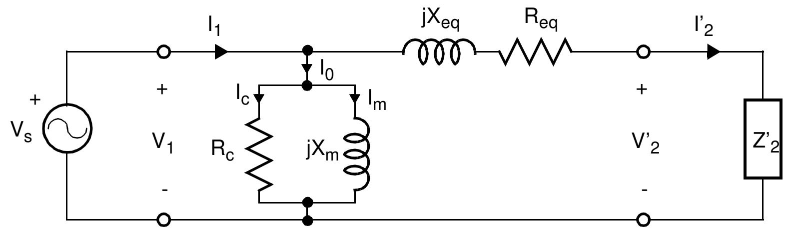
GEL-2003 **ÉLECTROTECHNIQUE**	EXAMEN FINAL H2021 SOLUTION

Problème no. 1 (25 points)

Partie A

Le circuit équivalent ramené au primaire:



$$R_c = 15\text{k}\Omega$$
$$X_m = 27\text{k}\Omega$$
$$R_{eq} = 2.4\Omega$$
$$X_{eq} = 4.8\Omega$$
$$Z'_2 = 115.2\Omega\angle 30°$$

Le courant I'$_2$ est: $I'_2 = \dfrac{V_1}{R_{eq} + jX_{eq} + Z'_2} = \dfrac{2400}{2.4 + j4.8 + 115.2\angle 30°} = 20.048\text{A}\angle{-31.4°}$

Le courant I_2 au secondaire est: $I_2 = 10(I'_2) = 200.48\text{A}\angle{-31.4°}$

Le courant I_0 est: $I_0 = \dfrac{V_1}{R_c} + \dfrac{V_1}{jX_m} = \dfrac{2400}{15\text{k}\Omega} + \dfrac{2400}{j27\text{k}\Omega} = 0.183\text{A}\angle{-29.1°}$

Le courant I_1 est: $I_1 = I_0 + I'_2 = 0.183\text{A}\angle{-29.1°} + 20.048\text{A}\angle{-31.4°} = 20.2305\text{A}\angle{-31.4°}$

La tension V_2 au secondaire est: $V_2 = Z_2 I_2 = (1.152\Omega\angle 30°) \times (200.48\text{A}\angle{-31.4°}) = 230.948\text{V}\angle{-1.4°}$

Les pertes Fer sont: $P_{Fer} = \dfrac{V_1^2}{R_c} = \dfrac{2400^2}{15\text{k}\Omega} = 384\text{ W}$

Les pertes Cuivre sont: $P_{Cu} = R_{eq} \times |I'_2|^2 = 2.4 \times 20.048^2 = 964.6\text{ W}$

La puissance P_2 est: $P_2 = V_2 I_2 \cos\phi_2 = 230.948 \times 200.48 \times \cos(-1.4° + 31.4°) = 40097\text{ W}$

La puissance P_1 est: $P_1 = P_2 + P_{Fer} + P_{Cu} = 40097 + 384 + 964.6 = 41445\text{ W}$

Le rendement du transformateur est: $\eta = \dfrac{P_2}{P_1} = \dfrac{40097}{41445} = 0.9675$

Partie B

Le rapport de transformation est: $a_{13} = \dfrac{V_1}{V_3} = \dfrac{2400}{240 + 2400} = \dfrac{2400}{2640}$

Le courant I_2 est: $I_2 = \dfrac{V_3}{Z_3} = \dfrac{2640}{12.672\angle 30°} = 208.333\,A\angle{-30°}$

Le courant I_1 est: $I_1 = \dfrac{I_2}{10} = 20.8333\,A\angle{-30°}$

Le courant I_s est: $I_s = I_1 + I_2 = 20.8333\,A\angle{-30°} + 208.333\,A\angle{-30°} = 229.167\,A\angle{-30°}$

La puissance P_s est: $P_s = \mathrm{Re}[V_1 \times I_s{}^*] = \mathrm{Re}[2400 \times 229.167\angle 30°] = 476310\,W$

La puissance apparente de l'autotransformateur est:

$$S = |V_1| \times |I_s| = 2400 \times 229.167 = 550\,kVA$$

Problème no. 2 (25 points)

