

**SYSTÈMES ET COMMANDE LINÉAIRES**  
GEL-21946

Professeur : André Desbiens

Troisième examen (30% de la note finale)

Lundi 28 avril 2003, 13h30-15h20

Une feuille 8.5 X 11 pouces est autorisée

**Note:** Une bonne réponse sans justification ne vaut ***aucun*** point.

La Figure 1 illustre la nomenclature utilisée dans l'examen.

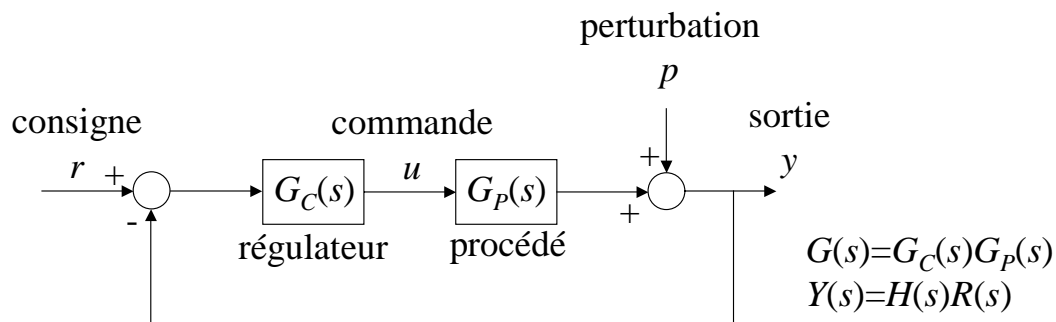


Figure 1

**QUESTION 1** ( $6 \times 5\% = 30\%$ )

La figure 2 montre le lieu de Black de  $G(s)$ .

- Quelle est la fréquence de résonance en boucle ouverte?
- Quelle est la fréquence de résonance en boucle fermée?
- Quel est le facteur de surtension de  $H(s)$ ?
- Sur un diagramme de Bode, quelle est la pente du rapport d'amplitude de  $H(s)$  aux hautes fréquences?
- Si un échelon de consigne d'amplitude 2 est appliqué à l'entrée de  $H(s)$ , quelle est l'erreur statique résultante?
- Si une consigne sinusoïdale de fréquence 11.7 rad/s et d'amplitude 3 est appliquée à l'entrée de  $H(s)$ , quelle est l'amplitude de la sortie de  $G_P(s)$  en régime permanent?

