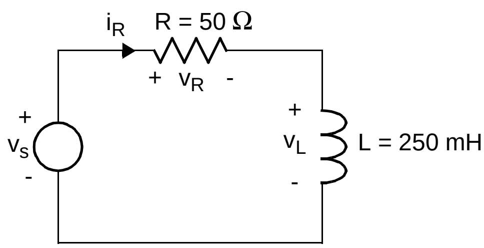
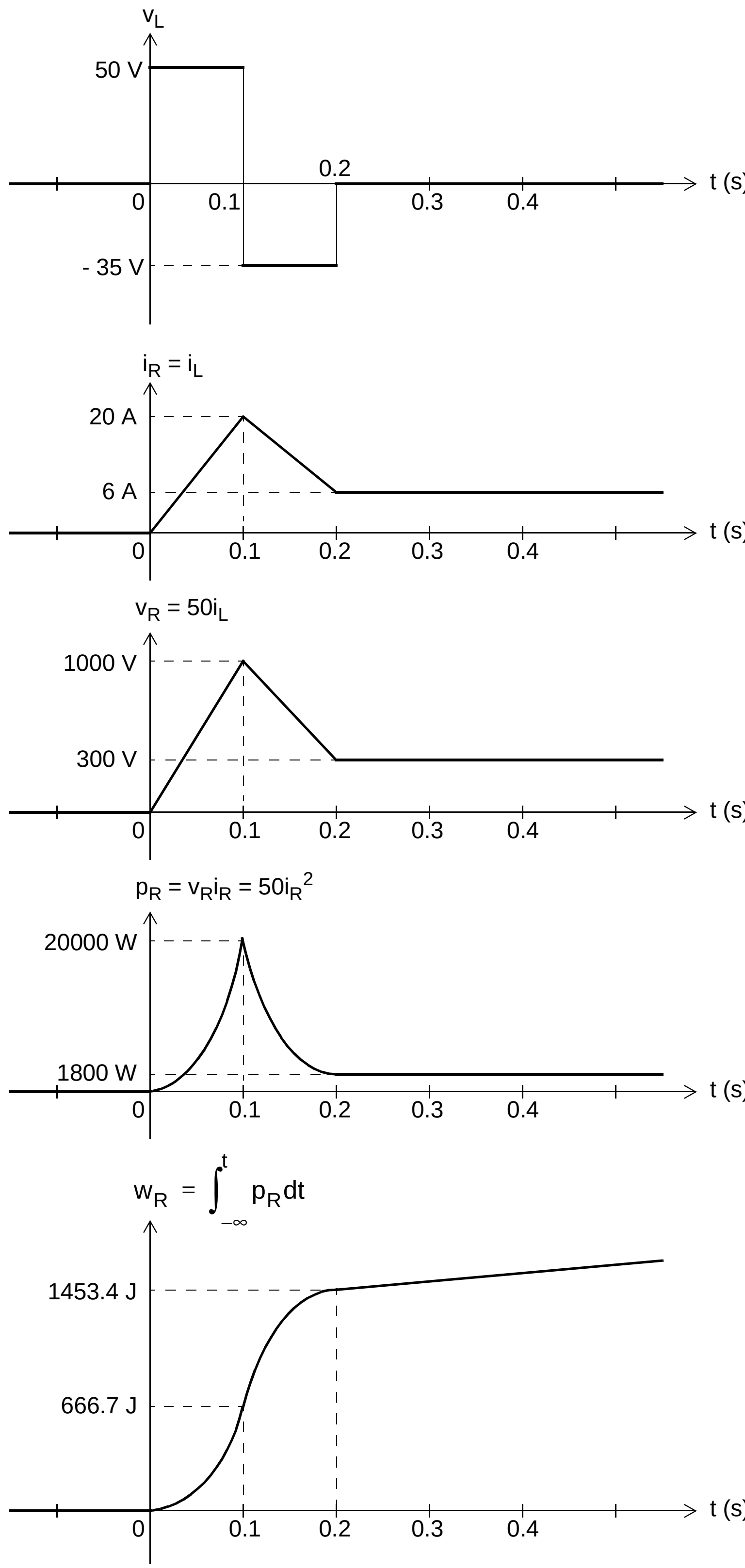
Corrigé de l'examen partiel A2000

