

Exam2, Prob. 1

April-27-11 11:25 AM

Supposons que nous avons un PLL d'ordre deux où le filtre de la boucle est

$$F(\omega) = \frac{1}{j\omega + 1}$$

et le gain est unitaire (soit $K_0=1$).

- (5 points) Donnez la fonction de transfert en boucle fermée.
- (10 points) Donnez l'estimé de la phase quand il y a une saute de phase de .1 radian à $t=0$.
- (10 points) Quelle est l'erreur asymptotique? Quelle est l'excursion maximale de l'estimé de la phase?

$f(t)$	$F(j\omega)$
$\frac{1}{\omega_0} u(t) [1 - e^{-\omega_0 t}]$	$\frac{1}{j\omega} \frac{1}{j\omega + \omega_0}$
$\frac{1}{\omega_0} u(t) \left[t - \frac{1 - e^{-\omega_0 t}}{\omega_0} \right]$	$\frac{1}{(j\omega)^2} \frac{1}{j\omega + \omega_0}$
$1 - \frac{e^{-\zeta \omega_n t}}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin(\omega_n t \sqrt{1 - \zeta^2} + \cos^{-1} \zeta)$	$\frac{1}{j\omega} \frac{\omega_n^2}{(j\omega)^2 + j\omega 2\zeta \omega_n + \omega_n^2}$

$$F(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega} \quad H(\omega) = \frac{K_0 F(\omega)}{j\omega + K_0 F(\omega)} = \frac{\frac{1}{1 + j\omega}}{j\omega + \frac{1}{1 + j\omega}} = \frac{1}{j\omega + 1 + (j\omega)^2}$$

b) $\hat{\theta} = \theta(\omega) H(\omega)$

$$= \frac{1}{j\omega} \cdot \frac{1}{1 + j\omega + (j\omega)^2}$$

$\omega_n = 1$
 $2\zeta \omega_n = 1$
 $\zeta = \frac{1}{2}$

$$\hat{\theta}(t) = e^{-t/2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin(\omega_d t + \phi)$$

$$\theta(t) = \frac{e}{\sqrt{1-1/4}} \sin(t\sqrt{1-1/4} + \cos^{-1} 1/2)$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} e^{-t/2} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t + \cos^{-1} 1/2\right)$$

$$c) E(\omega) = \frac{j\omega \cdot \frac{1}{j\omega}}{j\omega + \frac{1}{1+j\omega}} = \frac{1+j\omega}{1+j\omega+(j\omega)^2}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} j\omega E(\omega) = j\omega \frac{1+j\omega}{1+j\omega+(j\omega)^2} = 0 \frac{1+0}{1+0+0} = 0$$

$$\hat{\theta}_{\max} \text{ at } \frac{d}{dt} \frac{2}{\sqrt{3}} e^{-t/2} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t + \cos^{-1} 1/2\right) = 0$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{3}} e^{-t/2} \sin(\quad) + \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} e^{-t/2} \cos(\quad)$$

$$\Rightarrow \sin(\quad) = \sqrt{3} \cos(\quad)$$

$$\sqrt{3} = \tan\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t + \cos^{-1} 1/2\right)$$

$$\tan^{-1} \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}t + \underbrace{\cos^{-1} 1/2}_{\pi/3}$$

$$\tan^{-1} \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}t$$

$$\tan^{-1} \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} t$$

$$t = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\tan^{-1} \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right]$$

$$\tan^{-1} \sqrt{3} = \frac{\pi}{3} + n\pi \quad n = \pm 1, \dots$$

$$\Rightarrow t = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3} + n\pi \right]$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} n\pi$$

$$n=0 \quad t=0$$

$$n=1 \quad t = \frac{2}{\sqrt{3}} \pi = 3.628$$

$$\Theta_{\max}(3.628) = 1 - \frac{2}{\sqrt{3}} e^{-\frac{2\pi}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2}} \sin\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \pi \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$= 1 - \frac{2}{\sqrt{3}} e^{-\frac{\pi}{\sqrt{3}}} \sin\left(\pi \frac{4}{3}\right)$$

$$= 1 - (-.1630) = 1.1630$$

Exam2, Prob 2

April-27-11 12:13 PM

Voici la matrice de contrôle pour un code en bloc:

$$H^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{n-k} \\ p \end{bmatrix}$$