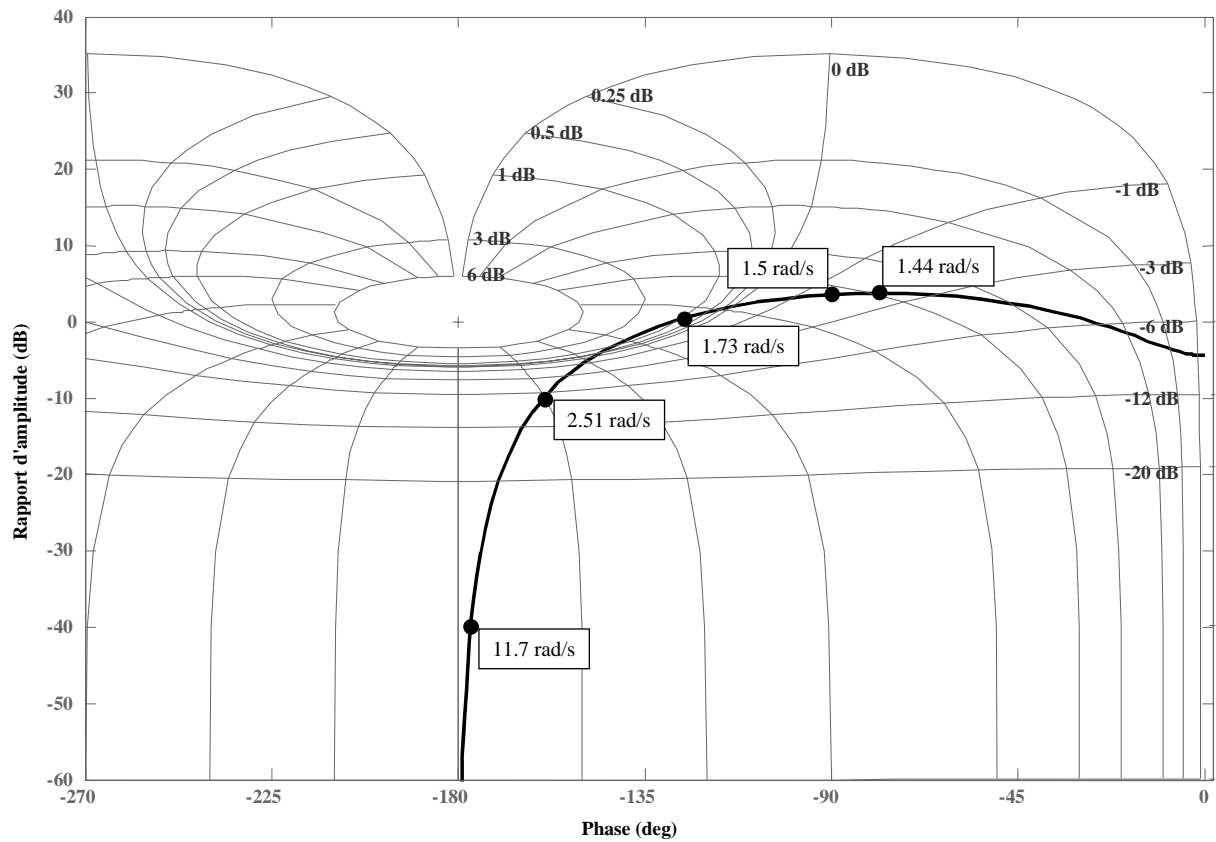


Figure 2

### QUESTION 2 (25%)

La réponse du procédé (en boucle ouverte) à un échelon d'amplitude unitaire est tracée à la Figure 3. Pour ce procédé, concevez un régulateur avance de phase afin que la fréquence à laquelle le rapport d'amplitude de  $G(s)$  est unitaire soit 10 rad/s, que la marge de phase soit d'au moins 60 degrés et que l'amplification aux hautes fréquences soit minimale.

### QUESTION 3 (25%)

Le procédé et le régulateur sont les suivants:

$$G_p(s) = \frac{-3e^{-5s}}{s(1+4s)}$$

$$G_c(s) = \frac{-0.02(1+40s)}{40s}$$

Le système est stable et il est initialement au repos. À  $t = 0$ , une perturbation  $p$  en échelon d'amplitude 2 survient. On demande de tracer la commande et la sortie, selon les exigences suivantes:

- Soyez très précis autant pour la commande que la sortie pour les temps entre  $t = 0$  et  $t = 5$ .
- Soyez très précis autant pour la commande que la sortie en régime permanent.
- Des tracés approximatifs sont suffisants entre  $t = 5$  et le régime permanent.