Partie A

Essai à vide:

$$V_{A2N2} = \frac{600}{\sqrt{3}} = 346.41\,V \qquad I_{A2} = 0.59\,A \qquad P_{A2} = \frac{486}{3} = 162\,W$$

On calcule: $S_{A2} = V_{A2N2} \times I_{A2} = 346.41 \times 0.59 = 204.382\,VA$

On déduit: $Q_{A2} = \sqrt{S_{A2}{}^2 - P_{A2}{}^2} = \sqrt{204.382^2 - 162^2} = 124.611\,Var$

La résistance R'$_c$ est: $R_c' = \dfrac{V_{A2N2}{}^2}{P_{A2}} = \dfrac{346.41^2}{162} = 740.74\Omega$

La résistance R_c au primaire est: $R_c = a^2 \times R_c' = 4^2 \times 740.74 = 11852\Omega$

La réactance X'$_m$ est: $X_m' = \dfrac{V_{A2N2}{}^2}{Q_{A2}} = \dfrac{346.41^2}{124.611} = 963\Omega$

La réactance X_m au primaire est: $X_m = a^2 \times X_m' = 4^2 \times 963 = 15408\Omega$

Essai en court-circuit:

$$V_{A1N1} = \frac{81.8}{\sqrt{3}} = 47.23\,V \qquad I_{A1} = 12.028\,A \qquad P_{A1} = \frac{1386}{3} = 462\,W$$

On calcule: $S_{A1} = V_{A1N1} \times I_{A1} = 47.23 \times 12.028 = 568.08\,VA$

On déduit: $Q_{A1} = \sqrt{S_{A1}{}^2 - P_{A1}{}^2} = \sqrt{568.08^2 - 462^2} = 330.5615\,Var$

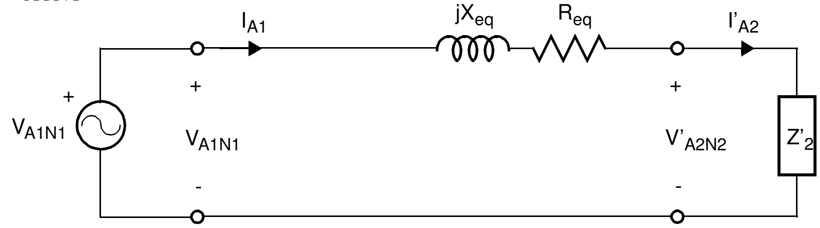
La résistance R_{eq} est: $R_{eq} = \dfrac{P_{A1}}{I_{A1}^2} = \dfrac{462}{12.028^2} = 3.19\Omega$

La réactance X_{eq} est: $X_{eq} = \dfrac{Q_{A1}}{I_{A1}^2} = \dfrac{330.5615}{12.028^2} = 2.285\Omega$

Partie B

Le circuit monophasé équivalent ramené au primaire:

$$V_{A1N1} = 2400/\sqrt{3} = 1385.64\,V$$



$$R_{eq} = 4.8\Omega$$
$$X_{eq} = 9\Omega$$
$$Z'_2 = 16(6 + j3)\Omega$$

Le courant I_{A1} est: $$I_{A1} = \frac{V_{A1N1}}{R_{eq} + jX_{eq} + Z'_2} = \frac{1385.64}{4.8 + j9 + 96 + j48} = 11.966A\angle -29.5°$$

La tension V'_{A2N2} est: $$V'_{A2N2} = Z'_2 \times I_{A1} = (96 + j48) \times 11.966\angle -29.5° = 1284.305V\angle -2.9°$$

La tension V_{A2N2} est: $$V_{A2N2} = \frac{V'_{A2N2}}{a} = \frac{1284.305V\angle -2.9°}{4} = 321.076V\angle -2.9°$$

L'ampèremètre indique la valeur efficace du courant de ligne au primaire: $|I_B| = 11.966\,A$

