Université Laval
Faculté des Sciences et de Génie

Dépt. de Génie Électrique et de Génie Informatique
Professeur: André Zaccarin

GEL-19964 Signaux et systèmes discrets

Examen partiel #2

Mardi le 10 novembre 1998
Durée: 8h30 à 10h20

Aucune documentation permise

Question 1.

a) La réponse à l'impulsion d'un système linéaire et invariant est:

$$h(n) = \frac{1}{15} \times 2^n (u(n) - u(n-4))$$

À partir de la définition de la transformée en z, soit $H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n) z^{-n}$, démontrez que

$$H(z) = \frac{1}{15} \times \frac{1 - 2^4 z^{-4}}{1 - 2z^{-1}}$$

Quelle est la région de convergence ?

b) Calculez la sortie du système lorsque l'entrée est $u(n)$. Suggestion: calculez les premières valeurs de la sortie ($n = 0, 1, 2, 3, 4, \ldots$) et déduisez-en la réponse pour tout instant n.

c) On définit le système inverse, linéaire et invariant, par $H_{inv}(z) = 1/H(z)$. **Utilisez la décomposition en fractions partielles** pour calculez $h_{inv}(n)$, la réponse à l'impulsion du système inverse **stable**. Montrez bien que le résultat obtenu est une fonction réelle.

Question 2.

La fonction de transfert d'un système causal est

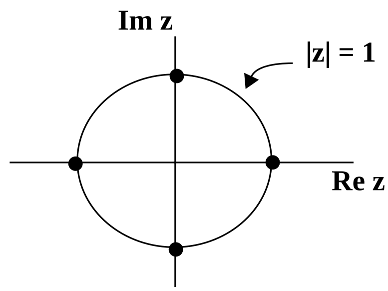
$$H(z) = \frac{(1 + z^{-1})(1 - 0.5z^{-1})}{(1 - 0.9e^{j\pi/2}z^{-1})(1 - 0.9e^{-j\pi/2}z^{-1})}$$

a) Placez les pôles et zéros de ce système dans le plan z, et tracez l'allure du module de la réponse en fréquence de ce système.

b) Le signal $x(t) = T\cos(2\pi \times 500t) + T\cos(2\pi \times 1000t)$ est échantillonné à la fréquence $f_s = 2000$ Hz. Le signal échantillonné $x(n)$ est ensuite filtré par $H(z)$. Calculez la sortie $y(n)$ du système discret.

Question 3.

La fonction de transfert d'un système linéaire et invariant est $H(z) = z^4 - 1$. Dans le plan z, les zéros de ce système (il n'y a aucun pôle), représentés par les ●, sont:



a) Sans modifier le module de la réponse en fréquence du système, expliquer comment on peut rendre ce système causal. Assurez vous de démontrer que le système modifié est bien causal.

b) On désire modifier le système $H(z)$ pour éliminer les interférences aux fréquences $\omega = 0, \pi/2, \pi$ et $-\pi/2$, et ne pas atténuer ni amplifier toute autre composante fréquentielle. On veut de plus que les composantes transitoires atteignent 5% de leur valeur initiale après au plus 20 échantillons. Donnez l'expression de la fonction de transfert ainsi modifié.
Serait-il possible d'avoir un transitoire encore plus rapide sans compromis ?

Si vous en avez besoin:

$$\sum_{n=L}^{M} a^n = \frac{a^L - a^{M+1}}{1-a}$$

Répartition des points (**approximative**):

1c) et 2b): 18% chacune

1 b), 2 a), 3 a) 3 b): 13.5% chacune

1 a): 10%