GEL-2005
Systèmes et commande linéaires

Examen #1

Mercredi 23 octobre 2019, 13h30-15h20

Document permis: une feuille manuscrite recto-verso

Professeur: André Desbiens, Département de génie électrique et de génie informatique

---

Relation additionnelle peut-être utile : $\mathcal{L}\, f\,''(t)$ (pour $t > 0$) $= s^2 \mathcal{L}\, f(t) - sf(0^+) - f\,'(0^+)$

Question 1 (15%)

Le système est un moteur DC à contrôle d'induit qui entraine une charge via un engrenage.

Caractéristiques du moteur seul :

- Inertie : 2×10^{-6} kg·m^2
- Frottement négligeable
- Inductance négligeable
- Vitesse à vide pour une tension de 5 volts : 100 rad/s
- Couple de blocage pour une tension de 5 volts : 1.5×10^{-3} N·m

Caractéristiques de la charge :

- Inertie : $1.56\cdot10^{-5}$ kg·m^2
- Frottement négligeable

Si à t = 0 seconde on applique au système une tension de 4 volts (conditions initiales nulles) alors la vitesse angulaire mesurée de la charge est celle tracée à la figure 1. Quel est le rapport d'engrenage n du système?

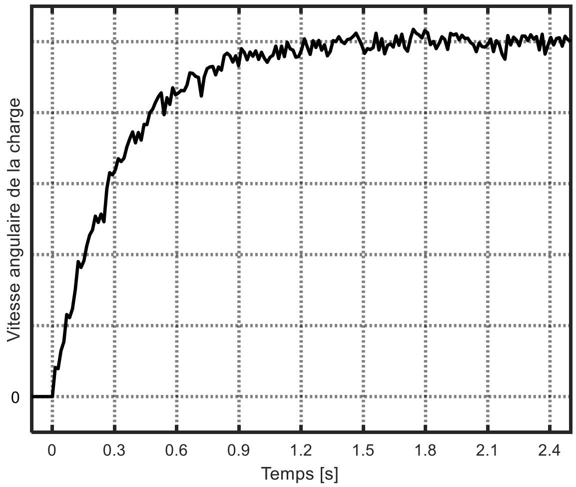


Figure 1

Réponse : $1/K_b = 20$; $R_a/K_m = 3.33\times10^3$; $n = 2.5$

Question 2 (14% - Correction binaire : 0% ou 14%)

La fonction de transfert du système est $G(s) = \dfrac{4}{(1+s)(1+2s)}$. Sans utiliser une formule qui donne directement le résultat, quelle est l'expression de la réponse du système dans le domaine de Laplace, i.e. $Y(s)$, à une entrée nulle et aux conditions initiales $y(0^+) = 3$ et $y'(0^+) = -1$?

Réponse : $Y(s) = \dfrac{6s+7}{2s^2+3s+1}$

Question 3 (14% - Correction binaire : 0% ou 14%)

La fonction de transfert du système est $G(s) = \dfrac{6e^{-0.4s}}{1+0.5s}$. Quelle est l'expression de la réponse temporelle en régime permanent si l'entrée est $u(t) = 3\sin(2t)$.

Réponse : $y_p(t) = 12.72\sin(2t - 1.59)$

Question 4 (15%)

Le système est $G(s) = \dfrac{4(1+5s)}{(s^2+s+1)(1+2s)}$. **<u>Expliquez en détail</u>** pourquoi sa réponse à un échelon contient des oscillations **<u>et</u>** que ces oscillations sont transitoires.

Réponse : $Y(s) = G(s)U(s) = \dfrac{4(1+5s)}{(s2+s+1)(1+2s)} \cdot \dfrac{u_0}{s}$. Les pôles de $Y(s)$ sont donc :

- $-0.5 \pm \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (pôles de $G(s)$)
- -0.5 (pôle de $G(s)$)
- 0 (pôle de $U(s)$)

Par conséquent, l'allure mathématique de $y(t)$ est : $y(t) = k_1 e^{-0.5t} \sin\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}t + k_2\right) + k_3 e^{-0.5t} + k_4$

Le premier terme est une oscillation sinusoïdale donc l'aplitude décroît exponentiellement, donc une oscillation transitoire.

