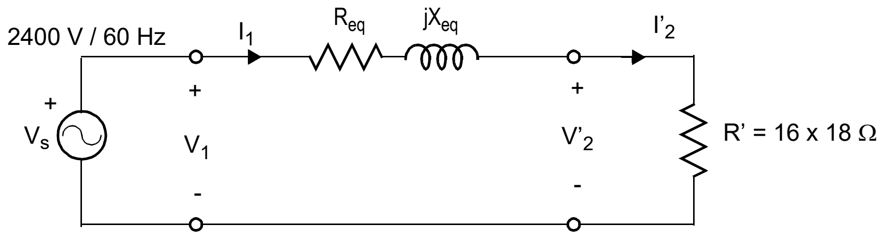
| GEL-2003 **ÉLECTROTECHNIQUE** | EXAMEN FINAL H2019 SOLUTION |
|---|---|

**Problème no. 1** (25 points)

a) Le circuit équivalent (réfléchi au primaire):




$$R_{eq} = (2.56 + 16 \times 0.16) = 5.12\Omega$$
$$X_{eq} = (8.0 + 16 \times 0.5) = 16\Omega$$

Le courant au primaire: $I_1 = \dfrac{V_s}{R_{eq} + jX_{eq} + R'} = \dfrac{2400\angle 0}{5.12 + j16 + 288} = \dfrac{2400\angle 0}{293.12 + j16} = 8.1756\angle{-3.1°}\ \text{A}$

Le courant efficace au primaire est 8.176 A.

La tension V'$_2$ est égale à: $V_2' = R' \times I_1 = 288 \times 8.1756\angle{-3.1°} = 2354.57\angle{-3.1°}\ \text{V}$

La tension efficace au secondaire est: $|V_2| = \dfrac{1}{4} \times |V_2'| = \dfrac{2354.57}{4} = 588.64\ \text{V}$

La puissance active dans la charge: $P_2 = \dfrac{|V_2|^2}{R} = \dfrac{588.64^2}{18} = 19250\ \text{W}$

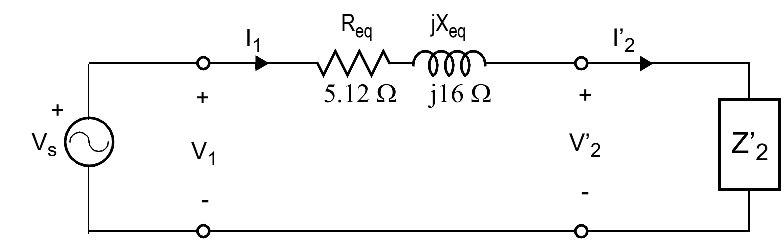
Le rendement du transformateur dans ces conditions: $\eta = \dfrac{P_2}{P_2 + \text{PertesCu} + \text{PertesFer}}$

avec $\text{PertesCu} = \text{Req} \times |I_1|^2 = 5.12 \times 8.1756^2 = 342.22\ \text{W}$

$$\text{PertesFer} = \frac{|V_1|^2}{R_c} = \frac{2400^2}{35000} = 164.57\ \text{W}$$

Donc: $\eta = \dfrac{19250}{19250 + 342.22 + 164.57} = 0.974$

On connecte au secondaire une charge capacitive $Z_2 = 16\Omega\angle{-30°}$. Le circuit équivalent (réfléchi au primaire) devient:




$$Z'_2 = 16 \times 16\angle{-30°} = (221.7 - j128)\Omega$$

Le courant au primaire: $I_1 = \dfrac{V_s}{R_{eq} + jX_{eq} + Z'_2} = \dfrac{2400\angle 0}{5.12 + j16 + 221.7 - j128} = \dfrac{2400\angle 0}{226.82 - j112}\ \text{A}$

$$I_1 = 9.487\angle 26.3°\ \text{A}$$

La tension V'$_2$ est égale à: $V_2' = Z'_2 \times I_1 = (256\angle{-30°}) \times (9.487\angle 26.3°) = 2428.77\angle{-3.7°}\ \text{V}$

La tension efficace au secondaire est: $|V_2| = \dfrac{1}{4} \times |V_2'| = \dfrac{2428.77}{4} = 607.19\ \text{V}$

b) *Pour la suite du problème, on suppose que le transformateur $T_1$ est idéal.*

Rapport de transformation: $\frac{V_s}{V_3} = \frac{V_1 + V_2}{V_1} = \frac{3000}{2400} = 1.25$

