GEL-21946
Systèmes et commande linéaires

Examen #1

Vendredi 25 février 2005, 10h30-12h20

Document permis: une feuille 8.5 X 11 pouces

Professeur: André Desbiens, Département de génie électrique et de génie informatique

Note: Une bonne réponse sans justification ne vaut **aucun** point

Question 1 (25%)

Le lieu de Nyquist d'un système linéaire est tracé à la Figure 1. La Figure 2 illustre l'entrée qu'on applique au système. Que vaut la sortie à l'instant t = 12 secondes? À partir de t = 10 secondes, la réponse homogène peut être considérée nulle.

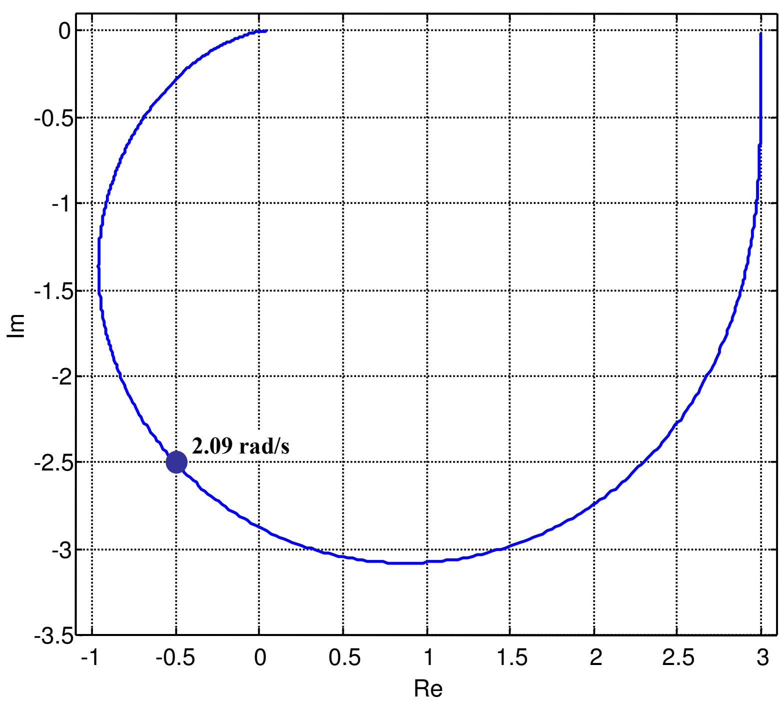

Figure 1

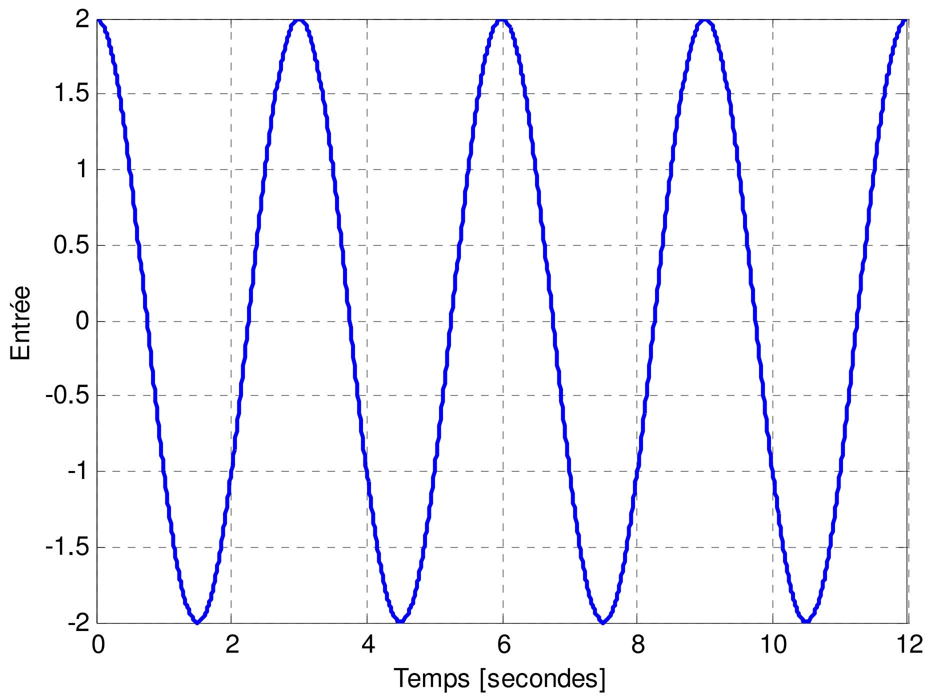

Figure 2

Question 2 (25%)

Un moteur DC à contrôle d'induit possède les spécifications suivantes :

Coefficient de frottement : négligeable
Couple au blocage pour une tension de 8 V : 0.01 N·m
Inductance de l'induit : négligeable
Inertie : $6x10^{-6}$ kg·m^2

À partir du repos, si on applique un échelon de 8 V au moteur (sans charge), la vitesse enregistrée est illustrée à la Figure 3. Quel est le temps de réponse à ±5% du moteur?