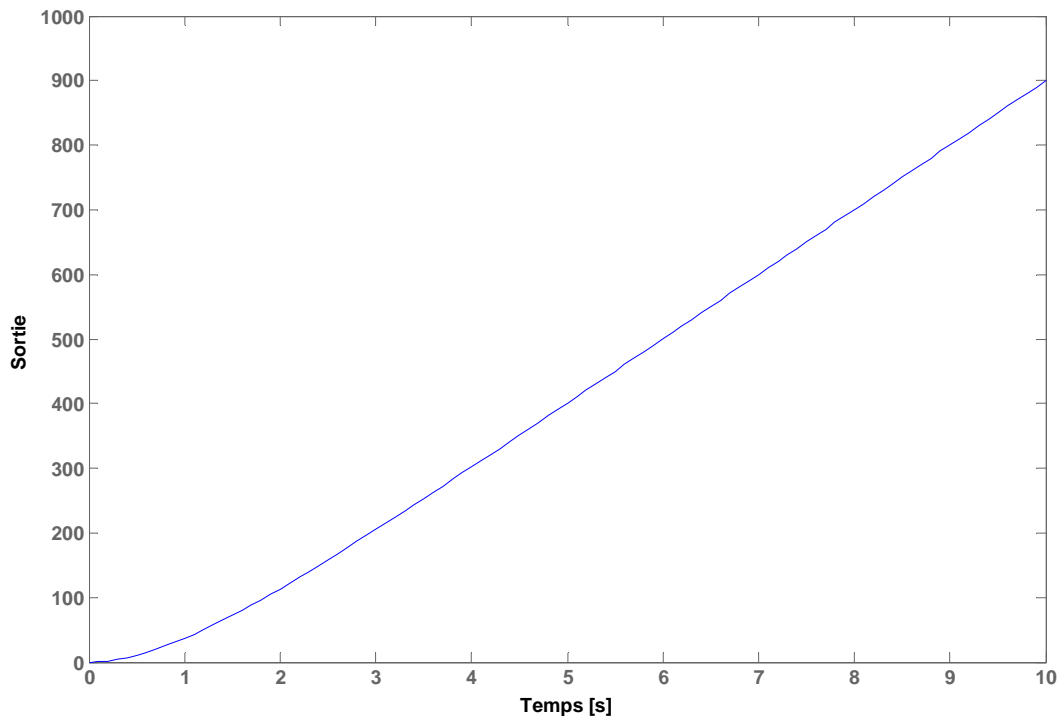


Figure 3

#### QUESTION 4 (20%)

La réponse du procédé (en boucle ouverte) à un échelon d'amplitude -2 est tracée à la Figure 4. Pour ce procédé, concevez un régulateur PI afin d'obtenir la réponse à un échelon de consigne la plus rapide possible avec un dépassement d'environ 8.5%.

Si vous avez besoin de la valeur numérique de  $\omega_{co}$ , écrivez seulement l'équation qui vous permettrait de calculer cette fréquence. Ne solutionnez pas l'équation. Supposez  $\omega_{co} = 0.06$  rad/s pour les calculs subséquents.