Le courant $I_1$ nominal est: $I_1(\text{nom}) = \frac{20000}{2400} = 8.333\ \text{A}$

Le courant $I_2$ nominal est: $I_2(\text{nom}) = \frac{20000}{600} = 33.333\ \text{A}$

Le courant $I_s$ nominal est égal au courant $I_2$ nominal: $I_s(\text{nom}) = I_2(\text{nom}) = 33.333\ \text{A}$

La capacité en puissance de l'autotransformateur est: $S(\text{nom}) = V_s \times I_s(\text{nom}) = 3000 \times 33.333 = 100\ \text{kVA}$

Le courant dans la charge: $|I_3| = \frac{V_3}{|Z_3|} = \frac{2400}{\sqrt{100^2 + 70^2}} = 19.662\ \text{A}$

La puissance active dans la charge: $P_3 = 100 \times |I_3|^2 = 100 \times (19.662)^2 = 38658\ \text{W}$

La puissance apparente à la charge: $S_3 = |V_3| \times |I_3| = 2400 \times 19.662 = 47188\ \text{VA}$

La puissance apparente fournie par la source est égale à la puissance dans la charge: $S_s = V_s \times I_s = S_3 = 47188\ \text{VA}$

Le courant de la source $V_s$: $I_s = \frac{S_s}{V_s} = \frac{47188}{3000} = 15.729\ \text{A}$

La puissance active fournie par la source est égale à la puissance active dans la charge: $P_s = P_3 = 38658\ \text{W}$

**Problème no. 2** (25 points)

a) **Essai à vide:**

Rapport de transformation: $a = \frac{2400}{600} = 4$

Puissance active par phase: $P_A = 920/3 = 306.67\ \text{W}$ (Pertes Fer)

La résistance $R_c$ (représentant les pertes Fer) vue au secondaire est: $R_c' = \frac{(600/\sqrt{3})^2}{306.67} = 391.3\,\Omega$

Vue au primaire: $R_c = a^2 R_c' = (4)^2 391.3 = 6260.8\Omega$

Puissance apparente par phase: $S_A = (600/\sqrt{3}) \times 2.8 = 969.95\ \text{VA}$

Puissance réactive par phase: $Q_A = \sqrt{S_A^2 - P_A^2} = \sqrt{969.95^2 - 306.67^2} = 920.19\ \text{VAR}$

La réactance magnétisante: $X_m' = \frac{(600/\sqrt{3})^2}{920.19} = 130.41\Omega$

Vue au primaire: $X_m = a^2 X_m' = (4)^2 130.41 = 2086.6\Omega$

**Essai en court-circuit:**

Puissance active par phase: $P_A = 1475/3 = 491.667\ \text{W}$ (Pertes Cuivre)

La résistance $R_{eq}$ du transformateur: $R_{eq} = \frac{P_A}{I_A^2} = \frac{491.67}{(12.028)^2} = 3.3985\Omega$

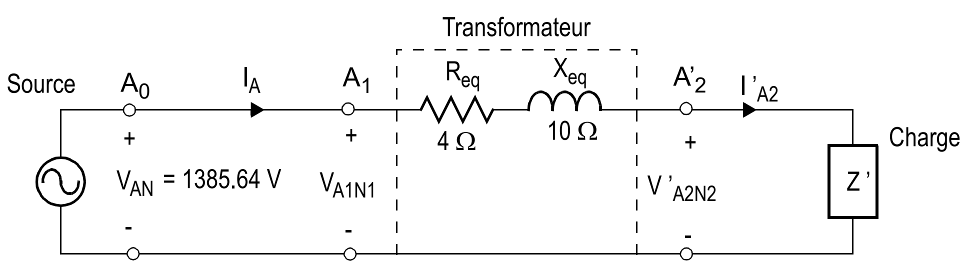
Puissance apparente par phase: $S_A = (104.45/\sqrt{3}) \times 12.028 = 725.339\ \text{VA}$

Puissance réactive par phase: $Q_A = \sqrt{S_A^2 - P_A^2} = \sqrt{725.339^2 - 491.667^2} = 533.274\ \text{VAR}$

La réactance $X_{eq}$ du transformateur: $X_{eq} = \frac{Q_A}{I_A^2} = \frac{533.274}{(12.028)^2} = 3.686\Omega$

b) **Pour continuer**, on prend $R_{eq} = 4\ \Omega$ et $X_{eq} = 10\ \Omega$.

