

**GEL-2005**  
**Systèmes et commande linéaires**

Mini-test #2

Lundi 27 novembre 2017, 9h30-10h20

Document permis: aucun

Professeur: André Desbiens, Département de génie électrique et de génie informatique

---

NOM : \_\_\_\_\_

PRÉNOM : \_\_\_\_\_

MATRICULE : \_\_\_\_\_

**Détaillez vos démarches et justifiez vos réponses.**

**Question 1 (30%)**

Dans un cas moins fréquent où le bruit de mesure possède une amplitude particulièrement importante, il peut être recommandé d'utiliser un filtre de mesure  $F_m(s)$ , tel qu'illustré à la figure 1. Si  $r = 0$ ,  $F_m(s) = \frac{1}{1+0.2s}$ ,  $G_c(s) = \frac{0.5(1+s)}{s}$ ,  $G_p(s) = \frac{2}{1+s}$  et  $d_m(t) = 3\sin(10t)$ , que vaut l'amplitude de la variable contrôlée en régime permanent? Cet asservissement est stable.

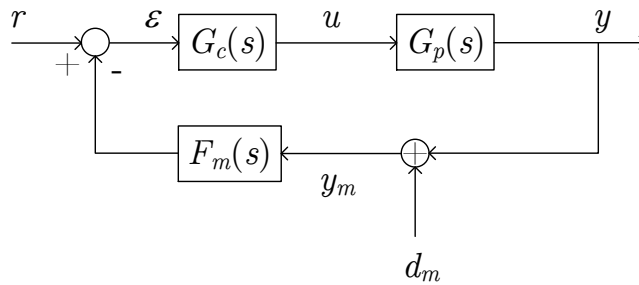


Figure 1

Réponse :  $|y_p(j10)| = 0.14$

**Question 2 (20%)**

Le procédé réel est  $G_{proc}(s) = G_p(s) + M(s)G_p(s)$ . La valeur maximale que peut prendre l'incertitude multiplicative à chaque fréquence est tracée à la figure 2. Le modèle qui a été identifié suite à des tests sur le procédé est  $G_p(s) = \frac{2}{1+5s}$ . Le régulateur conçu à partir de ce modèle est  $G_c(s) = \frac{1+5s}{5s}$ . Peut-on garantir que ce régulateur mènera assurément à un asservissement stable lorsqu'il sera testé sur le procédé (figure 3)?

Réponse : Pas de garantie de stabilité.

