Mercredi le 1 mai 2013; Durée: 13h30 à 15h20
Aucune documentation permise; une calculatrice permise

Problème 1 (25 points sur 100)

Voici la matrice génératrice pour un code en bloc (8,4) :

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A. (10 points) Complétez la feuille fournie (dernière page de l'examen) et mettez la feuille dans votre cahier bleu. Donnez la table des syndromes pour les vecteurs d'erreur d'un bit.

vecteur d'erreur	syndrome
00000000	0000
00000001	
00000010	
00000100	
00001000	
00010000	
00100000	
01000000	
10000000	

B. (15 points) Pour chacun de ces trois vecteurs reçus :

1. $\left[0\,1\,1\,0\,0\,0\,1\,0\right]$
2. $\left[1\,1\,1\,0\,0\,0\,0\,1\right]$
3. $\left[0\,0\,1\,0\,0\,0\,0\,1\right]$

indiquez lequel des cas suivants s'applique.

- Il n'y a pas d'erreur, et le message transmis est ______
- Il y a un bit en erreur, et le message transmis est ______
- Il y a plus qu'un bit en erreur

2nd exam - 1A

April-27-13 2:30 PM

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{H} = \left[\mathbf{I}_{\mathbf{n-k}} \mid \mathbf{P}^T \right]$$

code $(8,4) \Rightarrow n = 8 \quad k = 4 \qquad n-k = 4$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad H^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Syndromes $\quad \mathbf{S} = \mathbf{r}\mathbf{H}^T$

vecteur d'erreur. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

erreur	syndrome
00000001	1110
00000010	1101
00000100	1011
00001000	0111
00010000	0001
00100000	0010
01000000	0100
10000000	1000

B) $[0\,1\,1\,0\,0\,0\,1\,0] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = [1\,0\,1\,1]$

erreur $[0000\ 0100]$

$\Rightarrow$ mot de code $[0110\ 0110]$

$\Rightarrow$ message 0110

Il y a un erreur d'un bit et le message transmise est 0110

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

syndrome $= 0$
$\Rightarrow$ mot de code valide
$\Rightarrow$ pas d'erreur

Il n'y a pas d'erreur de bit

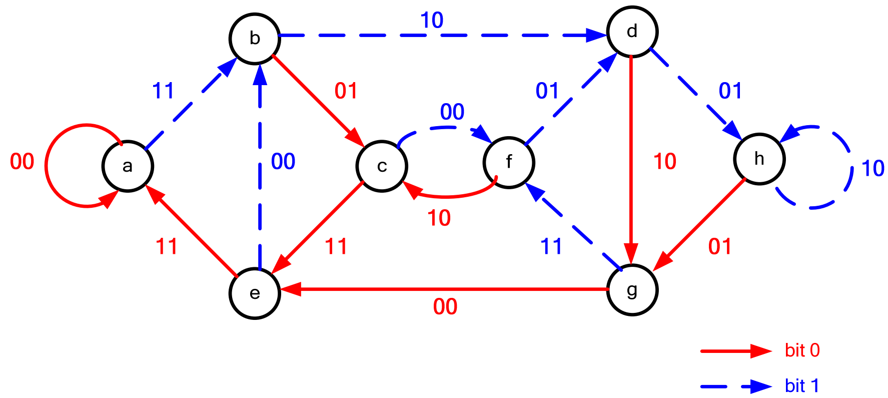
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

pas dans le table de syndrome pour les erreurs d'un bit $\Rightarrow$ plus qu'un bit en erreur

Il y a plus q'un bit en erreur

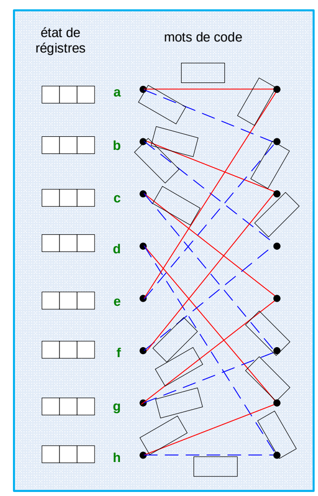
Problème 2 (30 points)

Voici le diagramme d’état d’un code convolutif. Les mots de codes sont indiqués à côté de chaque transition possible. L’état initial est « a », l’état où tous les registres contiennent zéro.

