GEL-4100/7063 COMMANDE INDUSTRIELLE

Examen #2
14 décembre 2018, 8h30 à 11h20

Document permis : une feuille manuscrite recto verso (8.5" x 11")
Justifiez vos calculs et raisonnements

Éric Poulin, Département de génie électrique et de génie informatique

QUESTION 1 (16 points)

Un procédé multivariable est représenté par la fonction de transfert suivante :

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{(5s+1)^2} & \dfrac{2}{8s+1} \\ \dfrac{3(6s+1)}{(4s+1)^2} & \dfrac{2e^{-5s}}{7s+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix}$$

On vous demande de :

- concevoir un découpleur simplifié qui découple parfaitement;
- déterminer les fonctions de transfert $T_{11}(s)$ et $T_{22}(s)$ du système découplé (c.-à-d. les fonctions de transfert qui seraient utilisées pour effectuer le réglage des régulateurs);
- tracer le diagramme fonctionnel du découpleur et du procédé en identifiant adéquatement les signaux et les fonctions de transfert.

QUESTION 2 (18 points)

Le procédé à asservir est représenté, autour de son point de fonctionnement, par la fonction de transfert suivante :

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{9s+1} \\ \dfrac{-0.5}{11s+1} \end{bmatrix} U(s)$$

Les valeurs des variables d'entrée-sortie au point d'opération sont $u_{op} = 50$ %, $y_{1op} = 60$ % et $y_{2op} = 40$ %. Concevez une commande permettant de respecter les spécifications suivantes :

- régulation de y_1 sans erreur statique pourvu que 15 % < u < 95 % et y_2 > 30 %;
- dynamique en boucle fermée identique à celle du procédé en boucle ouverte pour y_1 et y_2;
- régulateurs sans à-coups permettant de prendre en compte les points d'opération.

Tracez le diagramme fonctionnel de votre asservissement, identifiez les signaux et spécifiez tous les éléments requis afin de rencontrer les spécifications précédentes. En l'absence d'erreurs de modèle et de perturbations, donnez la valeur en régime permanent des signaux de votre système (consignes, sortie des régulateurs, variable manipulée et variables de procédé) pour une consigne de 85 %.

QUESTION 3 (16 points)

Soit le procédé dont la fonction de transfert est :

$$G_p(s) = \frac{0.8e^{-7s}}{15s+1}$$

a) (4 points) Concevez, dans le domaine continu, un régulateur PI permettant d'obtenir une marge de phase de 56 degrés;

b) (4 points) Dans le but d'implanter le régulateur sous forme numérique, sélectionnez la période d'échantillonnage de façon à ce que le bloqueur d'ordre zéro réduise la marge de phase de 1 degré;

c) (4 points) Déterminez la fonction de transfert du filtre antirepliement de premier ordre entraînant une réduction de la marge de phase de 5 degrés (supposez que le filtre ne modifie pas ω_0, c.-à-d. la fréquence à laquelle l'amplitude de la fonction de transfert en boucle ouverte est de 0 dB);

d) (4 points) Calculez l'atténuation en dB du filtre antirepliement à la fréquence de Nyquist;

QUESTION 4 (18 points)

Un procédé est caractérisé par la fonction de transfert suivante :

$$G_p(s) = \frac{3e^{-4s}}{12s+1}$$

En procédant par synthèse directe, concevez un régulateur discret pour que le système en boucle fermée réponde à un échelon de consigne sans erreur statique et selon la même dynamique que le procédé en boucle ouverte. Utilisez une période d'échantillonnage de 2 secondes et supposez la présence d'un bloqueur d'ordre zéro pour la discrétisation de la fonction de transfert du procédé. Donnez la fonction de transfert discrète de votre régulateur (exprimée en puissance positive de z) ainsi que son équation récurrente.

QUESTION 5 (18 points)

La fonction de transfert discrète d'un procédé, en considérant un bloqueur d'ordre zéro et une période d'échantillonnage de 4 secondes, est :

$$\overline{G_{BOZ}G_p}(z) = \frac{(0.18z-0.22)z}{(z-0.9)(z-0.8)}z^{-7}$$

Concevez un régulateur à modèle interne permettant d'obtenir une dynamique de second ordre avec des constantes de temps 2 fois plus courtes que celles du procédé en boucle ouverte. Tracez le schéma de votre système asservi et identifiez chacun des signaux.

QUESTION 6 (14 points)

On désire mettre en place une commande décentralisée pour le procédé multivariable représenté par

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{2}{5s+1} & \dfrac{-1}{10s+1} \\ \dfrac{1}{15s+1} & \dfrac{-1}{10s+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix}$$

Pour ce faire, les couples entée-sortie y_1-u_1 et y_2-u_2 ont été retenus.

a) (6 points) Expliquez pourquoi le choix inverse des couples entrée-sortie (c.-à-d. y_1-u_2 et y_2-u_1) compromettrait l'intégrité du système en boucle fermée et quel serait l'impact sur la stabilité de l'asservissement?

b) (8 points) Une approche itérative a été proposée en classe pour le réglage des régulateurs. Effectuez la première itération qui consiste à régler $G_{c1}(s)$, le régulateur qui commande y_1, à partir de $G_1(s)$, le modèle vu par ce régulateur. À titre indicatif, vous devez appliquer l'approximation basses fréquences à l'expression suivante :

$$G_1(s) = G_{11}(s) - \frac{G_{12}(s)G_{21}(s)G_{c2}(s)}{1+G_{c2}(s)G_{22}(s)}$$

afin d'effectuer le réglage. Utilisez comme spécification une dynamique de premier ordre avec une constante de temps $T_H = 10$ secondes.

