

## Problème 1a

February-26-16 3:23 PM

Quel est le rapport de l'efficacité spectrale d'un système utilisant un cosinus élevé ( $r=.3$ ) à l'efficacité spectrale d'un système utilisant une impulsion de Nyquist idéale?

$$\eta_{RC,r=.3} / \eta_{ideal} = ?$$

Avec un cosinus élevé avec  $r=0.3$ , la largeur de bande est 30% de plus que la largeur de bande idéale

$$\eta_{ideal} = \frac{R_b}{W_{min}}$$

$$\eta_{RC,r=0.3} = \frac{R_b}{1.3 W_{min}}$$

$$\frac{\eta_{RC,r=0.3}}{\eta_{ideal}} = \frac{R_b}{1.3 W_{min}} \times \frac{W_{min}}{R_b} = \frac{1}{1.3} = \frac{10}{13} = .77$$

## Problème 1b

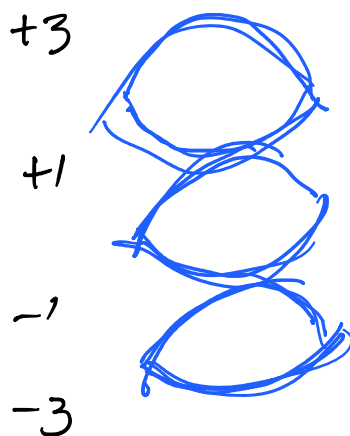
February-26-16 3:23 PM

Donnez une esquisse du diagramme de l'œil d'un système PAM4.

Espace IQ pour PAM4



Donc il y a 4 niveaux au moment  
d'échantillonnage, donc 3 ouverture de l'œil

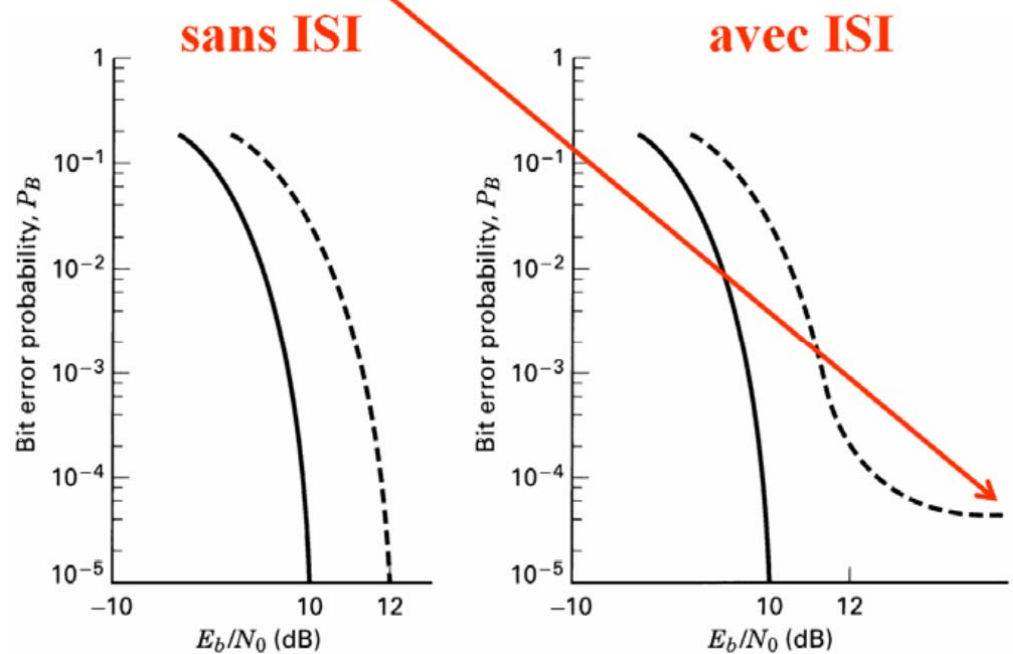


## Problème 1c

February-26-16 3:23 PM

Donnez la définition et une esquisse d'un plancher du taux d'erreur binaire (BER). Discutez la raison pour laquelle un plancher n'est pas désirable. Expliquez les mécanismes par lesquels un plancher du BER peut survenir.

### Plancher du BER



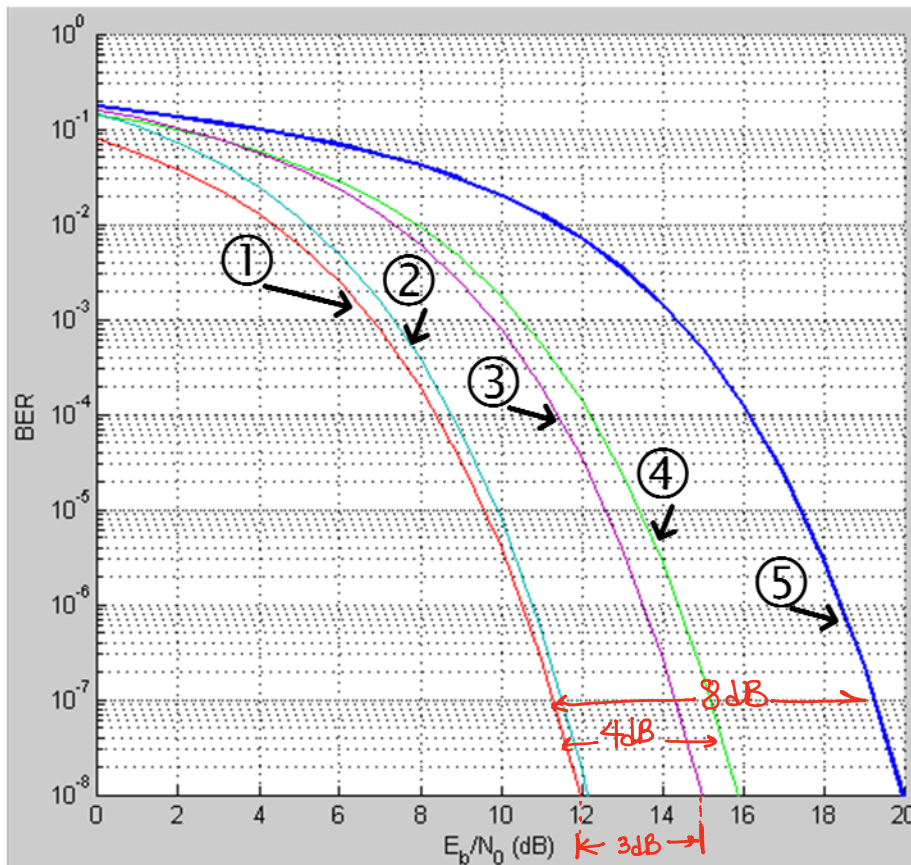
L'interférence intersymbole peut engendrer un plancher du BER. Le signal lui-même génère l'interférence, donc d'augmenter l'énergie du bit n'aidera pas améliorer la performance.

## Problème 2

February-26-16 3:23 PM

Donnez la correspondance entre les courbes de BER 1 à 5 et les formats de modulation suivants:

16PSK OOK BPSK 16QAM DPSK



Le BPSK est la modulation la plus robuste, donc ① correspond à BPSK.

Le DPSK a une perte  $\sim 1$  dB par rapport à BPSK, donc ② correspond à DPSK.

L'OOK a une perte de 3 dB par rapport à BPSK, donc ③ correspond à OOK.

rapport à BPSK, donc ③ correspond à OOK

Il en reste 16 QAM et 16 PSK. En sachant que QAM a une meilleure efficacité en puissance, 16 QAM est plus performant que 16 PSK en BER, donc ④ correspond à 16 QAM et ⑤ correspond à 16 PSK.

Quantitativement :

$$d_{\min} \text{ MPSK} = \sqrt{2 \log_2 M} \sin \frac{\pi}{M}$$
$$= \sqrt{2 \log_2 16} \sin \frac{\pi}{16} = 2\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{16}$$

$$\text{perte} = \frac{d_{\min}^2}{2} = 4 \sin^2 \frac{\pi}{16}$$

$$-10 \log_{10} \left[ 4 \sin^2 \frac{\pi}{16} \right] = 8.2 \text{ dB} \quad \checkmark$$

16 QAM

$$d_{\min} = \sqrt{\frac{6 \log_2 4}{16-1}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 2}{15}} = \sqrt{\frac{4}{5}}$$

$$\text{perte: } -10 \log_{10} \left[ \frac{2}{5} \right] = 4 \text{ dB} \quad \checkmark$$

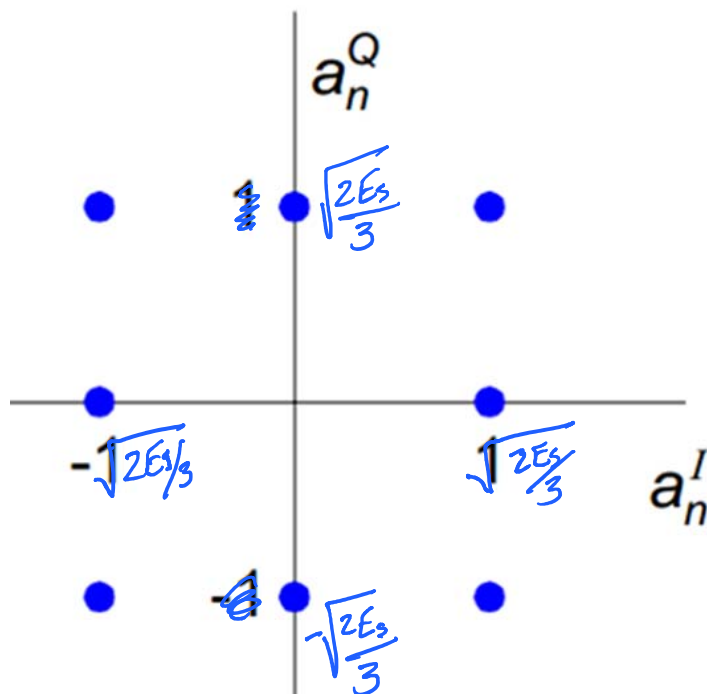
coron  $v = 16 - 1$

$$\text{perte: } -10 \log_{10} \left[ \frac{2}{5} \right] = 4 \text{ dB} \quad \checkmark$$

## Problème 3a

February-26-16 3:23 PM

Considérez la constellation QAM suivante :



Quelles sont les coordonnées des symboles dans l'espace du signal?

$$\tilde{a}^I, \tilde{a}^Q = \sqrt{\frac{M E_s}{\sum_i (a_i^I)^2 + (a_i^Q)^2}} (a^I, a^Q)$$

$$\sum = 4 \times (1^2 + 0^2) + 4 \times (1^2 + (-1)^2) = 4 + 8 = 12$$

$$\tilde{a}^I, \tilde{a}^Q = \sqrt{\frac{8 E_s}{12}} (a^I, a^Q)$$

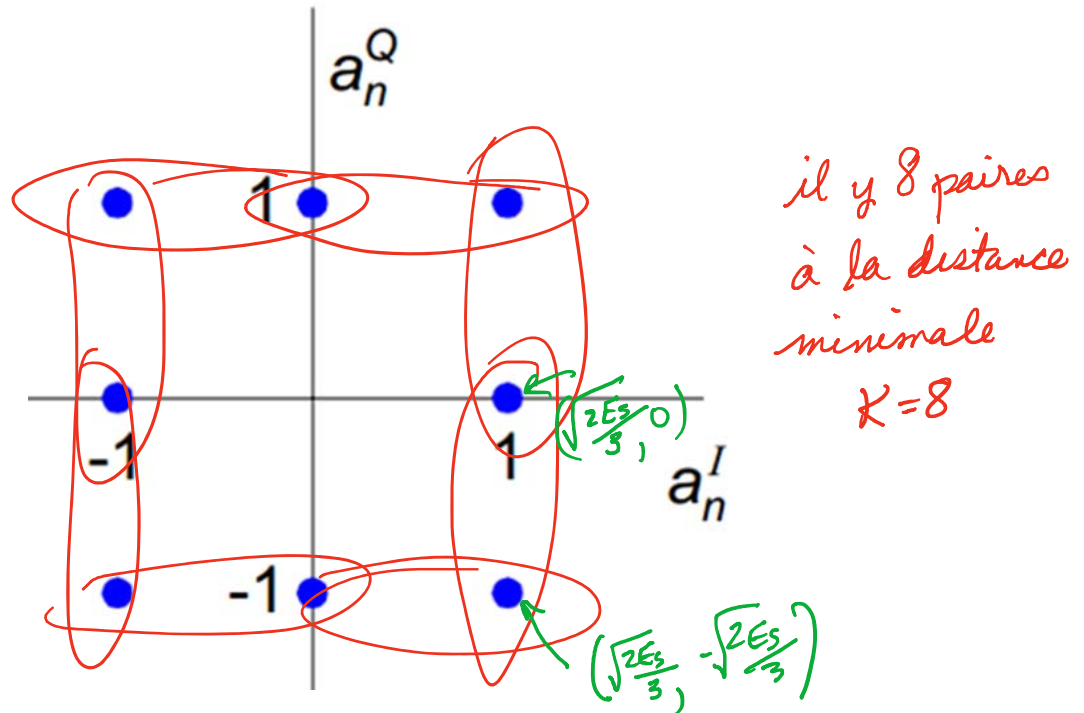
$$= \sqrt{\frac{2E_s}{3}} (a^{\mathcal{I}}, a^{\mathcal{Q}})$$



