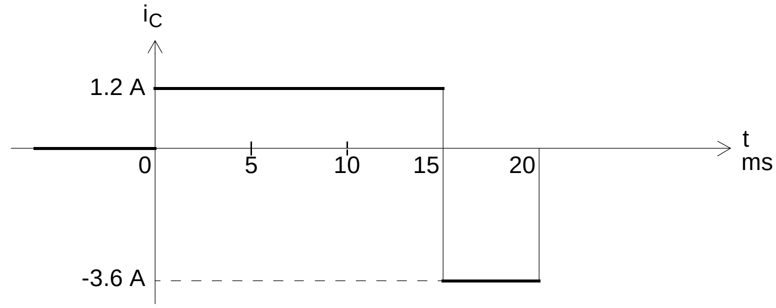
Corrigé de l'examen partiel H2002

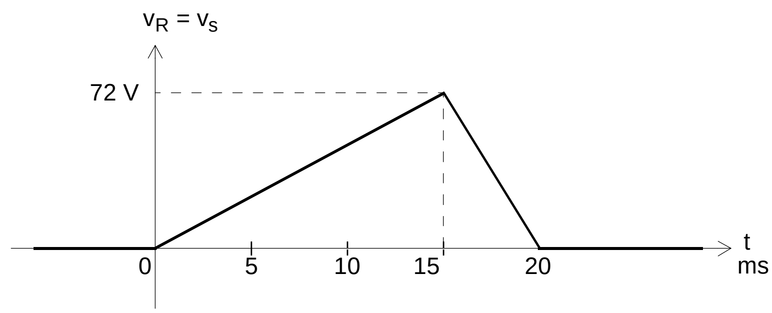
Question no. 1 (10 points)

Le courant dans le condensateur est donné



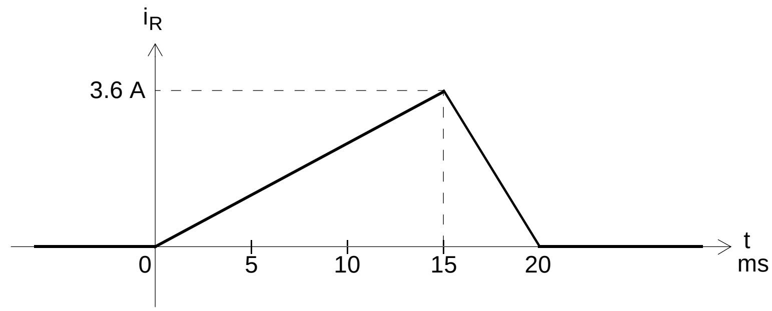
La tension de la source est égale à la tension v_C ou v_R:

$$v_R = v_s = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_C dt = 4000\int_{-\infty}^{t} i_C dt$$



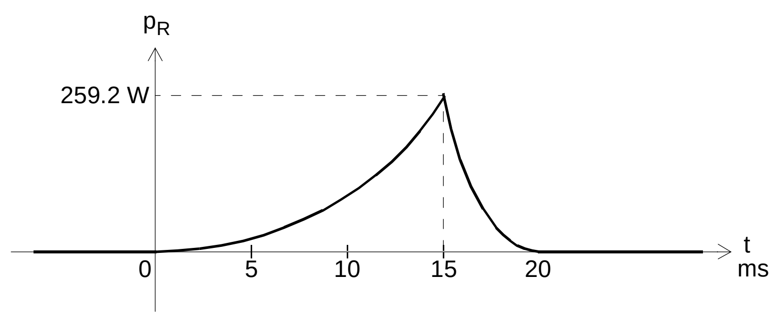
Le courant dans la résistance est:

$$i_R = \frac{v_R}{R} = \frac{v_R}{20}$$



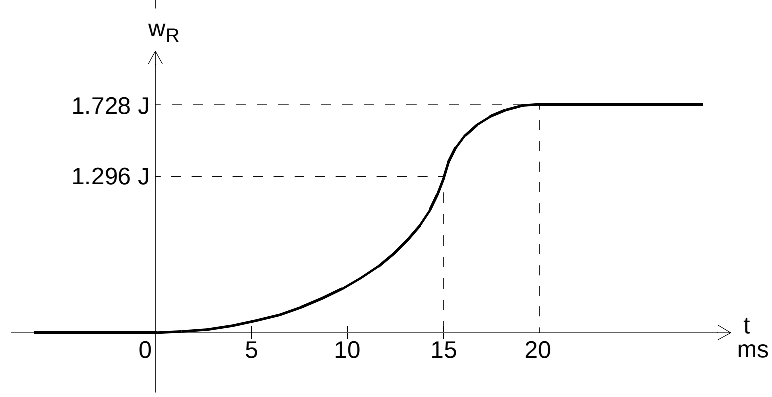
La puissance dans la résistance est:

$$p_R = Ri_R^2 = 20i_R^2$$



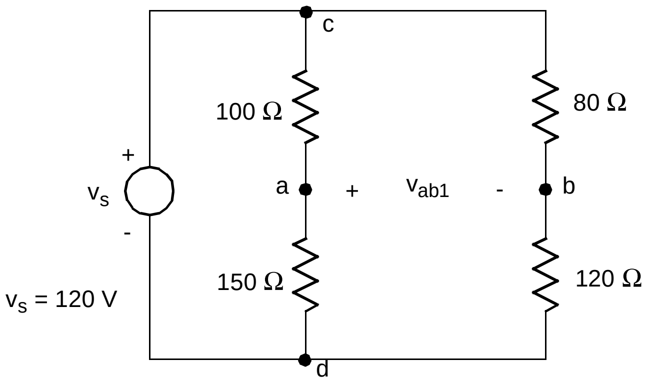
L'énergie dans la résistance est égale à l'intégrale de p_R:

$$w_R = \int_{-\infty}^{t} p_R dt$$



Question no. 2 (10 points)

Étape 1: On considère seulement la source de tension v_s



La tension v_{ab1} est égale à: $v_{ab1} = v_{ad} - v_{bd}$

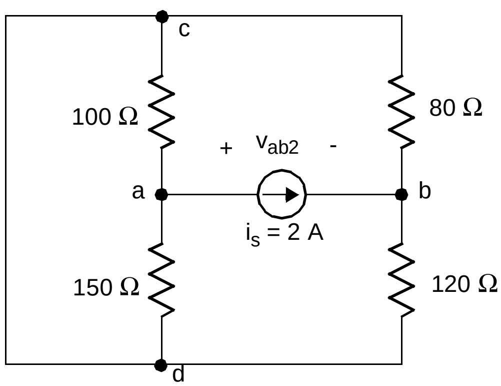
Les tensions v_{ad} et v_{bd} sont calculées à l'aide de la loi du diviseur de tension:

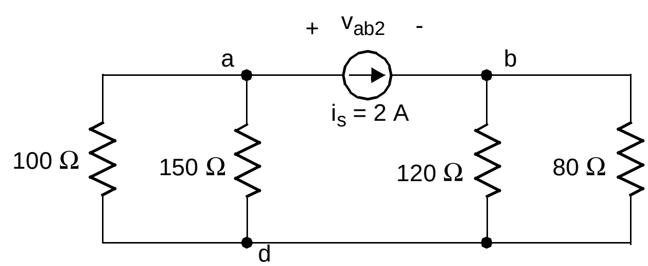
$$v_{ad} = \frac{150}{150+100} \times v_s = \frac{150}{150+100} \times 120 = 72\text{ V}$$

$$v_{bd} = \frac{120}{120+80} \times v_s = \frac{120}{120+80} \times 120 = 72\text{ V}$$

Alors: $v_{ab1} = 72 - 72 = 0\text{ V}$

Étape 2: On considère seulement la source de courant i_s





La tension v_{ab2} est égale à:

$$v_{ab2} = -i_s \times \{(100 \parallel 150) + (120 \parallel 80)\} = -2 \times \{60 + 48\} = -216\text{ V}$$

