

Université Laval
MAT-1310 Hiver 2017
Examen 2

- Aucune documentation ni calculatrice n'est permise pendant l'examen.
- Il n'est pas nécessaire d'évaluer les coefficients binomiaux.

- (1) Il y a 5 partis politiques dans un gouvernement de coalition et il y a 12 ministères différents à allouer.
- (a) De combien de façons peut-on allouer les 12 ministères aux 5 partis de sorte que chaque parti s'occupe d'au moins un ministère? [6]
 - (b) De combien de façons peut-on allouer les 12 ministères aux 5 partis de sorte qu'au moins un parti n'ait aucun ministère qui lui soit alloué? [6]
- (2) Dix personnes arrivent à une réunion et chaque personne laisse son cellulaire sur la table au début de la réunion. À la fin de la réunion, chaque personne récupère un cellulaire de la table.
- (a) De combien de façons peut-on récupérer les cellulaires de sorte que personne ne parte avec son propre cellulaire? [6]
 - (b) De combien de façons peut-on récupérer les cellulaires de sorte qu'exactement cinq personnes partent avec leurs propres cellulaires? [6]
- (3) Supposons qu'on a un nombre illimité d'oranges, de pommes et de fraises. Soit a_n le nombre de façons de disposer n de ces fruits en rangée de sorte que la rangée contient deux fraises côte à côte. Trouver une relation de récurrence qui décrit la suite $(a_n)_{n \geq 0}$. [12]
- (4) Résoudre la relation de récurrence $a_n = 7a_{n-1} - 12a_{n-2}$ avec $a_0 = 1, a_1 = 2$. [12]
- (5) Résoudre la relation de récurrence $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} + 3 \cdot 2^n$ avec $a_0 = 0$ et $a_1 = 1$. [12]
- (6) Résoudre la relation de récurrence $a_n = 3a_{n-1} - 2n + 1$ avec $a_0 = 3$. [12]
- (7) Soit $(a_n)_{n \geq 0}$ une suite qui satisfait
- $$a_n = -a_{n-1} + 3, \quad a_0 = 2.$$
- (a) Trouver la fonction génératrice sous forme close associée à cette suite. [10]
 - (b) Trouver la valeur de a_{2016} . [6]
- (8) Soit a_n le nombre de solutions à l'équation
- $$a + b + c = n$$
- où a, b et c sont des entiers non-négatifs tels que $a \geq 3, b$ est divisible par 3 et $2 \leq c \leq 4$. Trouver la fonction génératrice sous forme close associée à $(a_n)_{n \geq 0}$. [12]