Corrigé de l'examen final H2003

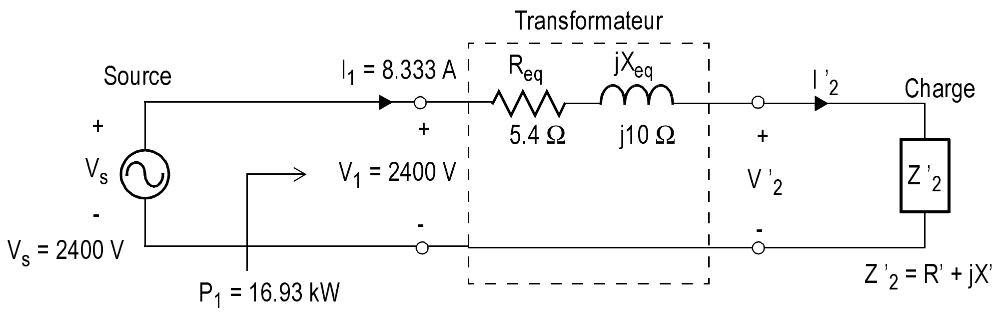
<u>Problème no. 1</u> (20 points)

a) Le rapport de transformation est a = 10.

La résistance équivalente du transformateur: $R_{eq} = R_1 + (10)^2 R_2 = 5.4\Omega$

La réactance équivalente du transformateur: $X_{eq} = X_1 + (10)^2 X_2 = 10\Omega$

Le circuit équivalent du système réfléchi au primaire est le suivant:



La puissance absorbée au primaire est: $P_1 = (R_{eq} + R') \times I_1^2$

On déduit: $R' = \dfrac{P_1}{I_1^2} - R_{eq} = \dfrac{16930}{(8.333)^2} - 5.4 = 238.4\Omega$

La puissance apparente au primaire est: $S_1 = V_1 I_1 = 2400 \times 8.333 = 20000\,\text{VA}$

La puissance réactive au primaire est: $Q_1 = \sqrt{S_1^2 - P_1^2} = \sqrt{20000^2 - 16930^2} = 10648\,\text{VAR}$

Q_1 est la somme des puissances réactives dans X_{eq} et X': $Q_1 = (X_{eq} + X') \times I_1^2$

On déduit: $X' = \dfrac{Q_1}{I_1^2} - X_{eq} = \dfrac{10648}{(8.333)^2} - 10 = 143.34\Omega$

La tension V'_2 est calculée par la loi du diviseur de tension:

$$V_2' = \frac{Z_2'}{Z_2' + Z_{eq}} \times V_1 = \frac{238.4 + j143.34}{(238.4 + j143.34) + (5.4 + j10)} \times 2400 = 2318\angle -1.1°\,\text{V}$$

La tension au secondaire est: $V_2 = 231.8$ V

La puissance active dans la charge: $P_2 = R' \times I_1^2 = 238.4 \times 8.333^2 = 16555\text{W}$

Le rendement du transformateur: $\eta = \dfrac{P_2}{P_2 + P_{Fer} + P_{Cu}}$

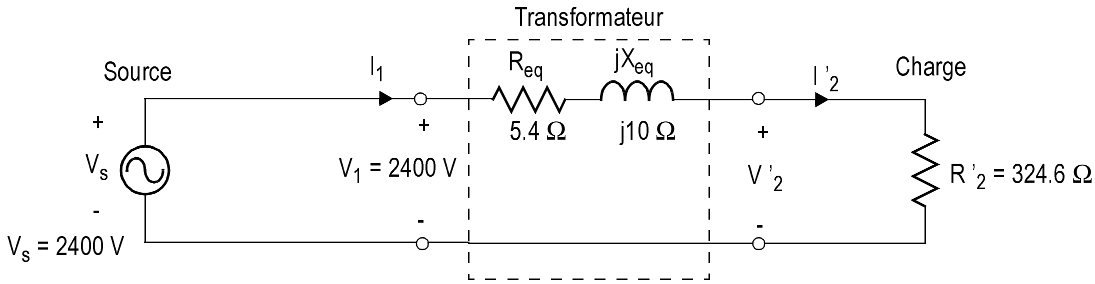
avec: $P_{Fer} = \dfrac{V_1^2}{R_c} = \dfrac{2400^2}{38400} = 150\text{W}$ et $P_{Cu} = R_{eq} I_1^2 = 5.4 \times 8.333^2 = 375\text{W}$