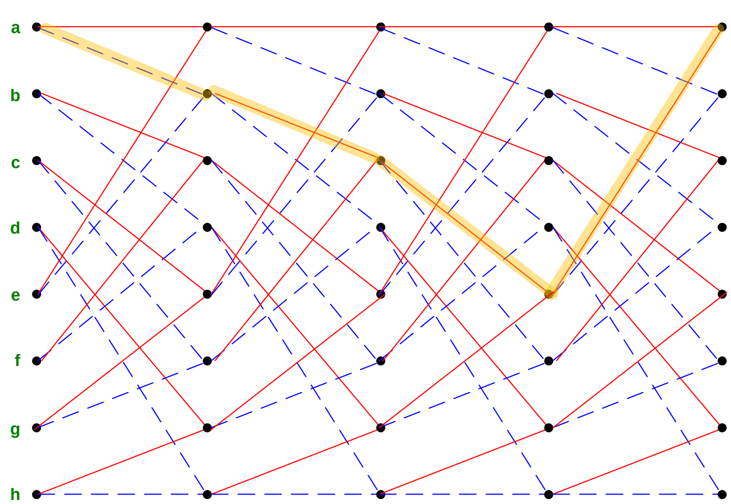


A. (5 points) Quelle est la longueur de contrainte? Quel est le taux de code?

B. (15 points) Complétez <u>la feuille fournie</u> (<u>dernière page de l’examen</u>) et mettez la feuille dans votre cahier bleu. Pour chaque état, indiquez l’état des registres dans les boites fournies. Pour chaque transition dans le treillis, indiquez le mot de code dans la boite fournie.



C. (10 points) Quelle est la distance de Hamming pour le chemin indiqué ici-bas? En autres mots, quelle est la distance entre le chemin indiqué et le chemin composé uniquement des états « a »?



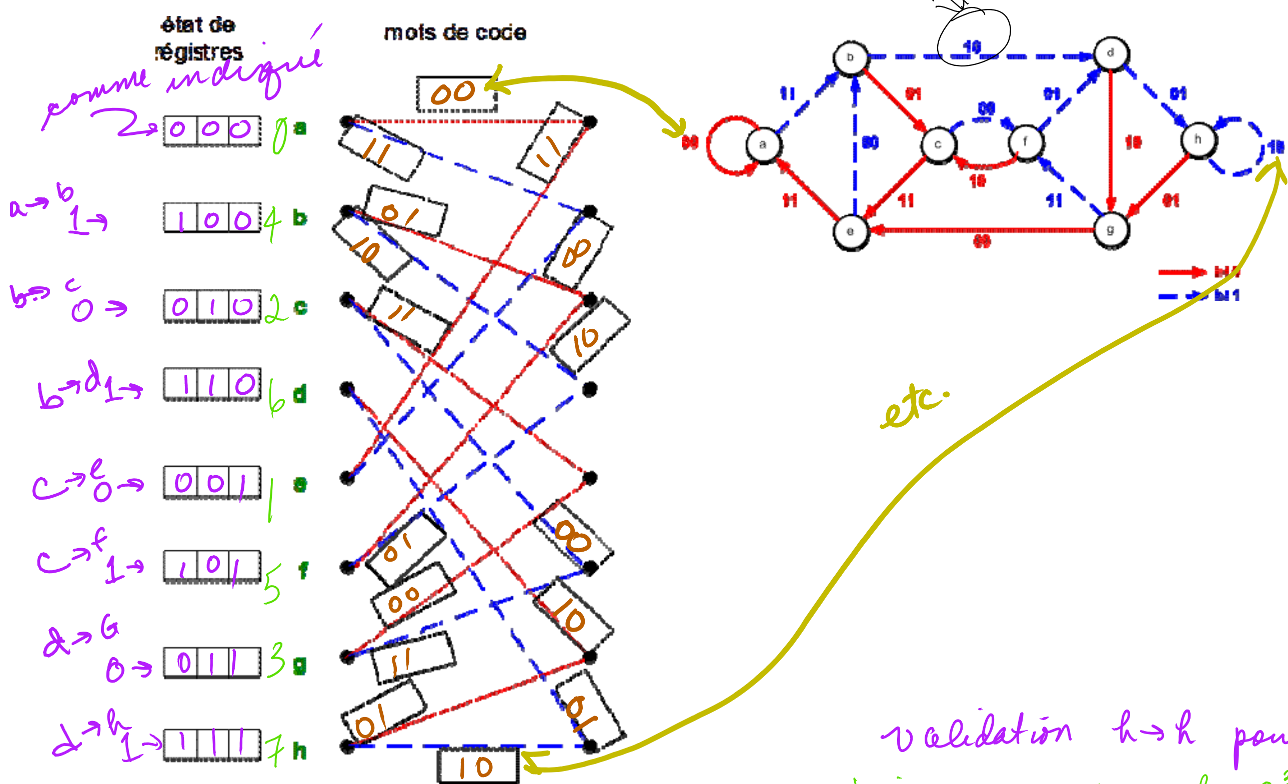
April-27-13 2:51 PM

Longueur de contraint? Il y a 8 états. $\# \text{états} = 2^{K-1} = 8$

$\Rightarrow K-1 = 3 \Rightarrow \boxed{K=4}$

taux de codage = k/n $\quad$ k = # bit qui entrent $\quad$ n = # bits de mot de code