Le circuit monophasé équivalent réfléchi au primaire:




$$Z' = a^2\frac{Z}{3} = 16 \times \frac{24 + j15}{3} = (128 + j80)\Omega$$

Le courant de ligne $I_A$ est égal à: $I_A = \frac{V_{AN}}{Z_{eq} + Z'} = \frac{1385.64\angle 0°}{(4 + j10) + (128 + j80)} = 8.673\angle{-34.29°}\ \text{A}$

Alors, l'ampèremètre indique 8.673 A.

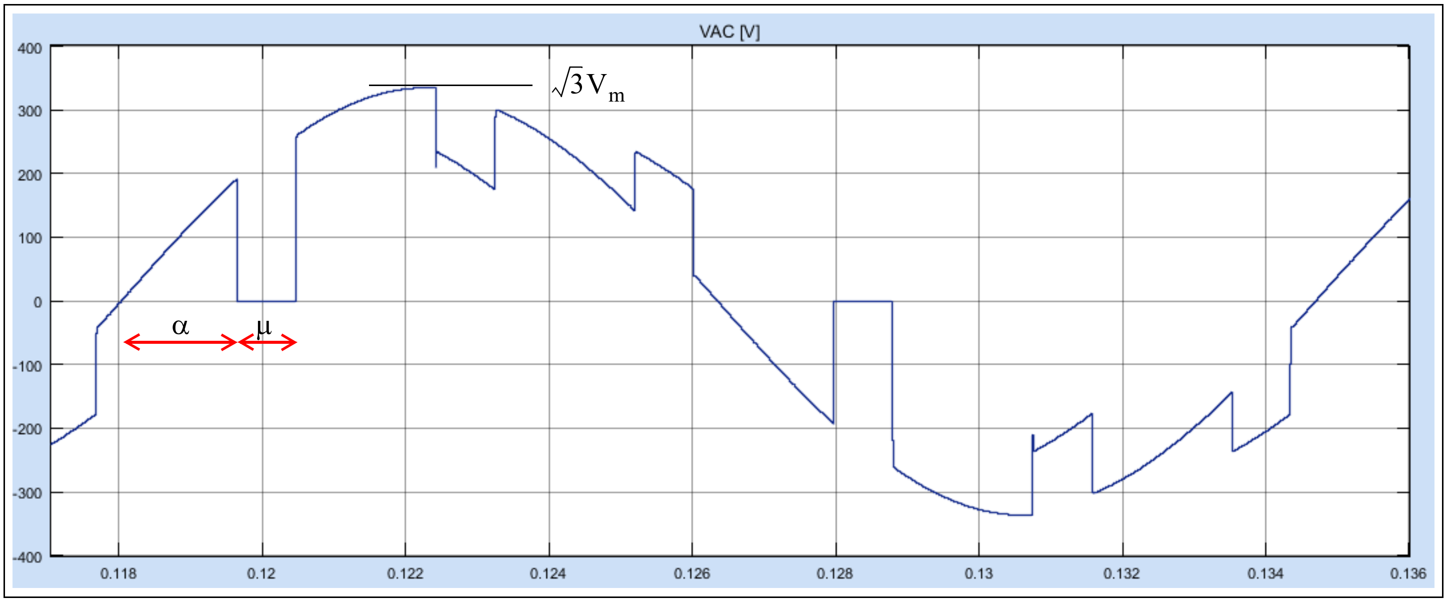
Le wattmètre indique: $P_1 = |V_{AC}||I_A|\cos\theta_1$ où $\theta_1$ est l'angle entre $I_A$ et $V_{AC}$.

On calcule $\theta_1$: $\theta_1 = \angle V_{AC} - \angle I_A = (-30)° - (-34.29°) = 4.29°$

Alors: $P_1 = |V_{AC}||I_A|\cos\theta_1 = 2400 \times 8.673 \times \cos(4.29°) = 20757\ \text{W}$

**Problème no. 3** (25 points)

a) À partir de la forme d'onde de la tension $v_{AC}$, **déterminer** l'angle d'amorçage $\alpha$ (en degré) et l'angle de commutation $\mu$ (en degré). *(6 points)*




Sur la forme d'onde de la tension $v_{AC}$, on mesure les angles $\alpha$ et $\mu$:

$\alpha$ = 35.5 degrés et $\mu$ = 17.4 degrés

**Déterminer** la valeur de l'inductance de fuite $L_s$ du transformateur. *(4 points)*

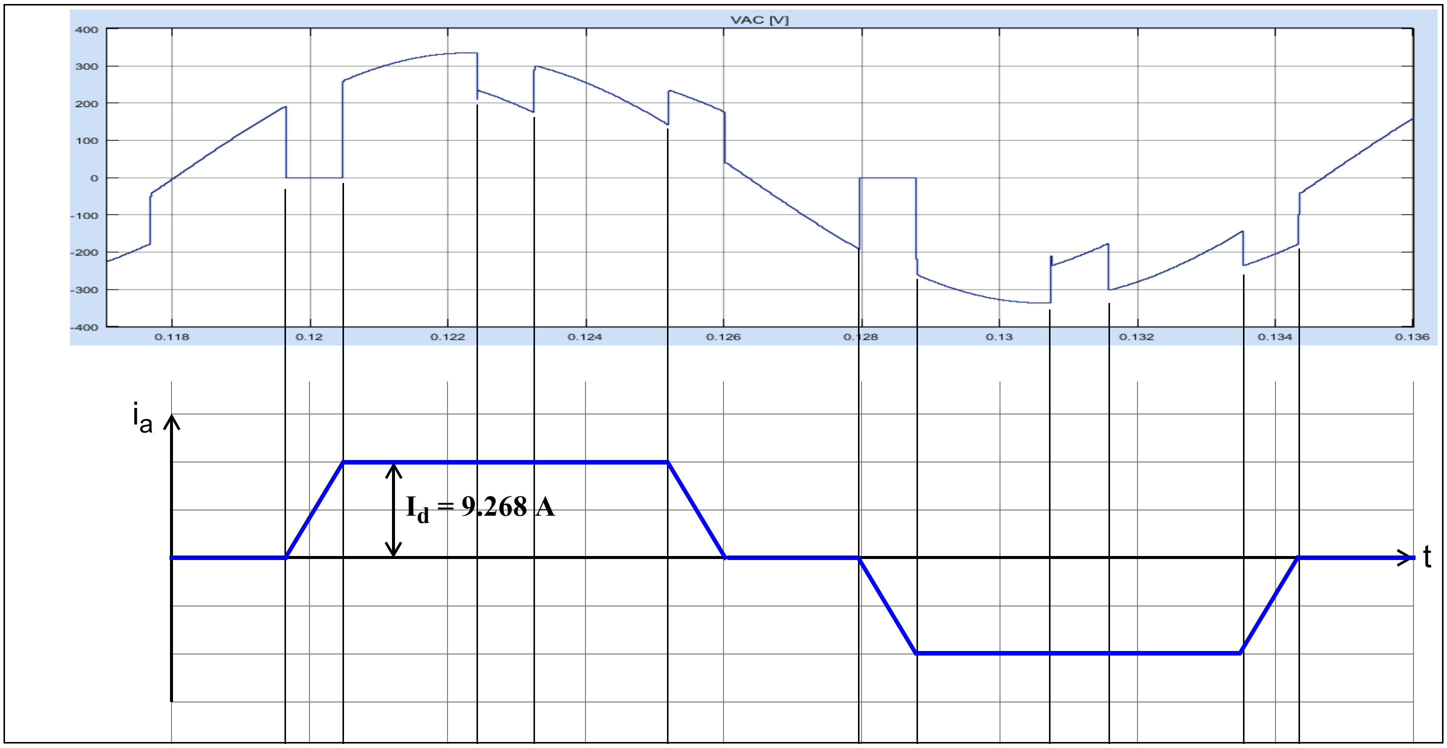
La valeur de l'inductance de fuite $L_s$ du transformateur est calculée à partir de la relation suivante:

$$\cos\alpha - \cos(\alpha + \mu) = \left(\frac{2L_s\omega}{\sqrt{3}V_m}\right)I_d$$

On déduit:

$$L_s = \left(\frac{\cos\alpha - \cos(\alpha+\mu)}{2\omega I_d}\right)(\sqrt{3}V_m) = \left(\frac{\cos 35.5° - \cos 52.9°}{2 \times 120\pi \times 9.268}\right)\left(\sqrt{3}\frac{240}{\sqrt{3}}\sqrt{2}\right) = 10.24 \text{ mH.}$$

b) **Tracer** en fonction du temps le courants $i_a$ du secondaire (phase A) du transformateur. *(4 points)*




c)

<u>À partir des valeurs mesurées</u>, **calculer** les quantités suivantes:

- la puissance $P_{cc}$ dissipée dans la charge *(3 points)*
- les pertes $P_{conv}$ dans le convertisseur *(3 points)*
- la puissance apparente $S_{src}$ à l'entrée du convertisseur *(3 points)*
- le facteur de puissance à l'entrée du convertisseur *(2 points)*

La puissance délivrée à la charge est égale à: $P_{cc} = V_{cc} \times I_{cc} = 222.9\text{V} \times 9.268\text{A} = 2065.84 \text{ W}$

La puissance active à l'entrée est mesurée par la méthode des deux wattmètres: $P_{src} = P_1 + P_2 = 2113 \text{ W}$

Les **pertes** de puissance dans le convertisseur: $P_{conv} = P_{src} - P_{cc} = 2113 - 2065.84 = 47.16 \text{ W}$

La puissance apparente à l'entrée du convertisseur:

$$S_{src} = \sqrt{3} V_{AC} I_A = \sqrt{3} \times 217.5 \times 7.428 = 2798.28 \text{ VA}$$

Le **facteur de puissance** à l'entrée du convertisseur: $fp = \dfrac{P_{src}}{S_{src}} = \dfrac{2113}{2798.28} = 0.755$

**Problème no. 4** (25 points)

a) **Déterminer** le rapport cyclique $\alpha$ du hacheur. *(7 points)*

Pendant $t_{on}$, la tension $v_L$ est égale à: $v_L(on) = 12V - 1.2V = 10.8V$

Pendant $t_{off}$, la tension $v_L$ est égale à: $v_L(off) = 12V - 24V - 0.5V = -12.5V$

Les temps $t_{on}$ et $t_{off}$ sont donnés par la relation suivante: $10.8 \times t_{on} = 12.5 \times t_{off}$

On déduit: $\dfrac{t_{on}}{t_{off}} = \dfrac{12.5}{10.8} = 1.1574$

Le rapport cyclique est donné par la relation suivante:

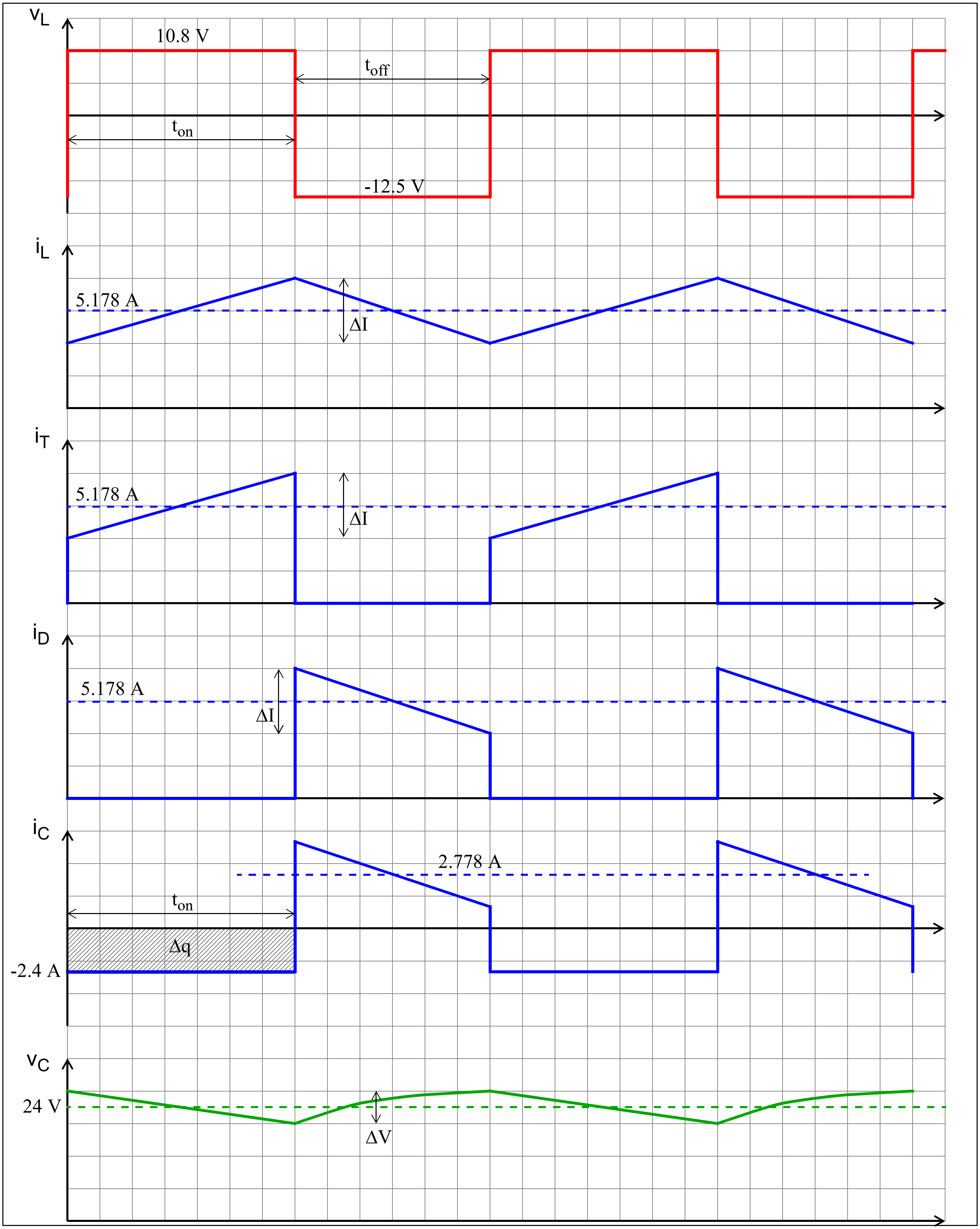
$$\alpha = \frac{t_{on}}{t_{on} + t_{off}} = \frac{(t_{on}/t_{off})}{(t_{on}/t_{off}) + 1} = \frac{1.1574}{1.1574 + 1} = 0.5365$$

