GEL2001 SOLUTIONNAIRE EXAMEN 1 A2018

Département de génie électrique et de génie informatique

27 novembre 2019

Problème 1 (11 points)

a) Le signal $f_h(t)$ s'écrit

$$f_h(t) = 5\text{Rect}\left(\frac{2t}{T_r}\right) * \delta_{T_r}(t).$$

Sa transformée de Fourrier est donc

$$F_h(\omega) = 5\pi\text{Sa}\left(\frac{\omega T_r}{4}\right)\delta_{\omega_r}(\omega)$$

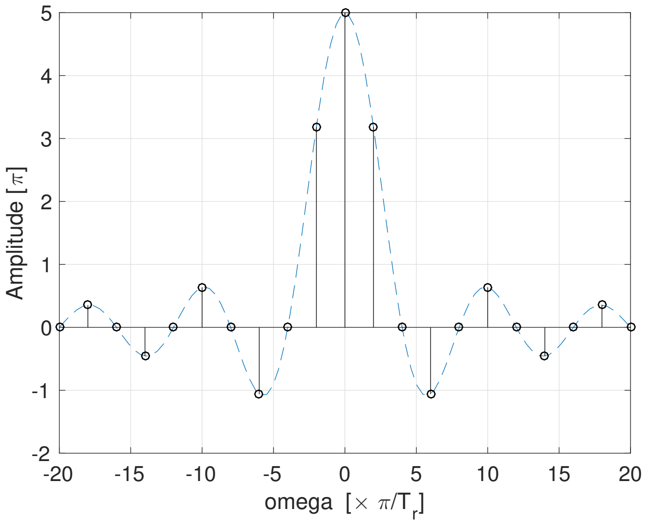


FIGURE 1: Transformée de Fourier $F_h(\omega)$

b) Puissance finie

c) À noter qu'on considère dans ce corrigé que le filtre est Rect $\left(\frac{\omega}{8\omega_r}\right)$.

Le tableau ci-bas résume les fréquences auxquelles se trouvent les 8 modes de chaque sinus argument composant le signal échantilloné.

Considérant les modes dont les amplitudes sont nulles (modes 2 et 4), les modes restants sont représentés ci-dessous.

$$Y(\omega) = F_h(\omega)\text{Rect}\left(\frac{\omega}{8\omega_r}\right) * \omega_r\delta_{\omega_r}(\omega)$$

mode	Sa() à -300 Hz	Sa() à -150 Hz	Sa() à 0 Hz	Sa() à 150 Hz	Sa() à 300 Hz
-4	-564	-414	-264	-114	36
-3	-498	-348	-198	-48	102
-2	-432	-282	-132	18	168
-1	-366	-216	-66	84	234
0	-300	-150	0	150	300
1	-234	-84	66	216	366
2	-168	-18	132	282	432
3	-102	48	198	348	498
4	-36	114	264	414	564

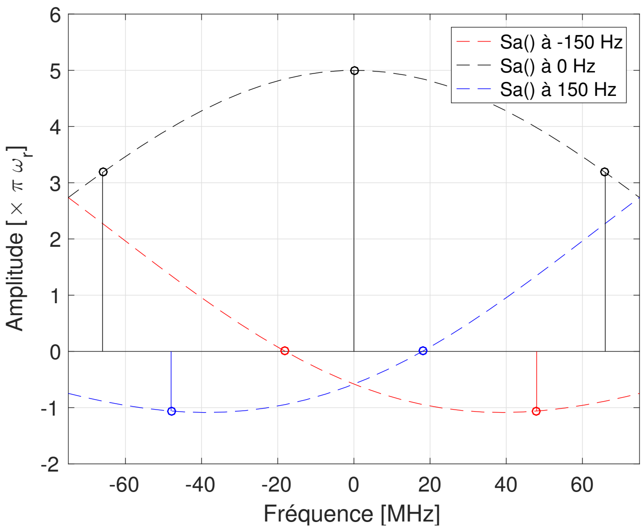


FIGURE 2: Échantillons tracés

d)

