

Gel-17982 Communications Optiques

Examen Partiel du 16 mars 2006

Tous les documents sont permis à l'examen. Pour la résolution des problèmes vous pouvez utiliser tous les graphiques et les équations des notes de cours, du livre et des solutions aux exercices sans les redémontrer.

Question #1 (25 points) :

On considère un laser Fabry-Perot à semi-conducteur $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ opérant à $1.5 \mu\text{m}$ dont la région active a une épaisseur de $0.2 \mu\text{m}$, une largeur de $1 \mu\text{m}$ et une longueur de $500 \mu\text{m}$. À une extrémité du laser, on a appliqué un revêtement réfléchissant ($R=99\%$) et aucun revêtement à l'autre extrémité. Le coefficient de pertes dans la cavité est de 30 cm^{-1} . L'indice de réfraction de $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ est donné par $n(y) = 3.4 + 0.265y - 0.095y^2$ avec $x = 0.45y$. Notez que $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$.

- 9/ a) Quelle est la composition, x et y , du semi-conducteur?
- 8/ b) Quel sera l'espacement en fréquence entre les modes longitudinaux du laser? Quel sera cet espacement en longueur d'onde?
- 6/ c) Quel est le gain au seuil laser, en considérant que le confinement est $\Gamma=1$?

Question #2 (25 points) :

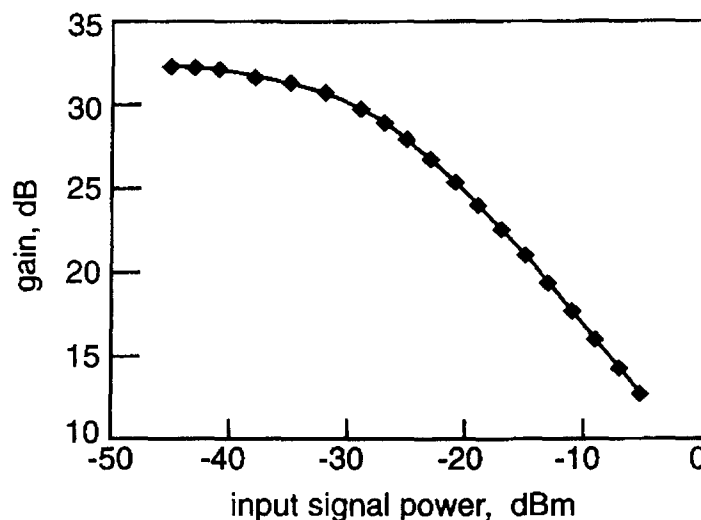
Un signal d'une puissance de -10 dBm , à $\lambda=1550 \text{ nm}$, est injecté dans une fibre optique standard d'une longueur de 100 km caractérisée par des pertes de 0.2 dB/km . À la sortie de la fibre, on détecte le signal à l'aide d'un photodétecteur de type PIN qui a les caractéristiques suivantes : une zone de déplétion d'une longueur de $20 \mu\text{m}$, un coefficient d'absorption de $\alpha_s=10^3 \text{ cm}^{-1}$, un courant de fuite $I_D=1.0 \text{ nA}$, une résistance de charge de $R_L=500 \Omega$, et une largeur de bande de 200 MHz . La surface du détecteur est recouverte par un revêtement anti-reflet ($R=0$).

- 5/ a) Quelle est la puissance à la sortie de la fibre optique? Exprimez votre réponse en dBm et en W.
- 5/ b) À combien de photons par seconde correspond la puissance de sortie de la fibre optique?
- 5/ c) Quelle fraction de la puissance sera absorbée par le photodétecteur?
- 5/ d) Quel est le photocourant?
- 5/ e) Quel est le rapport signal à bruit électrique à la détection? Le photodétecteur est à la température de la pièce, $T=22 \text{ C}$ ou 295 K .

Question #3 (25 points) :

On considère une fibre optique dopée avec des ions d'erbium afin de réaliser un amplificateur optique. La fibre a un cœur d'un diamètre de $5\text{ }\mu\text{m}$ et une ouverture numérique $\text{NA}=0.22$. La concentration d'ions erbium dans le cœur est de $2 \times 10^{25}\text{ ions/m}^3$.