Donc: $\eta = \dfrac{16555}{16555 + 150 + 375} = 0.969$

b) Après compensation, la charge réfléchie au primaire est équivalente à une résistance qui dissipe 16555 W avec une tension de 2318 V à ses bornes:

$$R_2' = \frac{2318^2}{16555} = 324.6\Omega$$

Le circuit équivalent du système réfléchi au primaire devient:



Le courant I_1: $$I_1 = I_2' = \frac{V_1}{Z_{eq} + R_2'} = \frac{2400}{(5.4 + j\,10) + 324.6} = 7.27\angle{-1.7°}\,\text{A}$$

La tension V_2' (valeur efficace): $$V_2' = R_2' \times I_2' = 324.6 \times 7.27 = 2360\,\text{V}$$

La tension au secondaire est: $V_2 = 236$ V

Le courant au secondaire est: $I_2 = 72.7$ A

La puissance active dans la charge: $$P_2 = R_2' \times (I_2')^2 = 324.6 \times 7.27^2 = 17156\,\text{W}$$

Le rendement du transformateur: $$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fer} + P_{Cu}}$$

avec: $$P_{Fer} = \frac{V_1^2}{R_c} = \frac{2400^2}{38400} = 150\,\text{W}$$ et $$P_{Cu} = R_{eq} I_1^2 = 5.4 \times 7.27^2 = 285\,\text{W}$$

Donc: $$\eta = \frac{17156}{17156 + 150 + 285} = 0.975$$

<u>Problème no. 2</u> (20 points)

a) Essai à vide:

Rapport de transformation: $a = \frac{2400}{600} = 4$

Puissance active par phase: $P_A = 900/3 = 300\,\text{W}$

La résistance R_c (représentant les pertes Fer) vue au secondaire est:

$$R_c' = \frac{(600/\sqrt{3})^2}{300} = 400\,\Omega$$

Vue au primaire: $R_c = a^2 R_c' = (4)^2 400 = 6400\Omega$

Puissance apparente par phase: $S_A = (600/\sqrt{3}) \times 2.8 = 969.95\,\text{VA}$

Puissance réactive par phase: $Q_A = \sqrt{S_A^2 - P_A^2} = \sqrt{969.95^2 - 300^2} = 922.4\,\text{VAR}$

La réactance magnétisante: $X_m' = \frac{(600/\sqrt{3})^2}{922.4} = 130\Omega$

Vue au primaire: $X_m = a^2 X_m' = (4)^2 122.64 = 2080\Omega$

<u>Essai en court-circuit:</u>

Puissance active par phase: $P_A = 1485/3 = 495\,\text{W}$

La résistance R_{eq} du transformateur: $R_{eq} = \frac{P_A}{I_A^2} = \frac{495}{(12.028)^2} = 3.42\Omega$

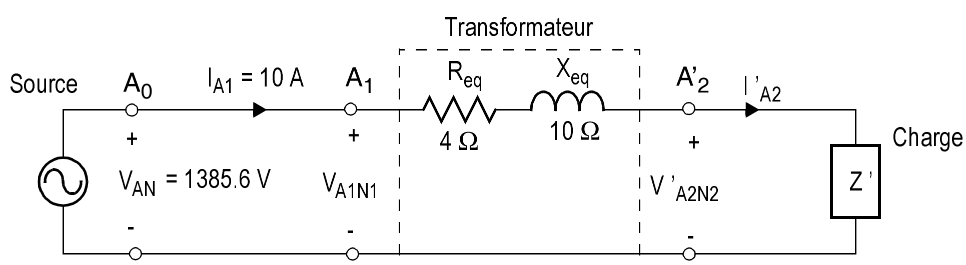
Puissance apparente par phase: $S_A = (104.45/\sqrt{3}) \times 12.028 = 725.3\,\text{VA}$

Puissance réactive par phase: $Q_A = \sqrt{S_A^2 - P_A^2} = \sqrt{725.3^2 - 495^2} = 530.2\,\text{VAR}$

La réactance X_{eq} du transformateur: $X_{eq} = \frac{Q_A}{I_A^2} = \frac{530.2}{(12.028)^2} = 3.66\Omega$

b) Pour continuer, on prend R_{eq} = 4 Ω et X_{eq} = 10 Ω.

