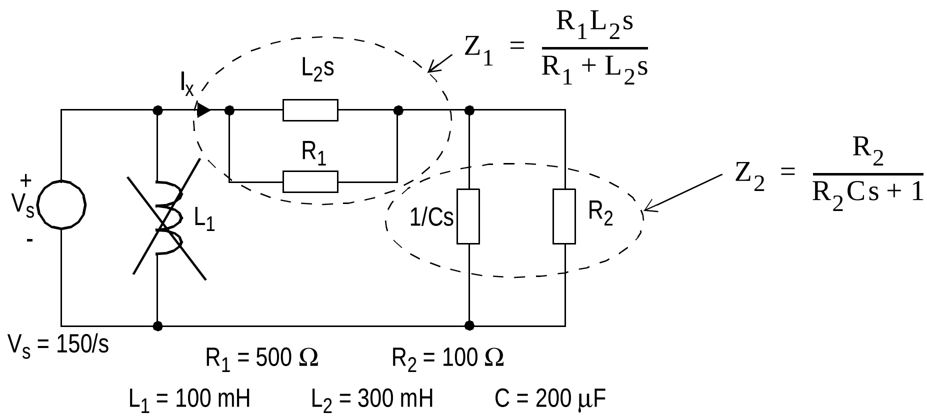
GEl-16132 Circuits
Correction du Test no. 4

<u>Question no.1</u>

Circuit transformé (domaine de Laplace):



Le courant I_x est donné par:

$$I_x = \frac{V_s}{Z_1 + Z_2} = \frac{\frac{150}{s}}{\frac{R_1 L_2 s}{R_1 + L_2 s} + \frac{R_2}{R_2 C s + 1}} = \frac{150(R_1 + L_2 s)(R_2 C s + 1)}{s[R_1 L_2 s(R_2 C s + 1) + R_2(R_1 + L_2 s)]}$$

$$I_x = \frac{150[R_2 L_2 C s^2 + (R_1 R_2 C + L_2)s + R_1]}{s[R_1 L_2 R_2 C s^2 + (R_1 L_2 + R_2 L_2)s + R_1 R_2]}$$

Avec les valeurs numériques, on a:

$$I_x = \frac{150(0.006s^2 + 10s + 500)}{s(3s^2 + 180s + 50000)} = \frac{0.9s^2 + 1500s + 75000}{s(3s^2 + 180s + 50000)}$$

Les pôles de cette fonction sont:

$p_1 = 0$

$p_2 = -30 + j125.56$

$p_2 = -30 - j125.56$

On décompose I_x en fractions partielles:

$$I_x = \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s + 30 - j125.56} + \frac{A_2^*}{s + 30 + j125.56}$$

Les constantes A_1 et A_2 sont calculées:

$$A_1 = 1.5$$

$$A_2 = \left.\frac{0.9s^2 + 1500s + 75000}{3s(s + 30 + j125.56)}\right|_{s = -30 + j125.56} = 1.875\angle{-1.897}$$

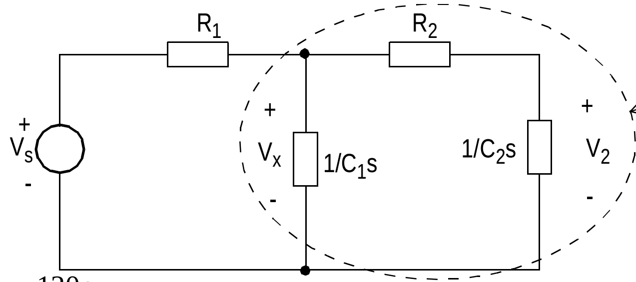
Alors:

$$i_1(t) = \{1.5 + 3.75e^{-30t}\cos(125.56t - 1.897)\}u(t)$$

b) <u>La durée du régime transitoire</u> est 5*(1/30) = 0.167 s.

<u>Question no.2</u> (15 points)

Circuit transformé (domaine de Laplace):



$$Z_x = \frac{R_2C_2s+1}{s(R_2C_1C_2s+C_1+C_2)}$$

$$V_s = \frac{120s}{s^2+(200\pi)^2}$$

$R_1 = 60\ \Omega$, $C_1 = 50\ \mu F$

$R_2 = 30\ \Omega$, $C_2 = 100\ \mu F$

La tension V_2 est calculée par la loi du diviseur de tension:

$$V_2 = \frac{\left(\frac{1}{C_2s}\right)}{\frac{1}{C_2s}+R_2}\times V_x = \frac{1}{R_2C_2s+1}\times V_x$$

$$V_x = \frac{Z_x}{Z_x+R_1}\times V_s = \frac{\frac{R_2C_2s+1}{s(R_2C_1C_2s+C_1+C_2)}}{\frac{R_2C_2s+1}{s(R_2C_1C_2s+C_1+C_2)}+R_1}\times V_s$$

$$V_x = \frac{R_2C_2s+1}{(R_2C_2s+1)+R_1s(R_2C_1C_2s+C_1+C_2)}\times V_s$$

Finalement:

$$V_2 = \frac{1}{(R_2C_2s+1)+R_1s(R_2C_1C_2s+C_1+C_2)}\times V_s = \frac{1}{R_1R_2C_1C_2s^2+(R_1C_1+R_2C_2+R_1C_2)s+1}\times V_s$$

Avec les valeurs numériques, on a:

$$V_2 = \frac{1}{9\times10^{-6}s^2+0.012s+1}\times\frac{120s}{s^2+(200\pi)^2}$$

Les pôles de cette fonctions:

$p_1 = -89.3$

$p_2 = -1244$

$p_3 = j(200\pi)$

$p_4 = -j(200\pi)$

On décompose V_2 en fractions partielles:

$$V_2 = \frac{A_1}{(s+89.3)}+\frac{A_2}{(s+1244)}+\frac{A_3}{(s-j200\pi)}+\frac{A_3{}^*}{(s+j200\pi)}$$

Les constantes A_1, A_2, A_3 et A_4 sont calculées.

$A_1 = -2.56$

$A_2 = 7.395$

$A_3 = 7.537\underline{/-1.897}$

Alors:

$$v_2(t) = \{7.395e^{-1244t} - 2.56e^{-89.3t} + 15.074\cos(200\pi t - 1.897)\}u(t)$$

b) <u>La durée du régime transitoire</u> est 5 fois la constante de temps la plus longue: 5/89.3 = 56 ms.