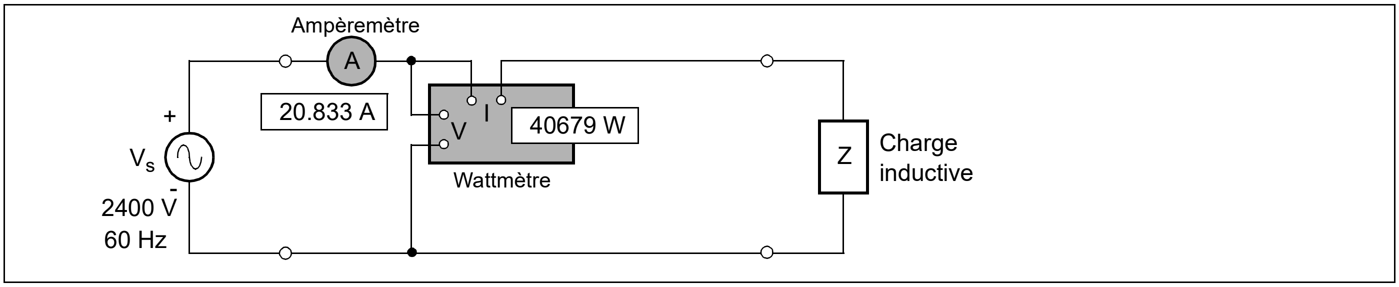
GEL-2003 **ÉLECTROTECHNIQUE**	EXAMEN PARTIEL H2018 SOLUTION

Problème no. 1 (25 points)

a) **Déterminer** l'impédance **Z** et le facteur de puissance *(9 points)*



Puissance apparente de la charge: $|S| = |V_s| \times |I_s| = (2400\text{V}) \times (20.833\text{A}) = 50000 \text{ VA}$

Facteur de puissance de la charge: $fp = \frac{P}{S} = \frac{40679}{50000} = 0.8136 = \cos\phi$

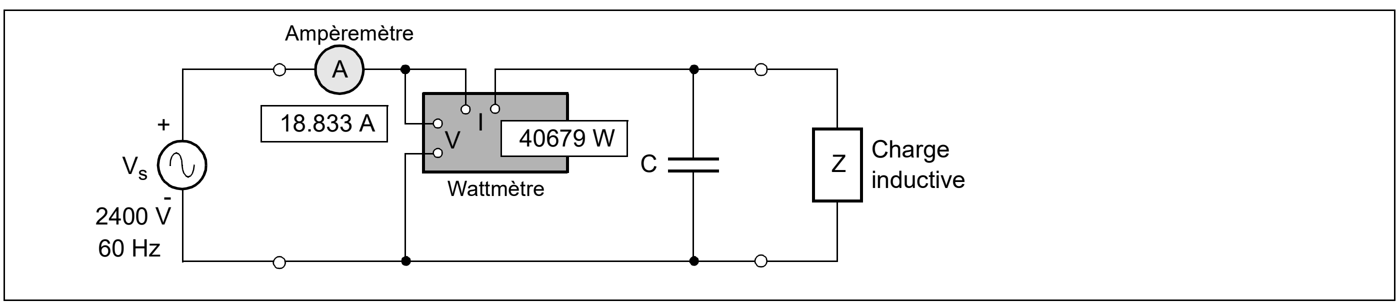
On déduit: $\phi = \text{acos}(0.8136) = 35.55°$

Puissance réactive dans la charge: $Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{50000^2 - 40679^2} = 29073 \text{ VAR}$

Le module de l'impédance Z est égal à: $|Z| = \frac{|V_s|}{|I_s|} = \frac{2400\text{V}}{20.833\text{A}} = 115.2\Omega$

L'impédance Z est égale à: $Z = |Z|\angle\phi = (115.2\angle 35.55°)\Omega = (93.727 + j66.982)\Omega$

On connecte un condensateur C en parallèle avec la charge **Z** pour augmenter le facteur de puissance.
Déterminer la valeur de C (en µF) et le nouveau facteur de puissance. *(8 points)*



Nouvelle valeur de la puissance apparente: $S' = 2400\text{V} \times 18.833\text{A} = 45199 \text{ VA}$