Le circuit monophasé équivalent réfléchi au primaire:



$$Z' = a^2\frac{Z}{3} = 16 \times \frac{R + jX}{3} = (5.333R + j5.333X)\Omega$$

Le wattmètre indique: $P_1 = |V_{AC}||I_A|\cos\theta_1$ où θ_1 est l'angle entre I_A et V_{AC}.

On déduit: $\theta_1 = \arccos\left(\frac{P_1}{|V_{AC}||I_A|}\right)$

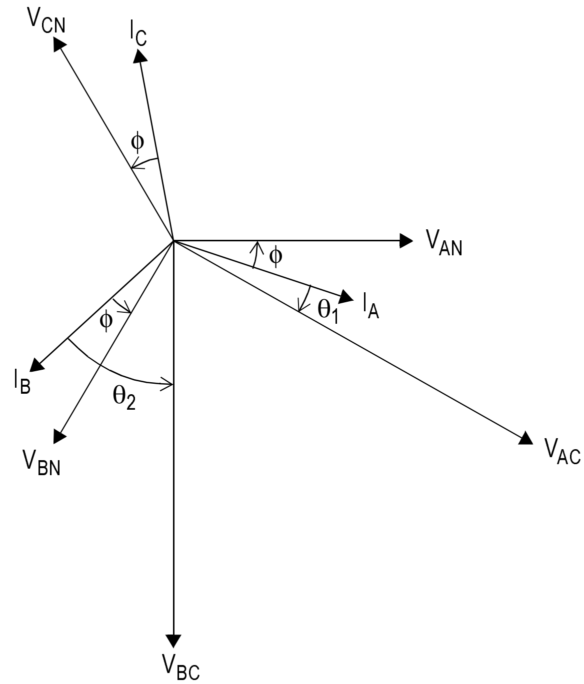
$$\theta_1 = \arccos\left(\frac{23500}{2400 \times 10}\right) = \pm 11.7°$$

On a: $\theta_1 = \phi - \frac{\pi}{6}$

Alors: $\phi = \theta_1 + \frac{\pi}{6} = \begin{array}{l} 41.7° \\ 18.3° \end{array}$

Donc, deux cas sont possibles:

$\phi = 41.7°$ et $\phi = 18.3°$



Cas où $\phi = 41.7°$

Le facteur de puissance de la charge est: $fp = \cos\phi = \cos(41.7°) = 0.75$

La puisssance active (phase A) dans le transformateur et la charge:

$$P = |V_{AN}||I_A|\cos\phi = 1385.6 \times 10 \times 0.75 = 10.392\,\text{kW}$$

La résistance de la charge: $R = \left(\frac{P}{I_A^2} - R_{eq}\right)/5.333 = \left(\frac{10392}{10^2} - 4\right)/5.333 = 18.75\Omega$

La puisssance réactive (phase A) dans le transformateur et la charge:

$$Q = |V_{AN}||I_A|\sin\phi = 1385.6 \times 10 \times 0.665 = 9.214\,\text{kVAR}$$

La réactance de la charge: $X = \left(\frac{Q}{I_A^2} - X_{eq}\right)/5.333 = \left(\frac{10392}{10^2} - 10\right)/5.333 = 17.6\Omega$

Cas où $\phi = 18.3°$

Le facteur de puissance de la charge est: $fp = \cos\phi = \cos(18.3°) = 0.95$

La puisssance active (phase A) dans le transformateur et la charge:

$$P = |V_{AN}||I_A|\cos\phi = 1385.6 \times 10 \times 0.95 = 13.163\,\text{kW}$$

La résistance de la charge: $R = \left(\frac{P}{I_A^2} - R_{eq}\right)/5.333 = \left(\frac{13163}{10^2} - 4\right)/5.333 = 23.9\Omega$

La puisssance réactive (phase A) dans le transformateur et la charge:

$$Q = |V_{AN}||I_A|\sin\phi = 1385.6 \times 10 \times 0.314 = 4.351\,\text{kVAR}$$

La réactance de la charge: $X = \left(\frac{Q}{I_A^2} - X_{eq}\right)/5.333 = \left(\frac{4351}{10^2} - 10\right)/5.333 = 6.28\Omega$

<u>Problème no. 3</u> (20 points)

La constante de temps de la charge RL est égale à: $\tau = \frac{L}{R} = \frac{500\text{mH}}{3\Omega} = 166.67\text{ms}$.

Cette constante de temps est beaucoup plus grande (20 fois) la période de fonctionnement du redresseur (8.33 ms). Par conséquent, les ondulations du courant i_{cc} sont négligeables et le courant i_{cc} est constant.

a) Les formes d'ondes de la tension v_{cc}, des tensions v_{T1} et v_{T3}, des courants i_{T1} et i_{T3}, et du courant i_s au secondaire du transformateur sont montrées à la page suivante.

b) La valeur moyenne de v_{cc} est égale à:

$$v_{cc}(\text{moy}) = \frac{2V_m}{\pi}\cos\alpha = \frac{2\times 169.7}{\pi}\cos(50°) = 69.44\,\text{V}$$

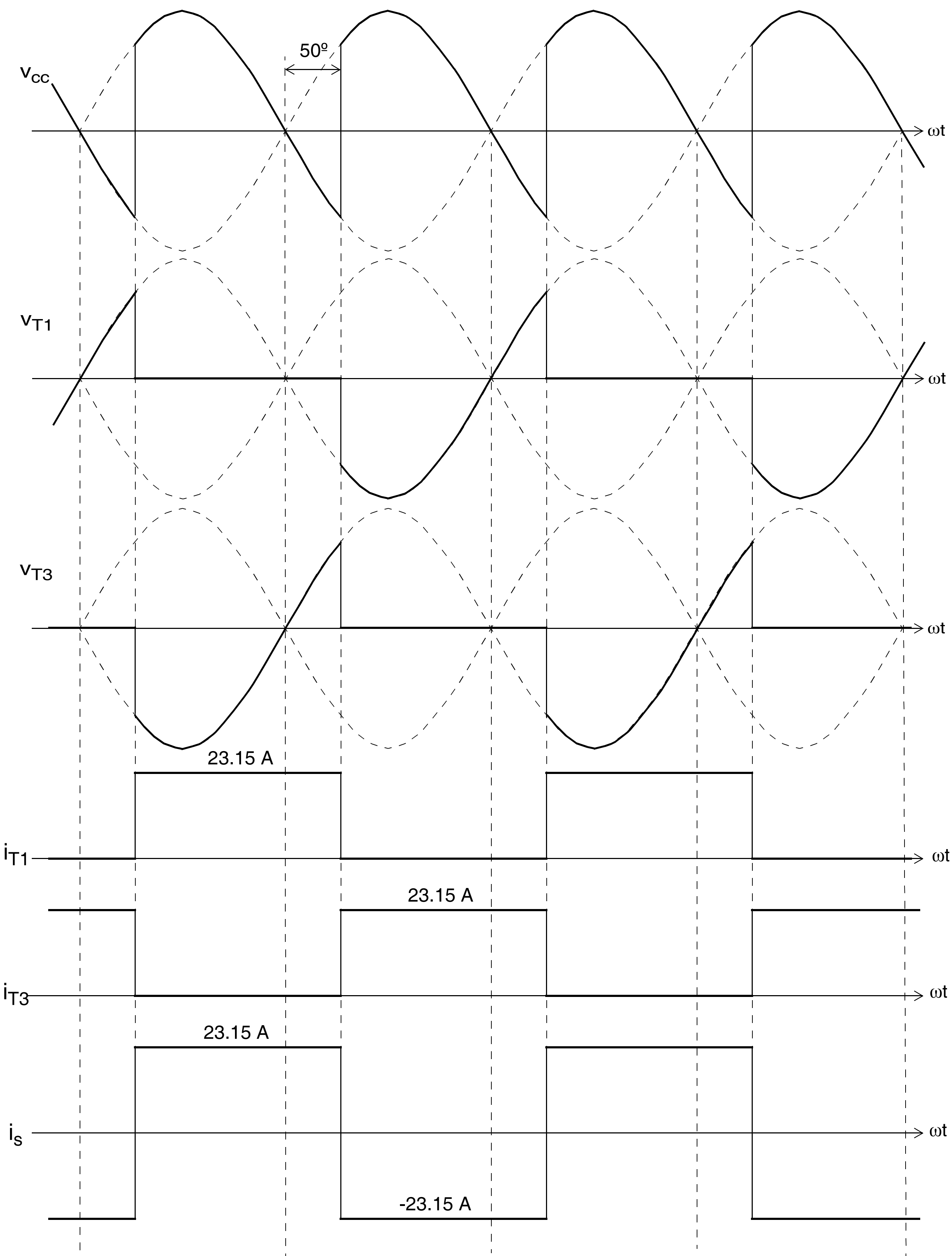
La valeur moyenne de i_{cc} est égale à:

