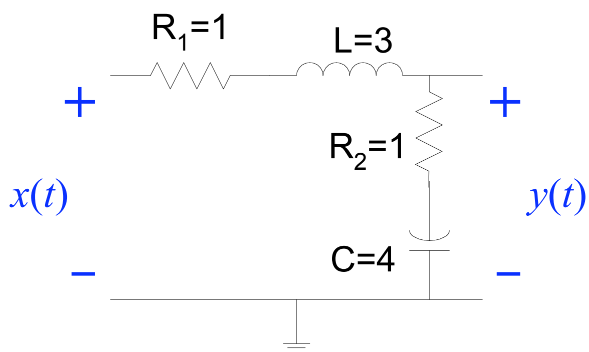
1998 Examen Final

Mercredi le 16 décembre 1998; Durée: 13h30 à 15h20
Une feuille documentation permise; aucune calculatrice permise

---

Problème 1 (9 points sur 45)

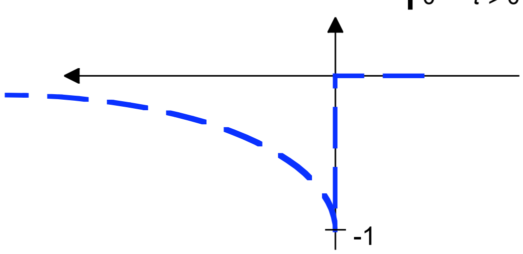
a) (8 pts) Trouvez la réponse impulsionnelle du circuit suivant.

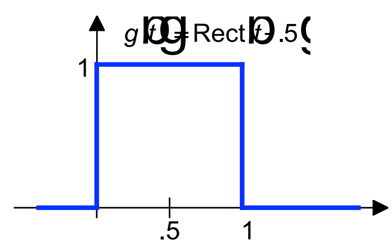


b) (1 pt) Est-ce que ce système est causal?

Problème 2 (8 points sur 45)

$$f(t) = \begin{cases} -e^{bt} & t \le 0 \\ 0 & t > 0 \end{cases} \qquad b > 0$$



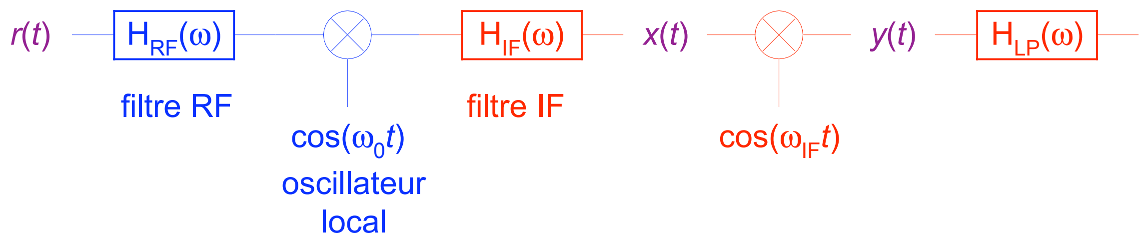


Trouvez la convolution $f(t) * g(t)$.

1998 Examen Final

Problème 3 (10 points sur 45)

Voici une portion du récepteur superhétérodyne que nous avons vu en classe.



Supposons que la fréquence intermédiaire est

$$\omega_{IF} = 500$$

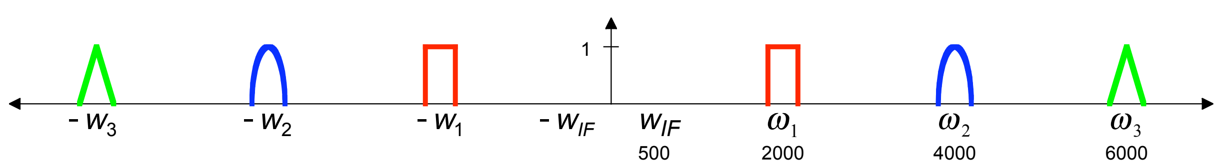
et que le signal reçu est le signal FDM (multiplexage par fréquence) suivant:

$$r(t) = m_1(t)\cos\omega_1 t + m_2(t)\cos\omega_2 t + m_3(t)\cos\omega_3 t$$

où les messages $m_1(t)$, $m_2(t)$, et $m_3(t)$ sont limités en bande avec une largeur de bande de 10. Les fréquences des porteuses sont

$$\omega_1 = 2{,}000 \quad \omega_2 = 4{,}000 \quad \omega_3 = 6{,}000$$

Le spectre du signal reçu $r(t)$ est



Pour maintenant, considérons que le filtre RF n'est pas présent. Le filtre IF a la réponse en fréquence suivante

$$H_{IF}(\omega) = \begin{cases} 1 & 490 < |\omega| < 510 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Le filtre LP a le réponse en fréquence suivant

$$H_{LP}(\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| < 10 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

