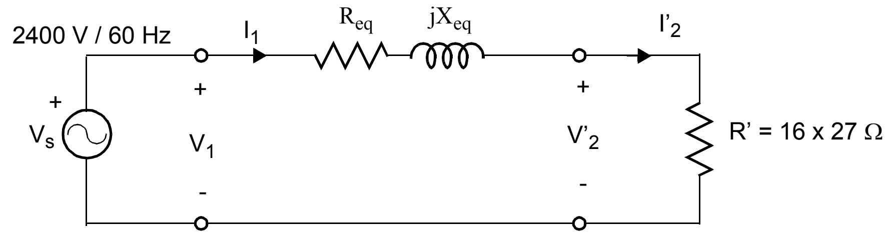
# SOLUTION DE L'EXAMEN FINAL H2013

## Problème no. 1 (25 points)

a) *(16 points)*

Le circuit équivalent (réfléchi au primaire):




$$R_{eq} = (2.56 + 16 \times 0.16) = 5.12\Omega$$
$$X_{eq} = (8.0 + 16 \times 0.5) = 16\Omega$$

Le courant au primaire: $$I_1 = \frac{V_s}{R_{eq} + jX_{eq} + R'} = \frac{2400\angle 0}{5.12 + j16 + 432} = \frac{2400\angle 0}{437.12 + j16} = 5.487\angle{-2.1°}\ \text{A}$$

Le courant efficace au primaire est 5.487 A.

La tension $V'_2$ est égale à: $$V_2' = R' \times I_1 = 432 \times 5.487\angle{-2.1°} = 2370.3\angle{-2.1°}\ \text{V}$$

La tension efficace au secondaire est: $$|V_2| = \frac{1}{4} \times |V_2'| = \frac{2370.3}{4} = 592.57\ \text{V}$$

La puissance active dans la charge: $$P_2 = \frac{|V_2|^2}{R} = \frac{592.57^2}{27} = 13005\ \text{W}$$

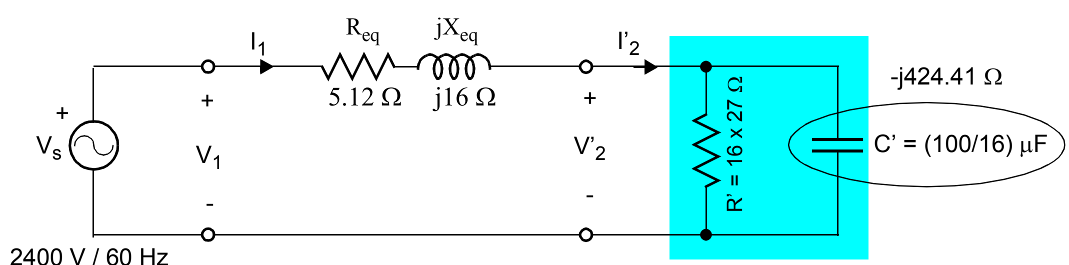
Le rendement du transformateur dans ces conditions: $$\eta = \frac{P_2}{P_2 + \text{PertesCu} + \text{PertesFer}}$$

avec $$\text{PertesCu} = \text{Req} \times |I_1|^2 = 5.12 \times 5.487^2 = 154.14\ \text{W}$$

$$\text{PertesFer} = \frac{|V_1|^2}{R_c} = \frac{2400^2}{35000} = 164.57\ \text{W}$$

Donc: $$\eta = \frac{13005}{13005 + 154.14 + 164.57} = 0.976$$

On connecte en parallèle avec R un condensateur C = 100 μF. Le circuit équivalent (réfléchi au primaire) devient:




$$Z'_2 = (212.17 - j215.97)\Omega$$

Le courant au primaire: $$I_1 = \frac{V_s}{R_{eq} + jX_{eq} + Z'_2} = \frac{2400\angle 0}{5.12 + j16 + 212.17 - j215.97} = \frac{2400\angle 0}{217.29 - j199.97}\ \text{A}$$

$$I_1 = 8.1273\angle 42.83°\quad \text{A}$$

Le courant efficace au primaire est 8.1273 A.

