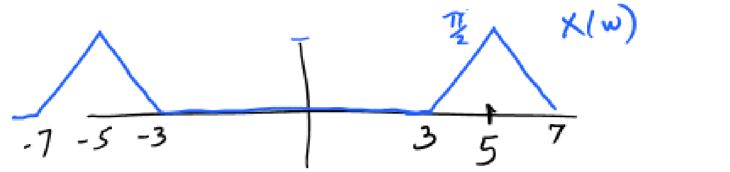
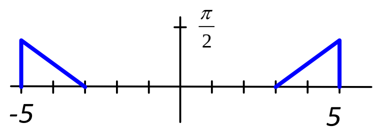
Problème 2 A

Nous avons $m(t)=\mathrm{Sa}^2(t)$. Nous cherchons dans la table $\mathrm{Sa}^2(t) \Leftrightarrow \pi\,\mathrm{Tri}(\omega/2\omega_0)$. Avec $\omega_0=1$ nous avons $M(\omega)=\pi\,\mathrm{Tri}(\omega/2)$. Après la modulation nous avons

$X(\omega)=\frac{\pi}{2}\mathrm{Tri}\left(\frac{\omega-5}{2}\right)+\frac{\pi}{2}\mathrm{Tri}\left(\frac{\omega+5}{2}\right)$	

Après filtrage nous avons



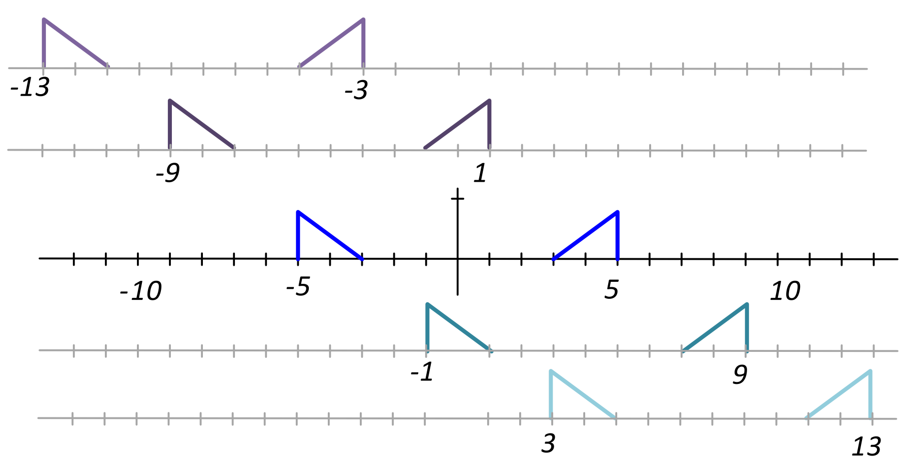
Voyons l'impact de l'échantillonnage avec $\omega_0=4$

$$z(t)=y(t)\,\delta_{T_0}(t) \qquad T=\frac{2\pi}{4} \qquad \omega_0=\frac{2\pi}{2\pi/4}=4$$

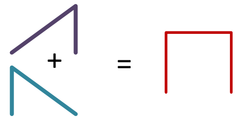
$$f(t)g(t) \quad \Big| \quad \frac{1}{2\pi}\cdot\{F(\omega)*G(\omega)\} \qquad \delta_{T_0}(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT_0) \quad \Big| \quad \omega_0\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-n\omega_0)$$

$$Z(\omega)=\frac{1}{2\pi}Y(\omega)*4\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-4n)=\frac{2}{\pi}\sum_{n=-\infty}^{\infty}Y(\omega-4n)$$

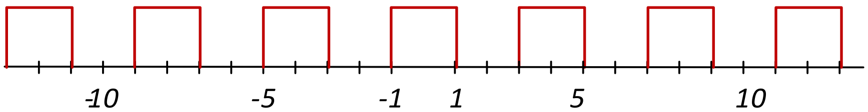
Notons que chaque copie aura un hauteur de $2/\pi\cdot\pi/2=1$, où chaque copie de spectre est décalé par 4 :



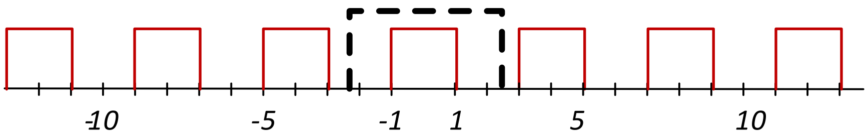
Chaque somme de triangles donne un rectangle



