Corrigé de l'examen partiel H2004

Problème no. 1 (20 points)

a) La puissance apparente dans la charge **Z** est:

$$S = |V_s| \times I = 600 \times 48 = 28800\,\text{VA}$$

La puissance réactive dans la charge est:

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{28800^2 - 20500^2} = 20228\ \text{VAR}$$

L'impédance **Z** est de la forme **Z** = R + jX.
La partie résistive R est donnée par:

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{20500}{48^2} = 8.898\Omega$$

La partie réactive X est donnée par:

$$X = \frac{Q}{I^2} = \frac{20228}{48^2} = 8.78\Omega$$

La puissance réactive fournie par le condensateur est:

$$Q_C = \frac{|V_s|^2}{X_C} = \frac{|V_s|^2}{\left(\frac{1}{C\omega}\right)} = \frac{600^2}{\left(\frac{1}{250\times10^{-6}\times 120\pi}\right)} = 33929\,\text{VAR}$$

La puissance réactive totale de la charge Z en parallèle avec le condensateur C est:

$$Q_T = Q - Q_C = 20228 - 33929 = -13701\,\text{VAR}$$

La nouvelle valeur de la puissance apparente:

$$S' = \sqrt{P^2 + Q_T{}^2} = \sqrt{20500^2 + 13701^2} = 24657\,\text{VA}$$

Nouvelle indication de l'ampèremètre:

$$I' = \frac{S'}{|V_s|} = \frac{24657}{600} = 41.1\,\text{A}$$

Le wattmètre indique toujours 20500 W car la puissance active n'a pas changé.

b)
La valeur efficace de $v_1(t)$ est:

$$V_1(\text{eff}) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}(240\sin x)^2 dx} = 240\sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}\left(\frac{1}{2} - \frac{\cos 2x}{2}\right)dx} = 240\sqrt{\frac{1}{4}} = 120\,\text{V}$$

La valeur efficace de $v_2(t)$ est:

$$V_2(\text{eff}) = \sqrt{\frac{1}{3}\int_1^{3}(240)^2 dt} = 240\sqrt{\frac{2}{3}} = 195.96\,\text{V}$$

<u>Problème no. 2</u> (20 points)

a) L'impédance **Z** est de la forme suivante: $\mathbf{Z} = |Z|e^{j\phi}$

L'angle ϕ est donné par la relation suivante:

$$\mathrm{tg}\phi = \sqrt{3}\left(\frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2}\right) = \sqrt{3}\left(\frac{29.407 - 9.564}{29.407 + 9.564}\right) = 0.882$$

On déduit: $\phi = 41.4°$

Le facteur de puissance de la charge est: $fp = \cos\phi = \cos(41.4°) = 0.75$

La puissance active totale est: $P = P_1 + P_2 = 29.407\mathrm{kW} + 9.564\mathrm{kW} = 38.971\,\mathrm{kW}$

La puissance réactive totale est: $Q = P \times \tan\phi = 38971 \times 0.882 = 34372\,\mathrm{VAR}$

La puissance complexe totale est: $S = P + jQ = 38971 + j34372 = 51963\angle 41.4°\,\mathrm{VA}$

La puissance complexe totale est égale à 3 fois la puissance complexe dans **Z**:

$$S = 3 \times \frac{|V_{LL}|^2}{Z^*} = 3 \times \frac{|V_{LL}|^2}{|Z|e^{-j\phi}} = 3 \times \frac{|V_{LL}|^2}{|Z|}e^{j\phi} = |S|e^{j\phi}$$

On déduit:

$$|Z| = 3 \times \frac{|V_{LL}|^2}{|S|} = 3 \times \frac{600^2}{51963} = 20.784\Omega$$

Et $\mathbf{Z} = |Z|e^{j\phi} = 20.784e^{j(41.4°)}\,\Omega$

On a: $P_1 = |V_{AC}||I_A|\cos\left(\phi - \frac{\pi}{6}\right)$

On déduit: $|I_A| = \dfrac{P_1}{|V_{AC}|\cos\left(\phi - \frac{\pi}{6}\right)} = \dfrac{29407}{600 \times \cos(41.4° - 30°)} = 50\,\mathrm{A}$

b) L'angle ϕ' qui correspond à un facteur de puissance 0.9 est: $\phi' = \mathrm{acos}(0.9) = 25.84°$

