

Enseignant : Jean-Yves Chouinard

Durée : 1 heure 50 minutes

**Remarques importantes :** Examen à livre fermé. Vous avez droit à une feuille de formules recto-verso, format lettre. Les calculatrices approuvées par la Faculté des sciences et de génie sont permises. Indiquez toujours les unités dans vos réponses.

**Question 1 :**

**(27 points)**

Pour chaque signal ci-dessous, donnez l'expression de :

- sa composante en phase  $s_I(t)$  et sa composante en quadrature  $s_Q(t)$  ;
- son module  $|s(t)|$  et sa phase  $\angle s(t)$ , ainsi que
- sa représentation complexe en bande de base  $\tilde{s}(t)$ .

a)  $s_1(t) = 10[1 + 5 m(t)] \cos(200\pi t + \frac{\pi}{5})$

b)  $s_2(t) = m_1(t) \cos(4 \times 10^5 \pi t) + m_2(t) \sin(4 \times 10^5 \pi t)$

c)  $s_3(t) = 20 \cos \left[ 5 \times 10^7 \pi t + 25 \int_0^t m(\tau) d\tau \right]$

**Question 2 :**

**(25 points)**

Le signal  $m(t) = 5 \cos(200\pi t) + 3 \cos(600\pi t)$  est modulé en modulation AM conventionnelle avec un indice de modulation AM :  $m_a = 50\%$ .

- a) Écrivez l'expression du spectre du message  $M(f)$  et tracez-le.
- b) Écrivez l'expression du signal modulé  $s_{AM}(t)$  en indiquant clairement les valeurs numériques.
- c) Donnez le spectre du signal modulé  $S_{AM}(f)$  et tracez-le.
- d) Déterminez la densité spectrale de puissance  $\mathcal{P}_{AM}(f)$  (en Watts par Hertz).
- e) L'efficacité de puissance  $\eta_{AM}$  de la modulation AM est définie par le rapport de la puissance des bandes latérales sur la puissance totale du signal AM :

$$\eta_{AM} = \frac{P_{\text{bandes latérales}}}{P_{\text{totale}}}.$$

Quelle est la valeur de l'efficacité de puissance  $\eta_{AM}$  de  $s_{AM}(t)$  ? (justifiez votre réponse).

---

**Question 3 :****(24 points)**

En radiodiffusion FM commerciale, la porteuse RF se situe dans la plage de fréquences :

$$88.1 \text{ MHz} \leq f_c \leq 107.9 \text{ MHz}$$

et la largeur de bande dédiée à chaque station radiophonique est de 200 kHz. La fréquence intermédiaire  $f_{\text{IF}}$  est fixée à 10.7 MHz. Les messages en bande de base, i.e.  $m(t)$ , ont une largeur de bande  $B = 15 \text{ kHz}$  et la déviation maximale de fréquence  $\Delta f_{\text{max}} = 75 \text{ kHz}$ .

- En utilisant la règle de Carson, évaluez la largeur de bande de transmission effective  $B_T$  de chaque station de radiodiffusion.
- Faites le schéma-bloc d'un récepteur superhétérodyne permettant de démoduler le signal FM. Décrivez clairement et brièvement chacune de ses composantes (i.e. du signal reçu RF au message démodulé).
- On désire syntoniser le signal provenant d'une station de radio de fréquence porteuse  $f_c = 106.3 \text{ MHz}$ . Quelle doit-être la fréquence de l'oscillateur local au récepteur ?
- En supposant que toutes les stations de la bande FM émettent un signal radio, est-ce que l'on obtient une fréquence image ? Si oui, quelle est-elle ? Justifiez votre réponse.

---

**Question 4 :****(24 points)**

- Calculez la fréquence instantanée  $f_i(t)$  (en Hertz) de :
  - $s_1(t) = 10 \cos\left(200\pi t + \frac{5\pi}{8}\right)$ ,
  - $s_2(t) = 28 \cos(50\pi t + \pi t^2)$ .
- Calculez la déviation de phase maximale  $\Delta\theta_{\text{max}}$  (en radians) de :

$$s_3(t) = 10 \cos\left(10^8 \pi t + 5 \sin(2 \times 10^3 \pi t)\right).$$

- Calculez la déviation de fréquence maximale  $\Delta f_{\text{max}}$  (en Hertz) de :

$$s_4(t) = 4 \cos\left(2 \times 10^7 \pi t + 5 \sin(5 \times 10^4 \pi t)\right).$$

---

## Transformées de Fourier

domaine temporel :  $x(t) = \mathcal{F}^{-1}[X(f)] \iff$  domaine fréquentiel :  $X(f) = \mathcal{F}[x(t)]$

$$\Pi\left(\frac{t}{T}\right) \iff T \operatorname{sinc}(fT)$$

$$\operatorname{sinc}(2Wt) \iff \frac{1}{2W} \Pi\left(\frac{f}{2W}\right)$$

$$e^{-at}u(t), \quad \text{pour } a > 0 \iff \frac{1}{a + j2\pi f}$$

$$e^{-a|t|}, \quad \text{pour } a > 0 \iff \frac{2a}{a^2 + (2\pi f)^2}$$

$$\Lambda(t) \iff \operatorname{sinc}^2(f)$$

$$\delta(t) \iff 1$$

$$1 \iff \delta(f)$$

$$\delta(t - t_0) \iff e^{-j2\pi f t_0}$$

$$e^{j2\pi f_c t} \iff \delta(f - f_c)$$

$$\cos(2\pi f_c t) \iff \frac{1}{2}[\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)]$$

$$\sin(2\pi f_c t) \iff \frac{1}{2j}[\delta(f - f_c) - \delta(f + f_c)]$$

$$\operatorname{sgn}(t) \iff \frac{1}{j\pi f}$$

$$\frac{1}{\pi t} \iff -j \operatorname{sgn}(f)$$

$$u(t) \iff \frac{1}{2}\delta(f) + \frac{1}{j2\pi f}$$

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} \delta(t - iT_0) \iff \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - \frac{n}{T_0})$$