{E} = \text{Re} \left\{ E_0 \left(\hat{i}_x + e^{i\pi/2} \hat{i}_y \right) e^{-j\beta z} e^{j\omega t} \right\}$$

Quelle est la polarisation de l'onde?

E_0