La puissance réactive totale qui donne un facteur de puissance 0.9 est:

$$Q' = P \times \tan\phi' = 38971 \times \tan(25.84°) = 18875\,\mathrm{VAR}$$

La puissance réactive totale des 3 condensateurs est:

$$Q_C = Q - Q' = 34372 - 18875 = 15497\,\mathrm{VAR}$$

La puissance réactive d'un condensateur est: $Q_C/3 = \dfrac{15497}{3} = 5165.7\,\mathrm{VAR}$

La réactance d'un condensateur: $X_C = \dfrac{|V_{LN}|^2}{Q_C/3} = \dfrac{(346.4)^2}{5165.7} = 23.229\Omega$

La valeur d'un condensateur: $C = \dfrac{1}{X_C\omega} = \dfrac{1}{23.229 \times 120\pi} = 114.2\mu\mathrm{F}$

Nouvelle valeur de courant I_A:

$$|I_A| = \frac{P}{\sqrt{3} \times V_{LL} \times \cos\phi'} = \frac{38971}{\sqrt{3} \times 600 \times 0.9} = 41.67\,\mathrm{A}$$

<u>Problème no. 3</u> (20 points)

a)

On convertit la charge Y en Δ.

$$Z_{AB} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_C} = \frac{(10\times 20)+(20\times 1)+(1\times 10)}{1} = 230\Omega$$

$$Z_{BC} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_A} = \frac{(10\times 20)+(20\times 1)+(1\times 10)}{10} = 23\Omega$$

$$Z_{CA} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_B} = \frac{(10\times 20)+(20\times 1)+(1\times 10)}{20} = 11.5\Omega$$

La tension V_{AN} est prise comme référence de phase: $V_{AN} = 346.4\underline{/0°}$

Les courants de triangle sont:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{600\angle 30°}{230} = 2.609\angle 30°\,A$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{600\angle -90°}{23} = 26.087\angle -90°\,A$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{600\angle 150°}{11.5} = 52.174\angle 150°\,A$$

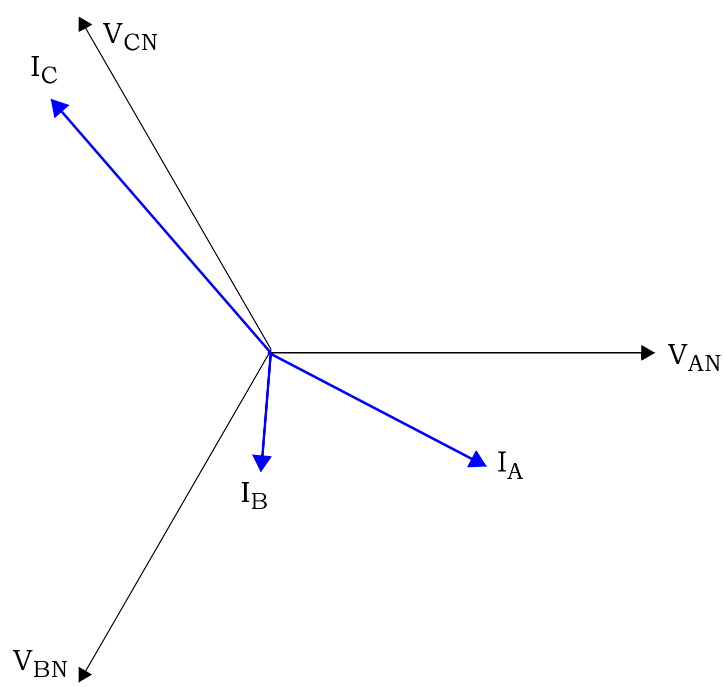
Les courants de ligne sont:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA} = (2.609\angle 30°) - (52.174\angle 150°) = 53.526\angle -27.6°\,A$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB} = (26.087\angle -90°) - (2.609\angle 30°) = 27.484\angle -94.7°\,A$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC} = (52.174\angle 150°) - (26.087\angle -90°) = 69.02\angle 130.9°\,A$$

Diagramme vectoriel:



b) On relie le point commun N' de la charge et le neutre N de la source. Le système devient trois circuits indépendants.

