GEL-21946
Systèmes et commande linéaires

Examen #1

Vendredi 27 février 2004, 10h30-12h20

Document permis: une feuille 8.5 X 11 pouces

Professeur: André Desbiens, Département de génie électrique et de génie informatique

---

Note: Une bonne réponse sans justification ne vaut **aucun** point

Question 1 (20%)

La réponse à l'échelon du système $G(s) = \dfrac{K}{s^2 + 2zs + 1}$ (z est le coefficient d'amortissement) est tracée à la Figure 1. Les conditions initiales étaient nulles.

a) Quel est le facteur de surtension de ce système?
b) Tracez le plan de Laplace de ce système. Nommez les axes de votre graphique.

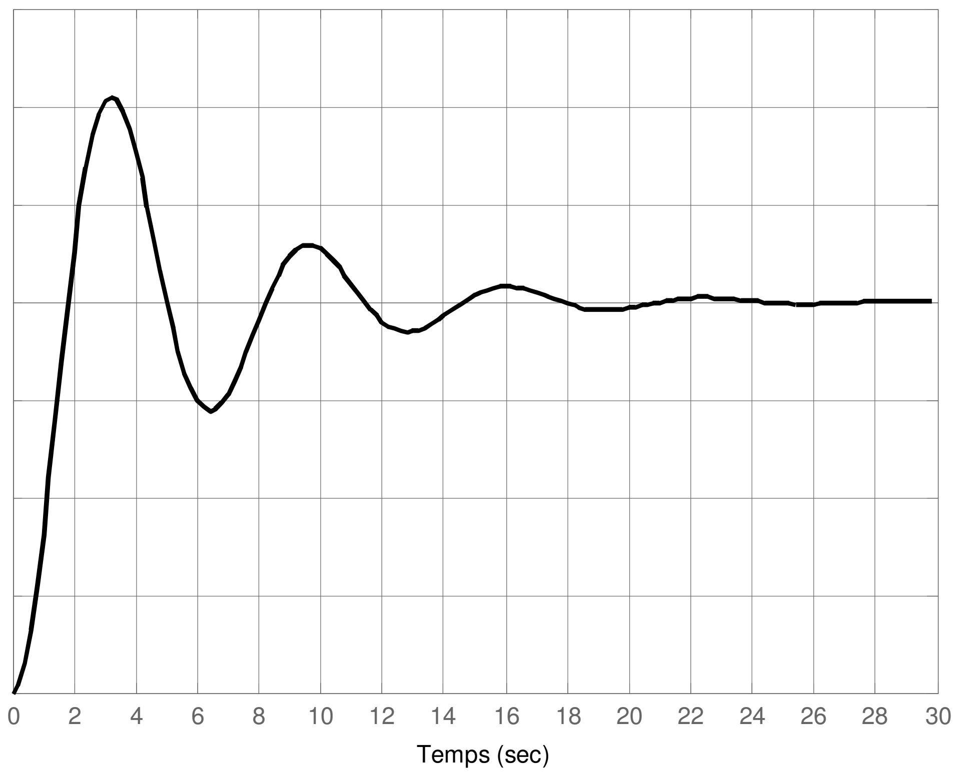

Figure 1

Question 2 (15%)

Tracez approximativement le lieu de Nyquist du système $G(s) = \frac{-2}{s}$. Nommez les axes de votre graphique.

Question 3 (20%)

La réponse à l'échelon (conditions initiales nulles) d'un système est tracée à la Figure 2. Sur le diagramme de Bode de ce système,

a) quelle est la pente du rapport d'amplitude aux très basses fréquences?
b) quelle est la phase aux très basses fréquences?

