GEL-17979 / GEL-64500
Commande multivariable

Examen #1

Jeudi 26 février 2004, 8h30-10h20

Document permis: une feuille 8.5 X 11 pouces

Professeur: André Desbiens, Département de génie électrique et de génie informatique

Note: Une bonne réponse sans justification ne vaut **aucun** point

Nomenclature:
u_i : $i^{\text{ème}}$ entrée du procédé
y_i : $i^{\text{ème}}$ sortie du procédé
r_i : $i^{\text{ème}}$ consigne

Question 1 (15%)

Avec la configuration u_1-y_1 et u_2-y_2, peut-on utiliser des découpleurs inversés pour le procédé illustré à la Figure 1?

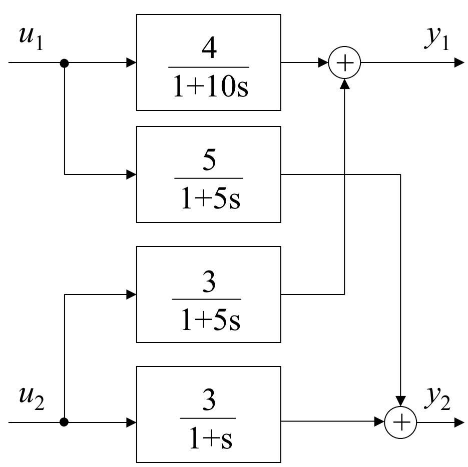


Figure 1

Question 2 (15%)

Le procédé étudié est:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-4}{1+20s} & \frac{-4}{1+21s} \\ \frac{-7}{1+19s} & \frac{3}{1+20s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

On désire concevoir une commande décentralisée en visant les spécifications $\frac{y_1}{r_1} = \frac{y_2}{r_2} = \frac{1}{1+10s}$.
Quels couples entrée-sortie devriez-vous utiliser?

Question 3 (20%)

En prenant les couples u_1-y_1 et u_2-y_2, concevez une commande décentralisée pour le procédé suivant:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4e^{-10s}}{1+2s} & \frac{2e^{-10s}}{1+4s} \\ \frac{2}{1+2s} & \frac{4}{1+4s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

Les constantes de temps de $\frac{y_1}{r_1}$ et de $\frac{y_2}{r_2}$ doivent être égales à 2. Dessinez le diagramme fonctionnel du procédé et du régulateur.

[***Note : On utilisait alors uniquement l'approximation basses fréquences pour le calcul des 2 régulateurs.]***

Comment pouvez-vous améliorer les réglages si les spécifications ne sont pas respectées avec votre design initial?

Question 4 (20%)

Concevez un découpleur simplifié pour le procédé suivant:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{4(1-2s)}{(1+5s)^2} & \dfrac{2}{1+4s} \\ \dfrac{2}{(1+2s)^2} & \dfrac{3}{1+3s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

Dessinez le diagramme fonctionnel du procédé et du découpleur.

Question 5 (30%)

Le procédé étudié est illustré à la Figure 2. Les perturbations p_1 et p_2 sont mesurées. Les perturbations p_3 et p_4 ne le sont pas. Concevez un régulateur pour tenter de maintenir y_1 à sa consigne r_1 en autant que u demeure entre –5 et 5 et que $-10 \leq y_2 \leq 10$. Dessinez le diagramme fonctionnel du procédé et du régulateur.

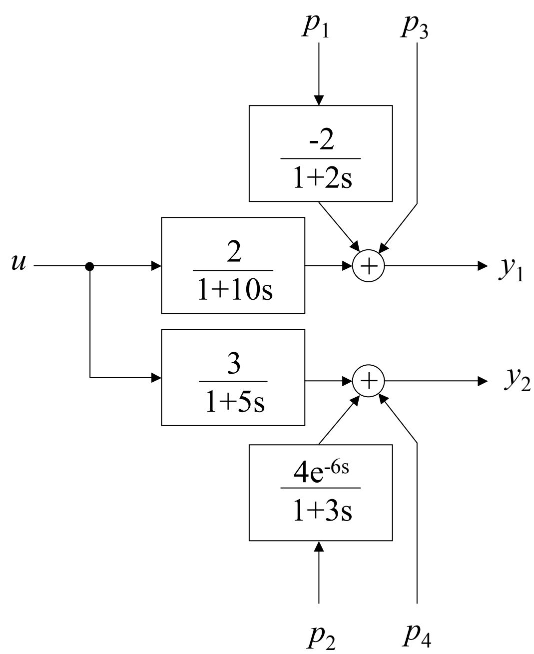


Figure 2

Bonne chance!

