Mini-Test 1 *Solutions*

Problème 1 *(1 point sur 5)*

$$3+4\sin 5t-6\cos 4t$$

Il y a deux candidats pour la fréquence:

$$\omega_0=4,\quad \omega_0=5$$

Si je commence avec la première possibilité, $\omega_0=4$, on ne peut pas trouver l'autre fréquence comme un multiple de cette fréquence. La seule fréquence fondamentale pour laquelle l'autre fréquence (5) est un multiple est $\omega_0=1$. Cette fréquence est la fréquence fondamentale.

$$\omega_0=1 \quad \Rightarrow \quad T_0=2\pi$$

$$3+4\sin(5t)-6\cos(4t)$$

$$=3+\frac{4}{2j}\left(e^{j5t}-e^{-j5t}\right)-\frac{6}{2}\left(e^{j4t}+e^{-j4t}\right)$$

$$=3-2j\left(e^{j5t}-e^{-j5t}\right)-3\left(e^{j4t}+e^{-j4t}\right)$$

Donc

1. $F(0)=\ 3 \quad F(4)=\ -3 \quad F(-4)=-\ 3 \quad F(5)=-2j \quad F(-5)=\ 2j$

Problème 2 *(1 point sur 5)*

$$f_p(t)=\begin{cases}1-t^2 & -1<t<1\\ 0 & 1<t<2\\ 0 & -2<t<-1\end{cases} \quad , \quad f_p(t+4)=\ f_p(t)$$

$f_p(t)$ est une fonction réelle, donc on sait que

1. $F^*(n)=F(-n)$ **VRAI**

$f_p(t)$ est une fonction paire, donc on sait que *F(n)* est réelle.

2. $F(n)$ est réel **VRAI**

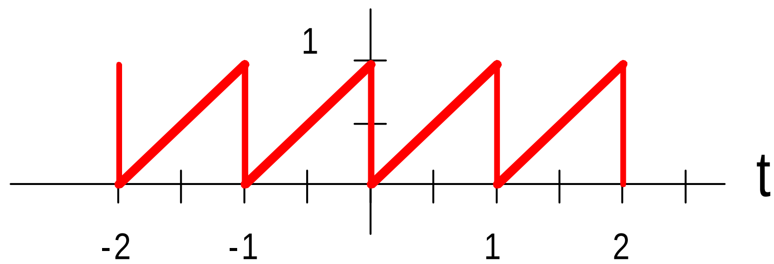
$f_p(t)$ est une fonction réelle, donc on sait que l'amplitude de la série de Fourier est pair.

3. $|F(n)|$ est impair **Faux**

$f_p(t)$ est une fonction réelle, donc on sait que la partie réelle de la série de Fourier est pair.

4. $\mathrm{Re}[F(n)]$ est impair **Faux**

Problème 3 *(3 points sur 5)*



a) expression analytique:

$$f_p(t) = t \quad 0 < t < 1, \quad f_p(t+1) = f_p(t)$$

La période est $T_0 = 1 \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = 2\pi / T_0 = 2\pi$

b) coefficients complexes de Fourier

- On commence avec *n=0*.

$$F(0) = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} f_p(t)dt = \int_0^1 tdt = \left.\frac{t^2}{2}\right|_0^1 = \frac{1}{2}$$

- Pour les autres valeurs de *n*:

$$F(n) = \int_0^1 te^{-jn2\pi t}dt = \left.\frac{te^{-jn2\pi t}}{-jn2\pi}\right|_0^1 + \frac{1}{jn2\pi}\int_0^1 e^{-jn2\pi t}dt$$

$$= \frac{je^{-j2n\pi}}{2n\pi} + \frac{1}{4j^2n^2\pi^2}e^{-jn2\pi t}\Big|_0^1 = \frac{j}{2n\pi} - \frac{1}{4n^2\pi^2}\left[e^{-jn2\pi} - 1\right]$$

$$= \frac{j}{2n\pi} - \frac{1}{4n^2\pi^2}[1-1] = \frac{j}{2n\pi}$$

Cette page a été révisée le vendredi, septembre 13, 1996 par Leslie A. Rusch.