



UNIVERSITÉ  
LAVAL  
FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE ET DE GÉNIE INFORMATIQUE

*GEL-2001 Analyse de signaux*  
*Jérôme Genest*

## Examen partiel

DATE: Mercredi le 21 octobre 2009

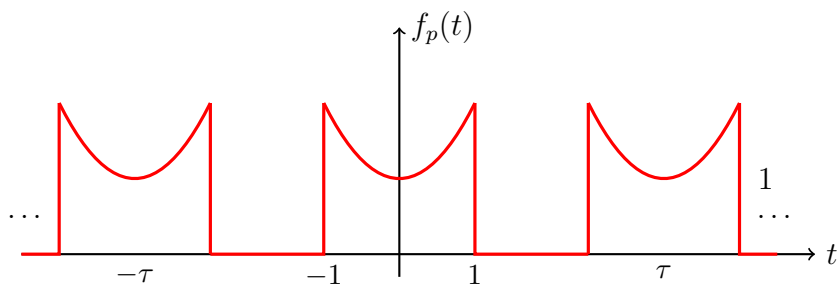
DURÉE: de 13h30 à 15h20

SALLE: PLT-3775

Cet examen vaut 40% de la note finale.

### Remarques:

- i) L'utilisation d'une calculatrice est permise.*
- ii) Aucun document n'est permis durant l'examen.*
- iii) Seule la liste des formules fournie à la fin du questionnaire est permise.*
- iv) Votre carte d'identité doit être placée sur votre bureau en conformité avec le règlement de la Faculté.*

**Problème 1** (12 points)

$$f_p(t) = \begin{cases} 0 & \tau/2 < t < -1 \\ 1 + t^2 & -1 \leq t \leq 1 \\ 0 & 1 < t < \tau/2 \end{cases}$$

$f_p(t)$  est périodique avec une période  $\tau > 2$ .

- Calculez la *Transformation de Fourier* (TF) de la fonction périodique  $f_p(t)$  ci-haut.
- Quel est le taux de décroissance asymptotique de la TF  $f_p(t)$ , pourquoi ?
- Cela change-t-il si  $\tau = 2$ , pourquoi ?
- Quelle est l'énergie du signal  $f_p(t)$  ?
- Quelle est la puissance signal  $f_p(t)$  ?

**Problème 2** (8 points)

- Calculez et tracez la TF (en module et en phase) de  $\text{Tri}(t - 3)$
- Calculez et tracez la TF (en module et en phase) de  $\text{Tri}(t/5)$
- Calculez et tracez la TF (en module et en phase) de  $\text{Tri}((t - 3)/5)$
- Calculez et tracez la TF (en module et en phase) de  $\cos(10t)\text{Tri}(t)$ .

**Problème 3** (10 points)

Soit un train d'impulsions subissant un glissement de phase:

$$g(t) = \delta_{T_r}(t) \times e^{j\omega_c t}$$

Où  $\omega_r = 2\pi/T_r$  est la fréquence de répétition des impulsions et  $\omega_c$  est la fréquence de glissement (nommée en anglais "Carrier-envelope offset frequency").

Vous pouvez supposer que  $\omega_c < \omega_r$ .

- a) Calculez et tracez  $G(\omega)$ , la TF de  $g(t)$
- b) Est-ce que  $g(t)$  est un signal réel ? Quelle conséquence cela a-t-il sur  $G(\omega)$ .
- c) Est-ce que  $g(t)$  est nécessairement un signal périodique ? Sur quoi vous basez-vous pour étayer votre réponse ?
  - Indice: Essayez  $\omega_r = \pi$  et  $\omega_c = 1$ .
  - Essayez aussi avec  $\omega_r = 3$  et  $\omega_c = 1$ .
- d) Quelle est la période de  $|g(t)|$  ?

**Problème 4** (10 points)

- a) Trouvez la transformée de Fourier de:

$$f(t) = \frac{t^2}{a^2 + t^2}$$

- b) Quelle est l'aire sous la courbe de  $F(\omega) \iff f(t)$ .

# Examen Partiel

Fonction	Transformée de Fourier
$f(t)$	$F(\omega)$
$F(t)$	$2\pi f(-\omega)$
$f(t+a)$	$e^{ja\omega} F(\omega)$
$f(at)$	$\frac{1}{ a } F\left(\frac{\omega}{a}\right)$
$e^{jbt} f(t)$	$F(\omega-b)$
$t^n f(t)$	$(j)^n \frac{d^n}{d\omega^n} F(\omega)$
$\frac{d^n}{dt^n} f(t)$	$(j\omega)^n F(\omega)$
$\text{Rect}(t/\tau) \quad (1)$	$\tau \text{Sa}(\omega\tau/2)$
$\text{Tri}(t/\tau) \quad (2)$	$\tau \text{Sa}^2(\omega\tau/2)$
$\delta(t)$	1
1	$2\pi\delta(\omega)$
$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega - \omega_0)$
U(t)	$1/j\omega + \pi\delta(\omega)$
Sgn(t)	$2/j\omega$
$\delta_{T_0}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_0)$	$\omega_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - n\omega_0)$
$e^{-\beta t} \text{U}(t)$	$\frac{1}{\beta + j\omega}$
$e^{-\beta t }$	$\frac{2\beta}{\beta^2 + \omega^2}$

---

<sup>1</sup>  $\text{Rect}\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right)$  rectangle de hauteur un, centré sur  $t=t_0$ , et de longueur  $\tau$ .
 <sup>2</sup>  $\text{Tri}\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right)$  triangle de hauteur un, centré sur  $t=t_0$ , avec une base de longueur  $2\tau$ .