Transformées de Laplace et en z, et leurs pôles

$f(t),\ t \geq 0$	$F(s)$	Pôles de $F(s)$	$F(z)$	Pôles de $F(z)$
$\delta(t)$	1	-	1	-
1	$\dfrac{1}{s}$	0	$\dfrac{z}{z-1}$	1
t	$\dfrac{1}{s^2}$	0 (double)	$\dfrac{Tz}{(z-1)^2}$	1 (double)
e^{-at}	$\dfrac{1}{s+a}$	$-a$	$\dfrac{z}{z-e^{-aT}}$	e^{-aT}
$\alpha^{t/T}$ $\left(= e^{-at}\big\rvert_{a=\frac{-\ln\alpha}{T}}\right)$	$\dfrac{1}{s+\frac{-\ln\alpha}{T}}$	$\dfrac{\ln\alpha}{T}$	$\dfrac{z}{z-\alpha}$	α $(\alpha = e^{-aT} > 0)$
te^{-at}	$\dfrac{1}{(s+a)^2}$	$-a$ (double)	$\dfrac{Tze^{-aT}}{(z-e^{-aT})^2}$	e^{-aT} (double)
$1-e^{-at}$	$\dfrac{a}{s(s+a)}$	$0,\ -a$	$\dfrac{z(1-e^{-aT})}{(z-1)(z-e^{-aT})}$	$1,\ e^{-aT}$
$\cos\omega t$	$\dfrac{s}{s^2+\omega^2}$	$\pm j\omega$	$\dfrac{z(z-\cos\omega T)}{z^2-2z\cos\omega T+1}$	$e^{\pm j\omega T}$
$\sin\omega t$	$\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\pm j\omega$	$\dfrac{z\sin\omega T}{z^2-2z\cos\omega T+1}$	$e^{\pm j\omega T}$
$e^{-at}\cos\omega t$	$\dfrac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$	$-a\pm j\omega$	$\dfrac{z^2-ze^{-aT}\cos\omega T}{z^2-2ze^{-aT}\cos\omega T+e^{-2aT}}$	$e^{(-a\pm j\omega)T}$
$e^{-at}\sin\omega t$	$\dfrac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$	$-a\pm j\omega$	$\dfrac{ze^{-aT}\sin\omega T}{z^2-2ze^{-aT}\cos\omega T+e^{-2aT}}$	$e^{(-a\pm j\omega)T}$

