

Problème no. 1 (25 points)

a) Soit un transformateur monophasé 60 Hz, 30 kVA, 14.4 kV / 600V.

Les paramètres du transformateur sont:

Résistance du primaire $R_1 = 72 \Omega$

Réactance de fuite du primaire $X_1 = 144 \Omega$

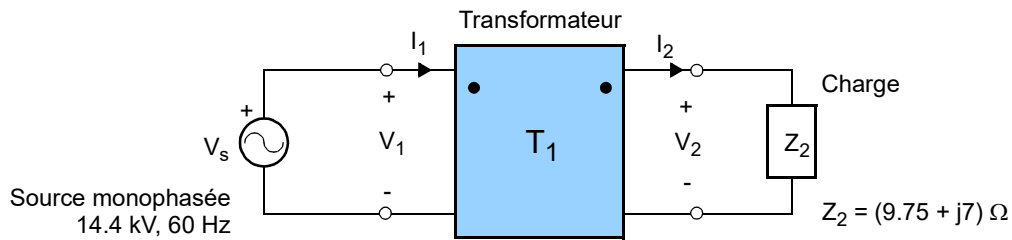
Résistance "Pertes Fer" $R_c = 250 \text{ k}\Omega$

Résistance du secondaire $R_2 = 0.125 \Omega$

Réactance de fuite du secondaire $X_2 = 0.25 \Omega$

Réactance magnétisante $X_m = 200 \text{ k}\Omega$

Le primaire est relié à une source de tension 14.4 kV, 60 Hz. Une charge Z_2 est connectée au secondaire du transformateur.



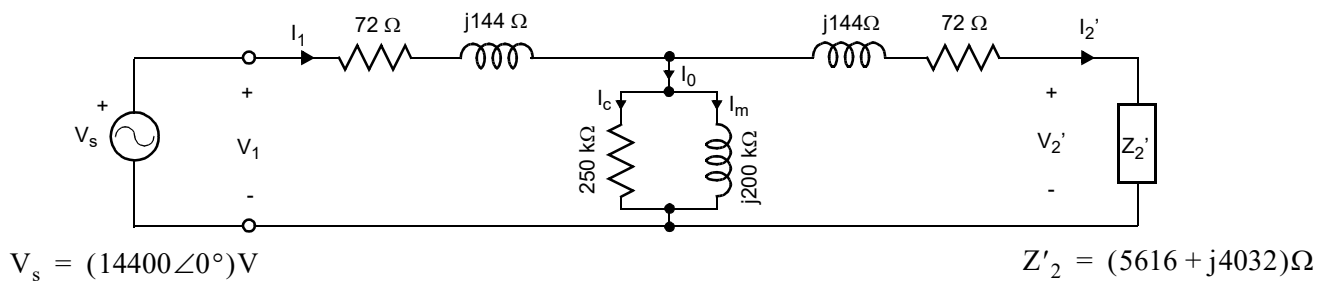
- **Tracer un circuit équivalent du système en utilisant le modèle complet (réfléchi au primaire) du transformateur (Bien indiquer les valeurs des éléments).** (4 points)

Le rapport de transformation est: $a = \frac{14400}{600} = 24$

La résistance secondaire réfléchi est: $R_2' = a^2 R_2 = 24^2 \times 0.125 \Omega = 72 \Omega$

La réactance secondaire réfléchi est: $X_2' = a^2 X_2 = 24^2 \times 0.25 \Omega = 144 \Omega$

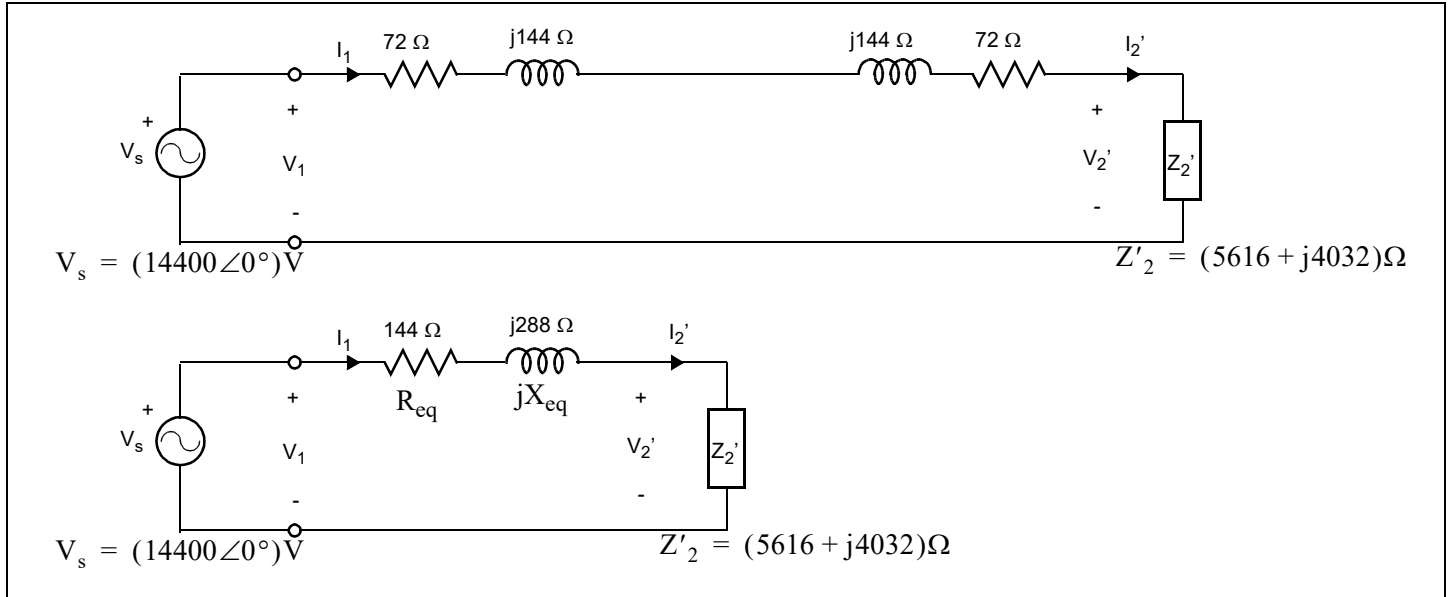
La charge réfléchi est: $Z_2' = a^2 Z_2 = 24^2 \times (9.75 + j7) \Omega = (5616 + j4032) \Omega$



- À l'aide du circuit équivalent, **calculer** les quantités suivantes:

- le courant I_1 au primaire et le courant I_2 au secondaire, (3 points)
- la tension V_2 au secondaire, (2 points)
- la puissance active P_2 délivrée à la charge et la puissance active P_1 absorbée au primaire, (4 points)
- le rendement du transformateur dans ces conditions de fonctionnement. (2 points)

Pour le calcul des tensions et des courants, on utilise le circuit équivalent simplifié suivant.



