GEL-2003

# ÉLECTROTECHNIQUE

EXAMEN FINAL **SOLUTION** 

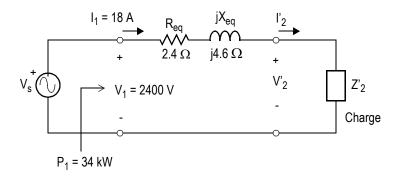
## Problème no. 1 (25 points)

a)

- Calculer la tension V<sub>2</sub> (valeur efficace) au secondaire et le facteur de puissance à la charge (6 points)

(Pour cette question, on néglige la branche parallèle du circuit équivalent)

Le circuit équivalent réfléchi au primaire simplifié (la branche parallèle est négligée) est montré dans la figure suivante:



Le rapport de transformation est égal à: a = 2400/240 = 10

La puissance apparente au primaire est:  $S_1 = V_1 \times I_1 = 2400 \times 18 = 43200 \text{ VA}$ 

La puissance réactive au primaire est égale à:  $Q_1 = \sqrt{S_1^2 - P_1^2} = \sqrt{(43200)^2 - (34000)^2} = 26650 \text{ VAR}$ 

La puissance active dans la charge est:  $P_2 = P_1 - R_{eq} I_1^2 = 34000 - 2.4 \times 18^2 = 33222 \text{ W}$ 

La puissance réactive dans la charge est:  $Q_2 = Q_1 - X_{eq}I_1^2 = 26650 - 4.6 \times 18^2 = 25160 \text{ VAR}$ 

La puissance apparente de la charge est  $S_2 = \sqrt{P_2^2 + Q_2^2} = \sqrt{33222^2 + 25160^2} = 41674 \text{ VA}$ 

La valeur efficace de la tension  $V_2$ ' est  $\left|V_2'\right| = \frac{S_2}{\left|I_2'\right|} = \frac{41674}{18} = 2315.24 \text{ V}$ 

La tension V<sub>2</sub> au secondaire est:  $|V_2| = \frac{|V_2'|}{a} = \frac{2315.24}{10} = 231.52 \text{ V}$ 

Le facteur de puissance de la charge est:  $fp_2 = \frac{P_2}{S_2} = \frac{33222}{41674} = 0.797 \text{ AR}$ 

- Calculer les pertes Fer et les pertes Cuivre dans le transformateur (6 points)

Les pertes Fer dans le transformateur:  $P_{\text{Fer}} = \frac{V_1^2}{R_c} = \frac{2400^2}{12000} = 480 \text{ W}$ 

Les pertes Cuivre dans le transformateur:  $P_{Cu} = R_{eq} \times I_1^2 = 2.4 \times 18^2 = 777.6 \text{ W}$ 

- Calculer le rendement du transformateur dans ces conditions de fonctionnement (3 points)

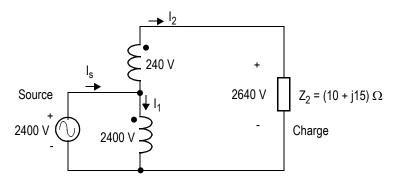
Le rendement du transformateur dans ces conditions de fonctionnement:

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{Eer} + P_{Cu}} = \frac{33222}{33222 + 480 + 777.6} = 0.9635$$

<u>Remarque:</u> Dans la partie précedente, en négligeant la branche parallèle, on a commis une erreur de 480 W (pertes Fer qu'on a négligée) dans le calcul de  $P_2$  et une certaine erreur sur le calcul de  $V_2$ .

b)

- Tracer le schéma de câblage de l'autotransformateur. (5 points)



- <u>Calculer</u> la valeur efficace du courant  $I_{\underline{s}}$  débité par la source et la puissance active  $P_{\underline{s}}$  fournie par la source. (5 points)

La valeur efficace du courant 
$$I_2$$
 est:  $|I_2| = \frac{|V_2|}{|Z_2|} = \frac{2640}{\sqrt{10^2 + 15^2}} = 146.44 \text{ A}$ 