$$i_{cc}(\text{moy}) = \frac{v_{cc}(\text{moy})}{R} = \frac{69.44}{3} = 23.15\,\text{A}$$

À remarquer que le courant i_{cc} est constant: $i_{cc}(\text{moy}) = I_{cc}$.

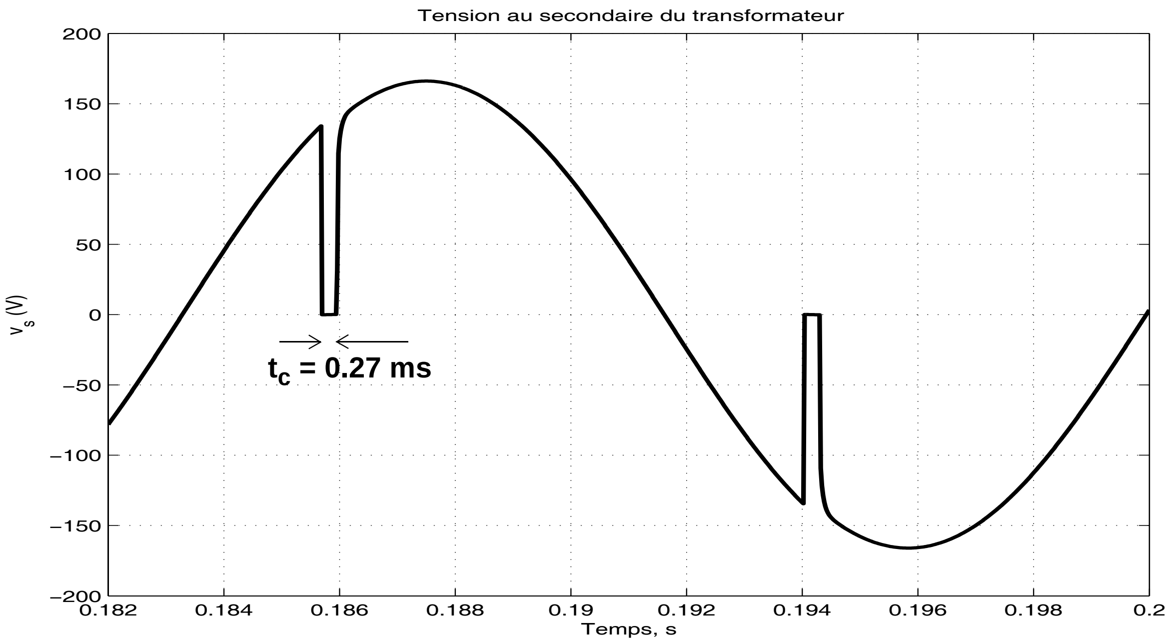
La puissance moyenne dissipée dans la charge est égale à:

$$P_{cc} = p_{cc}(\text{moy}) = v_{cc}(\text{moy})\times I_{cc} = 69.44\times 23.15 = 1607.5\,\text{W}$$



v_{cc}
50º
ωt
v_{T1}
ωt
v_{T3}
ωt
23.15 A
i_{T1}
ωt
23.15 A
i_{T3}
ωt
23.15 A
i_s
ωt
-23.15 A

c)



Les creux de tension sur la forme d'onde de v_s sont causés par la commutation des deux paires de thyristors. Durant le temps de commutation t_c, les quatres thyristors sont conducteurs court-circuitant ainsi le secondaire du transformateur.

Sur le graphique, à l'aide d'une règle, on détermine t_c = 0.27 ms (approximativement).

L'angle de commutation est égal à:

$$\mu = \omega t_c = 120\pi \times 0.27 \times 10^{-3} = 0.102 \text{ rad ou } 5.8^{\circ}$$

On a la relation suivante: $$\cos\alpha - \frac{2I_d L_s \omega}{V_m} = \cos(\omega t_c + \alpha)$$

On déduit:

$$L_s = \frac{V_m}{2I_d\omega}[\cos\alpha - \cos(\omega t_c + \alpha)] = \frac{169.7}{2 \times 21.5 \times 120\pi}[\cos(50°) - \cos(55.8°)]$$

$$L_s = 0.844 \text{ mH}$$

<u>Problème no. 4</u> (20 points)

a) La feuille graphique de la page suivante illustre les formes d'ondes de:

- la tension v_L aux bornes de l'inductance et le courant i_L
- le courant i_T et la tension v_T aux bornes de l'IGBT.
- le courant i_D et la tension v_D aux bornes de la diode D
- le courant i_C et la tension v_C aux bornes du condensateur C

b) La valeur moyenne de la tension v_L doit être égale à 0:

$$3.2 \times t_{on} = 7.5 \times t_{off}$$

On déduit: $t_{on} = 28\ \mu s$ et $t_{off} = 12\ \mu s$.

Le bilan de puissance:

$$\underbrace{P_{in}}_{\text{Puissance à l'entrée}} = \underbrace{P_T}_{\text{Puissance dissipée dans l'IGBT}} + \underbrace{P_D}_{\text{Puissance dissipée dans la diode}} + \underbrace{P_{out}}_{\text{Puissance à la charge}}$$

On a:

$$V_{cc} \times i_L(moy) = V_{FT} \times I_T(moy) + V_{FD} \times I_D(moy) + V_R \times I_R$$

$$5 \times i_L(moy) = 1.8 \times I_L(moy) \times 0.7 + 0.5 \times I_L(moy) \times 0.3 + 12 \times 5$$