Le courant I_1 est:
$$I_1 = \frac{V_s}{Z_{eq} + Z'_2} = \frac{14400 \angle 0^\circ}{(144 + j288) + (5616 + j4032)} = 2 \angle -36.9^\circ \text{ A}$$

Le courant I_2 est:
$$I_2 = a I_1 = 24 \times (2 \angle -36.9^\circ) = 48 \angle -36.9^\circ \text{ A}$$

La tension V_2 est:
$$V_2 = Z_2 I_2 = (9.75 + j7) \times (48 \angle -36.9^\circ) = 576.125 \angle -1.2^\circ \text{ V}$$

La puissance active délivrée à la charge est:
$$P_2 = \text{Re}(Z_2) \times |I_2|^2 = 9.75 \times 48^2 = 22464 \text{ W}$$

Les pertes Fer sont:
$$P_{Fe} = \frac{V_1^2}{R_c} = \frac{(14400 \text{ V})^2}{250 \text{ k}\Omega} = 829.44 \text{ W}$$

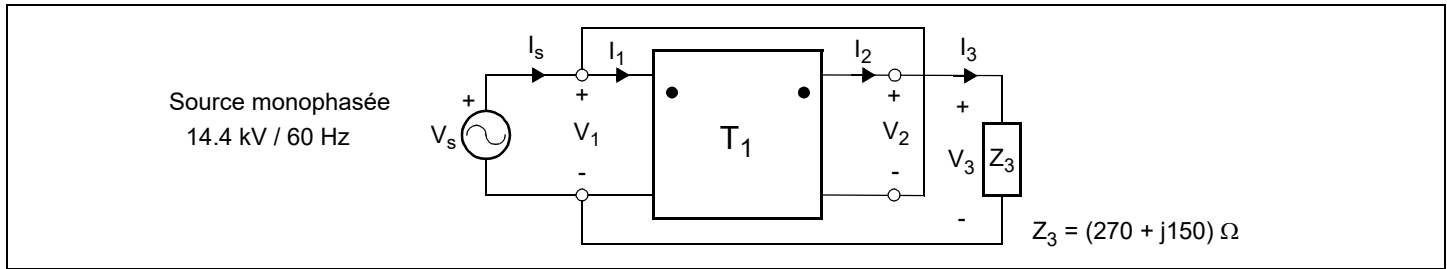
Les pertes Cuivre sont:
$$P_{Cu} = R_{eq} \times I_1^2 = 144 \times (2)^2 = 576 \text{ W}$$

La puissance active absorbée au primaire est:
$$P_1 = P_2 + P_{Fe} + P_{Cu} = 22464 + 829.44 + 576 = 23869 \text{ W}$$

Le rendement du transformateur est:
$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{22464}{23869} = 0.941$$

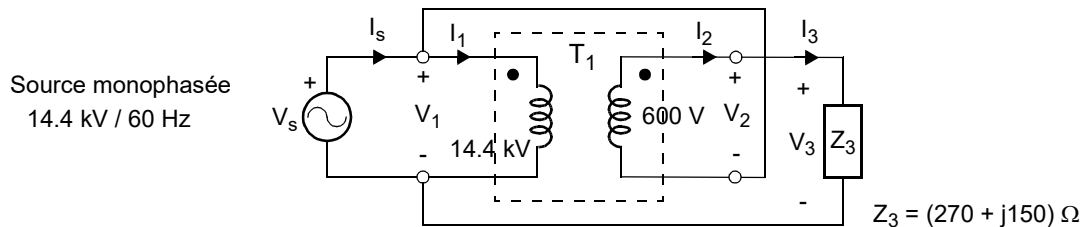
b) *Pour la suite du problème, on suppose que le transformateur T_1 est idéal.*

On utilise les deux enroulements de ce transformateur monophasé pour câbler un autotransformateur.



- **Déterminer** le rapport de transformation (V_1/V_3) et la capacité en puissance de l'autotransformateur. (5 points)
- **Calculer** le courant I_s (valeur efficace) et la puissance active P_s fournie par la source. (5 points)

La configuration de connexion de l'autotransformateur:



La tension V_3 est: $V_3 = 14400 + 600 = 15000 \text{ V}$

Le rapport de transformation est: $a = \frac{V_1}{V_3} = \frac{14400}{15000} = 0.96$

Le courant I_3 nominal est $I_3(\text{nom}) = I_2(\text{nom}) = \frac{30000}{600} = 50 \text{ A}$

La capacité de l'autotransformateur sera: $S_T = 15000 \times 50 = 750 \text{ kVA}$

L'impédance de la charge est: $Z_3 = 270 + j150 = 308.9 \angle 29^\circ \Omega$

Le courant dans la charge est: $I_3 = \frac{V_3}{Z_3} = \frac{15000}{308.9} = 48.56 \text{ A}$

Le courant I_1 dans le bobinage primaire est: $I_1 = \frac{I_3}{24} = 2.02 \text{ A}$

Le courant I_s débité par la source est: $I_s = I_1 + I_2 = 48.56 + 2.02 = 50.58 \text{ A}$

Puissance apparente fournie par la source est: $S_{\text{source}} = V_s \times I_s = 14400 \times 50.58 = 728.35 \text{ kVA}$

La puissance active fournie par la source est: $P_s = S_s \times \cos(29^\circ) = 728.35 \text{ kVA} \times 0.8746 = 637.02 \text{ kW}$