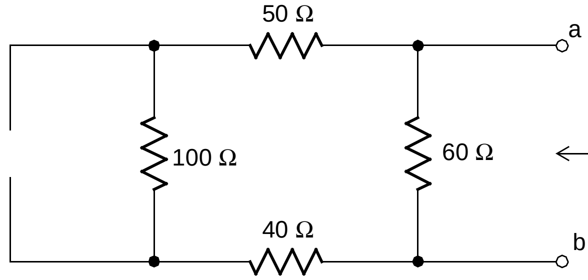
Étape 3: Superposition des deux sources

La tension v_{ab} est égale à la somme de v_{ab1} et v_{ab2}:

$$v_{ab} = v_{ab1} + v_{ab2} = 0 - 216 = -216\text{ V}$$

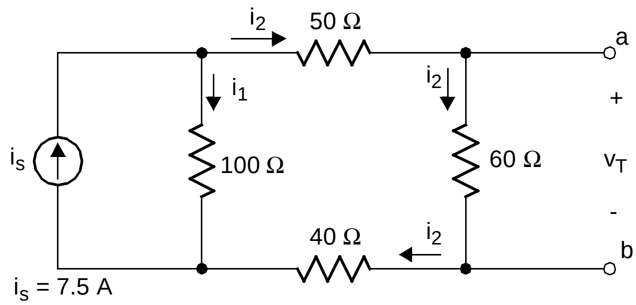
Question no. 3 (10 points)

a) Calcul de R_T:



$$R_T = 60 \parallel (50 + 100 + 40) = 45.6\Omega$$

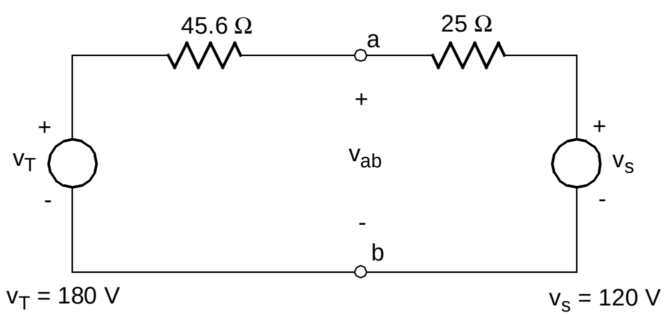
Calcul de v_T:



$$v_T = 60i_2 = 60 \times \frac{100}{100 + (50 + 60 + 40)} \times 7.5\text{A}$$

$$v_T = 180\text{V}$$

b)



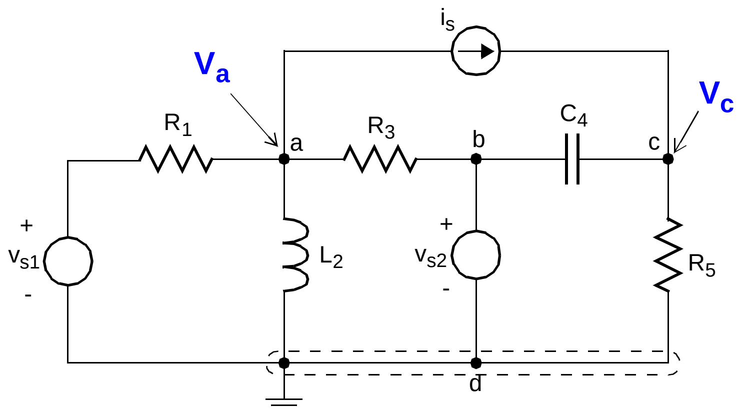
La tension vab est calculée en appliquant la superposition des deux sources v_s et v_T:

$$v_{ab} = \left[\frac{25}{25 + 45.6} \times v_T\right] + \left[\frac{45.6}{25 + 45.6} \times v_s\right]$$

$$v_{ab} = \left[\frac{25}{25 + 45.6} \times 180\right] + \left[\frac{45.6}{25 + 45.6} \times 120\right] = 63.74 + 77.51 = 141.25\text{ V}$$

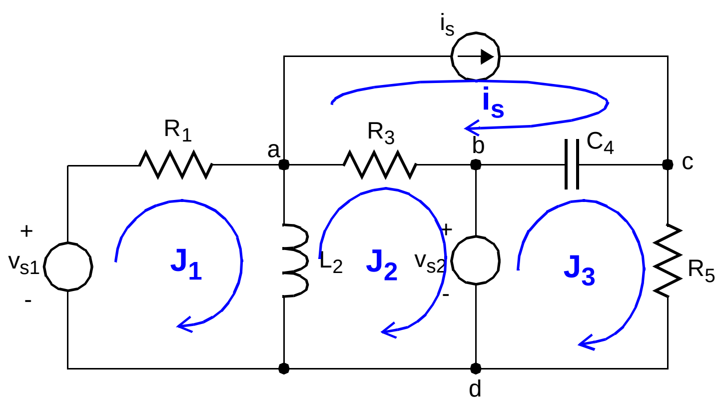
<u>Question no. 4</u> (10 points)

a) Méthode des noeuds



$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{L}\int dt & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_5}+C_4\frac{d}{dt} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_a \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_3} & -1 \\ 0 & C_4\frac{d}{dt} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_{s1} \\ v_{s2} \\ i_s \end{bmatrix}$$

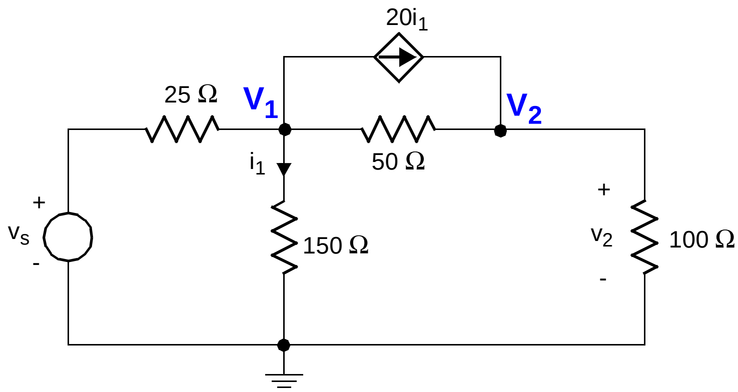
b) Méthode des mailles



$$\begin{bmatrix} R_1+L_2\frac{d}{dt} & -L_2\frac{d}{dt} & 0 \\ -L_2\frac{d}{dt} & R_3+L_2\frac{d}{dt} & 0 \\ 0 & 0 & R_5+\frac{1}{C_4}\int dt \end{bmatrix}\begin{bmatrix} J_1 \\ J_3 \\ J_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & R_3 \\ 0 & 1 & \frac{1}{C_4}\int dt \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_{s1} \\ v_{s2} \\ i_s \end{bmatrix}$$

Question no. 5 (10 points)

On utilise la méthode des noeuds.



Équations d'équilibre:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{25}+\frac{1}{50}+\frac{1}{150} & -\frac{1}{50} \\ -\frac{1}{50} & \frac{1}{50}+\frac{1}{100} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_s}{25} - 20 i_1 \\ 20 i_1 \end{bmatrix}$$

Mais: $i_1 = \frac{V_1}{150}$

Alors:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{25}+\frac{1}{50}+\frac{1}{150} & -\frac{1}{50} \\ -\frac{1}{50} & \frac{1}{50}+\frac{1}{100} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_s}{25} - 20\frac{V_1}{150} \\ 20\frac{V_1}{150} \end{bmatrix}$$

Ou bien:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{25}+\frac{1}{50}+\frac{1}{150}+\frac{20}{150} & -\frac{1}{50} \\ -\frac{1}{50}-\frac{20}{150} & \frac{1}{50}+\frac{1}{100} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_s}{25} \\ 0 \end{bmatrix}$$

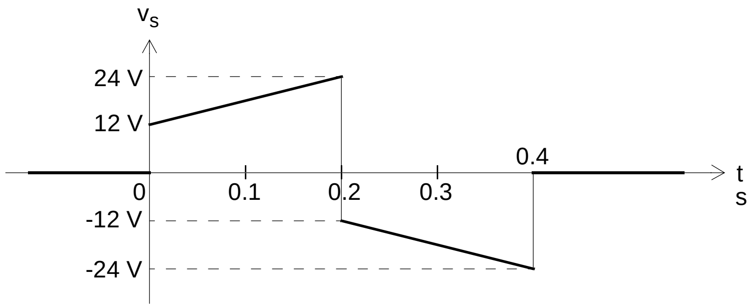
$$\begin{bmatrix} 0.2 & -0.02 \\ -0.1533 & 0.03 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.04 v_s \\ 0 \end{bmatrix}$$