<u>Problème no. 1</u> (20 points)

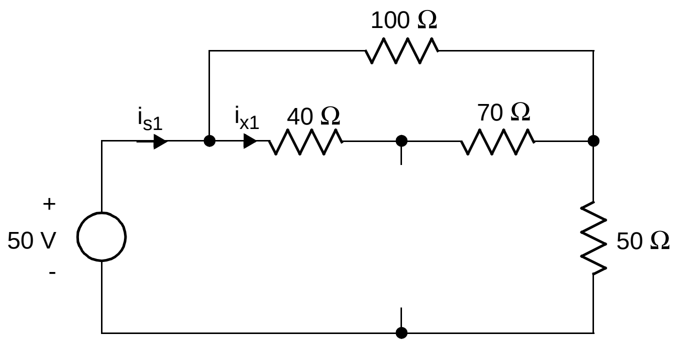
a)





b) On calcule i_x par la superposition des deux sources

Étape 1: On considère seulement la source de tension 50 V

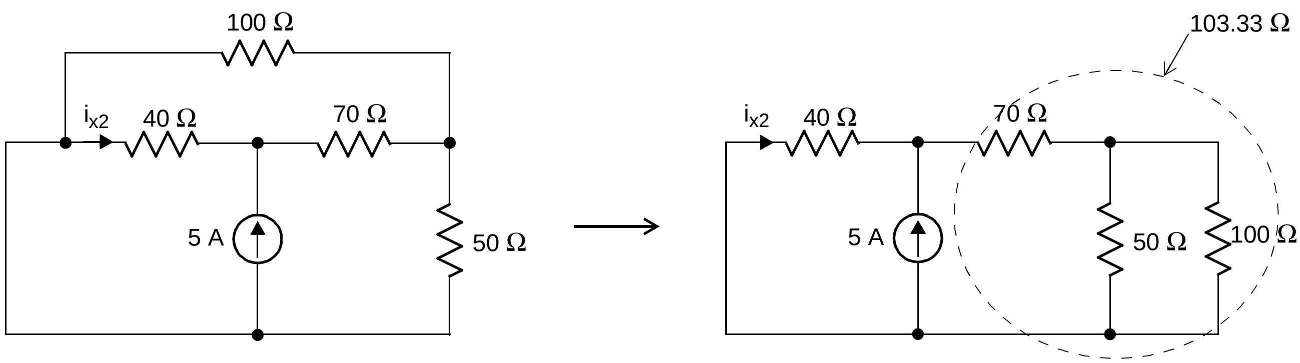


On calcule le courant i_{x1} en appliquant la loi du diviseur de courant: $i_{x1} = \frac{100}{100 + 40 + 70} \times i_{s1} = 0.476 i_{s1}$

Le courant i_{s1} est égal à: $i_{s1} = \frac{50}{\frac{100 \times (40 + 70)}{100 + (40 + 70)} + 50} = 0.488\text{ A}$

On déduit: $i_{x1} = 0.476 i_{s1} = 0.232\text{ A}$

Étape 2: On considère seulement la source de courant 5 A



On calcule le courant i_{x2} en appliquant la loi du diviseur de courant: $i_{x2} = \frac{-103.33}{103.33 + 40} \times 5\text{A} = -3.6\text{ A}$

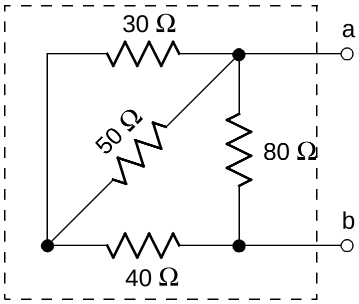
Étape 3: Superposition des deux sources

Le courant i_x est égal à la somme de i_{x1} et i_{x2}:

$$i_x = i_{x1} + i_{x2} = 0.232 - 3.6 = -3.368\text{ A}$$

Problème no. 2 (20 points)

