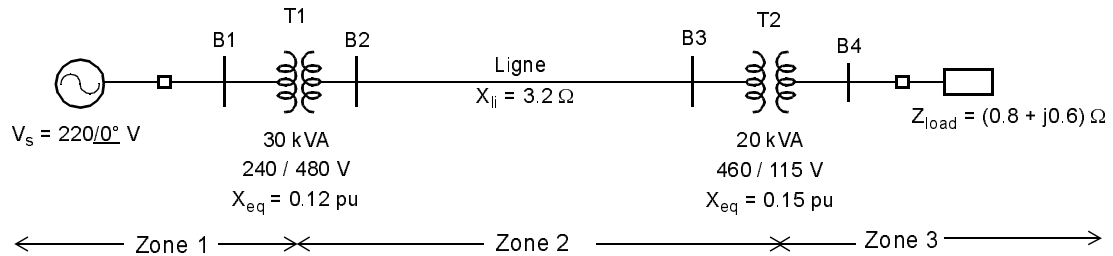


# SOLUTION DES EXERCICES DE L'EXAMEN PARTIEL A2004

## Problème no. 1

a)



On a:

$$S_{\text{base}} = 30 \text{ kVA} \quad \text{pour tout le réseau}$$

$$V_{\text{base1}} = 240 \text{ V} \quad \text{pour la zone 1}$$

Les tensions de base des autres zones sont calculées:

$$V_{\text{base2}} = \left(\frac{480}{240}\right) \times 240 = 480 \text{ V} \quad V_{\text{base3}} = \left(\frac{115}{460}\right) \times 480 = 120 \text{ V}$$

Les courants de base des trois zones sont calculés:

$$I_{\text{base1}} = \frac{30000}{240} = 125 \text{ A} \quad I_{\text{base2}} = \frac{30000}{480} = 62.5 \text{ A} \quad I_{\text{base3}} = \frac{30000}{120} = 250 \text{ A}$$

Les impédances de base des trois zones sont calculées:

$$Z_{\text{base1}} = \frac{240}{125} = 1.92 \Omega \quad Z_{\text{base2}} = \frac{480}{62.5} = 7.68 \Omega \quad Z_{\text{base3}} = \frac{120}{250} = 0.48 \Omega$$

Les impédances en pu des transformateurs sont calculées:

$$X_{T1\text{pu}} = 0.12 \quad (\text{mêmes valeurs de base choisies})$$

$$X_{T2\text{pu}} = 0.15 \times \left(\frac{460}{480}\right)^2 \times \left(\frac{30000}{20000}\right) = 0.2066 \quad (V = 460 \text{ V et } S = 20 \text{ kVA})$$

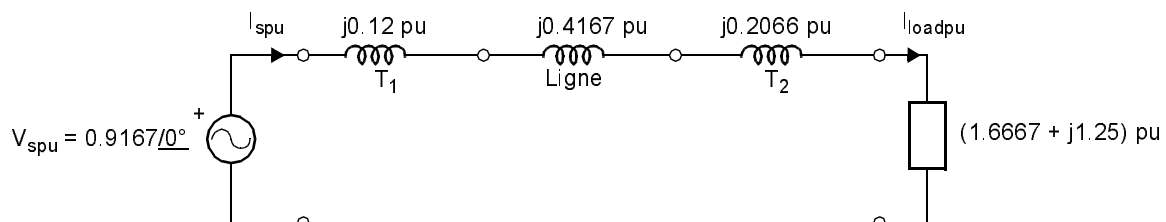
L'impédance en pu de la ligne est:

$$X_{\text{linepu}} = \frac{3.2 \Omega}{7.68 \Omega} = 0.4167$$

L'impédance en pu de la charge est:

$$Z_{\text{loadpu}} = \frac{(0.8 + j0.6) \Omega}{0.48 \Omega} = 1.6667 + j1.25$$

Le circuit équivalent en pu du réseau est montré dans la figure suivante.



