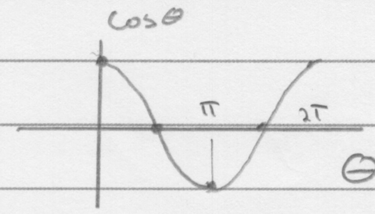
#1 3 Polariseurs $\omega = 2\pi f = 2\pi \times 10^9$ $\eta = 377\Omega$

$\beta = \omega / v_p = 20\pi/3$

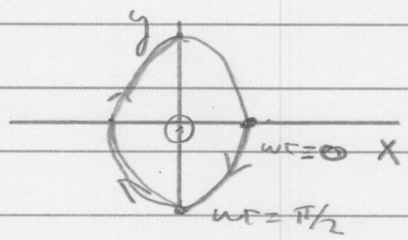
$\tilde{E}_0 = \hat{a}_x + 2j\,\hat{a}_y$

a) <u>État de polarisation</u> $\mathrm{Re}\{(\hat{a}_x + 2j\,\hat{a}_y)e^{j\omega t}\}$



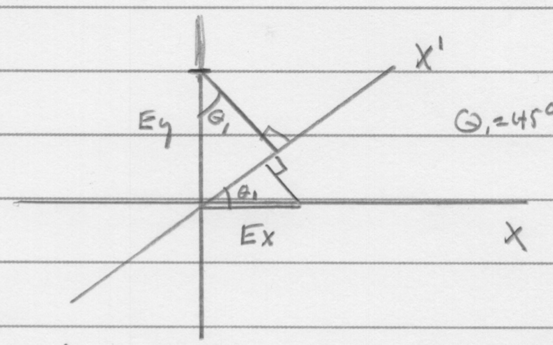
en x : $\cos(\omega t)\,\hat{a}_x$

en y : $\mathrm{Re}\{2e^{j\pi/2}e^{j\omega t}\}\hat{a}_y = 2\cos(\omega t + \pi/2)\hat{a}_y$



<u>Elliptique gauche</u>

b) <u>Champ H après 1er polariseur</u>



Sur l'axe x', on va mesurer

$\bar{E}_{x_0}' = (\bar{E}_x \cos\theta_1 + \bar{E}_y \sin\theta_1)\,\hat{a}_{x'}$

$\hat{a}_{x_1} = \dfrac{\hat{a}_x + \hat{a}_y}{\sqrt{2}}$

$\bar{E}_{x'_0} = [1\cos(45) + 2j\sin(45)]\,\hat{a}_{x'}$

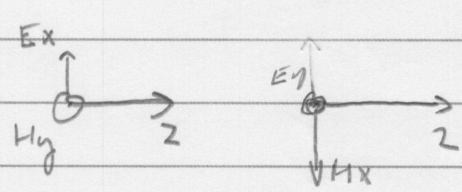
$\bar{E}_{x_0}' = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(1+2j)\hat{a}_{x'} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\dfrac{(1+2j)(\hat{a}_x + \hat{a}_y)}{\sqrt{2}} = \dfrac{1+2j}{2}(\hat{a}_x + \hat{a}_y)$

$1+2j \rightarrow$ module $\sqrt{5}$ phase $\mathrm{atan}(2) = 63.43° = \varphi$

$E_{x'} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{5}\cos(\omega t - \beta z + \varphi)\,\hat{a}_{x'} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}\cos(\omega t - \beta z + \varphi)(\hat{a}_x + \hat{a}_y)$

Valide pour $z\ [1, 2]$ $z = 1.5$ $\varphi = 63.4°$

$H = \dfrac{\sqrt{5}}{\eta}\cos(\omega t - \beta z + \varphi)(-\hat{a}_x + \hat{a}_y)$



c) Après le 1er polariseur, l'état <u>doit</u> être LINEAIRE à 45° p/r à l'axe x.

d) $P_{moy} = \frac{1}{2} Re\{ \bar{E} \times \bar{H}^* \} = \frac{1}{2} \frac{|E|^2}{\eta} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{1}{\eta} = \frac{5}{4 \times 377} \hat{a}_z$

e) 2 polariseurs croisés (à 90°)

$E = 0$, état de polarisation non défini, $P = 0$

f) Avant P_2

$\bar{E}_{12} = \left(\frac{1+2j}{2}\right) (\hat{a}_x + \hat{a}_y) e^{-j\beta z}$ Valide z [1,2]

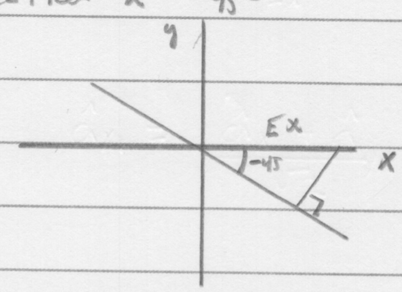
P_2 est selon $\hat{a}_x$, seulement cette composante sera conservée

APRÈS P_2

$\bar{E}_{23} = \frac{(1+2j)}{2} e^{-\beta z} \hat{a}_x$ Valide pour z [2,3]

Le 3e polariseur va prendre la projection à -45°

$\bar{E}_{3oo} = \left(\frac{1+2j}{2}\right) \cos(-45) \left(\frac{\hat{a}_x - \hat{a}_y}{\sqrt{2}}\right)$



$\bar{E}_{3oo} = \left(\frac{1+2j}{4}\right) e^{-j\beta z} (\hat{a}_x - \hat{a}_y)$

$z = 3.5$ $\beta = 20\pi/3$

Problème 2 coupleur 1x3

Ondes émises portent toutes la même puissance

$$|E_1|^2 = |E_2|^2 = |E_3|^2 = |E_{out}|^2$$

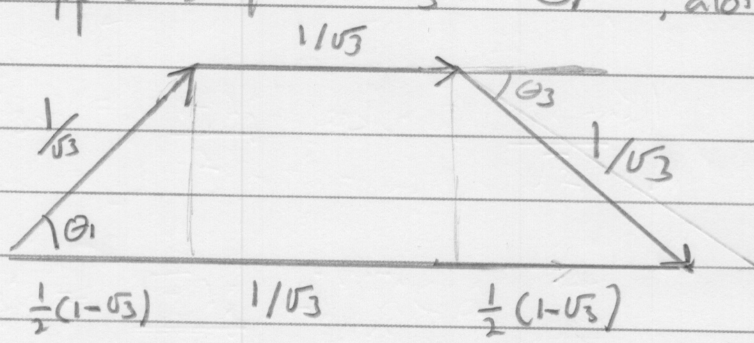
Conservation énergie $\quad |E_{out}|^2 = \dfrac{|E_{in}|^2}{3}$

(on utilise le fait que les ondes ont toutes la même surface)

Continuité des champs $\quad \vec{E}_{in} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$

On a 3 vecteurs de longueur $1/\sqrt{3}$
qui doivent s'additionner pour donner un vecteur de longueur 1

On s'attend à une certaine symétrie
supposons que $\Theta_3 = -\Theta_1$, alors $\Theta_2 = 0$ est-ce que ça marche?



$$\cos(\Theta_1) = \frac{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)}{1/\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1)$$

$\Theta_1 = 68.52°$

$\Theta_2 = 0$

$\Theta_3 = -68.52$

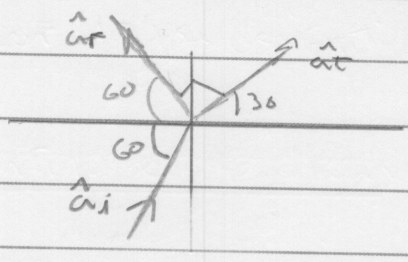
b) Puisque $E_{in} \to E_1$ implique un saut de phase $E_1 \to E_{in}$ doit aussi en impliquer un au moins un (2) autres chemins sont nécessaire, le coupleur doit en réalité être 3x3

Problème 3 incidence à angle de Brewster

a) Brewster $\theta_B = \operatorname{atan}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \operatorname{atan}(\sqrt{3}) = 60°$

b) $n_1 \sin\theta_B = n_2 \sin\theta_t$

$$\sin\theta_t = \frac{\sin 60°}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2} = 30°$$



$\hat{a}_r \perp \hat{a}_t$ 90°

Toujours vrai @ Brewster

$\cos\theta_i = \frac{1}{2}$ $\sin\theta_i = \sqrt{3}/2$

$\cos\theta_t = \sqrt{3}/2$ $\sin\theta_t = 1/2$

c) $$r_{//} = \frac{n_1\cos\theta_t - n_2\cos\theta_i}{n_1\cos\theta_t + n_2\cos\theta_i} = \frac{\sqrt{3}/2 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}/2 + \sqrt{3}/2} = 0$$ ok Brewster

$$\tau_{//} = \frac{2n_1\cos\theta_i}{n_1\cos\theta_t + n_2\cos\theta_i} = \frac{1}{\sqrt{3}/2 + \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.577$$

$$r_\perp = \frac{n_1\cos\theta_i - n_2\cos\theta_t}{n_1\cos\theta_i + n_2\cos\theta_t} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}\sqrt{3}}{2}} = -\frac{1}{2}$$

$$\tau_\perp = \frac{2n_1\cos\theta_i}{n_1\cos\theta_i + n_2\cos\theta_t} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} = \frac{1}{2}$$

d) on cherche H transmis

$$\bar{E}_i = \left(\frac{\hat{a}_x}{2} - \frac{\sqrt{3}\,\hat{a}_z}{2} + \hat{a}_y\right) e^{-jB_1[x\sin\theta_B + z\cos\theta_B]}$$

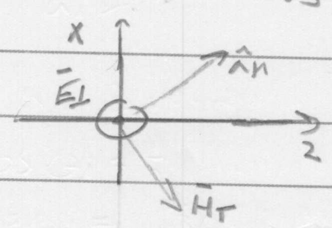
$$= (\bar{E}_{io\parallel} + \bar{E}_{io\perp})\, e^{-jB_1[x\sin\theta_B + z\cos\theta_B]}$$

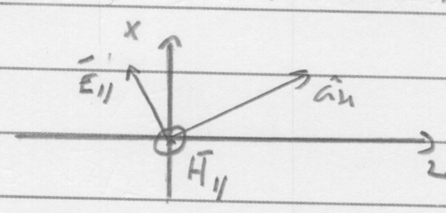
$\bar{E}_{io\parallel}$

$$\bar{E}_t = \underbrace{(\tau_\parallel \bar{E}_{io\parallel} + \tau_\perp \bar{E}_{io\perp})}_{\bar{E}_{to}}\, e^{-jB_2[x\sin\theta_t + z\cos\theta_t]}$$

$\bar{E}_{to}$ selon: $+\hat{a}_y$ $(\perp)$; $+\hat{a}_x, -\hat{a}_z$ $(\parallel)$

$$\bar{E}_{to} = \left(\frac{\hat{a}_y}{2} + \frac{\hat{a}_x}{2\sqrt{3}} - \frac{\hat{a}_z}{2}\right)$$





$$\hat{a}_n = \sin\theta_t\,\hat{a}_x + \cos\theta_t\,\hat{a}_z = \hat{a}_x/2 + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{a}_z$$

$\bar{H}_{to}$ on s'attend selon $+\hat{a}_z$ et $-\hat{a}_x$ $(\perp)$ et $+\hat{a}_y$ $(\parallel)$

$$\bar{H}_{to} = \frac{1}{\eta_2}\,\hat{a}_n \times \bar{E}_{to} = \frac{1}{\eta_2}\begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1/2\sqrt{3} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{vmatrix}$$

$(\parallel)$ $(\perp)$

$$\bar{H}_{to} = \frac{1}{\eta_2}\left[\hat{a}_y \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{\hat{a}_z}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}\hat{a}_x + \frac{\hat{a}_y}{4}\right] = \frac{1}{\eta_2}\left(\frac{\hat{a}_y}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}\hat{a}_x + \frac{\hat{a}_z}{4}\right)$$

$$H_{to} = \frac{1}{\eta_2}\left(\frac{\hat{a}_y}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}\hat{a}_x + \frac{\hat{a}_z}{4}\right)\cos(\omega t - \beta_2[x\sin\theta_t + z\cos\theta_t])$$

$\lambda_1 = 628.32$ nm

$f = c/\lambda = 477$ THz

$\lambda_2 = v_p/f = c/n_2 f = \lambda_1/n_2 = \frac{628.32}{\sqrt{3}}$ nm

$\eta_1 = 377\ \Omega$

$\eta_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}}\eta_1 = \frac{\eta_1}{\sqrt{3}}$

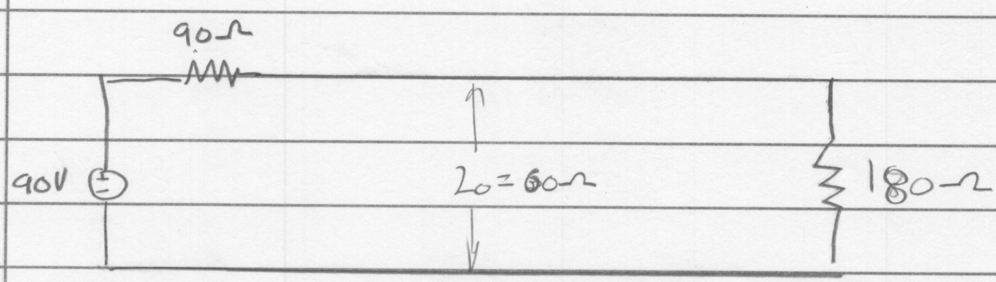
$\sin\theta_t = 1/2 \quad \cos\theta_t = \sqrt{3}/2$

$\omega = 2\pi \times 477$ THz $= 3\times10^{15}$ rad/s

$\beta_2 = 2\pi/\lambda_2 = \frac{2\pi\sqrt{3}}{\lambda_1} = 10\sqrt{3}\times10^6$

$\eta_2 = 217\ \Omega$

Problème 4



La tension à l'entrée de la ligne à $t = 0^+$

$$V^+ = 90 \times \frac{60}{60+90} = 36\,V$$

Tension en régime permanent

$$V^\infty = 90 \times \frac{180}{90+180} = 60\,V$$

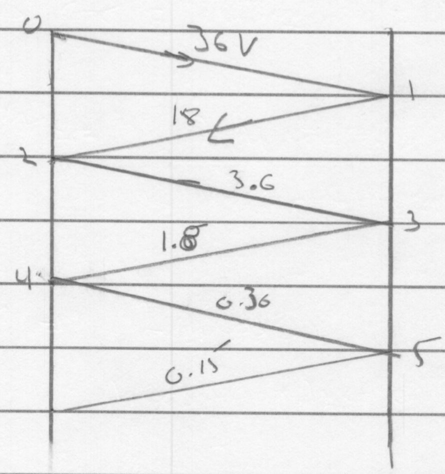
Réflexion charge

$$\Gamma_{oc} = \frac{180-60}{180+60} = \frac{1}{2}$$

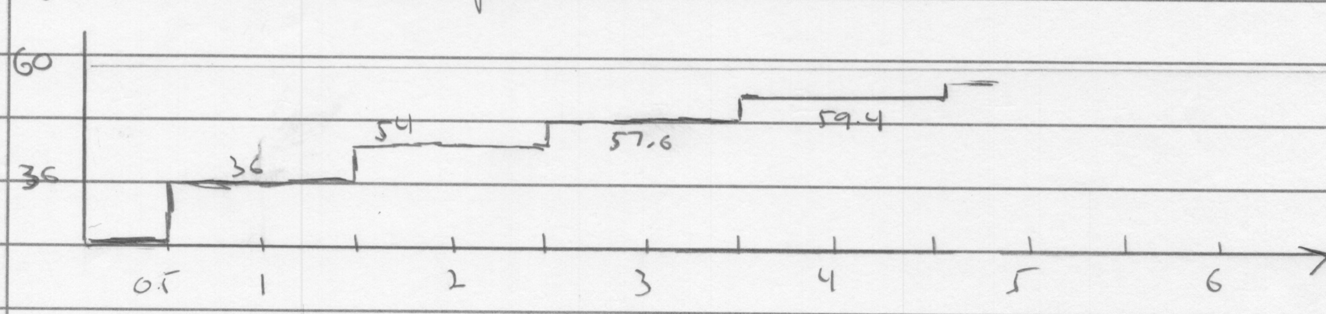
Réflexion source

$$\Gamma_{os} = \frac{90-60}{90+60} = \frac{1}{5}$$

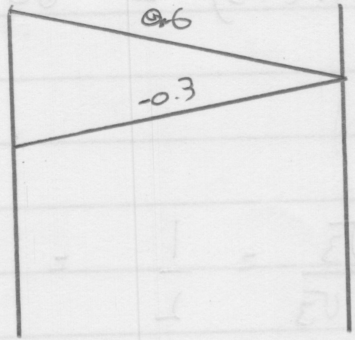
a)



b) au milieu de la ligne délai → 0.5 ms



c) courant à 1.2 ms

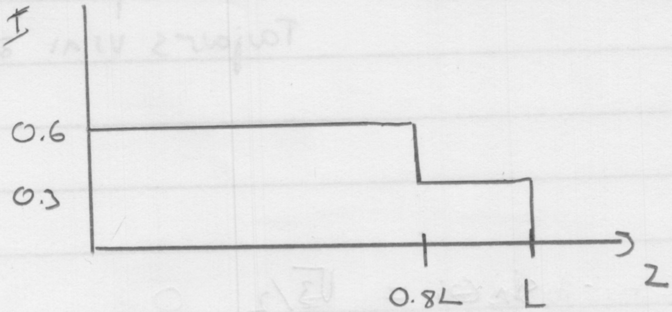


Courant initial sur la ligne

$$I^+ = \frac{V^+}{Z_0} = \frac{36}{60} = 0.6A$$

Réflexion courant $\frac{1}{2}$

mais $I^- = -\frac{V^-}{Z_0}$



en 1 ms → propagation L

+ 0.2 ms → propagation 0.2L