GEL10280: Communications numériques
2002 Examen Final

Mercredi le 1 mai 2002; Durée: 8h30 à 10h20
Deux feuilles de documentation permises; une calculatrice permise

---

Problème 1 (15 points sur 100)

Considérons un code en bloc (24,12) qui peut corriger toutes les erreurs d'un et de deux bits. Nous avons un système BPSK non-cohérent. Le canal a $E_b/N_0 = 10\,\mathrm{dB}$. Notons que pour le BPSK non-cohérent,

$$P_b = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}\frac{E_b}{N_0}}$$

Quel est le taux d'erreur de message pour le système avec et sans codage?
Est-ce que le code peut améliorer la performance (taux d'erreur de message)?
Si non, expliquer pourquoi.

Problème 2 (10 points sur 100)

A. (3 points) Quelles sont les trois caractéristiques désirées d'une séquence d'étalement, soit une séquence pseudo-bruit?

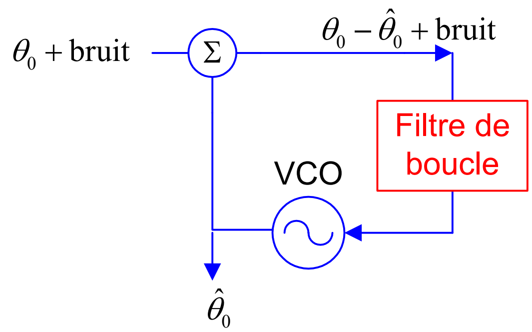
B. (3 points) Quelles sont trois approches pour fournir une référence de phase pour un PLL?

C. (2 points) Qu'est-ce qu'un code parfait? Qu'est-ce qu'un code systématique?

D. (2 points) En quoi la modulation avec codage en treillis (TCM) est-elle supérieure au codage convolutif?

2002 Examen Final

Problème 3 (25 points sur 100)



Voici un graphique d'un PLL linéarisé. Le VCO a un gain *K*. Le filtre de boucle est d'ordre zéro, soit un filtre passe-tout. La phase à l'entrée θ_0 est nulle, mais au temps zéro, la phase saute à un. Le temps d'un symbole est *T*=1 second.

A. (15 points) Trouvez le gain *K* nécessaire pour que la réponse $\hat{\theta}_0$ atteigne 90% de la vraie valeur de la phase avant 10 intervalles de symbole.

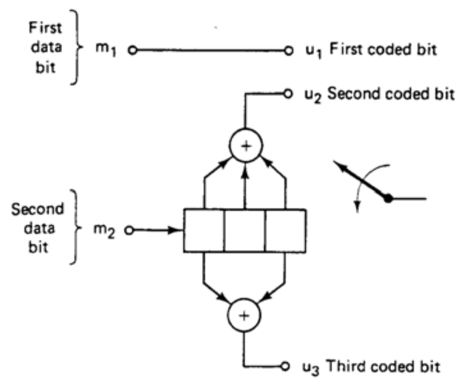
B. (10 points) Quelle est la largueur de bande équivalente du bruit? Quelle est la fréquence 3-dB de la fonction de transfert en boucle fermée (soit la fréquence où le module à diminué à la moitié de sa valeur maximale)?

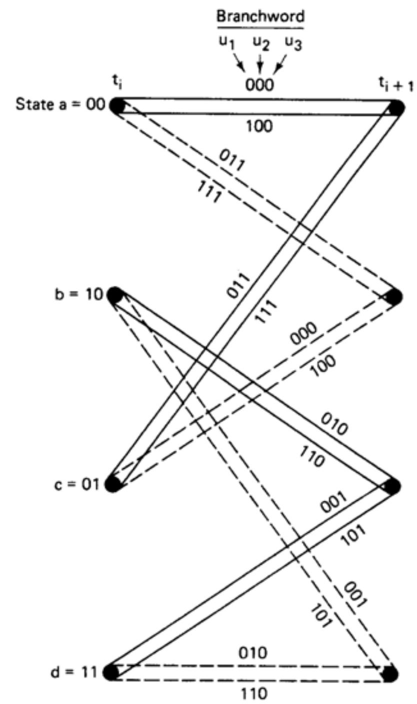
$f(t)$	$F(j\omega)$
$u(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$	$\dfrac{1}{j\omega}$
$\dfrac{1}{\omega_0} u(t)\left[1 - e^{-\omega_0 t}\right]$	$\dfrac{1}{j\omega}\dfrac{1}{j\omega + \omega_0}$
$\dfrac{1}{\omega_0} u(t)\left[t - \dfrac{1 - e^{-\omega_0 t}}{\omega_0}\right]$	$\dfrac{1}{(j\omega)^2}\dfrac{1}{j\omega + \omega_0}$
$1 - \dfrac{e^{-\varsigma\omega_n t}}{\sqrt{1-\varsigma^2}} \sin\left(\omega_n t\sqrt{1-\varsigma^2} + \cos^{-1}\varsigma\right)$	$\dfrac{1}{j\omega}\dfrac{\omega_n^2}{(j\omega)^2 + j\omega 2\varsigma\omega_n + \omega_n^2}$
$\int_{-\infty}^{\infty} \dfrac{dx}{x^2 + a^2} = \dfrac{\pi}{a}$	

GEL10280: Communications numériques

2002 Examen Final

Problème 4 (30 points sur 100)





Supposons que les signaux reçus (décisions souples) dans un canal Gaussien sont (–5, 1, –7, 3). Le transmetteur utilise une modulation 8PAM avec codage en treillis (TCM) décrit par les diagrammes données ci-haut. La correspondance des bits au niveau de modulation est

101	111	110	100	001	011	010	000
−7	−5	−3	−1	1	3	5	7

Il faut trouver le chemin le plus probable dans le diagramme en treillis en utilisant ***des distances Euclidiennes.***

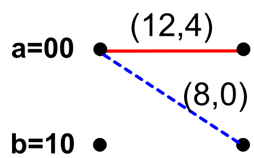
2002 Examen Final

A. (5 points) Remplir le treillis (page jointe) avec les distances Euclidiennes entre les mots de code et le signal reçu pour chaque transition.

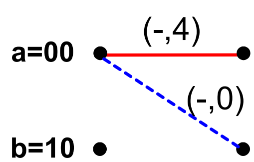
Par exemple, pour le premier intervalle nous avons :

- de l'état **a** vers l'état **a** :
  distance entre –5 et 000 est 12, distance entre –5 et 100 est 4
- de l'état **a** vers l'état **b** :
  distance entre –5 et 011 est 8, distance entre –5 et 111 est 0

et le diagramme est



B. (5 points) Simplifier le treillis des distances de la partie A, en choisissant la distance la plus courte pour les premiers bits de données (les m_1). Utiliser la page jointe. Par exemple, pour le premier intervalle



C. (10 points) Pour les intervalles 2, 3 et 4, calculer les métriques (distances) des deux chemins qui entrent chaque état (page jointe). Indiquer les chemins gagnants pour chaque état à chaque intervalle. La distance Euclidienne est calculée comme

$$d_{\text{chemin}} = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 + \cdots + d_n^2}$$

D. (10 points) Indiquer le chemin le plus probable après le quatrième intervalle. Indiquer les données (m_1 et m_2 pour les quatre intervalles) pour ce chemin gagnant.

2002 Examen Final

Problème 5 (20 points sur 100)

Voici les paramètres d'un système CDMA avec plusieurs longueurs de code (séquences-m) disponibles.

Taux de données : 56kb/s
Longueurs de code : 15, 31, 63
Modulation BPSK, détection cohérente
$E_b/N_0 = 12\,\text{dB}$ pour un système d'un signal
Taux d'erreurs désiré : 10^{-3}
Délai des réflexions (multipath) : .5 μs

Pour un système avec le contrôle de puissance idéal, quel est le nombre maximal d'usagers qui peuvent transmettre simultanément, maintenir le taux d'erreur désiré et éviter l'interférence intersymbole?

γ (dB)	4	5	6	7	8	9	10
$Q\left(\sqrt{2\gamma}\right)$	. 0125	6×10^{-3}	2.4×10^{-3}	$.77\times10^{-3}$	$.19\times10^{-3}$	33×10^{-6}	3.8×10^{-6}

GEL64486: Communications numériques

2002 Examen Final

Extension du problème 3 (10 points sur 125)

Trouvez la réponse $\hat{\theta}_0(t)$ à une rampe, $\Theta(j\omega) = 1/(j\omega)^2$, et l'erreur asymptotique.

Extension du problème 5 (15 points sur 125)

Supposons que le contrôle de puissance n'est pas idéal et que

$$E_b - 3\,\text{dB} \le E_i \le E_b + 3\,\text{dB}$$

où E_i est l'énergie reçue de l'usager i, et E_b est l'énergie reçue nominale pour le canal avec $E_b/N_0 = 12\,\text{dB}$. Quel est le nombre maximal d'usagers qui peuvent transmettre simultanément, maintenir le taux d'erreur désiré et éviter l'interférence intersymbole?