Tableau I. Identification et réglage PI ou PI+Filtre

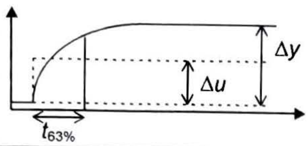
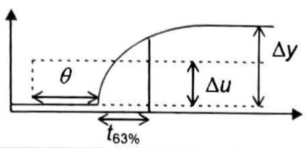
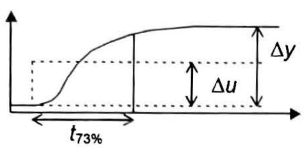
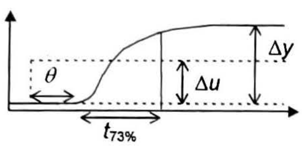
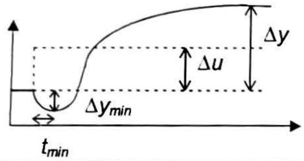
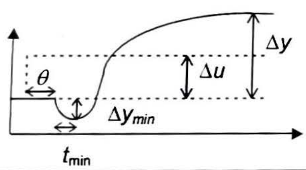
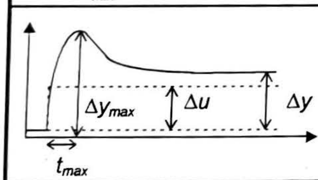
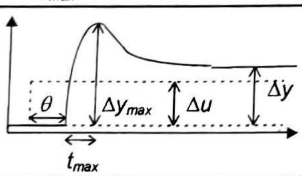
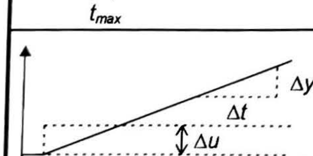
Réponse à l'échelon	Modèle	Paramètres	Réglage			
			K_c	T_i	T_f	T_{sp}
	$\dfrac{K_p}{1+T_1 s}$	$K_p = \dfrac{\Delta y}{\Delta u}$ $T_1 = t_{63\%}$	$\dfrac{1}{K_p}$	T_1	0	0
	$\dfrac{K_p e^{-\theta s}}{1+T_1 s}$	$K_p = \dfrac{\Delta y}{\Delta u}$ $T_1 = t_{63\%}$	$\dfrac{1}{K_p}\cdot\dfrac{T_1}{T_1+\theta}$	T_1	0	0
	$\dfrac{K_p}{(1+T_1 s)^2}$	$K_p = \dfrac{\Delta y}{\Delta u}$ $T_1 = \dfrac{t_{73\%}}{2.6}$	$\dfrac{1}{K_p}$	$1.5T_1$	0	0
	$\dfrac{K_p e^{-\theta s}}{(1+T_1 s)^2}$	$K_p = \dfrac{\Delta y}{\Delta u}$ $T_1 = \dfrac{t_{73\%}}{2.6}$	$\dfrac{1}{K_p}\cdot\dfrac{T_1}{T_1+\theta}$	$1.5T_1$	0	0
	$\dfrac{K_p(1-T_{0i}s)}{(1+T_1 s)^2}$	$K_p = \dfrac{\Delta y}{\Delta u}$ Tableau II	$\dfrac{1}{K_p}\cdot\dfrac{T_1}{T_1+T_{0i}}$	$1.5T_1$	0	0
	$\dfrac{K_p(1-T_{0i}s)e^{-\theta s}}{(1+T_1 s)^2}$	$K_p = \dfrac{\Delta y}{\Delta u}$ Tableau II	$\dfrac{1}{K_p}\cdot\dfrac{T_1}{T_1+\theta+T_{0i}}$	$1.5T_1$	0	0
	$\dfrac{K_p(1+T_{0s}s)}{(1+T_1 s)^2}$	$K_p = \dfrac{\Delta y}{\Delta u}$ Tableau II	$\dfrac{1}{K_p}$	$1.5T_1$	T_{0s}	0
	$\dfrac{K_p(1+T_{0s}s)e^{-\theta s}}{(1+T_1 s)^2}$	$K_p = \dfrac{\Delta y}{\Delta u}$ Tableau II	$\dfrac{1}{K_p}\cdot\dfrac{T_1}{T_1+\theta}$	$1.5T_1$	T_{0s}	0
	$\dfrac{K_p}{s}$	$K_p = \dfrac{\Delta y}{\Delta t \Delta u}$	$\dfrac{2}{K_p T_H}$	$2T_H$	0	$2T_H$

Tableau II. Calcul des paramètres pour les procédés de deuxième ordre avec un zéro

Procédé avec zéro positif			Procédé avec zéro négatif		
$-\Delta y_{min} / \Delta y$	t_{min} / T_1	T_{0i} / T_1	$\Delta y_{max} / \Delta y$	t_{max} / T_1	T_{0s} / T_1
0.01	0.14	0.16	1.02	3.13	1.47
0.02	0.19	0.23	1.04	2.69	1.59
0.03	0.22	0.29	1.06	2.45	1.69
0.04	0.25	0.34	1.08	2.28	1.78
0.05	0.28	0.39	1.10	2.16	1.86
0.06	0.31	0.44	1.15	1.95	2.05
0.07	0.32	0.48	1.20	1.81	2.23
0.08	0.34	0.52	1.25	1.72	2.39
0.09	0.36	0.56	1.30	1.65	2.55
0.10	0.38	0.60	1.35	1.58	2.71
0.20	0.49	0.96	1.40	1.54	2.86
0.30	0.56	1.28	1.45	1.50	3.01
0.40	0.61	1.58	1.50	1.46	3.16
0.50	0.65	1.88	1.55	1.43	3.31
0.60	0.68	2.17	1.60	1.41	3.45
0.70	0.71	2.46	1.65	1.38	3.60
0.80	0.73	2.75	1.70	1.36	3.74
0.90	0.75	3.03	1.75	1.35	3.88
1.00	0.77	3.32	1.80	1.33	4.03
1.10	0.78	3.60	1.85	1.32	4.17
1.20	0.79	3.87	1.90	1.30	4.31
1.30	0.81	4.15	1.95	1.29	4.45
1.40	0.82	4.43	2.00	1.28	4.60
1.50	0.82	4.70	2.10	1.26	4.87
1.60	0.83	4.98	2.20	1.24	5.16
1.70	0.84	5.26	2.30	1.23	5.43
1.80	0.85	5.53	2.40	1.21	5.71
1.90	0.85	5.81	2.50	1.20	5.98
2.00	0.86	6.09	2.60	1.19	6.26
2.20	0.87	6.63	2.70	1.18	6.54
2.40	0.88	7.18	2.80	1.17	6.81
2.60	0.89	7.72	2.90	1.16	7.09
2.80	0.89	8.27	3.00	1.16	7.36
3.00	0.90	8.82	3.50	1.13	8.73
3.20	0.90	9.37	4.00	1.11	10.10
3.40	0.91	9.91	4.50	1.10	11.47
3.60	0.91	10.46	5.00	1.08	12.84
3.80	0.92	11.28	6.00	1.07	15.56
4.00	0.92	11.56	7.00	1.06	18.28
4.50	0.93	12.91	8.00	1.05	21.00
5.00	0.93	14.28	9.00	1.04	23.72