Les courants de ligne sont:

$$I_A = \frac{V_{AN}}{Z_A} = \frac{346.4\angle 0°}{10} = 34.64\angle 0°\ A$$

$$I_B = \frac{V_{BN}}{Z_B} = \frac{346.4\angle -120°}{20} = 17.32\angle -120°\ A$$

$$I_C = \frac{V_{CN}}{Z_C} = \frac{346.4\angle 120°}{1} = 346.4\angle 120°\ A$$

Le courant du neutre est égal à la somme de I_A, I_B, et I_C:

$$I_N = I_A + I_B + I_C = (34.64\angle 0°) + (17.32\angle -120°) + (346.4\angle 120°) = 320.8\angle 117.3°\ A$$

<u>Problème no. 4</u> (20 points)

a)

La réactance propre de la bobine no.1 est: $X_1 = \omega L_1 = \dfrac{V_{s1}}{I_1} = \dfrac{240}{1.5915} = 150.8\,\Omega$

On déduit: $L_1 = \dfrac{X_1}{\omega} = \dfrac{150.8}{120\pi} = 0.4\,\text{H}$

La réactance mutuelle est: $X_m = \dfrac{V_{21}}{I_1} = \dfrac{90}{1.5915} = 56.55\,\Omega$

On déduit: $M = \dfrac{X_m}{\omega} = \dfrac{56.55}{120\pi} = 0.15\,\text{H}$

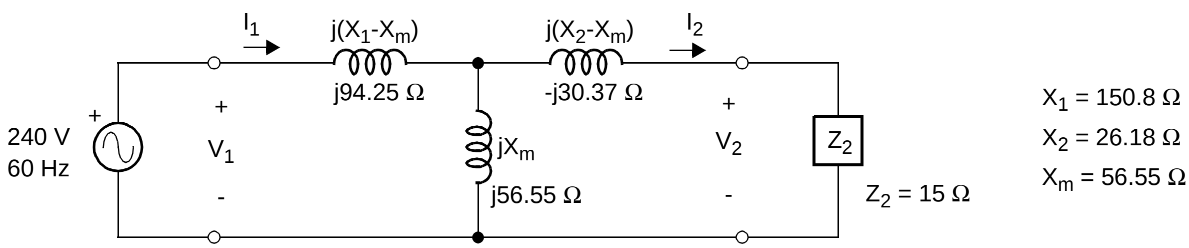
La réactance propre de la bobine no.2 est: $X_2 = \omega L_2 = \dfrac{V_{s2}}{I_2} = \dfrac{100}{3.8197} = 26.18\,\Omega$

On déduit: $L_2 = \dfrac{X_2}{\omega} = \dfrac{26.18}{120\pi} = 0.0694\,\text{H}$

La réactance mutuelle est: $X_m = \dfrac{V_{12}}{I_2} = \dfrac{216}{3.8197} = 56.55\,\Omega$

On déduit: $M = \dfrac{X_m}{\omega} = \dfrac{56.55}{120\pi} = 0.15\,\text{H}$ (même valeur que celle calculée avant)

b) Le circuit équivalent du système est montré dans la figure suivante.



L'impédance vue par la source est:

$$Z_1 = j94.25 + \frac{(j56.55)(15-j30.37)}{(j56.55)+(15-j30.37)} = (52.69+j58.84)\Omega = 78.98\angle 48.2°\,\Omega$$

Le courant I_1 est égal à: $I_1 = \dfrac{V_1}{Z_1} = \dfrac{240}{78.98\angle 48.2°} = 3.04\angle -48.2°\ \text{A}$

Le courant I_2 est calculé à partir de I_1 (par la loi du diviseur de courant):

$$I_2 = \frac{j56.55}{(j56.55)+(15-j30.37)} \times I_1 = \frac{j56.55}{(j56.55)+(15-j30.37)} \times (3.04\angle -48.2°)\,\text{A}$$

$$I_2 = 5.69\angle -18.3°\,\text{A}$$