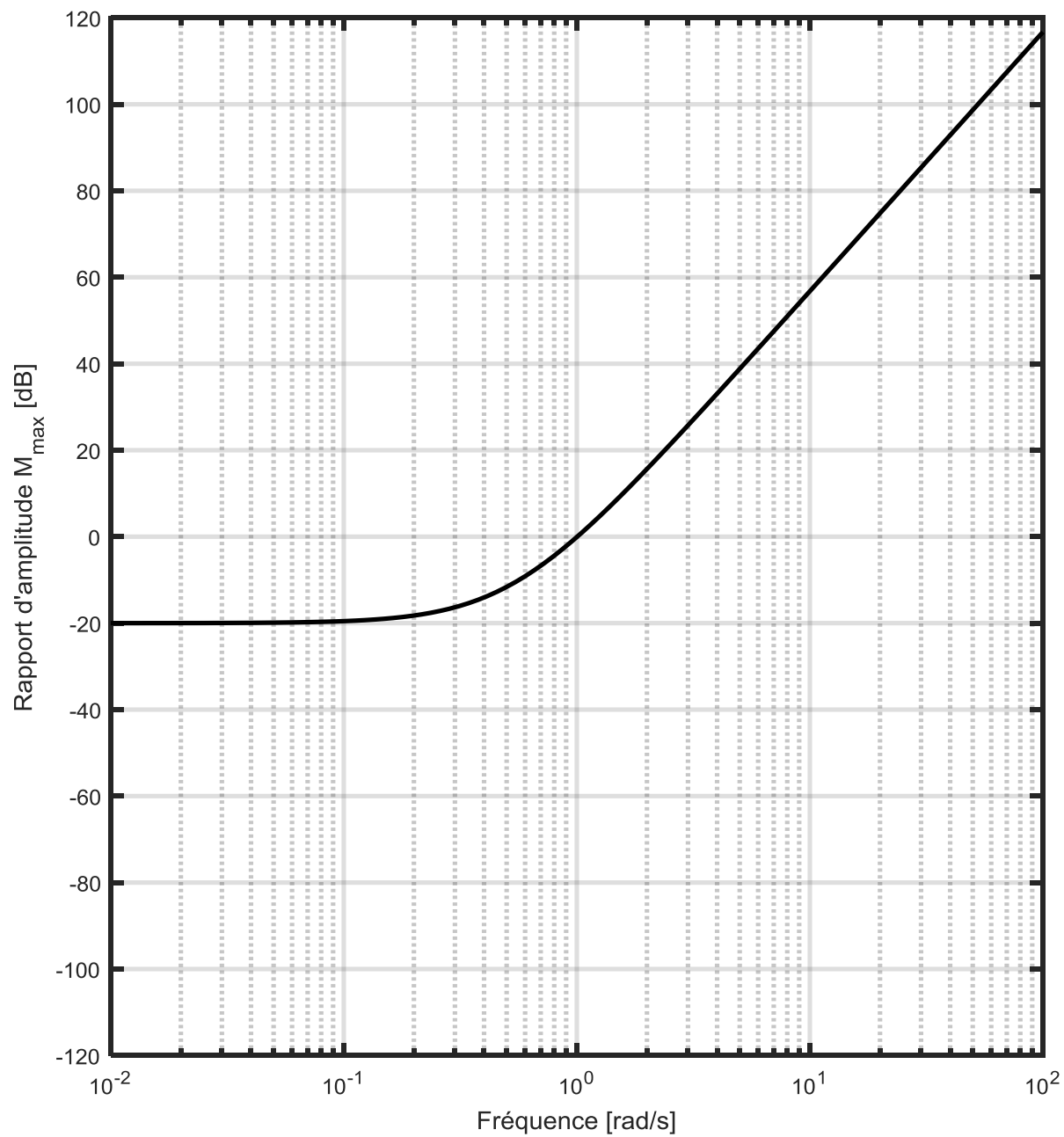


Figure 2

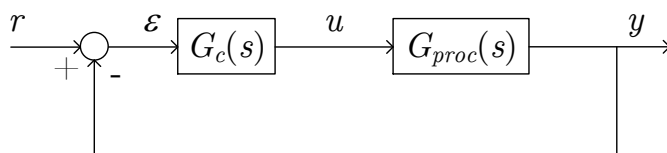


Figure 3

### Question 3 (25%)

Le système étudié qui est illustré à la figure 4 est stable. La réponse en fréquences du régulateur est illustré à la figure 5. Le procédé  $G_p(s)$  est similaire au moteur DC du laboratoire où  $y$  est la position angulaire et  $u$  est la tension à l'amplificateur de puissance. Si  $r$  est un échelon d'amplitude 4 appliqué à  $t = 1$  seconde et  $d_u$  est un échelon d'amplitude 3 appliqué à  $t = 2$  secondes, que vaut  $u(\infty)$ ?

Réponse :  $u(\infty) = -3$

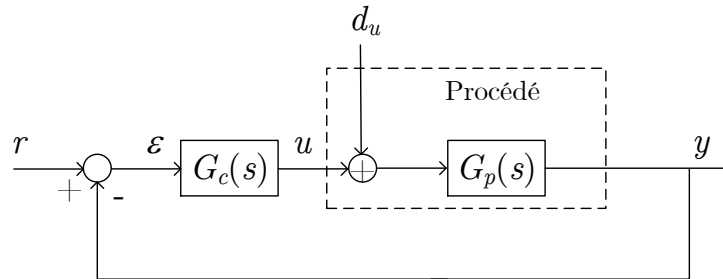


Figure 4

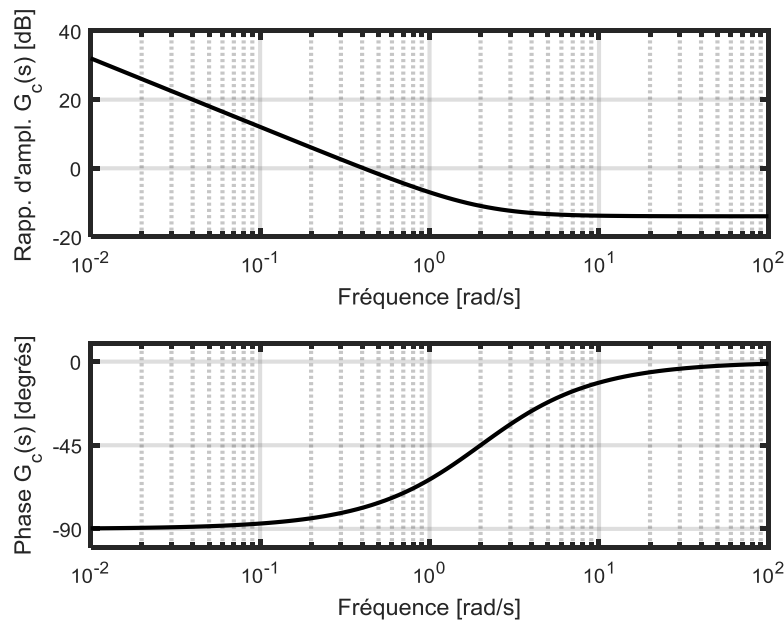


Figure 5

**Question 4 (12.5% + 12.5% = 25%)**

Le système étudié est illustré à la figure 6. La réponse en fréquences de  $G(s)=G_c(s)G_p(s)$  est tracée à la figure 7.