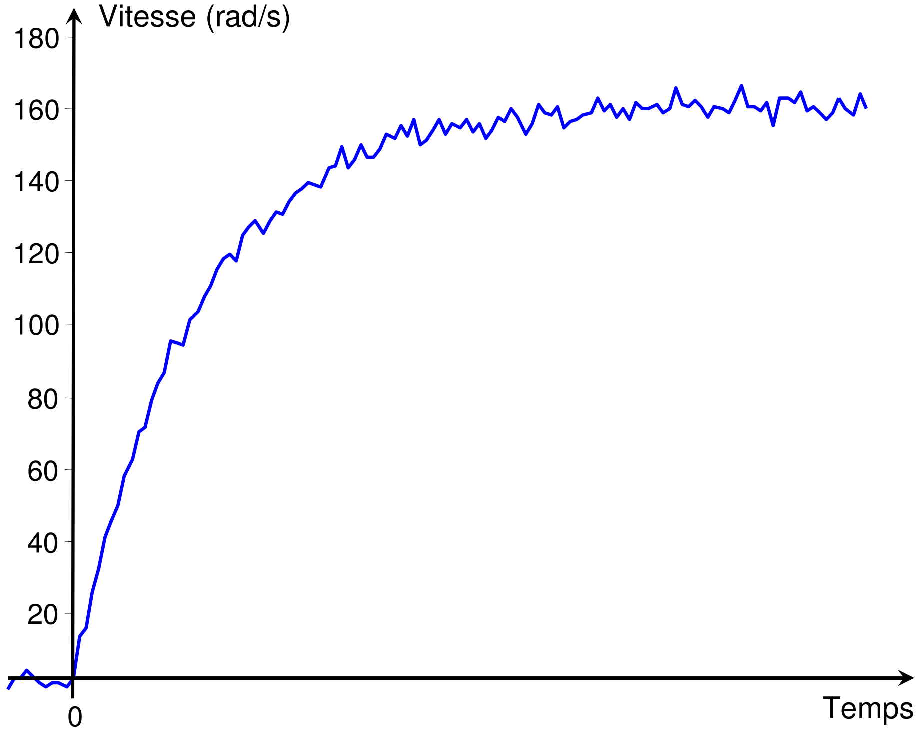

Figure 3

Question 3 (12.5% + 12.5% = 25%)

La Figure 4 représente la réponse en fréquences d'un système linéaire.

a) Quelle est la fonction de transfert du système?
b) Si on ajoutait un retard de 5 secondes à ce système, quelle serait la phase du système avec le retard à la fréquence $\omega = 2$ rad/s?