Méthode des contours

Régulateur PI: $G_C(s) = \dfrac{K_C(1+T_i s)}{T_i s}$

1 - Procédé: $G_P(s) = \dfrac{K_P(1-T_0 s)e^{-\theta s}}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$ $\qquad T_1 \geq T_2 \geq 0, T_0 \geq 0$

Dans les formules qui suivent, les angles sont en radians et M_r en dB.

$M_r = 0.25$

[équ. 6.23] $$T_i = \begin{cases} [1+0.175(\theta/T_1)+0.3(T_2/T_1)^2+0.2(T_2/T_1)]T_1 & \theta/T_1 \leq 2 \\ [0.65+0.35(\theta/T_1)+0.3(T_2/T_1)^2+0.2(T_2/T_1)]T_1 & \theta/T_1 > 2 \end{cases}$$

[équ. 6.24] $$\phi_m = \cos^{-1}[1-0.5\cdot 10^{-0.1M_r}] = 1.015$$

[équ. 6.25] $$\begin{aligned}\phi_m = [&-\pi/2+\tan^{-1}\omega_{co}T_i-\tan^{-1}\omega_{co}T_0 \\ &-\tan^{-1}\omega_{co}T_1-\tan^{-1}\omega_{co}T_2-\omega_{co}\theta]+\pi\end{aligned}$$ (permet de trouver ω_{co})

[équ. 6.26] $$K_C = \frac{T_i}{K_P}\left\{\frac{(T_1T_2)^2\omega_{co}^6+(T_1^2+T_2^2)\omega_{co}^4+\omega_{co}^2}{(T_iT_0)^2\omega_{co}^4+(T_i^2+T_0^2)\omega_{co}^2+1}\right\}^{1/2}$$

2 - Procédé: $G_P(s) = \dfrac{K_P e^{-\theta s}}{s(1+T_1 s)}$ $\qquad T_1 > 0$

Dans les formules qui suivent, les angles sont en radians, M_r en dB et A_{max} n'est pas en dB.

M_r quelconque (souvent choisi égal à 4.4 dB)

[équ. 6.36] $$A_{\max} = \frac{10^{0.05M_r}}{\sqrt{10^{0.1M_r}-1}}$$

[équ. 6.37] $$\phi_{\max} = \cos^{-1}[A_{max}{}^{-1}] - \pi$$

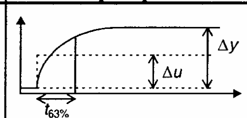
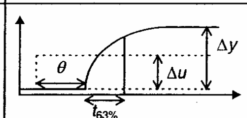
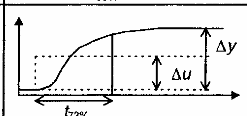
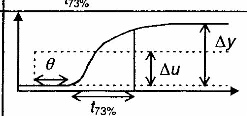
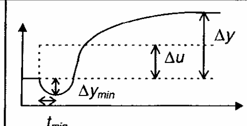
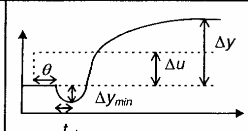
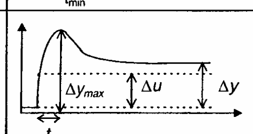
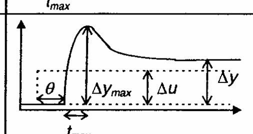
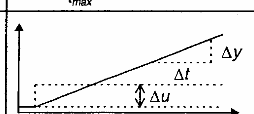
[équ. 6.45] $$T_i = \frac{16(T_1+\theta)}{(2\phi_{\max}+\pi)^2}$$