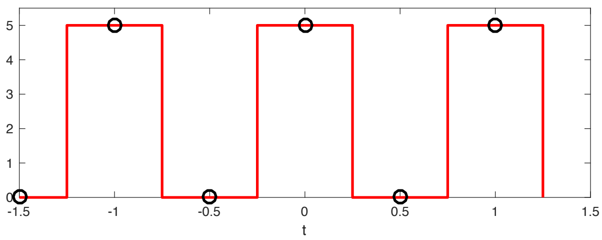


FIGURE 3: Échantillons tracés

e) Un cosinus de fréquence 66 MHz.

f) Les dents des différents sinus arguments s'alignent à la fréquence f_r pour ne laisser placer qu'à une seule paire de sinus.

Toutes les dents du spectre se replient exactement à 66 MHz…

Problème 2 (9 points)

a)

$$x(t) = \left[\frac{10}{2\pi} \mathrm{Sa}\left(\frac{10\pi t}{T_r} \right) * \delta_{T_r}(t) \right] \cos(\omega_0 t)$$

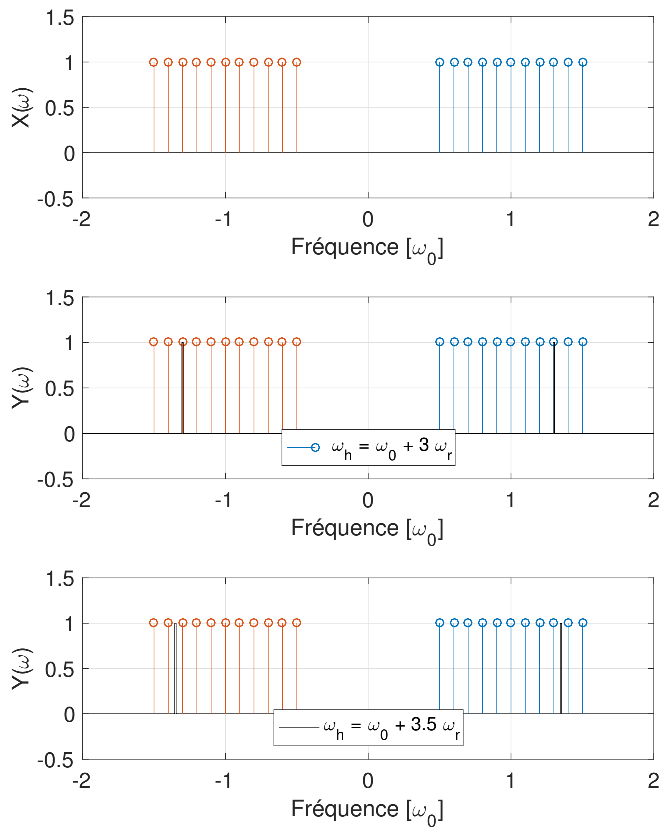
b)

$$\frac{T_r}{2\pi} \mathrm{Rect}\left(\frac{\omega T_r}{20\pi} \right)$$

c)

$$\mathrm{Rect}\left(\frac{(\omega - \omega_0) T_r}{20\pi} \right) \delta_{\omega_r}(\omega - \omega_0) + \mathrm{Rect}\left(\frac{(\omega + \omega_0) T_r}{20\pi} \right) \delta_{\omega_r}(\omega + \omega_0)$$

d) Voir figure 6



On ne respecte pas Nyquist dans le domaine spectral ! Le filtre est plus étroit que le pas d'échantillonage.

Il y aura donc du repliement dans le temps !!!

FIGURE 4: Question d), e) et f)

e) Voir figure 6. Tous les modes à l'exception d'un sont filtrés.

f) Voir figure 6. Rien ne passe dans le filtre.

g) Dans le cas f), le filtre tombe entre 2 dents du peigne. Il faut densifier le peigne ou l'accorder en fréquence et réaliser plusieurs mesures.

