MAT-2910 H14 (section B) : Mini-test 1
05 février 2014

Remarques :

1) Toutes les **réponses doivent être justifiées**. Dans le cas contraire, une réponse sera considérée comme nulle.
2) Seules les calculatrices avec l'auto-collant de la Faculté sont autorisées.
3) Déposez votre **carte d'identité avec photo sur le coin gauche** de votre table et **assoyez-vous du côté droit**.

1 Question 1 [30pts]

Soient $x^\star = 3.250$ et $y^\star = 0.4$ des approximations de x et y, respectivement.

a) [10pts] Sachant qu'elles ont 2 chiffres significatifs, donner une majoration des erreurs absolues Δx et Δy.

b) [10pts] Donner une approximation de $5 \times x \times y^2$, et déterminer une majoration de l'erreur absolue.

c) [10pts] Calculer, de deux manières différentes, $5 \times x^\star \times y^\star$ en arithmétique flottante à 2 chiffres dans la mantisse en utilisant l'arrondi.

2 Question 2 [70pts]

Soit $f(x) = x^2 + x^3$.

a) [5pts] Déterminer les racines de l'équation $f(x) = 0$.

b) [20pts] Peut-on appliquer la méthode de la bissection en partant de l'intervalle $[-2,\ 1]$ (justifier) ? Si oui, vers quelle racine la méthode converge-t'elle ? Déterminer le nombre d'itérations nécessaires pour obtenir une approximation de cette racine à 10^{-2} près.

c) [15pts] Déterminer 3 méthodes de point fixe à partir de l'équation $f(x) = 0$

d) [30pts] Pour chacune des racines obtenues en a), ces méthodes de point fixe convergent-elles (ne pas faire d'itérations) ? Déterminer l'ordre de convergence le cas échéant (sans faire d'itérations).

MAT-2910 : Aide-mémoire pour le mini-test 1

Analyse d'erreurs

- Erreur du développement de Taylor :

$$R_n(h) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} h^{(n+1)} \qquad \text{où } \xi \text{ est compris entre } x_0 \text{ et } x_0 + h$$

- Propagation d'erreurs

$$\Delta f \;\; \simeq \;\; \left| \frac{\partial f(x^*, y^*, z^*)}{\partial x} \right| \Delta x \; + \; \left| \frac{\partial f(x^*, y^*, z^*)}{\partial y} \right| \Delta y + \left| \frac{\partial f(x^*, y^*, z^*)}{\partial z} \right| \Delta z$$

Équations non linéaires

- Convergence des méthodes de points fixes : si $e_n = x_n - r$ alors

$$e_{n+1} = g'(r) e_n + \frac{g''(r) e_n^2}{2} + \frac{g'''(r) e_n^3}{3!} + \cdots$$