- 5/ a) Quel est le confinement du mode fondamental dans le cœur de la fibre optique pour $\lambda=1550\text{ nm}$?
- 5/ b) On considère une courte longueur de fibre optique, $L=20\text{ cm}$, pompée fortement par une diode laser à 980 nm afin de produire une inversion complète de la population d'erbium. Quel sera le gain (en dB) pour un faible signal à $\lambda=1550\text{ nm}$ ($P_i=-30\text{ dBm}$) si les sections efficaces d'absorption et d'émission à cette longueur d'onde sont respectivement $\sigma_a=3.3 \times 10^{-25}\text{ m}^2$ et $\sigma_e=3.5 \times 10^{-25}\text{ m}^2$?
- 5/ c) On réalise un amplificateur optique à l'aide de cette fibre. Le gain en fonction de la puissance d'entrée est représenté ci-bas. Si deux signaux sont présents à l'entrée de l'amplificateur optique, un signal à 1548 nm de puissance incidente $P_i=-20\text{ dBm}$ et un signal à 1550 nm de puissance incidente $P_i=-30\text{ dBm}$, quel sera le gain et la puissance de sortie du signal à 1550 nm .
- 5/ d) En considérant une fusion parfaite, quelle sera l'efficacité de couplage entre cette fibre optique et une fibre optique standard ayant un diamètre de champ modal de $8\text{ }\mu\text{m}$.
- 5/ e) Quel est le nombre de modes pouvant se propager dans la fibre dopée à la longueur d'onde de pompe, $\lambda=980\text{ nm}$.



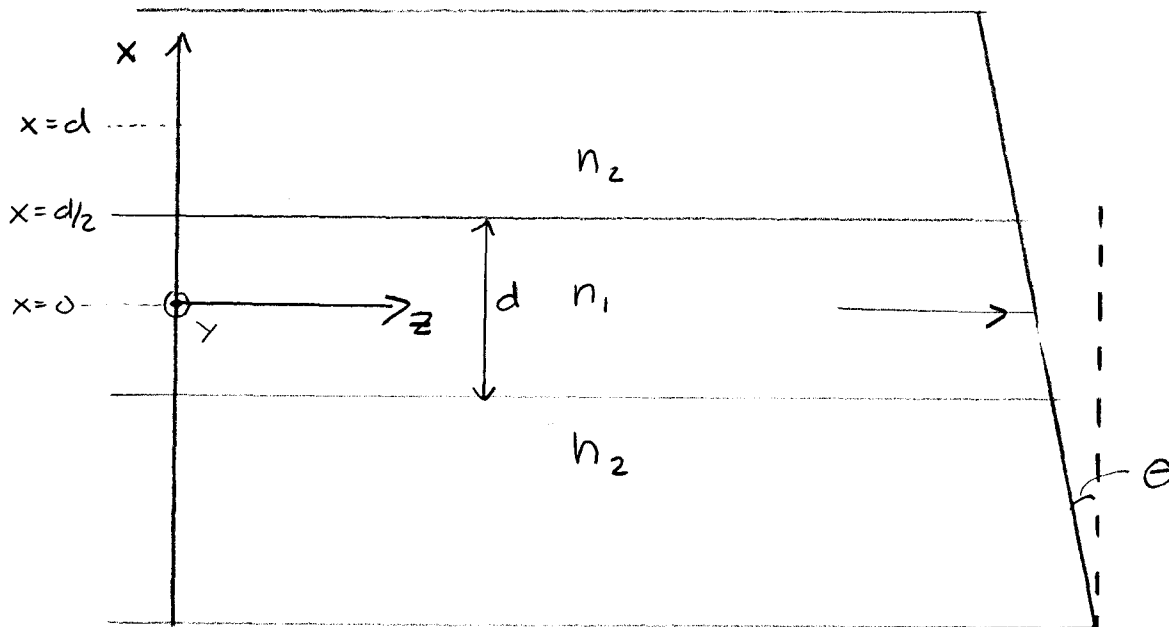
Question #4 (25 points):

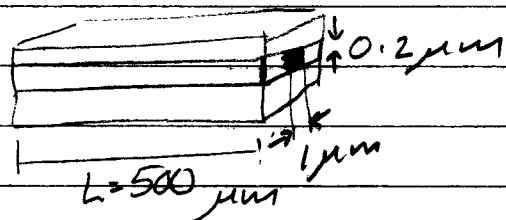
On considère un guide d'onde plan symétrique dont le cœur a un indice de réfraction $n_1=1.5$ et dont la gaine a un indice de réfraction $n_2=1.46$.