La tension $V'_2$ est égale à: $$V_2' = Z'_2 \times I_1 = (212.17 - j215.97) \times 8.1273\angle 42.83° = 2460.6\angle{-2.9°}\ \text{V}$$

La tension efficace au secondaire est: $$|V_2| = \frac{1}{4} \times |V_2'| = \frac{2460.6}{4} = 615.14\ \text{V}$$

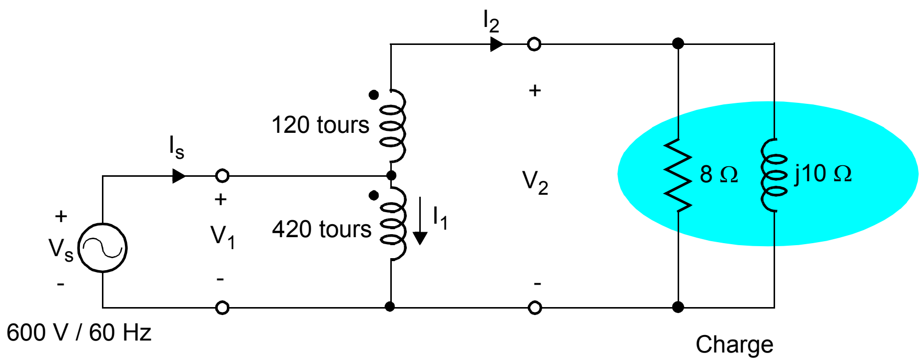
La puissance active dans la charge: $P_2 = \frac{|V_2|^2}{R} = \frac{615.14^2}{27} = 14015\ \mathrm{W}$

Le rendement du transformateur dans ces conditions: $\eta = \frac{P_2}{P_2 + \mathrm{PertesCu} + \mathrm{PertesFer}}$

avec $\mathrm{PertesCu} = R_{eq} \times |I_1|^2 = 5.12 \times 8.1273^2 = 338.19\ \mathrm{W}$ et $\mathrm{PertesFer} = \frac{|V_1|^2}{R_c} = \frac{2400^2}{35000} = 164.57\ \mathrm{W}$

Donc: $\eta = \frac{14015}{14015 + 338.19 + 164.57} = 0.965$

b) *(9 points)*




$Z_2 = (4.878 + j3.902)\Omega$

$Z_2 = (6.247\angle 38.66°)\Omega$

La source de 600 V est connectée aux bornes de la bobine qui comporte 420 tours.

La tension induite dans la bobine de 120 tours est égale à: $\left(\frac{120}{420}\right) \times 600\mathrm{V} = 171.4\ \mathrm{V}$

La tension $V_2$ est égale à la somme des deux tensions: $V_2 = V_{420} + V_{120} = 600 + 171.4 = 771.4\ \mathrm{V}$

La valeur efficace du courant $I_2$ est égale à: $|I_2| = \frac{|V_2|}{|Z_2|} = \frac{771.4}{6.247} = 123.49\ \mathrm{A}$

La valeur efficace du courant $I_1$ (dans la bobine 420 tours) est égale à: $|I_1| = \left(\frac{120}{420}\right) \times |I_2| = \left(\frac{120}{420}\right) \times 123.49 = 35.2825\ \mathrm{A}$

Les courants $I_1$ et $I_2$ sont en phase. La valeur efficace du courant $I_s$ de la source est égale à:

$$|I_s| = |I_1| + |I_2| = 123.49 + 35.2825 = 158.77\ \mathrm{A}$$

**Problème no. 2** (25 points)

a) **Essai à vide:**

Rapport de transformation: $a = \frac{2400}{600} = 4$

Puissance active par phase: $P_A = 920/3 = 306.67\ \text{W}$ (Pertes Fer)

La résistance $R_c$ (représentant les pertes Fer) vue au secondaire est: $R_c' = \frac{(600/\sqrt{3})^2}{306.67} = 391.3\ \Omega$

Vue au primaire: $R_c = a^2 R_c' = (4)^2 391.3 = 6260.8\Omega$

Puissance apparente par phase: $S_A = (600/\sqrt{3}) \times 2.8 = 969.95\ \text{VA}$

Puissance réactive par phase: $Q_A = \sqrt{S_A^2 - P_A^2} = \sqrt{969.95^2 - 300^2} = 919.7\ \text{VAR}$

La réactance magnétisante: $X_m' = \frac{(600/\sqrt{3})^2}{919.7} = 130.48\Omega$

Vue au primaire: $X_m = a^2 X_m' = (4)^2 130.48 = 2087.7\Omega$

**Essai en court-circuit:**

Puissance active par phase: $P_A = 1475/3 = 491.67\ \text{W}$ (Pertes Cuivre)

La résistance $R_{eq}$ du transformateur: $R_{eq} = \frac{P_A}{I_A^2} = \frac{491.67}{(12.028)^2} = 3.398\Omega$

