



UNIVERSITÉ
LAVAL

Faculté des sciences et de génie
Département de génie des mines,
de la métallurgie et des matériaux

Document pédagogique interactif d'aide à la résolution de
l'examen du mardi 11 octobre 2007

Matériau de l'ingénieur
GML-10463

Ce document a été rédigé par Frédéric Couët et Sébastien Meghezi à la session d'automne 2008 à partir des examens du cours Matériau de l'Ingénieur de la session d'automne 2007.

1. Avez-vous ce qu'il faut pour résoudre cet examen mémorable du mardi 11 octobre 2007 ?

Bonne chance et bonne étude !

*Instructions*

Voici la démarche à suivre afin de bénéficier au mieux de tous les apports pédagogiques de ce document.

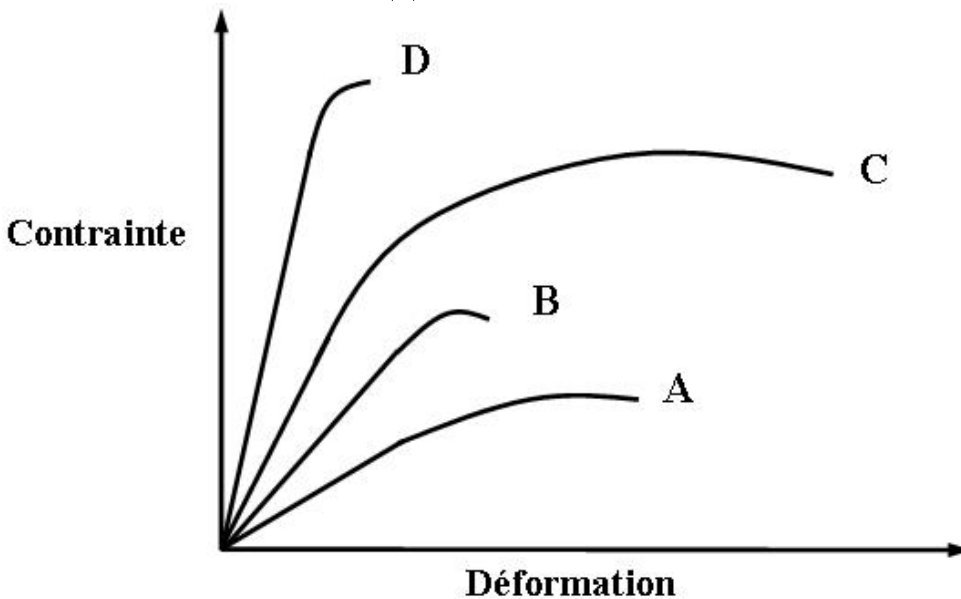
Dans une première partie, vous trouverez l'ensemble de l'énoncé de l'examen.

Pour chaque problème rencontré, il est recommandé d'essayer de le résoudre en ayant le livre comme seul outil. Pour certains problèmes, vous trouverez des jeux-questionnaires ou des questions ouvertes. Pour participer au jeux-questionnaires (et donc vous amuser en apprenant !) vous devez cliquer sur « Débuter le quiz ». Vous pouvez ensuite sélectionner vos réponses, puis cliquer sur « Terminer le quiz ». Votre note sera alors affichée et vous pourrez cliquer sur « Réponses » pour obtenir les corrections. De la même façon, inscrivez vos réponses dans les rectangles noirs tout au long du document et tapez « Entrer ». Le rectangle devient vert lorsque la réponse est exacte et rouge si elle est fausse.

Chaque problème présent dans ce document est construit selon le même principe. En cliquant sur le numéro du problème, vous serez redirigés vers la deuxième partie de ce document qui correspond à la correction complète du problème. Cette correction n'est pas exhaustive, mais comporte l'ensemble des éléments de réponse attendus. A la fin de chaque correction, une flèche vous ramènera à l'énoncé du problème en question.

Bonne pratique !

Problème 1.1. On vous remet les quatre courbes de traction suivantes obtenues par des essais de traction sur quatre (4) matériaux inconnus :



Indiquez par sa/ses lettre/s la/les courbe/s qui correspond/ent à chaque matériau inscrit dans le tableau ci-dessous :

Débuter le quiz

1. Quel est le matériau le plus rigide ?

- (a) A (b) B (c) C (d) D

2. Quel est le matériau le plus ductile ?

- (a) A (b) B (c) C (d) D

3. Quel est le matériau le plus dur ?

- (a) A (b) B (c) C (d) D

4. Quel est le matériau montrant probablement une striction ?

- (a) A (b) B (c) C (d) D

5. Quel est le matériau qui présente le plus grand retour élastique ?

- (a) A (b) B (c) C (d) =0 D

Terminer le quiz

Problème 1.2. Vous effectuez un essai de traction jusqu'à la rupture et vous vous questionnez si la fracture est de type fragile et/ou ductile.

Décrivez trois (3) paramètres qui pourraient vous aider à répondre.

Paramètre 1 :

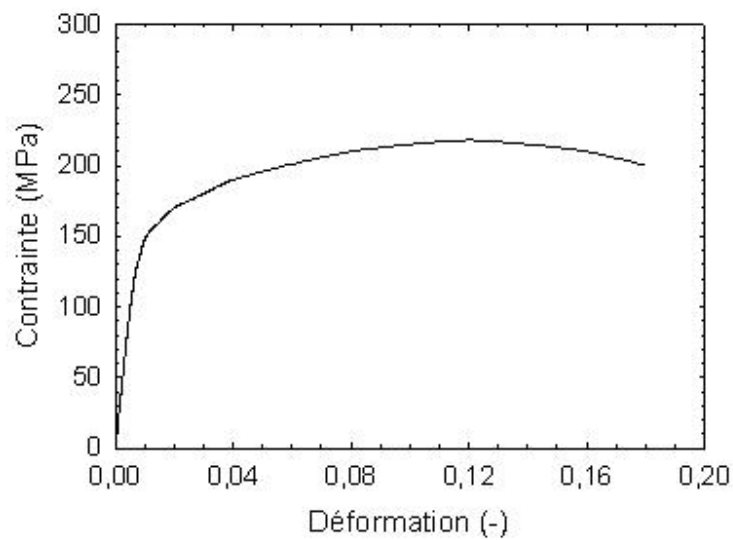
Paramètre 2 :

Paramètre 3 :

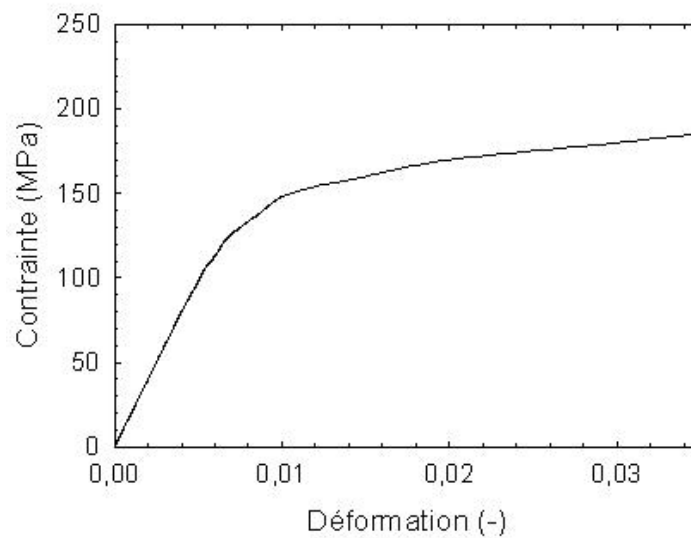
Problème 1.3.

Vous effectuez un essai de traction sur une éprouvette cylindrique de 8 mm de diamètre et de 275 mm de longueur. Déterminez le module élastique, la limite conventionnelle d'élasticité, la résistance à la traction et l'allongement à la rupture de ce matériau.