Donc après l’échantillonnage nous avons $Z(\omega)$



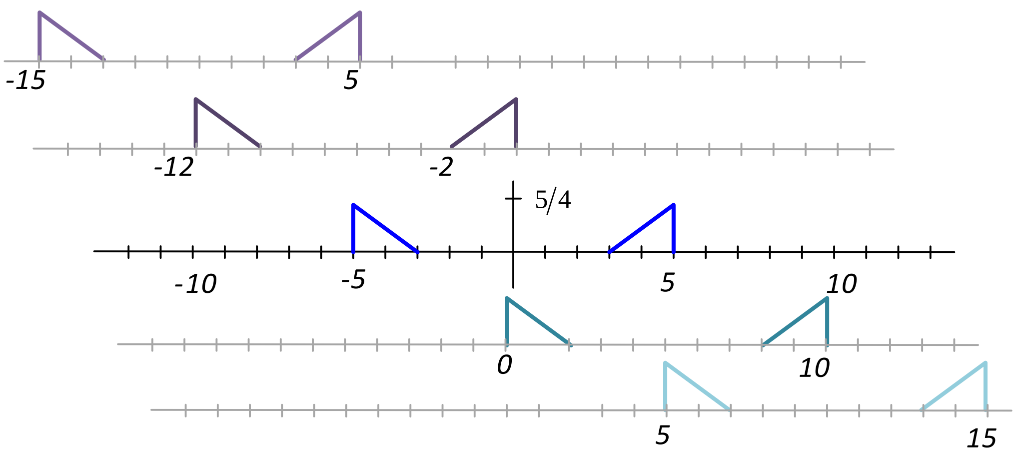
Après filtrage nous avons



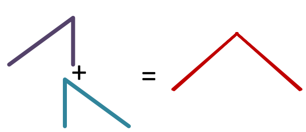
Un seul rectangle $\mathrm{Rect}(\omega/2)$ sort du filtre, dont la transformée est $1/\pi \cdot \mathrm{Sa}(t)$ et nous voyons que la constante est $\alpha = 1/\pi$.

Problème 2 B

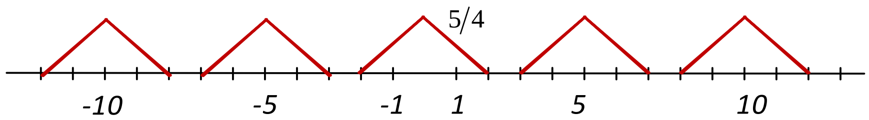
Avec un échantillonnage à $\omega_0 = 5, \quad T_0 = 2\pi/5$, nous aurons un hauteur de $5/2\pi \cdot \pi/2 = 5/4$



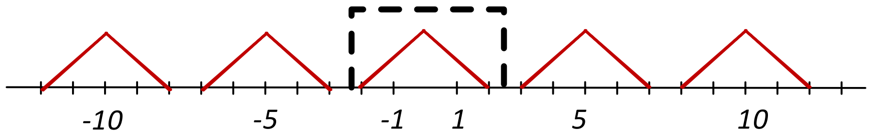
Chaque somme de triangles donne un rectangle



Donc après l’échantillonnage nous avons $Z(\omega)$



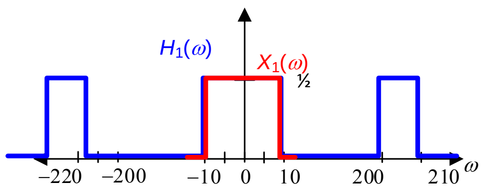
Après filtrage nous avons

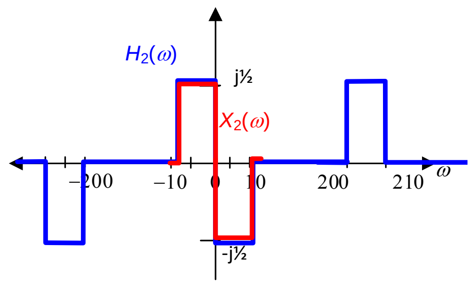


Nous avons réussi à isoler une copie du spectre original sans distorsion du au repliement spectrale.

