

# GEL-2005

## Systèmes et commande linéaires

Examen #2

Lundi 17 décembre 2018, 8h30-10h20

Document permis: une feuille manuscrite recto-verso

Professeur: André Desbiens, Département de génie électrique et de génie informatique

---

### Question 1 (20%)

Le système est un moteur DC ayant les caractéristiques suivantes :

- Inertie :  $0.9 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
- Frottement : négligeable
- Inductance : négligeable
- Couple de blocage pour une tension de 3.5 volts :  $9 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}$
- Fonction de transfert entre la vitesse angulaire (rad/s) et la tension (V) appliquée au moteur :
$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{28.6}{1 + 0.1s}$$

À  $t = 0^+$  seconde la vitesse angulaire vaut 25 rad/s. Que vaut la vitesse angulaire à  $t = 0.2$  seconde si la tension appliquée est  $u(t) = 4u_e(t)$  où  $u_e(t)$  est un échelon unitaire?

### Question 2 (20%)

Le procédé possède un gain qui varie :  $G_p(s) = \frac{Ke^{-2s}}{1 + 6s}$ . Le régulateur est  $G_c(s) = \frac{2(1 + 6s)}{6s}$ . Quelle est la plus grande valeur que peut prendre  $K$  sans que l'asservissement ne soit instable?

### Question 3 (20%)

Le système illustré à la figure 1 est stable asymptotiquement avec:

- $d_y = 0$ ,
- $r$  est un échelon d'amplitude 3,
- $d_{yi}$  est un échelon d'amplitude 2,
- tous les pôles de  $G_{po}(s)$  sont à partie réelle négative,
- le gain statique de  $G_{po}(s)$  vaut 4,
- $G_{co}(s)$  est un régulateur PI,
- $G_{pi}(s) = \frac{2e^{-3s}}{s(1+5s)}$
- $G_{ci}(s)$  est un régulateur proportionnel.

Que vaut  $r_i(\infty)$ ? *Toutes les étapes du raisonnement doivent être expliquées et correctement justifiées.*

Bonus de l'ingénieur : Lors d'un examen, réussir les trois quarts d'une question vaut généralement 75%. Toutefois, en pratique, résoudre les trois quarts d'un problème ne vaut rien. Calculez la réponse numérique exacte à ce numéro et obtenez un bonus de 10%.

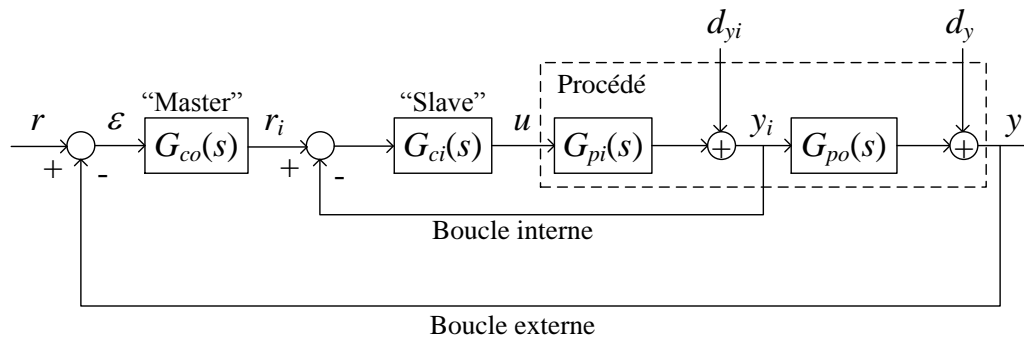


Figure 1

### Question 4 (20%)

Le système étudié est similaire à celui utilisé durant les laboratoires. Il est au repos et on applique à  $t = 0$  un échelon de 2 volts à l'amplificateur de puissance. La tension fournie par le potentiomètre est tracée à la figure 2. Concevez un asservissement de la position angulaire qui assure une erreur statique nulle à une perturbation d'entrée en échelon et qui ne présente qu'un très faible ou aucun dépassement suite à un échelon de consigne. Dessinez le diagramme fonctionnel du système asservi.

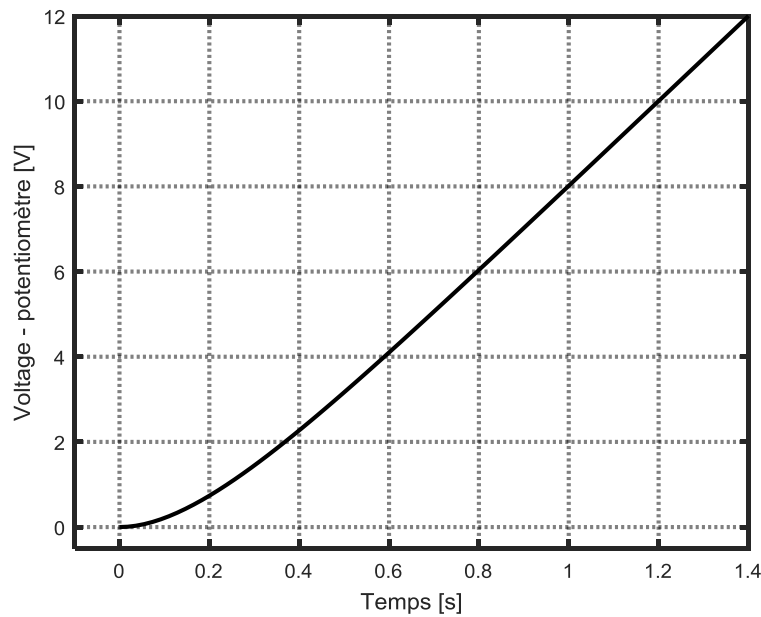


Figure 2

**Question 5 (4×5% = 20%)**

La figure 3 montre le système étudié où  $G(s) = G_c(s)G_p(s)$  et  $H(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)}$ .