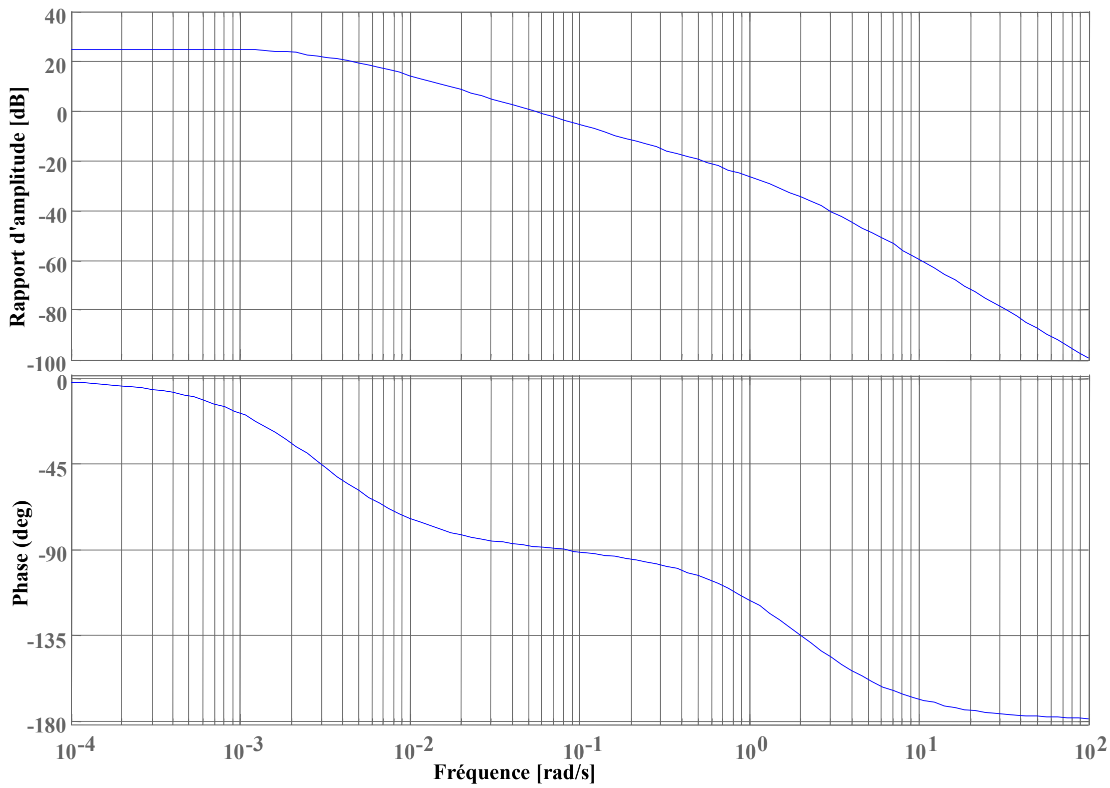

Figure 4

Question 4 (10% + 15% = 25%)

La réponse en fréquences d'un système du second ordre est tracée à la Figure 5. Si on suppose les conditions initiales nulles et qu'on applique un échelon d'amplitude 2 à l'entrée de ce système,

a) quelle est la valeur de la sortie en régime permanent?
b) quelle est la plus grande valeur que prend la sortie?

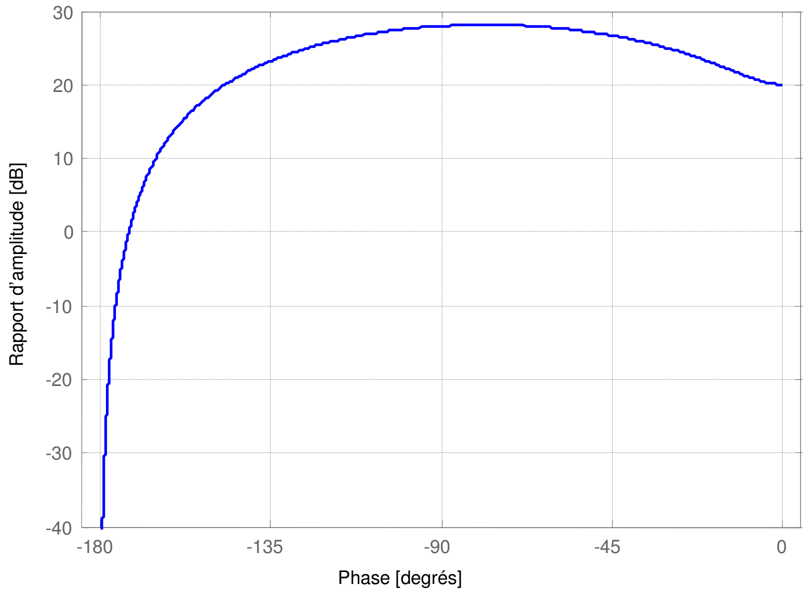

Figure 5

Bonne chance!

1. Transformation de Laplace

- Table des transformées :

$f(t)$ pour $t \geq 0$	$F(s)$
1	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
$e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$
$e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$

- $f(0^+) = \lim_{s \to \infty} sF(s)$
- $f(\infty) = \lim_{s \to 0} sF(s)$
- $\mathcal{L}\frac{df(t)}{dt} = sF(s) - f(0^+)$
- $\mathcal{L}\int_0^t f(\tau)d\tau = \frac{F(s)}{s}$
- $\mathcal{L} f(t-\theta)u_e(t-\theta) = e^{-\theta s}\mathcal{L} f(t)u_e(t)$