La valeur efficace du courant 
$$I_1$$
 est:  $|I_1| = |I_2| \times \frac{240}{2400} = 146.44 \times \frac{240}{2400} = 14.64 \text{ A}$ 

La valeur efficace du courant 
$$I_s$$
 est:  $|I_s| = |I_1| + |I_2| = 146.44 + 14.64 = 161.08 A$ 

La puissance active fournie par la source est égale à la puissance active dans la charge car il n'y pas de pertes dans le transformateur (supposé idéal):

$$P_s = P_2 = R_2 |I_2|^2 = 10 \times (146.44)^2 = 214.45 \text{kW}$$

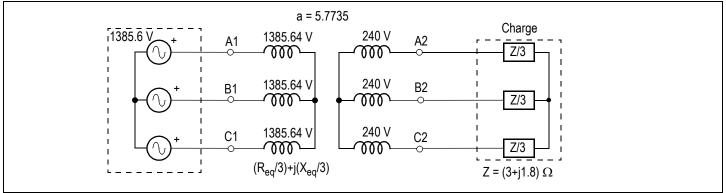
#### Remarque:

Ici, on a pu obtenir la valeur efficace de  $I_s$  en additionnant les valeurs efficaces de  $I_1$  et  $I_2$  parce que ces deux courants sont en phase.

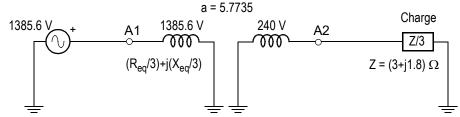
## Problème no. 2 (25 points)

a)

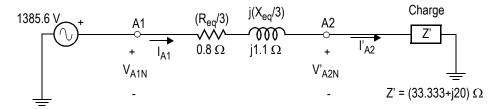
- <u>Tracer</u> le circuit monophasé équivalent du système. (Bien indiquer les valeurs des éléments) (6 points) Le circuit équivalent Y-Y du système est montré dans la figure suivante:



Le circuit monophasé équivalent:



Le circuit monophasé équivalent réfléchi au primaire:



#### - Calculer:

- . le courant de ligne au primaire (valeur efficace) (4 points)
- . la tension ligne-ligne au secondaire (valeur efficace) (4 points)
- . le rendement du transformateur triphasé dans ces conditions de fonctionnement (4 points)

Le courant de ligne au primaire est égal à:

$$I_{A1} = \frac{V_{A1N}}{\left(\frac{R_{eq}}{3} + \frac{jX_{eq}}{3}\right) + Z'} = \frac{1385.6 \angle 0^{\circ}}{(0.8 + j1.1) + (33.333 + j20)} = 34.530 \angle -31.7^{\circ} A$$

La valeur efficace du courant de ligne au primaire est donc 34.530 A.

La tension ligne-neutre secondaire réfléchie au primaire est:

$$V_{A2N}' = Z' \times I_{A1} = (33.333 + j20)(34.530 \angle -31.7^{\circ}) = 1342.29 \angle -0.8^{\circ} V_{A2N}' = 13$$

La valeur efficace de la tension ligne-ligne au secondaire est:

$$|V_{A2B2}| = \sqrt{3} \times \frac{|V_{A2N'}|}{5.7735} = \sqrt{3} \times \frac{1342.29}{5.7735} = 402.69 \text{ V}$$

On calcule pour une phase:

. Puissance active délivrée à la charge  $P_2 = 33.333 \times 34.530^2 = 39744 \, \mathrm{W}$ 

. Pertes Cuivre 
$$P_{Cu} = 0.8 \times 34.530^2 = 953.9 \text{ W}$$

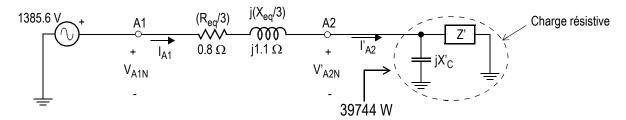
$$P_{Fer} = \frac{1385.6^2}{R_o/3} = \frac{1385.6^2}{(15k\Omega)/3} = 384 \text{ W}$$