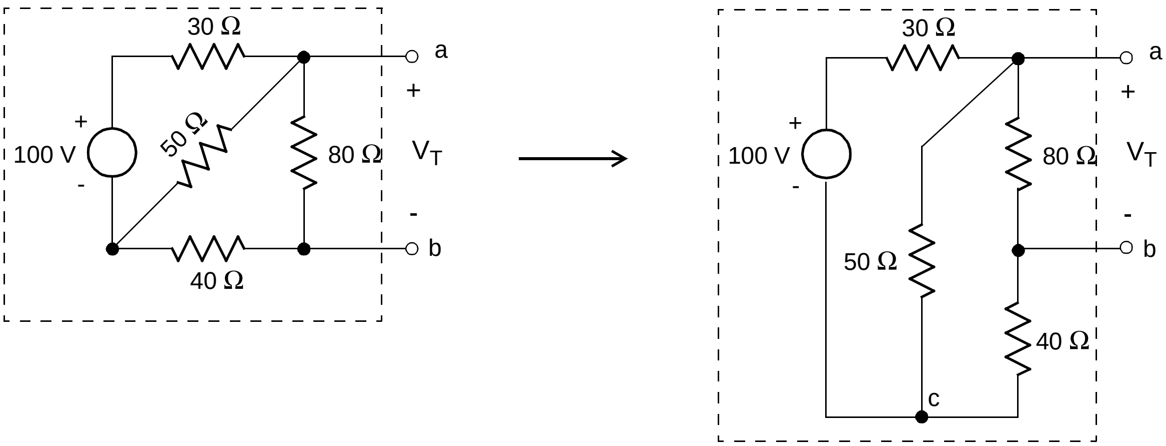
a) - Calcul de R_T



$$R_T = 80 \parallel \{40 + (30 \parallel 50)\}$$

$$R_T = \frac{80 \times \left[40 + \frac{30 \times 50}{30 + 50}\right]}{80 + \left[40 + \frac{30 \times 50}{30 + 50}\right]} = 33.87\,\Omega$$

- Calcul de v_T



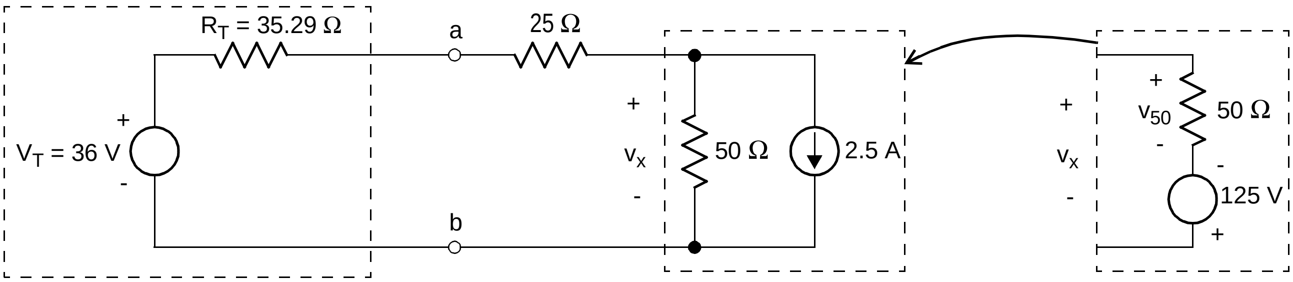
On calcule la tension $V_T = v_{ab}$ en appliquant (deux fois) la loi du diviseur de tension:

$$V_T = \frac{80}{80 + 40} \times v_{ac}$$

$$v_{ac} = \frac{R_{ac}}{R_{ac} + 30} \times 100 \qquad \text{où } R_{ac} = \frac{50 \times (80 + 40)}{50 + (80 + 40)} = 35.29\,\Omega$$

Alors: $$V_T = \frac{80}{80 + 40} \times \frac{35.29}{35.29 + 30} \times 100 = 36\text{ V}$$

b) On calcule la tension v_x en utilisant le résultat de (a)



On remplace ls source de courant 2.5 A en parallèle avec la résistance de 50 Ω par une source de tension 125 V en série avec une résistance de 50 Ω.

