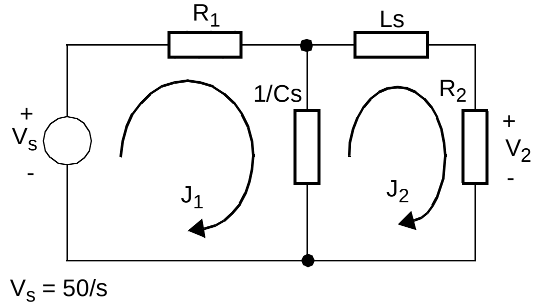
GEL-16132 Circuits

Corrigé du test no. 4

Question no.1 (15 points)

Circuit transformé:



C = 10 µF
R_1 = 100 Ω
L = 20 mH
R_2 = 25 Ω

Équation d'équilibre (par la méthode des noeuds): $\begin{bmatrix} R_1 + \frac{1}{Cs} & \frac{-1}{Cs} \\ \frac{-1}{Cs} & Ls + R_2 + \frac{1}{Cs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_s \\ 0 \end{bmatrix}$

Le courant J_2 est donné par (méthode de Cramer):

$$J_2 = \frac{\begin{vmatrix} R_1 + \frac{1}{Cs} & V_s \\ \frac{-1}{Cs} & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_1 + \frac{1}{Cs} & \frac{-1}{Cs} \\ \frac{-1}{Cs} & Ls + R_2 + \frac{1}{Cs} \end{vmatrix}} = \frac{\frac{V_s}{Cs}}{\left(R_1 + \frac{1}{Cs}\right)\left(Ls + R_2 + \frac{1}{Cs}\right) - \left(\frac{1}{Cs}\right)^2} = \frac{V_s}{R_1LCs^2 + (R_1R_2C + L)s + R_1 + R_2}$$

La tension V_2 est égale à: $V_2 = R_2J_2 = \dfrac{R_2}{R_1LCs^2 + (R_1R_2C + L)s + R_1 + R_2} \times V_s$

Avec les valeurs numériques, on a: $V_2 = \dfrac{25}{2\times10^{-5}s^2 + 0.045s + 125} \times \dfrac{50}{s} = \dfrac{1250}{s(2\times10^{-5}s^2 + 0.045s + 125)}$

Les pôles de cette fonction V_2 sont: p_1 =0 p_2 = -1125 + j2232.6 p_3 = -1125 - j2232.6

On décompose V_2 est fractions partielles:

$$V_2 = \frac{6.25\times10^7}{s(s + 1125 - j2232.6)(s + 1125 + j2232.6)} = \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s + 1125 - j2232.6} + \frac{A_2^*}{s + 1125 + j2232.6}$$

Les constantes A_1 et A_2 sont calculées:

$$A_1 = \left.\frac{1250}{s(2\times10^{-5}s^2 + 0.045s + 125)}\right|_{s=0} = 10$$

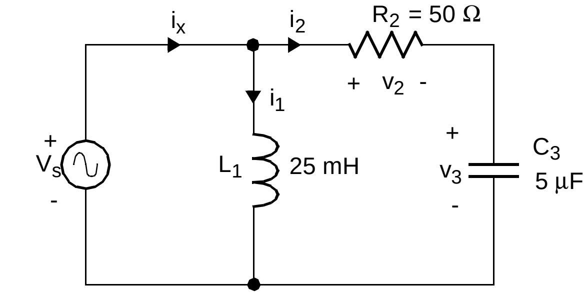
$$A_2 = \left.\frac{6.25\times10^7}{s(s + 1125 - j2232.6)}\right|_{s = -1125 + j2232.6} = 5.6\angle 2.675$$

La tension $v_2(t)$ est la transformée inverse de V_2: $v_2(t) = 10 + 11.2e^{-1125t}\cos(2232.6t + 2.675)$

b) La durée du régime transitoire est $d_{tran} = \dfrac{5}{1125} = 4.4\,\text{ms}$

Question no.2 (15 points)

a) Circuit en RSP:



$V_s = 120\angle 0$

$$j\omega L_1 = j78.54\Omega$$

$$-j\frac{1}{C_3\omega} = (-j63.66)\Omega$$

Le courant I_1 est égal à: $I_1 = \dfrac{V_s}{j(\omega L_1)} = \dfrac{120}{j78.54} = 1.528\angle -1.57\text{ A}$

Le courant I_2 est égal à: $I_2 = \dfrac{V_s}{R_2 - j\dfrac{1}{C_3\omega}} = \dfrac{120}{50 - j63.66} = 1.482\angle 0.905\text{ A}$

Le courant I_x est égal à: $I_x = I_1 + I_2 = (1.528\angle -1.57) + (1.482\angle 0.905) = 0.985\angle -0.376\text{ A}$

La tension V_2 est: $V_2 = R_2 I_2 = 50 \times 1.482\angle 0.905 = 74.1\angle 0.905\text{ V}$

La tension V_3 est: $V_2 = (-j63.66)I_2 = -j63.66 \times 1.482\angle 0.905 = 94.4\angle -0.666\text{ V}$

b) Diagramme vectoriel: