Département de génie électrique et de génie informatique — André Zaccarin
Université Laval

GEL-19964 – Signaux et systèmes discrets

Examen Partiel

Vendredi le 28 octobre 2005 — Durée: 8h30-10h20

Vous devez montrer vos calculs et justifier vos réponses, sans quoi une bonne réponse ne vaut aucun point.

Question 1 (28 pts)

a) (12 pts) Est-ce que le système définit par $y[n]=x[2n]$ est linéaire ? invariant ? Démontrez.

b) (8 pts) La réponse à l'impulsion d'un système linéaire et invariant est $h[n]=0.5^n u[n]$. Ce système est-il stable ? Démontrez. Pourquoi la stabilité est-elle importante ?

c) (8 pts) Soit $y[n]=\sum_{k=n_o}^{n_o+L} x[n-k]$. Ce système est-il causal ? Quand la causalité est-elle importante ?

Question 2 (17 pts)

La réponse à l'impulsion et la réponse en fréquence d'un filtre passe-bas idéal sont

$$h[n]=\begin{cases} \omega_C/\pi, & n=0 \\ \dfrac{\sin(\omega_C n)}{\pi n}, & n\neq 0 \end{cases} \qquad H\left(e^{j\omega}\right)=\begin{cases} 1, & 0\leq|\omega|\leq\omega_C \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Soit le filtre $g[n]=h[n-M]\times w[n]$ où $w[n]=\begin{cases} 1, & 0\leq n\leq 2M \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases}$

a) (12 pts) Tracez le module de la réponse en fréquence de $g[n]$.

b) (5 pts) Pourquoi voudrait-on utiliser $g[n]$ au lieu de $h[n]$?

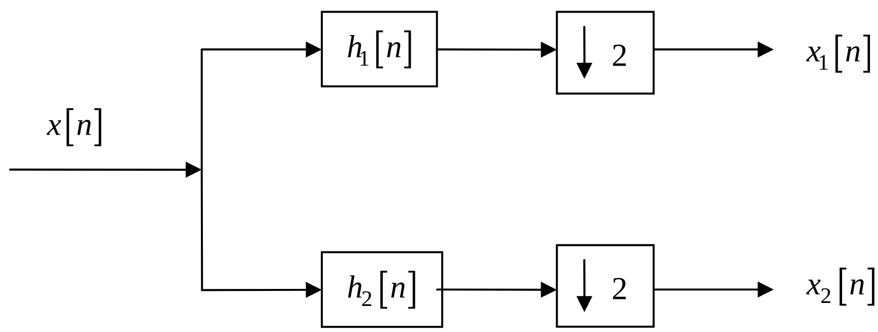
Question 3 (30 pts)

Soit $x[n] = A_1 \cos(3\pi n/8) + A_2 \cos(5\pi n/8)$.

a) (15 pts) On filtre $x[n]$ pour éliminer la composante $A_2 \cos(5\pi n/8)$. Le filtre utilisé est $h[n] = \{h_{-1}, h_0, h_1\}$ où $h_{-1} = h_1$. Calculez h_0 et h_1.

Quelle est la phase du filtre ?

On sépare les deux composantes de $x[n]$, tout en préservant leur amplitude, et sans augmenter le nombre total d'échantillons :



Les filtres $h_1[n]$ et $h_2[n]$ sont réels et « idéaux », i.e., le module de leur réponse en fréquence est égal à 1 dans la bande passante, et est nul dans la bande de rejet.

b) (8 pts) Tracez le module de la réponse en fréquence de $h_1[n]$ et $h_2[n]$ pour $-2\pi \le \omega \le 2\pi$.

c) (7 pts) Si on impose que $h_2[n] = h_1[n] \times (-1)^n$, est-ce que votre réponse en b) change ? Pourquoi ?

Question 4 (25 pts)

a) (13 pts) Soit $x[n]=\{4,-3,7,2\}$ et $h[n]=\{1,2,1\}$. Leur DFT, $X[k]$ et $H[k]$, sont calculées sur 4 points. Calculez $y[n]$, la DFT inverse de $X[k]H[k]$.

b) (12 pts) Soit $X[k]$, $0 \le k \le N-1$, la TFD de $x[n]$, et

$$H[k]=\begin{cases} 1, & k=0,1,2,3,N-3,N-2,N-1, \\ 0, & \text{autrement} \end{cases}$$

On calcule $Y[k]=X[k]H[k]$.

Pour $H[k]$ défini ci haut et tout en conservant des DFT sur N points, est-ce que $Y[k]$ peut-être la sortie d'un système linéaire et invariant ? Si oui, dans quelles conditions ? Si non, pourquoi ?

Question 5 (10 pts)

Soit $x[n]=a^n u[n] \leftrightarrow X\left(e^{j\omega}\right)=\dfrac{1}{1-ae^{-j\omega}}$, où $|a|<1$ et a est réel.

a) (5 pts) Calculez le module de $X\left(e^{j\omega}\right)$ et montrez que la fonction est paire.

b) (5 pts) Calculez la partie imaginaire de $X\left(e^{j\omega}\right)$ et montrez que la fonction est impaire.