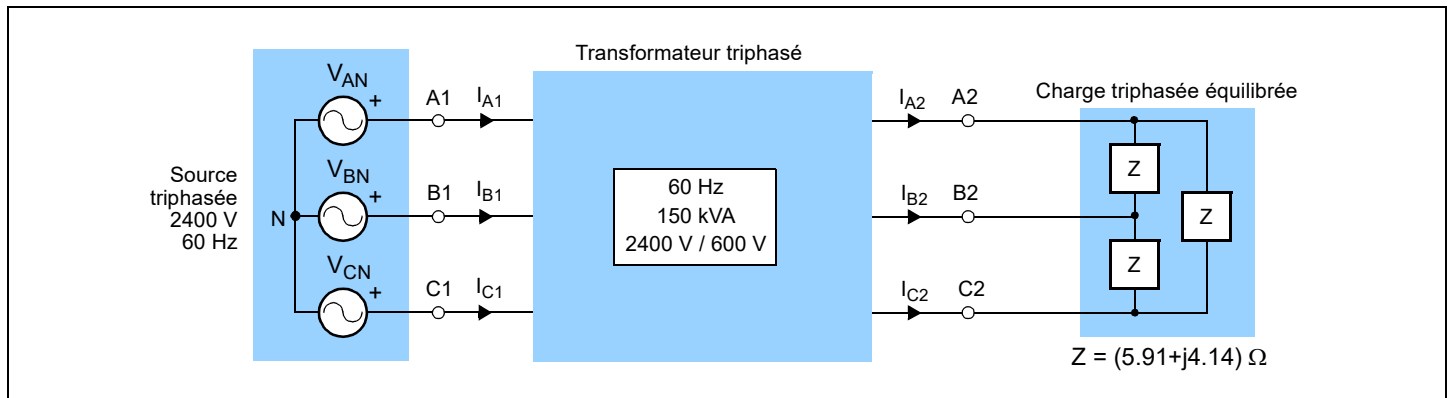
Problème no. 2 (25 points)

On utilise un transformateur triphasé 60 Hz, 150 kVA, 2400V/600V pour alimenter une charge équilibrée composée de trois impédances identiques connectées en Δ .

Les paramètres du circuit monophasé équivalent du transformateur sont donnés:

$$R_1 = 0.48 \, \Omega \quad X_1 = 0.72 \, \Omega \quad R_2 = 30 \, \text{m}\Omega \quad X_2 = 45 \, \text{m}\Omega \quad X_m = 12 \, \text{k}\Omega \quad R_c = 5 \, \text{k}\Omega$$

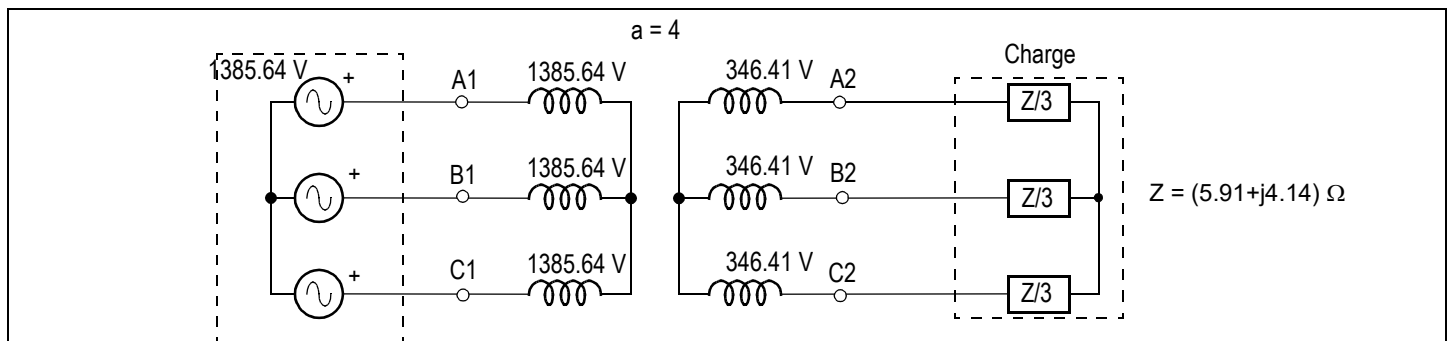
Le primaire du transformateur triphasé est relié à une source triphasée de 2400 V (ligne-ligne).



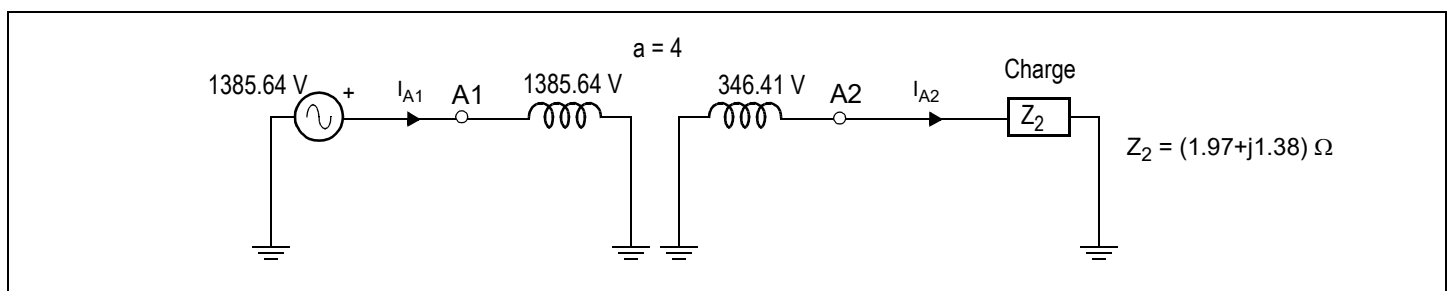
- **Tracer** le circuit monophasé équivalent simplifié (réfléchi au primaire) du système. (Bien indiquer les valeurs des éléments) (5 points)

Le rapport du transformateur est: $a = \frac{2400 \text{ V}}{600 \text{ V}} = 4$

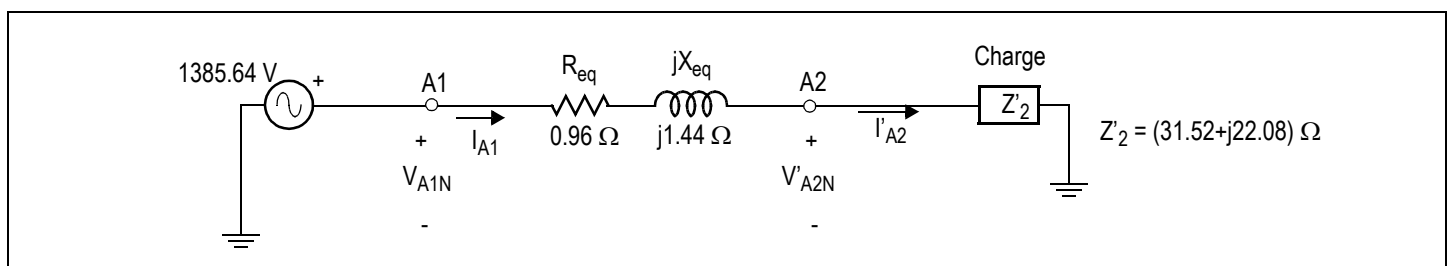
Le circuit équivalent Y-Y du système est montré dans la figure suivante:



Le circuit monophasé équivalent:



Le circuit monophasé équivalent simplifié réfléchi au primaire:



- Calculer:

- . le courant de ligne au primaire (valeur efficace) (3 points)
- . la tension ligne-ligne au secondaire (valeur efficace) (3 points)
- . la puissance active totale P_2 délivrée à la charge et la puissance active totale P_1 absorbée au primaire (3 points)
- . le rendement du transformateur triphasé dans ces conditions de fonctionnement (3 points)

Le courant de ligne au primaire est égal à:

$$I_{A1} = \frac{V_{A1N}}{(R_{eq} + jX_{eq}) + Z_2'} = \frac{1385.64 \angle 0^\circ}{(0.96 + j1.44) + (31.52 + j22.08)} = 34.553 \angle -35.91^\circ \text{ A}$$

La valeur efficace du courant de ligne au primaire est donc 34.553 A.

La tension ligne-neutre secondaire réfléchi au primaire est:

$$V_{A2N'} = Z_2' I_{A1} = (31.52 + j22.08)(34.553 \angle -35.91^\circ) = 1329.754 \angle -0.9^\circ \text{ V}$$

La valeur efficace de la tension ligne-ligne au secondaire est:

$$|V_{A2B2}| = \sqrt{3} \times \frac{|V_{A2N'}|}{4} = \sqrt{3} \times \frac{1329.754}{4} = 575.8 \text{ V}$$

La puissance active totale délivrée à la charge est: $P_2 = 3 \times \text{Re}(Z_2') \times |I_{A1}|^2 = 3 \times 31.52 \times 34.553^2 = 112.9 \text{ kW}$

Les pertes Cuivre sont: $P_{Cu} = 3 \times R_{eq} \times |I_{A1}|^2 = 3 \times 0.96 \times 34.553^2 = 3438.5 \text{ W}$

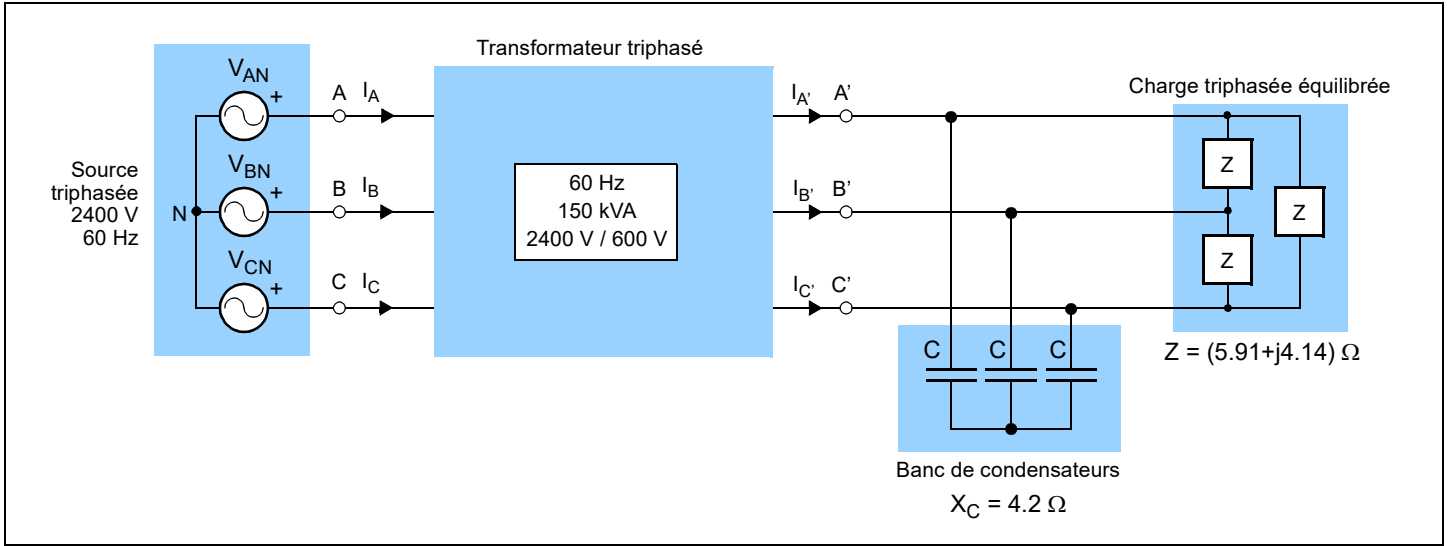
Les pertes Fer sont: $P_{Fer} = 3 \times \frac{|V_{A1N}|^2}{R_c} = 3 \times \frac{1385.64^2}{5 \text{ k}\Omega} = 1152 \text{ W}$

La puissance active totale absorbée au primaire:

$$P_1 = P_2 + \text{PertesFer} + \text{PertesCuivre} = 112900 + 3438.5 + 1152 = 117.49 \text{ kW}$$

Le rendement du transformateur dans ces conditions de fonctionnement est: $\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{112900}{117490} = 0.961$

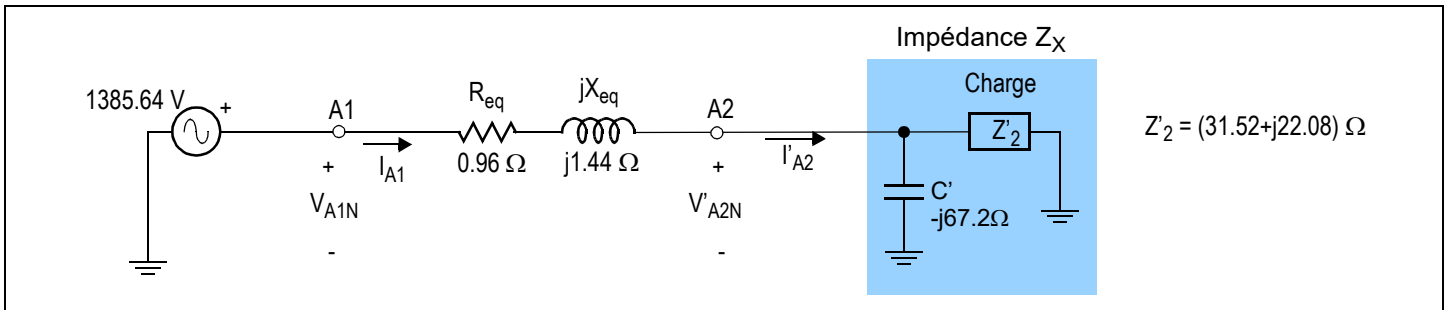
b) Un banc de condensateurs triphasé en Y [composé de trois condensateurs ayant une réactance de 4.2Ω chaque] est connecté en parallèle avec la charge.