[équ. 6.43] $$\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{T_i(T_1+\theta)}}$$

[équ. 6.46] $$K_C = \frac{T_i A_{max}}{K_P}\left[\frac{T_1^2\omega_{max}^6 + \omega_{max}^4}{T_i^2\omega_{max}^2 + 1}\right]^{1/2}$$

Méthode approximative (intuitive)

Régulateur PI ou PIF: $G_C(s) = \dfrac{K_C(1+T_i s)}{T_i s}$ ou $G_C(s) = \dfrac{K_C(1+T_i s)}{T_i s(1+T_f s)}$

Model	Diagram	Step response	Parameters	PI Settings
First order	K_p, T_1 $\frac{K_p}{1+T_1 s}$		$K_p = \frac{\Delta y}{\Delta u}$ $T_1 = t_{63\%}$	$K_c = \frac{1}{K_p}$ $T_i = T_1$
First order with delay	K_p, θ, T_1 $\frac{K_p e^{-\theta s}}{1+T_1 s}$		$K_p = \frac{\Delta y}{\Delta u}$ $T_1 = t_{63\%}$	$K_c = \frac{1}{K_p}\cdot\frac{T_1}{T_1+\theta}$ $T_i = T_1$
Second order	K_p, T_1, T_1 $\frac{K_p}{(1+T_1 s)^2}$		$K_p = \frac{\Delta y}{\Delta u}$ $T_1 = \frac{t_{73\%}}{2.6}$	$K_c = \frac{1}{K_p}$ $T_i = 1.5T_1$
Second order with delay	K_p, θ, T_1, T_1 $\frac{K_p e^{-\theta s}}{(1+T_1 s)^2}$		$K_p = \frac{\Delta y}{\Delta u}$ $T_1 = \frac{t_{73\%}}{2.6}$	$K_c = \frac{1}{K_p}\cdot\frac{T_1}{T_1+\theta}$ $T_i = 1.5T_1$
Second order with an unstable zero	K_p, T_{0i}, T_1, T_1 $\frac{K_p(1-T_{0i}s)}{(1+T_1 s)^2}$		$K_p = \frac{\Delta y}{\Delta u}$ See table 2 to evaluate T_{0i} and T_1	$K_c = \frac{1}{K_p}\cdot\frac{T_1}{T_1+T_{0i}}$ $T_i = 1.5T_1$
Second order with an unstable zero and a delay	$K_p, \theta, T_{0i}, T_1, T_1$ $\frac{K_p(1-T_{0i}s)e^{-\theta s}}{(1+T_1 s)^2}$		$K_p = \frac{\Delta y}{\Delta u}$ See table 2 to evaluate T_{0i} and T_1	$K_c = \frac{1}{K_p}\cdot\frac{T_1}{T_1+\theta+T_{0i}}$ $T_i = 1.5T_1$
Second order with a stable zero	K_p, T_{0s}, T_1, T_1 $\frac{K_p(1+T_{0s}s)}{(1+T_1 s)^2}$		$K_p = \frac{\Delta y}{\Delta u}$ See table 3 to evaluate T_{0s} and T_1	$K_c = \frac{1}{K_p}$ $T_i = 1.5T_1$ $T_f = T_{0s}$
Second order with a stable zero and a delay	$K_p, \theta, T_{0s}, T_1, T_1$ $\frac{K_p(1+T_{0s}s)e^{-\theta s}}{(1+T_1 s)^2}$		$K_p = \frac{\Delta y}{\Delta u}$ See table 3 to evaluate T_{0s} and T_1	$K_c = \frac{1}{K_p}\cdot\frac{T_1}{T_1+\theta}$ $T_i = 1.5T_1$ $T_f = T_{0s}$
Integrator	$K_p, \int$ $\frac{K_p}{s}$		$K_p = \frac{\Delta y}{\Delta t \Delta u}$	$K_c = \pm\frac{\Delta u_{max}}{\Delta r}$ $T_i = \frac{3}{K_c K_p}$ $T_{sp} = T_i$