Nouvelle valeur du facteur de puissance: $fp' = \frac{P}{S'} = \frac{40679}{45199} = 0.9 = \cos(\phi')$

On déduit: $\phi' = \text{acos}(0.9) = \pm 25.84°$

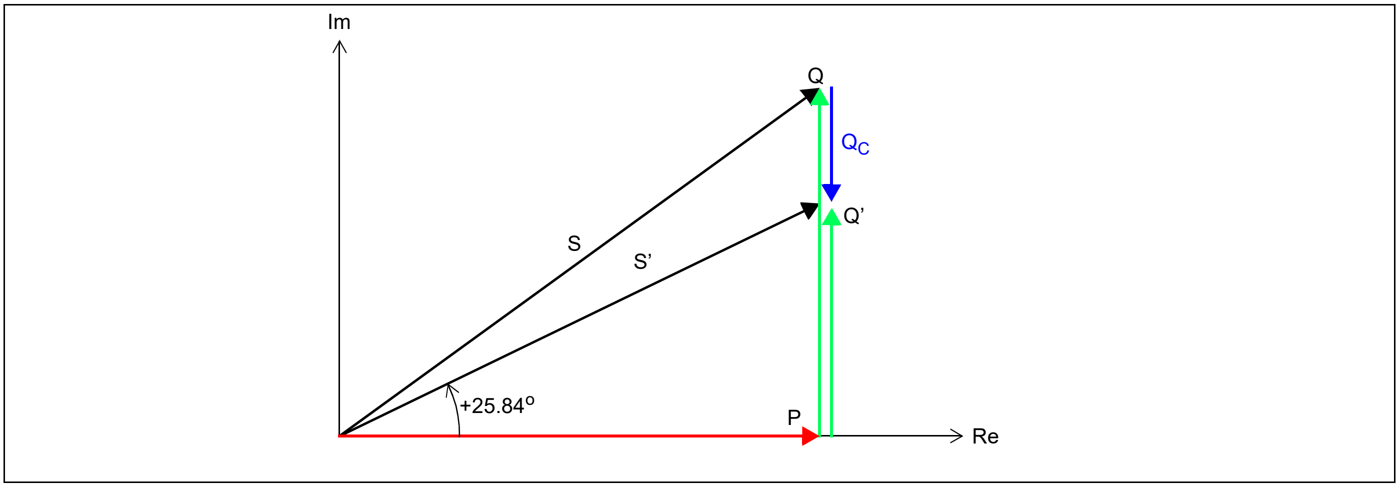
On choisit $\phi' = +25.84^o$ parce qu'on veut garder la charge inductive.

Nouvelle valeur de la puissance réactive: $Q' = S'\sin(25.84°) = 19702 \text{ VAR}$

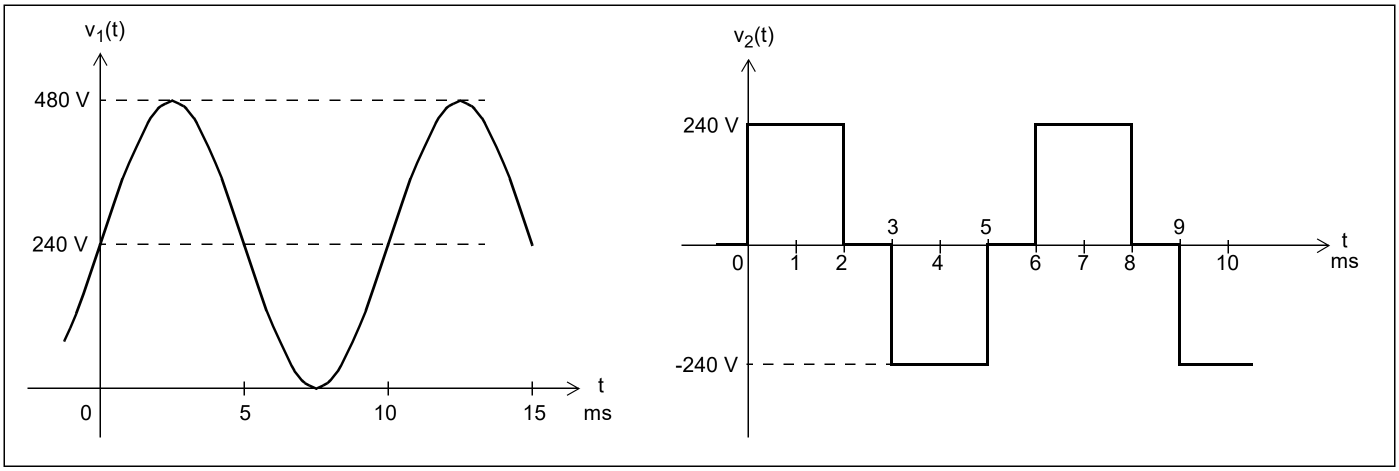
La valeur de Q_C est: $Q_C = Q - Q' = 29071 - 19702 = 9369 \text{ VAR}$