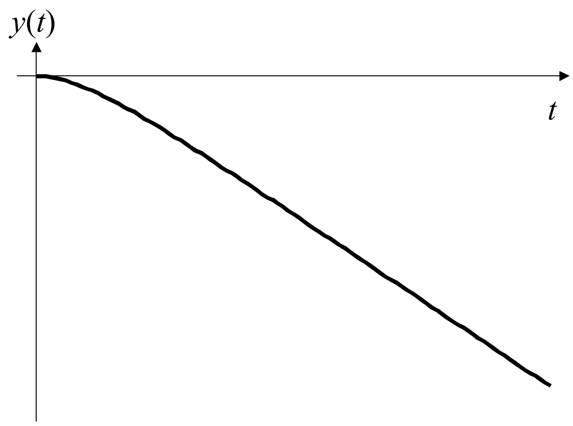

Figure 2

Question 4 (20%)

Quelle est la fonction de transfert liant la position à la tension d'un moteur DC à contrôle d'induit qui possède les spécifications en régime permanent tracées à la Figure 3 ainsi que les suivantes :

$J = 2\times10^{-5}$ kg·m^2
$R_a = 1\ \Omega$
$L_a = 2\times10^{-3}$ H
$K_f \approx 0$

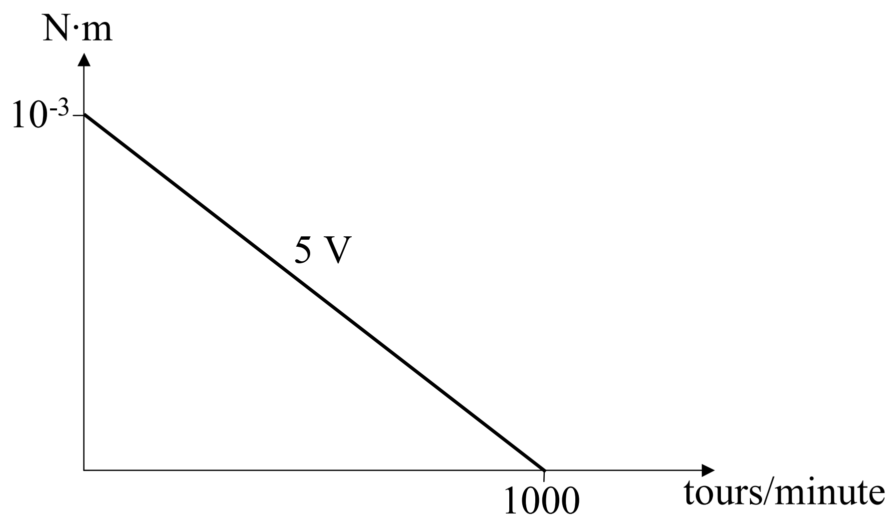

Figure 3

Question 5 (15%)

Le lieu de Black d'un système est tracé à la Figure 4. Quelle est la réponse de ce système en régime permanent si l'entrée est $u(t) = 2\sin(0.1t + 0.1) + 3\cos 0.7t$?