- 5/ a) Quelle est l'épaisseur maximale du cœur si l'on désire que seuls les modes TE_0 et TM_0 soient guidés à la longueur d'onde $\lambda=1550$ nm?
- 5/ b) Combien de modes TE se propageront alors dans le guide si la longueur d'onde est légèrement plus courte (ex. $\lambda=1549$ nm) et si elle est plus longue (ex. $\lambda=1551$ nm)?
- 5/ c) Si la constante de propagation du mode TE_0 à $\lambda=1550$ nm est $\beta=6 \mu\text{m}^{-1}$, quel est l'indice effectif?
- 5/ d) En considérant que l'amplitude du champ électrique du mode TE_0 est égale 1 V/m à $x=0$, quelle sera l'amplitude du champ à $x=d/2$ (interface cœur et gaine) et à $x=d$?
- 5/ e) Quel est l'angle critique correspondant à la réflexion totale interne à l'interface entre le cœur et la gaine?

Boni (5 points):

- 5/ f) On désire éviter que l'extrémité du guide d'onde ne crée des réflexions dans celui-ci. À quel angle, θ , devra-t-on cliver l'extrémité pour que la puissance réfléchie à l'interface semi-conducteur – air ne soit pas guidée dans le cœur? On considère que le mode fondamental TE_0 correspond à un rayon se propageant parallèlement à l'axe de la fibre.



Question #1:laser Fabry-Pérot $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ 

- a) Pour émettre à $1.5 \mu\text{m}$, l'énergie de bande interdite du laser est de

$$E_g = \frac{hc}{\lambda} = 1.32 \times 10^{-19} \text{ J} = 0.825 \text{ eV}$$

D'après les notes, on sait que

$$E_g(\text{eV}) = 1.35 - 0.72y + 0.12y^2 = 0.825$$

$$\Rightarrow 0.12y^2 - 0.72y + 0.525 = 0$$

$$y = \frac{0.72 \pm \sqrt{0.72^2 - 0.252}}{0.24} = \frac{0.72 - 0.516}{0.24}$$

$$y = 0.849$$

$$x = 0.386$$

- b) Avec la composition trouvée en a) on déduit que

$$n = 3.4 + 0.265x + 0.849 - 0.095(0.849)^2$$

$$n = 3.56$$

$$\Delta\nu = \frac{c}{2nL} = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 3.56 \times 0.5 \times 10^{-3}} = 84.27 \text{ GHz}$$

$$\text{et } \Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{c} \Delta\nu = 0,63 \text{ nm}$$

$$c) \quad g_m = \bar{\alpha} + \frac{1}{2L} \ln \left(\frac{1}{R_1 R_2} \right)$$

$$\text{ici } R_1 = \left(\frac{M-1}{M+1} \right)^2 = \left(\frac{3.56-1}{3.56+1} \right)^2 = 0.32$$

$$g_m = 30 \text{ cm}^{-1} + \frac{1}{0.1 \text{ cm}} \ln \left(\frac{1}{0.32 \times 0.99} \right)$$

$$g_m = 41.5 \text{ cm}^{-1}$$

Question #2:

$$a) \text{ les pertes sont } 0.2 \frac{\text{dB}}{\text{km}} \times 100 \text{ km} = 20 \text{ dB}.$$

la puissance à la sortie de la fibre est

$$\text{donc } P_{\text{out}} = -30 \text{ dBm} \Rightarrow 0.01 \mu\text{W}$$

$$b) \quad E = \frac{hc}{\lambda} = 1.277 \times 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{photon}} \Rightarrow 7.828 \times 10^{12} \frac{\text{photons}}{\text{sec}}$$

$$c) \quad \frac{P_{\text{abs}}}{P_i} = 1 - e^{-\alpha L} = 1 - e^{-10^3 \times 20 \times 10^{-4}} = 1 - e^{-2}$$

$$\frac{P_{\text{abs}}}{P_i} = 86.5\%$$

$$I_{ph} = \frac{q}{h\nu} P_0 (1 - e^{-\alpha W})$$

$$I_{ph} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 1 \times 10^{-6} (0.865)}{1.277 \times 10^{-19}}$$

$$I_{ph} = 1.08 \mu A$$

e) A la détection, nous devons considérer le bruit shot et le bruit thermique (notes Ch6 p.23)