La puissance réactive dans un condensateur est donnée par la relation suivante: $Q_C = \frac{V^2}{X_C} = \omega C V^2$

La valeur de C est: $C = \frac{Q_C}{\omega V^2} = \frac{9369}{(120\pi)(2400)^2} = 4.315 \times 10^{-6}\text{F} = 4.315\mu\text{F}$



b) Sans faire d'intégrales compliquées, **déterminer** la valeur efficace des tensions suivantes. *(8 points)*



La tension $v_1(t)$ est la somme d'une composante continue de 240 V et d'une composante fondamentale d'amplitude 240 V.

Valeur efficace de $v_1(t)$: $$V_{1eff} = \sqrt{240^2 + \left(\frac{240}{\sqrt{2}}\right)^2} = 293.94\,\mathrm{V}$$

La valeur efficace de $v_2(t)$: $$V_{2eff} = \sqrt{\frac{2}{3} \times 240^2} = \sqrt{\frac{2}{3}} \times 240\,\mathrm{V} = 195.96\,\mathrm{V}$$

Problème no. 2 (25 points)

a) **Calculer** le facteur de puissance et la puissance réactive dans la charge. *(10 points)*

Calculer la valeur efficace des courants de ligne *(5 points)*

La puissance active dans la charge est égale à la somme de P_1 et P_2:

$$P = P_1 + P_2 = 47.817\,\text{kW} + 20.286\,\text{kW} = 68.103\,\text{kW}$$

L'angle ϕ de la charge est donné par la relation suivante:

$$\tan\phi = \sqrt{3}\left(\frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2}\right) = \sqrt{3}\left(\frac{47.817 - 20.286}{47.817 + 20.286}\right) = 0.7002$$

On déduit: $\phi = \operatorname{atan}(0.7002) = 0.6109\,\text{rad} = 35°$

Le facteur de puissance est égal à: $fp = \cos\phi = \cos(35°) = 0.819$

La puissance réactive dans la charge est égale à: $Q = P \times \tan\phi = 68.103 \times 10^3 \times 0.7002 = 47.685\,\text{kVAR}$

La puissance active est donnée par la relation suivante: $P = \sqrt{3} V_{LL} I_L \cos\phi$

On déduit la valeur efficace des courants de ligne:

$$I_L = \frac{P}{\sqrt{3} V_{LL} \cos\phi} = \frac{68.103 \times 10^3}{(\sqrt{3})(2400)(0.819)} = 20\,\text{A}$$

b) Un banc de trois condensateurs en Δ est connecté en parallèle avec la charge pour amener le facteur de puissance de la charge à 0.9.

Déterminer les nouvelles indications des deux wattmètres. *(10 points)*

L'angle ϕ' de la charge compensée est égal à: $\phi' = \operatorname{acos}(0.9) = 0.451\,\text{rad} = 25.84°$

La nouvelle valeur efficace des courants de ligne est donnée par la relation suivante:

$$I'_L = \frac{P}{\sqrt{3} V_{LL} \cos\phi'} = \frac{68.103 \times 10^3}{(\sqrt{3})(2400)(0.9)} = 18.2\,\text{A}$$

L'indication du premier wattmètre:

$$P'_1 = V_{LL} I_L \cos\left(\phi' - \frac{\pi}{6}\right) = 2400 \times 18.2 \times \cos\left(0.451 - \frac{\pi}{6}\right) = 43.565\,\text{kW}$$