$$(5 - 1.8 \times 0.7 - 0.5 \times 0.3) \times i_L(moy) = 60$$

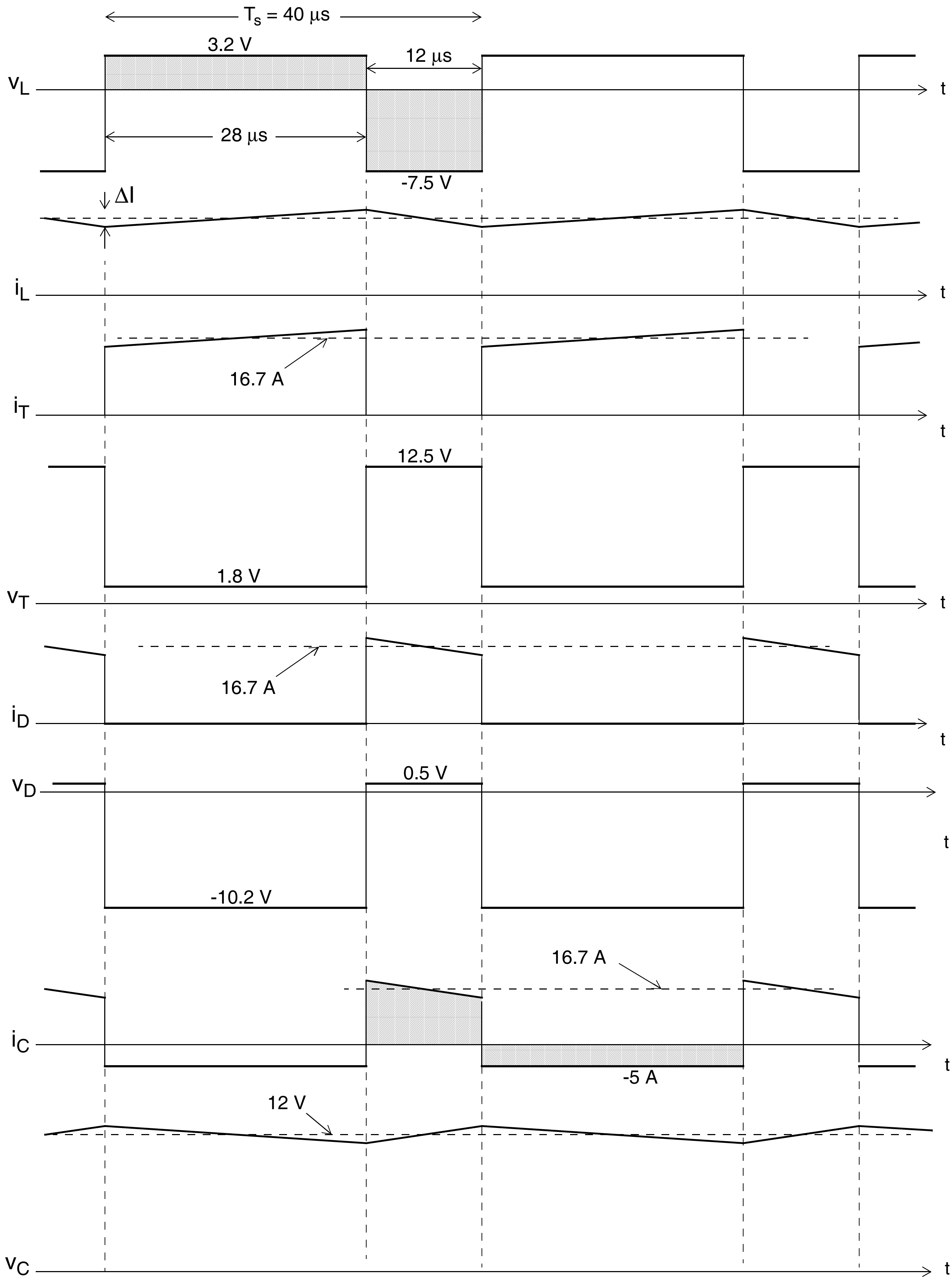
On déduit: $$i_L(moy) = \frac{60}{5 - 1.8 \times 0.7 - 0.5 \times 0.3} = 16.7\,A$$

L'ondulation du courant i_L est donnée par la relation suivante: $$\Delta I = \frac{3.2}{L} \times t_{on}$$

On déduit la valeur de L: $$L = \frac{3.2 \times t_{on}}{\Delta I} = \frac{3.2 \times 28\mu s}{1.67} = 54\mu H$$

c) L'ondulation de la tension V_C est donnée par la relation suivante: $$\Delta V = \frac{I_R}{C} \times t_{on}$$

On déduit la valeur de C: $$C = \frac{I_R \times t_{on}}{\Delta V} = \frac{5 \times 28\mu s}{0.12} = 1167\mu F$$



T_s = 40 µs
3.2 V
12 µs
v_L
t
28 µs
-7.5 V
ΔI
i_L
t
16.7 A
i_T
t
12.5 V
1.8 V
v_T
t
16.7 A
i_D
t
0.5 V
v_D
t
-10.2 V
16.7 A
i_C
t
-5 A
12 V
v_C
t