STT-2920 Solution du Minitest 1

Mercredi 27 septembre 2017

Prénom : ____________*ALBERT*_______________

Nom de famille : ____________*EINSTEIN*__________________

Matricule : ____________314159265__________________

Numéro 1. On tire 7 cartes au hasard à partir d'un jeu ordinaire de 52 cartes. [Il s'agit comme d'habitude de tirages sans remise].

(a) Calculez la probabilité d'obtenir au moins un as.

Réponse :

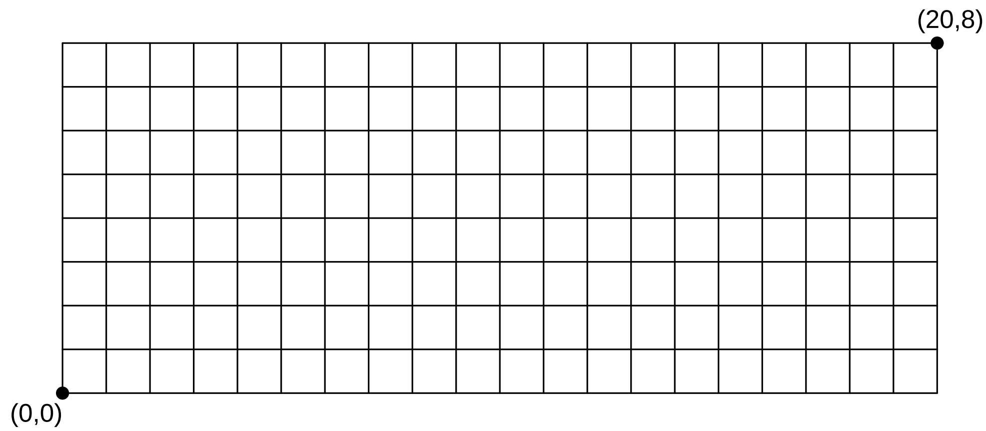
$$\begin{aligned}
\mathbb{P}[\text{ au moins un as }] &= 1 - \mathbb{P}[\text{ aucun as }] \\
&= 1 - \frac{\binom{48}{7}}{\binom{52}{7}} \\
&= 1 - \frac{73629072}{133784560} \\
&= 1 - \frac{4257}{7735} \\
&= 1 - 0.5504 \\
&= 0.4496.
\end{aligned}$$

(b) Calculez la probabilité d'obtenir deux paires et un triple.

Réponse :

$$\frac{\binom{13}{1}\binom{4}{3}\binom{12}{2}\binom{4}{2}\binom{4}{2}}{\binom{52}{7}} = \frac{123552}{133784560} = \frac{594}{643195} = 0.0009235.$$

Numéro 2. Dans le schéma ci-dessous, on doit tracer un chemin qui va du point $(0, 0)$ au point $(20, 8)$. Un chemin ne peut comprendre que des pas vers la droite et des pas vers le haut.



(a) Combien de chemins différents y a-t-il ?

Réponse :

Chaque chemin peut être vu comme étant une séquence composée de 20 copies de la lettre D (pour les 20 pas vers la Droite) et 8 copies de la lettre H (pour les 8 pas vers le Haut). On veut donc le nombre total de séquences de ce type. On imagine 28 cases qu'on doit remplir avec 20 copies de la lettre D et 8 copies de la lettre H. Le nombre de configuration est donc le nombre de façon de choisir 20 cases parmi 28 cases :

$$\binom{28}{20} = \frac{28!}{20!\,8!} = 3\,108\,105.$$

(b) Pour être *admissible* un chemin ne peut jamais comprendre deux pas consécutifs vers le haut. Combien de chemins admissibles y a-t-il ?

Réponse :

Pour créer une configuration admissible, on place nos 20 copies de la lettre D sur une ligne. On note qu'il y a alors 21 emplacements possibles pour placer nos 8 copies de la lettre H. La réponse est donc

$$\binom{21}{8} = \frac{21!}{8!\,13!} = 203\,490.$$

Claude Bélisle
27 septembre 2017