- a) Quelle est l'expression de la fonction de transfert  $Y(s)/D_y(s)$  (en fonction de  $G_c(s)$  et  $G_p(s)$ )? **Démontrez.**

La figure 4 montre la réponse en fréquences de  $G(s)$ .

- b) Est-ce que  $H(s)$  possède un retard. **Justifiez.**  
c) Est-ce que  $H(s)$  possède un comportement intégrateur. **Justifiez.**  
d) Si  $H(s)$  possède une résonance, quelle est sa fréquence de résonance? **Justifiez la présence ou non de la résonance et, s'il y a lieu, la valeur de la fréquence de résonance.**

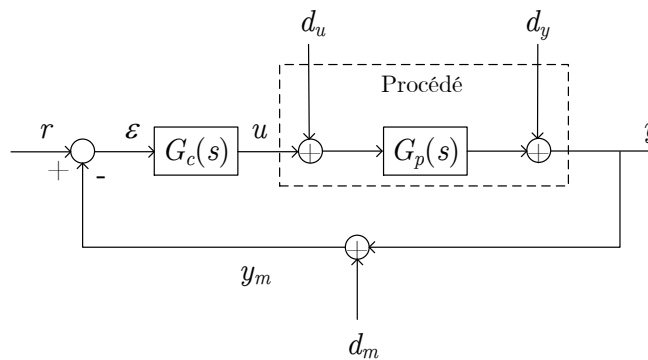


Figure 3

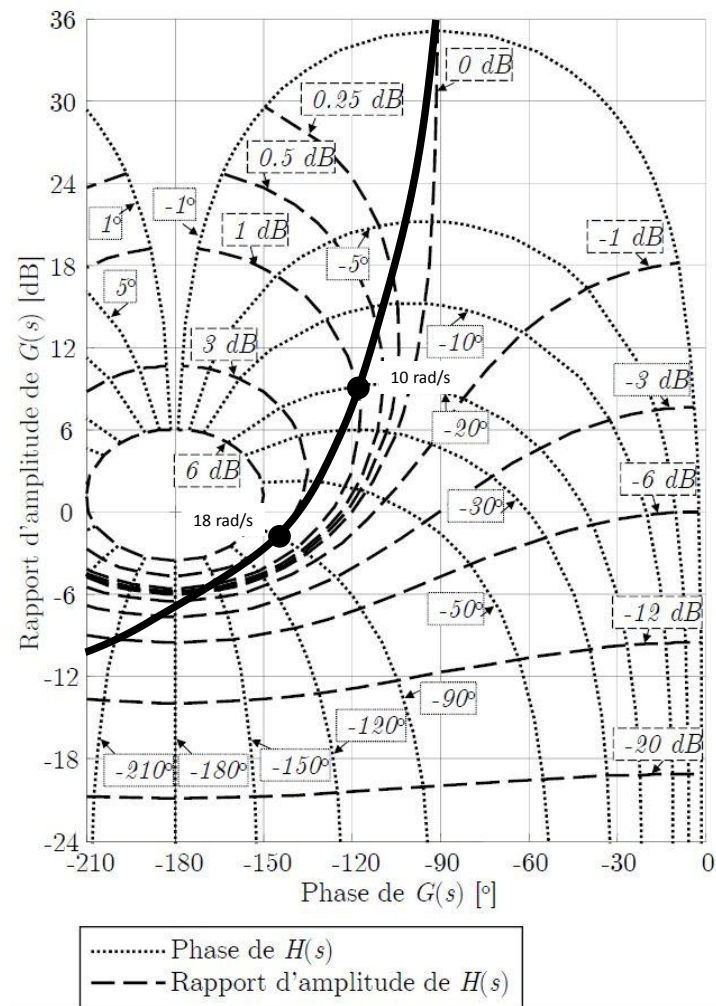


Figure 4

*Bon succès!*

## Réponses

Q.1 102.3 rad/s

Q.2 2.38

Q.3 0.75

Q.4 Figure 13.2 des notes de cours avec  $F(s) = \frac{1}{1+0.937s}$  et  $G_c(s) = \frac{0.579(1+0.937s)}{0.937s}$

Q.5 a)  $\frac{Y(s)}{D_y(s)} = \frac{1}{1+G_c(s)G_p(s)}$

b) Oui (aux hautes fréquences, la phase de  $H(s)$  diminue toujours avec la fréquence)

c) Non, le rapport d'amplitude de  $H(s)$  vaut 1 aux basses fréquences (et tendrait vers l'infini s'il y avait un intégrateur)

d) Résonnance car le rapport d'amplitude de  $H(s)$  passe de 0 dB aux basses fréquences puis augmente jusqu'à 3 dB à 18 rad/s pour ensuite diminuer. Le rapport d'amplitude maximal de  $H(s)$  survient à 18 rad/s, la fréquence de résonnance.