Le rendement du transformateur dans ces conditions de fonctionnement est:

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{Cu} + P_{Fe}} = \frac{39744}{39744 + 953.9 + 384} = 0.967$$

- b) Un banc de condensateurs triphasé est connecté en parallèle avec la charge pour amener le facteur de puissance de la charge à 1.0.
- Calculer le courant de ligne au primaire (valeur efficace). (7 points)

La charge devient alors résistive et <u>dissipe la même puissance active</u> qu'avant la connexion des condensateurs. Le circuit monophasé équivalent réfléchi au primaire:



Pour une phase, la puissance active dans la charge est 39744 W.

On suppose que la tension  $V'_{A2N}$  demeure la même après la connexion du condensateur:  $\left|V_{A2N}'\right| = 1342.29 \text{ V}$ 

Le courant 
$$I'_{A2}$$
 (qui est égal à  $I_{A1}$ ) sera donc:  $I_{A2}' = I_{A1} = \frac{39744}{1342.29} = 29.609 \text{ A}$ 

### Problème no. 3 (25 points)

b)

# a) Calculer la valeur moyenne de $V_{\underline{cc}}$ lorsque la charge est déconnectée. (6 points)

La valeur moyenne de V<sub>cc</sub> lorsque la charge est connectée est égale à:

$$v_{cc}(moy) = V_d = R \times I_{cc} = 12\Omega \times 18.7A = 224.4 V$$

La résistance interne équivalente est égale à:  $R_d = \frac{3L_s\omega}{\pi} = \frac{3\times3\times10^{-3}\times120\pi}{\pi} = 1.08\Omega$ 

La valeur moyenne de  $V_{cc}$  lorsque la charge est déconnectée (c'est à dire lorsque  $I_d = 0$ ) est égale à:

$$v_{cc}(moy)|_{sans \cdot charge} = V_{d0}cos\alpha = v_{cc}(moy) + R_dI_d = 224.4V + 1.08\Omega \times 18.7A = 244.60 V$$

**Déterminer** l'angle d'amorçage α (en degré). (4 points)

La tension 
$$V_{d0}$$
 est égale à: 
$$V_{d0} = \frac{3(\sqrt{3}V_m - 2 \times 1.5V)}{\pi} = \frac{3\left(\sqrt{3}\frac{240\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - 2 \times 1.5V\right)}{\pi} = 321.25 \text{ V}$$
 L'angle d'amorçage est égal à: 
$$\alpha = a\cos\left(\frac{V_{d0}\cos\alpha}{V_{d0}}\right) = a\cos\left(\frac{244.60V}{321.25V}\right) = 40.4^{\circ}$$

## Déterminer l'angle de commutation μ (en degré). (4 points)

L'angle de commutation est donné par la relation suivante:  $\cos \alpha - \cos (\alpha + \mu) = \left(\frac{2L_s\omega}{\sqrt{3}V_m}\right)I_d$ 

On écrit: 
$$\cos(\alpha + \mu) = \cos\alpha + \left(\frac{2L_s\omega}{\sqrt{3}V_m}\right)I_d = \cos(40.4^\circ) - \frac{2\times 3\times 10^{-3}\times 120\pi}{\sqrt{3}\frac{240\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} \times 18.7 = 0.6368$$

Alors: 
$$(\alpha + \mu) = a\cos(0.6368) = 50.4^{\circ}$$

L'angle de commutation est donc égal à:  $\mu = (\alpha + \mu) - \alpha = 50.4^{\circ} - 40.4^{\circ} = 10^{\circ}$ 

- c) Calculer les quantités suivantes:
  - la puissance P<sub>cc</sub> dissipée dans la charge (3 points)
  - les pertes par conduction dans les six thyristors (3 points)
  - le facteur de la puissance à l'entrée du convertisseur (5 points)