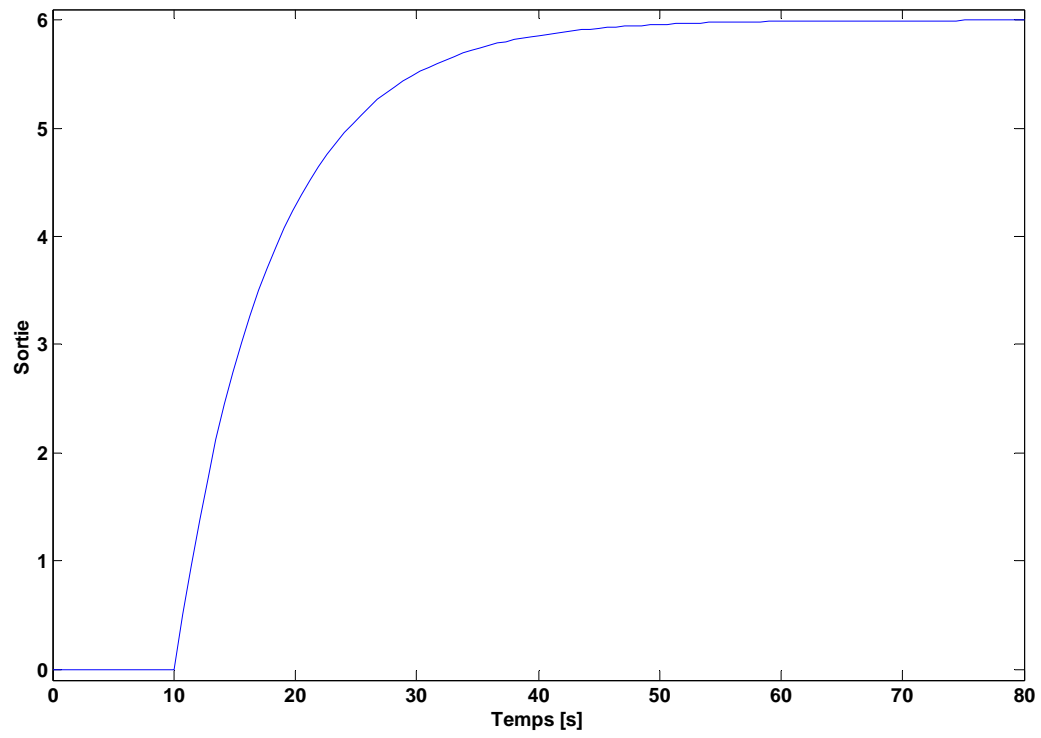


Figure 4

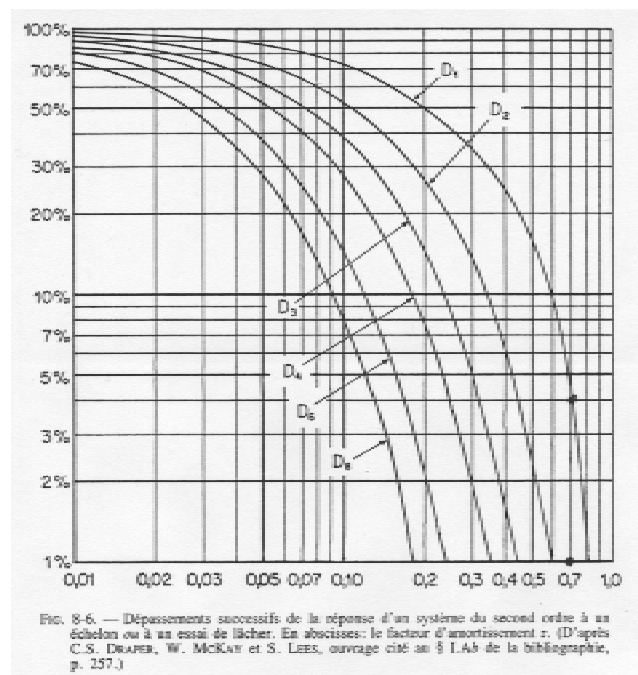
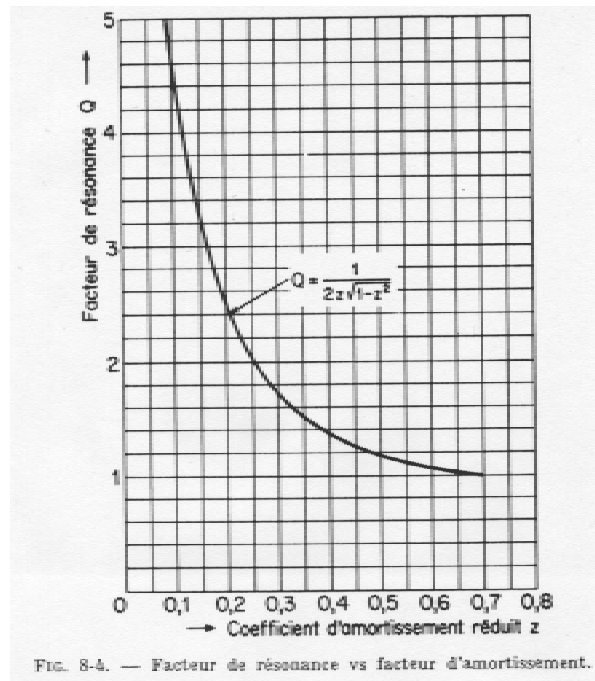
**Bonne chance !**

## FORMULES :

### 1. Transformation de Laplace

| $y(t)$ pour $t > 0$     | $Y(s)$                              | Seuil de définition      | Pôles de $Y(s)$  |
|-------------------------|-------------------------------------|--------------------------|------------------|
| 1                       | $\frac{1}{s}$                       | $\text{Re } s > 0$       | 0                |
| $\delta(t)$             | 1                                   | $\text{Re } s > -\infty$ | -                |
| t                       | $\frac{1}{s^2}$                     | $\text{Re } s > 0$       | 0, double        |
| $e^{-at}$               | $\frac{1}{s+a}$                     | $\text{Re } s > -a$      | -a               |
| $te^{-at}$              | $\frac{1}{(s+a)^2}$                 | $\text{Re } s > -a$      | -a, double       |
| $\cos \omega t$         | $\frac{s}{s^2 + \omega^2}$          | $\text{Re } s > 0$       | $\pm j\omega$    |
| $\sin \omega t$         | $\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$     | $\text{Re } s > 0$       | $\pm j\omega$    |
| $e^{-at} \cos \omega t$ | $\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$    | $\text{Re } s > -a$      | $-a \pm j\omega$ |
| $e^{-at} \sin \omega t$ | $\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$ | $\text{Re } s > -a$      | $-a \pm j\omega$ |

2. Système du deuxième ordre  $G(s) = \frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_n} s + \frac{s^2}{\omega_n^2}}$



### 3. Régulateur avance de phase