Le voltmètre indique la valeur efficace de la tension ligne-ligne au secondaire:

$$|V_{A2C2}| = \sqrt{3} \times 321.076V = 556.12\,V$$

Le wattmètre indique:

$$P_1 = |V_{A1C1}||I_{A1}|\cos(\angle V_{A1C1} - \angle I_{A1}) = 2400 \times 11.966 \times \cos(-30° + 29.5°) = 28717\,W$$

Problème no. 3 (25 points)

L'amplitude de la tension ligne-neutre de la source est: $V_m = \frac{600}{\sqrt{3}} \times \sqrt{2} = 489.8979\ \mathrm{V}$

La tension de sortie à vide V_{d0} du redresseur est donnée par la relation suivante: $V_{d0} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} V_m \cos\alpha$

On déduit: $\cos\alpha = \frac{\pi}{3\sqrt{3}} \frac{V_{d0}}{V_m} = \frac{\pi}{3\sqrt{3}} \frac{655.53}{489.8979} = 0.809$

L'angle d'amorçage α est: $\alpha = \mathrm{acos}(0.809) = 36°$

La résistance de sortie R_d du redresseur est: $R_d = \frac{\Delta V_d}{\Delta I_d} = \frac{655.53 - 611.5}{122.3} = 0.36\Omega$

La résistance R_d est donnée par la relation suivante: $R_d = \frac{6 L_s \omega}{\pi}$

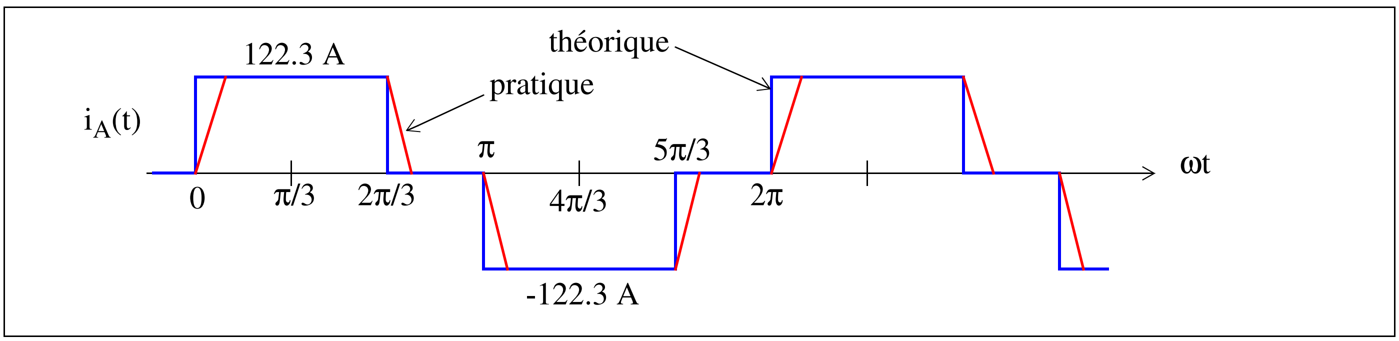
L'inductance L_s de la source est: $L_s = \frac{\pi}{6\omega} \times R_d = \frac{\pi}{720\pi} \times 0.36 = 0.5\ \mathrm{mH}$

L'angle de commutation μ est donné par la relation suivante: $\cos\alpha - \cos(\alpha + \mu) = \left(\frac{2 L_s \omega}{\sqrt{3} V_m}\right) I_d$

On déduit: $\cos(\alpha + \mu) = \cos\alpha - \left(\frac{2 L_s \omega}{\sqrt{3} V_m}\right) I_d = \cos(36°) - \frac{2 \times 0.5 \times 10^{-3} \times 120\pi}{\sqrt{3} \times 489.8979} \times 122.3 = 0.7547$

Alors: $(\alpha + \mu) = \mathrm{acos}(0.7547) = 41°$

L'angle de commutation m est: $\mu = 41° - 36° = 5°$



La valeur efficace du courant $i_A(t)$ théorique est: $|I_A| = \sqrt{\frac{2}{3}} \times 122.3\mathrm{A} = 99.8575\ \mathrm{A}$

La puissance apparente S_{src} de la source est: $S_{src} = \sqrt{3} \times V_{LL} \times I_L = \sqrt{3} \times 600 \times 99.8575 = 103.77\ \mathrm{kVA}$