La période de commutation est égale à: $T_s = \dfrac{1}{f_s} = \dfrac{1}{25kHz} = 40\mu s$

Le temps $t_{on}$ est égal à: $t_{on} = \alpha T_s = 0.5365 \times 40\mu s = 21.46\mu s$

Le temps $t_{off}$ est égal à: $t_{off} = (1 - \alpha)T_s = 0.4635 \times 40\mu s = 18.54\mu s$

b) **Tracer** en fonction du temps $v_L$, $i_L$, $i_T$, $i_D$, $i_C$, et $v_C$. *(6 points)*



vL
10.8 V
toff
ton
-12.5 V
iL
5.178 A
ΔI
iT
5.178 A
ΔI
iD
5.178 A
ΔI
iC
2.778 A
ton
Δq
-2.4 A
vC
24 V
ΔV

c) **<u>Calculer</u>** <u>l'ondulation ΔI (crête-crête) du courant $i_L$ et l'ondulation ΔV (crête-crête) de la tension $v_C$</u>. *(7 points)*

L'ondulation du courant $i_L$ est donnée par la relation suivante:

$$\Delta I = \frac{v_L(on)}{L} \times t_{on} = \frac{10.8V}{200\mu H} \times 21.46\mu s = 1.159A$$

L'ondulation de la tension $v_C$ est donnée par la relation suivante:

$$\Delta V = \frac{\Delta q}{C} = \frac{\langle i_R \rangle \times t_{on}}{C} = \frac{2.4A \times 21.46\mu s}{200\mu F} = 0.2575V$$

d) **<u>Calculer</u>** <u>les pertes par conduction et les pertes par commutation dans l'IGBT et dans la diode.</u> *(4 points)*

Les pertes par conduction dans l'IGBT sont:

$$P_{condT} = \alpha \times V_{CE}(on) \times \langle i_L \rangle = 0.5365 \times 1.2V \times 5.178A = 3.33W$$

Les pertes par conduction dans la diode sont:

$$P_{condD} = (1-\alpha) \times V_F \times \langle i_L \rangle = (1-0.5365) \times 0.5V \times 5.178A = 1.2W$$

Les pertes par commutation dans l'IGBT sont:

$$P_{comT} = \frac{V_s I_s}{3} \times \frac{t_c}{T_s} = \frac{24.5V \times 5.178A}{3} \times \frac{1\mu s}{40\mu s} = 1.06W$$

Les pertes par commutation dans la diode sont:

$$P_{comD} = \frac{V_s I_s}{3} \times \frac{t_c}{T_s} = \frac{22.8V \times 5.178A}{3} \times \frac{1\mu s}{40\mu s} = 0.98W$$

**<u>Déduire</u>** <u>le rendement du hacheur</u> *<u>(1 point)</u>*.

La puissance dissipée dans la charge est: $P_o = \frac{V_R^2}{R} = \frac{24^2}{10} = 57.6W$

Le rendement du hacheur est égal à: $\eta = \frac{P_o}{P_o + \text{Pertes}} = \frac{57.6W}{57.6W + 3.33W + 1.2W + 1.06W + 0.98W} = 0.898$