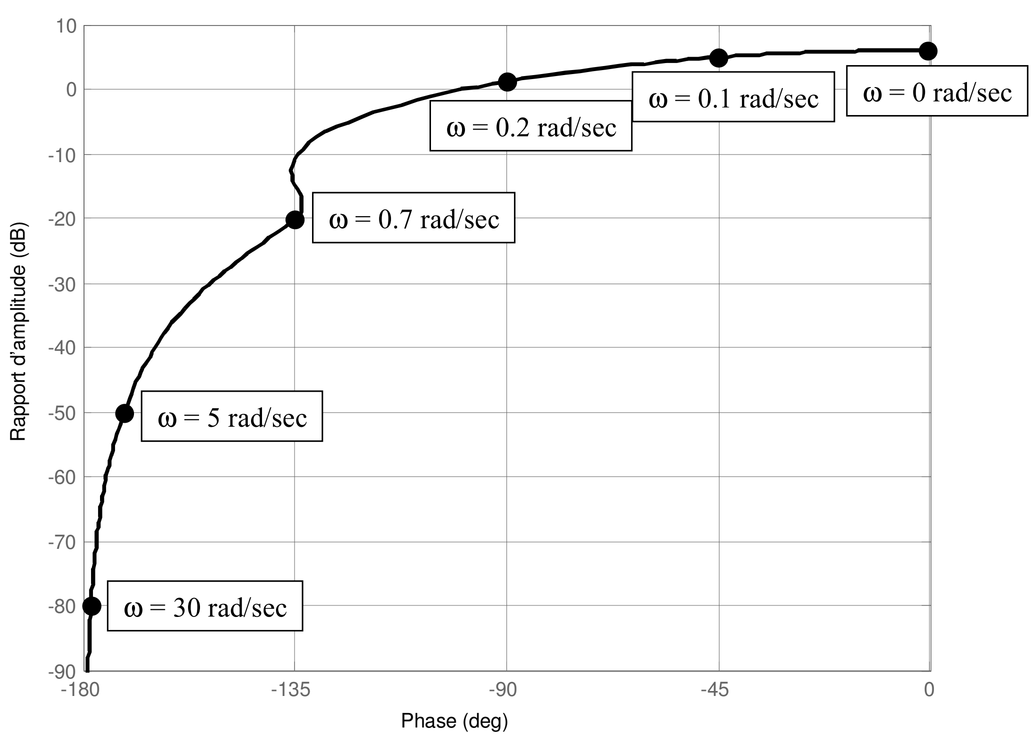

Figure 4

Question 6 (10%)

La réponse en régime permanent du système $G(s) = \dfrac{2e^{-4s}}{s(1+5s)^{10}(1+10s)^{5}}$ est tracée à la Figure 5.

Quelle fut l'entrée appliquée au système?

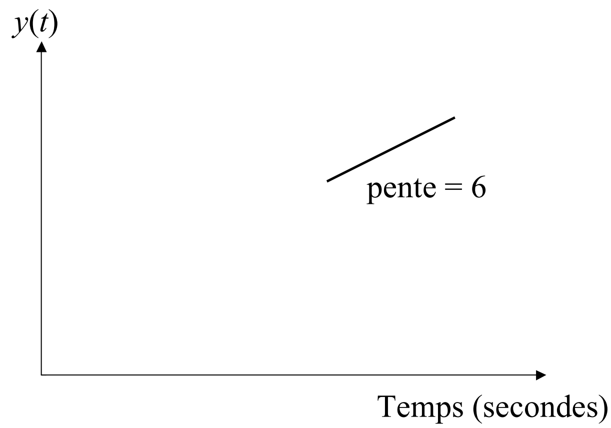

Figure 5

Bonne chance!

1. Transformation de Laplace

- Table des transformées :

$f(t)$ pour $t \geq 0$	$F(s)$
1	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
$e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$
$e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$

- $f(0^+) = \lim_{s \to \infty} sF(s)$
- $f(\infty) = \lim_{s \to 0} sF(s)$
- $\mathcal{L}\frac{df(t)}{dt} = sF(s) - f(0^+)$
- $\mathcal{L}\int_0^t f(\tau)d\tau = \frac{F(s)}{s}$
- $\mathcal{L} f(t-\theta)u_e(t-\theta) = e^{-\theta s}\mathcal{L} f(t)u_e(t)$

2. Système du deuxième ordre $G(s) = \dfrac{K}{1 + \frac{2\varsigma}{\omega_n}s + \frac{s^2}{\omega_n{}^2}}$

- $\omega_P = \omega_n\sqrt{1-\varsigma^2}$
- $\omega_R = \omega_n\sqrt{1-2\varsigma^2}$
- $Q = \dfrac{1}{2\varsigma\sqrt{1-\varsigma^2}}$

