Mardi 4 novembre 2014; Durée: 13h30 à 15h20
Aucune documentation permise; aucune calculatrice permise

Problème 1 (35 points sur 100)

En sachant que $e^{-\pi t^2} \Leftrightarrow e^{-\omega^2/4\pi}$, pour $f(t) = e^{-\pi t^2}$,

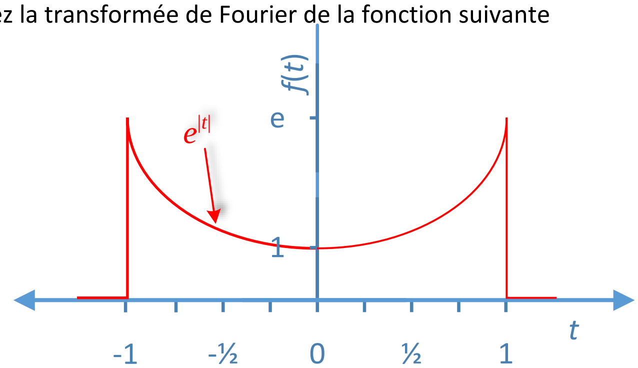
A. (13 points) trouvez la transformée de Fourier de $f(t+2)$ et tracez le spectre d'amplitude et le spectre de phase

B. (12 points) trouvez la transformée de Fourier de $\cos(\omega_0 t)\, f(t)$ et tracez le spectre d'amplitude et le spectre de phase

C. (10 points) trouvez la transformée de Fourier de $t \cdot f(t)$

Problème 2 (30 points sur 100)

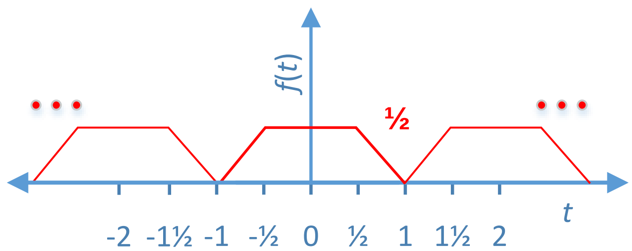
A. (25 points) Trouvez la transformée de Fourier de la fonction suivante



B. (5 points) Quelle est le taux de décroissance de la transformée de Fourier de $f(t)$?

Problème 3 (35 points sur 100)

A. (20 points) Trouvez la transformée de Fourier de la fonction périodique suivante.



B. (5 points) Pour $-2.5\pi < \omega < 2.5\pi$, tracez le spectre d'amplitude et le spectre de phase.

C. (5 points) Est-ce que *f*(*t*) est un signal de puissance ou d'énergie?

D. (5 points) Quelle est la valeur DC du signal *f*(*t*)?

	$x=\pi/4$	$x=\pi/2$	$x=3\pi/4$	$x=\pi$	$x=5\pi/4$	$x=3\pi/2$	$x=7\pi/4$	$x=2\pi$
$\sin x$	$1/\sqrt{2}$	1	$1/\sqrt{2}$	0	$-1/\sqrt{2}$	-1	$-1/\sqrt{2}$	0

Examen Partiel

Fonction	Transformée de Fourier
$f(t)$	$F(\omega)$
$F(t)$	$2\pi f(-\omega)$
$f(t+a)$	$e^{ja\omega} F(\omega)$
$f(at)$	$\frac{1}{\lvert a \rvert} F\left(\frac{\omega}{a}\right)$
$e^{jbt} f(t)$	$F(\omega - b)$
$t^n f(t)$	$(j)^n \frac{d^n}{d\omega^n} F(\omega)$
$\frac{d^n}{dt^n} f(t)$	$(j\omega)^n F(\omega)$
$\mathrm{Rect}(t/\tau)$ (1)	$\tau\,\mathrm{Sa}(\omega\tau/2)$
$\mathrm{Tri}(t/\tau)$ (2)	$\tau\,\mathrm{Sa}^2(\omega\tau/2)$
$\delta(t)$	1
1	$2\pi\delta(\omega)$
$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega - \omega_0)$
$\mathrm{U}(t)$	$1/j\omega + \pi\delta(\omega)$
$\mathrm{Sgn}(t)$	$2/j\omega$
$\delta_{T_0}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_0)$	$\omega_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - n\omega_0)$
$e^{-\beta t}\,\mathrm{U}(t)$	$\frac{1}{\beta + j\omega}$
$e^{-\beta\lvert t \rvert}$	$\frac{2\beta}{\beta^2 + \omega^2}$

---

1 $\mathrm{Rect}\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right)$ rectangle de hauteur un, centré sur $t=t_0$, et de longueur τ.

2 $\mathrm{Tri}\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right)$ triangle de hauteur un, centré sur $t=t_0$, avec un base de longueur 2τ.

Examen Partiel

Formules

$$\int e^{ax} \quad dx = \frac{1}{a}\, e^{ax}$$

$$\int x e^{ax} \quad dx = \left(\frac{x}{a} - \frac{1}{a^2}\right) e^{ax}$$

$$\int x^2 e^{ax} \quad dx = \left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3}\right) e^{ax}$$

$$\int e^{bx} \sin ax \quad dx = \frac{1}{a^2 + b^2}\, e^{bx}\,(b \sin ax - a \cos ax)$$

$$\int e^{bx} \cos ax \quad dx = \frac{1}{a^2 + b^2}\, e^{bx}\,(a \sin ax + b \cos ax)$$

$$\int x \cos ax \quad dx = \frac{1}{a^2} \cos ax + \frac{x}{a} \sin ax$$

$$\cos\theta = \sin(\pi/2 - \theta)$$

$$e^{jn\pi} = (-1)^n$$

$$x_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - n x_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi n x / x_0}$$

$$\cos x = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$$

$$\sin x = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$$

$$e^{jx} = \cos x + j \sin x$$

aux points de discontinuité :

$$f'(a) = \left[\lim_{t \to a^+} f(t) - \lim_{t \to a^-} f(t)\right] \delta(t - a)$$