Essai de traction



Essai de traction (agrandi)



Problème 1.4. Après avoir appliqué une force de 15 kN sur une éprouvette identique à celle de la question ~~2A~~₁, vous relâchez la tension. Déterminez l'allongement final de l'éprouvette de traction. Justifiez votre réponse.

Problème 1.5. Des fils de divers matériaux sont disponibles pour supporter une masse de 100 kg. Les caractéristiques mécaniques des trois fils sont les suivantes :

	Fil 1	Fil 2	Fil 3
Matériau	Acier	Alliage de titane	Alliage d'aluminium
$Re_{0.2}$ (MPa)	950	600	250
R_m (MPa)	1300	1100	450
E (GPa)	205	127	70
ρ (g/cm ³)	7.84	4.5	2.7
Diamètre (mm)	1.5	2	3
Prix (\$/tonne)	1300	3000	1500



Notes : les textes troués accompagnant les questions sont placés à titre d'indices. La solution à la question demande une démarche complète appuyée par des calculs.

A) Quel fil est le plus sécuritaire ? Justifiez votre réponse.

Selon moi, le fil le plus sécuritaire est le fil numéro _____ ,
car le _____ définit comme le rapport de la _____
sur la _____ y est plus
grand.

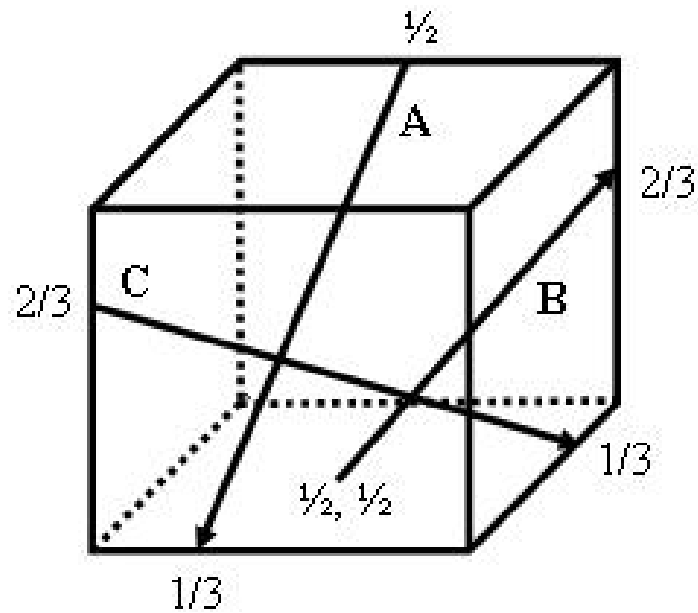
B) Quel fil est le plus élastique ? Pourquoi ?

Le _____ et la _____ sont
deux indices de l'élasticité d'un matériaux. Grâce à la loi de Hooke, il me permettent de
calculer la _____ élastique que peut subir un matériau. À
cet égard, le fil le plus élastique est le fil # _____ .

C) Vous envisagez de fabriquer des plaques pour recouvrir les ailes d'un avion de ligne. Quel matériau privilégieriez-vous ? Pourquoi ?

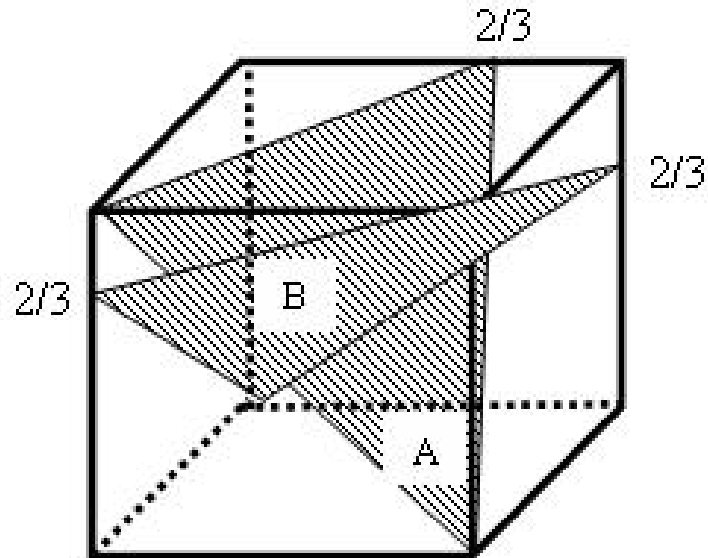
Le matériau à privilégier est le matériau # . Pour recouvrir les ailes d'un avion, on veut un matériau avec une faible . Le matériau doit se déformer dans le domaine élastique, on veut donc une élevée.

Problème 1.6. Déterminez les indices des directions cristallographiques illustrées dans le cube suivant.



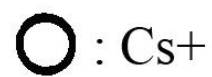
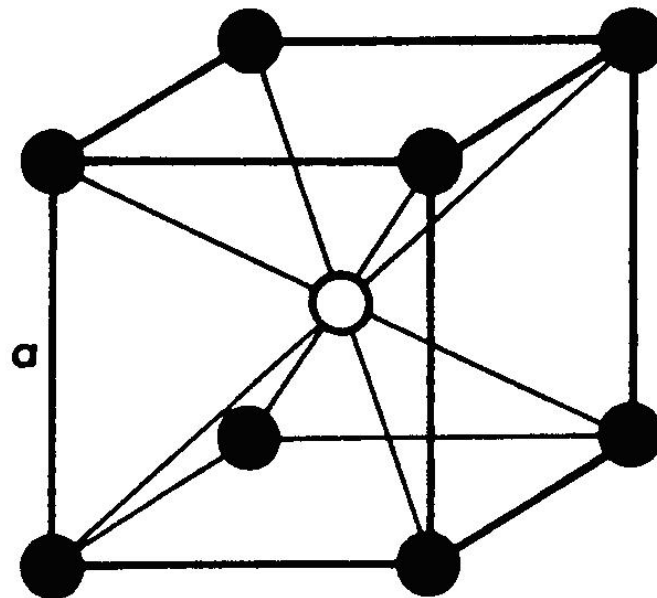
Directions	Directions cristallographiques
A	
B	
C	

Problème 1.7. Déterminez les indices de Miller des plans illustrés dans le cube suivant.



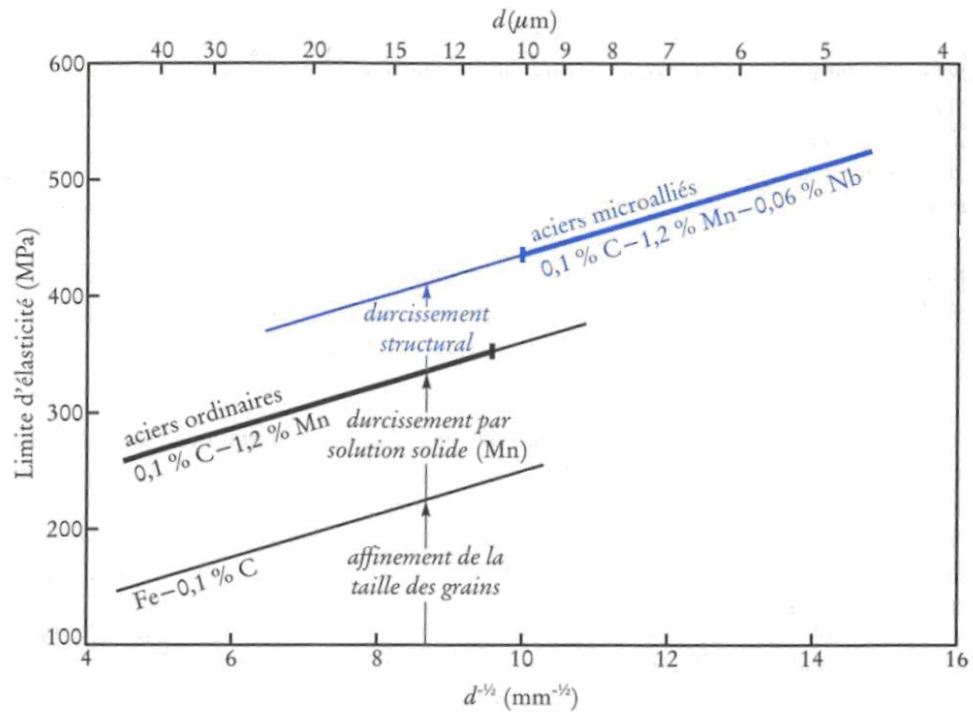
Plans	Indices de Miller
A	
B	

Problème 1.8. Estimez la masse volumique en g/cm³ et la compacité d'un cristal parfait de CsCl.



Problème 1.9.

Vous avez entre les mains une pièce d'acier à faible taux de carbone ($\text{Fe} + 0,1\% \text{C}$).



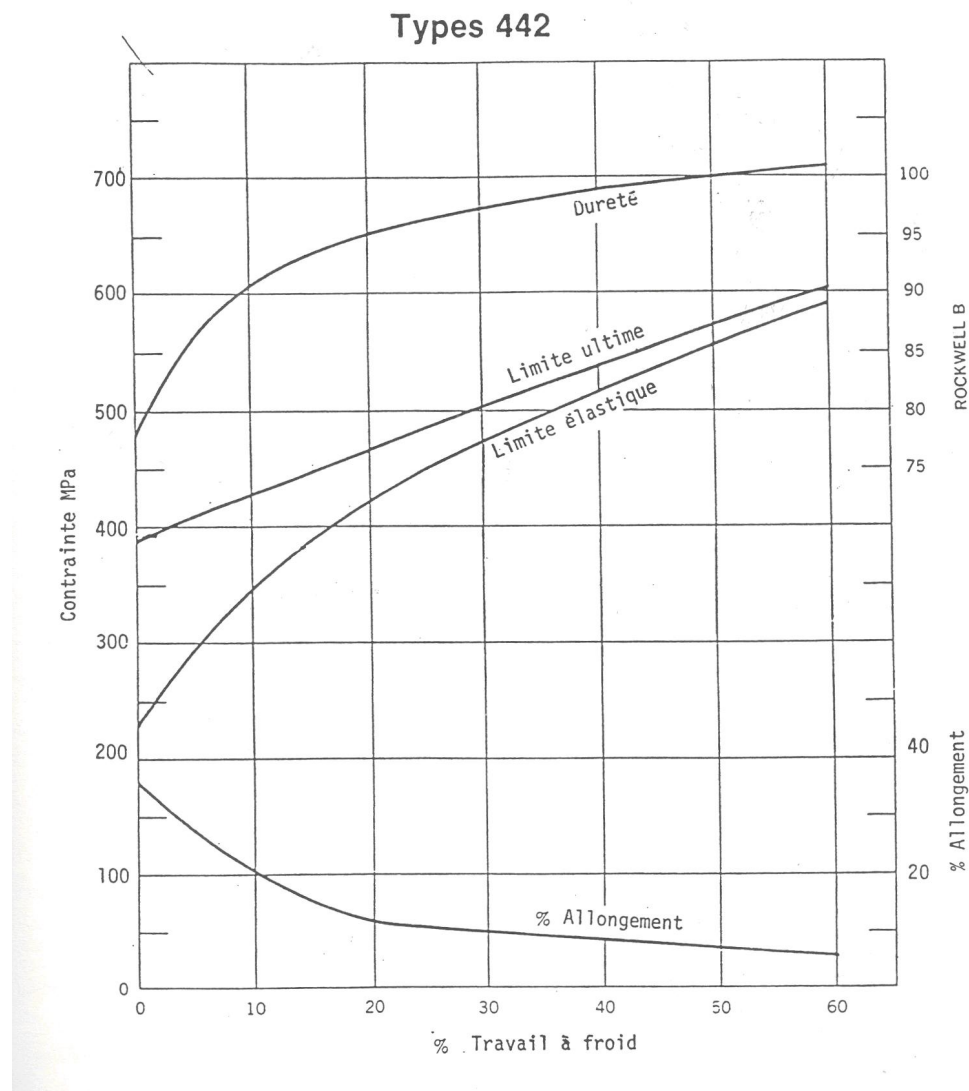
Que montre le graphique ci-dessus ? Que pouvez-vous conclure concernant l'acier que vous avez entre les mains ? Justifiez.

Problème 1.10.

On ajoute 0.6 % de manganèse (Mn) à cet acier, quelle sera la valeur de sa limite d'élasticité $Re_{0,2}$ pour un grain de 8 mm ? On considère que l'influence d'une addition de Mn sur la limite d'élasticité est proportionnelle au pourcentage de Mn ajouté.

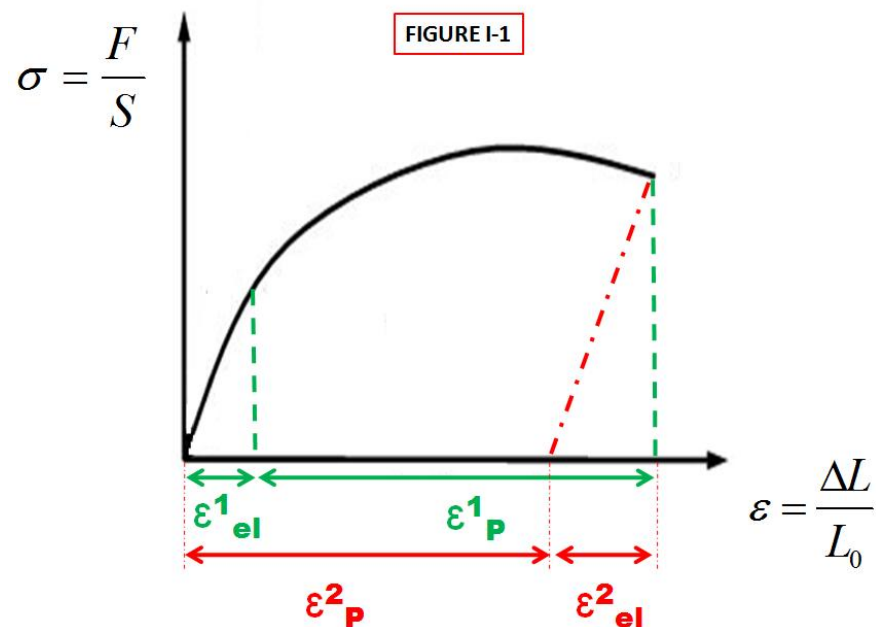
Problème 1.11.

Le graphique ci-dessous donne les caractéristiques mécaniques d'un acier inoxydable 442 en fonction du pourcentage d'écrouissage (travail à froid). On veut fabriquer des tiges de 0.5 cm de diamètre dont la résistance doit être supérieure à 500 MPa, la dureté supérieure à 95 RB et la limite élastique inférieure à 500 MPa. L'alliage est reçu sous la forme de tiges de 1 cm de diamètre et de dureté de 95 RB. L'usine ne peut que faire du travail à froid et du recuit. De plus, pour des raisons de résistance à l'usure des matrices de tréfilage, la dureté des tiges ne doit pas dépasser 100 RB. Établissez le nombre de procédures à suivre en minimisant le nombre d'étapes afin de réduire les coûts.



Solutions aux Exercices

Problème 1.1.



Le matériau le plus rigide correspond au matériau qui possède le module élastique (E) le plus grand, soit la plus grande pente de la partie linéaire de la courbe $\sigma - \epsilon$.

Le matériau le plus ductile est le matériau qui subit la déformation plastique ϵ_P la plus importante.

Il est un peu plus délicat de déterminer lequel des matériaux est le plus dur car aucune valeur d'essai de dureté n'a été donnée (voir les essais de Rockwell, de Brinell, de Knoop et Vickers décrits à la section 6.10 du livre). Etant donné que la dureté est relative à la taille de la marque laissée par un indenteur de petite taille soumis à une force de compression constante, un matériau sera d'autant plus dur qu'il est difficile de le déformer de manière plastique. A l'aide des courbes de traction qui nous sont fournies, on estimera que le matériau le plus dur est celui qui a à la fois la limite élastique $R_{e0.2}$ la plus élevée et la déformation élastique la plus importante.

Le phénomène de striction s'observe lorsque la contrainte à appliquer sur le matériau pour l'étirer diminue suite à la diminution de la surface de sa section. Ceci se traduit par une inversion de la pente à la courbe $\sigma - \epsilon$ après le point M (voir figure I-2 pour un matériau ductile).

Le plus grand retour élastique (après rupture) :

Question subtile ! Il faut distinguer le retour élastique de la déformation élastique. La déformation élastique correspond au domaine de déformations pour lesquelles le matériau retrouve ses dimensions initiales après relâchement de la contrainte (ϵ_{el}^1). Le retour élastique désigne la déformation correspondant à la légère rétraction du matériau juste après sa rupture (ϵ_{el}^2). Celle-ci est fonction de l'histoire des contraintes mécaniques, thermiques,... imposées au matériau.



Problème 1.2.

Avant de se briser, il y aura apparition d'une striction dans un matériau ductile.

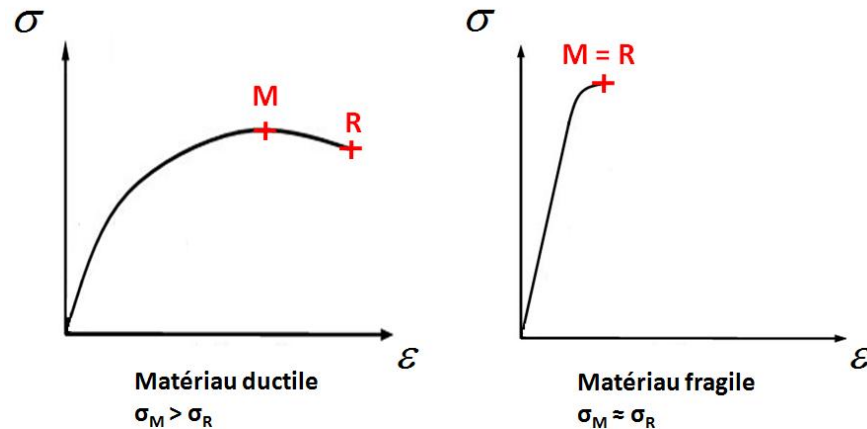
Lors d'un test en traction, il est possible de déterminer la nature d'un matériau :

1) Par une analyse graphique, on peut noter l'absence de déformation plastique dans la courbe $\sigma - \epsilon$ du matériau fragile (voir figure I-2)

Un matériau ductile présentera, après rupture, une déformation plastique importante, contrairement au matériau fragile pour lequel la déformation plastique sera très faible, voire inexistante.

En pratique, on considérera qu'un matériau est fragile s'il a subi une déformation à la rupture inférieure à 5%.

FIGURE I-2



2) Par le suivi visuel de la déformation du matériau au cours du test en traction, on assistera à un phénomène de striction désignant l'apparition d'un amincissement de la section résistante du matériau ductile suite à des concentrations de contrainte.

3) L'observation de l'état de surface du matériau étudié peut également donner des informations quant à sa nature. Un matériau subissant une rupture ductile aura une surface de rupture paraissant fibreuse (matte) ou semblant résulter d'un cisaillement tandis que le matériau subissant une rupture fragile présentera un faciès de rupture ayant une texture granulaire (brillante) ou semblant résulter d'un clivage (pour plus de détails, relisez la section 8.6 du livre).

Remarque :

Le type de liaisons chimiques constituant le matériau oriente le type de rupture que subira un matériau. Un matériau présentant des liaisons à prédominance ionique ou covalente sera plutôt fragile du fait du caractère dirigé de ce type de liaisons, alors que la prédominance métallique confèrera au matériau un caractère plus ductile du fait de la nature isotropique de ce genre de liaisons (pour plus de détails, relisez la section 2.6 du livre sur les différents types de liaisons chimiques).

La configuration cristallographique (CFC→ductile), la taille des grains, la présence d'impuretés sont aussi des indicateurs de la ductilité-fragilité d'un matériau (pour plus de détails, relisez la section 8.6 du livre).

**Problème 1.3.**

Le module élastique correspond à la valeur de la pente de la tangente à la courbe $\sigma - \epsilon$ en son origine :

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\epsilon_2 - \epsilon_1} \quad (1)$$

Afin de calculer la valeur de cette pente, considérons les coordonnées des deux points suivants (on aurait pu en choisir d'autres) :

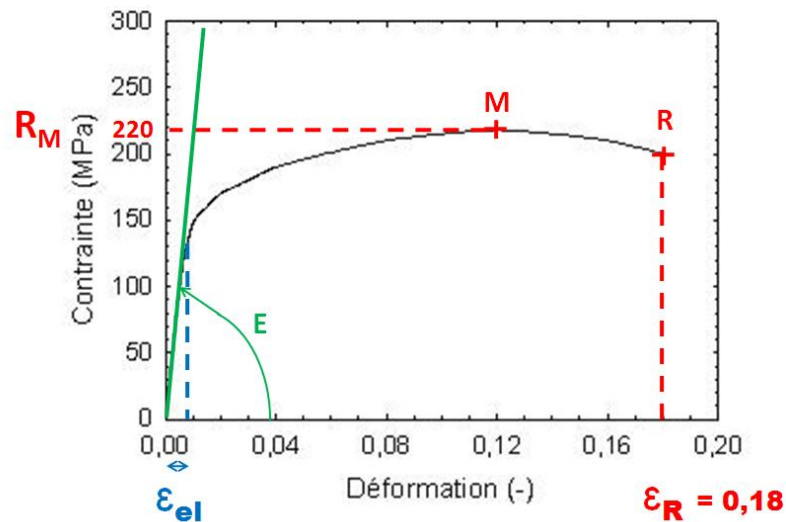
Point 1 : (0,0)

Point 2 : (0.0125, 250)

$$E = \frac{250 - 0}{0.0125 - 0} = 20 \text{ GPa} \quad (2)$$

Résistance à la traction : La R_m correspond à la contrainte maximale à laquelle l'éprouvette résiste. Sur la figure I-3, elle est mise en évidence par le point M.

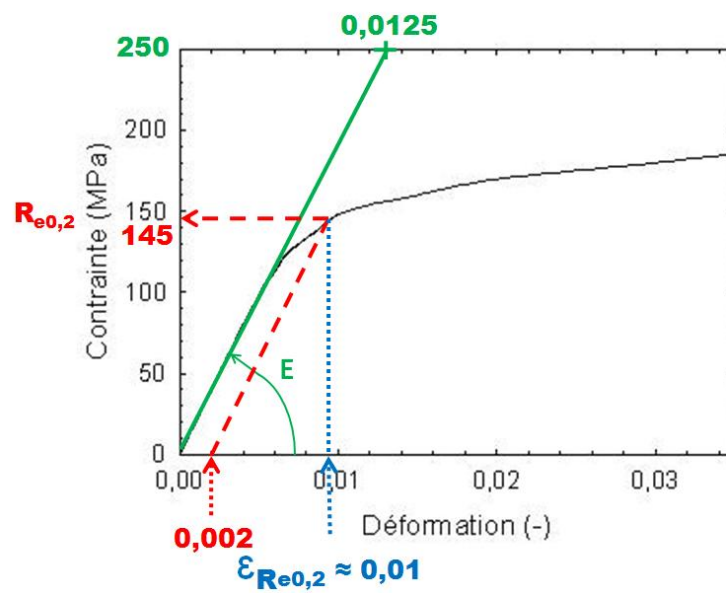
FIGURE I-3



$$R_m = 220 \text{ MPa} \quad (3)$$

Calcul de la limite conventionnelle d'élasticité : Pour trouver la $R_{e0,2}$, il faut tracer une droite parallèle à la région élastique décalée de 0.2%, soit 0.002 en terme de déformation. On obtient : $R_{e0,2} = 145$ MPa (Voir figure I-4).

FIGURE I-4



Allongement à la rupture : Sur le graphique, nous pouvons lire la valeur de la déformation à la rupture ϵ_R donnée par l'abscisse du point R (Figure I-3) :

$$\epsilon_R = 0,18 \quad (4)$$

Attention !! Il est important de distinguer les termes « déformation à la rupture » et « allongement à la rupture ». Le premier est un nombre sans dimension alors que le second a la dimension d'une longueur.

Au moment de la rupture, l'allongement à la rupture Δl_R (allongement élastique + plastique) se calcule à l'aide des relations suivantes :

$$\epsilon_R = 0.18 = \frac{\Delta l_R}{l_0} \rightarrow \Delta l_R = 0.18 l_0 = 49.5 \text{ mm}. \quad (5)$$



Problème 1.4.

$$F = 15 \times 10^3 \text{ N}.$$

$$\sigma = \frac{F}{S_0} = \frac{15 \times 10^3}{\left[\frac{\pi(0.008)^2}{4} \right]} \frac{N}{m^2} = 298 \text{ MPa}. \quad (6)$$

298 MPa est une contrainte plus grande que la limite ultime de l'échantillon. Il y aura donc rupture. Contrairement à la question c), il faudra ici considérer le retour élastique du matériau après sa rupture.

Juste après la rupture, il ne faudrait plus considérer que la déformation plastique, et l'allongement final de l'éprouvette après sa rupture est alors donnée par :

$$\epsilon = 0.18 - \epsilon_{Re0.2} = 0.18 - 0.01 = 0.17 \quad (7)$$

$$\Delta l_R^{ap} = 0.17 l_0 = 46.75 \text{ mm} \quad (8)$$



Remarque :

~~La longueur finale de l'éprouvette que l'on mesurerait après sa rupture serait de :~~

$$l_{\text{finite}} = l_0 + \Delta l_R^{ap} = 321.75 \text{ mm}. \quad (9)$$



Problème 1.5.

A)

Le terme «sécuritaire» signifie que lorsque la masse de 100 kg sera fixée au fil, celui-ci ne se déformera pas de manière plastique, ce qui mènerait à plus ou moins long terme à sa rupture. Il faut donc connaître la contrainte qui sera appliquée par la masse en fonction des dimensions du fil. Cette contrainte appliquée σ_{Appl} doit être inférieure à la limite élastique $R_{e0.2}$. Ainsi, la force générée par une masse de 100 kg est donnée par :

$$F = 100 \times 9.81 \frac{kg \times m}{s^2} = 981 \text{ N} \quad (10)$$

Ce qui correspond à une contrainte appliquée :

$$\sigma_{Appl_i} = F_i / (r^2 \pi) \quad (11)$$

Soit pour le fil 1 :

$$\sigma_{Appl_1} = \frac{981}{0.00075^2 \pi} = 555 \text{ MPa} \quad (12)$$

Pour le fil 2 :

$$\sigma_{Appl_2} = \frac{981}{0.001^2 \pi} = 312 \text{ MPa} \quad (13)$$

Pour le fil 3 :

$$\sigma_{Appl_3} = \frac{981}{0.0015^2 \pi} = 139 \text{ MPa} \quad (14)$$

On définit un indice de performance IP maximisant la limite élastique par rapport au module d'Young :

$$IP_i = \frac{Re_{0.2_i}}{\sigma_{Appl_i}} \quad (15)$$

Soit pour le fil 1 :

$$IP_1 = \frac{950}{555} = 1.71 \quad (16)$$

Pour le fil 2 :

$$IP_2 = \frac{600}{312} = 1.92 \quad (17)$$

Pour le fil 3 :

$$IP_3 = \frac{250}{139} = 1.81 \quad (18)$$

Selon les critères que nous avons considérés, le fil 2 est le plus sécuritaire car il possède la plus grande limite élastique par rapport à la contrainte appliquée.

B)

Dans le domaine élastique, le matériau suit la loi de Hooke. Pour déterminer quel matériau est le plus élastique, on cherche le matériau qui présente la plus grande déformation élastique :

$$\sigma = E\epsilon \quad (19)$$

$$\epsilon_E = \frac{Re_{0.2}}{E} \quad (20)$$

Fil 1 :

$$\epsilon_E = \frac{950 \times 10^6}{205 \times 10^9} = 0.463\% \quad (21)$$

Fil 2 :

$$\epsilon_E = \frac{600 \times 10^6}{127 \times 10^9} = 0.472\% \quad (22)$$

Fil 3 :

$$\epsilon_E = \frac{250 \times 10^6}{70 \times 10^9} = 0.357\% \quad (23)$$

Le fil 2, car il possède une déformation élastique plus élevée que les deux autres.

C)

La réalisation d'une aile d'avion nécessite l'utilisation d'un matériau qui soit léger et possédant une limite élastique élevée (l'aile doit pouvoir se déformer, mais élastiquement).

Ceci peut se mettre en équation en créant un indice de performance (IP) de la manière suivante :

$$IP = \frac{Re_{0.2}}{\rho} \quad (24)$$

Soit pour le fil 1 :

$$IP = \frac{950}{7.84} = 121 \quad (25)$$

Pour le fil 2 :

$$IP = \frac{600}{4.5} = 133 \quad (26)$$

Pour le fil 3 :

$$IP = \frac{250}{2.7} = 92.6 \quad (27)$$

Selon cet indice de performance considéré, l'alliage de titane présente donc les propriétés mécaniques les plus adéquates pour l'application recherchée.



Remarque :

Pour ce genre de questions, il n'existe pas de réponse unique, l'important étant d'être capable justifier le choix des paramètres pris en compte et que l'expression mathématique de l'indice de performance soit en accord avec l'explication.

On pourrait considérer que la rigidité est un paramètre très important à considérer, on peut alors lui affecter un exposant 2. De plus, on pourrait introduire un facteur qui n'est pas négligeable pour application aéronautique : le coût (P). On peut cependant considérer que ce critère n'a pas une importance majeure par rapport aux deux autres critères, on lui affectera un exposant 0,5. L'indice de performance s'exprimera donc de la manière suivante :

$$IP = \frac{\text{Rigidité}^2}{\text{Densité} \times \text{Coût}^{1/2}} \times \text{Déformation élastique} \quad (28)$$

$$IP = \frac{E^2}{(\rho \times \sqrt{P})} \times Re_{0.2}/E \quad (29)$$

Soit pour le fil 1 :

$$IP = 689 \quad (30)$$

Pour le fil 2 :

$$IP = 309 \quad (31)$$

Pour le fil 3 :

$$IP = 167 \quad (32)$$

Selon ce nouvel indice de performance considéré, l'acier présente les propriétés mécaniques les plus adéquates pour l'application recherchée.

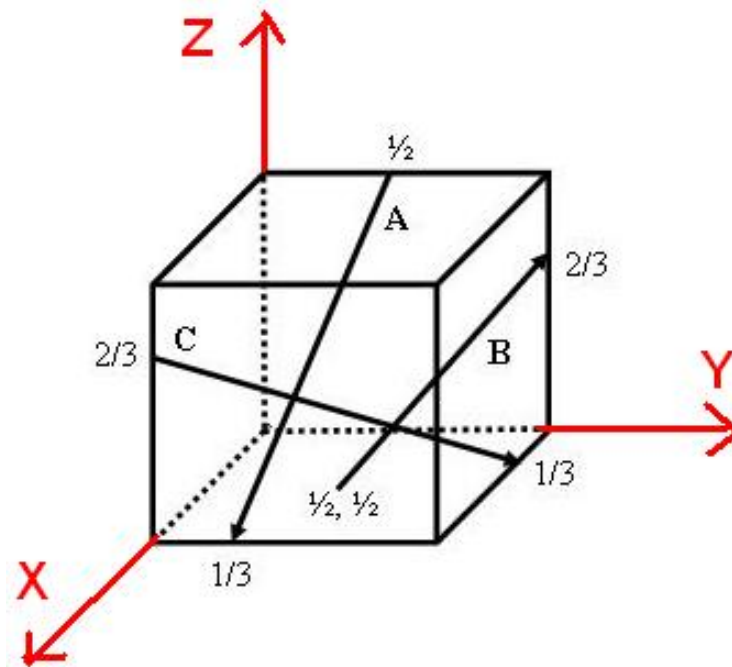


Problème 1.6.

Les règles de notation des directions cristallographiques sont exposées dans le livre aux sections 3.8 et 3.9. L'oubli des crochets [] et de la barre supérieure pour les nombres négatifs sont des erreurs communes faciles à éviter. Il n'y a pas de virgules entre les chiffres.

Méthode :

Afin de trouver les indices de Miller d'une direction cristallographique, faites correspondre l'origine du repère cristallographique avec celle du vecteur directionnel. Les indices de Miller de cette direction cristallographique correspondent alors aux coordonnées de l'extrémité du vecteur directionnel suivi d'une étape de simplification.



Vecteur A	x	y	z
Projections	a	-b/6	-c
Projections sur a,b,c	1	-1/6	-1
Simplification	6	-1	-6
Mise entre crochet	$[6 \ \bar{1} \ \bar{6}]$		

Vecteur B	x	y	z
Projections	-a/2	b/2	2c/3
Projections sur a,b,c	-1/2	1/2	2/3
Simplification	-3	3	4
Mise entre crochet	$[\bar{3} \ 3 \ 4]$		

Vecteur C	x	y	z
Projections	-2a/3	b	-2c/3
Projections sur a,b,c	-2/3	1	-2/3
Simplification	-2	3	-2
Mise entre crochet	$[\bar{2} \ 3 \ \bar{2}]$		



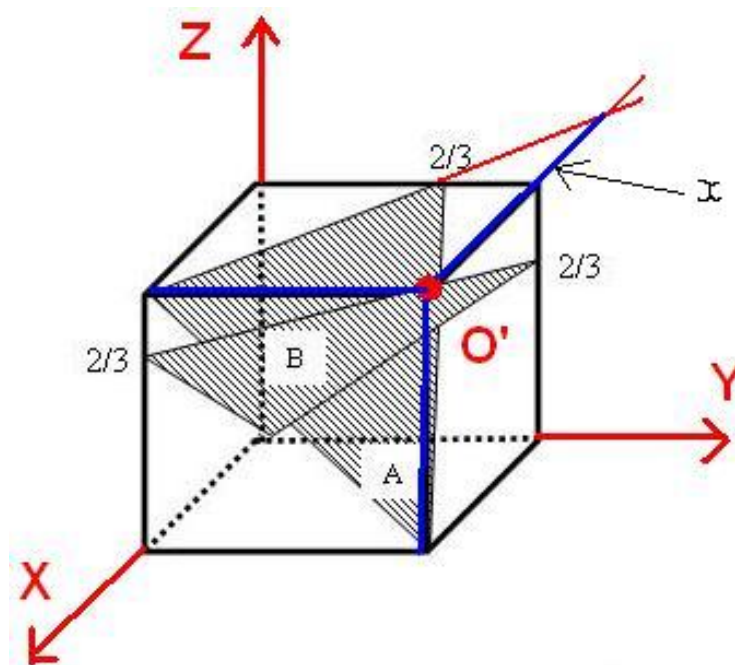
Problème 1.7.

Les indices de Miller sont traités aux sections 3.8 et 3.9 du livre. Notez que la solution se trouve entre parenthèse et sans virgules entre les composantes.

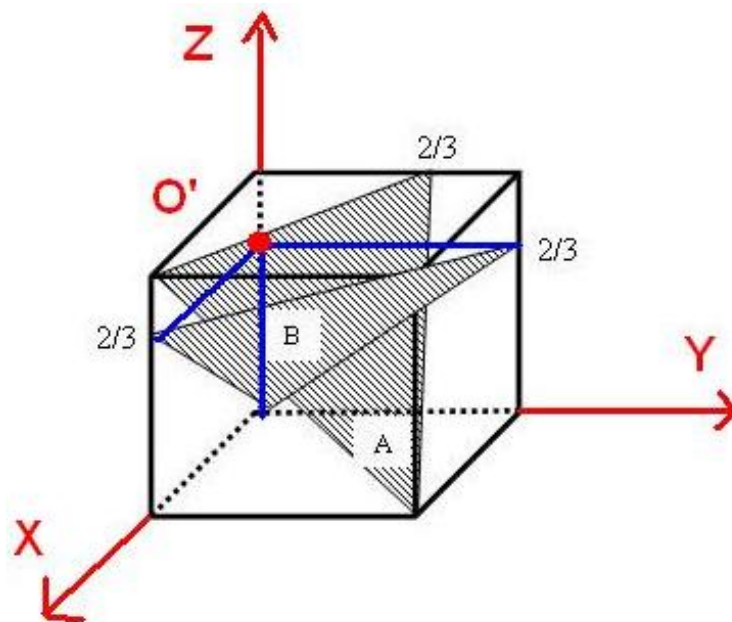
L'une des étapes les plus importantes dans la détermination des indices de Miller associés à un plan consiste à placer de manière judicieuse l'origine du repère cristallographique de sorte que les points d'intersection entre la base de ce repère et le plan en question soient faciles à déterminer. Cette étape est particulièrement complexe pour le plan A. Pour trouver la solution, il sera nécessaire de prolonger l'un des cotés du plan. Ainsi, en considérant deux triangles semblables et en appliquant le théorème de Thalès, on pourra déterminer la longueur χ de la manière suivante :

$$\frac{1}{2/3} = \frac{\chi}{1} \quad (33)$$

$$\chi = 3/2 \quad (34)$$



Plan A	x	y	z
Points d'intersection	$-3a/2$	$-b$	$-c$
Points d'intersection (sur la base)	$-3/2$	-1	-1
Inverses	$-2/3$	-1	-1
Simplification	2	3	3
Mise entre parenthèse	$(2 \ 3 \ 3)$		

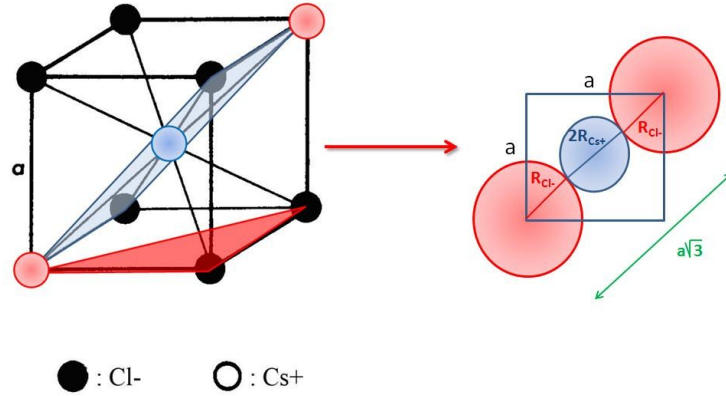


Plan B	x	y	z
Points d'intersection	a	b	$-2c/2$
Points d'intersection (sur la base)	1	1	$-2/3$
Inverses	1	1	$-3/2$
Simplification	2	2	-3
Mise entre parenthèse	$(2 \ 2 \ \bar{3})$		

Problème 1.8.

Les concepts de masse volumique, de compacité et de structure cristalline sont traités aux sections 3.4 et 3.5 du livre.

Le cristal de CsCl est cubique centré (CC) comme le montre la figure de l'énoncé.



Calcul du paramètre de maille a . Les atomes se touchent sur la longue diagonale (direction $[111]$) :

$$2R_{Cs} + 2R_{Cl} = \sqrt{2a^2 + a^2} \quad (35)$$

$$2(0.174) + 2(0.181) = \sqrt{3}a^2 \quad (36)$$

$$0.348 + 0.362 = \sqrt{3}a \quad (37)$$

$$a = \frac{0.71}{\sqrt{3}} = 0.410 \text{ nm} \quad (38)$$

Cette maille est formée de 1 atome de Cs et $\frac{1}{8} \times 8$ atomes de Cl.

$$\rho = \frac{\text{masse d'atome/maille } (m_a)}{\text{volume maille } (V_m)} \quad (39)$$

$$m_a = \frac{1 \times M_{Cs} + 1 \times M_{Cl}}{N_a} \frac{\text{atomes/maille} \times \text{g/mole}}{\text{atomes/mole}} \quad (40)$$

$$= \frac{132.91 + 35.45}{6.023 \times 10^{23}} \quad (41)$$

$$= 2.80 \times 10^{-22} \text{ g/maille} \quad (42)$$

$$V_m = a^3 = (0.410 \text{ nm})^3 \quad (43)$$

$$= 6.89 \times 10^{-29} \text{ m}^3 \quad (44)$$

$$= 6.89 \times 10^{-23} \text{ cm}^3 \quad (45)$$

$$\rho = \frac{2.80 \times 10^{-22} \text{ g}}{6.89 \times 10^{-23} \text{ cm}^3} = 4.06 \text{ g/cm}^3 \quad (46)$$

Trouvons la compacité :

$$C = \frac{V_{atomes}}{V_{maille}} \quad (47)$$

$$= \frac{V_{Cs} + V_{Cl} \frac{cm^3}{cm^3}}{a^3} \quad (48)$$

$$= \frac{(4\pi R_{Cs}^3)/3 + (4\pi R_{Cl}^3)/3}{a^3} \quad (49)$$

$$= \frac{4\pi/3(0.174)^3 + (0.181)^3}{(0.410)^3} \quad (50)$$

$$= 0.68 \quad (51)$$



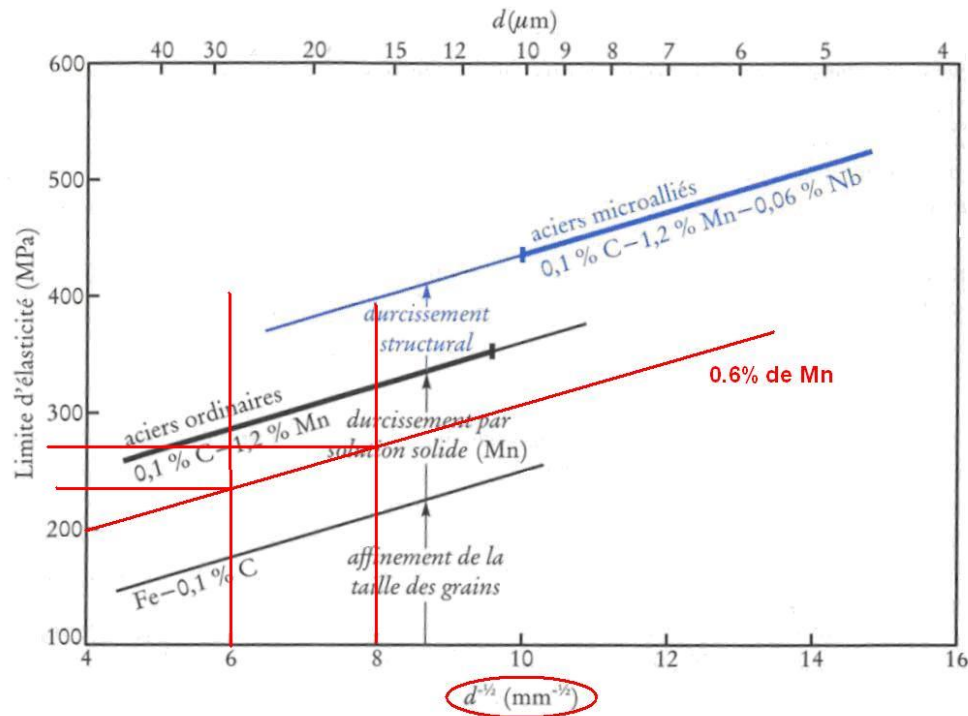
Problème 1.9.

Le graphique montre l'influence de la grosseur des grains sur la limite d'élasticité de pièces d'acier avec divers traitement. On observe l'effet de l'affinement de la taille des grains, du durcissement par solution solide et du durcissement structural.

On conclue que pour l'acier (Fe-0.1% C), plus le diamètre des grains sont petits, plus la limite d'élasticité est grande. Cette observation correspond à l'équation d'Hall-Petch (Pour plus de détails, reportez-vous à la section 7.8 du livre) :

$$Re_{0.2} = \sigma_0 + k_y d^{-1/2} \quad (52)$$

Problème 1.10.



La limite d'élasticité est proportionnelle au pourcentage de Mn ajouté. Cela signifie qu'on se trouve sur une droite, exactement à mi-chemin entre le (Fe-0.1% C) et l'acier ordinaire (0.1% C - 1.2% Mn).

On demande la valeur de $Re_{0.2}$ pour un grain de **8 mm**. Attention aux unités ! On doit calculer la valeur de $d^{-1/2}$, soit :

$$d^{-1/2} = 8^{-1/2} = 0.35355 \text{ mm}^{-1/2} \quad (53)$$

Pour trouver la limite d'élasticité, on utilise la relation d'Hall-Petch :

$$Re_{0.2} = \sigma_c + k_y d^{-1/2} \quad (54)$$

Cette équation n'est rien d'autre que celle d'une droite de pente k_y et d'ordonnée à l'origine σ_0 . Pour déterminer k_y et σ_0 , on peut choisir deux points quelconques de cette droite :

A (6, 230)

B (8, 260)

$$k_y = \frac{\Delta Re_{0.2}}{\Delta d^{-1/2}} \quad (55)$$

$$= \frac{260-230}{8-6} \quad (56)$$

$$= 15 \text{ MPa}(mm)^{1/2} \quad (57)$$

En utilisant les coordonnées du point B, nous pouvons déterminer l'ordonnée à l'origine :