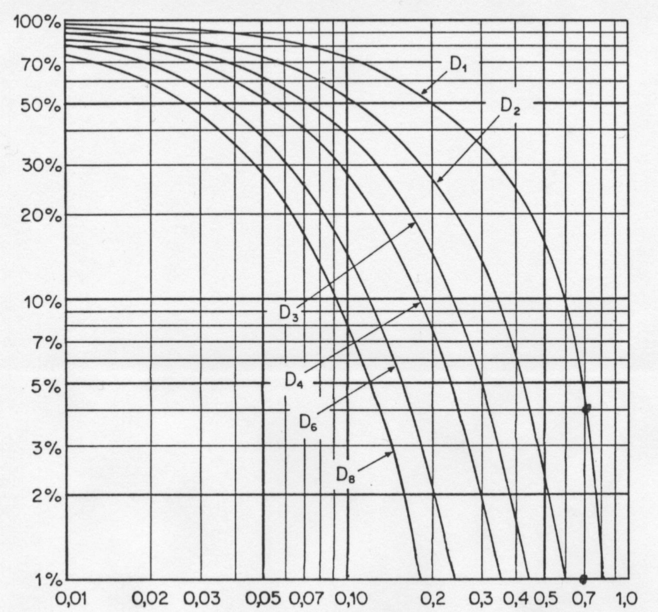

FIG. 8-6. — Dépassements successifs de la réponse d'un système du second ordre à un échelon *ou* à un essai de lâcher. En abscisses : le facteur d'amortissement z. (D'après C.S. DRAPER, W. MCKAY et S. LEES, ouvrage cité au § I.A*b* de la bibliographie, p. 257.)

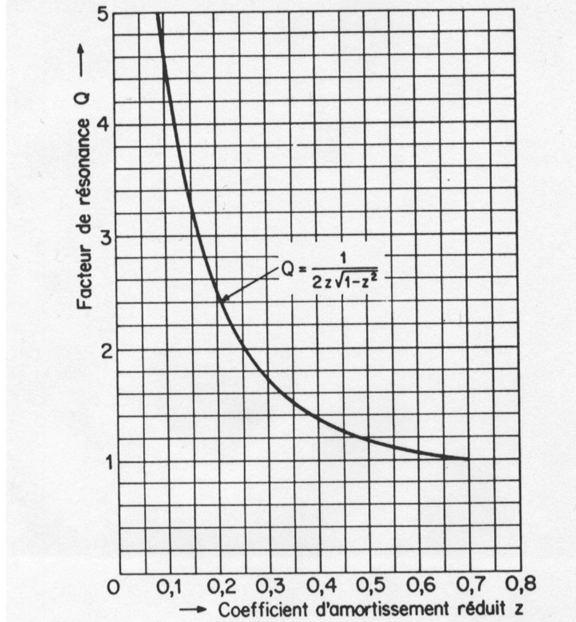

FIG. 8-4. — Facteur de résonance vs facteur d'amortissement.

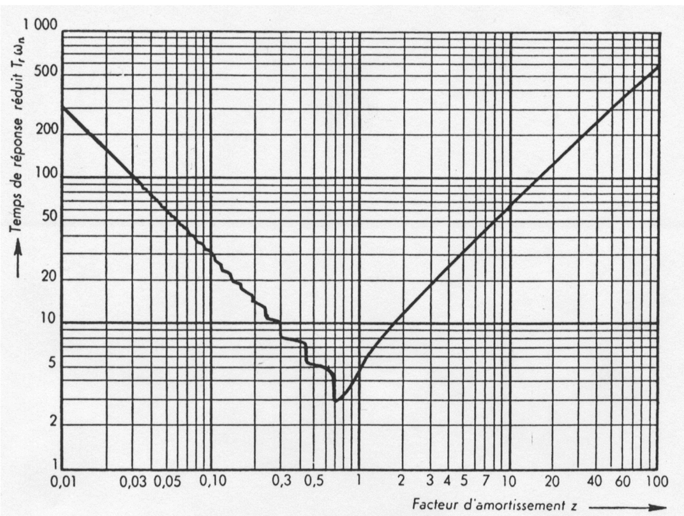

FIG. 8-11. — Temps de réponse T_r vs facteur d'amortissement.
Noter (a) le minimum dans la zone $z = 0{,}7$ et (b) les discontinuités pour $z < 0{,}7$, conséquences de la définition du temps de réponse.
(D'après C. Draper, W. McKay et S. Lees, *loc. cit.*)