GEL-3006 Systèmes de communications

Examen final (automne 2009)

Enseignant : Jean-Yves Chouinard
Durée : 2 heure 50 minutes

Remarques importantes : Examen à livre fermé. Vous avez droit à deux feuilles de formules recto-verso, format lettre. Seules les calculatrices approuvées par la Faculté des sciences et de génie sont permises. Donnez tous les détails de vos calculs.

Question 1 : **(30 points)**

Soit le signal modulant suivant : $m(t) = 20\cos(4000\pi t) + 4\cos(12000\pi t)$.

a) Donnez l'expression du spectre $M(f)$.

b) On transmet $m(t)$ en modulation d'amplitude à bande latérale double (modulation DSB) avec une fréquence porteuse de 100 kHz et $A_c = 1$.

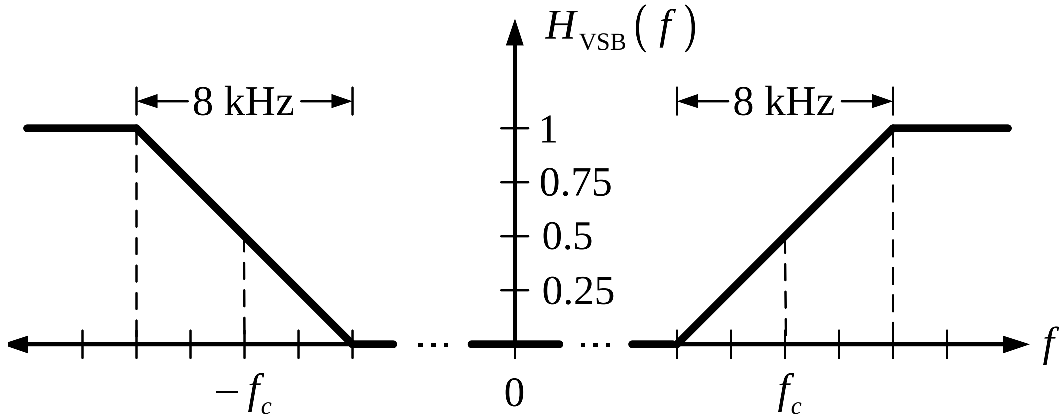
i) Donnez l'expression du signal transmis $s_{\text{DSB}}(t)$.

ii) Donnez l'expression et dessinez le spectre du signal transmis $S_{\text{DSB}}(f)$ en indiquant clairement la valeur de chacune des composantes spectrales.

iii) Donnez l'expression et dessinez la densité spectrale de puissance $\mathcal{P}_{\text{DSB}}(f)$ du signal transmis.

iv) Quelle est la puissance moyenne du signal transmis, P_{DSB} ?

c) On désire maintenant transmettre le signal en modulation à bande latérale résiduelle (modulation VSB). Le système de télécommunications VSB utilise un filtre passe-haut ayant les caractéristiques indiquées ci-dessous :



i) Donnez l'expression et dessinez le spectre du signal VSB $S_{\text{VSB}}(f)$ en indiquant la valeur de chacune des composantes spectrales.

ii) Donnez l'expression et dessinez la densité spectrale de puissance $\mathcal{P}_{\text{VSB}}(f)$ du signal VSB.

iii) Quelle est la puissance moyenne du signal VSB, P_{VSB} ?

Question 2 : **(30 points)**

On veut transmettre quatre signaux analogiques $m_1(t)$, $m_2(t)$, $m_3(t)$ et $m_4(t)$ de largeur de bande de 20 kHz, et deux autres signaux analogiques $m_5(t)$ et $m_6(t)$ de 40 kHz en utilisant la modulation par impulsions codées (PCM).

a) Quelle est la fréquence minimale à laquelle doivent être échantillonnés chacun de ces 6 signaux afin que l'on puisse les récupérer correctement au récepteur ?

b) Ces échantillons sont quantifiés uniformément sur la plage de valeurs allant de $-m_{\text{max}}$ à m_{max} avec $L = 2^n$ niveaux de quantification. Le rapport signal-à-bruit de quantification $SQNR$ (en supposant une distribution uniforme du bruit de quantification) est donné par :

$$SQNR = 3L^2 \frac{P_{\text{signal}}}{m_{\text{max}}^2}$$

Si on suppose que les signaux sont tels que leur puissance $P_{\text{signal}} = \frac{m_{\text{max}}^2}{4}$, déterminez le nombre minimal de niveaux $L = 2^n$ tel que le rapport signal-à-bruit de quantification $SQNR_{\text{dB}} \geq 120$ [dB].