$$\sigma_0 = Re_{0.2} - k_y d^{-1/2} = 260 - 15(8) \quad (58)$$

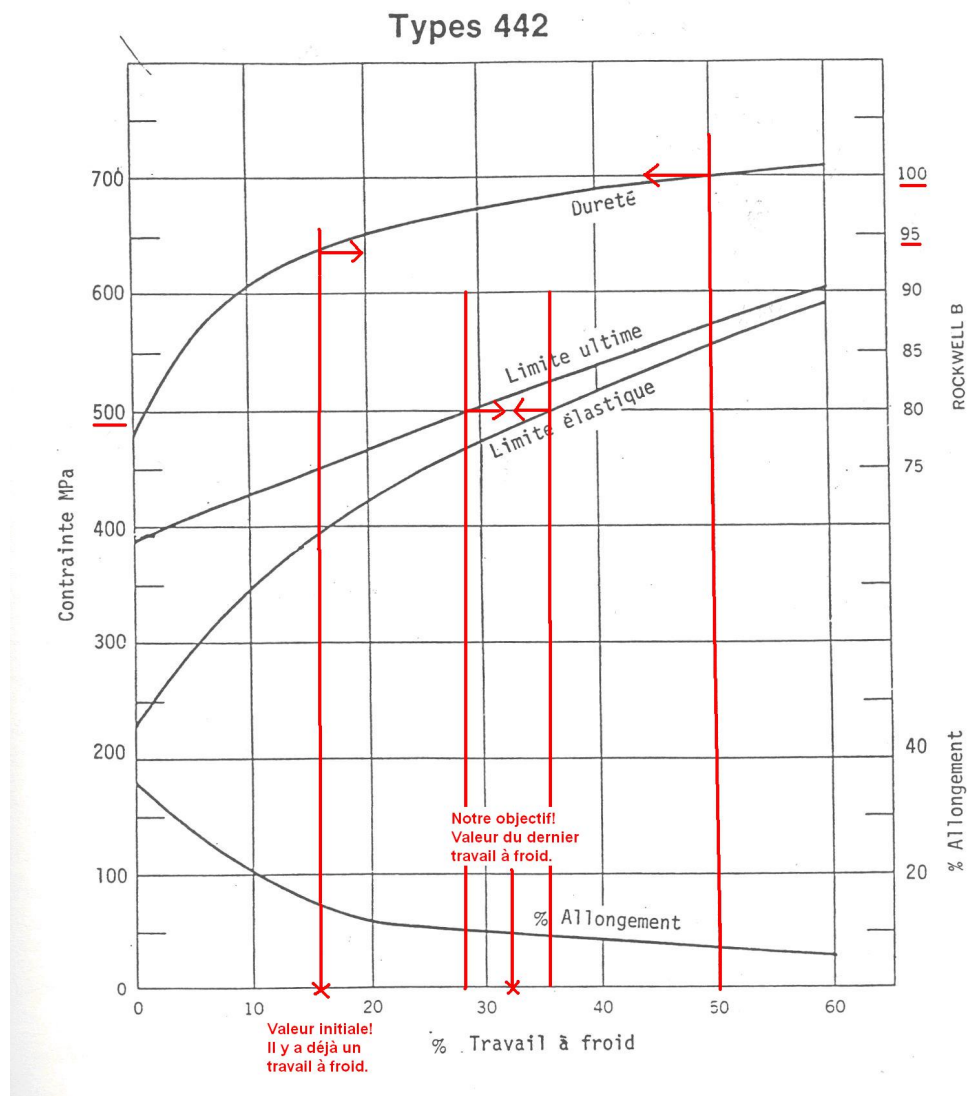
$$= 140 \text{ MPa} \quad (59)$$

La limite d'élasticité d'un acier à 0,6% de Mn ayant des grains de 8mm de diamètre est donnée par l'ordonnée du point de la droite correspondante ayant pour abscisse 0,35355 :

$$Re_{0.2} = \sigma_0 + k_y (0.35355)^{-1/2} = 140 + 15(0.35355)^{-1/2} \quad (60)$$

$$= 145 \text{ MPa} \quad (61)$$

Problème 1.11.



Pour pouvoir résoudre le problème, consultez les sections 7.10 à 7.13. Dans un premier temps, on cherche les conditions du dernier écrouissage à réaliser en respectant les contraintes demandées, soit :

Résistance > 500 MPa → Taux d'écrouissage (% de travail à froid) > 28 %.

Dureté > 95 RB → Taux d'écrouissage > 20 %.

Limite élastique $< 500 \text{ MPa} \rightarrow$ Taux d'écrouissage $< 36 \%$.

Par conséquent, le domaine d'écrouissage visé est de : $28\% < E < 36\%$. On visera alors un taux d'écrouissage moyen de : 32% .

Le diamètre final recherché et le diamètre initial sont :

$$d_{final} = d_f = 0.5 \text{ cm} \quad (62)$$

$$d_{initial} = d_0 = 1 \text{ cm} \quad (63)$$

Par définition, le taux d'écrouissage s'écrit de la manière suivante (section 7.10 du livre) :

$$E = \left(\frac{S_0 - S_f}{S_0} \right) \times 100\% \quad (64)$$

Dans le cas présent, on peut simplifier l'équation :

$$E = \left(\frac{\pi/4d_0^2 - \pi/4d_f^2}{\pi/4d_0^2} \right) \times 100\% \quad (65)$$

$$E = \left(\frac{d_0^2 - d_f^2}{d_0^2} \right) \times 100\% \quad (66)$$

Attention, on travaille avec les diamètres !

En isolant d_0 et d_d :

$$d_0 = \sqrt{\frac{d_d^2}{1 - E/100}} \quad (67)$$

$$d_d = \sqrt{d_0^2(1 - E/100)} \quad (68)$$

Avant le dernier écrouissage dont le taux a été fixé à 32% , le diamètre initial de la tige doit être de :

$$d_0 = \sqrt{\frac{0.5^2}{1 - 0.32}} \quad (69)$$

$$= 0.61 \text{ cm de diamètre avant le dernier écrouissage.} \quad (70)$$

Au premier écrouissage, le diamètre initial de la tige que nous avons reçue est de 1 cm . Quel taux d'écrouissage doit-on faire subir à cette pièce pour qu'elle atteigne un diamètre de 0.61 nécessaire à la réalisation du second écrouissage ?

$$E = \left(\frac{d_0 - d_f}{d_0} \right) \times 100\% \quad (71)$$

$$= \left(\frac{1^2 - 0.61^2}{1^2} \right) \times 100\% \quad (72)$$

$$= 62.79\% \quad (73)$$

Cependant, l'usine n'est pas équipée pour effectuer un taux d'écrouissage supérieur à 50%, correspondant à une dureté de 100RB (limite de résistance à l'usure des matrices de tréfilage).

Méthode 1

Donc, à partir de la pièce initiale, le maximum de travail à froid que l'on peut faire est 50%, mais attention, la pièce arrive déjà avec un travail à froid !

Quelle est la dimension de la pièce avant ce travail à froid d'environ 15% ?

$$d_0 = \sqrt{\frac{1^2}{1 - 0.15}} \quad (74)$$

$$= 1.08 \text{ cm} \quad (75)$$

Si on amène notre pièce de 15% à 50% de travail à froid, le diamètre de la pièce devient :

$$d_f = \sqrt{d_0^2(1 - E/100)} \quad (76)$$

$$= \sqrt{1.08^2(1 - 0.5)} \quad (77)$$

$$= 0.76 \text{ cm} \quad (78)$$

Maintenant, faisons passer la pièce de 0.76 cm à 0.61 cm.

$$E = \left(\frac{d_0 - d_f}{d_0} \right) \times 100\% \quad (79)$$

$$= \left(\frac{0.76^2 - 0.61^2}{0.76^2} \right) \times 100\% \quad (80)$$

$$= 35.58\% \quad (81)$$

Les étapes

1. Taux d'écouissage de 15% à 50% fait passer le diamètre de 1 cm à 0.76 cm.
2. Recuit.
3. Écouissage de 35.58% jusqu'à un diamètre de 0.61 cm.
4. Recuit.
5. Écouissage de 32% pour obtenir un diamètre final de 0.5 cm répondant aux exigences du problème.

Méthode 2

On ne se complique pas la vie avec l'écouissage initial, on fait simplement un recuit.

Un taux d'écouissage de 50% nous donne un diamètre intermédiaire de :

$$d_f = \sqrt{d_0^2(1 - E/100)} \quad (82)$$

$$= \sqrt{1^2(1 - 0.5)} \quad (83)$$

$$= 0.71 \text{ cm} \quad (84)$$

Le taux d'écouissage nécessaire pour passer de 0.71 à 0.61 est de :

$$E = \left(\frac{d_0 - d_f}{d_0} \right) \times 100\% \quad (85)$$

$$= \left(\frac{0.71^2 - 0.61^2}{0.71^2} \right) \times 100\% \quad (86)$$

$$= 26.18\% \quad (87)$$

Il faut donc suivre les étapes suivantes :

1. Recuit.
2. Écouissage de 50% jusqu'à un diamètre de 0.71 cm.
3. Recuit.
4. Écouissage de 26% jusqu'à un diamètre de 0.61 cm.
5. Recuit.
6. Écouissage de 32% pour obtenir un diamètre final de 0.5 cm répondant aux exigences du problème. ◀