## Problème 3b

February-26-16 3:23 PM

Considérez la constellation QAM suivante :



Trouvez la probabilité d'erreur en utilisant l'approximation venant de la borne d'union.

$$D_{\min} = \sqrt{\frac{2E_s}{3}}$$

$$P_e = \frac{2K}{M} Q\left(\frac{D_{\min}}{\sqrt{2N_0}}\right)$$

$$= \frac{2 \cdot 8}{8} Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{2 \cdot 3N_0}}\right) = 2Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{3N_0}}\right)$$

$$E_s = E_b \log_2 M = E_b \log_2 8 = 3E_b$$

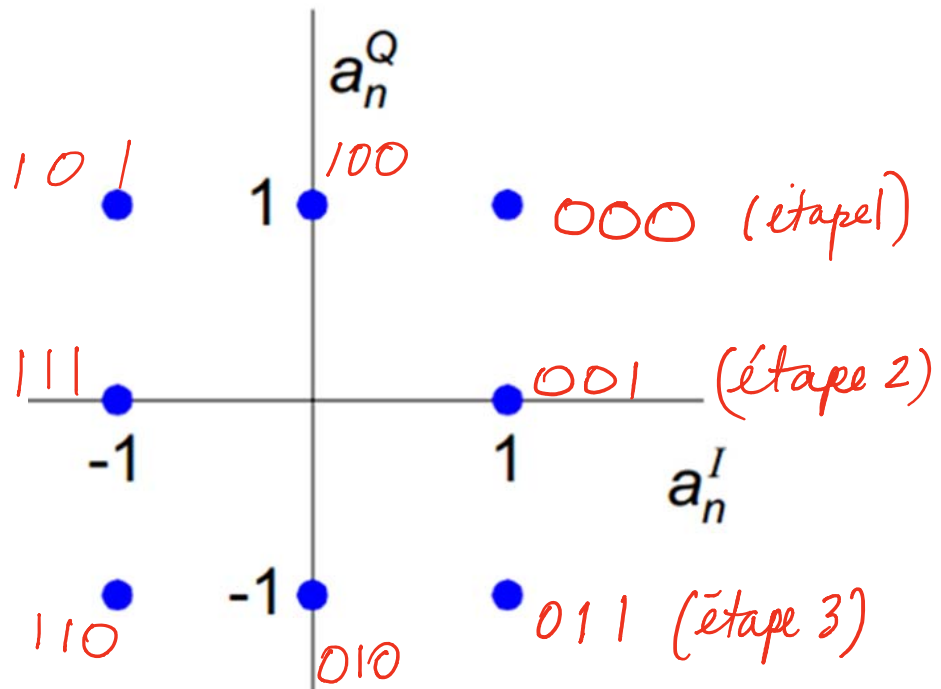
$$E_s = E_b \log_2 M = E_b \log_2 8 = 3E_b$$

$$P_e = 2 Q\left(\sqrt{\frac{3E_b}{N_0}}\right) = 2Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

## Problème 3c

February-26-16 3:23 PM

Considérez la constellation QAM suivante :



Proposez un code de Gray pour la constellation.