Problème 3 (13 points)

a)

$$h(t) = \mathrm{Rect}\left(\frac{t}{T_s}\right)$$

b)

$$H(\omega) = T_s \mathrm{Sa}\left(\frac{\omega T_s}{2}\right)$$

c) Non. Décaler.

$$h(t) = \mathrm{Rect}\left(\frac{\left(t - \frac{T_s}{2}\right)}{T_s}\right) \qquad H(\omega) = T_s \mathrm{Sa}\left(\frac{\omega T_s}{2}\right) \exp\left(-j\omega \frac{T_s}{2}\right)$$

d) La réponse impulsionnelle du bloqueur d'ordre zéro est plutôt

$$h(t) = \mathrm{Rect}\left(\frac{t - 1/2}{T_s}\right)$$

e)

$$h(t) = \mathrm{Tri}\left(\frac{t}{T_s}\right)$$

f)

$$H(\omega) = T_s \mathrm{Sa}^2\left(\frac{\omega T_s}{2}\right)$$

g) Non. Décaler.

$$h(t) = \mathrm{Tri}\left(\frac{(t - T_s)}{T_s}\right) \qquad H(\omega) = T_s \mathrm{Sa}^2\left(\frac{\omega T_s}{2}\right) \exp\left(-j\omega T_s\right)$$

Problème 4 (12 points)

a)

$$\begin{aligned} I_f(t) &= \frac{A_s A_{lo}}{2} \cos\left((\omega_s - \omega_{lo})t\right) \\ &= \frac{A_s A_{lo}}{2} \cos\left(10^9 t\right) \end{aligned}$$

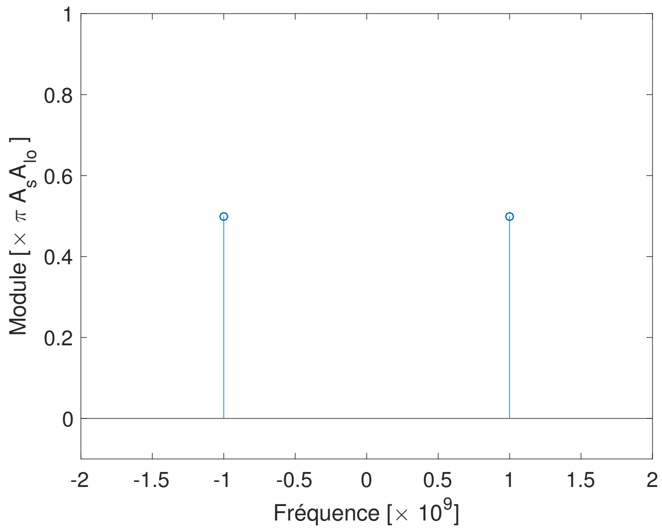


FIGURE 5: $I_f(t)$ pour a)

b)

$$\begin{aligned} I_f(t) &= \frac{A_s A_{lo}}{2} \cos\left((\omega_s - \omega_{lo})t\right) \\ &= \frac{A_s A_{lo}}{2} \cos\left(10^9 t\right) \end{aligned}$$

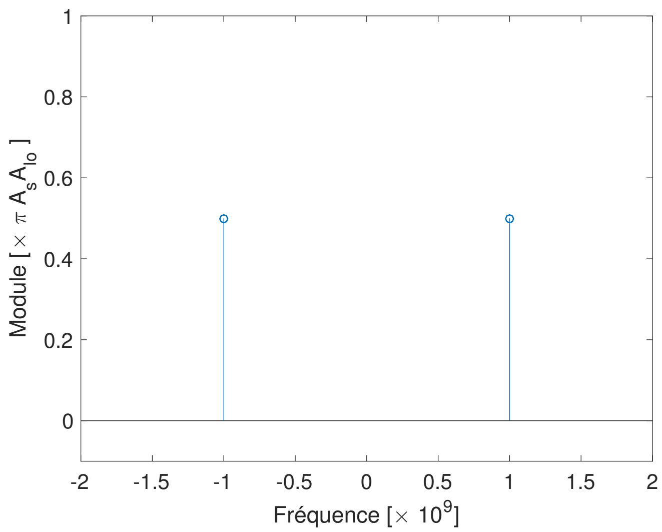


FIGURE 6: $I_f(t)$ pour b)

c) Non, impossible.