- Calculer:

- . le courant de ligne au primaire (valeur efficace) (4 points)
- . la tension ligne-ligne au secondaire (valeur efficace) (4 points)

Le circuit monophasé équivalent simplifié réfléchi au primaire:



La réactance du condensateur C réfléchi au primaire est égale à: $X_C' = a^2 X_C = 4^2 \times 4.2 \Omega = 67.2 \Omega$

L'impédance Z_X est: $Z_X = \frac{(-j67.2) \times (31.52 + j22.08)}{-j67.2 + (31.52 + j22.08)} = (46.987 + j0.0608) \Omega$

Le courant de ligne au primaire est égal à:

$$I_{A1} = \frac{V_{A1N}}{(R_{eq} + jX_{eq}) + Z_X} = \frac{1385.64 \angle 0^\circ}{(0.96 + j1.44) + (46.987 + j0.0608)} = 28.885 \angle -1.79^\circ \text{ A}$$

La valeur efficace du courant de ligne au primaire est donc 28.885 A.

La tension ligne-neutre secondaire réfléchi au primaire est:

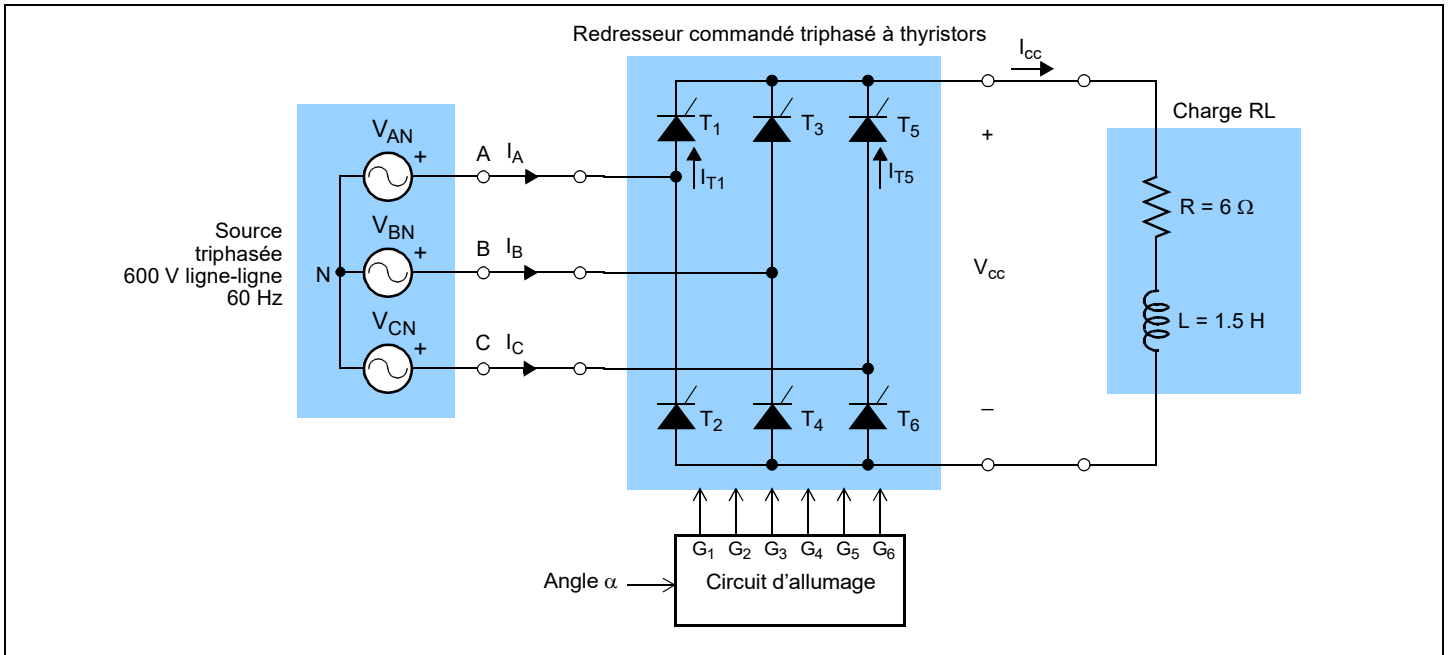
$$V_{A2N}' = Z_X I_{A1} = (46.987 + j0.0608)(28.885 \angle -1.79^\circ) = 1357.233 \angle -1.72^\circ \text{ V}$$

La valeur efficace de la tension ligne-ligne au secondaire est:

$$|V_{A2B2}| = \sqrt{3} \times \frac{|V_{A2N}'|}{4} = \sqrt{3} \times \frac{1357.233}{4} = 587.7 \text{ V}$$

Problème no. 3 (25 points)

Considérons le montage de redresseur commandé à thyristors montré dans la figure suivante.