2. Système du deuxième ordre $G(s) = \dfrac{K}{1 + \frac{2\varsigma}{\omega_n}s + \frac{s^2}{\omega_n^{\ 2}}}$

- $\omega_P = \omega_n\sqrt{1-\varsigma^2}$
- $\omega_R = \omega_n\sqrt{1-2\varsigma^2}$
- $Q = \dfrac{1}{2\varsigma\sqrt{1-\varsigma^2}}$

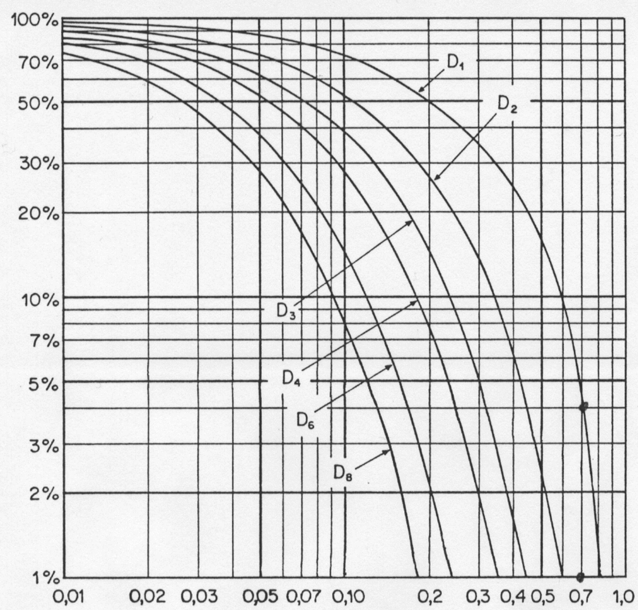

FIG. 8-6. — Dépassements successifs de la réponse d'un système du second ordre à un échelon *ou* à un essai de lâcher. En abscisses : le facteur d'amortissement z. (D'après C.S. DRAPER, W. MCKAY et S. LEES, ouvrage cité au § I.A*b* de la bibliographie, p. 257.)

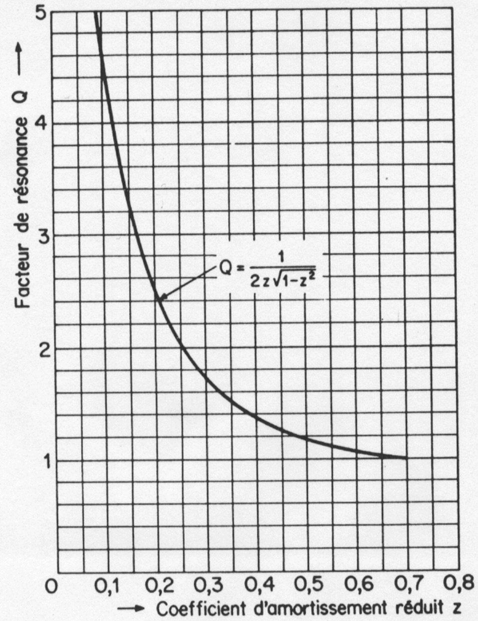

FIG. 8-4. — Facteur de résonance vs facteur d'amortissement.

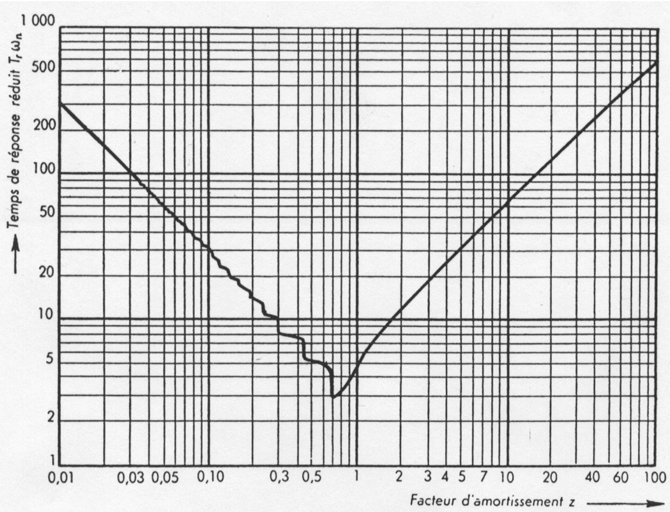

FIG. 8-11. — Temps de réponse T_r vs facteur d'amortissement.
Noter (a) le minimum dans la zone $z = 0,7$ et (b) les discontinuités pour $z < 0,7$, conséquences de la définition du temps de réponse.
(D'après C. Draper, W. McKay et S. Lees, *loc. cit.*)