d)

$$Q_f(t) = A_s \cos(\omega_s t + \phi) A_{lo} \sin(\omega_{lo} t)$$
$$Q_f(t) = \frac{A_s A_{lo}}{2} \sin(10^9 t + \phi)$$

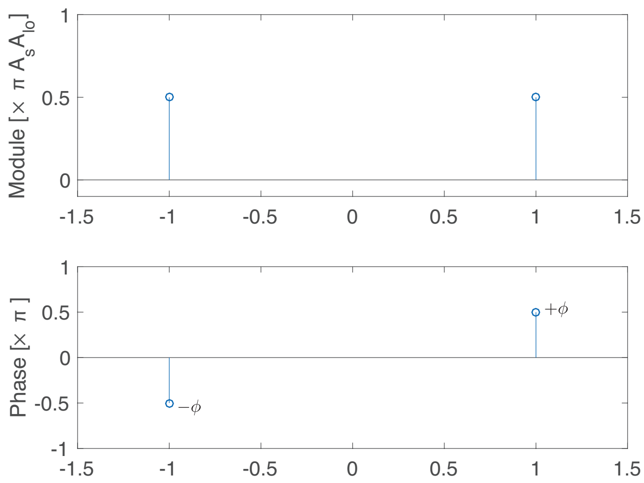


FIGURE 7: $Q_f(t)$ pour d)

e)

$$Q_f(t) = A_s \cos(\omega_s t + \phi) A_{lo} \sin(\omega_{lo} t)$$
$$Q_f(t) = \frac{A_s A_{lo}}{2} \sin(-10^9 t + \phi)$$

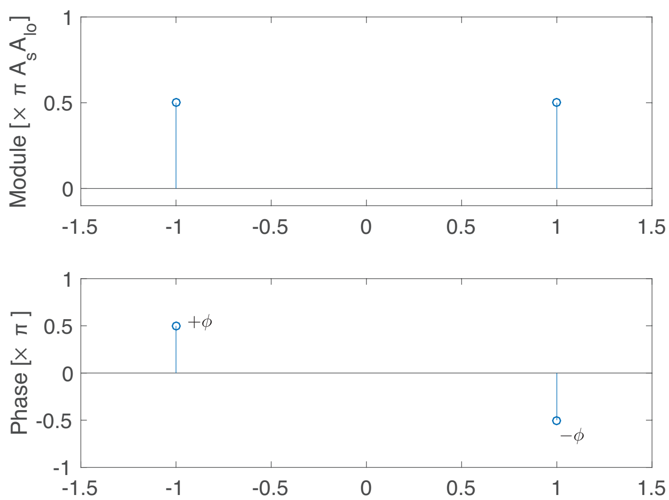


FIGURE 8: $Q_f(t)$ pour e)

f) Oui, par la phase. Il y a un problème si $\phi = \pi/2$.

g)

$$S_1(t) = \frac{A_s A_{lo}}{2}\cos\left(10^9 t + \phi\right) + j\frac{A_s A_{lo}}{2}\sin\left(10^9 t + \phi\right)$$