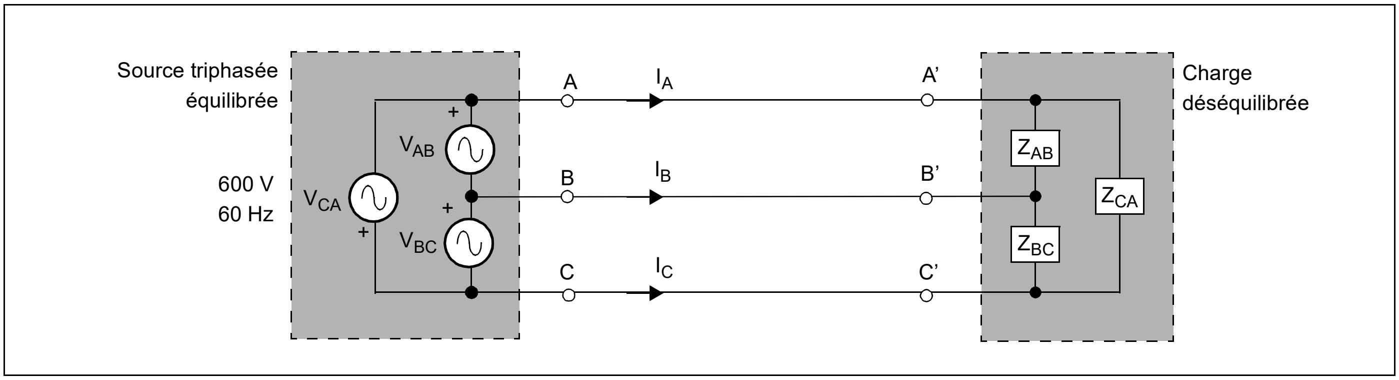
L'indication du deuxième wattmètre:

$$P'_2 = V_{LL} I_L \cos\left(\phi' + \frac{\pi}{6}\right) = 2400 \times 18.2 \times \cos\left(0.451 + \frac{\pi}{6}\right) = 24.525\,\text{kW}$$

Problème no. 3 (25 points)

a) **Calculer** les courants de ligne I_A, I_B, I_C (valeur efficace et phase). *(10 points)*

On convertit le système en configuration Δ-Δ



Les tensions ligne-ligne de la source sont:

$$V_{AB} = 600\angle 30°\ \text{V} \qquad V_{BC} = 600\angle -90°\ \text{V} \qquad V_{CA} = 600\angle 150°\ \text{V}$$

Les impédances du Delta sont calculées:

$$Z_{AB} = \frac{(15)(-j15) + (-j15)(j15) + (j15)(15)}{j15} = -j15\Omega$$

$$Z_{BC} = \frac{(15)(-j15) + (-j15)(j15) + (j15)(15)}{15} = 15\Omega$$

$$Z_{CA} = \frac{(15)(-j15) + (-j15)(j15) + (j15)(15)}{-j15} = j15\Omega$$

Les courants du Delta sont calculés:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{600\angle 30°}{-j15} = 40\angle 120°\ \text{A}$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{600\angle -90°}{15} = 40\angle -90°\ \text{A}$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{600\angle 150°}{j15} = 40\angle 60°\ \text{A}$$