$$SNR = \frac{\langle i_p^2 \rangle}{2q(i_p + i_d) B_n + 4kTB_n/R_L}$$

$$SNR = \frac{(1.08 \times 10^{-6})^2}{2 \times 1.6 \times 10^{-19} \cdot (1.08 \times 10^{-6} + 1 \times 10^{-9}) 200 \times 10^6 + 4 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 295 \times 200 \text{ MHz} / 500 \Omega}$$

$$SNR = \frac{1.16 \times 10^{-12}}{6.912 \times 10^{-13} + 6.5 \times 10^{-15}}$$

$$SNR = \frac{1.16 \times 10^{-12}}{6.57 \times 10^{-15}} = 177 \times 10^2$$

$$SNR = 22.5 \text{ dB}$$

Question 3:

a) $NA = 0.22$

$d = 5 \mu m$

$V = \frac{2\pi \cdot 2.5}{1.55} NA = 2.23$

 \Rightarrow D'après le graphique p. 23, $\Gamma \approx 80\%$.

En utilisant l'approximation gaussienne du mode fondamental

$$\frac{r_0}{a} = 0.65 + \frac{1.619}{\sqrt{3/2}} + \frac{2.879}{V^2}$$

$$\frac{r_0}{a} = 1.16 \Rightarrow r_0 = 2.9 \mu m$$

Et le confinement $\Gamma = \frac{\int_0^a e^{-2r^2/r_0^2} r dr}{\int_0^\infty e^{-2r^2/r_0^2} r dr}$

$$\Gamma = \frac{-\frac{1}{2} e^{-2r^2/r_0^2} \Big|_0^a}{-\frac{1}{2} e^{-2r^2/r_0^2} \Big|_0^\infty} = \frac{(1 - e^{-2a^2/r_0^2})}{1} = 1 - e^{-31.6^2}$$

$\Gamma = 77.4\%$

d) L'efficacité de couplage, d'après le problème *4 du chapitre 3 est

$$\eta = \left(\frac{2r_{01}r_{02}}{r_{01}^2 + r_{02}^2} \right)^2 = \left(\frac{2 \times 2.9 \times 4}{2.9^2 + 4^2} \right)^2 = 90\%$$

$$c) \quad g = e \Gamma \sigma_a = 2 \times 10^{25} \times 0.774 \times 3.3 \times 10^{-25} = 5.41 \text{ m}^{-1}$$

$$G = 10 \log_{10} e^{gL} = 4.7 \text{ dB}$$

c) Étant donné la présence du signal de saturation, le gain de l'amplificateur sera environ 24 dB et donc la puissance de sortie sera de -6 dBm

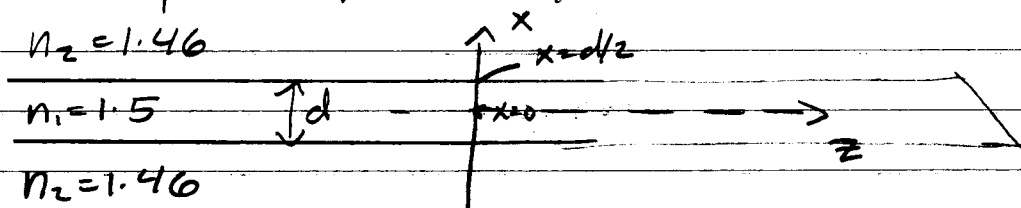
$$e) \quad \text{à } \lambda = 980 \text{ nm}, \quad V = \frac{2\pi \times 2.5}{0.980} NA = 3.53. \text{ D'après}$$

le graphique à la p. 18 il y aura 2 modes:

LP_{01} et LP_{11} .

Question 4 :

Guide d'onde plan symétrique :



a) il faut que $V \leq \pi$

$$\frac{2\pi d}{\lambda} (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} \leq \pi$$

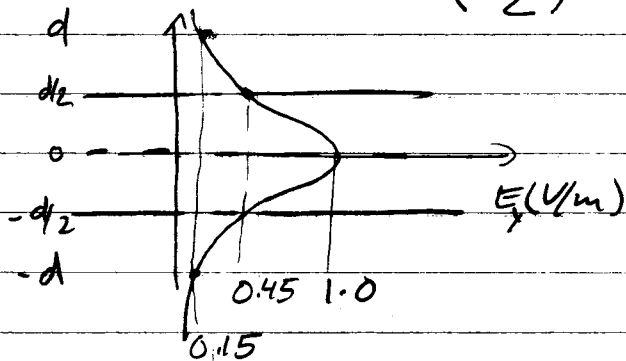
$$d \leq \frac{\lambda}{2(n_1^2 - n_2^2)^{1/2}} \Rightarrow \boxed{d_{\max} = 2,25 \mu\text{m}}$$