$$n-k=3 \quad k=3$$

$$G = [p \quad I_k]$$

A. (10 points) Quels sont les vecteurs génératrices?

A. (10 points) Quelle est la distance minimale?

B. (10 points) Donnez la table des syndromes.

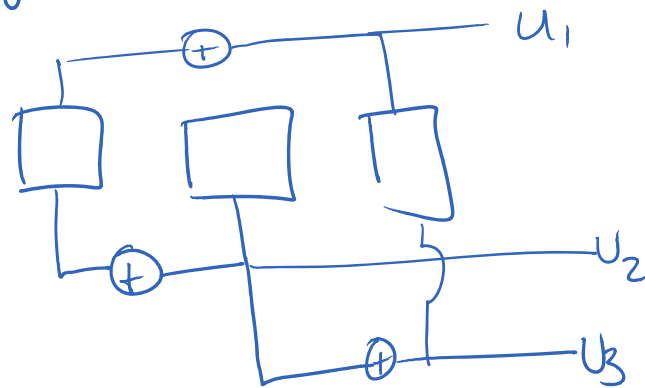
$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} g_1 &= [1 \ 0 \ 1] \\ g_2 &= [1 \ 1 \ 0] \\ g_3 &= [0 \ 1 \ 1] \end{aligned}$$

$$mG = u$$

m	u	w
0 0 0	0 0 0 0 0 0	0
0 0 1	0 1 1 0 0 1	3
0 1 0	1 1 0 0 1 0	3
0 1 1	1 0 1 0 1 1	4
1 0 0	1 0 1 1 0 0	3
1 0 1	1 1 0 1 0 1	4
1 1 0	0 1 1 1 1 0	4
1 1 1	0 0 0 1 1 1	3

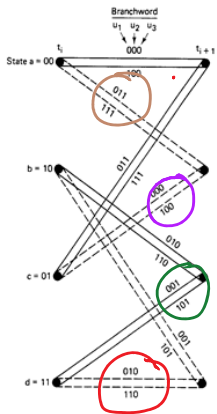
↑
min dist = 3



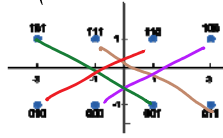
e	$e \oplus T$
000000	000 ✓
000001	011 ✓
000010	110 ✓
000100	101 ✓
001000	001 ✓
010000	010 ✓
100000	100 ✓

\Rightarrow 111 missing

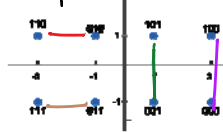
001010 ✓



option A



option B



Il faut examiner les voisins les plus proches dans le treillis + voir leur distance de séparation pour les deux options de codage 8QAM.

Trellis

010 et 110

000 et 100

001 et 101

011 et 111

011 et 111 option A $2\sqrt{4+16} = \sqrt{20}$

option B 2

000 et 100 option A $2\sqrt{4+16} = \sqrt{20}$

option B 2

001 et 101 option A $2\sqrt{4+16} = \sqrt{20}$

option B 2

010 et 110 option A $2\sqrt{4+16} = \sqrt{20}$

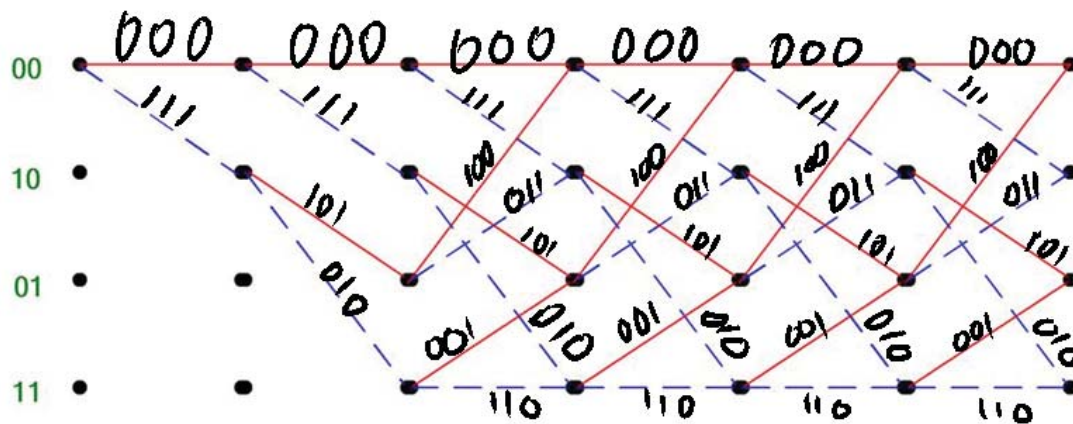
option B 2

Étant donné que nous parlons des distances relatives des options A & B nous ne sommes pas obligés de passer à l'espace du signal. Les voisins les plus proches dans le trillis sont mieux séparés avec option A.

Problème 4 (25 points sur 100)

Il y a un bit qui entre et trois bits du code qui sortent, donc le taux de code est $1/3$. Il y a deux bits dans chaque état, donc la longueur de contrainte est 3.

Nous commençons par mettre les symboles dans le treillis de décodage.



Après nous cherchons les chemins à considérer ... Nous trouvons deux chemins à la distance 6, et deux chemins à la distance 10. Donc la distance libre est 6, et il y en a deux chemins à cette distance là.