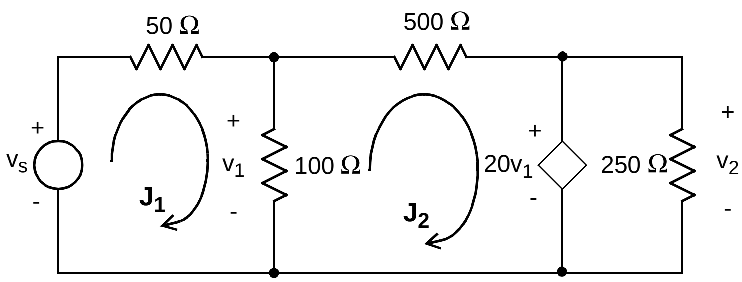
La tension v_x est égale à: $$v_x = v_{50} - 125$$

avec $$v_{50} = \frac{50}{50 + 35.29 + 25} \times (36 + 125) = 72.99\text{ V}$$

Alors: $$\boxed{v_x = 72.99 - 125 = -52.01\text{V}}\text{ V}$$

Problème no. 3 (20 points)

a) On établit les équations d'équilibre du circuit en utilisant la **méthode des mailles**



$$\begin{bmatrix} 50+100 & -100 \\ -100 & 100+500 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_s \\ -20v_1 \end{bmatrix} \qquad (1)$$

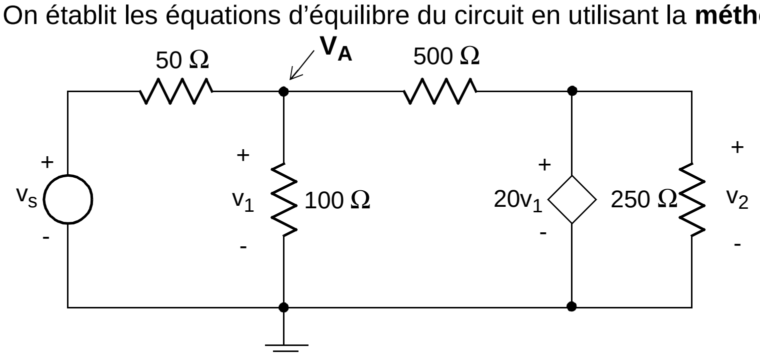
On a: $v_1 = 100(J_1 - J2)$

L'équation (1) devient: $$\begin{bmatrix} 50+100 & -100 \\ -100 & 100+500 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_s \\ -20 \times 100(J_1 - J2) \end{bmatrix} \qquad (2)$$

Ou bien: $$\begin{bmatrix} 50+100 & -100 \\ -100+2000 & 100+500-2000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_s \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (3)$$

Finalement: $$\begin{bmatrix} 150 & -100 \\ 1900 & -1400 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_s \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (4)$$

b) On établit les équations d'équilibre du circuit en utilisant la **méthode des noeuds**



$$\left[\frac{1}{50} + \frac{1}{100} + \frac{1}{500}\right] V_A = \frac{v_s}{50} + \frac{20v_1}{500} \qquad (5)$$

On a: $v_1 = V_A$

L'équation (5) devient: $$\left[\frac{1}{50} + \frac{1}{100} + \frac{1}{500}\right] V_A = \frac{v_s}{50} + \frac{20V_A}{500} \qquad (6)$$

Ou bien: $$\left[\frac{1}{50} + \frac{1}{100} + \frac{1}{500} - \frac{20}{500}\right] V_A = \frac{v_s}{50} \qquad (7)$$

Finalement: $-0.008V_A = 0.02v_s$ (8)