b) pour $\lambda = 1549 \text{ nm}$ $V > \pi \Rightarrow 2 \text{ modes TE: TE}_0 \text{ et TE}_1$
 pour $\lambda = 1551 \text{ nm}$ $V < \pi \Rightarrow 1 \text{ mode TE: TE}_0$

c) $V_{\text{eff}} = \frac{\beta}{2\pi/\lambda} = \frac{6 \mu\text{m}^{-1}}{(2\pi/1.55) \mu\text{m}^{-1}} = 1.48$

d) le profil du mode TE_0 est

$$\vec{E} = \begin{cases} E_0 \cos(kx) \vec{e}_y & |x| \leq d/2 \\ E_0 \cos\left(\frac{kx}{2}\right) e^{-\gamma(x-d/2)} & |x| > d/2 \end{cases}$$



avec $E_0 = 1 \text{ V/m}$

$$k = (k_1^2 - \beta^2)^{1/2} = \left[\left(\frac{2\pi n_1}{\lambda} \right)^2 - 6^2 \right]^{1/2} = 0.986150 \mu\text{m}^{-1}$$

$$\gamma = (\beta^2 - k_2^2)^{1/2} = \left(6^2 - \left(\frac{2\pi n_2}{\lambda} \right)^2 \right)^{1/2} = 0.986150 \mu\text{m}^{-1}$$

(7)

une fois que l'on a α et δ , deux solutions possibles:

- on pose $d = 2.25 \mu\text{m}$ et on trouve

$$\text{à } x = \frac{d}{2} \quad \vec{E} = E_0 \cos\left(\frac{\alpha d}{2}\right) = 0.445 \text{ V/m}$$

$$x = d \quad \vec{E} = 0.445 e^{-\delta d/2} = 0.147 \text{ V/m}$$

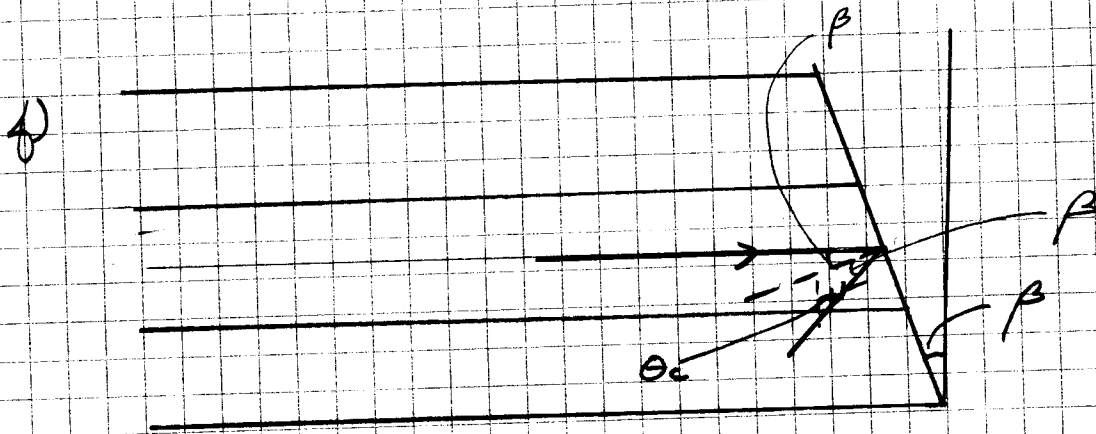
- on trouve d d'après

$$\frac{\delta}{\alpha} = \tan\left(\frac{\alpha d}{2}\right) = 1.000292 \Rightarrow d = 1.59 \mu\text{m}$$

$$\text{à } x = \frac{d}{2} \quad \vec{E} = E_0 \cos\left(\frac{\alpha d}{2}\right) = 0.708 \text{ V/m}$$

$$x = d \quad \vec{E} = 0.708 e^{-\delta d/2} = 0.2334 \text{ V/m}$$

$$c) \sin \theta_c = \frac{1.46}{1.50} \Rightarrow \theta_c = 1.339 \text{ rad} = 76.7^\circ$$



$$\frac{\pi}{2} + 2\beta + \theta_c = \pi \Rightarrow \beta = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \theta_c \right) = 6.65^\circ$$