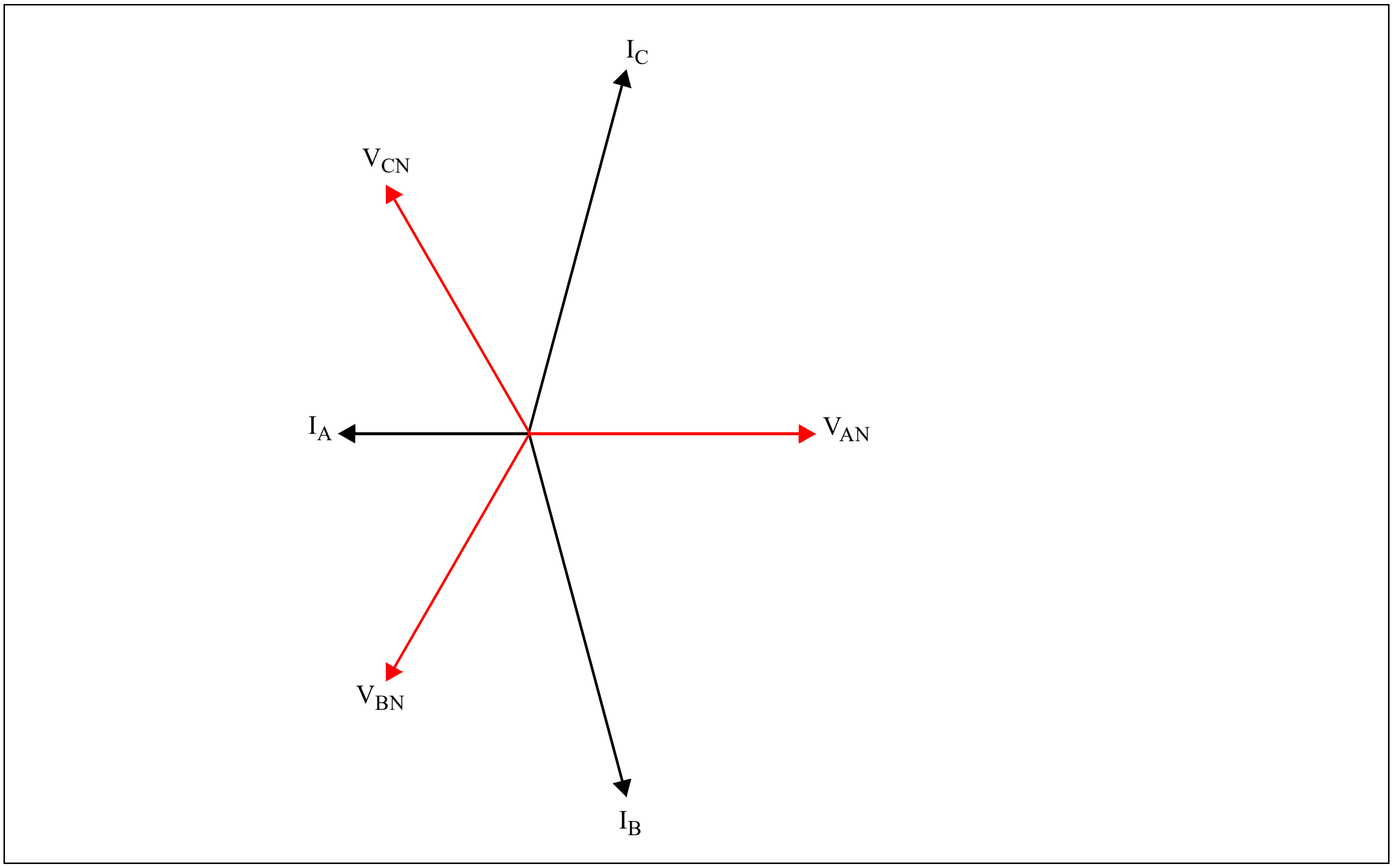
Les courants de ligne sont donnés par les relations suivantes:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA} = (40\angle 120°) - (40\angle 60°) = -40\ \text{A}$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB} = (40\angle -90°) - (40\angle 120°) = 77.274\angle -75°\ \text{A}$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC} = (40\angle 60°) - (40\angle -90°) = 77.274\angle 75°\ \text{A}$$

Tracer un diagramme vectoriel illustrant les tensions V_{AN}, V_{BN}, V_{CN} et les courants I_A, I_B, I_C. *(5 points)*



b) **Calculer** la puissance active et la puissance réactive dans la charge. *(7 points)*
Déterminer le facteur de puissance de la charge. *(3 points)*

La puissance active dans la charge est la puissance active dans la résistance de 15 Ω dans la phase A:

$$P = (15\Omega) \times (|I_A|)^2 = (15\Omega) \times (40A)^2 = 24\,\text{kW}$$

La puissance réactive totale dans la charge est égale à la somme des puissances réactives dans l'inductance de 15 Ω (phase C) et dans le condensateur de 15 Ω (phase B):

$$Q = Q_L - Q_C = (15\Omega) \times (77.274A)^2 - (15\Omega) \times (77.274A)^2 = 0$$

Le facteur de puissance de la charge est égal à 1 parce que Q = 0.