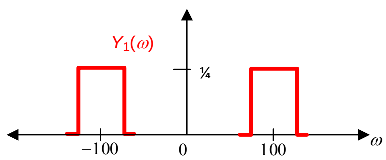
Problème 3 A

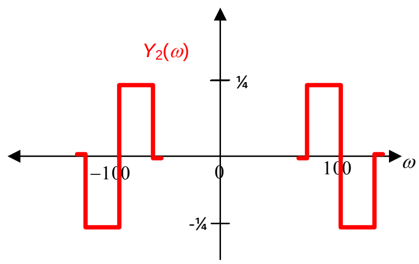
Pour chercher x_1 et x_2, nous remarquons





Après modulation nous aurons

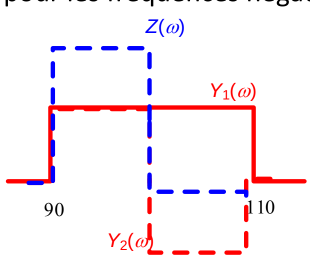




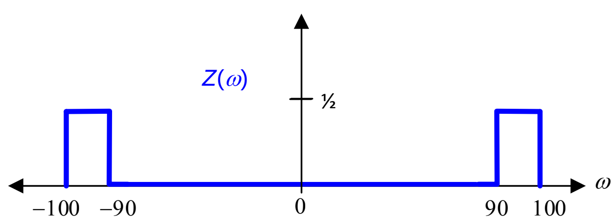
Remarquons que

$Y_2(\omega)=\frac{j}{2}X_2(\omega+100)-\frac{j}{2}X_2(\omega-100)$, donc $jY_2(\omega)=\frac{-1}{2}X_2(\omega+100)+\frac{1}{2}X_2(\omega-100)$, donc le spectre X_2 est inversé sur la fréquence positive. En cherchant la somme, nous aurons

pour les fréquences négatives

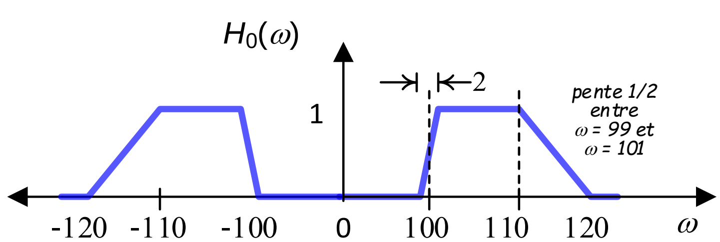


donc le spectre $Z(\omega)$ sera

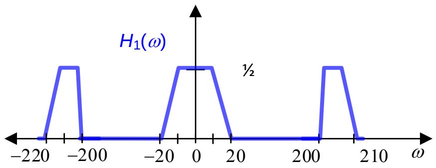


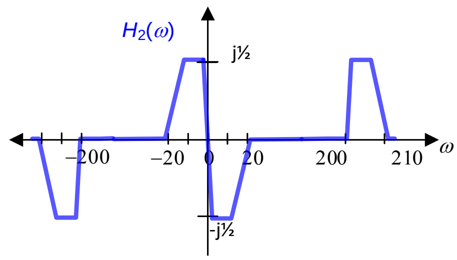
Problème 3 B

Le filtre non idéal est



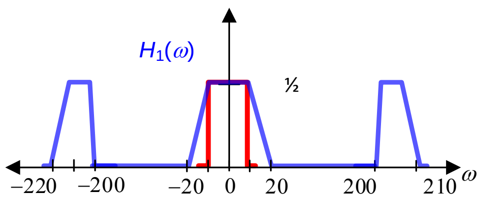
Les filtres H_1 et H_2 deviennent

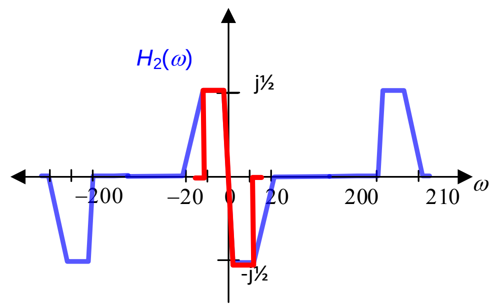




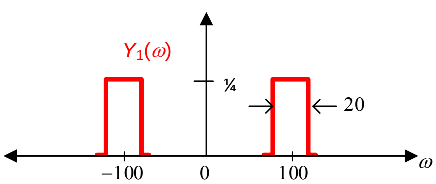
Problème 3 C

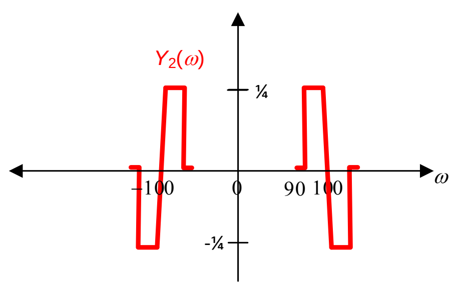
Pour chercher x_1 et x_2, nous remarquons