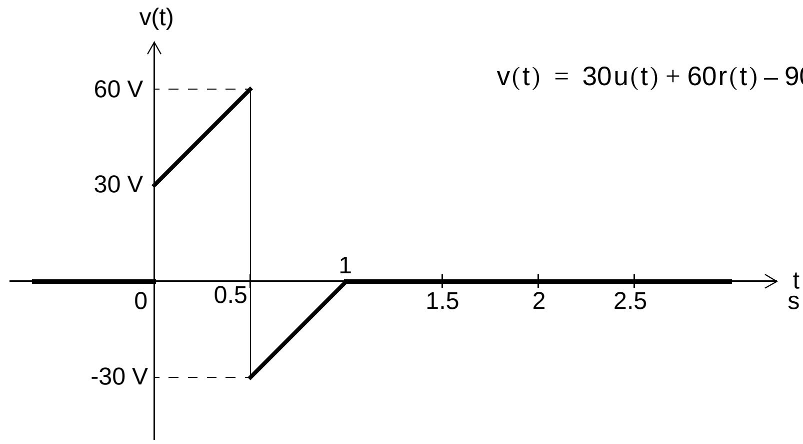
c) À l'aide du résultat de (b), on peut écrire: $-0.008V_A = 0.02v_s$

On déduit: $V_A = -2.5v_s$

La tension v_2 est égale à: $\boxed{v_2 = 20V_A = -50v_s}$

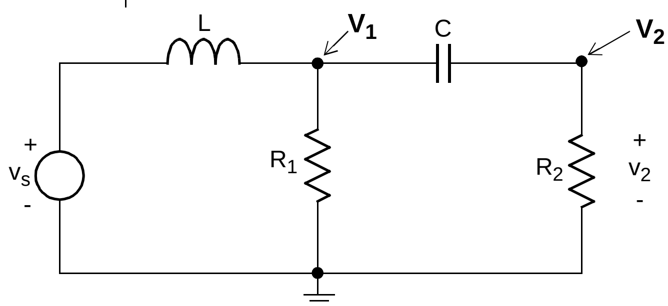
Problème no. 4 (20 points)

a)



$$v(t) = 30u(t) + 60r(t) - 90u(t-0.5) - 60r(t-1)$$

b)



On **écrit** directement sous forme matricielle les équations d'équilibre du circuit en utilisant la *méthode des noeuds*:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{Ls} + \frac{1}{R_1} + Cs & -Cs \\ -Cs & Cs + \frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_s}{Ls} \\ 0 \end{bmatrix}$$

À partir de cette équation, on calcule la tension V_2 par la méthode de Cramer:

$$V_2 = \frac{\begin{vmatrix} \frac{1}{Ls} + \frac{1}{R_1} + Cs & \frac{v_s}{Ls} \\ -Cs & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{1}{Ls} + \frac{1}{R_1} + Cs & -Cs \\ -Cs & Cs + \frac{1}{R_2} \end{vmatrix}} = \frac{\frac{Cv_s}{L}}{\left(\frac{1}{Ls} + \frac{1}{R_1} + Cs\right)\left(Cs + \frac{1}{R_2}\right) - (Cs)^2}$$

$$V_2 = \frac{\frac{Cv_s}{L}}{\frac{C}{L} + \frac{Cs}{R_1} + \frac{1}{R_2 Ls} + \frac{1}{R_1 R_2} + \frac{Cs}{R_2}} = \frac{R_1 R_2 C s v_s}{(R_1 + R_2)s^2 + (R_1 R_2 C + L)s + R_1}$$

On déduit: $$\left\{(R_1 + R_2)s^2 + (R_1 R_2 C + L)s + R_1\right\} V_2 = R_1 R_2 C s v_s$$

En remplaçant s par $\frac{d}{dt}$ et s^2 par $\frac{d^2}{dt^2}$ dans cette relation, on obtient l'équation différentielle suivante:

$$\boxed{(R_1 + R_2)\frac{d^2 V_2}{dt^2} + (R_1 R_2 C + L)\frac{dV_2}{dt} + R_1 V_2 = R_1 R_2 C \frac{dv_s}{dt}}$$