EXAMEN PARTIEL 2

MAT-18996: analyse numérique pour l'ingénieur — Hiver 2007
Date: 24 avril, 18h30-20h20.

Question 1. (15 points)

On désigne par $S(x)$ la spline cubique **libre** qui interpole les points

$$(-1,-1), \quad (0,0), \quad (1,1).$$

(a) [4 pts] Peut-on affirmer que $S(x) = x^3$ est la spline cubique libre qui interpole les points ci-dessus? Justifier.

(b) [4 pts] Evaluer les dérivées secondes $S''(-1)$, $S''(0)$ et $S''(1)$.

(c) [7 pts] Déterminer les expressions de la spline $S(x)$ sur chacun des sous-intervalle $[-1,0]$ et $[0,1]$.

Question 7. (20 points)

On considère l'équation différentielle

$$\begin{cases} y' = -y, \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

(a) [9 pts] Pour chacun des trois schémas suivants

(i) Euler ,

(ii) Taylor d'ordre 2,

(iii) Runge Kutta d'ordre 2 (méthode du point milieu),

écrire les schémas sous la forme

$$y_{n+1} = a\,t_n + b\,y_n + c$$

en identifiant les constantes a, b et c.

(b) [9 pts] En fixant le pas $h = 1/5$, calculer la valeur de y_5 pour chacun des trois schémas ci-dessus.

(c) [2 pts] Sachant que la solution exacte de l'équation différentielle est $y(x) = 2e^{-x}$, déterminer laquelle des méthodes ci-dessus donne le meilleur résultat pour le calcul approché de $y(1)$ avec $h = 1/5$. Justifier.