

# SIGNAUX ET SYSTÈMES DISCRETS (GEL - 19964)

## Examen no. 2

### Aucun document autorisé

**Question no.1** Soit  $x_1(n)$  et  $x_2(n)$  deux signaux discrets montrés à la figure 1.

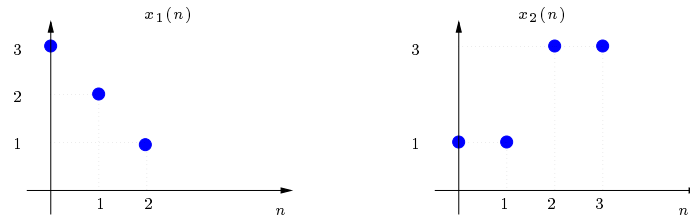


Figure 1: Signaux  $x_1(n)$  et  $x_2(n)$

- (5 points)** Calculer la convolution  $x_1(n) * x_2(n) = x(n)$ .
- (10 points)** Soit  $Y(k) = X_1(k)X_2(k)$  où  $X_1(k)$  et  $X_2(k)$  sont respectivement les TFD de  $x_1(n)$  et  $x_2(n)$  calculées sur 5 points, i.e. en utilisant l'ajout des zéros pour compléter une longueur  $N = 5$ . D'une façon ou d'une autre, déterminer le signal  $y(n)$  dont la transformée TFD est  $Y(k)$ . Comparer  $x(n)$  et  $y(n)$ .

**Question no.2** Soit  $x_a(t)$  est un signal analogique dont la largeur de bande est limitée à  $3 kHz$ . Nous voulons utiliser la technique de transformée de Fourier rapide FFT de dimension  $N = 2^n$  pour calculer le spectre de  $x_a(t)$  avec une résolution spectrale inférieure à 50 Hz.

- (5 points)** Déterminer la fréquence d'échantillonnage minimale.
- (10 points)** Déterminer le nombre minimum d'échantillons requis et en déduire la longueur minimale à utiliser de l'enregistrement du signal  $x_a(t)$ .

**Question no.3** Soit un système discret linéaire dont la réponse impulsionnelle  $h(n)$  est :

$$x[n] \xrightarrow{\boxed{L}} y[n]$$

$$h(n) = \left(\frac{-1}{2}\right)^n \sin\left(n\frac{\pi}{3}\right) u(n) + 2\left(\frac{-1}{2}\right)^n \sin\left((n-1)\frac{\pi}{3}\right) u(n-1)$$

- (15 points)** Calculer sa fonction de transfert  $H(z)$  et déterminer ses pôles et ses zéros.
- (15 points)** En examinant la position des pôles et des zéros, esquisser sa réponse en fréquence en amplitude  $|H(\omega)|$ .
- (15 points)** Donner un bloc-diagramme contenant un nombre fini d'additionneurs, de multiplicateurs et de délais réalisant cette fonction de transfert.

**Question no.4** Démontrer que la transformée de Fourier discrète  $X(k)$  d'un signal  $x(n)$  de longueur  $N$  paire peut-être calculée en fonction de 2 TFD de dimension  $\frac{N}{2}$ . **(25 points)**