

## GEL-19964 Signaux et systèmes discrets

### Examen partiel #2

Mardi le 9 novembre 1999  
Durée: 8h30 à 10h20

Aucune documentation permise

#### Question 1.

a) La fonction de transfert d'un système stable est

$$H(z) = \frac{z^{-4}}{1 - \frac{10}{3}z^{-1} + z^{-2}}$$

(12 pts) Calculez la réponse à l'impulsion du système.

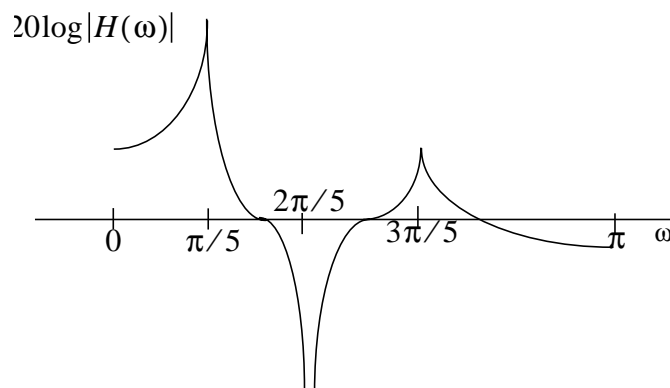
(6 pts) Ce système n'est pas causal. Expliquer comment vous pouvez modifier la réponse à l'impulsion du système stable pour qu'il puisse être implanter de façon causale. Discuter brièvement de l'erreur qui est faite par cette approximation.

b) (12 pts) Calculez  $x(n)$ , le signal causal qui est la transformée inverse de

$$X(z) = \frac{0.5 + z^{-1} + 0.5z^{-2}}{1 - z^{-4}}$$

#### Question 2.

a) Le module de la réponse en fréquence d'un système réel est



(10 pts) Donnez le diagramme des pôles et zéros du système. **Soyez précis et justifiez votre réponse.**

(6 pts) Est-ce que la réponse à l'impulsion de ce système est finie ou infinie ? **Prouvez votre réponse.**

b) (12 pts) La fonction de transfert d'un système est

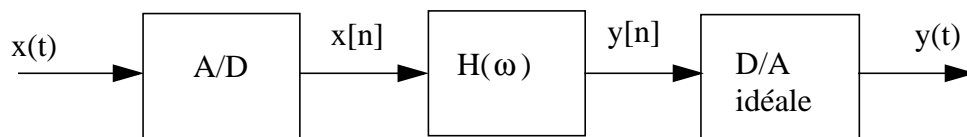
$$H(z) = \frac{(z - e^{j\pi/2})(z - e^{-j\pi/2})}{(z - 0.8)(z + 0.9)}$$

En utilisant cette fonction de transfert, **montrez et justifiez** comment, à partir du diagramme des pôles et zéros du système, on peut calculer le module de sa réponse en fréquence pour une fréquence  $\omega_o$  quelconque (par exemple,  $\omega_o = 2\pi/3$ ).

---

### Question 3. (18 points)

Soit le système suivant:



où  $x(t) = \cos(500\pi t)$ ,  $f_s = 1000\text{Hz}$ , et  $H(\omega) = e^{-j\omega} \cos(\omega/2)(1 + 0.5 \cos(2\omega))$ .

Calculez  $y(n)$  et  $y(t)$ .

---

### Question 4.

Un signal biomédical, échantillonné à  $f_s = 300\text{Hz}$ , est corrompu par un signal à  $60\text{Hz}$  et ses harmoniques.

On désire 1) éliminer du signal échantillonné l'interférence à  $60\text{Hz}$  et ses harmoniques, 2) que l'amplitude des autres composantes du signal ne soit pas ou peu modifiée, 3) limiter les composantes transitoires à la sortie du filtre à au plus 1% de leur valeur initiale après 1/2 seconde.

(18 pts) Donnez la fonction de transfert du filtre réel, causal et stable qui satisfait à ces conditions.

**Justifiez bien votre réponse.**

(6 pts) Donnez l'équation qui permet de réaliser ce filtre en temps réel, i.e., qui permet d'obtenir un échantillon de la sortie pour chaque nouvel échantillon du signal d'entrée.

---

Si vous en avez besoin: 
$$\sum_{i=K}^L a^i = \frac{a^K - a^{L+1}}{1 - a}$$