La puissance  $P_{cc}$  dissipée dans la charge est égale à:  $P_{cc} = V_d \times I_d = 224.4 \text{V} \times 18.7 \text{A} = 4196.28 \text{ W}$ 

(On peut utiliser cette expression parce que le courant  $I_d$  est pratiquement une constante)

La puissance dissipée dans les six thyristors est donnée par la relation suivante:

$$P_{TH} = 6 \times \left(\frac{1}{3} \times V_F \times I_d\right) = 6 \times \left(\frac{1}{3} \times 1.5 V \times 18.7 A\right) = 56.1 W$$

La puissance active à l'entrée du redresseur est:  $P_{src} = P_{cc} + P_{TH} = 4196.28W + 56.1W = 4252.38W$ 

La valeur efficace du courant  $I_A$  est égale à:  $I_A = \sqrt{\frac{2}{3}} \times I_d = \sqrt{\frac{2}{3}} \times 18.7 A = 15.2685 A$ 

La puissance apparente à l'entrée du redresseur est:

$$S_{src} = \sqrt{3} \times V_{LL} \times I_{A} = \sqrt{3} \times 240 \times 15.2685 = 6347 \text{ VA}$$

Le facteur de puissance à l'entrée du convertisseur est:  $fp = \frac{P_{src}}{S_{src}} = \frac{4252.38}{6347} = 0.67$ 

## Problème no. 4 (25 points)

a) **Déterminer** le rapport cyclique α du hacheur. (4 points)

La tension  $v_L$  lorsque le transistor est en conduction est égale à:  $v_L(t_{ON}) = 24V - 1V - 12V = 11V$ 

La tension  $v_L$  lorsque le transistor est bloqué est égale à:  $v_L(t_{OFF}) = -0.5V - 12V = -12.5V$ 

La valeur moyenne de v<sub>L</sub> doit être égale à 0 en régime permanent.

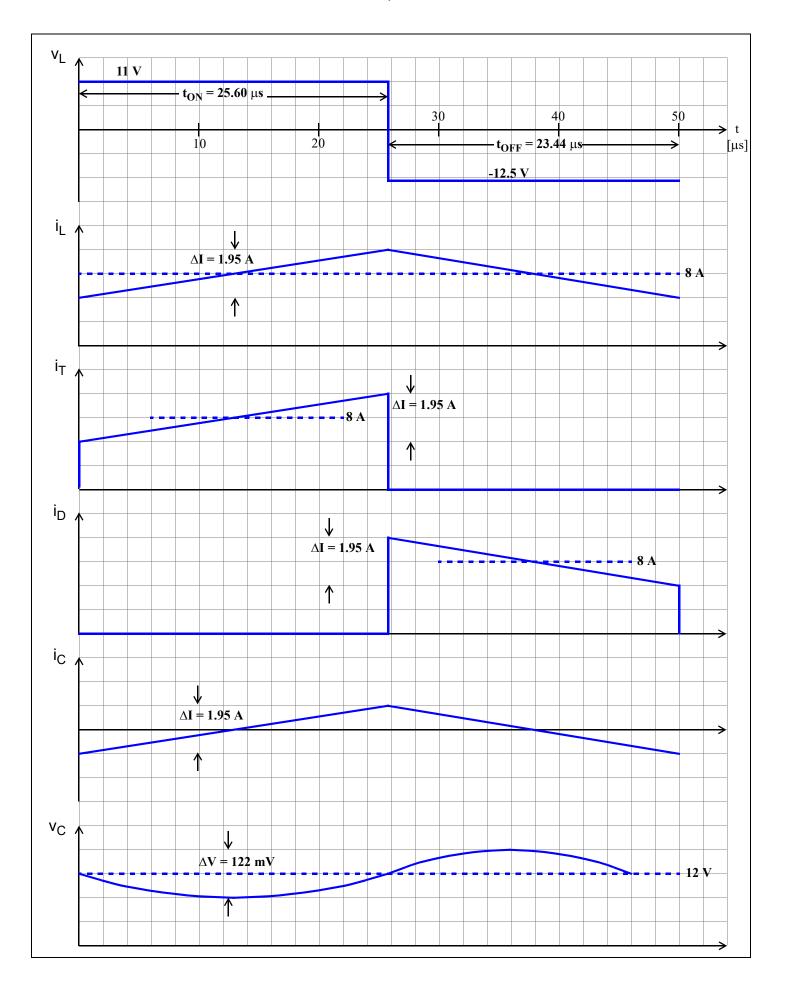
En conséquence, on doit avoir la condition suivante:  $v_L(t_{ON}) \times t_{ON} + v_L(t_{OFF}) \times t_{OFF} = 0$ 