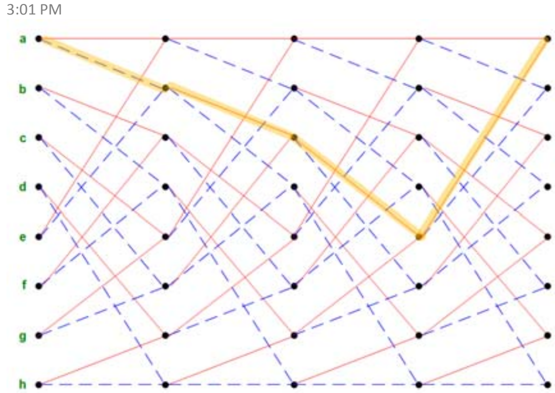
$k=1 \quad n=2 \Rightarrow k/n = 1/2$

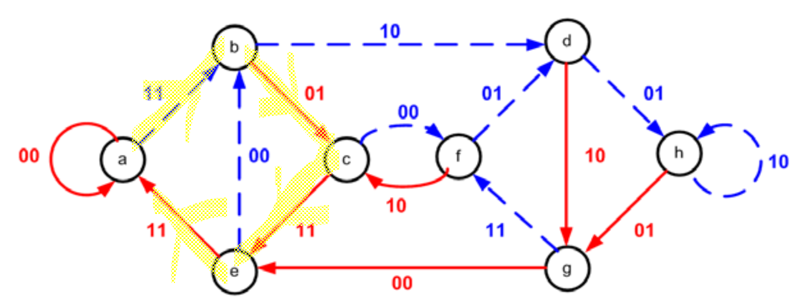


validation h→h pour 1 ✓

en binaire → tous les $2^3=8$ états sont présents

3:01 PM





codes: 11 → 01 → 11 → 11

distance de Hamming = # 1s = 7

Problème 3 (25 points sur 100) OFDM

Un système OFDM utilise

- 200 sous-porteuses pour la transmission de données,
- 40 sous-porteuses pour les tonalités utlisées pour l'estimation du canal
- 20 sous-porteuses pour des bandes de garde.

16QAM est utilisé pour chaque sous-porteuse. L'espacement entre sous-porteuses est 15 kHz. Un temps de garde de 20% est ajouté (en forme d'extension cyclique) pour les transmissions.

A. (5 points) Quelle est la largeur de bande totale du système?

B. (10 points) Quel est le taux de transmission si nous n'utilisons pas des codes correcteur d'erreur?

Considérons maintenant la possibilité d'ajouter un code correcteur d'erreur et l'impact sur le taux de transmission après codage (le taux de transmission d'information utile).

C. (10 points) Supposons que le délai du canal est 8 μs. Quel est le taux de code du code correcteur et quel sera le taux de transmission d'information utile?

\# de sous porteuses $200+40+20 = 260$

15kHz par sousporteuse $\Rightarrow$ 260×15 $\Rightarrow$ 3.9MHz

$$\begin{array}{r} 260 \\ \times\ 15 \\ \hline 1300 \\ 260\ \ \\ \hline 3900 \end{array}$$

Nombre de porteuses

- Largeur de bande totale

$$BW = \#\text{ de porteuses} \times \frac{1}{\text{temps util}} = \frac{\#\text{ de porteuses}}{\text{temps d'un symbole-temps de garde}}$$

- Larguer de bande d'un « sous canal »

temps utile $= \frac{1}{15\text{kHz}} = 66.7\ \mu$sec

20% temp de garde $\Rightarrow .20 \times 66.7 = 13.3\ \mu s$

temps total $= 66.7 + 13.3 = 80\ \mu s$

\# bits dans ce temps ?

16 QAM/sousportense $\Rightarrow$ 4 bits/sousporteuses

200 sousporteuses pour les données

$\Rightarrow$ 800 bits transmis

$$\Rightarrow \frac{800 \text{ bits}}{80\ \mu\text{sec}} = 10 \text{ Mb/s}$$

c) délai 1 us ; temps de garde 13us

Temps de garde

- Codage moyenne (2/3 ou 3/4)
  - » Temps de garde = 4 fois délai
- Codage forte (1/2)
  - » Temps de garde = 2 fois délai