c) Ces 6 signaux sont multiplexés dans le temps (MRT : multiplexage à répartition dans le temps). Faites le schéma de la trame temporelle en indiquant clairement la position et la durée de chacun des échantillons multiplexés T_{MRT} provenant des 6 signaux.

d) À quel débit binaire R_b génèrera-t-on le signal PCM multiplexé ?

e) Si on utilise la modulation de phase à 8 niveaux (8-PSK), quelle sera la largeur de bande nécessaire pour transmettre le signal PCM multiplexé (supposez des impulsions rectangulaires) ?

Question 3 : **(20 points)**

Soit le signal $m(t) = \left(\frac{2}{\pi}\right) \sin\left(2 \times 10^6 \pi t\right)$ [volts]. On désire moduler ce signal en utilisant la modulation Delta avec un pas $\Delta = 5 \times 10^{-3}$ [volt].

a) Quelle est la fréquence minimale d'échantillonnage f_s de la modulation Delta afin de prévenir des dépassements (*slope overload*) ? Développez l'expression mathématique, et puis faites le calcul avec les valeurs numériques.

b) Si on module la séquence binaire avec la modulation QAM à 64 niveaux (64-QAM), quel sera le débit de symboles nécessaire pour transmettre ce signal ?

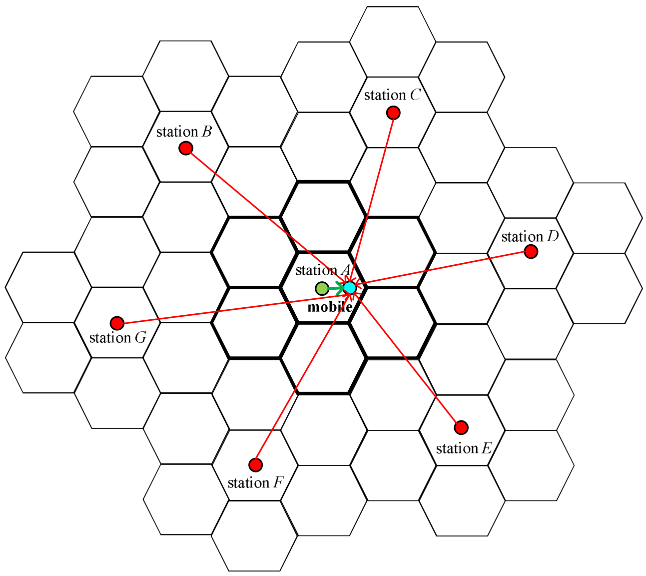
c) Faites le schéma-bloc du démodulateur en indiquant clairement toutes les composantes requises, le signal reçu 64-QAM, $s_{64-\text{QAM}}(t)$, la séquence Delta démodulée $e_q(nT_s)$, la séquence quantifiée $m_q(nT_s)$ et le message reconstitué $\hat{m}(t)$.

Question 4 : **(20 points)**

Le système de téléphonie cellulaire utilise une combinaison de méthodes d'accès multiple AMRT/AMRF (TDMA/FDMA) : 8 utilisateurs se partagent une bande de fréquence de 200 kHz en AMRT. Par la suite, ces canaux de 200 kHz sont partagés en AMRF avec une largeur de bande totale de 25 MHz pour la liaison directe (*forward link*) entre les stations de base et les mobiles, ainsi que 25 MHz pour la liaison inverse entre les mobiles et les stations de base (*reverse link*). Nous avons vu en classe que la distance entre stations de base utilisant le même jeu de fréquences (distance co-canal) $D_{co} = \sqrt{3N}R$ où N est le nombre de cellules distinctes dans l'arrangement cellulaire et R est le rayon d'une cellule. Pour un arrangement hexagonal des cellules, le nombre de cellules (facteur de réutilisation des fréquences) N est : 1, 3, 7, 12, 13, 19, 21, 28 ou 31. Le rapport signal-à-interférence (co-canal) minimum est donné par :

$$SIR_{\text{dB,min}} = 10\alpha \log_{10}\left(\frac{D_{co}}{d_A} - 1\right) - 7.7815 \qquad [\text{dB}]$$

où d_A est la distance entre le mobile et la station de base la plus proche (avec laquelle il communique). On suppose que les pertes de propagation suivent une loi en $\alpha = 3.5$. On désire maintenir un rapport signal-à-interférence $SIR_{\text{dB,min}}$ d'au moins 18 dB.