- a) Quel est le gain statique de  $\frac{Y(s)}{R(s)} = H(s)$  ?
- b) Par quel facteur doit-on multiplier  $G_p(s)$  pour que l'asservissement soit à la limite de la stabilité?

Réponses : a) 1 b) 3.16 ou encore  $e^{-0.52s}$

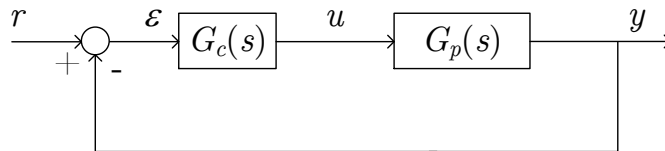


Figure 6

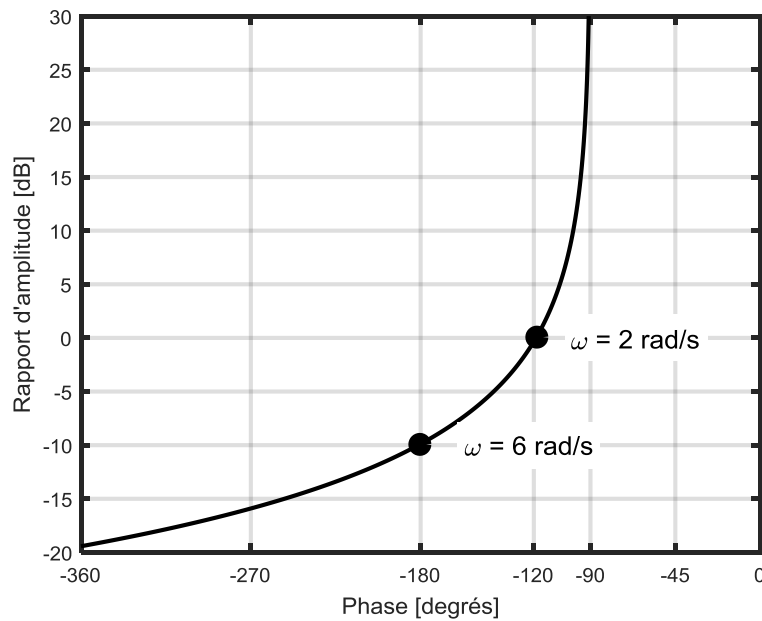


Figure 7

*Bon succès!*

$F(s)$ sans pôles		
$f(t)$ pour $t \geq 0^-$	$F(s)$	Pôles de $F(s)$
$\delta(t)$	1	Aucun

$F(s)$ avec des pôles simples (réels ou conjugués)		
$f(t)$ pour $t > 0$	$F(s)$	Pôles de $F(s)$
1 ou $u_e(t)$	$\frac{1}{s}$	0
$e^{-at}$	$\frac{1}{s+a}$	$-a$
$\sin(\omega t + \phi)$	$\frac{[\sin \phi]s + \omega \cos \phi}{s^2 + \omega^2}$	$\pm j\omega$
$\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$\pm j\omega$
$\cos(\omega t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$\pm j\omega$
$e^{-at} \cos(\omega t)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$-a \pm j\omega$
$e^{-at} \sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$-a \pm j\omega$

$F(s)$ avec des pôles multiples		
$f(t)$ pour $t > 0$	$F(s)$	Pôles de $F(s)$
t	$\frac{1}{s^2}$	0 (double)
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}, n = 1, 2, 3, \dots$	$\frac{1}{s^n}$	0 (ordre $n$ )
$te^{-at}$	$\frac{1}{(s+a)^2}$	$-a$ (double)
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{-at}, n = 1, 2, 3, \dots$	$\frac{1}{(s+a)^n}$	$-a$ (ordre $n$ )
$t \cos(\omega t)$	$\frac{s^2 - \omega^2}{(s^2 + \omega^2)^2}$	$\pm j\omega$ (double)
$\frac{t}{2\omega} \sin(\omega t)$	$\frac{s}{(s^2 + \omega^2)^2}$	$\pm j\omega$ (double)
$\frac{t^2}{2\omega} \sin(\omega t)$	$\frac{3s^2 - \omega^2}{(s^2 + \omega^2)^3}$	$\pm j\omega$ (triple)

Table 1: Transformées de Laplace

$$\mathcal{L}f'(t) \text{ (pour } t > 0) = s\mathcal{L}f(t) - f(0^+) \quad (1)$$

$$\mathcal{L} \left[ \int_0^t f(\tau) d\tau \right] = \frac{1}{s} \mathcal{L}f(t) \quad (2)$$

$$f(0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} s\mathcal{L}f(t) \quad (3)$$

$$f(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s\mathcal{L}f(t) \quad (4)$$

$$\mathcal{L}f(t - \theta)u_e(t - \theta) = e^{-\theta s} \mathcal{L}f(t)u_e(t) \quad (5)$$

$$\mathcal{L} \left[ \int_0^t f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau \right] = F_1(s) F_2(s) \quad (6)$$