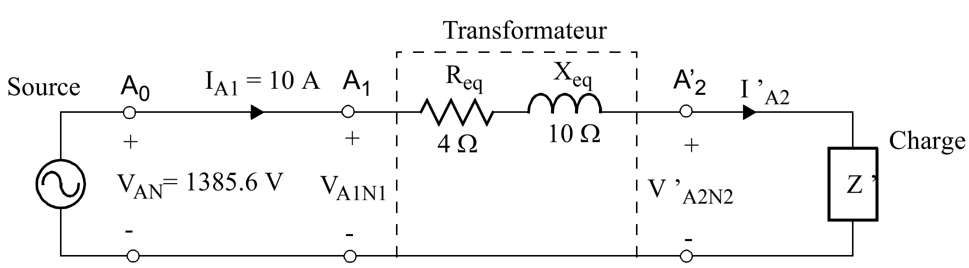
Puissance apparente par phase: $S_A = (104.45/\sqrt{3}) \times 12.028 = 725.3\ \text{VA}$

Puissance réactive par phase: $Q_A = \sqrt{S_A^2 - P_A^2} = \sqrt{725.3^2 - 491.67^2} = 533.2\ \text{VAR}$

La réactance $X_{eq}$ du transformateur: $X_{eq} = \frac{Q_A}{I_A^2} = \frac{533.2}{(12.028)^2} = 3.69\Omega$

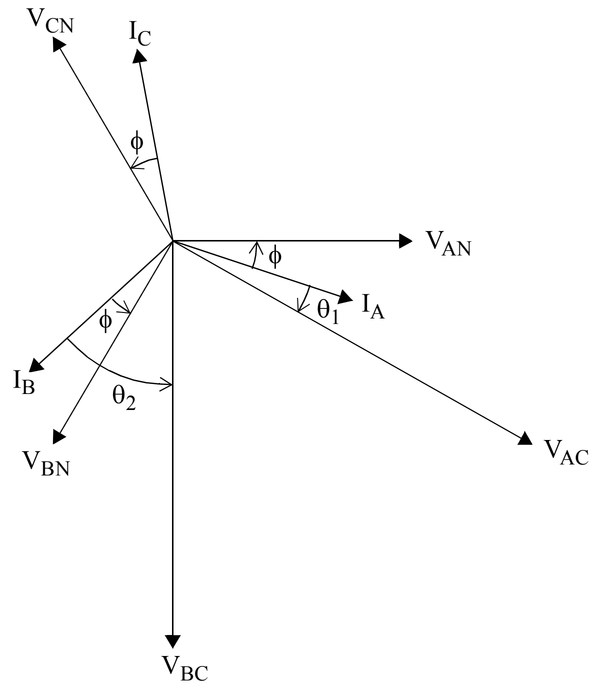
b) Pour continuer, on prend $R_{eq} = 4\ \Omega$ et $X_{eq} = 10\ \Omega$.

Le circuit monophasé équivalent réfléchi au primaire:




$$Z' = a^2\frac{Z}{3} = 16 \times \frac{R + jX}{3} = (5.333R + j5.333X)\Omega$$

Le wattmètre indique: $P_1 = |V_{AC}||I_A|\cos\theta_1$ où $\theta_1$ est l'angle entre $I_A$ et $V_{AC}$.




On déduit: $\theta_1 = \arccos\left(\frac{P_1}{|V_{AC}||I_A|}\right)$

$$\theta_1 = \arccos\left(\frac{23500}{2400 \times 10}\right) = \pm 11.7°$$

On a: $\theta_1 = \phi - \frac{\pi}{6}$

Alors: $\phi = \theta_1 + \frac{\pi}{6} = \begin{matrix} 41.7° \\ 18.3° \end{matrix}$

Donc, deux cas sont possibles:

$\phi = 41.7°$ et $\phi = 18.3°$

On choisit $\phi = 18.3°$

Le facteur de puissance de la charge est: $fp = \cos\phi = \cos(18.3°) = 0.95$

La puisssance active (phase A) dans le transformateur et la charge:

$$P = |V_{AN}||I_A|\cos\phi = 1385.6 \times 10 \times 0.95 = 13.163\ \mathrm{kW}$$

La résistance de la charge: $R = \left(\frac{P}{I_A^2} - R_{eq}\right)/5.333 = \left(\frac{13163}{10^2} - 4\right)/5.333 = 23.9\Omega$

