

Examen final

Enseignant : Paul Fortier
Durée : 2 heures 50 minutes

Remarques importantes : seules les calculatrices approuvées par la Faculté des sciences et de génie sont permises. Donnez tous les détails de vos calculs.

Question 1

Soit la fonction de transfert d'un filtre causal

$$H(z) = \frac{1 - 2z^{-1} + z^{-2}}{1 + 1.57z^{-1} + 0.612z^{-2}}$$

- a) (5 points) Montrez que $H(z)$ est stable.
- b) (5 points) Si vous réalisez $H(z)$ sous la forme directe II en arrondissant les coefficients à 0.1 près, le filtre sera-t-il encore stable? Justifiez votre réponse.
- c) (5 points) Trouvez une façon de réaliser $H(z)$ en arrondissant les coefficients à 0.1 près tout en conservant la stabilité.

Question 2

On désire filtrer un signal analogique à l'aide d'un système en temps discret. La fréquence d'échantillonnage utilisée est $f_s = 40$ KHz. Le filtre est un filtre passe-bas avec les spécifications suivantes : $f_{\text{pass}} = 10$ kHz, $A_{\text{pass}} = 3$ dB, $f_{\text{stop}} = 15$ kHz et $A_{\text{stop}} = 35$ dB.

- a) (5 points) Calculez les fréquences numériques correspondant aux fréquences analogiques désirées.
- b) (5 points) On utilise un filtre de Butterworth comme filtre analogique prototype. En utilisant la technique de la transformation bilinéaire, calculez les fréquences du filtre analogique correspondant aux fréquences numériques trouvées en a). Spécifiez la période T utilisée.
- c) (10 points) Calculez l'ordre minimal du filtre analogique de Butterworth pour obtenir les spécifications désirées.

Question 3 (20 points)

Faites le design d'un filtre passe-bas RIF de gain unitaire, causal, et ayant 3 coefficients minimisant l'erreur maximale (critère "minimax") avec $\omega_p = \pi/4$ et $\omega_s = \pi/3$. Spécifiez la réponse impulsionnelle, $h[n]$, du filtre trouvé.

Question 4

On veut utiliser la méthode de la fenêtre de Kaiser pour implémenter un filtre en temps discret à phase linéaire généralisée ayant les spécifications suivantes :

$$\begin{aligned} |h(e^{j\omega})| &\leq 0.02, & 0 \leq |\omega| \leq 0.2\pi \\ 0.9 \leq |h(e^{j\omega})| &\leq 1.1, & 0.3\pi \leq |\omega| \leq 0.7\pi \\ |h(e^{j\omega})| &\leq 0.02, & 0.8\pi \leq |\omega| \leq \pi \end{aligned}$$

- (10 points) Calculez la longueur minimale de la réponse impulsionnelle du filtre et la valeur du paramètre β de la fenêtre de Kaiser pour un filtre rencontrant les spécifications désirées.
- (5 points) Quel est le délai de ce filtre ?
- (5 points) Tracez la réponse en fréquence du filtre idéal sur lequel la fenêtre de Kaiser sera appliquée, $H_d(e^{j\omega})$.
- (5 points) Calculez la réponse impulsionnelle du filtre idéal, $h_d[n]$.

Question 5 (20 points)

Le diagramme montré à la figure 1 représente un système que l'on voudrait implémenter, avec

$$H(z) = \frac{z^{-10}}{9 + 2z^{-10} - 4z^{-20}}$$

Déterminer le diagramme d'un système équivalent consistant en une cascade d'éléments linéaires et invariant dans le temps, de compresseurs et d'expandeurs, résultant en un nombre minimal de multiplications par échantillon de sortie. Par système équivalent, on veut dire un système qui, pour une entrée donnée, va produire la même sortie que le système illustré à la figure 1.

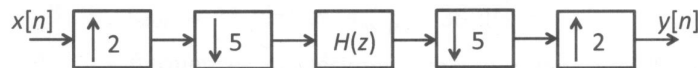


FIGURE 1 – Système de traitement du signal en temps discret.

Question 6 (Bonus !)

- (2 points) On vous demande de réaliser un filtre RII à phase linéaire. Si le filtre n'a pas besoin d'être causal, comment pourriez-vous réaliser ce filtre ?
- (2 points) En reconnaissance de la parole, il existe deux méthodes relativement simples, l'une dans le domaine du temps et qui se base sur les passages par zéro du signal, et l'autre dans le domaine des fréquences, qui se base sur la comparaison des densités spectrales. Discutez brièvement des avantages et des inconvénients de ces deux méthodes.
- (2 points) Donnez deux méthodes pour l'analyse spectrale de signaux aléatoires stationnaires au sens large.
- (2 points) Dans le système de traitement des pulses laser (élimination du bruit), le filtre de Butterworth testé était-il meilleur ou moins bon que les filtres RIF ?
- (2 points) Pensez-vous que le système de suppression de signal musical présenté en classe fonctionnerait si le deuxième signal (signal à conserver) était de la musique au lieu de la parole ? Justifiez votre réponse.