



UNIVERSITÉ  
LAVAL

Département de génie électrique et de génie informatique

**IDENTIFICATION DES SYSTÈMES GEL-20701/GEL-65395**

Examen #2 (40% de la note finale)  
Mercredi 13 décembre 2000, 15h30-17h20  
Professeur: André Desbiens

- 
- Document permis: une feuille 8.5 X 11
  - 10% de la note peut être associé à la qualité du français
  - Ne détachez pas les feuilles du questionnaire.
- 

NOM : \_\_\_\_\_

MATRICULE : \_\_\_\_\_

### QUESTION 1 (5 points)

La représentation fréquentielle du critère d'identification de l'identification basée sur l'erreur de prédiction est la suivante:

$$V(\theta) = \frac{T}{2\pi} \int_{-\pi/T}^{\pi/T} \frac{|L(e^{j\omega T})|^2 |G_o(e^{j\omega T}) - G(e^{j\omega T})|^2}{|H(e^{j\omega T})|^2} \Phi_u(\omega) d\omega + \frac{T}{2\pi} \int_{-\pi/T}^{\pi/T} \frac{|L(e^{j\omega T})|^2 |H_o(e^{j\omega T})|^2}{|H(e^{j\omega T})|^2} \sigma_e^2 d\omega$$

- a) Les moindres carrés simples (sans filtrer les données) conduisent souvent à un modèle dont le gain statique n'est pas très précis. Pourquoi?
- b) Si l'identification du modèle est parfaite, que vaut la somme résiduelle?

Si on suppose que la précision du modèle aux hautes fréquences n'est pas requise, alors comment peut-on se concentrer sur les basses et moyennes fréquences en modifiant

- c) la période d'échantillonnage  $T$ ?
- d) le spectre du signal d'entrée  $F_u(\cdot)$ ?
- e) le filtre  $L$ ?

### QUESTION 2 (5.4 points)

Une identification récursive avec les moindres carrés simples à facteur d'oubli variable est en cours. Nous sommes à la  $k^{\text{ème}}$  période d'échantillonnage depuis que l'algorithme a été mis en marche. Voici les valeurs des différents paramètres:

$$\lambda_0 = 0.99$$

$$u(k) = 1$$

$$u(k-1) = 2$$

$$u(k-2) = -1$$

$$na = 1$$

$$d = 0$$

$$P(k-1) = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1(k-1) = 0.991$$

$$y(k) = 4$$

$$y(k-1) = 2$$

$$y(k-2) = 1$$

$$nb = 1$$

$$\lambda(k-1) = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Que vaut  $\lambda(k)$ ?

**QUESTION 3 (5.4 points)**

Quelle est une façon simple (mais approximative) de mettre en œuvre une identification récursive pour un modèle ARMAX? Donnez les équations de l'algorithme.

**QUESTION 4 (4 points)**

La variance de la réponse en fréquences du modèle à la fréquence  $\omega = 1$  rad/sec a été estimée à 2. Si le nombre de points utilisés pour calculer le modèle avait été deux fois moins élevé mais que le rapport signal sur bruit à cette fréquence avait été quatre fois plus grand, alors quelle aurait été approximativement la variance obtenue?

**QUESTION 5 (4 points)**

Un système peut approximativement être représenté par un modèle du premier ordre dont la constante de temps vaut 10. Quelle période d'échantillonnage utiliserez-vous pour récolter des données sur le système afin de l'identifier?

**QUESTION 6 (5.4 points)**

Un test de validation consiste à calculer l'autocorrélation des résidus. Comment utilise-t-on ce test et quelle en est l'idée de base?

**QUESTION 7 (5.4 points)**

Afin de sélectionner de façon optimale le nombre  $p$  de paramètres du modèle, on peut minimiser le critère suivant:

$$J(p, \theta) = f(p) \sum_{k=1}^N \varepsilon^2(k)$$

où

$$f(p) = 1 + \frac{2p}{N}$$

et où  $\theta$  est le vecteur des paramètres,  $N$  le nombre d'équations de prédictions et  $\varepsilon$  les erreurs de prédictions.

Quelle est la raison d'être de  $f(p)$ ?

**QUESTION 8** (5.4 points)

On désire utiliser les moindres carrés simples (non récurrents) pour identifier un modèle avec  $na = 1$  et  $nb = 1$ . Ne connaissant pas les points d'opération, on décide d'augmenter d'un le nombre de paramètres inconnus du modèle afin d'en tenir compte. Quelle est l'expression de  $\varepsilon(k)$ , l'erreur de prédiction au temps  $k$ , en y faisant bien apparaître sous forme matricielle le régresseur et le vecteur des paramètres inconnus? Une fois l'identification complétée, est-il possible de déduire les points d'opération  $u_{op}$  et  $y_{op}$ ?