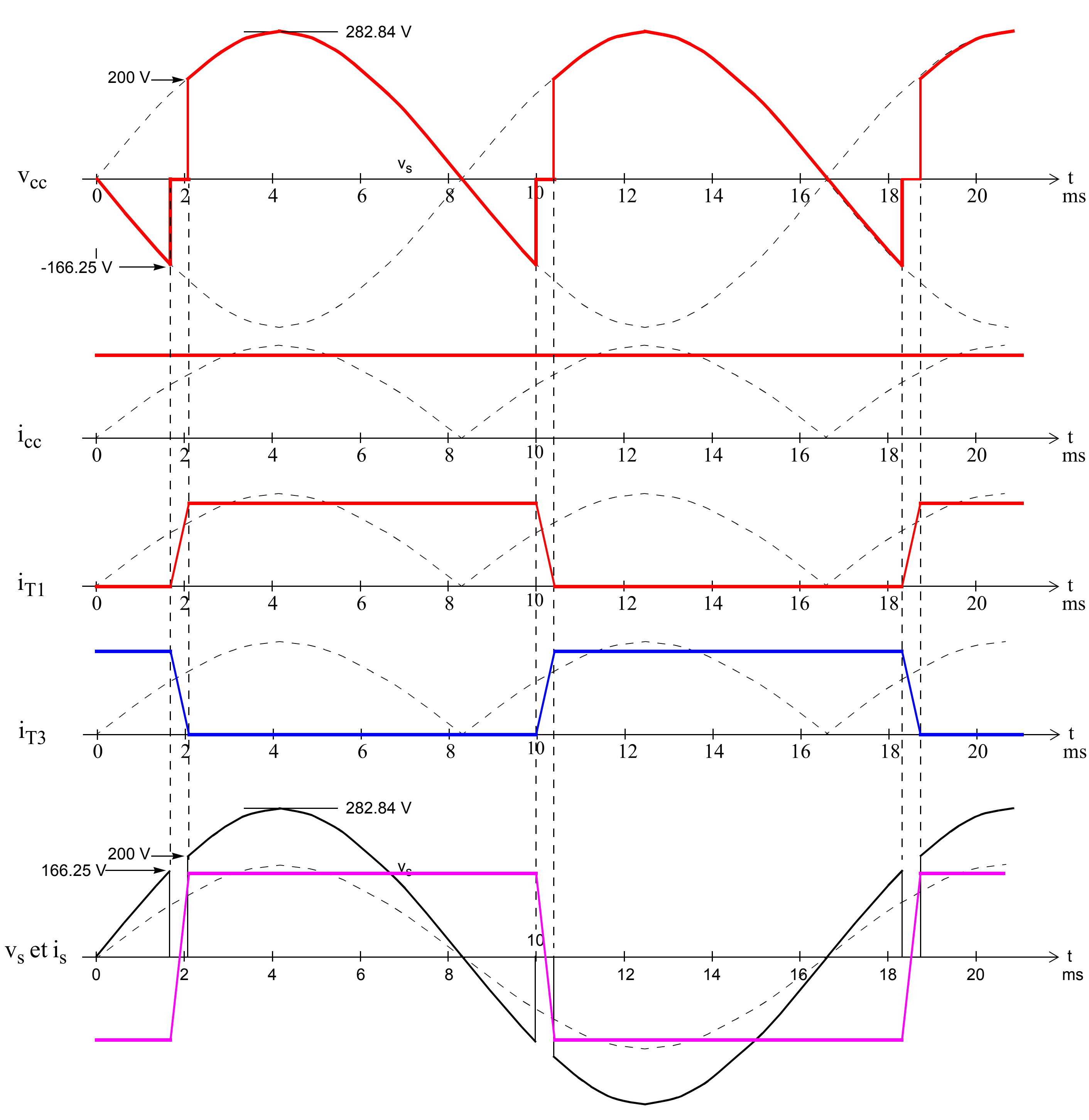
La puisssance réactive (phase A) dans le transformateur et la charge:

$$Q = |V_{AN}||I_A|\sin\phi = 1385.6 \times 10 \times 0.314 = 4.351\ \mathrm{kVAR}$$

La réactance de la charge: $X = \left(\frac{Q}{I_A^2} - X_{eq}\right)/5.333 = \left(\frac{4351}{10^2} - 10\right)/5.333 = 6.28\Omega$