Question 5 (11%)

Quelle est la fonction de transfert $\frac{Y(s)}{U(s)}$ du système de la figure 2?

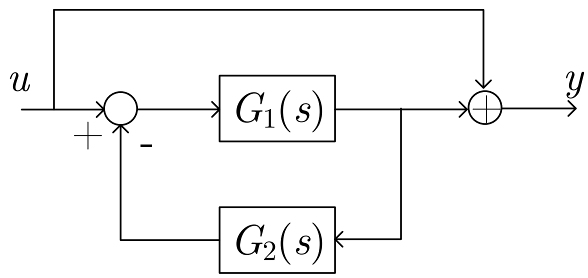


Figure 2

Réponse : $\frac{Y(s)}{U(s)} = 1 + \frac{G_1(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)}$

Question 6 (16%)

Suite à une série d'essais harmoniques sur un système, similaire à ce que vous avez fait au laboratoire 1, les résultats de la figure 3 ont été obtenus. Si on appliquait un échelon d'amplitude 2 à l'entrée de ce système initialement au repos (conditions initiales nulles), quelle serait la valeur maximale prise par la sortie?

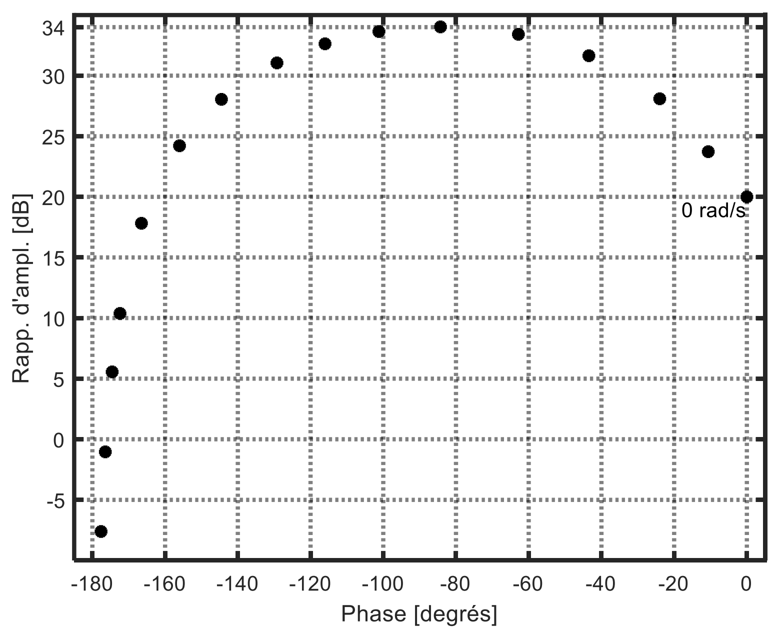


Figure 3

Réponse : $Q = 5$ => $z = 0.1$ => $D_1 = 71\%$ => $y(\infty) = 20$ => $y_{max} = 20 + 0.71 \cdot 20 = 34.2$

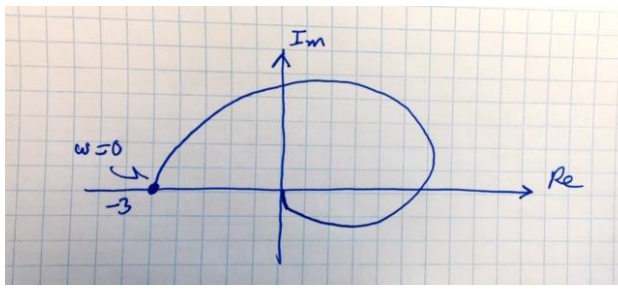
Question 7 (15%)

Esquissez (dessinez de façon approximative) le lieu de Nyquist du système $G(s) = \dfrac{-3(1-2s)}{(1+2s)^2}$.

Soyez toutefois précis aux très basses et très hautes fréquences. Nommez les axes. Indiquez la fréquence 0 rad/s.

Réponse : En dessinant le diagramme asymptotique de Bode du système, on constate que :

- Le rapport d'amplitude vaut 3 à $\omega = 0$ rad/s, et diminue ensuite continuellement vers 0 avec la fréquence.
- La phase varie de -180° à $\omega = 0$ rad/s vers -450° aux très hautes fréquences.



Bon succès!