La puissance active P_{src} est: $P_{src} = V_{cc} \times I_{cc} = 611.5 \times 122.3 = 74.786\ \mathrm{kW}$

Le facteur de puissance est: $fp = \frac{P_{src}}{S_{src}} = \frac{74.786}{103.77} = 0.721$

Problème no. 4 (25 points)

La tension v_L durant t_{on} est: $v_{Lon} = 24 - 1.2 = 22.8\text{ V}$

La tension v_L durant t_{off} est: $v_{Loff} = 24 - 40 - 0.5 = -16.5\text{ V}$

La valeur moyenne de v_L doit être égale à zéro: $v_{Lon} \times t_{on} = -v_{Loff} \times t_{off}$

On déduit: $$\frac{t_{off}}{t_{on}} = \frac{v_{Lon}}{-v_{Loff}} = \frac{22.8}{16.5}$$

Le rapport cyclique α est: $$\alpha = \frac{t_{on}}{t_{on} + t_{off}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{t_{off}}{t_{on}}\right)} = \frac{1}{1 + \left(\frac{22.8}{16.5}\right)} = \frac{16.5}{16.5 + 22.8} = 0.4198$$

L'ampèremètre DC indique la valeur moyenne du courant i_L.

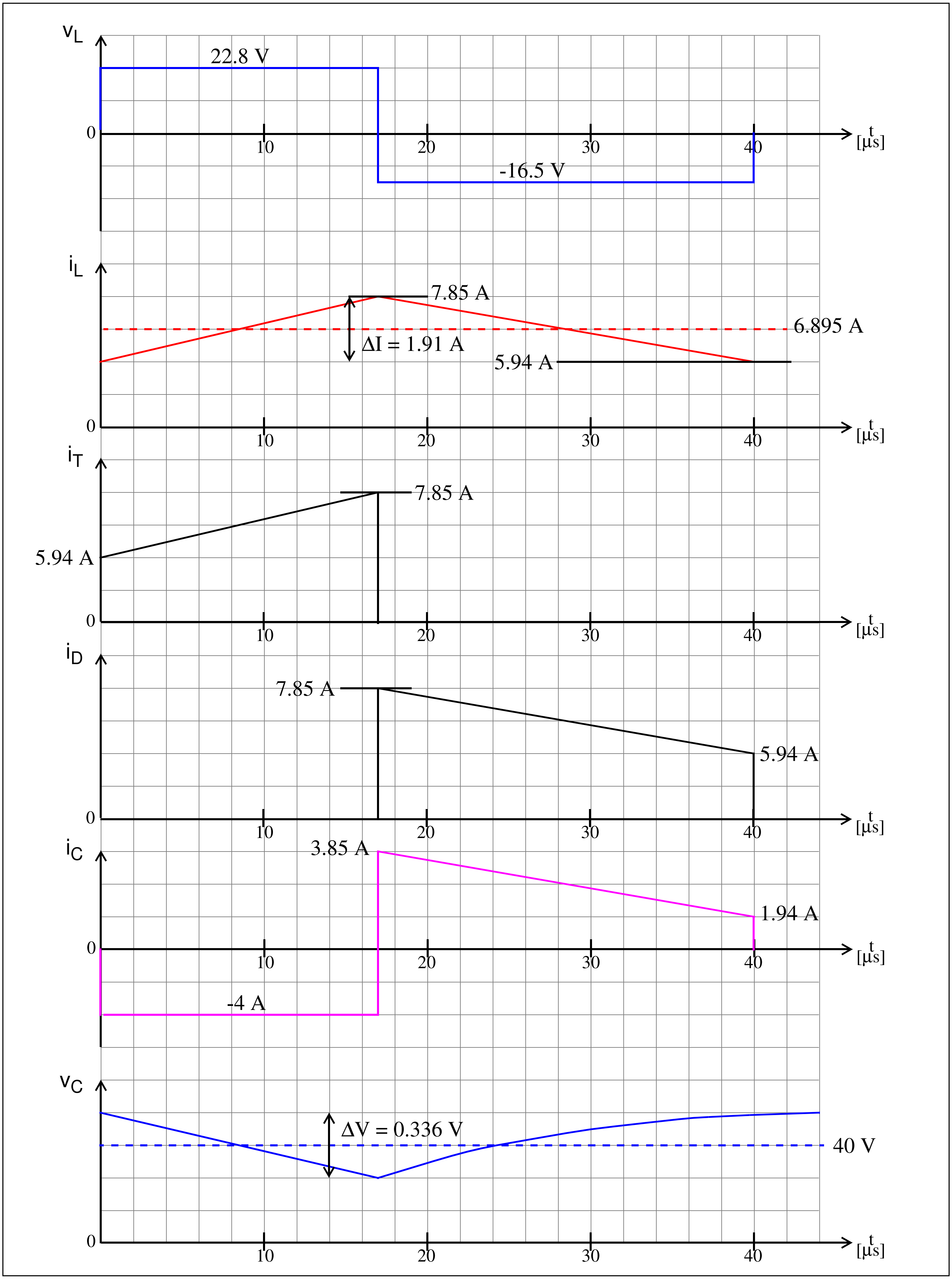
On a: $i_D(\text{moy}) = i_C(\text{moy}) + i_R(\text{moy})$