**Problème no. 3** (25 points)

a) Tracer les formes d'ondes




b) Sur la forme d'onde de la tension $v_s$, l'angle d'amorçage $\alpha$ correspond à la valeur 166.25 V et l'angle $(\alpha+\mu)$ correspond à la valeur 200 V:

$$282.84 \sin\alpha = 166.25$$

$$282.84 \sin(\alpha + \mu) = 200$$

On déduit: $\alpha = \mathrm{asin}\left(\dfrac{166.25}{282.84}\right) = 36°$ et $(\alpha + \mu) = \mathrm{asin}\left(\dfrac{200}{282.84}\right) = 45°$

L'angle de commutation est égal à: $\mu = 45° - 36° = 9°$

La valeur moyenne de la tension $v_{cc}$ est égale approximativement à:

$$v_{cc}(moy) \approx \frac{2V_m}{\pi}\cos\alpha = \frac{2 \times 282.84}{\pi}\cos(36°) = 145.67\ \text{V}$$

La valeur moyenne du courant $i_{cc}$ est égale à: $i_{cc}(moy) = \dfrac{v_{cc}(moy)}{R} = \dfrac{145.67}{6} = 24.28\ \text{A}$

L'angle de commutation $\mu$ est donné par la relation suivante: $\cos\alpha - \cos(\alpha+\mu) = \dfrac{2I_dL_s\omega}{V_m}$

On déduit l'inductance de fuite du transformateur

$$L_s = \frac{[\cos\alpha - \cos(\alpha+\mu)]V_m}{2I_d\omega} = \frac{[\cos(36°) - \cos(45°)]282.84}{2 \times 24.28 \times 120\pi} = 1.6\ \text{mH}$$

c)

La puissance dissipée dans la charge est égale à: $P_{cc} = RI_{cc}^2 = 6 \times 24.28^2 = 3537\ \text{W}$

La puissance dissipée dans les thyristors est égale à: $P_{th} = 4 \times (0.5 \times 2 \times 24.28) = 97\ \text{W}$

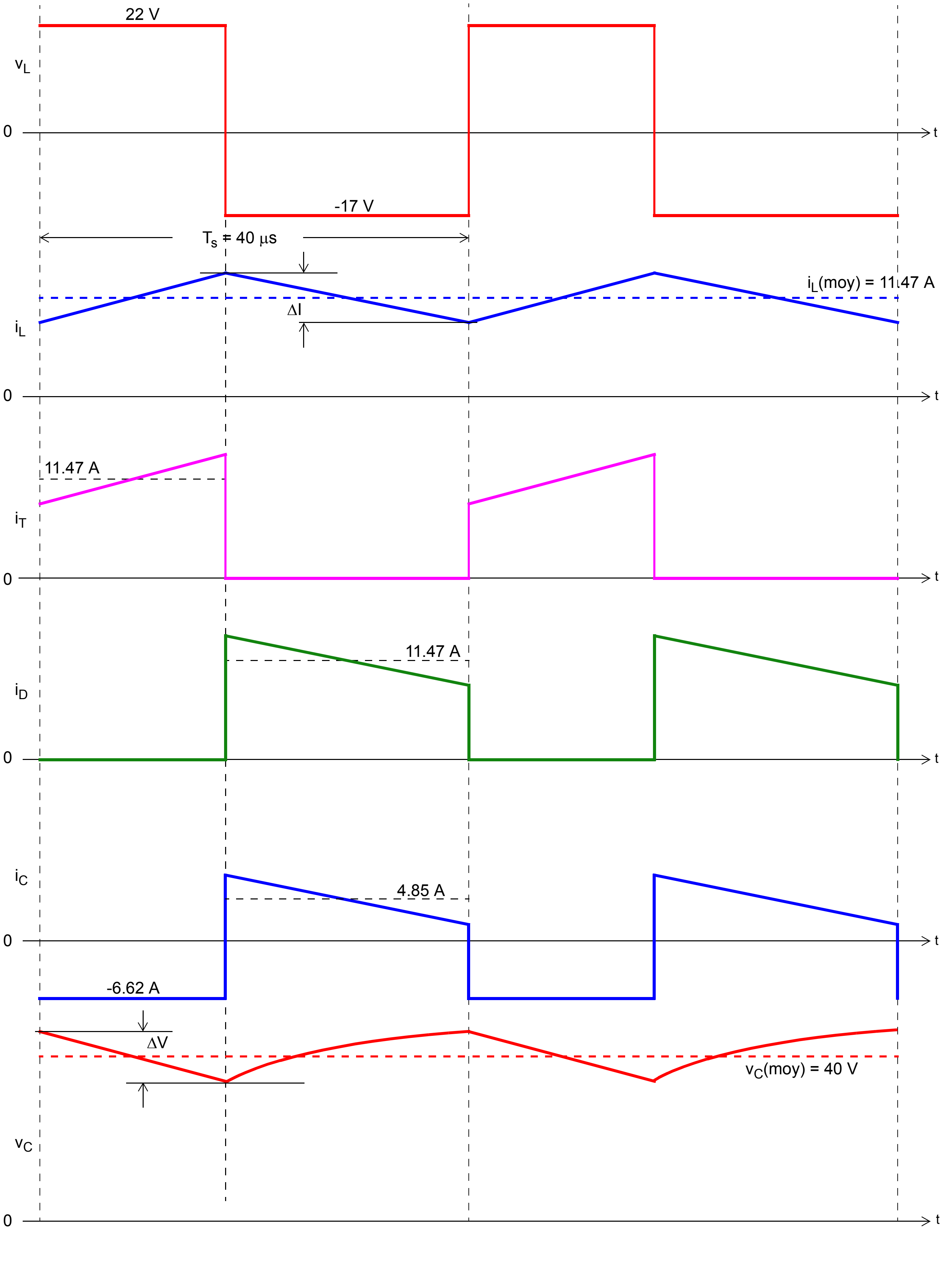
La puissance active à l'entrée du convertisseur: $P_{in} = P_{cc} + P_{th} = 3537 + 97 = 3634\ \text{W}$

