Université Laval
Professeur: Jérôme Genest

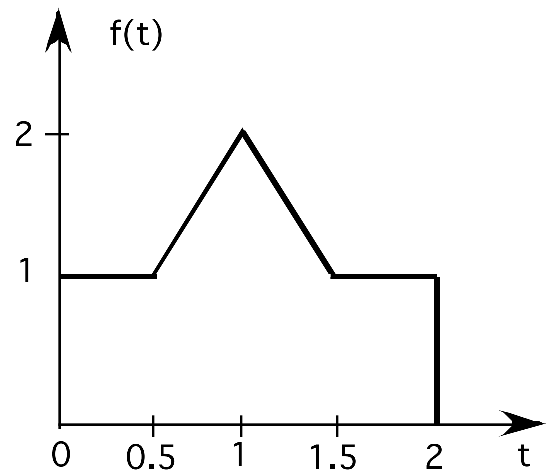
Département de génie électrique
et de génie informatique

GEL19962: Analyse des signaux
Examen partiel 2004

Jeudi le 21 octobre 2003; durée: 13h30 à 15h20
Aucune feuille de documentation permise; une calculatrice permise

---

Problème 1 (8 points sur 40)



A. (7 points) Calculez la transformée de Fourier de la fonction f(t) illustrée ci-haut.

B. (1 point) Quel est le taux de décroissance asymptotique des lobes de $F(\omega)$?

Problème 2 (6 points sur 40)

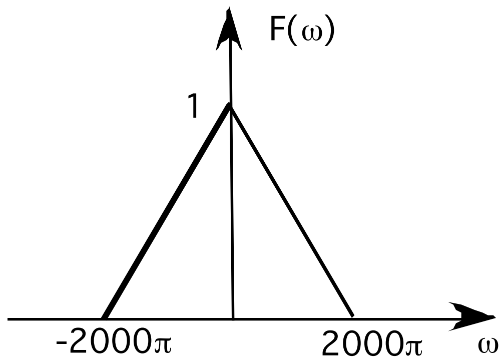
A. (3 points) Calculez la transformée de Fourier de la fonction $f(t) = |t|$

B. (3 points) Déduisez la transformée de $g(t)= t^2 \, Sgn(t)$.

Problème 3 (16 points sur 40)

Soit un signal f(t) contenant de l'information destinée à être transmise par onde radio. Le spectre F(w) du signal est borné en fréquence et est illustré ci-bas.

notes : $\omega = 2\pi f$ et $2\cos^2(w_o t) = \cos(2 w_o t) + 1$



A. (1 point) Quelle est la puissance totale de ce signal ?

B. (2 points) Calculez l'énergie totale du signal f(t).

Pour transmettre le signal f(t) par voie aérienne, on doit utiliser une *porteuse* qui se propage aisément dans l'atmosphère. C'est le cas des ondes radio.

Nous allons utiliser une porteuse de fréquence f_o = 1 MHz. (1000000 Hz).

Le signal transmis par l'antenne de l'émetteur est :

$$g(t) = f(t)\cos(w_o t)$$

on dit alors que le signal f(t) module la porteuse à ω_o

C. (4 points) Calculez et tracez la transformée de Fourier de g(t)

D. (1,5 points) Quelle est l'énergie totale du signal transmis ?

Afin de récupérer l'information, le récepteur multiplie le signal détecté par $\cos(\omega_o t)$ de telle sorte que :

$$h(t) = g(t)\cos(w_o t)$$

E. (4 points) Calculez et tracez la transformée de Fourier de h(t).

Un filtre passe-bas permet de « couper » les hautes fréquences pour ne préserver le contenu spectral qu'autour de ω=0.

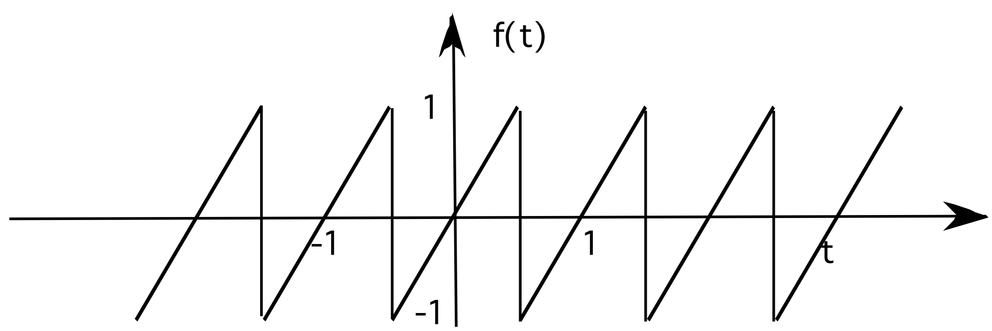
F. (2 points) En supposant que le filtre passe bas est une fonction Rect qui multiplie le signal h(t) :

$$V(\omega) = H(\omega)\mathrm{Re}\,ct[\omega / 2\omega_f]$$

déduisez les plages possibles pour la fréquence angulaire de coupure du filtre ω_f pour que le signal v(t) soit une reproduction fidèle de f(t), i.e on veut que v(t) soit égal, à une constante près à f(t).

G. (1,5 points) Quelle est l'énergie dans le signal détecté v(t) ?

Problème 4 (10 points sur 40)



A. (7 points) Calculez la transformée de Fourier de la fonction périodique illustrée ci-dessus.
B. (1 point) Quelle est la fraction de puissance dans la portion DC ?
C. (2 points) Quelle est la puissance dans la 1ère harmonique ?

Examen Partiel

Fonction	Transformée de Fourier
$f(t)$	$F(\omega)$
$F(t)$	$2\pi f(-\omega)$
$f(t+a)$	$e^{ja\omega}F(\omega)$
$f(at)$	$\frac{1}{\lvert a\rvert}F\left(\frac{\omega}{a}\right)$
$e^{jbt}f(t)$	$F(\omega-b)$
$t^n f(t)$	$(j)^n \frac{d^n}{d\omega^n}F(\omega)$
$\frac{d^n}{dt^n}f(t)$	$(j\omega)^n F(\omega)$
$\mathrm{Rect}(t/\tau)$	$\tau\,\mathrm{Sa}(\omega\tau/2)$
$\mathrm{Tri}(t/\tau)$	$\tau\,\mathrm{Sa}^2(\omega\tau/2)$
$\delta(t)$	1
1	$2\pi\delta(\omega)$
$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega-\omega_0)$
$\mathrm{U}(t)$	$1/j\omega+\pi\delta(\omega)$
$\mathrm{Sgn}(t)$	$2/j\omega$
$\delta_{T_0}(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT_0)$	$\omega_0\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-n\omega_0)$
$e^{-\beta t}\,\mathrm{U}(t)$	$\frac{1}{\beta+j\omega}$
$e^{-\beta\lvert t\rvert}$	$\frac{2\beta}{\beta^2+\omega^2}$

---

[1] $\mathrm{Rect}\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right)$ rectangle de hauteur un, centré sur $t=t_0$, et de longueur τ.

[2] $\mathrm{Tri}\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right)$ triangle de hauteur un, centré sur $t=t_0$, avec un base de longueur 2τ.