Problème no. 4 (25 points)

a) **À partir des valeurs mesurées, déterminer les inductances propres L_1 et L_2 et l'inductance mutuelle M.** *(10 points)*

La réactance propre de la bobine no.1 est: $X_1 = \omega L_1 = \dfrac{V_{s1}}{I_1} = \dfrac{240}{1.5915} = 150.8\,\Omega$

On déduit: $L_1 = \dfrac{X_1}{\omega} = \dfrac{150.8}{120\pi} = 0.4\text{ H}$

La réactance mutuelle est: $X_m = \dfrac{V_{21}}{I_1} = \dfrac{90}{1.5915} = 56.55\,\Omega$

On déduit: $M = \dfrac{X_m}{\omega} = \dfrac{56.55}{120\pi} = 0.15\text{ H}$

La réactance propre de la bobine no.2 est: $X_2 = \omega L_2 = \dfrac{V_{s2}}{I_2} = \dfrac{100}{3.8197} = 26.18\,\Omega$

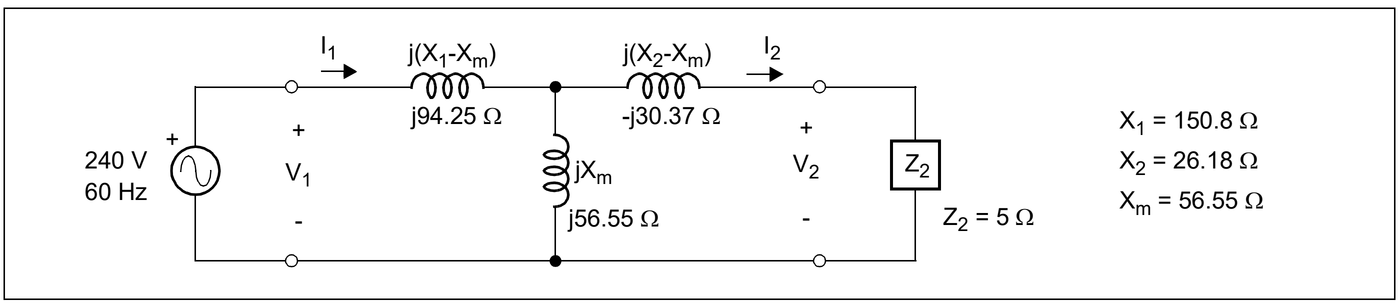
On déduit: $L_2 = \dfrac{X_2}{\omega} = \dfrac{26.18}{120\pi} = 0.0694\text{ H}$

La réactance mutuelle est: $X_m = \dfrac{V_{12}}{I_2} = \dfrac{216}{3.8197} = 56.55\,\Omega$

On déduit: $M = \dfrac{X_m}{\omega} = \dfrac{56.55}{120\pi} = 0.15\text{ H}$ (même valeur que celle calculée avant)

b) On connecte une source de tension 240 V, 60 Hz à la bobine no. 1 et une charge R = 5 Ω à la bobine no. 2.
À partir des valeurs de L_1, L_2 et M, tracer un circuit équivalent du système *(7 points)*

Le circuit équivalent du système est montré dans la figure suivante.



Calculer le courant I_1 et la tension V_2. *(8 points)*

L'impédance vue par la source est:

$$Z_1 = j94.25 + \frac{(j56.55)(5-j30.37)}{(j56.55)+(5-j30.37)} = (22.508 + j32.948)\Omega = 39.902\angle 55.7°\,\Omega$$

Le courant I_1 est égal à: $I_1 = \dfrac{V_1}{Z_1} = \dfrac{240}{39.902\angle 55.7°} = 6.015\angle{-55.7°}\text{ A}$

Le courant I_2 est calculé à partir de I_1 (par la loi du diviseur de courant):

$$I_2 = \frac{j56.55}{(j56.55)+(5-j30.37)} \times I_1 = \frac{j56.55}{(j56.55)+(5-j30.37)} \times (6.015\angle{-55.7°})\text{ A}$$

$$I_2 = 12.761\angle{-44.8°}\text{ A}$$

La tension V_2 est : $V_2 = 5 \times I_2 = 63.805\angle{-44.8°}\text{ V}$