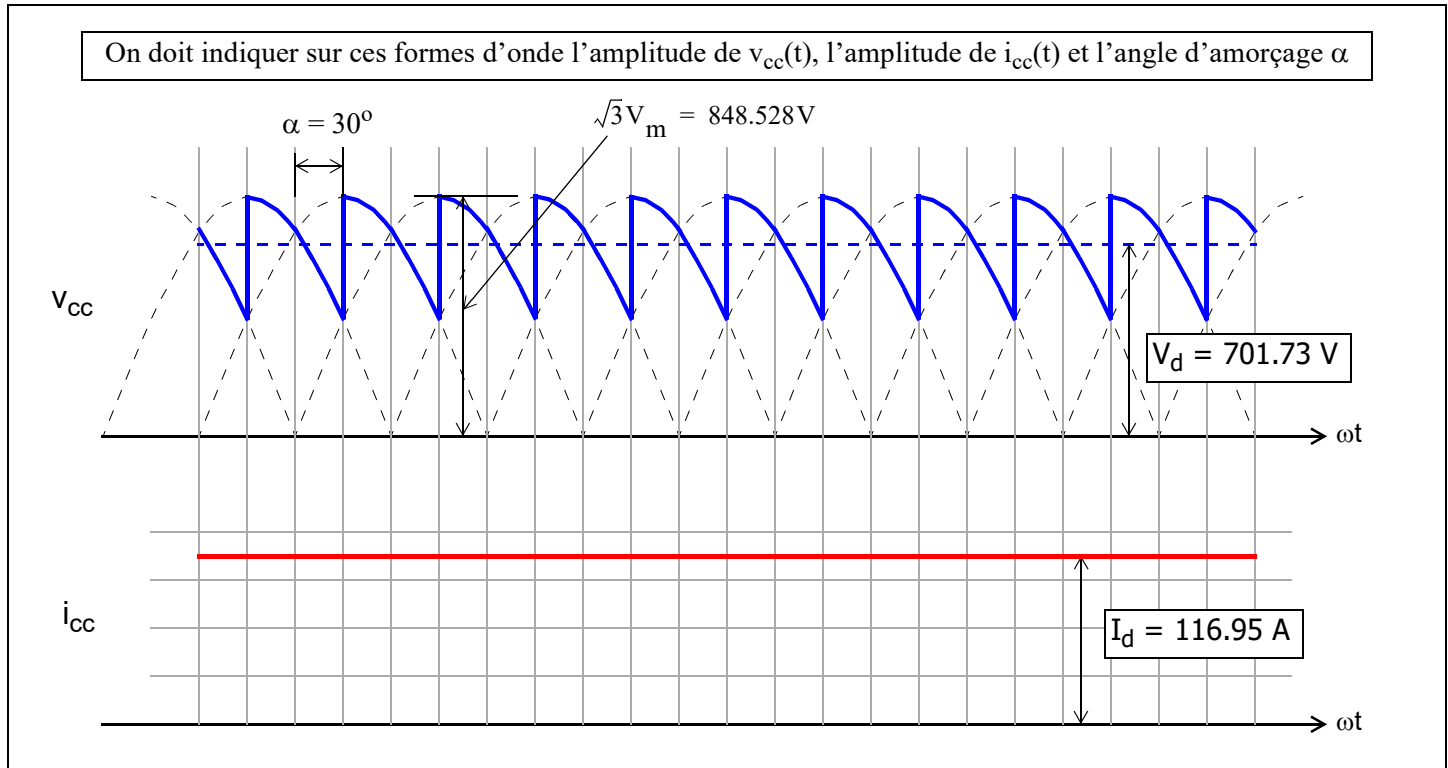
On suppose que:

- la source triphasée est idéale (l'inductance série zéro donc l'angle de commutation nul)
- la tension en conduction des thyristors est égale à $V_F = 1.2 \text{ V}$
- la charge est très inductive (les ondulations du courant I_{cc} sont négligeables)
- l'angle d'amorçage est égal à $\alpha = 30^\circ$.

a) **Déterminer et tracer** en fonction du temps la tension V_{cc} et le courant I_{cc} . (4 points)

Notes: - Utiliser la feuille graphique dans le cahier d'examen pour tracer les courbes
- Bien indiquer les valeurs particulières de V_{cc} et I_{cc}

L'amplitude de la tension ligne-neutre de la source: $V_m = \frac{(600V) \times \sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 489.898 V$



Calculer la valeur moyenne de la tension V_{cc} et la valeur moyenne du courant I_{cc} . (3 points)

La valeur moyenne de la tension V_{cc} est: $V_{cc}(\text{moy}) = \frac{3\sqrt{3}V_m}{\pi} \cos \alpha = \frac{3\sqrt{3} \times 489.898V}{\pi} \cos(30^\circ) = 701.727 V$

La valeur moyenne du courant I_{cc} est: $I_{cc}(\text{moy}) = \frac{V_{cc}(\text{moy})}{R} = \frac{701.727V}{6\Omega} = 116.954 A$

b) **Calculer** les quantités suivantes:

- la puissance P_{cc} dissipée dans la charge (2.5 points)
- la puissance P_{conv} dissipée dans les 6 thyristors (pertes par conduction) (2.5 points)

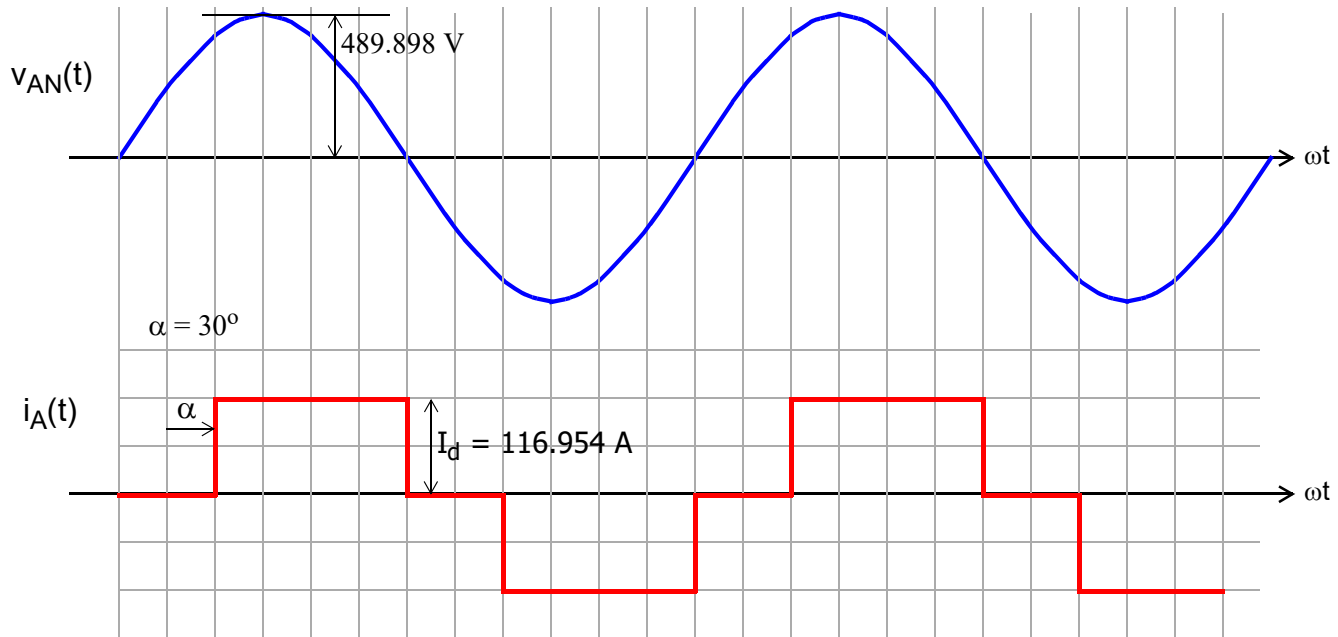
La puissance P_{cc} dissipée dans la charge est: $P_{cc} = V_{cc}(\text{moy}) \times I_{cc}(\text{moy}) = 701.727 \times 116.954 = 82070 W$

