

- $\mathbb{P}[\emptyset] = 0$ ,  $0 \leq \mathbb{P}[A] \leq 1$  et  $\mathbb{P}[\Omega] = 1$ .
- Si  $A_1, A_2, A_3, \dots$  sont mutuellement exclusifs, alors  $\mathbb{P}[\cup_i A_i] = \sum_i \mathbb{P}[A_i]$ .
- $\mathbb{P}[A] = 1 - \mathbb{P}[A^c]$ .
- Si  $A \subset B$ , alors  $\mathbb{P}[A] \leq \mathbb{P}[B]$ .
- $\mathbb{P}[A \cup B] = \mathbb{P}[A] + \mathbb{P}[B] - \mathbb{P}[A \cap B]$ .
- $\mathbb{P}[A \cup B \cup C] = \mathbb{P}[A] + \mathbb{P}[B] + \mathbb{P}[C] - \mathbb{P}[A \cap B] - \mathbb{P}[B \cap C] - \mathbb{P}[A \cap C] + \mathbb{P}[A \cap B \cap C]$ .
- Dans le cas équiprobable (c'est-à-dire le cas où  $\Omega$  est un ensemble fini et où chaque élément de  $\Omega$  a la même probabilité de se réaliser), on a  $\mathbb{P}[A] = \text{Cardinal}(A)/\text{Cardinal}(\Omega)$ .
- Nombre de façons de choisir  $k$  objets parmi  $n$  objets:  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ .
- $\mathbb{P}[A|B] = \frac{\mathbb{P}[A \cap B]}{\mathbb{P}[B]}$ .
- $A$  et  $B$  sont indépendants si et seulement si  $\mathbb{P}[A \cap B] = \mathbb{P}[A] \mathbb{P}[B]$ .
- La règle de multiplication:
  - $\mathbb{P}[A \cap B] = \mathbb{P}[A] \mathbb{P}[B|A]$ .
  - $\mathbb{P}[A \cap B \cap C] = \mathbb{P}[A] \mathbb{P}[B|A] \mathbb{P}[C|A \cap B]$ .
- Si  $B_1, B_2, \dots, B_k$  sont mutuellement exclusifs et exhaustifs (c'est-à-dire si  $B_1, B_2, \dots, B_k$  forment une partition de  $\Omega$ ), alors
  - $\mathbb{P}[A] = \sum_{i=1}^k \mathbb{P}[B_i] \mathbb{P}[A|B_i]$ . (Loi des probabilités totales).
  - $\mathbb{P}[B_j|A] = \frac{\mathbb{P}[B_j] \mathbb{P}[A|B_j]}{\sum_{i=1}^k \mathbb{P}[B_i] \mathbb{P}[A|B_i]}$ . (Théorème de Bayes).

Loi	Fonction de masse ou densité	Moyenne	Variance
Bernoulli ( $p$ )	$\mathbb{P}[X = 0] = 1 - p, \quad \mathbb{P}[X = 1] = p$	$p$	$p(1 - p)$
Binomiale ( $n, p$ )	$\mathbb{P}[X = k] = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}, \quad \text{pour } 0 \leq k \leq n$	$np$	$np(1 - p)$
Géométrique ( $p$ )	$\mathbb{P}[X = k] = (1 - p)^{k-1} p, \quad \text{pour } k \geq 1$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1 - p}{p^2}$
Pascal ( $m, p$ )	$\mathbb{P}[X = k] = \binom{k-1}{m-1} p^m (1 - p)^{k-m}, \quad \text{pour } k \geq m$	$\frac{m}{p}$	$\frac{m(1 - p)}{p^2}$
Hypergéométrique	$\mathbb{P}[X = k] = \binom{N}{k} \binom{M}{n-k} / \binom{N+M}{n}, \quad \text{pour } 0 \leq k \leq n$	$np_*$	$np_*(1 - p_*)f_c$
Exponentielle ( $\lambda$ )	$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad \text{pour } x \geq 0$	$1/\lambda$	$1/\lambda^2$
Uniforme ( $a, b$ )	$f(x) = \frac{1}{b-a}, \quad a < x < b$	$(a+b)/2$	$(b-a)^2/12$

Pour l'hypergéométrique,  $p_* = N/(N+M)$  et  $f_c = 1 - \frac{n-1}{N+M-1}$ .

La loi de Pascal s'appelle aussi la loi binomiale négative.

Cas d'une variable discrète	Cas d'une variable continue
$\mathbb{P}[a < X \leq b] = \sum_{a < x \leq b} p(x)$ $F(x) = \mathbb{P}[X \leq x] = \sum_{-\infty < u \leq x} p(u)$ $p(x) = \mathbb{P}[X = x]$ $\mu = \mathbb{E}[X] = \sum_x xp(x)$ $\mathbb{E}[g(X)] = \sum_x g(x)p(x)$	$\mathbb{P}[a < X \leq b] = \int_a^b f(x)dx$ $F(x) = \mathbb{P}[X \leq x] = \int_{-\infty}^x f(u)du$ $f(x) = \frac{d}{dx}F(x)$ $\mu = \mathbb{E}[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$ $\mathbb{E}[g(X)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)f(x)dx$

- $\mathbb{E}[aX + b] = a\mathbb{E}[X] + b \quad \sigma^2 = \mathbb{V}\text{ar}[X] = \mathbb{E}[(X - \mu)^2] = \mathbb{E}[X^2] - \mu^2$
- $\mathbb{V}\text{ar}[aX + b] = a^2\mathbb{V}\text{ar}[X]$

Cas de deux variables discrètes	Cas de deux variables continues
$\mathbb{P}[(X, Y) \in B] = \sum_{(x,y) \in B} p(x, y)$ $F(x, y) = \sum_{-\infty < u \leq x} \sum_{-\infty < v \leq y} p(u, v)$ $p(x, y) = \mathbb{P}[(X = x) \cap (Y = y)]$ $\mathbb{E}[g(X, Y)] = \sum_x \sum_y g(x, y)p(x, y)$ $p_X(x) = \sum_y p(x, y)$ $p_{Y X=x}(y) = \frac{p(x, y)}{p_X(x)}$	$\mathbb{P}[(X, Y) \in B] = \int \int_B f(x, y)dx dy$ $F(x, y) = \int_{-\infty}^y \int_{-\infty}^x f(u, v)dudv$ $f(x, y) = \frac{d^2}{dxdy}F(x, y)$ $\mathbb{E}[g(X, Y)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y)f(x, y)dx dy$ $f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y)dy$ $f_{Y X=x}(y) = \frac{f(x, y)}{f_X(x)}$

- $\text{Cov}[X, Y] = \mathbb{E}[XY] - \mathbb{E}[X]\mathbb{E}[Y] \quad \rho = \text{Cov}[X, Y]/\sigma_X\sigma_Y$
- Si  $X$  et  $Y$  sont indépendantes,  $\mathbb{E}[h(X)g(Y)] = \mathbb{E}[h(X)]\mathbb{E}[g(Y)]$
- $\mathbb{V}\text{ar}[\sum_{i=1}^n X_i] = \sum_{i=1}^n \mathbb{V}\text{ar}[X_i] + 2 \sum_{1 \leq i < j \leq n} \text{Cov}[X_i, X_j]$

- Pour  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  on a  $\int_a^b x^n dx = \left. \frac{x^{n+1}}{n+1} \right|_a^b = \frac{b^{n+1} - a^{n+1}}{n+1}$
- Pour  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  on a  $\int_0^\infty u^n e^{-u} du = n!$