GEL2001 SOLUTIONNAIRE MINITEST 1 A2018

Département de génie électrique et de génie informatique

16 septembre 2019

Question 1 (1.5 pts)

- La pulsation fondamentale est :

$$w_0 = \frac{1}{2}$$

- Retrouvons les coefficients de Fourrier :

$f(t) = -2sin(t) + 4cos(t/2) + 2$

$$\begin{aligned}
&= -2\sin(2w_0t) + 4\cos(w_0t) + 2 \\
&= -2\frac{e^{j2w_0t} - e^{-j2w_0t}}{2j} + 4\frac{e^{jw_0t} + e^{-jw_0t}}{2} + 2 \\
&= je^{j2w_0t} - je^{-j2w_0t} + 2e^{jw_0t} + 2e^{-jw_0t} + 2
\end{aligned}$$

Donc : F(0) = 2 ; F(1) = 2 ; F(-1) = 2 ; F(2) = j ; F(-2) = -j

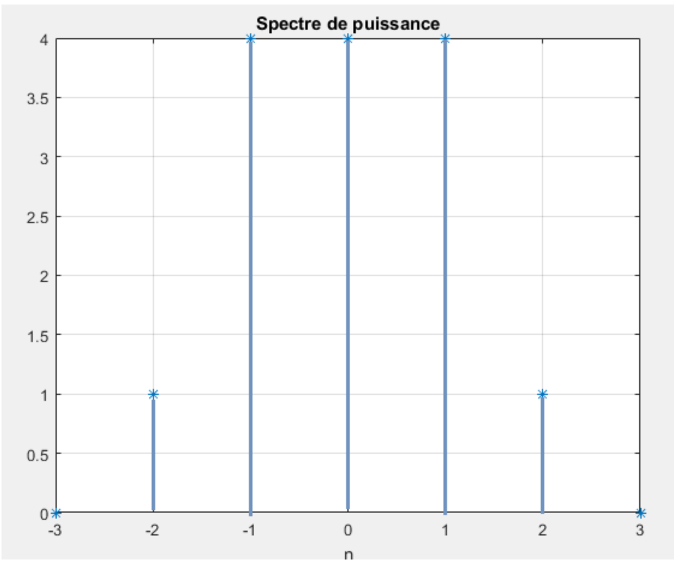

FIGURE 1 – Spectre de puissance

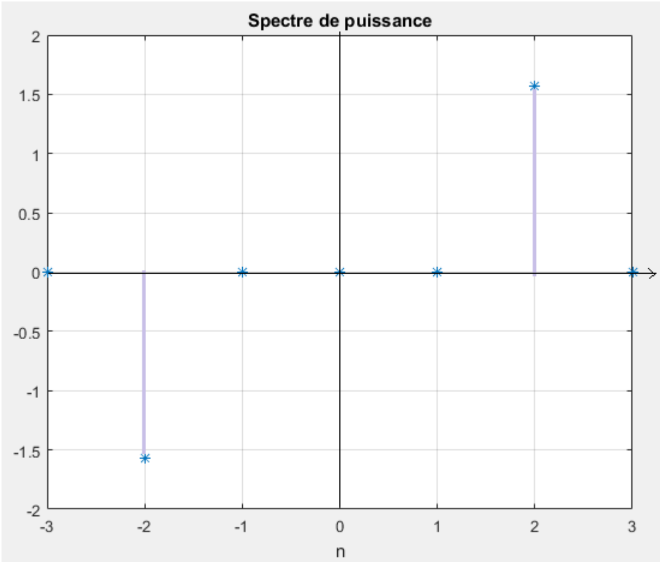

FIGURE 2 – Spectre de phase

Question 2 (1.8 pts)

(a) F(n) est telle que :

(i) Décroissance : 1/n, $\boxed{1/n^2}$, $1/n^3$: car f_p continue et $f_p^{'}$ pas continue

(ii) $\boxed{Reelle}$, Imaginaire pure, Complexe : car f_p est paire si et seulement si F(n) réelle et paire. Dans ce cas, f_p est paire.

(iii) $F(0) = 0$, $\boxed{F(0) \neq 0}$: car la valeur moyenne est non nulle dans ce cas

(b) f(t) est une fonction :

(i) $\boxed{continue}$,non continue : car décroissance en $1/n^2$

(ii) Paire, $\boxed{Impaire}$, ni l'un ni l'autre : car F(n) imaginaire pure et impaire.

(iii) $\boxed{Reelle}$,Complexe : en effet,

$$F^*(n) = (A(n) + jB(n))^* = (A(n) - jB(n)) = -jB(n)$$

et

$$F(-n) = jB(-n).$$

Etant donné que : B(n) impaire, donc :

$$B(-n) = -B(n)$$

c'est-à-dire :

$$jB(-n) = -jB(n),$$

ainsi :

$$F^*(n) = F(-n)$$

Finalement : $f_p(t)$ est réelle.

(c) f(t) est une fonction :

(i) continue, $\boxed{\textit{non continue}}$: car décroissance en $1/n$

(ii) Paire, Impaire, $\boxed{\textit{ni l'un ni l'autre}}$: car F(n) n'est ni paire ni impaire.

(iii) Reelle, $\boxed{\textit{Complexe}}$: en effet,

$$F^*(n) = A^*(n) = A(n)$$

et

$$F(-n) = A(-n)$$

Or

$$A(n) \neq A(-n),$$

Donc :

$$F^*(n) \neq F(-n)$$

Aisni : $f_p(t)$ n'est pas réelle, elle est complexe.

Question 3 (4.2 pts)

La valeur moyenne est nulle => $F(0) = 0$

Pour trouver les coefficients de la série de fourrier, il faut poser l'intégrale suivante :

$$F(n) = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} f(t) e^{-j\omega_0 n t} dt$$

$$F(n) = \frac{1}{3} \int_{-1}^{0} \frac{-1}{2} e^{-j\omega_0 n t} dt + \frac{1}{3} \int_{0}^{1} \frac{1}{2} e^{-j\omega_0 n t} dt$$

$$F(n) = \frac{-1}{6} \left[\frac{e^{-j\omega_0 n t}}{-j\omega_0 n} \right]_{-1}^{0} + \frac{1}{6} \left[\frac{e^{-j\omega_0 n t}}{-j\omega_0 n} \right]_{0}^{1}$$

$$F(n) = \frac{-1}{6} \left[\frac{1 - e^{j\omega_0 n}}{-j\omega_0 n} \right] + \frac{1}{6} \left[\frac{e^{-j\omega_0 n} - 1}{-j\omega_0 n} \right]$$

$$F(n) = \frac{1}{6} \frac{-1 + e^{j\omega_0 n} - 1 + e^{-j\omega_0 n}}{-j\omega_0 n}$$

$$F(n) = \frac{1}{-6j\omega_0 n} \Big(-2 + 2\cos(\omega_0 n) \Big)$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{3}$$

$$F(n) = \frac{1}{j2\pi n} \Big(1 - \cos(\frac{2\pi n}{3}) \Big)$$