

Prénom : ALBERT

Nom de famille : EINSTEIN

Matricule : 314 159 265

Numéro 1. Voici un exemple d'un *mot* de *longueur* 7 comprenant 3 fois la lettre A et 4 fois la lettre B : ABBBABA. En tout, combien de mots de longueur 7 peut-on former avec 3 fois la lettre A et 4 fois la lettre B ?

Réponse :

$$\binom{7}{3} = \frac{7!}{3!4!} = 35$$

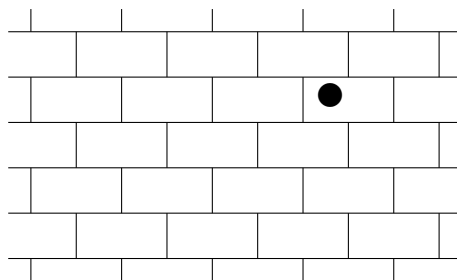
Numéro 2. Rappelons qu'il y a 52 cartes dans un jeu de cartes ordinaire. Chaque carte a une *valeur* et une *couleur*. Les 13 valeurs sont les valeurs 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K, A et les quatre couleurs sont le coeur ♥, le carreau ♦, le trèfle ♣ et le pique ♠.

On tire 5 cartes à partir d'un jeu de cartes ordinaire. Calculez la probabilité d'obtenir cinq cartes de valeurs différentes.

Réponse :

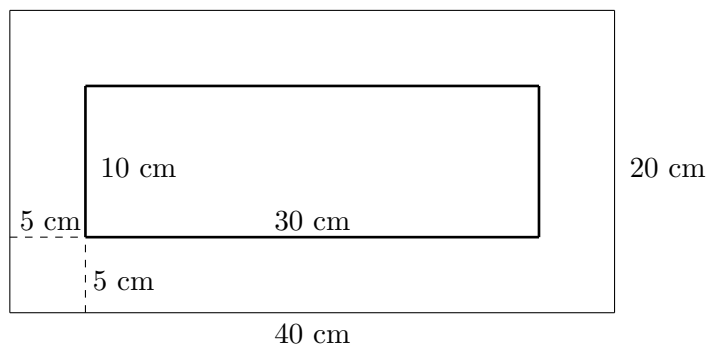
$$\frac{\binom{13}{5} 4^5}{\binom{52}{5}} = \frac{1\,287 \times 1\,024}{2\,598\,960} = \frac{1\,317\,888}{2\,598\,960} = \frac{2112}{4165} \approx 0.5071$$

Numéro 3. Un plancher est recouvert de tuiles rectangulaires de dimension 20 cm par 40 cm disposées selon le schéma ci-dessous. On laisse tomber sur ce plancher un petit disque noir de diamètre 10 cm. Quelle est la probabilité que, après s'être immobilisé, le disque reposera entièrement sur une seule tuile ? Le schéma ci-dessous illustre le cas où l'événement dont on demande la probabilité s'est réalisé.



Réponse :

On considère la tuile sur laquelle le centre du disque atterrit. Pour que le disque repose entièrement sur cette tuile, il faut et il suffit que ce point soit à plus de 5 cm de la frontière de la tuile. Autrement dit, il faut et il suffit que ce point tombe dans le rectangle foncé du schéma ci-dessous.



On peut supposer que le centre du disque est un point choisi au hasard et de façon uniforme sur cette tuile. La probabilité recherchée est donc

$$\frac{\text{surface petit rectangle}}{\text{surface grand rectangle}} = \frac{10 \times 30}{20 \times 40} = \frac{300}{800} = \frac{3}{8} = 0.3750$$

Claude Bélisle
23 septembre 2015