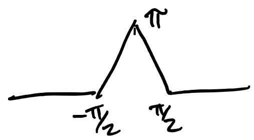
2017 E2 Pr1

Wednesday, December 7, 2016 5:34 PM

A. $x(t) = Sa^2 \frac{t\pi}{4}$ dans le table

$\omega_0 \, \mathrm{Sa}^2(t\omega_0)$ | $\pi \, \mathrm{Tri}(\omega/2\omega_0)$ $\omega_0 = \frac{\pi}{4}$

donc $X(\omega) = \frac{4}{\pi} \cdot \pi \; \mathrm{Tri} \frac{\omega}{\pi/2} = 4 \, \mathrm{Tri} \, \omega/_{\pi/2}$



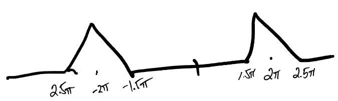
La sortie est exactement $4 \, \mathrm{Tri} \, \omega/_{\pi/2}$. La sortie = l'entrée

$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = 1$ un filtre passe-tout

B. $x(t) = \cos 2\pi t \; Sa^2(t\pi/4)$

$X(\omega) = 4 \, \mathrm{Tri}\left(\frac{\omega - 2\pi}{\pi/2}\right) + 4 \, \mathrm{Tri}\left(\frac{\omega + 2\pi}{\pi/2}\right)$

Les tris décalés doivent avoir la moitié de l'amplitude !!



$Y(\omega) = 0$

$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = 0$

C. $x(t) = \mathrm{Rect} \, t/2$ dans le table

$\mathrm{Rect}(t/\tau)^{(1)}$ | $\tau \, \mathrm{Sa}(\omega\tau/2)$

Donc $X(\omega) = 2 \, Sa \, \omega = 2 \frac{\sin \omega}{\omega}$

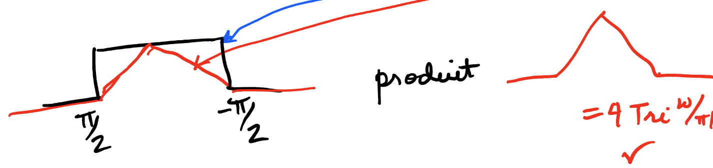
Nous observons $Y(\omega) = \begin{cases} \frac{2 \sin \omega}{\omega} & |\omega| < \pi \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$

$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \begin{cases} \frac{2\sin\omega}{\omega} \Big/ \frac{2\sin\omega}{\omega} & |\omega| < \pi/2 \\ 0 / \frac{2\sin\omega}{\omega} & \text{ailleurs} \end{cases} = \begin{cases} 1 & |\omega| < \pi/2 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$

$= \mathrm{Rect}\left(\omega/\pi\right)$ Le rect a une largeur 2pi !!

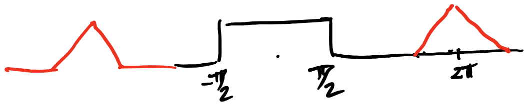
D. Oui il est possible que les mesures sont faits sur le même système. Supposons que $H(\omega) = \mathrm{Rect}\,\omega/\pi$ comme estimé dans la partie C.

$$Y_A(\omega) = H(\omega)X_A(\omega) = \mathrm{Rect}\,\omega/\pi \cdot 4\,\mathrm{Tri}\,\omega/\tfrac{\pi}{2}$$



$= 4\,\mathrm{Tri}\,\omega/\pi/2$ ✓

$$Y_B(\omega) = H(\omega)X_B(\omega) = \mathrm{Rect}\,\omega/\pi \left[4\,\mathrm{Tri}\,\frac{\omega-2\pi}{\pi/2} + 4\,\mathrm{Tri}\,\frac{\omega+2\pi}{\pi/2}\right]$$



produit zéro ✓

E. Pour bien estimer $H(\omega)$ il faut exciter toutes les fréquences à l'entrée qui n'était le cas pour A & B. Un SLIT ne peux pas creer des fréquences, donc les frequences qui ne sont pas présents à l'entrée ont une réponse invisible à la sortie. Idéalement nous utilisons une impulsion de dirac à l'entrée et nous observons la fonction transfert directement à la sortie

$$x(t) = \delta(t) \Rightarrow X(\omega) = 1 \Rightarrow H(\omega) = Y(\omega)$$

Un autre possibilite sera d'envoyer une tonalité (un cosinus) sur le plus grande nombre de frequences possible.

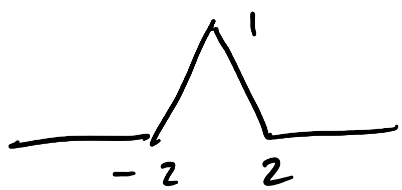
2017 E2 Pr3

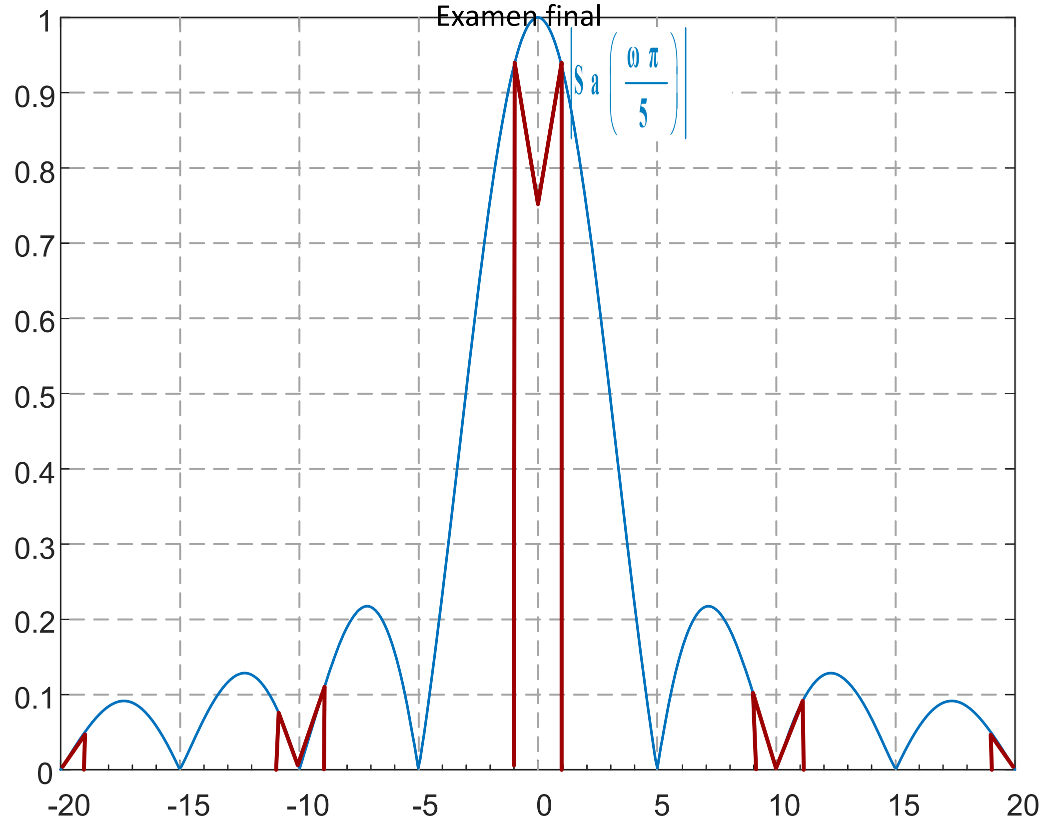
Tuesday, December 19, 2017 10:10 AM

A. $m(t) = \frac{1}{\pi} Sa^2 t$ dans le table

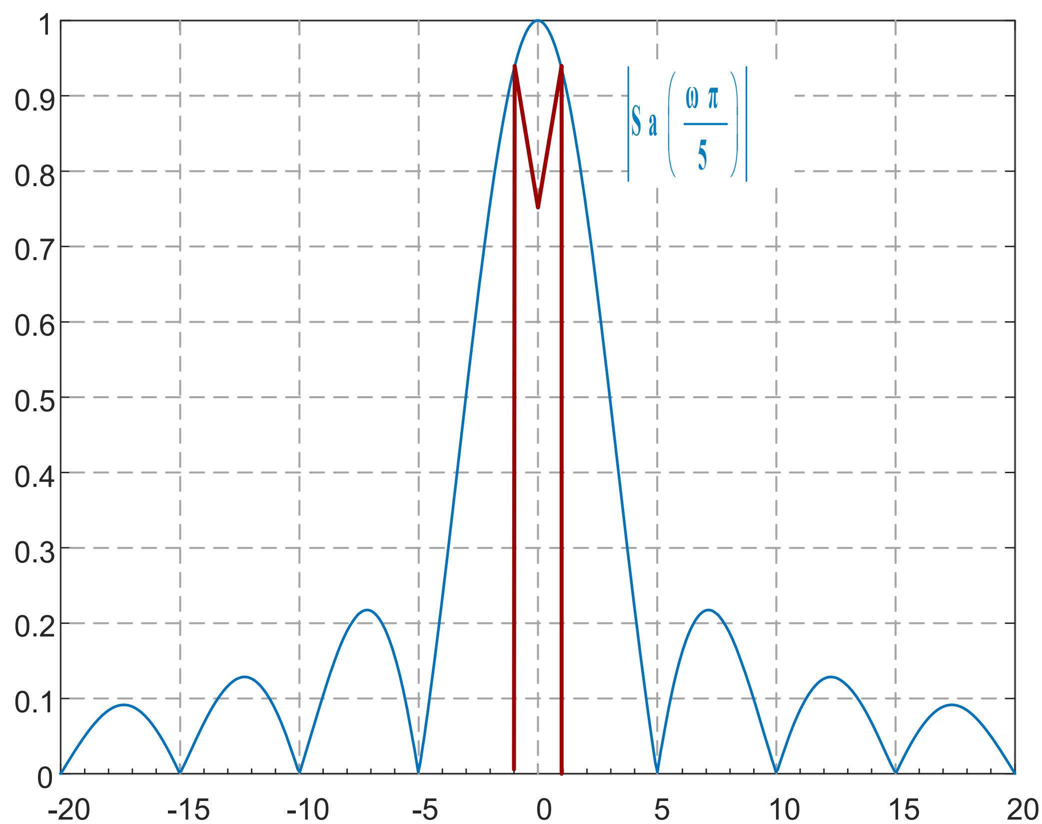
$$\omega_0 \operatorname{Sa}^2(t\omega_0) \quad \Big| \quad \pi \operatorname{Tri}(\omega/2\omega_0) \qquad \omega_0 = 1$$

donc $M(\omega) = \frac{1}{\pi} \cdot \pi \operatorname{Tri} \frac{\omega}{2} = \operatorname{Tri} \omega/2$

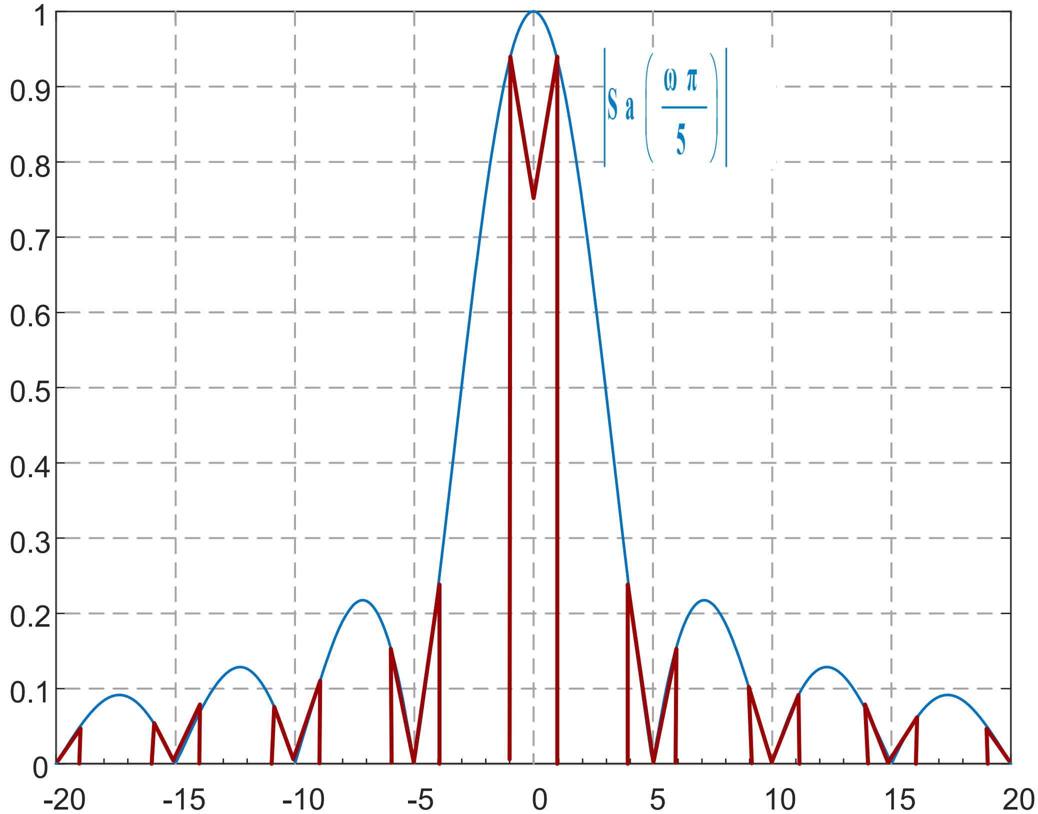




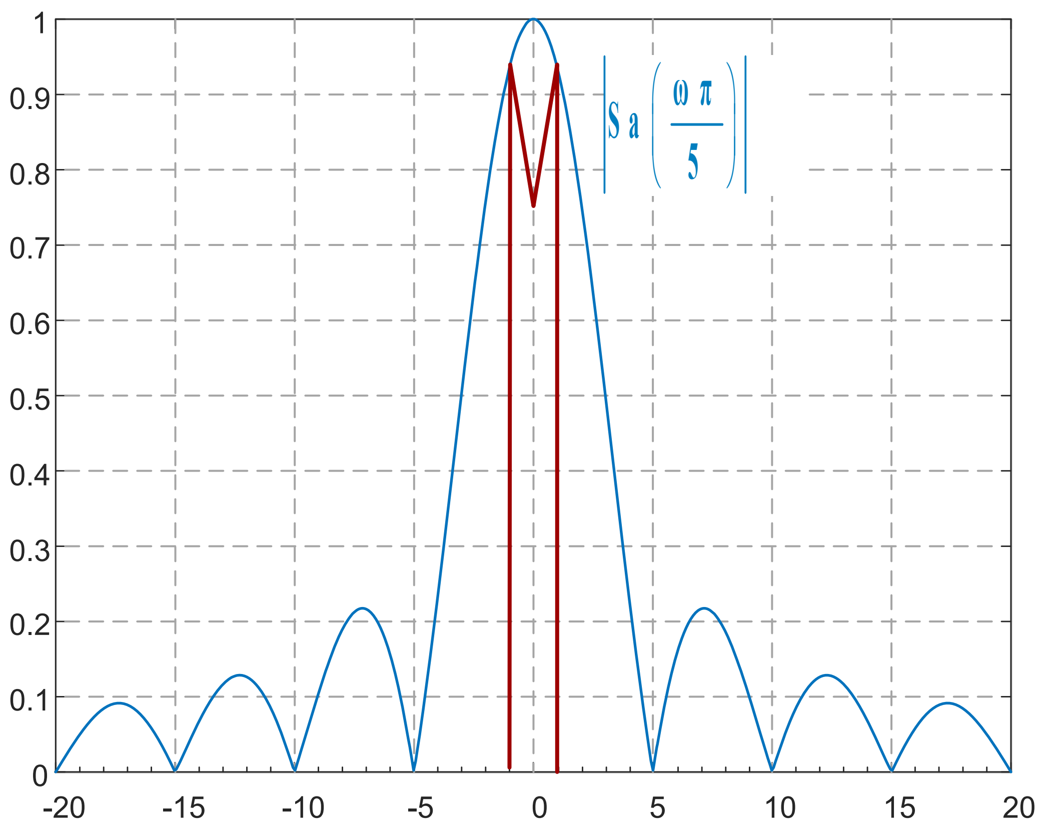
Problème 2A, Point C



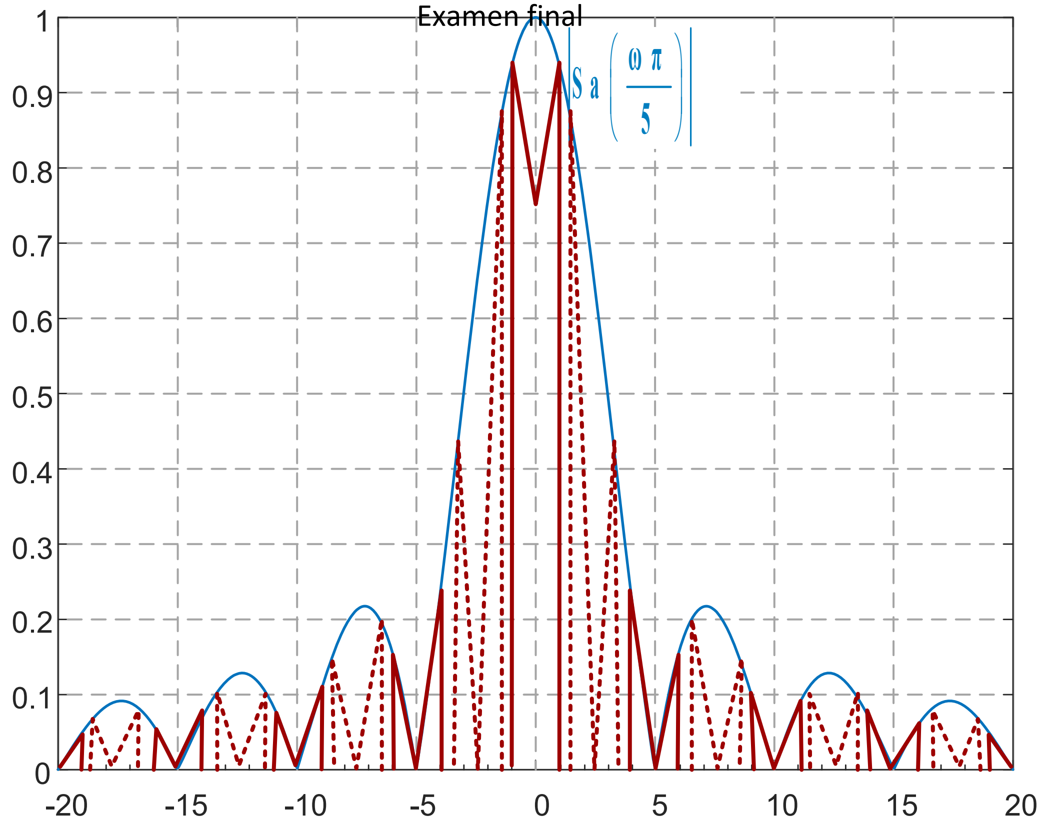
Problème 2A, Point D



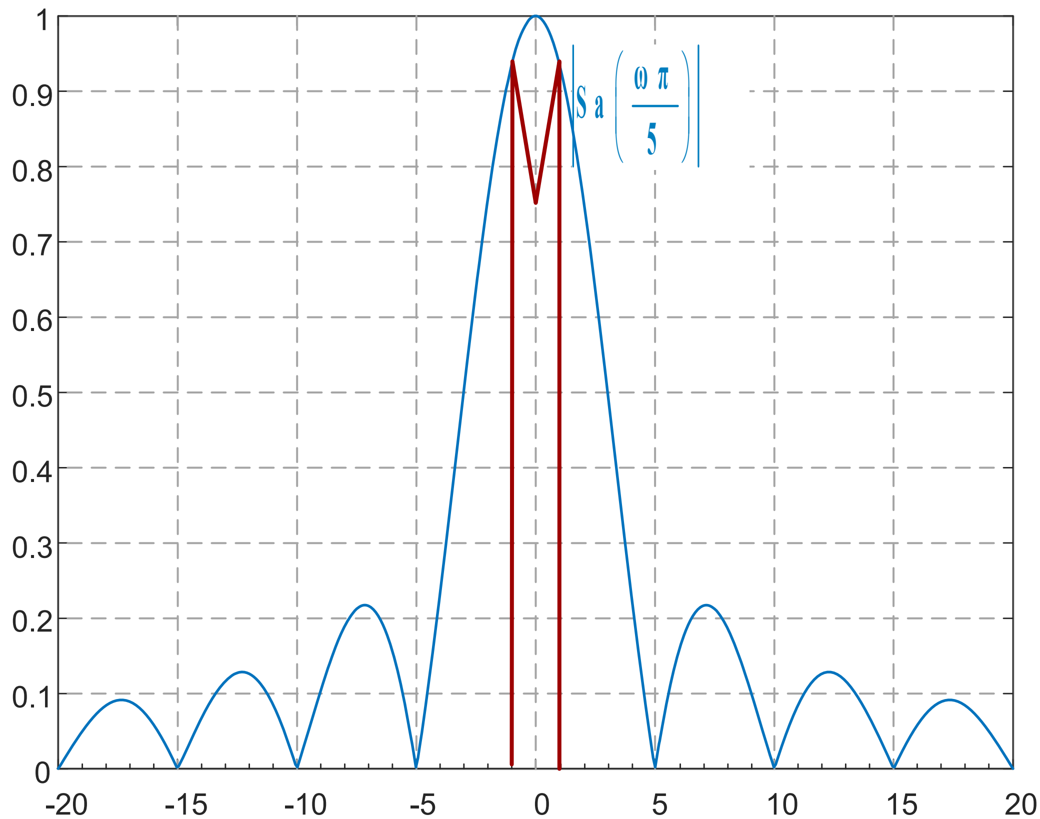
Problème 2B, Point C



Problème 2B, Point D



Problème 2C, Point C



Problème 2C, Point D

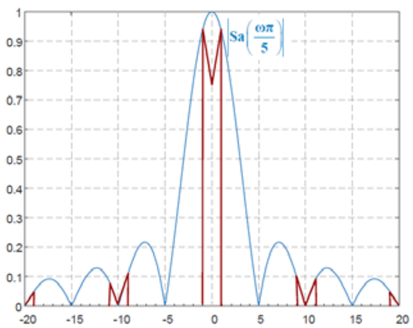
2017 E2 Pr2D, E & F

Tuesday, December 19, 2017 9:15 AM

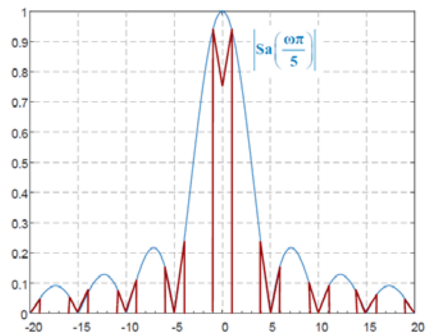
Pr2D Quel cas est le bloqueur zéro pratique que nous avons vu en classe ?

En classe nous avons vu un bloqueur d'ordre zéro dont la durée de la reconstruction était égale à la durée d'un échantillon, soit $\tau = T_e$, donc le cas B.

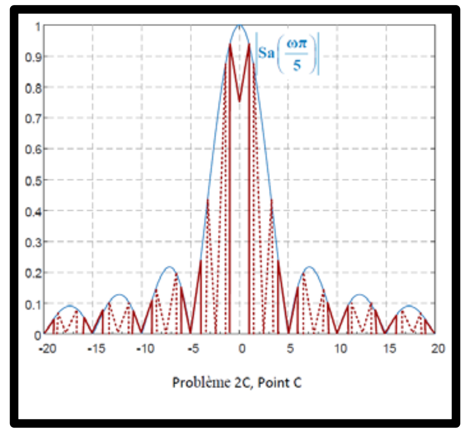
Pr2E Quel cas est le plus exigeant vis-à-vis le filtre ? C'est-à-dire, quel cas demande un filtre avec une coupure très raid ? Est-ce qu'un autre τ aurait pu aider ?



Problème 2A, Point C



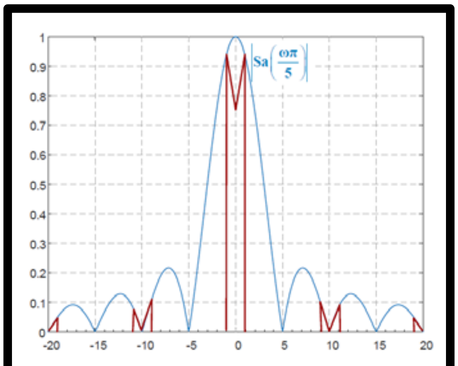
Problème 2B, Point C



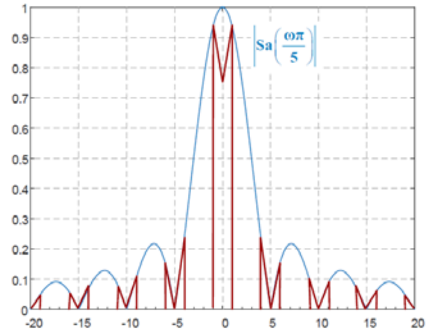
Problème 2C, Point C

Il est clair que le filtrage le plus exigeant est le cas C. Pour ce cas le taux d'échantillonnage est tellement lent que les copies spectrales sont très collées. La durée de la reconstruction change les zéros de la fonction Sa, qui changera l'amplitude de copies, mais la proximité des copies n'est pas touché par la durée de reconstruction. Donc un changement de τ n'aura pas de grand impact sur les exigences en filtrage, certainement pas autant d'impact qu'un changement de durée d'échantillonnage.

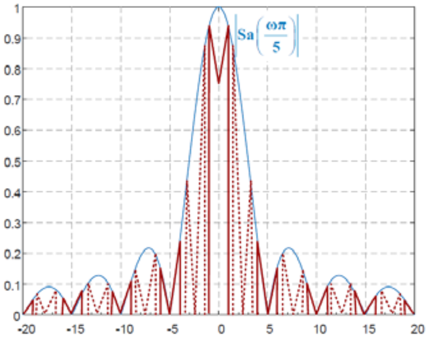
Pr2F Quel cas est le moins exigeant vis-à-vis le filtre? Est-ce qu'un autre τ aurait pu aider quand le taux d'échantillonnage est élevé ? Est-ce qu'on peut laisser tomber le filtre passe-bas? Si oui, dans quelles circonstances ?



Problème 2A, Point C



Problème 2B, Point C



Problème 2C, Point C

Il est clair que le filtrage le moins exigeant est le cas A. Pour ce cas le taux d'échantillonnage est tellement vite que les copies spectrales sont très espacées. Plus que τ est petit, plus que les copies sont diminuées par l'effet de la fonction Sa. Donc, il peut avoir un effet bénéfique, même si secondaire à l'effet d'un taux d'échantillonnage élevé.

Pr2F

Quel cas est le moins exigeant vis-à-vis le filtre? Est-ce qu'un autre τ aurait pu aider quand le taux d'échantillonnage est élevé ? Est-ce qu'on peut laisser tomber le filtre passe-bas? Si oui, dans quelles circonstances ?

Dans le cas A nous remarquons que la copie spectrale le plus proche du lobe principale est plus diminuée que dans le cas B. Si nous imaginons un τ encore plus petit, ces autres copies spectrales seront tellement diminuées que le filtre passe-bas sera presque pas nécessaire.

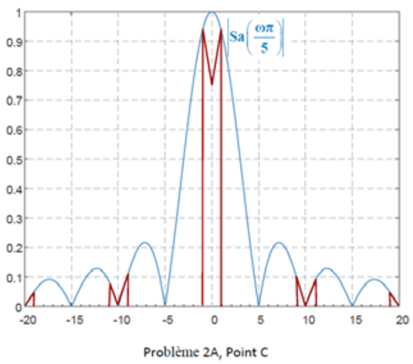
2017 E2 Pr2D, E & F

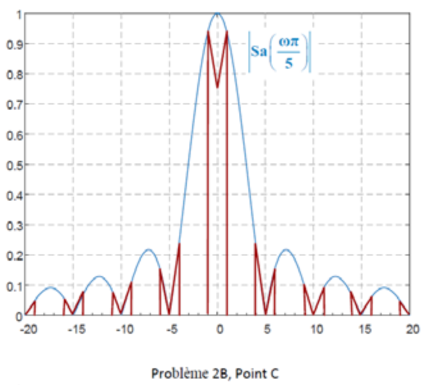
Tuesday, December 19, 2017 9:15 AM

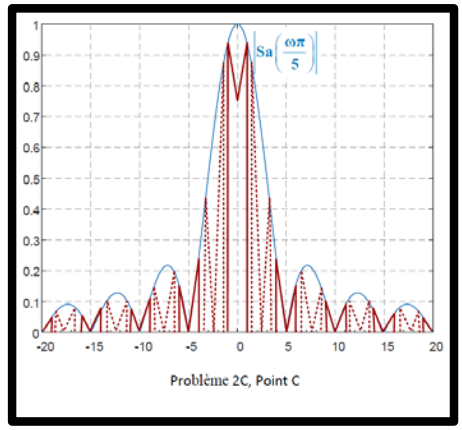
Pr2D Quel cas est le bloqueur zéro pratique que nous avons vu en classe ?

En classe nous avons vu un bloqueur d'ordre zéro dont la durée de la reconstruction était égale à la durée d'un échantillon, soit $\tau = T_e$, donc le cas B.

Pr2E Quel cas est le plus exigeant vis-à-vis le filtre ? C'est-à-dire, quel cas demande un filtre avec une coupure très raid ? Est-ce qu'un autre τ aurait pu aider ?

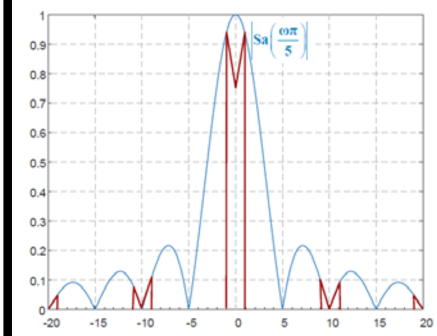


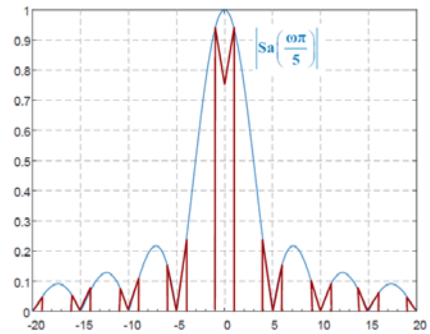


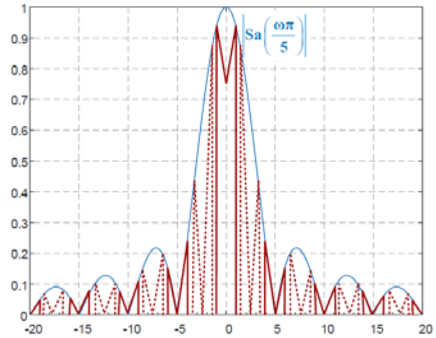


Il est clair que le filtrage le plus exigeant est le cas C. Pour ce cas le taux d'échantillonnage est tellement lent que les copies spectrales sont très collées. La durée de la reconstruction change les zéros de la fonction Sa, qui changera l'amplitude de copies, mais la proximité des copies n'est pas touché par la durée de reconstruction. Donc un changement de τ n'aura pas de grand impact sur les exigences en filtrage, certainement pas autant d'impact qu'un changement de durée d'échantillonnage.

Pr2F Quel cas est le moins exigeant vis-à-vis le filtre? Est-ce qu'un autre τ aurait pu aider quand le taux d'échantillonnage est élevé ? Est-ce qu'on peut laisser tomber le filtre passe-bas? Si oui, dans quelles circonstances ?


Problème 2A, Point C


Problème 2B, Point C


Problème 2C, Point C

Il est clair que le filtrage le moins exigeant est le cas A. Pour ce cas le taux d'échantillonnage est tellement vite que les copies spectrales sont très espacées. Plus que τ est petit, plus que les copies sont diminuées par l'effet de la fonction Sa. Donc, il peut avoir un effet bénéfique, même si secondaire à l'effet d'un taux d'échantillonnage élevé.

Pr2F Quel cas est le moins exigeant vis-à-vis le filtre? Est-ce qu'un autre τ aurait pu aider quand le taux d'échantillonnage est élevé ? Est-ce qu'on peut laisser tomber le filtre passe-bas? Si oui, dans quelles circonstances ?

Dans le cas A nous remarquons que la copie spectrale le plus proche du lobe principale est plus diminuée que dans le cas B. Si nous imaginons un τ encore plus petit, ces autres copies spectrales seront tellement diminuées que le filtre passe-bas sera presque pas nécessaire.

2017 E2 Pr3

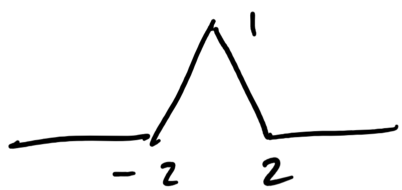
Tuesday, December 19, 2017 10:10 AM

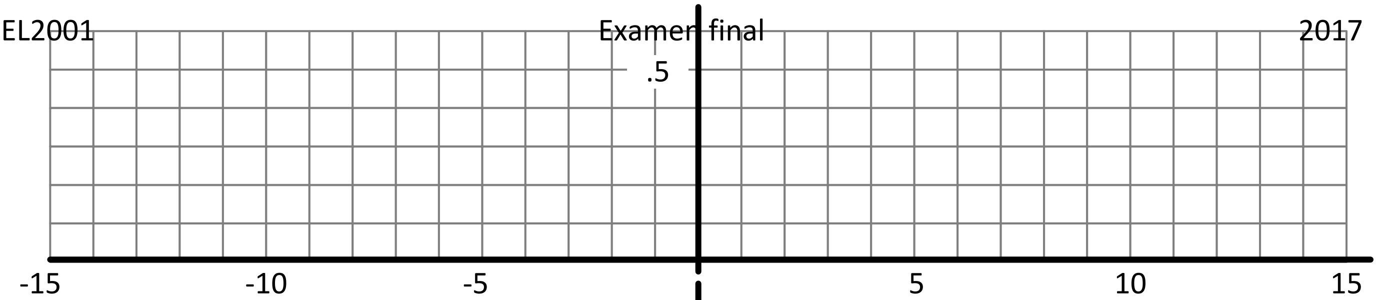
A. $m(t) = \frac{1}{\pi} Sa^2 t$ dans le table

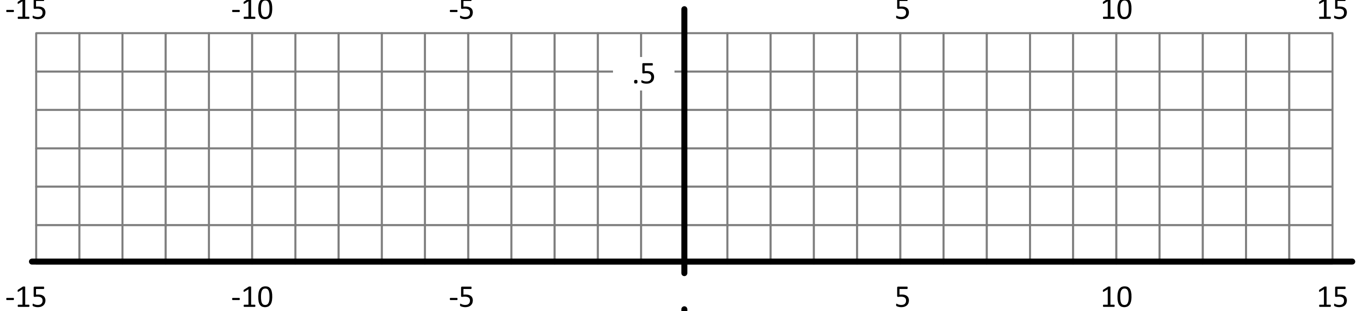
$\omega_0 \, \mathrm{Sa}^2(t\omega_0)$	$\pi \, \mathrm{Tri}(\omega/2\omega_0)$

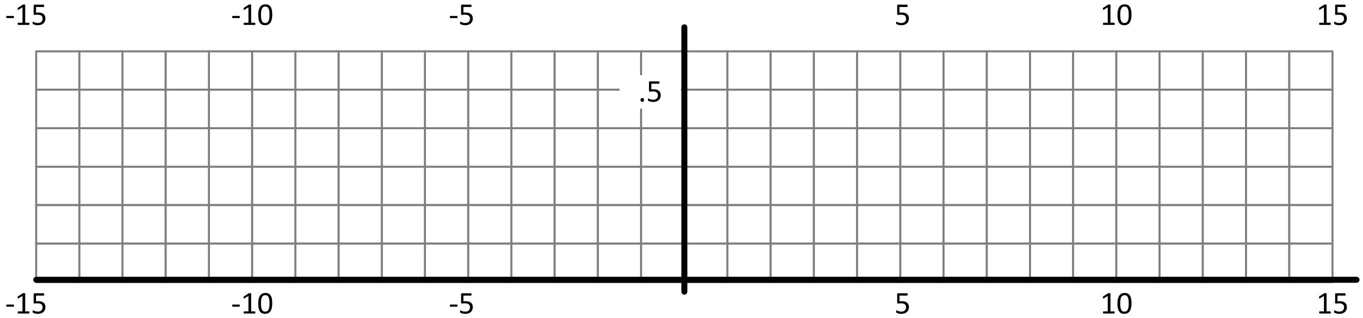
$\omega_0 = 1$

donc $M(\omega) = \frac{1}{\pi} \cdot \pi \; \mathrm{Tri} \frac{\omega}{2} = \mathrm{Tri}\; \omega/2$

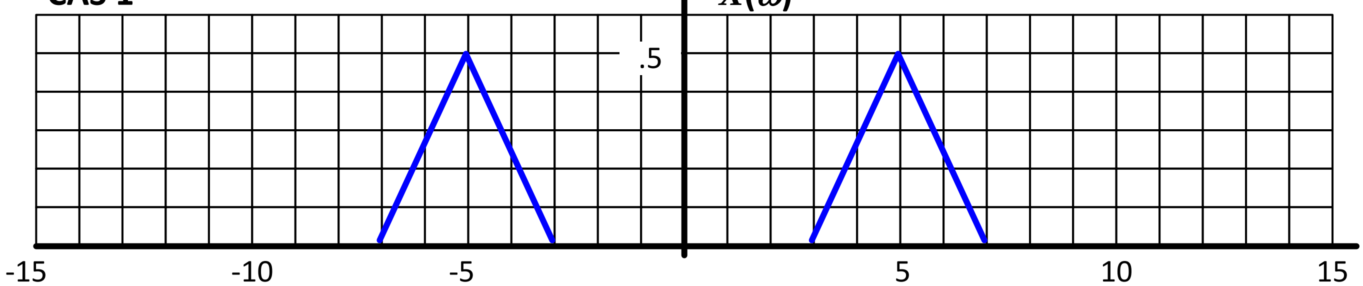




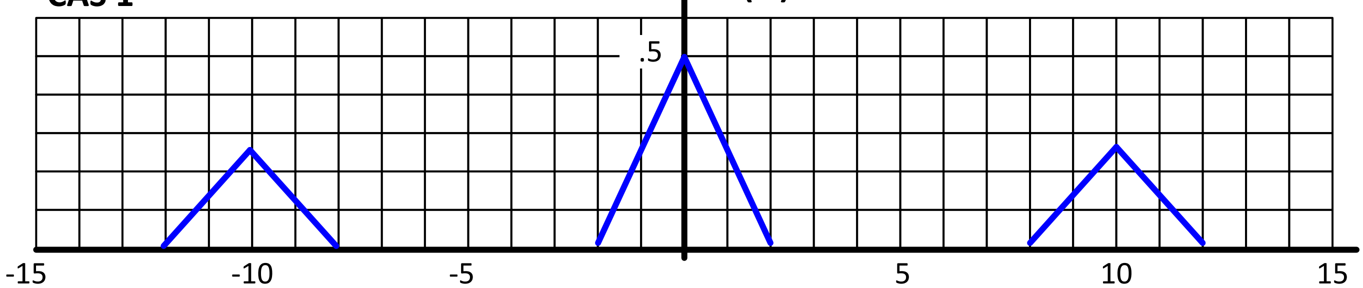




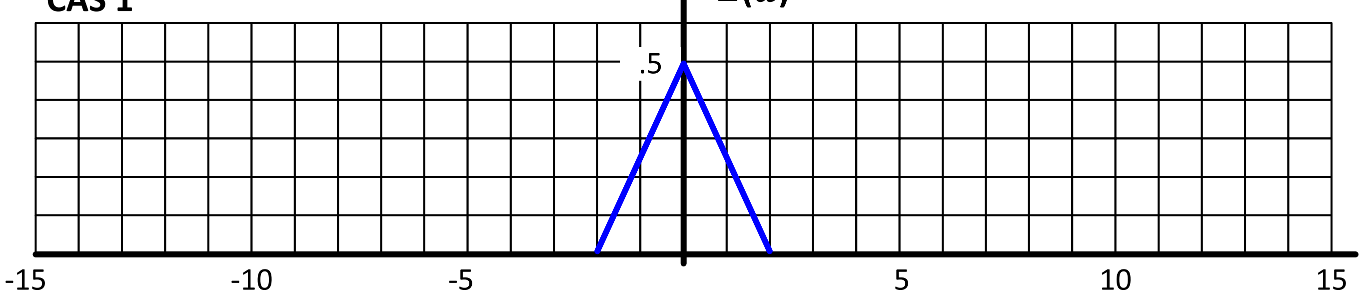
CAS 1 $X(\omega)$

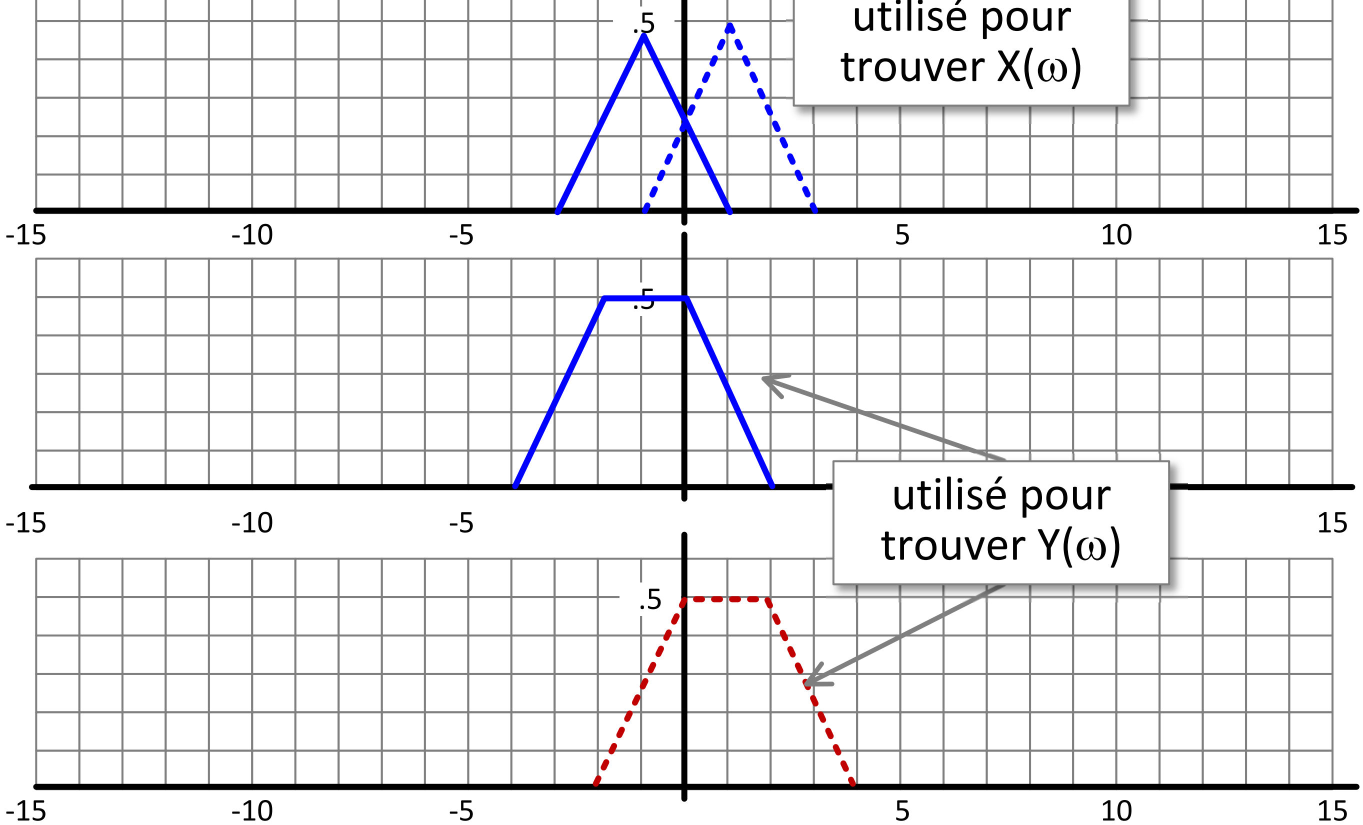


CAS 1 $Y(\omega)$

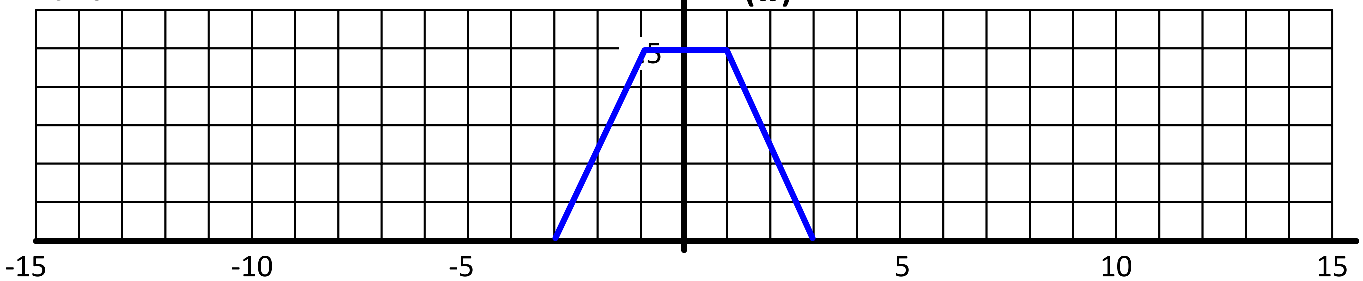


CAS 1 $Z(\omega)$

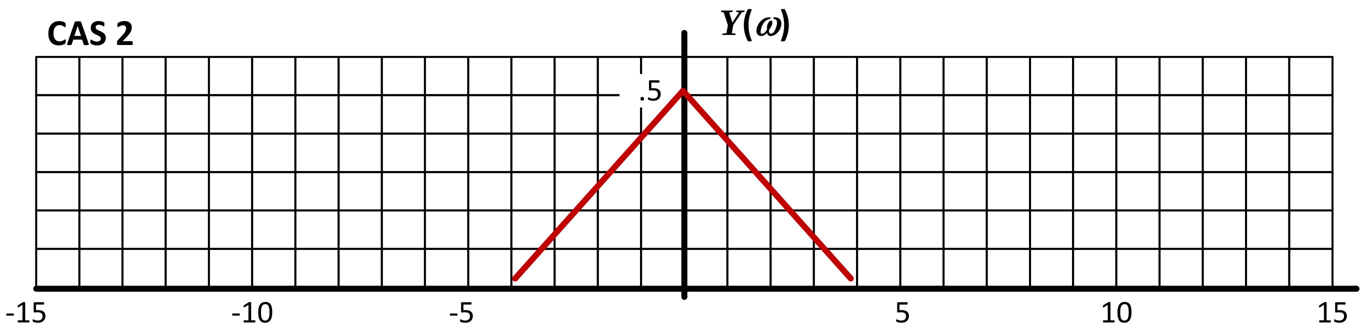




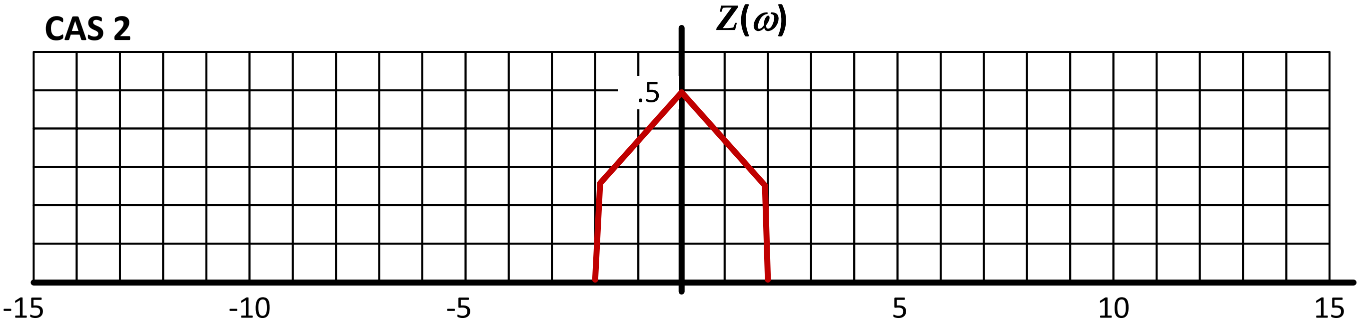
CAS 2



CAS 2



CAS 2



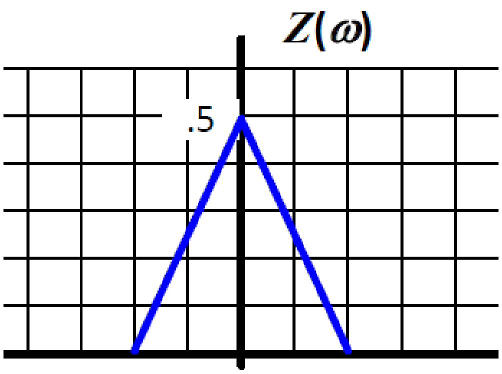
2017 E2 Pr3C

Tuesday, December 19, 2017 10:10 AM

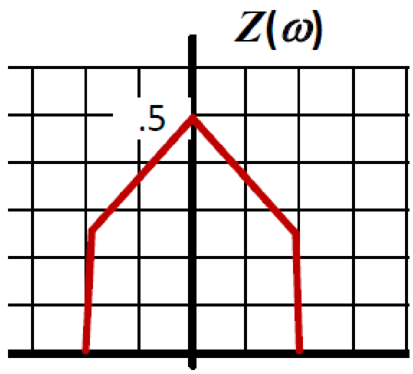
Lequel est vrai :

- seulement cas 1 a une sortie proportionnelle à l'entrée,
- seulement cas 2 a une sortie proportionnelle à l'entrée,
- cas 1 et cas 2 ont une sortie proportionnelle à l'entrée,
- ni cas 1 ni cas 2 a une sortie proportionnelle à l'entrée

Suggérez un critère pour la fréquence de modulation pour assurer que la sortie est proportionnelle à l'entrée.



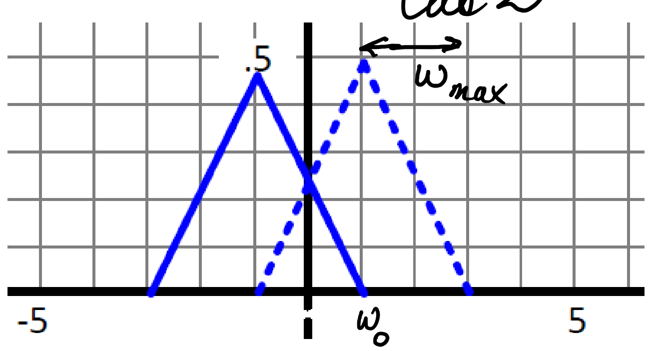
cas 1



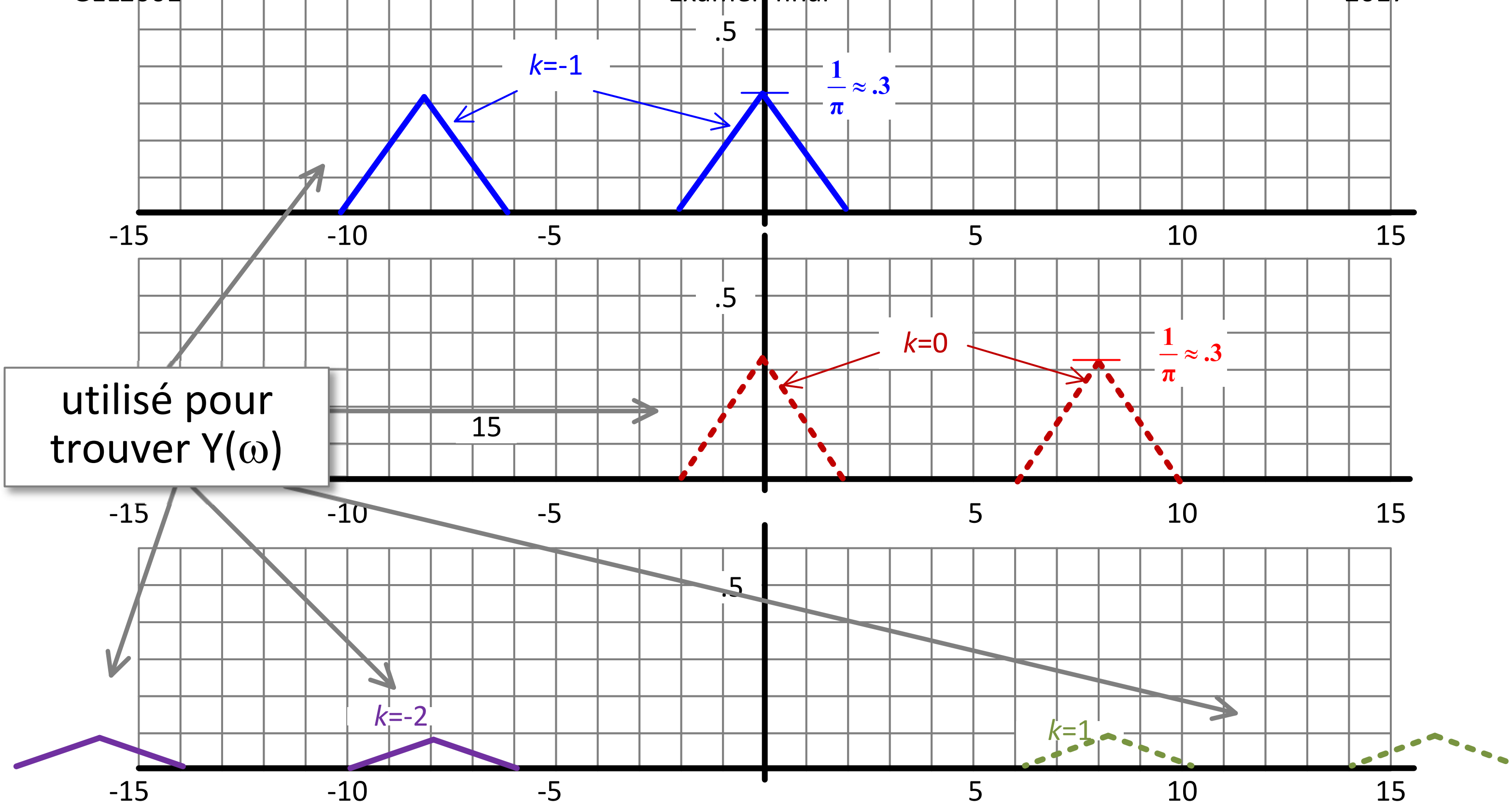
cas 2

Seulement cas 1 a une sortie proportionnelle à l'entrée. Nous voyons que le spectre de cas 2 a été coupé. La fréquence de modulation n'était pas suffisament élevée vis à-vis la largeur de bande.

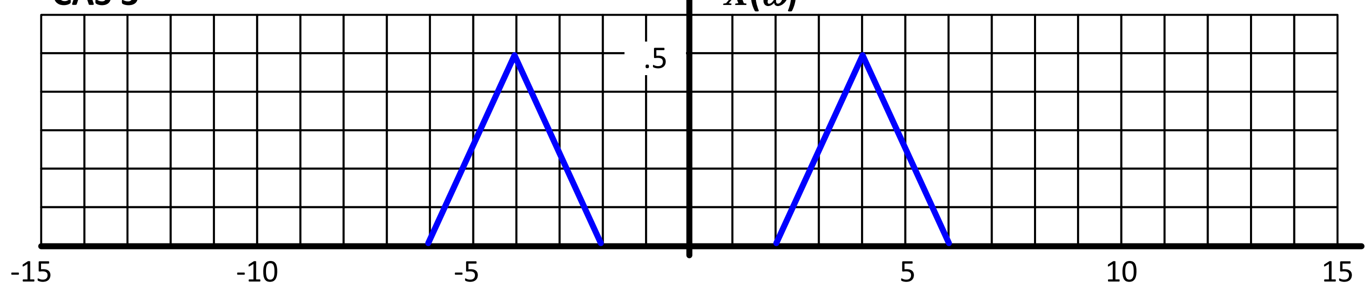
Cas 2



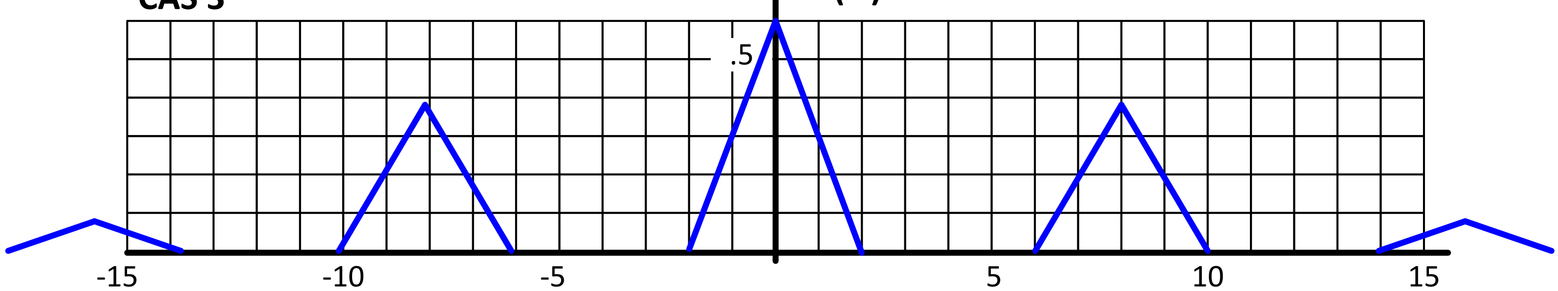
Nous voyons le problème ici. Supposons w_{max} est la fréquence maximale du spectre du signal d'entrée, et w_0 est la fréquence de modulation. Dans cas 2 $w_0 < w_{max}$ $(1 < 2)$, malgre pour cas 1 $w_0 > w_{max}$ $(5 > 2)$. Pour avoir une sortie sans distortion nous exigeons $\underline{\underline{w_0 > w_{max}}}$



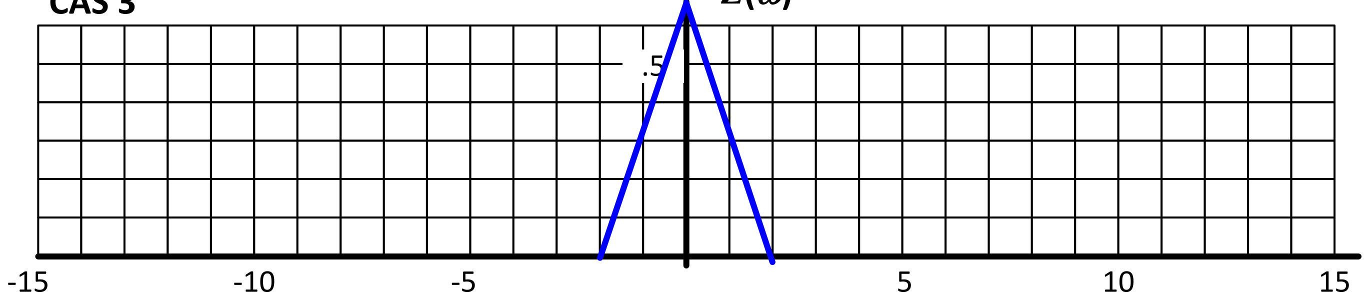
CAS 3



CAS 3



CAS 3



2017 E2 Pr3D

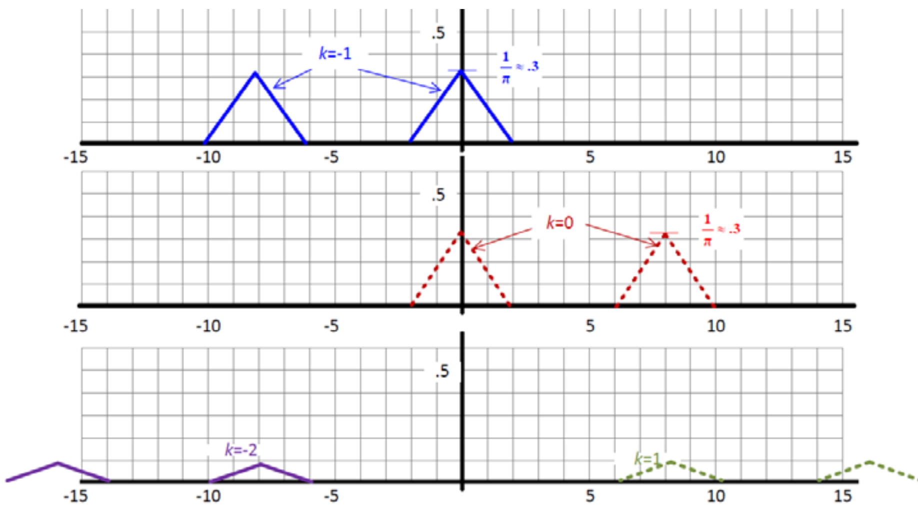
Tuesday, December 19, 2017 10:43 AM

Pour cas 3, la démodulation est faite avec un signal d'horloge $c(t)$, un signal rectangulaire qui varie entre -1 à 1 avec fréquence $\omega_0 = 4$. La transformée de Fourier de $c(t)$ est

$$C(\omega) = 4\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)} \delta\left(\omega - (2k+1)\omega_0\right)$$

Donnez une esquisse des spectres $X(\omega)$, $Y(\omega)$, et $Z(\omega)$ pour cas 3. Utiliser $1/\pi \approx .3$

$$X(\omega) = \frac{1}{2}\,\mathrm{Tri}\left(\frac{\omega-4}{2}\right) + \frac{1}{2}\,\mathrm{Tri}\left(\frac{\omega+4}{2}\right)$$



$$y(t) = x(t)\,c(t) \Rightarrow Y(\omega) = \frac{1}{2\pi} X(\omega) * C(\omega)$$

$$Y(\omega) = \frac{1}{2\pi} X(\omega) * 4 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1} \delta(\omega - (2k+1)\omega_0)$$

$$= \frac{4}{2\pi} \sum \frac{(-1)^k}{2k+1} X(\omega) * \delta(\omega - (2k+1)\omega_0)$$

$$= \sum \frac{2}{\pi} \frac{(-1)^k}{2k+1} X(\omega - (2k+1)\omega_0)$$

$$= \sum \frac{2}{\pi} \frac{(-1)^k}{2k+1} \cdot \left[\frac{1}{2}\,\mathrm{Tri}\,\frac{\omega - 4 - (2k+1)\omega_0}{2} + \frac{1}{2}\,\mathrm{Tri}\,\frac{\omega + 4 - (2k+1)\omega_0}{2}\right]$$

$= \sum \frac{1}{\pi} \frac{}{2k+1} \Big[2$

$$= \sum \frac{1}{\pi}\frac{(-1)^k}{2k+1}\left[\mathrm{Tri}\,\frac{\omega-4-(2k+1)4}{2} + \mathrm{Tri}\,\frac{\omega+4-(2k+1)4}{2}\right]$$

attenuation des copies

position des copies

$k=0$ attenuation $\frac{1}{\pi}\frac{(-1)^0}{2\cdot 0+1} = \frac{1}{\pi} \approx 1/3$

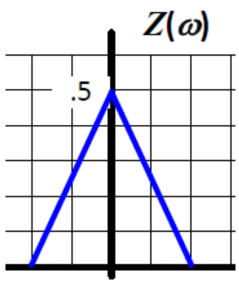
$k=-1$ attenuation $\frac{1}{\pi}\frac{(-1)^{-1}}{2\cdot(-1)+1} = \frac{1}{\pi}\cdot\frac{-1}{1-2} = \frac{1}{\pi} \approx \frac{1}{3}$

etc.

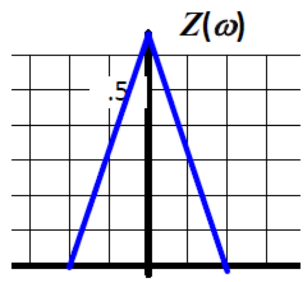
2017 E2 Pr3E

Tuesday, December 19, 2017 10:43 AM

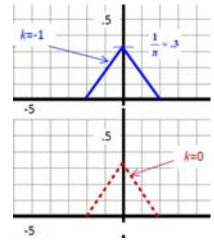
En sachant que $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{(2k+1)^2}=\frac{\pi^2}{8}=1.23=\frac{1}{.81}$, discutez l'efficacité énergétique de cas 1 versus cas 3.



cas 1



cas 3



Pour cas 1 l'hauteur de triangle en bande de base est $\frac{1}{2}$

Pour cas 3 l'hauteur de triangle en bande de base est $2/\pi \approx .6$

Pour discuter l'energie totale nous regardons la pourcentage de l'energie dans le triangle en bande de base.

Pour le cas 1

energie en bande de base $=\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot$ aire de Tri^2

energie hors bande de base $= 2\times\left(\frac{1}{4}\right)^2$ aire de Tri^2

$$\% \text{ en bande de base} = \frac{(1/2)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2+2\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{1/4}{1/4+1/8} = \frac{2}{3} \simeq 67\%$$

Pour le cas 2

energie en bande de base $=\left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \cdot$ aire de Tri^2

energie hors bande de base $= 2\times\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{\pi}\frac{(-1)^k}{2k+1}\right)^2$ aire de Tri^2

energie hors bande de base $= 2 \times \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\pi}\frac{(-1)^k}{2k+1}\right)^2$ aire de Tri

% en bande de base $= \dfrac{\left(\frac{2}{\pi}\right)^2}{\left(\frac{2}{\pi}\right)^2 + \sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{\pi^2}\frac{1}{(2k+1)^2}\right)}$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2k+1}\right)^2 = \frac{\pi^2}{8} \Rightarrow \frac{2}{\pi^2}\sum\frac{1}{(2k+1)^2} = \frac{1}{8}$$

% en bande de base $= \dfrac{(.6)^2}{(.6)^2 + 1/8} = \dfrac{.36}{.36 + .125} = 74.2\%$

Donc la demodulation de cas 3 est plus efficace.