La puissance P_{conv} dissipée dans les 6 thyristors: $P_{conv} = 6 \times \frac{1}{3} \times V_F \times I_{cc} = 2 \times 1.2 \times 116.954 = 280.69 W$

c) **Déterminer et tracer** en fonction du temps la tension $v_{AN}(t)$ et le courant $i_A(t)$. (3 points)

Notes: - Utiliser la feuille graphique dans le cahier d'examen pour tracer les courbes
- Bien indiquer les valeurs particulières de $v_{AN}(t)$ et $i_A(t)$

On doit indiquer sur ces formes d'onde l'amplitude de $v_{AN}(t)$, l'amplitude de $i_A(t)$ et l'angle d'amorçage α



Calculer la valeur efficace du courant $i_A(t)$ (2.5 points)

La valeur efficace du courant $i_A(t)$:
$$I_A = \sqrt{\frac{2}{3}} \times 116.954 \text{ A} = 95.493 \text{ A}$$

d) **Calculer** les quantités suivantes:

- la puissance active P_{src} fournie par la source (2.5 points)
- la puissance apparente S_{src} de la source (2.5 points)
- le facteur de puissance à l'entrée du convertisseur (2.5 points)

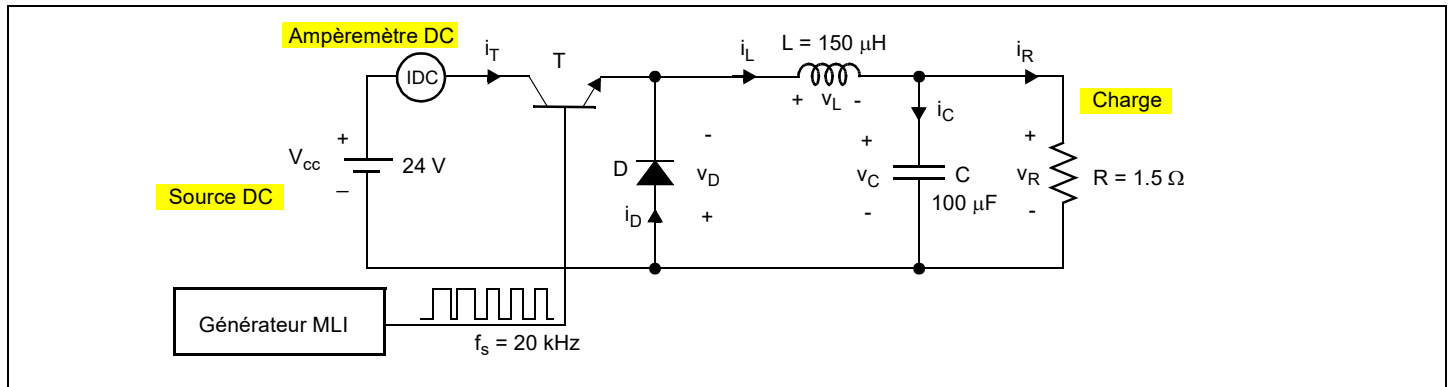
La puissance active fournie par la source:
$$P_{src} = P_{cc} + P_{conv} = 82070 \text{ W} + 280.69 \text{ W} = 82351 \text{ W}$$

La puissance apparente de la source:
$$S_{src} = 3 \times V_{AN} \times I_A = 3 \times \frac{600}{\sqrt{3}} \times 95.493 = 99239 \text{ VA}$$

Le facteur de puissance à l'entrée du convertisseur:
$$fp = \frac{P_{src}}{S_{src}} = \frac{82351}{99239} = 0.830$$

Problème no. 4 (25 points)

On utilise un hacheur dévolteur (convertisseur buck) pour produire une tension continue de 12 V à partir d'une source continue de 24 V.



La chute de tension en conduction du transistor est $V_{CE(on)} = 1.0 \text{ V}$. La chute de tension en conduction de la diode est $V_F = 0.5 \text{ V}$. Les temps de commutation du transistor et de la diode sont de $1.0 \mu\text{s}$ pour la montée et $1.0 \mu\text{s}$ pour la descente. La fréquence de hachage est de 20 kHz .

Remarque: On tient compte de la commutation uniquement dans le calcul des pertes par commutation.

a) **Déterminer** le rapport cyclique α du hacheur. (5 points)

La tension v_L lorsque le transistor est en conduction est égale à: $v_L(t_{ON}) = 24\text{V} - 1\text{V} - 12\text{V} = 11\text{V}$

La tension v_L lorsque le transistor est bloqué est égale à: $v_L(t_{OFF}) = -0.5\text{V} - 12\text{V} = -12.5\text{V}$

La valeur moyenne de v_L doit être égale à 0 en régime permanent.

En conséquence, on doit avoir la condition suivante: $v_L(t_{ON}) \times t_{ON} + v_L(t_{OFF}) \times t_{OFF} = 0$

On a donc: $11t_{ON} = 12.5t_{OFF}$

On déduit:
$$\alpha = \frac{t_{ON}}{t_{ON} + t_{OFF}} = \frac{1}{1 + \frac{11}{12.5}} = \frac{12.5}{23.5} = 0.5319$$

On calcule: $t_{ON} = \alpha \times 50\mu\text{s} = 0.5319 \times 50\mu\text{s} = 26.60\mu\text{s}$ $t_{OFF} = 50\mu\text{s} - 26.60\mu\text{s} = 23.40\mu\text{s}$