a) Combien d'utilisateurs (canaux de téléphonie bidirectionnels) peuvent être accomodés en tout avec ce système cellulaire ?

b) Quel est le facteur de réutilisation des fréquences N minimum ?

c) Quel est le nombre maximum d'utilisateurs par cellule ?

d) Quelle est l'efficacité η du système en terme d'utilisateurs (ou canaux bidirectionnels) par station de base, par MHz de largeur de bande ?

Intégrales (indéfinies)

$$\begin{aligned}
\int x^n dx &= \frac{x^{n+1}}{n+1} \qquad (n \neq -1) \\
\int \exp(ax) dx &= \frac{1}{a}\exp(ax) \\
\int \cos(ax) dx &= \frac{1}{a}\sin(ax) \\
\int \sin(ax) dx &= -\frac{1}{a}\cos(ax)
\end{aligned}$$

Identités trigonométriques

$$\begin{aligned}
\sin^2\theta + \cos^2\theta &= 1 \\
\cos^2\theta &= \frac{1}{2}[1+\cos(2\theta)] \\
\sin^2\theta &= \frac{1}{2}[1-\cos(2\theta)] \\
\sin\alpha\sin\beta &= \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)] \\
\cos\alpha\cos\beta &= \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)] \\
\sin\alpha\cos\beta &= \frac{1}{2}[\sin(\alpha-\beta)+\sin(\alpha+\beta)]
\end{aligned}$$

Transformées de Hilbert

domaine temporel $x(t) = \mathcal{H}^{-1}[x_h(t)]$	transformée de Hilbert $x_h(t) = \mathcal{H}[x(t)]$
$m(t)\cos(2\pi f_c t)$	$m(t)\sin(2\pi f_c t)$
$m(t)\sin(2\pi f_c t)$	$-m(t)\cos(2\pi f_c t)$
$\cos(2\pi f_c t)$	$\sin(2\pi f_c t)$
$\sin(2\pi f_c t)$	$-\cos(2\pi f_c t)$
$\delta(t)$	$\frac{1}{\pi t}$
$\frac{1}{t}$	$-\pi\delta(t)$

Transformées de Fourier

domaine temporel $x(t) = \mathcal{F}^{-1}[X(f)]$	domaine fréquentiel $X(f) = \mathcal{F}[x(t)]$
$\prod\left(\frac{t}{T}\right)$	$T\ \mathrm{sinc}(fT)$
$\mathrm{sinc}(2Wt)$	$\frac{1}{2W}\prod\left(\frac{f}{2W}\right)$
$e^{-at}u(t), \qquad \text{pour } a > 0$	$\frac{1}{a+j2\pi f}$
$e^{-a\|t\|}, \qquad \text{pour } a > 0$	$\frac{2a}{a^2+(2\pi f)^2}$
$\Lambda(t)$	$\mathrm{sinc}^2(f)$
$\delta(t)$	1
1	$\delta(f)$
$\delta(t-t_0)$	$e^{-j2\pi f t_0}$
$e^{j2\pi f_c t}$	$\delta(f-f_c)$
$\cos(2\pi f_c t)$	$\frac{1}{2}[\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)]$
$\sin(2\pi f_c t)$	$\frac{1}{2j}[\delta(f-f_c)-\delta(f+f_c)]$
$\mathrm{sgn}(t)$	$\frac{1}{j\pi f}$
$\frac{1}{\pi t}$	$-j\ \mathrm{sgn}(f)$
$u(t)$	$\frac{1}{2}\delta(f)+\frac{1}{j2\pi f}$
$\sum_{i=-\infty}^{\infty}\delta(t-iT_0)$	$\frac{1}{T_0}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(f-\frac{n}{T_0})$