## Question 1
**( 10 points )**

Laquelle des équations suivantes est celle du plan tangent à la surface $x^3 + y^2 + (x+1)z^2 = 2$ au point $(0, -1, 1)$ ?

(a) $-x + 2y - 2z + 1 = 0.$

(b) $x - 2y + 2z = 4.$

(c) $y - z + 2 = 0.$

(d) $2x + y + 1 = 0.$

(e) $y - xz + 1 = 0.$

## Question 2
**( 10 points )**

Soit $f(x, y) = 6xy - 3x^2 - y^3$. Lequel des énoncés suivants est **VRAI** ?

(a) $f$ possède exactement un maximum local et un point de selle, mais aucun minimum local.

(b) $f$ possède exactement un minimum local et un point de selle, mais aucun maximum local.

(c) $f$ possède exactement un maximum local et un minimum local, mais aucun point de selle.

(d) $f$ possède exactement deux points de selle, mais aucun maximum local ni minimum local.

(e) Les énoncés (a), (b), (c) et (d) sont FAUX.

## Question 3
**( 10 points )**

Parmi les polynômes suivants, lequel correspond au polynôme de Taylor de degré 2 de $f(x, y) = x^2y^3 + 3xy^2$ au voisinage du point $(0, 1)$ ?

(a) $-3x + 6xy + x^2.$

(b) $3x + 6xy + x^2.$

(c) $0.$

(d) $3xy(x + y) - 2x^2.$

(e) $3y^2.$

## Question 4
**( 10 points )**

À partir du point $P_0 = (1, 2)$, on se dirige en ligne droite vers le point $P_1 = (4, -2)$. Quel est alors le taux instantané de variation de $f(x, y) = x^2 + 2xy^2 - 3y$ au point $P_0$ ?

(a) 2. (b) 10. (c) $\frac{15}{2}$. (d) $\frac{51}{5}$. (e) $5\sqrt{5}$.

## Question 5
**( 10 points )**

On mesure $a = 2$ avec une erreur relative maximale de 3% et $b = 1$ avec une erreur relative maximale de 2%. Alors l'erreur relative maximale sur $c = a^2 - b^3$ est de

(a) 2%. (b) 3%. (c) 6%. (d) 10%. (e) 12%.

## Question 6
**( 10 points )**

On cherche à maximiser la fonction $f(x, y) = x^2 y$ sur l'ellipse $x^2 + 2y^2 = 6$. La méthode de Lagrange associe à ce problème un système d'équations dont les solutions fournissent une liste de points $(x, y)$ à considérer. Quelle est cette liste ?

(a) $(0, \pm\sqrt{3})$, $(2, \pm 1)$, $(-2, \pm 1)$.

(b) $(2, \pm 1)$, $(-2, \pm 1)$, $(\pm\sqrt{6}, 0)$.

(c) $(0, \pm\sqrt{3})$, $(\pm\sqrt{6}, 0)$.

(d) $(\pm\sqrt{6}, 0)$, $(0, \pm\sqrt{3})$, $(\pm 2, 1)$.

(e) $(\pm 2, 1)$, $(0, \pm\sqrt{3})$.

## Question 7
**( 5 points )**

On suppose que $f = f(x, y, t)$, $x = x(u, v)$, $y = y(u, v)$, $u = u(t)$ et $v = v(t)$ sont des fonctions dérivables. On définit $g(t) = f\big(x(u(t), v(t)), y(u(t), v(t)), t\big)$. Que vaut $g'(t)$ ?

(a) $\left(\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial u} + \frac{\partial y}{\partial v}\right)\left(\frac{du}{dt} + \frac{dv}{dt}\right)$.

(b) $\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial u} + \frac{\partial y}{\partial v} + \frac{du}{dt} + \frac{dv}{dt}$.

(c) $(f_x x_u + f_y y_u)u' + (f_x x_v + f_y y_v)v' + \frac{\partial f}{\partial t}$.

(d) $f_t$.

(e) $f_x x_u u' + f_x x_v v' + f_y y_u u' + f_y y_v v'$.

## Question 8
**( 5 points )**

Soit $f(x,y) = \dfrac{\sqrt{1-x^2-y^2}}{x-y}$. Lequel des énoncés suivants est **VRAI**?

(a) Le domaine de $f$ est $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y \neq x\}$.

(b) Le domaine de $f$ est $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq 1\}$.

(c) L'image de $f$ est $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

(d) L'image de $f$ est $(0,\infty)$.

(e) Les énoncés (a), (b), (c) et (d) sont FAUX.

## Question 9
**( 5 points )**

Si $f(x,y) = x^3y - y^2$, alors $\dfrac{\partial f}{\partial x}(2,1)$ vaut

(a) 18. (b) 6. (c) -3. (d) 12. (e) 7.

## Question 10
**( 5 points )**

Soit $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ une fonction dérivable et soit $P := (x_0, y_0)$. Lequel des énoncés suivants est **FAUX**.

(a) Si $P$ est un point critique de $f$, alors le plan tangent à $z = f(x,y)$ au point $(x_0, y_0, f(P))$ est horizontal.

(b) Si $P$ est un point critique de $f$, alors $D_{\vec{u}}f(P) = 0$ pour tout vecteur unitaire $\vec{u}$.

(c) Si $\vec{u}$ est un vecteur tangent à la courbe de niveau $f(P)$ de $f$, alors $\vec{u} \cdot \nabla f(P) = 0$.

(d) Si $P$ est un maximum global de $f$ dans le disque $x^2+y^2 \leq 1$, alors $\nabla f(P) = 0$.

(e) Si $P$ est un maximum local de $f$, alors $\nabla f(P) = 0$.

## Question 11
**( 5 points )**

La courbe de niveau 2 de $f(x, y) = 2x^2 + y^2 - x^2y - y$ est

(a) l'union d'une droite et d'une parabole.

(b) l'union de deux droites.

(c) l'union de deux paraboles.

(d) une hyperbole.

(e) une ellipse.

## Question 12
**( 5 points )**

La direction dans laquelle $f(x, y) = x^2 + xy$ diminue le plus rapidement au point $(3, -2)$ est donnée par le vecteur unitaire

(a) $(\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$. (b) $(-\frac{4}{5}, -\frac{3}{5})$. (c) $(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$. (d) $(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$. (e) $(-1, 0)$.

## Question 13
**( 5 points )**

Lequel des vecteurs suivants est parallèle au plan tangent à la surface $zx^3 + xy^3 + yz^3 = 2$ au point $P = (0, 2, 1)$ ?

(a) $(8, 1, 6)$. (b) $(-1, 8, -6)$. (c) $(0, 1, 0)$. (d) $(2, 2, -3)$. (e) $(0, 2, 1)$.

## Question 14
**( 5 points )**

L'équation $9x^2 + xz + z^3 = 1 + y^3$ définit implictement une fonction $z = z(x, y)$ au voisinage du point $(-1, 2, 1)$. Que vaut $\frac{\partial z}{\partial y}(-1, 2)$ ?

(a) $\frac{2}{17}$. (b) $\frac{17}{2}$. (c) 0. (d) -6. (e) 6.