Le courant dans la charge est égal à:

$$I_{\text{loadpu}} = I_{\text{spu}} = \frac{0.9167 \angle 0^\circ}{j0.12 + j0.4167 + j0.2066 + (1.6667 + j1.25)} = 0.3446 \angle -51.2^\circ$$

Le courant réel dans la charge est:

$$I_{\text{load}} = (0.3446 \angle -51.2^\circ) \times 250 \text{ A} = 86.15 \angle -51.2^\circ \text{ A}$$

b) La matrice des impédances de phase: 
$$Z_p = \begin{bmatrix} j10 & j5 & j5 \\ j5 & j10 & j5 \\ j5 & j5 & j10 \end{bmatrix} \Omega$$

La matrice des impédances de séquence est calculée:

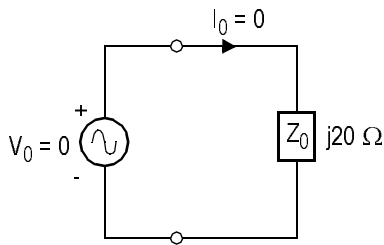
$$\mathbf{Z}_s = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{Z}_p \mathbf{A} = \mathbf{A}^{-1} \times \begin{bmatrix} j10 & j5 & j5 \\ j5 & j10 & j5 \\ j5 & j5 & j10 \end{bmatrix} \times \mathbf{A} = \begin{bmatrix} j20 & 0 & 0 \\ 0 & j5 & 0 \\ 0 & 0 & j5 \end{bmatrix} \Omega$$

Le vecteur des tensions ligne-neutre: 
$$\mathbf{V}_p = \begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 346.41 \\ 346.41 \angle -120^\circ \\ 346.41 \angle 120^\circ \end{bmatrix}$$

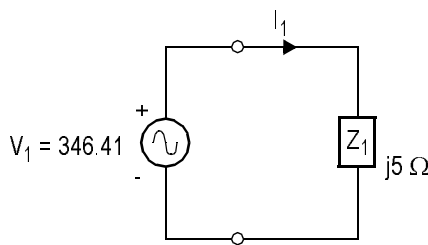
Les composantes de séquence des tensions ligne-neutre:

$$\mathbf{V}_s = \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \mathbf{A}^{-1} \times \begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = \mathbf{A}^{-1} \times \begin{bmatrix} 346.41 \\ 346.41 \angle -120^\circ \\ 346.41 \angle 120^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 346.41 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ V}$$

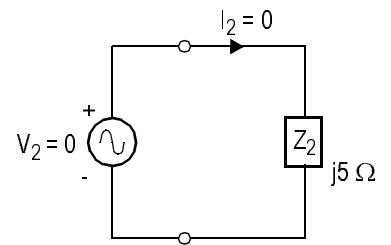
Les réseaux de séquence sont:



Réseau de séquence 0



Réseau de séquence directe



Réseau de séquence inverse

Les courants de séquence sont:

$$\mathbf{I}_s = \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{346.41}{j5} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 69.282 \angle -90^\circ \\ 0 \end{bmatrix} \text{ A}$$

Les courants de ligne sont:

$$\mathbf{I}_p = \mathbf{A} \mathbf{I}_s = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 69.282 \angle -90^\circ \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 69.282 \angle -90^\circ \\ 69.282 \angle 150^\circ \\ 69.282 \angle 30^\circ \end{bmatrix} \text{ A}$$

## Problème no. 2

a) Conducteur ACSR Joree 76/19,  $r = 2.3876 \text{ cm}$ ,  $\text{GMR} = 1.8928 \text{ cm}$ ,  $R(50^\circ\text{C}) = 0.0281 \Omega/\text{km}$

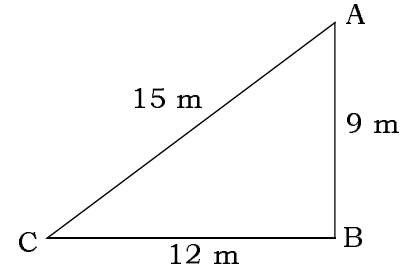
Le rayon moyen géométrique des faisceaux:

$$\text{GMR}_{\text{faisceau}} = \sqrt{\text{GMR}_{\text{cond}} \times d} = \sqrt{1.8928 \times 46} = 9.3311 \text{ cm}$$

La ligne est transposée.

La distance moyenne géométrique des conducteurs est:

$$\text{GMD} = \sqrt[3]{D_{ab} \times D_{bc} \times D_{ac}} = \sqrt[3]{9 \times 12 \times 15} = 11.745 \text{ m}$$



L'inductance série (séquence directe) par km:

$$L_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{\text{GMD}}{\text{GMR}_{\text{faisceau}}}\right) = 2 \times 10^{-7} \times \ln\left(\frac{1174.5}{9.3311}\right) \times 10^3 = 9.6704 \times 10^{-4} \text{ H/km}$$

La réactance série (séquence directe) par km:

$$X_1 = \omega L_1 = 120\pi \times 9.6704 \times 10^{-4} = 0.3646 \Omega/\text{km}$$

Chaque faisceau contient 2 conducteurs dont la résistance à  $50^\circ\text{C}$  est  $0.0281 \Omega/\text{km}$ . La résistance série  $R_1$  de la ligne est donc:

$$R_1 = \frac{0.0281}{2} = 0.0141 \Omega/\text{km}$$

b) Conducteur ACSR Joree 76/19,  $r = 2.3876 \text{ cm}$ ,  $\text{GMR} = 1.8928 \text{ cm}$

Le rayon moyen géométrique des faisceaux (pour le calcul des capacités):

$$\text{GMR}_{\text{faisceau} \cdot \text{cap}} = \sqrt{r \times d} = \sqrt{2.3876 \times 46} = 10.48 \text{ cm}$$

La distance moyenne géométrique des conducteurs est:

$$\text{GMD} = \sqrt[3]{D_{ab} \times D_{bc} \times D_{ac}} = \sqrt[3]{9 \times 12 \times 15} = 11.745 \text{ m}$$

La capacité shunt (séquence directe) par km:

$$C_1 = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{\text{GMD}}{\text{GMR}_{\text{faisceau} \cdot \text{cap}}}\right)} \times 1000 = \frac{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12}}{\ln\left(\frac{1174.5}{10.48}\right)} \times 1000 = 1.1788 \times 10^{-8} \text{ F/km}$$

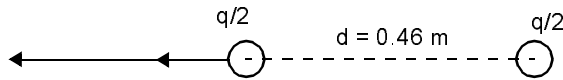
L'admittance shunt (séquence directe) par km:

$$Y_1 = \omega C_1 = 120\pi \times 1.1788 \times 10^{-8} = 4.4441 \times 10^{-6} \text{ S/km.}$$

c) Avec  $V_1 = (500/1.732) \text{ kV} = 288.68 \text{ kV}$ , la charge électrique (par m) sur un faisceau est:

$$q = \frac{C_1 V_1}{1000} = \frac{(1.1788 \times 10^{-8})(288.68 \times 10^3)}{1000} = 3.4030 \times 10^{-6} \text{ C/m}$$

Le faisceau contient 2 conducteurs. La charge sur un conducteur sera  $\frac{q}{2} = 1.7015 \times 10^{-6} \text{ C/m}$ .



Le champ électrique à la surface d'un conducteur est la somme vectorielle des champs électriques créés par les deux conducteurs du faisceau:

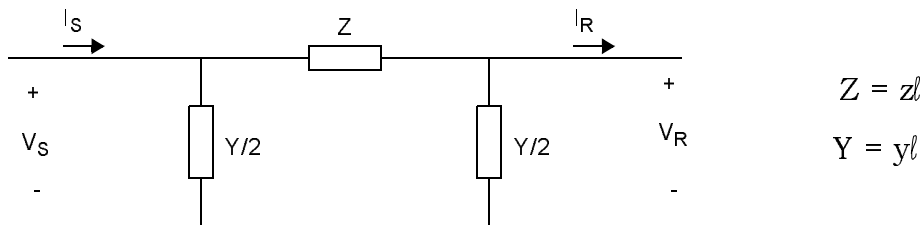
$$E_{r\max} = \frac{(q/2)}{2\pi\epsilon_0 r} \left[ 1 + \frac{r}{d} \right]$$

$$E_{r\max} = \frac{1.7015 \times 10^{-6}}{2\pi(8.854 \times 10^{-12})2.3876} \left[ 1 + \frac{2.3876}{46} \right] = 13475 \text{ V/cm}$$

$$E_{r\max} = 13.475 \text{ kV/cm}$$

### Problème no. 3

a) On calcule les paramètres du circuit équivalent en pi nominal (modèle ligne moyenne) de la ligne.



On a:

$$Z = z\ell = (0.03 + j0.35) \times 300 = 9 + j105 = 105.385 \angle 85.1^\circ \Omega$$

$$Y = y\ell = (j4.4 \times 10^{-6}) \times 300 = j1.32 \times 10^{-3} \text{ S}$$

La compensation shunt est de 70%. L'admittance de la réactance de compensation doit être égale à 70% de l'admittance shunt totale de la ligne:

$$\frac{1}{jX_{\text{comp}}} = -0.7 \times Y = -0.7 \times j1.32 \times 10^{-3} = -j9.24 \times 10^{-4} \text{ S}$$

Alors, la réactance de compensation est égale à:

$$X_{\text{comp}} = \frac{1}{9.24 \times 10^{-4}} = 757.6 \Omega$$

b) On calcule les paramètres A et B de la ligne non-compensée:

$$A = 1 + \frac{ZY}{2} = 1 + \frac{(9 + j105)(j1.32 \times 10^{-3})}{2} = 0.9307 + j0.0059 = 0.9307 \angle 0.4^\circ$$

$$B = Z = 105.385 \angle 85.1^\circ \Omega$$

On prend la tension  $V_R$  comme référence de phase:

$$V_R = \frac{480}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 277.128 \angle 0^\circ \text{ kV}$$

Le courant dans la charge ( $\text{fp} = 1.0$ ) est:

$$I_R = \frac{(1000/3)}{V_R} = \frac{(1000/3)}{277.128} = 1.2028 \angle 0^\circ \text{ kA}$$

La tension  $V_S$  est donnée par:

$$V_S = AV_R + BI_R = (0.9307 \angle 0.4^\circ)(277.128) + (105.385 \angle 85.1^\circ)(1.2028)$$

$$V_S = 297.649 \angle 25.5^\circ \text{ kV}$$

La tension à vide au bout de la charge dans ce cas (ligne SANS compensation) est:

$$|V_{RNL}| = \frac{|V_S|}{|A|} = \frac{297.649}{0.9307} = 319.812 \text{ kV}$$

Le facteur de régulation de tension de la ligne SANS compensation est:

$$VR = \frac{|V_{RNL}| - |V_{RFL}|}{|V_{RFL}|} = \frac{319.812 - 277.128}{277.128} = 0.154 \text{ ou } 15.4\%$$

Avec 70% de compensation shunt, l'admittance shunt totale équivalente devient:

$$Y_{eq} = 0.3Y = 0.3 \times (j1.32 \times 10^{-3}) = j3.96 \times 10^{-4} \text{ S}$$

Il n'y a de compensation série. Donc

$$Z_{eq} = Z = 105.385 \angle 85.1^\circ \Omega$$

Le paramètre A équivalent de la ligne AVEC compensation est:

$$A_{eq} = 1 + \frac{Y_{eq}Z_{eq}}{2} = 1 + \frac{(j3.96 \times 10^{-4})(105.385 \angle 85.1^\circ)}{2} = 0.9792 \angle 0.1^\circ$$

La tension à vide au bout de la charge dans ce cas (ligne AVEC compensation) est:

$$|V_{RNL}| = \frac{|V_S|}{|A_{eq}|} = \frac{297.649}{0.9792} = 303.971 \text{ kV}$$

Le facteur de régulation de tension de la ligne AVEC compensation est:

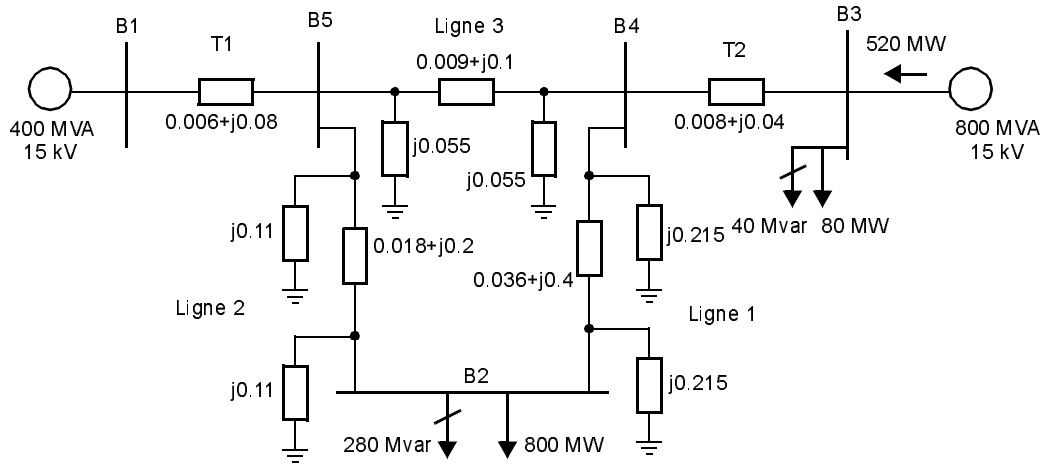
$$VR = \frac{|V_{RNL}| - |V_{RFL}|}{|V_{RFL}|} = \frac{303.971 - 277.128}{277.128} = 0.097 \text{ ou } 9.7\%$$