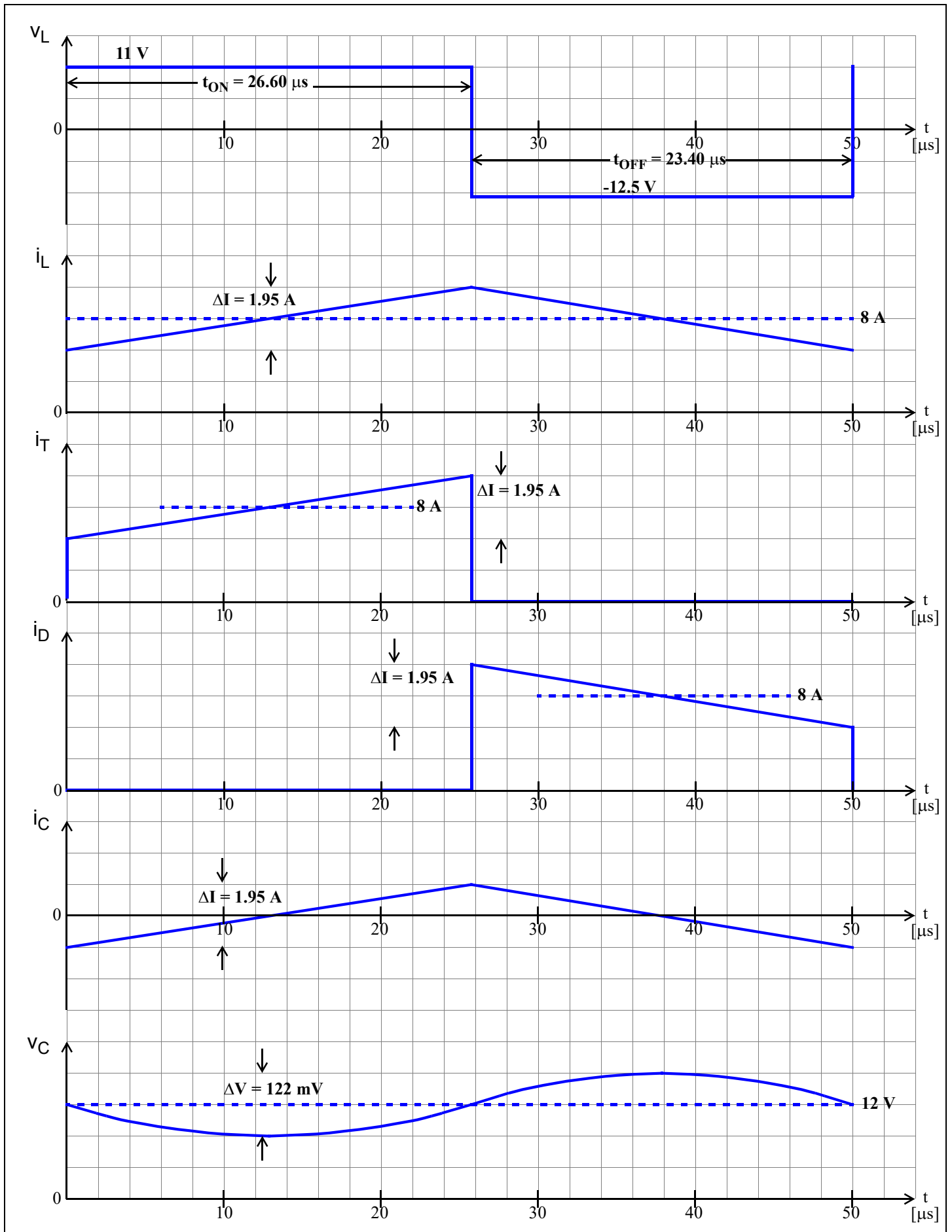
b) **Tracer** en fonction du temps la tension v_L aux bornes de l'inductance, le courant i_L dans l'inductance, le courant i_T dans le transistor, le courant i_D dans la diode D, le courant i_C dans le condensateur C et la tension v_C aux bornes du condensateur C. (6 points)

Notes: - Utiliser la feuille graphique dans le cahier d'examen pour tracer les courbes

- Ne pas tenir compte de la commutation

- Bien indiquer les valeurs particulières des tensions et courants

- Il est suffisant de tracer une période de fonctionnement du hacheur.



c) **Calculer** l'ondulation ΔI (crête-crête) du courant i_L et l'ondulation ΔV (crête-crête) de la tension v_C . (5 points)

L'ondulation du courant i_L est donnée par la relation suivante:

$$\Delta I = \frac{1}{L} \times v_L(t_{ON}) \times t_{ON} = \frac{1}{150\mu H} \times 11V \times 26.60\mu s = 1.95A$$

L'ondulation de la tension v_C est donnée par la relation suivante:

$$\Delta V = \frac{\Delta q}{C} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{\Delta I}{2}\right) \times \left(\frac{T_s}{2}\right)}{C} = \frac{1}{8} \times \frac{1}{C} \times \Delta I \times T_s = \frac{1}{8} \times \frac{1}{100\mu F} \times 1.95A \times 50\mu s = 122mV$$

d) **Déterminer** l'indication de l'ampèremètre DC connecté à l'entrée du hacheur. (3 points)

Le courant moyen dans l'inductance L est égal à: $I_L(\text{moy}) = I_C(\text{moy}) + I_R(\text{moy}) = 0A + 8A = 8A$

L'ampèremètre DC connecté à l'entrée du hacheur indique la valeur moyenne du courant I_T dans le transistor:

$$I_T(\text{moy}) = \alpha \times I_L(\text{moy}) = 0.5319 \times 8A = 4.255A$$

e) **Calculer** les pertes par conduction et les pertes par commutation dans le transistor et dans la diode. (4 points)

Les pertes par conduction dans le transistor:

$$P_T(\text{cond}) = \alpha \times V_{CE(\text{on})} \times I_T = 0.5319 \times 1V \times 8A = 4.255W$$

Les pertes par conduction dans la diode:

$$P_D(\text{cond}) = (1 - \alpha) \times V_F \times I_D = 0.4681 \times 0.5V \times 8A = 1.872W$$

Les pertes par commutation dans le transistor:

$$P_T(\text{com}) = \frac{V_s I_s}{3} \times \frac{t_c}{T_s} = \frac{23.5V \times 8A}{3} \times \frac{1\mu s}{50\mu s} = 1.253W$$

Les pertes par commutation dans la diode:

$$P_D(\text{com}) = \frac{V_s I_s}{3} \times \frac{t_c}{T_s} = \frac{23V \times 8A}{3} \times \frac{1\mu s}{50\mu s} = 1.227W$$

Déduire le rendement du hacheur (2 points).

Le rendement du hacheur est donné par la relation suivante: $\eta = \frac{P_o}{P_o + \text{Pertes}}$

où $P_o = 12V \times 8A = 96W$

$$\text{Pertes} = 4.255W + 1.872W + 1.253W + 1.227W = 8.607W$$

Finalement: $\eta = \frac{96W}{96W + 8.607W} = 0.918$