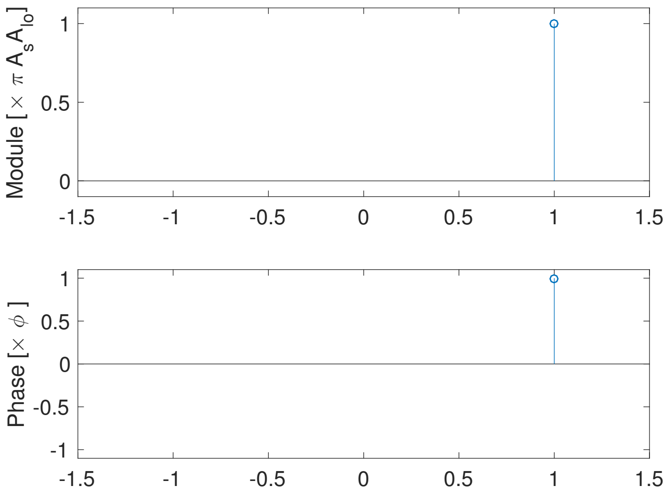


FIGURE 9: $S(\omega)$ pour le cas 1

$$S_2(t) = \frac{A_s A_{lo}}{2}\cos\left(-10^9 t + \phi\right) + j\frac{A_s A_{lo}}{2}\sin\left(-10^9 t + \phi\right)$$

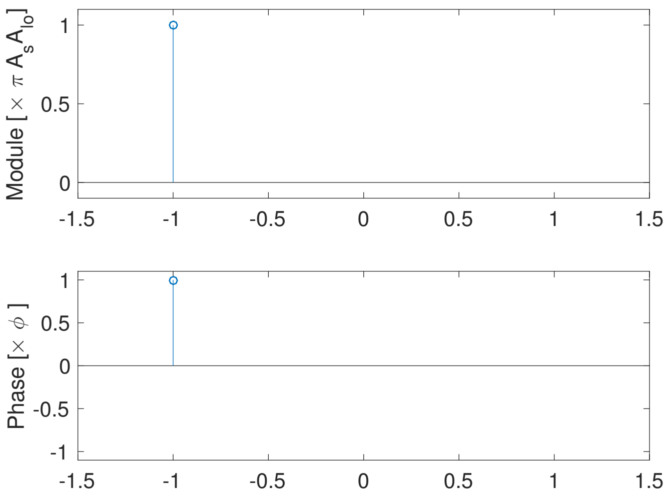


FIGURE 10: $S(\omega)$ pour le cas 2

h) La vitesse de rotation est dictée par la fréquence.

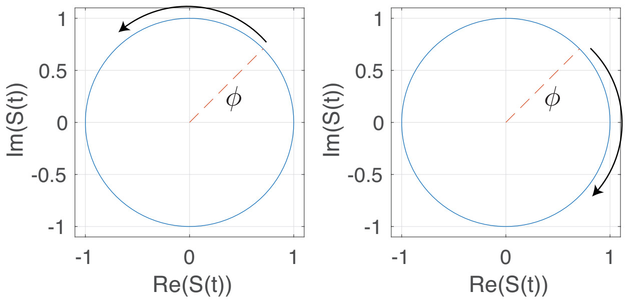


FIGURE 11: Courbe décrite par $S(t)$ dans le plan complexe

i)

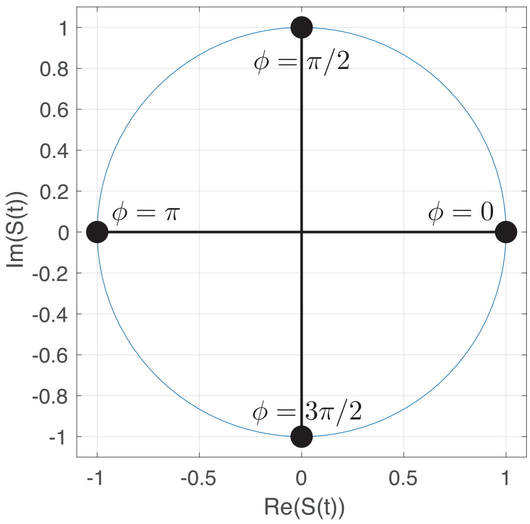


FIGURE 12: Courbe décrite par $S(t)$ dans le plan complexe