## Problème no. 4

a)

Barre	Nature	Connues	Inconnues
B1	Barre de référence	$V_1 = 1.0 \text{ pu}$ et $\delta_1 = 0^\circ$	$P_1$ et $Q_1$
B2	Barre de charge	$P_2 = -2.0 \text{ pu}$ et $Q_2 = -0.7 \text{ pu}$	$V_2$ et $\delta_2$
B3	Barre de génération	$V_3 = 1.05 \text{ pu}$ et $P_3 = 1.1 \text{ pu}$	$\delta_3$ et $Q_3$
B4	Barre de charge	$P_4 = 0 \text{ pu}$ et $Q_4 = 0 \text{ pu}$	$V_4$ et $\delta_4$
B5	Barre de charge	$P_5 = 0 \text{ pu}$ et $Q_5 = 0 \text{ pu}$	$V_5$ et $\delta_5$

b) Réseau équivalent:



La matrice  $Y_{bus}$ :

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & 0 & 0 & 0 & Y_{15} \\ 0 & Y_{22} & 0 & Y_{24} & Y_{25} \\ 0 & 0 & Y_{33} & Y_{34} & 0 \\ 0 & Y_{24} & Y_{34} & Y_{44} & Y_{45} \\ Y_{15} & Y_{25} & 0 & Y_{45} & Y_{55} \end{bmatrix}$$

Les éléments non-nuls sont donnés:

$$Y_{11} = \frac{1}{0.006 + j0.08} \quad Y_{15} = Y_{51} = \frac{-1}{0.006 + j0.08}$$

$$Y_{22} = \frac{1}{0.018 + j0.2} + \frac{1}{0.036 + j0.4} + j0.11 + j0.215$$

$$Y_{24} = Y_{42} = \frac{-1}{0.036 + j0.4} \quad Y_{25} = Y_{52} = \frac{-1}{0.018 + j0.2}$$

$$Y_{33} = \frac{1}{0.008 + j0.04} \quad Y_{34} = Y_{43} = \frac{-1}{0.008 + j0.04}$$

$$Y_{44} = \frac{1}{0.009 + j0.1} + \frac{1}{0.008 + j0.04} + j0.055 + j0.215$$

$$Y_{45} = Y_{54} = \frac{-1}{0.009 + j0.1}$$

$$Y_{55} = \frac{1}{0.006 + j0.08} + \frac{1}{0.009 + j0.1} + \frac{1}{0.018 + j0.2} + j0.055 + j0.11$$

c) Commentaires sur les résultats de calcul de logiciel «PowerWorld»:

- Les tensions aux barres sont dans les limites acceptables (0.95, 1.05) excepté la barre B2 où la tension est de 0.83 pu.
- Les transformateurs fonctionnent dans les limites permises.
- Les lignes fonctionnent dans les limites permises.

La ligne no. 1 est sous utilisée (elle transport 27.1% de sa capacité)

La ligne no. 2 est sous utilisée (elle transport 49.2% de sa capacité)

La ligne no. 3 est sous utilisée (elle transport 18.2% de sa capacité)

Les pertes dans les équipements:

Transformateur T1 : 2.62 MW

Transformateur T2 : 5 MW

Ligne 1 : 11.88 MW

Ligne 2 : 17.73 MW

Ligne 3 : 0.97MW

Les problèmes et solutions proposées

La tension à la barre B2 (0.83 pu) est inférieure à la valeur acceptable 0.95. On peut connecter à cette barre un banc de condensateurs pour augmenter la tension.