Marci le 15 octobre 2013; Durée: 13h30 à 15h20
Aucune documentation permise; aucune calculatrice permise

Problème 1 (35 points sur 100)

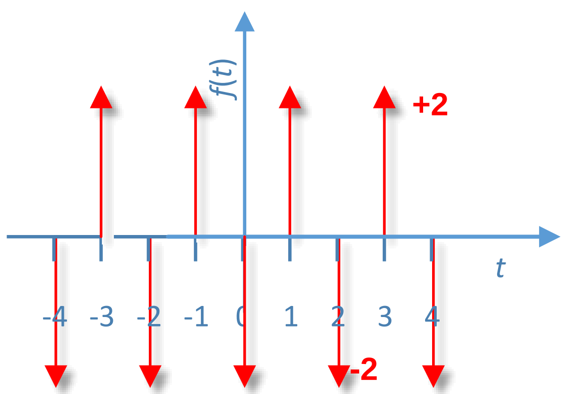
A. (25 points) Trouvez la transformée de Fourier inverse de

$$\frac{\cos\omega}{\omega^2 - 2\omega + 2}$$

B. (10 points) Est-ce que cette transformée de Fourier inverse est une fonction continue? Est-ce qu'elle est une fonction paire, impaire, ou ni paire ni impaire?

Problème 2 (30 points)

A. (20 points) Trouvez la transformée de Fourier de la fonction périodique suivante



B. (10 points) Tracez le spectre de phase. Est-ce que le spectre de phase est continu ou discret?

Problème 3 (35 points sur 100)

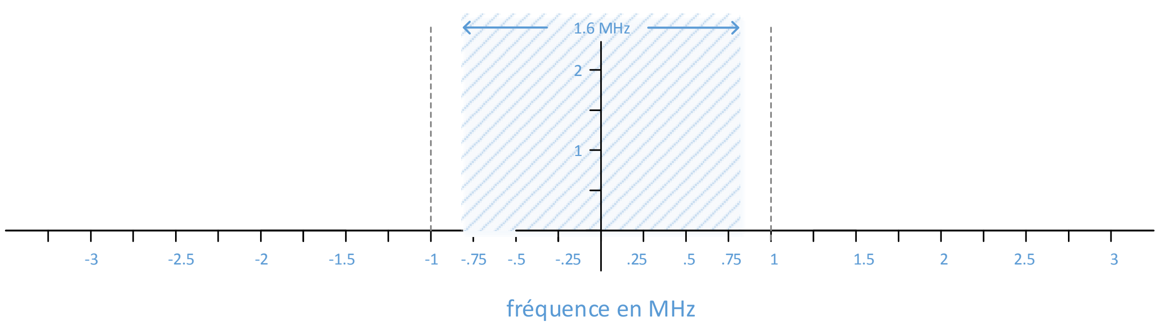
A. (15 points) CAS A : Trouvez la transformée de Fourier de $f_1(t) = f_c \cos(2\pi f_c t) Sa^2(t\pi f_c/2)$, f_c=1 MHz. Tracez le module de la transformée sur la feuille fournie. Calculez l'énergie totale, et le pourcentage d'énergie dans la bande $.8 \text{ MHz} \le f \le .8 \text{ MHz}$.

B. (10 points) CAS B : Trouvez la transformée de Fourier de $f_2(t) = f_c \cos(2\pi f_c t) Sa(t\pi f_c/2)$, f_c=1 MHz. Tracez le module de la transformée sur la feuille fournie. Calculez l'énergie totale, et le pourcentage d'énergie dans la bande $.8 \text{ MHz} \le f \le .8 \text{ MHz}$.

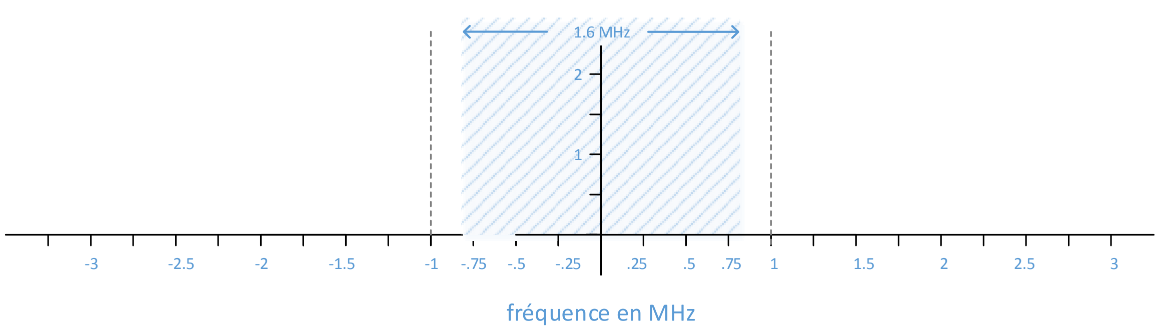
C. (10 points) Discuter l'implication de la dualité dans ces deux cas en examinant le taux de décroissance **dans le domaine temporel** et 1) la régularité (e.g. continuité et dérivabilité) du spectre et 2) la largeur de bande dans le domaine fréquentiel.

AJOUTER VOTRE NOM ET METTRE CETTE FEUILLE DANS LE CAHIER BLEU

$$\left| TF\left\{ f_c \cos(2\pi f_c t) \mathrm{Sa}^2\left(\frac{t\pi f_c}{2}\right)\right\}\right|$$



$$\left| TF\left\{ f_c \cos(2\pi f_c t) \mathrm{Sa}\left(\frac{t\pi f_c}{2}\right)\right\}\right|$$



Examen Partiel

Fonction	Transformée de Fourier
$f(t)$	$F(\omega)$
$F(t)$	$2\pi f(-\omega)$
$f(t+a)$	$e^{ja\omega}F(\omega)$
$f(at)$	$\frac{1}{\lvert a\rvert}F\left(\frac{\omega}{a}\right)$
$e^{jbt}f(t)$	$F(\omega-b)$
$t^n f(t)$	$(j)^n \frac{d^n}{d\omega^n}F(\omega)$
$\frac{d^n}{dt^n}f(t)$	$(j\omega)^n F(\omega)$
$\mathrm{Rect}(t/\tau)$ (1)	$\tau\,\mathrm{Sa}(\omega\tau/2)$
$\mathrm{Tri}(t/\tau)$ (2)	$\tau\,\mathrm{Sa}^2(\omega\tau/2)$
$\delta(t)$	1
1	$2\pi\delta(\omega)$
$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega-\omega_0)$
$\mathrm{U}(t)$	$1/j\omega+\pi\delta(\omega)$
$\mathrm{Sgn}(t)$	$2/j\omega$
$\delta_{T_0}(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT_0)$	$\omega_0\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-n\omega_0)$
$e^{-\beta t}\,\mathrm{U}(t)$	$\frac{1}{\beta+j\omega}$
$e^{-\beta\lvert t\rvert}$	$\frac{2\beta}{\beta^2+\omega^2}$

---

1 $\mathrm{Rect}\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right)$ rectangle de hauteur un, centré sur $t=t_0$, et de longueur τ.

2 $\mathrm{Tri}\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right)$ triangle de hauteur un, centré sur $t=t_0$, avec un base de longueur 2τ.