Mais: $i_C(\text{moy}) = 0$ et $i_R(\text{moy}) = \frac{40\text{V}}{10\Omega} = 4\text{ A}$

On déduit: $i_D(\text{moy}) = 4\text{A} = (1 - \alpha) \times i_L(\text{moy})$

Le courant i_L(moy) est: $$i_L(\text{moy}) = \frac{4}{(1 - \alpha)} = \frac{4}{(1 - 0.4198)} = 6.895\text{ A}$$

L'ondulation ΔI est: $$\Delta I = \frac{v_{Lon}}{L} \times t_{on} = \frac{v_{Lon}}{L} \times \alpha T_s = \frac{22.8\text{V}}{200\mu\text{H}} \times 0.4198 \times 40\mu\text{s} = 1.914\text{ A}$$



vL
22.8 V
-16.5 V
iL
7.85 A
6.895 A
ΔI = 1.91 A
5.94 A
iT
7.85 A
5.94 A
iD
7.85 A
5.94 A
iC
3.85 A
1.94 A
-4 A
vC
ΔV = 0.336 V
40 V
0
10
20
30
40
t [μs]

L'ondulation ΔV est: $$\Delta V = \frac{\Delta q}{C} = \frac{i_{Con} \times t_{on}}{C} = \frac{i_{Con} \times \alpha \times T_s}{C} = \frac{4\,A \times 0.4198 \times 40\,\mu s}{200\,\mu F} = 0.336\ V$$

Les pertes par conduction dans le transistor sont: $P_{Tcond} = V_{CE}(on) \times i_T(moy) = 1.2 \times 0.4198 \times 6.895 = 3.47\ W$

Les pertes par conduction dans la diode sont: $P_{Dcond} = V_F \times i_D(moy) = 0.5 \times (1 - 0.4198) \times 6.895 = 2\ W$

Les pertes par commutation dans le transistor sont: $$P_{Tcom} = \frac{V_s I_s}{3} \times \frac{t_c}{T_s} = \frac{40.5 \times 6.895}{3} \times \frac{0.5\,\mu s}{40\,\mu s} = 1.17\ W$$

Les pertes par commutation dans la diode sont: $$P_{Dcom} = \frac{V_s I_s}{3} \times \frac{t_c}{T_s} = \frac{38.8 \times 6.895}{3} \times \frac{0.5\,\mu s}{40\,\mu s} = 1.12\ W$$

Le rendement du hacheur est: $$\eta = \frac{P_R}{P_R + P_{Tcond} + P_{Dcond} + P_{Tcom} + P_{Dcom}}$$

où $P_R = \frac{V_R^2}{R} = \frac{40^2}{10} = 160\ W$.

Finalement: $$\eta = \frac{160}{160 + 3.47 + 2 + 1.17 + 1.12} = 0.954$$