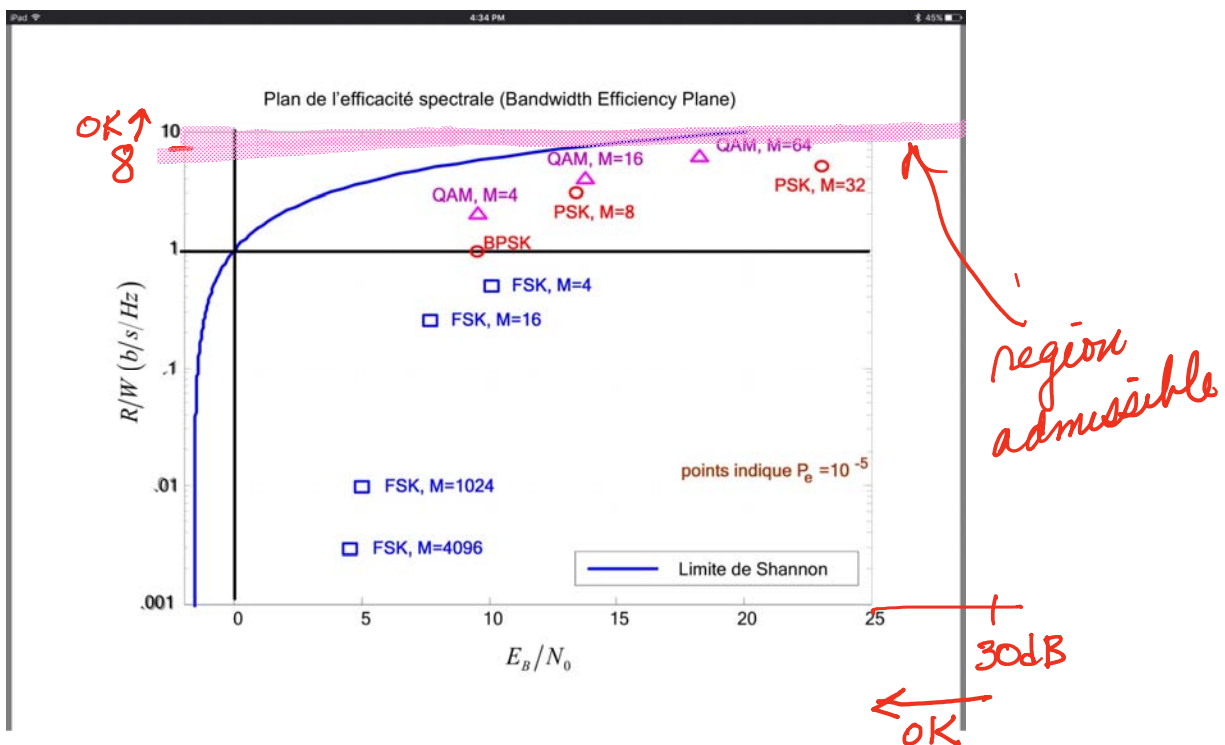
*Il faut le trouver par essai/erreur.*

## Problème 4a

February-26-16 3:23 PM

Lien point-à-point avec des antennes directionnelles et un gain élevé,  $E_b/N_0 = 30$  dB ; taux de transmission requis 1 Gbs  
Largeur de bande disponible = 125 MHz.

Tracez la région admissible pour le système sur le plan d'efficacité spectrale. Indiquez si le système est limité en puissance, ou limité en largeur de bande.



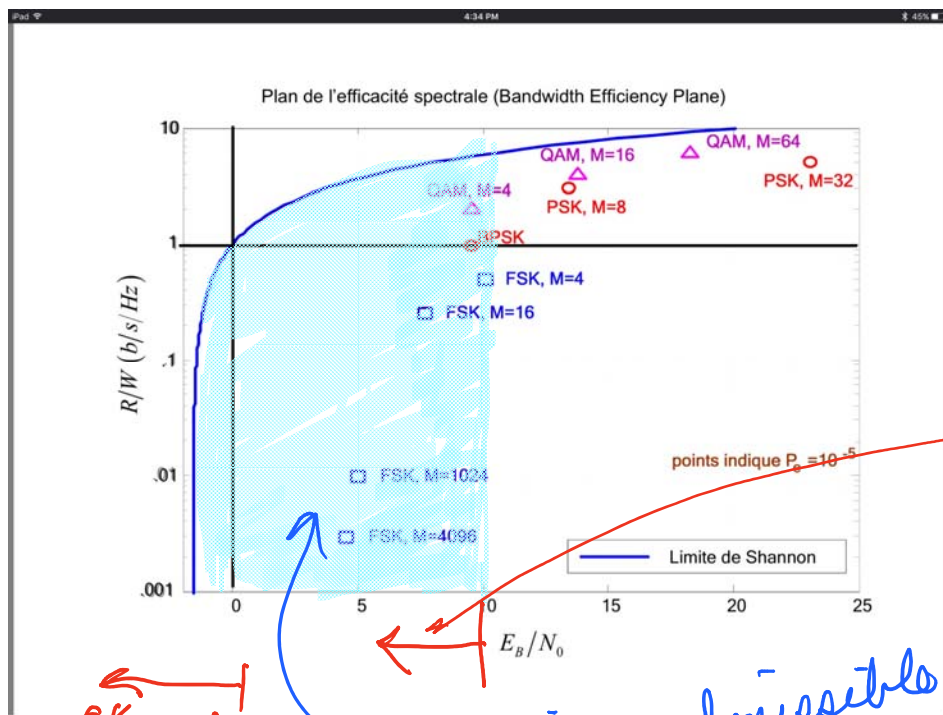
$$\eta_{\min} = \frac{1 \text{ Gb/s}}{125 \text{ MHz}} = \frac{1000}{125} = 8$$

