GEL2001 SOLUTIONNAIRE MINITEST 2 A2019

Département de génie électrique et de génie informatique

14 novembre 2019

Question 1 (1.5 pts)

1. Faux. Le système ne peut pas s'écrire sous la forme

$$\sum_{i=0}^{n} a_i \frac{d^i x(t)}{dt^i} = \sum_{j=0}^{m} b_i \frac{d^i y(t)}{dt^i}$$

en raison de la présence du terme $x^2(t)$.

2. Vrai. Le module de la fonction $H(\omega)$ évalué à la fréquence du signal d'entrée $\omega = 2\pi$ est nul.

3. Faux. La réponse impulsionnelle est centrée à zéro et possède donc une partie dans les temps négatifs.

4. Faux. Ce système n'est pas linéaire puisque le signal est mis au carré dans le temps.

5. Vrai. La réponse impulsionnelle est définie seulement pour des temps positifs.

6. Vrai.

Question 2 (3 pts)

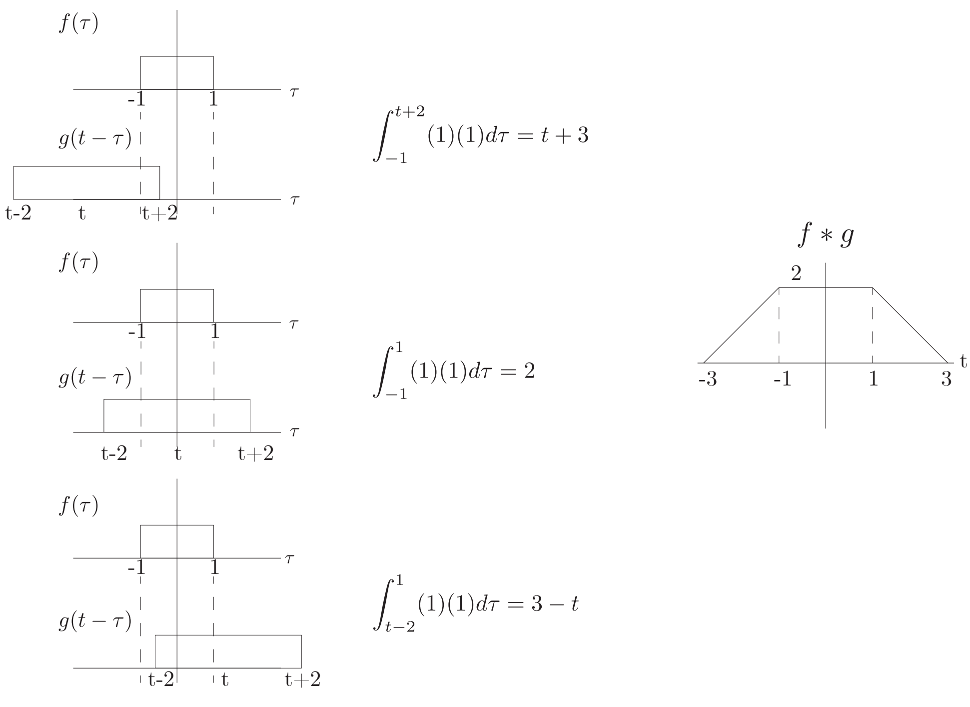

FIGURE 1 – Convolution graphique

Question 3 (3 pts)

(a) Comme ce circuit comporte un amplificateur opérationnel, il est possible de directement écrire que la tension aux bornes + et - sont égales. Comme la tension à la borne positive de l'amplificateur est au potentiel de référence, le même potentiel est trouvé au noeud précédant l'entrée négative de l'amplificateur. Il est donc possible de conclure que le même courant circule dans les 3 composants passifs du circuit. Ce faisant,

$$\begin{aligned}(V_{ref} + V_{x(t)}) - \frac{i}{j\omega C} - Ri = V_{ref},\\ V_{x(t)} = \frac{i}{j\omega C} + Ri\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}V_{ref} + V_{y(t)} = -Ri + V_{ref},\\ V_{y(t)} = -Ri.\end{aligned}$$

La fonction de transfert $H(\omega) = \frac{V_{y(t)}}{V_{x(t)}}$ s'écrit

$$\begin{aligned}H(\omega) &= \frac{-Ri}{\frac{i}{j\omega C} + Ri}\\ H(\omega) &= \frac{-RCj\omega}{1 + RCj\omega}.\end{aligned}$$

En posant $RC = 1$,

$$H(\omega) = \frac{-j\omega}{1 + j\omega}.$$

Le gain à de très basses fréquences et à de trè hautes fréquences se calcule en prenant les limites respectives

$$\lim_{\omega \to 0} \frac{-j\omega}{1 + j\omega} = 0 \qquad \lim_{\omega \to \infty} \frac{-j\omega}{1 + j\omega} = 0$$

$$\lim_{\omega \to \infty} \frac{j}{j} = 1$$

Il s'agit d'un filtre passe-haut.

(b) La sortie du système lorsque l'entrée est sinusoidale est

$$y(t) = |H(\omega_0)| \sin(\omega_0 t + \angle H(\omega_0))$$

Comme $\omega_0 = 1$, le module de la fonction de transfert est $\frac{\sqrt{2}}{2}$ et sa phase $(-\pi/2 - \arctan\left(\frac{1}{1}\right)) = -3\pi/4$. Donc,

$$y(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(t - 3\pi/4).$$