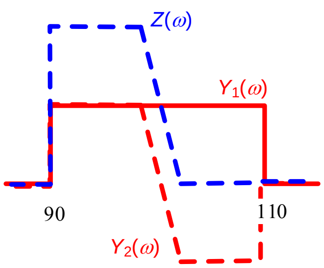
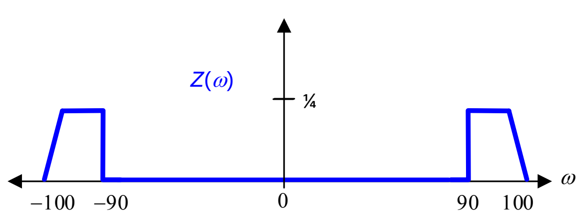
Après modulation nous aurons



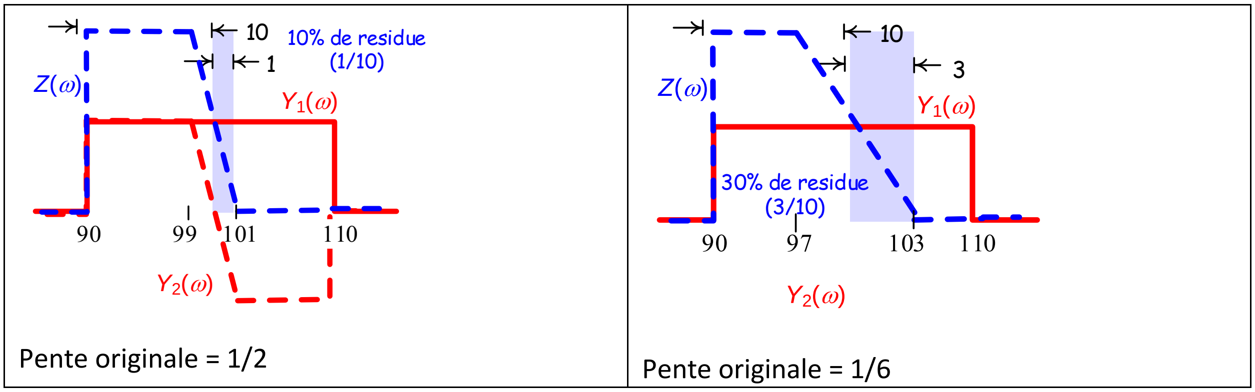


Remarquons que

$Y_2(\omega)=\frac{j}{2}X_2(\omega+100)-\frac{j}{2}X_2(\omega-100)$, donc $jY_2(\omega)=\frac{-1}{2}X_2(\omega+100)+\frac{1}{2}X_2(\omega-100)$, donc le spectre X_2 est inversé sur les fréquences positives. En cherchant la somme, nous aurons

<table>
<tr>
<td>pour les fréquences positives

</td>
<td>donc le spectre $Z(\omega)$ sera

</td>
</tr>
</table>

Le contenu fréquentiel de m(t) est entre 90 et 100, en bas de la porteuse à 100. Donc ce signal est à bande latérale unique inférieure. En plus, il est une variation avec une bande résiduelle :



Problème 3 D

Le filtre non linéaire rend la largeur de bande 10% plus grande que la solution avec un filtre idéal. Avec une pente inférieure à ½ (par exemple une pente de 1/6), nous aurons encore plus de résidu. Donc

La sortie est un signal à bande latérale unique supérieur.	La largeur spectrale du signal à la sortie sera plus grande avec un filtre non idéal avec une pente inférieure à ½.
La sortie n'est pas un signal à bande latérale unique.	La largeur spectrale du signal à la sortie sera plus grande avec un filtre non idéal avec une pente supérieure à ½.
La sortie est un signal à bande latérale unique inférieur.	La largeur spectrale du signal à la sortie n'est pas touchée par la pente de ½