## Problème 4a

February-26-16 3:23 PM

Lien omnidirectionnel pour déverrouillage d'une voiture  
 $E_b/N_0 = 0$  to 10 dB (varie avec la distance à la voiture)  
taux de transmission requis – code de 12 caractères (4-bit)  
Largeur de bande disponible = 40 kHz

Tracez la région admissible pour le système sur le plan d'efficacité spectrale. Indiquez si le système est limité en puissance, ou limité en largeur de bande.



OK pour  
distances  
raisonnables

OK pour  
tous les distances

region admissible

4 bit en  $\sim 1$  sec

$\Rightarrow 4 \text{ b/s}$

$$\eta_{\min} = \frac{R}{W} = \frac{4}{4000} = 10^{-3}$$

## Problème 4b

February-26-16 3:23 PM

Lien point-à-point avec des antennes directionnelles et un gain élevé,  $E_b/N_0 = 30$  dB ; taux de transmission requis 1 Gbs  
Largeur de bande disponible = 125 MHz.

Proposez un format de modulation pour le système A et discutez votre choix en adressant l'importance relative des points suivants

- i. BER vs.  $E_b/N_0$
- ii. Efficacité spectrale
- iii. Complexité

If faut  $\eta > 8$ , donc QAM ou PSK

(efficacité spectrale élevée)  $\Rightarrow$

$$\eta_{\min} = \log_2 M = 8 \quad M_{\min} = 256$$

Avec 30 dB =  $E_b/N_0$  nous pourrions  
assurer d'avoir au moins  $P_e = 10^{-5}$

Solution 256QAM

i) avec 30 dB =  $E_b/N_0$  nous aurons une  
performance acceptable; on parle d'un bon  
rapport signal-à-bruit, donc 256QAM

est faisable

ii) 256 QAM offre une efficacité spectrale suffisante pour nos besoins

iii) 256 QAM demande un récepteur cohérent, donc une complexité élevée. Avec  $E_b/N_0 = 30\text{dB}$ , nous n'aurons pas nécessairement besoin d'un code correcteur d'erreur, qui réduira la complexité

## Problème 4c

February-26-16 3:23 PM

Lien omnidirectionnel pour déverrouillage d'une voiture  
 $E_b/N_0 = 0$  to 10 dB (varie avec la distance à la voiture)  
taux de transmission requis – code de 12 caractères (4-bit)  
Largeur de bande disponible = 40 kHz

Proposez un format de modulation pour le système A et discutez votre choix en adressant l'importance relative des points suivants

- i. BER vs.  $E_b/N_0$
- ii. Efficacité spectrale
- iii. Complexité

Selon la région admissible, 4FSK est acceptable

i) 4FSK fournit juste assez  $E_b/N_0$ , donc il sera nécessaire d'être assez proche de la voiture ( $10\text{ dB} = E_b/N_0$ ); on peut, par exemple, tolérer BER élevé (cliquer deux fois est acceptable), qui donne un peu de marge de  $E_b/N_0$

ii) 4FSK avec détection non cohérente est complètement efficace spectralement ( $1/4 \gg 10^{-3}$ )



iii) FSK avec détection non cohérente est peu complexe, comme nécessaire pour cette application