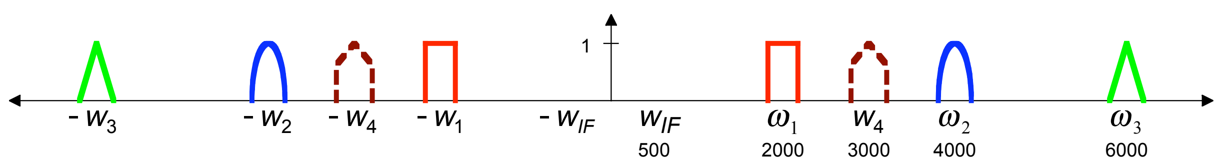
1998 Examen Final

a) (4 pts) Nous voulons recevoir le signal à 4,000. Trouvez une fréquence de l'oscillateur local ω_0 qui permet cette réception, i.e. qui amène le signal de 4,000 à 500. Tracez les spectres avant et après la modulation IF, c'est-à-dire, $X(\omega)$ et $Y(\omega)$

Supposons que le signal reçu est:

$$r(t) = m_1(t)\cos\omega_1 t + m_2(t)\cos\omega_2 t + m_3(t)\cos\omega_3 t + m_4(t)\cos\omega_4 t$$

où le message $m_4(t)$ est limité en bande avec une largeur de bande de 10 et avec porteuse a $\omega_4 = 3{,}000$. Le spectre du signal reçu est



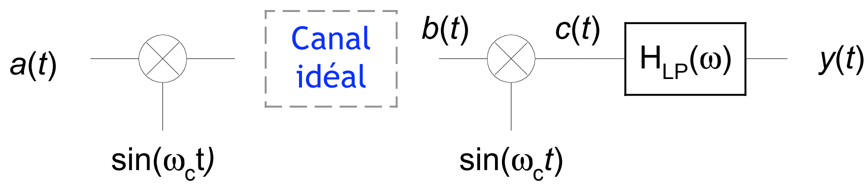
b) (4 pts) L'introduction du quatrième signal a quel effet sur les spectres avant et après la modulation IF, c'est-à-dire, $X(\omega)$ et $Y(\omega)$?

c) (2 pts) Comment est-ce que le filtre RF peut éviter ce problème?

1998 Examen Final

Problème 4 (18 points sur 45)

Pour le système suivant



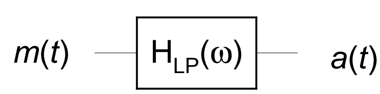
avec

$$H_{LP}(j\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| < B \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

où le signal $a(t)$ a une transformée $A(\omega)$. Pour une transformée $A(\omega)$ quelconque (mais limitée en bande avec une largeur de bande $B \ll \omega_c$), trouvez les suivants comme une fonction de $A(\omega)$.

(6 pts) a) $B(\omega)$ = transformée de Fourier de $b(t)$, $C(\omega)$ = transformée de Fourier de $c(t)$, $Y(\omega)$ = transformée de Fourier de $y(t)$

Supposons que $a(t)$ est généré comme



avec

$$m(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} p(t - 2n\tau)$$

$$H_{LP}(j\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| < \dfrac{10}{\tau} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \qquad \omega_c \gg \frac{\pi}{\tau}$$

et

$$p(t) = \cos\left(\frac{\pi t}{\tau}\right)\mathrm{Rect}\left(\frac{t}{\tau}\right)$$

$$P(\omega) = \frac{\tau}{2}\left[\mathrm{Sa}\left(\frac{\omega\tau}{2} + \frac{\pi}{2}\right) + \mathrm{Sa}\left(\frac{\omega\tau}{2} - \frac{\pi}{2}\right)\right]$$

$$= \frac{-2\pi\tau\cos\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)}{\omega^2\tau^2 - \pi^2}$$

Trouvez

(6 pts) b) $M(\omega)$ = transformée de Fourier de $m(t)$

(6 pts) c) $A(\omega)$ = transformée de Fourier de $a(t)$

Si vous utilisez des graphiques pour identifier les transformées, faites attention d'indiquer tous les paramètres importants (poids, hauteur, position, etc.).