La solution pour V_2 donne:

$$V_2 = \frac{\begin{vmatrix} 0.2 & 0.04 v_s \\ -0.1533 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0.2 & -0.02 \\ -0.1533 & 0.03 \end{vmatrix}} = \frac{0.006132 v_s}{0.002934} = 2.09 v_s$$

<u>Question no. 6</u> (10 points)

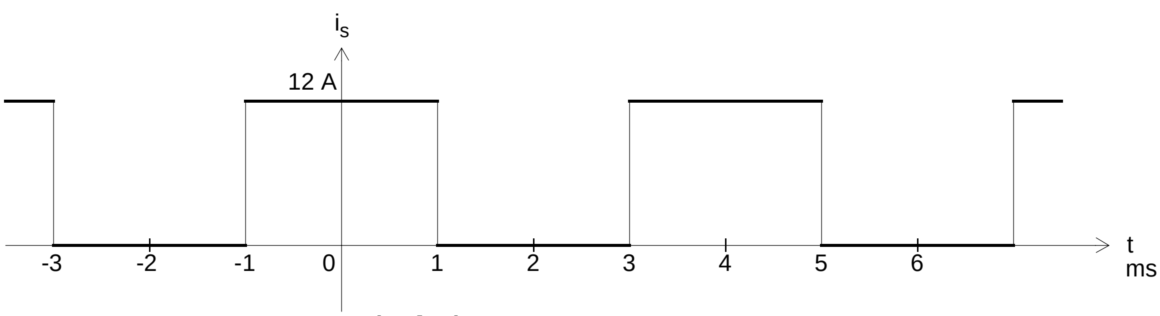
a) Ce signal apériodique contient 3 changements de niveaux (aux instants 0, 0.2 s et 0.4 s) et 3 changements de pentes (aux instants 0, 0.2 s et 0.4 s).



On peut exprimer cette fonction comme une somme de 3 échelons et 3 rampes:

$$v_s(t) = 12u(t) - 36u(t-0.2) + 24u(t-0.4) + 60r(t) - 120r(t-0.2) + 60r(t-0.4)$$

b) La période de la fonction $i_s(t)$ est $T_0 = 4$ ms. Sa fréquence angulaire est $\omega_0 = 2\pi/T_0 = 500\pi$ rad/s.



La composante continue est égale à:

$$C_0 = \frac{1}{0.004}\int_{-0.001}^{0.001} 12\,dt = \frac{2}{4}\times 12 = 6$$

Les coefficients C_n sont donnés par:

$$C_n = \frac{1}{0.004}\int_{-0.001}^{0.001} 12e^{-jn\omega_0 t}dt = \frac{12}{0.004}\left(\frac{1}{-jn\omega_0}\right)e^{-jn\omega_0 t}\Big|_{-0.001}^{0.001}$$

$$C_n = \frac{12}{n\pi}\sin\left(n\frac{\pi}{2}\right)$$

On a:			
	$C_1 = 3.8197$	$C_2 = 0.0$	$C_3 = -1.2732$
	$C_4 = 0.0$	$C_5 = 0.7639$	$C_6 = 0.0$
	$C_7 = -0.5457$	$C_8 = 0.0$	$C_9 = 0.4244$
	$C_{10} = 0.0$	$C_{11} = \ldots$	$C_{12} = \ldots$

Alors, la fonction $i_s(t)$ peut être exprimée comme une somme de plusieurs composantes:

$$i_s(t) = 6 + 7.6394\cos(\omega_0 t) - 2.5465\cos(3\omega_0 t) + 1.5279\cos(5\omega_0 t)$$
$$- 1.0913\cos(7\omega_0 t) + 0.8488\cos(9\omega_0 t) + \ldots$$

avec $\omega_0 = 500\pi$ rad/s.