On a donc:  $11t_{ON} = 12.5t_{OFF}$ 

On déduit:  $\alpha = \frac{t_{ON}}{t_{ON} + t_{OFF}} = \frac{1}{1 + \frac{11}{12.5}} = \frac{12.5}{23.5} = 0.5319$ 

On calcule:  $t_{ON} = \alpha \times 50 \mu s = 0.5319 \times 50 \mu s = 26.596 \mu s \qquad t_{OFF} = 50 \mu s - 26.596 \mu s = 23.404 \mu s$ 

b) <u>Tracer</u> en fonction du temps la tension  $v_L$  aux bornes de l'inductance, le courant  $i_L$  dans l'inductance, le courants  $i_{\underline{C}}$  dans l'IGBT, le courants  $i_{\underline{D}}$  dans la diode D, le courant  $i_{\underline{C}}$  dans le condensateur C et la tension  $v_{\underline{C}}$  aux bornes du condensateur C. (9 points)



c) <u>Calculer l'ondulation du courant  $i_L$  et l'ondulation de la tension  $v_C$ .</u> (5 points)

L'ondulation du courant i<sub>L</sub> est donnée par la relation suivante:

$$\Delta I = \frac{1}{L} \times v_L(t_{ON}) \times t_{ON} = \frac{1}{150 \mu H} \times 11 V \times 26.596 \mu s = 1.95 A$$

L'ondulation de la tension v<sub>C</sub> est donnée par la relation suivante:

$$\Delta V = \frac{\Delta q}{C} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{\Delta I}{2}\right) \times \left(\frac{T_s}{2}\right)}{C} = \frac{1}{8} \times \frac{1}{C} \times \Delta I \times T_s = \frac{1}{8} \times \frac{1}{100 \mu F} \times 1.95 A \times 50 \mu s = 122 mV$$

d) <u>Calculer</u> les pertes par conduction et les pertes par commutation dans l'IGBT et dans la diode. *(5 points)* Les pertes par conduction dans le transistor:

$$P_T(cond) = \alpha \times V_{CE}(on) \times I_T = 0.5319 \times 1V \times 8A = 4.255W$$

Les pertes par conduction dans la diode:

$$P_{D}(cond) = (1 - \alpha) \times V_{F} \times I_{D} = 0.4681 \times 0.5 V \times 8A = 1.872W$$

Les pertes par commutation dans le transistor:

$$P_{T}(com) = \frac{V_{s}I_{s}}{3} \times \frac{t_{c}}{T_{s}} = \frac{23.5V \times 8A}{3} \times \frac{1\mu s}{50\mu s} = 1.253W$$

Les pertes par commutation dans la diode:

$$P_{D}(com) = \frac{V_{s}I_{s}}{3} \times \frac{t_{c}}{T_{s}} = \frac{23V \times 8A}{3} \times \frac{1\mu s}{50\mu s} = 1.227W$$

Déduire le rendement du hacheur (2 points).

Le rendement du hacheur est donné par la relation suivante:

$$\eta = \frac{P_o}{P_o + Pertes}$$

où 
$$P_0 = 12V \times 8A = 96W$$

Pertes = 
$$4.255W + 1.872W + 1.253W + 1.227W = 8.607W$$

Finalement: 
$$\eta = \frac{96W}{96W + 8.607W} = 0.918$$