La puissance apparente à l'entrée du convertisseur: $S = V_s(eff) \times I_s(eff) = 200 \times 24.28 = 5648\ \text{VA}$

Le facteur de puissance à l'entrée du convertisseur sera donc: $fp = \dfrac{P_{in}}{S} = \dfrac{3634}{5648} = 0.643$

**Problème no. 4** (25 points)

a) Tracer les formes d'ondes



b) Le rapport cyclique est donné par: $\alpha = \dfrac{V_o - V_{cc} + V_D}{V_o - V_T + V_D} = \dfrac{40 - 24 + 1}{40 - 2 + 1} = \dfrac{17}{39} = 0.436$

Temps de conduction: $t_{ON} = \alpha T_s = 0.436 \times 40\mu s = 17.44\ \mu s$

Temps de récupération: $t_{OFF} = (1 - \alpha)T_s = 0.564 \times 40\mu s = 22.56\ \mu s$

Le courant dans la charge: $\langle i_R \rangle = \langle i_D \rangle = (1 - \alpha) i_L(moy) = 0.564 \times 11.74 = 6.62\ A$

c)

L'ondulation du courant $i_L$ est donnée par: $\Delta I = \dfrac{V_L(on)}{L} \times t_{ON}$

On déduit: $L = \dfrac{V_L(on)}{\Delta I} \times t_{ON} = \dfrac{22}{0.2 \times 11.47} \times 17.44\mu s = 167\mu H$

L'ondulation de la tension $v_C$ est donnée par: $\Delta V = \dfrac{\Delta q}{C} = \dfrac{\langle i_R \rangle \times t_{ON}}{C}$

On déduit: $C = \dfrac{\langle i_R \rangle \times t_{ON}}{\Delta V} = \dfrac{6.62 \times 17.44\mu s}{0.005 \times 40} = 577\mu F$

d) Calculer les pertes par conduction et les pertes par commutation dans l'IGBT et dans la diode.

<u>Pertes par conduction:</u>

- dans le transistor IGBT: $P_{Tcond} = V_T \times i_T(moy) = V_T \times i_L(moy) \times \alpha = 2 \times 11.47 \times 0.436 = 10\ W$
- dans la diode: $P_{Dcond} = V_D \times i_D(moy) = V_D \times i_L(moy) \times (1 - \alpha) = 1 \times 11.47 \times 0.564 = 6.47\ W$

<u>Pertes par commutation:</u>

- dans le transistor IGBT: $P_{Tcom} = \dfrac{V_s I_s}{3} \times \dfrac{t_c}{T_s} = \dfrac{41 \times 11.47}{3} \times \dfrac{1\mu s}{40\mu s} = 3.9\ W$
- dans la diode: $P_{Dcom} = \dfrac{V_s I_s}{3} \times \dfrac{t_c}{T_s} = \dfrac{38 \times 11.47}{3} \times \dfrac{1\mu s}{40\mu s} = 3.63\ W$