⇒ 13 fois plus long

⇒ pas d'ISI

⇒ pas besoin de codage

délai = 6 usec ⇒ temps de garde ~ 2x délai

⇒ $r = 1/2$

⇒ 5 Mb/s au lieu de 10Mb/s

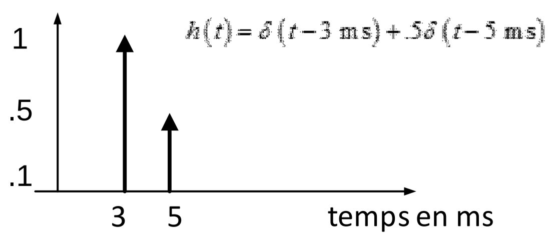
Problème 4 (25 points sur 100) Spectre étalé

A. (20 points) Pourquoi et dans quelles circonstances un récepteur RAKE est-il utilisé?

Les points suivants doivent être couverts dans votre réponse :

- Le spectre étalé est-il nécessaire ou non? Pourquoi ?
- L'importance des délais de trajets
- Faut-il des trajets multiples ou non ? Pourquoi ?

B. (5 points) Donnez une esquisse d'un récepteur RAKE pour un canal avec deux réflexions, c.-à-d.,



Le recepteur RAKE est utilisé pour ameliorer le performance d'un système à spectre étalé quand les trajets multiples sont présents et assez fort.

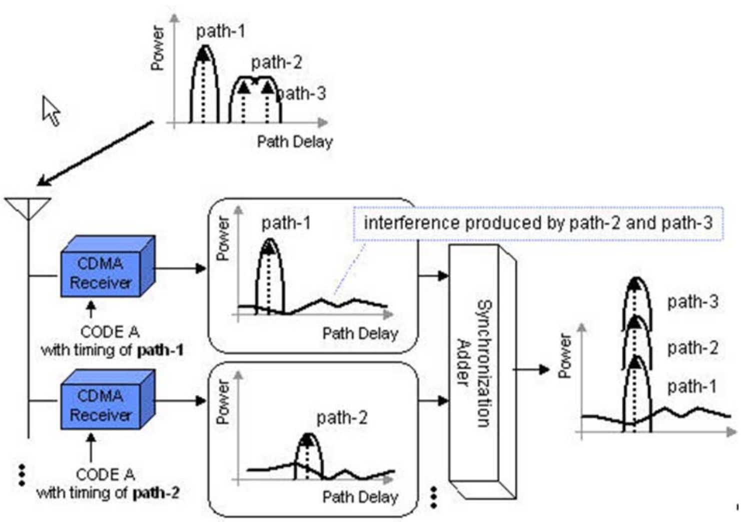
Il faut utiliser le spectre étalé pour 2 raisons

1) de rejeter les trajet multiple qui ne font pas partie du trajet à recouperer
2) pour synchroniser avec chaque trajet multiple à recouperer

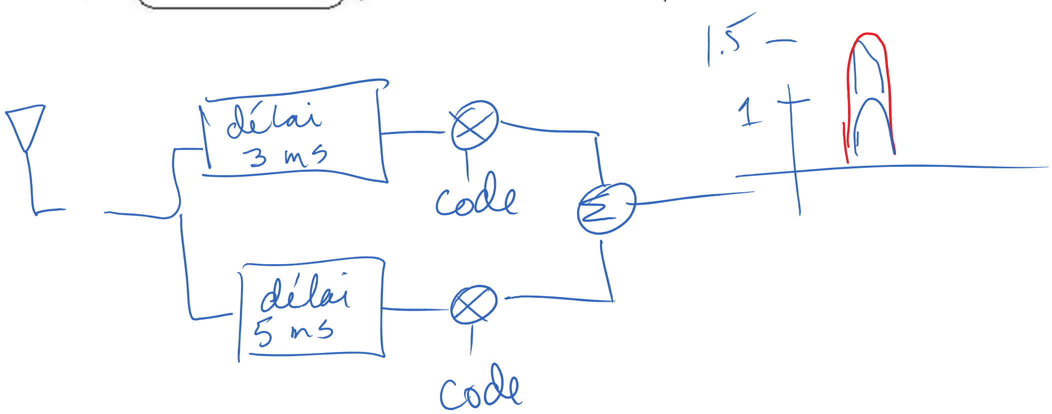
Le OFDM ni nécessaire ni suffisant pour un RAKE.

Il faut que les trajets multiples existent pour tirer avantage d'un RAKE.

Il faut que le délai d'un trajet soit plus grand que le temps d'un chip pour atteindre les deux objectifs décrit precedement.



Power
path-1
path-2
path-3
Path Delay
CDMA Receiver
CODE A
with timing of **path-1**
CDMA Receiver
CODE A
with timing of **path-2**
path-1
interference produced by path-2 and path-3
Power
Path Delay
path-2
Power
Path Delay
Synchronization Adder
path-3
path-2
path-1
Power



délai
3 ms
délai
5 ms
code
code
1.5
1