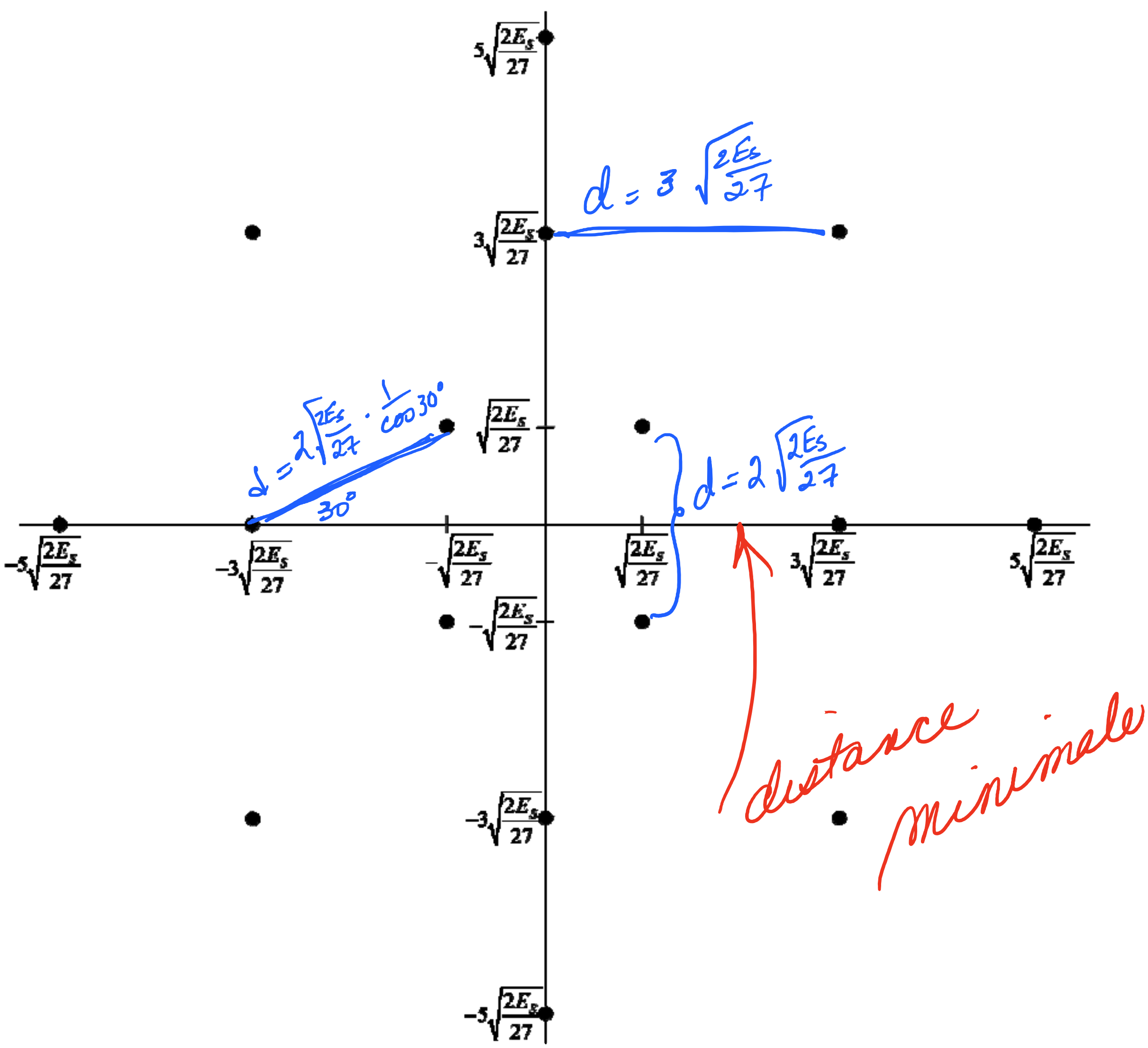
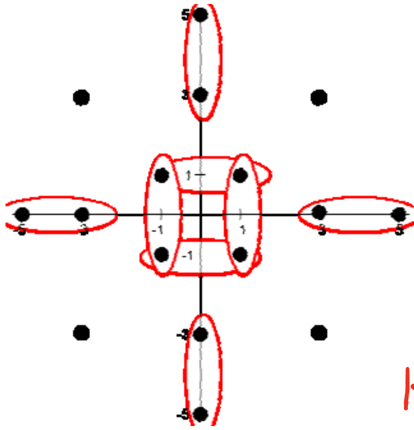
Exam1 Pr1

Thursday, February 23, 2017 4:37 PM



$$D_{min} = 2\sqrt{2E_s/27} = 2\sqrt{2 \cdot 4E_b/27} = 2\sqrt{8E_b/27} = \sqrt{32E_b/27}$$

$$d_{min} = D_{min}/\sqrt{2E_b} = \sqrt{16/27}$$



Compter les voisins à la distance minimale

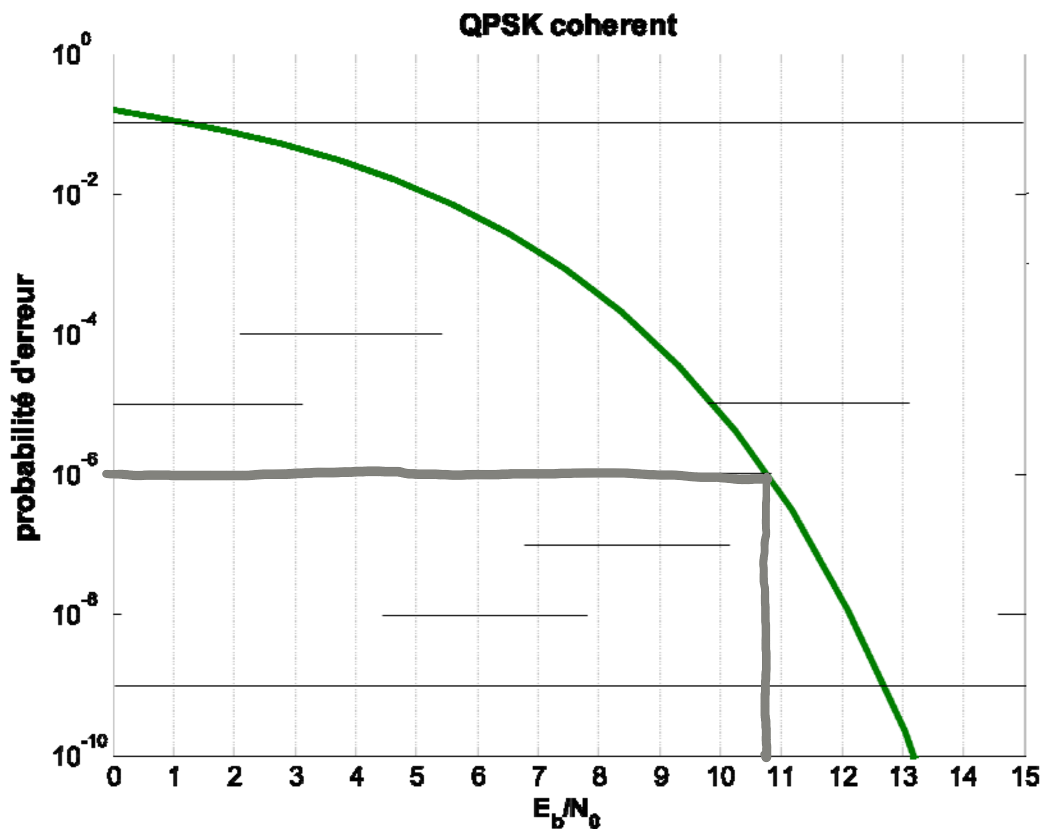
K = 8

$$P_e \approx \frac{2K}{M} Q\left(\frac{D_{\min}}{\sqrt{2N_0}}\right) = \frac{2K}{M} Q\left(d_{\min}\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

$$P_e \approx \frac{2 \cdot 8}{16} Q\left(\sqrt{\frac{16}{27}\frac{E_b}{N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{.59\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

Exam1 Pr2

Thursday, February 23, 2017 4:37 PM



~10.8dB

16QAM

$\eta = \log_2 M$

$M = 16 \quad \log_2 M = 4 \quad \eta = 4$ b/s/Hz

QAM cas rectangulaire (carrée) $M=L^2$ $L=4$

$$P_e = 2\left(1-\frac{1}{\sqrt{M}}\right)Q\left(\sqrt{\frac{3\log_2 M}{(M-1)}\frac{E_b}{N_0}}\right) \quad d_{min} = \sqrt{\frac{6\log_2 L}{L^2-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{6\log_2 4}{16-1}} = \sqrt{\frac{12}{15}} = \sqrt{\frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{2}{5}}\cdot\sqrt{2}$$

Perte par rapport à QPSK

$$d_{min} = \sqrt{x}\sqrt{2} \quad \text{perte} = -10\log_{10} x$$

$$= -10\log_{10} 2/5 = 3.98\,dB$$

QPSK @ $10^{-6} = P_e \Rightarrow E_b/N_0 = 10.8$dB

16QAM @ $10^{-6} = P_e \Rightarrow 10.8 + 3.98 = 14.78$ dB

Les coordonnées sont (4 b/s/Hz, 14.8 dB) pour 16QAM @ $P_e = 10^{-6}$

8FSK (coherent) $M=8$

$$\eta = \frac{2\log_2 M}{M+1} = \frac{2\log_2 8}{9} = 2/3 \text{ b/s/Hz}$$

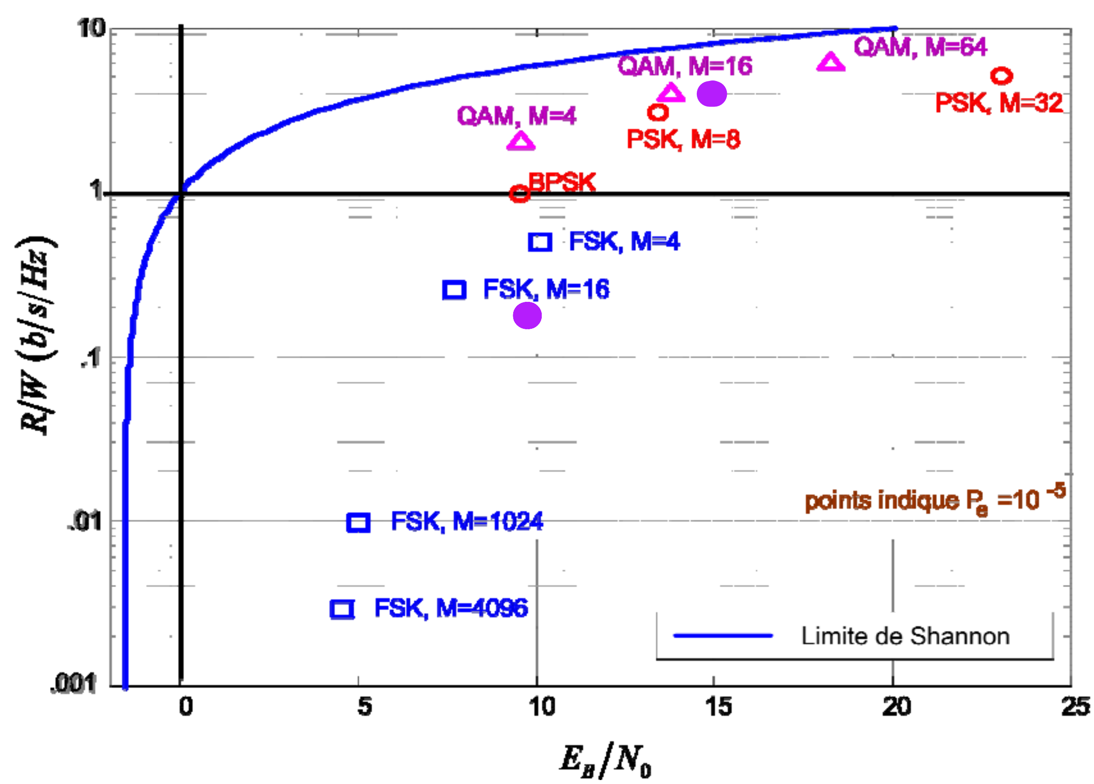
$$P_e = (M-1)Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) = (M-1)Q\left(\sqrt{\frac{E_b \log_2 M}{N_0}}\right)$$

$\Rightarrow d_{min} = \sqrt{\log_2 M} = \sqrt{3} = \sqrt{\tfrac{3}{2}} \cdot \sqrt{2}$

perte $= -10 \log_{10} \tfrac{3}{2} = -1.76$ dB   notons que la perte est négative

E_b/N_0 pour $P_e = 10^{-6}$: $10.8 - 1.76 \cong 9$ dB

Les coordonnées sont ($\tfrac{2}{3}$ b/s/Hz, 9 dB) pour 8FSK @ $P_e = 10^{-6}$ avec détection cohérente



8PSK

$\eta = \log_2 M$ $M=8$ $\log_2 M = 3$ $\eta = 3 b/s/Hz$

$$P_e(M) \approx 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}\sin\frac{\pi}{M}\right) = 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_b \log_2 M}{N_0}}\sin\frac{\pi}{M}\right)$$

$d_{min} = \sin\frac{\pi}{M}\sqrt{2\log_2 M} = \sqrt{3}\sin\frac{\pi}{16}\cdot\sqrt{2}$

$\text{perte} = -10\log_{10}\left(\sin\frac{\pi}{16}\cdot\sqrt{3}\right)$

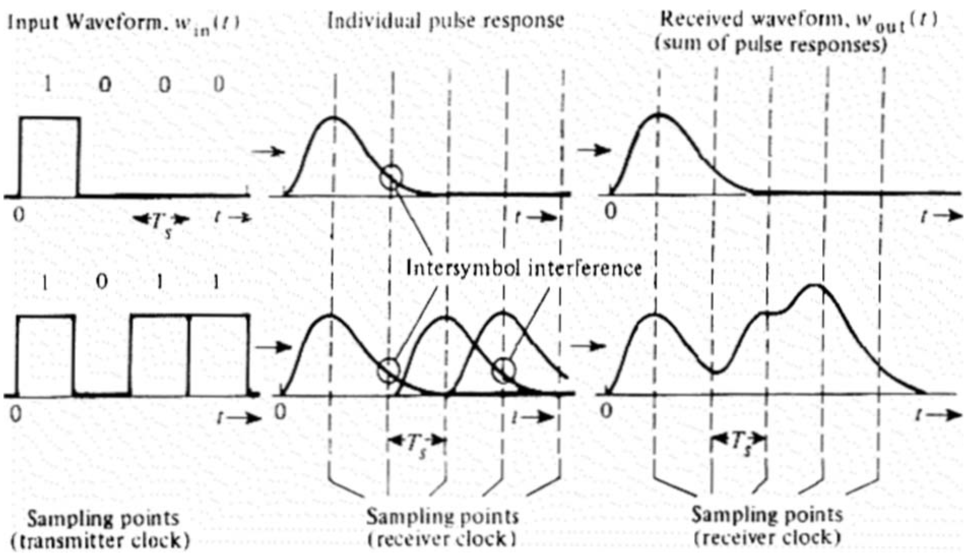
$= 4.7\,dB$

$\Rightarrow E_b/N_0 = 10.8 + 4.7 = 15.5\,dB$

Les coordonnées sont $(3 b/s/Hz, 15.5 dB)$
pour 8PSK @ $P_e = 10^{-6}$

Exam1 Pr3

Thursday, February 23, 2017 4:37 PM



L'interférence intersymbole est le recouvrement temporelle des symboles adjacents. Ce recouvrement engendre une auto-interférence qui nuit aux communications.

L'interférence intersymbole peut arriver au cause d'une étalement des impulsions, comme l'étalement introduit par le passage par un canal limite en bande. L'interférence intersymbole peut aussi arriver dans un canal avec les trajets multiples.

Les impulsions Nyquist ont une recouvrement temporelle, mais aux moments d'échantillonnage ce recouvrement est nulle.

MAP: i qui maximise $p(z|s_i)\, p(s_i)$
i qui minimise

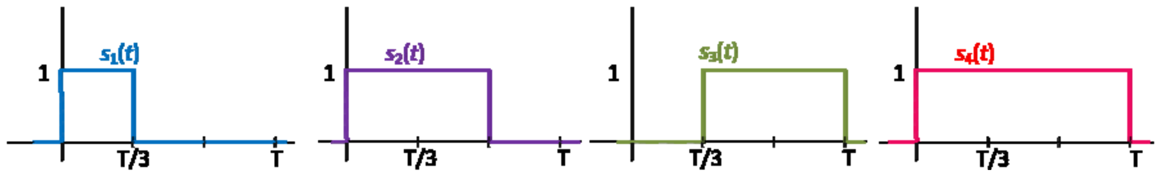
$$\|\mathbf{r}-\mathbf{s}_i\|^2 - N_0 \ln P(\mathbf{s}_i)$$

$P(\mathbf{s}_i)$ = **probabilité a priori de symbole** $\mathbf{s}_i$

La probabilité *a priori* peut être utilisée pour chercher à optimiser la probabilité maximale *a posteriori* (MAP). Le MAP diffère de la vraisemblance maximale (ML). Le ML cherche le symbole plus proche du signal reçu. Par contre, le MAP ajoute un poids venant de la probabilité *a priori*. En effet, les symboles les plus probables sont pondérés pour être choisis plus souvent.

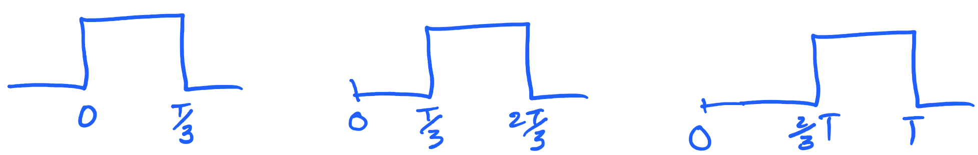
Exam1 Pr4

Thursday, February 23, 2017 4:37 PM



Approche 1 : Inspection

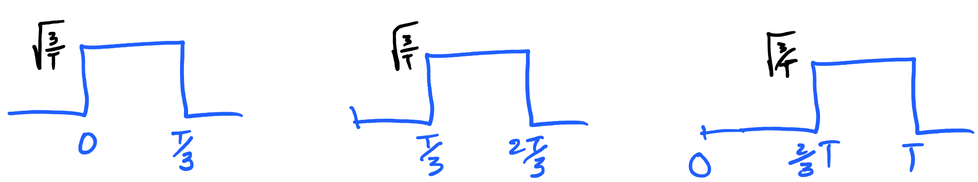
En regardant les formes d'onde nous observons un comportement rectangulaire et des divisions correspondent aux moments $T/3$, $2T/3$ et T. Donc nous choisissons



$\psi_1(t)$ $\psi_2(t)$ $\psi_3(t)$

L'hauteur des vecteurs de base est choisi pour donner une energie unitaire:

$$A^2 \cdot \frac{T}{3} \Rightarrow A^2 = 3/T \Rightarrow A = \sqrt{3/T}$$



$\psi_1(t)$ $\psi_2(t)$ $\psi_3(t)$

$$s_1(t) = \sqrt{\frac{T}{3}} \cdot \psi_1(t) \qquad s_2(t) = \sqrt{\frac{T}{3}}\, \psi_1(t) + \sqrt{\frac{T}{3}}\, \psi_2(t)$$

$$s_3(t) = \sqrt{\frac{T}{3}}\, \psi_2(t) + \sqrt{\frac{T}{3}}\, \psi_3(t) \qquad s_4(t) = \sqrt{\frac{T}{3}}\, \psi_1(t) + \sqrt{\frac{T}{3}}\, \psi_2(t) + \sqrt{\frac{T}{3}}\, \psi_3(t)$$

$$\underline{s}_1 = \sqrt{\tfrac{T}{3}}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix} \qquad \underline{s}_2 = \sqrt{\tfrac{T}{3}}\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

$$\underline{s}_3 = \sqrt{\tfrac{T}{3}}\begin{bmatrix}0 & 1 & 1\end{bmatrix} \qquad \underline{s}_4 = \sqrt{\tfrac{T}{3}}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

Pour les coordonnées dans l'espace du signal nous voulons

E_s = énergie m par symbole

$$|\underline{s}_1|^2 = \frac{T}{3} \qquad |\underline{s}_2|^2 = 2\frac{T}{3} \qquad |\underline{s}_3|^2 = 2\frac{T}{3} \qquad |\underline{s}_4|^2 = 3\,T/3 = T$$

$$\text{Energie moyenne} = \left[\frac{T}{3} + 2\frac{T}{3} + 2\frac{T}{3} + T\right]\frac{1}{4} = \frac{1+2+2+3}{12}T = \frac{8}{12}T = 2/3\,T$$

$$E_s = 2/3\,T$$

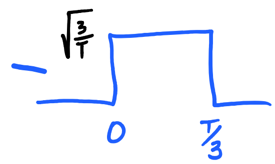
Espace du signal:

$$\tilde{\underline{s}}_1 = \sqrt{\tfrac{E_s}{2}}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix} \qquad \tilde{\underline{s}}_2 = \sqrt{\tfrac{E_s}{2}}\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

$$\tilde{\underline{s}}_3 = \sqrt{\tfrac{E_s}{2}}\begin{bmatrix}0 & 1 & 1\end{bmatrix} \qquad \tilde{\underline{s}}_4 = \sqrt{\tfrac{E_s}{2}}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

Approche 2 : Processus Gram Schmidt

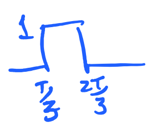
$$\psi_1 = \frac{s_1(t)}{\sqrt{E_1}} \qquad E_1 = \int_0^{T/3} dt = T/3 \qquad \psi_1(t) = \sqrt{\tfrac{3}{T}}\, s_1(t)$$



$\psi_1(t)$

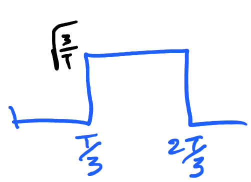
$$\langle s_2, \psi_1 \rangle = \sqrt{\tfrac{3}{T}}\int_0^{T/3} 1\, dt = \sqrt{\tfrac{3}{T}}\cdot\frac{T}{3} = \sqrt{\tfrac{T}{3}}$$

$$\theta_2(t) = s_2 - \sqrt{\tfrac{T}{3}}\,\psi_1(t) =$$



$$E_2 = T/3$$

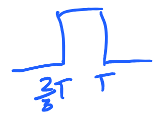
$$\psi_2(t) = \frac{\theta_2(t)}{T/3} =$$



$\psi_2(t)$

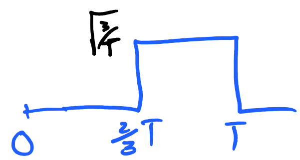
$$\langle s_3, \psi_1 \rangle = \sqrt{\frac{3}{T}} \int_0^{T/3} 0 \, dt = 0 \qquad \langle s_3, \psi_2 \rangle = \sqrt{\frac{3}{T}} \int_{T/3}^{2T/3} 1 \, dt = \sqrt{\frac{T}{3}}$$

$$\theta_3 = s_3 - \sqrt{\frac{T}{3}}\, \psi_2 =$$



$$E_3 = T/3$$

$$\psi_3 = \frac{\theta_3}{T/3} =$$



$\psi_3(t)$

Nous pourons observer que $s_4(t) \propto \psi_1 + \psi_2 + \psi_3$
ou on peut continuer avec le processus G·S

$$\langle s_4, \psi_1 \rangle = \sqrt{\frac{3}{T}} \int_0^{T/3} 1 \, dt = \sqrt{T/3}$$

$$\langle s_4, \psi_2 \rangle = \sqrt{\frac{3}{T}} \int_{T/3}^{2T/3} 1 \, dt = \sqrt{T/3}$$

$$\langle s_4, \psi_3 \rangle = \sqrt{\frac{3}{T}} \int_{2T/3}^{T} 1 \, dt = \sqrt{T/3}$$

$$\theta_4 = s_4 - \sqrt{T/3}\, \psi_1 - \sqrt{\frac{T}{3}}\, \psi_2 - \sqrt{T/3}\, \psi_3 = 0 \ \checkmark$$

$$\underline{s}_1 = \sqrt{\frac{T}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \underline{s}_2 = \sqrt{\frac{T}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{s}_3 = \sqrt{\frac{T}{3}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \underline{s}_4 = \sqrt{\frac{T}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Espace IQ

$$\sum_{n=1}^{4} (a_n^1)^2 + (a_n^2)^2 + (a_n^3)^2$$

$$= \frac{T}{3}\left[1 + 2 + 2 + 3\right] = \frac{8}{3}T$$

$$\sqrt{\frac{M\,E_s}{\Sigma(\ )^2}} = \sqrt{\frac{4\,E_s}{8T/3}} = \sqrt{\frac{3}{2}\frac{E_s}{T}}$$

Espace du signal:

$$\underline{\tilde{S}}_1 = \sqrt{\frac{3E_s}{2T}}\sqrt{\frac{T}{3}}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix} \qquad \underline{\tilde{S}}_2 = \sqrt{\frac{3E_s}{2T}}\sqrt{\frac{T}{3}}\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

$$\underline{\tilde{S}}_3 = \sqrt{\frac{3E_s}{2T}}\sqrt{\frac{T}{3}}\begin{bmatrix}0 & 1 & 1\end{bmatrix} \qquad \underline{\tilde{S}}_4 = \sqrt{\frac{3E_s}{2T}}\sqrt{\frac{T}{3}}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

$$\underline{\tilde{S}}_1 = \sqrt{\frac{E_s}{2}}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix} \qquad \underline{\tilde{S}}_2 = \sqrt{\frac{E_s}{2}}\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

$$\tilde{S}_3 = \sqrt{\frac{E_s}{2}}\begin{bmatrix}0 & 1 & 1\end{bmatrix} \qquad \tilde{S}_4 = \sqrt{\frac{E_s}{2}}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

✓

Exam1 Pr5

Thursday, February 23, 2017 4:37 PM

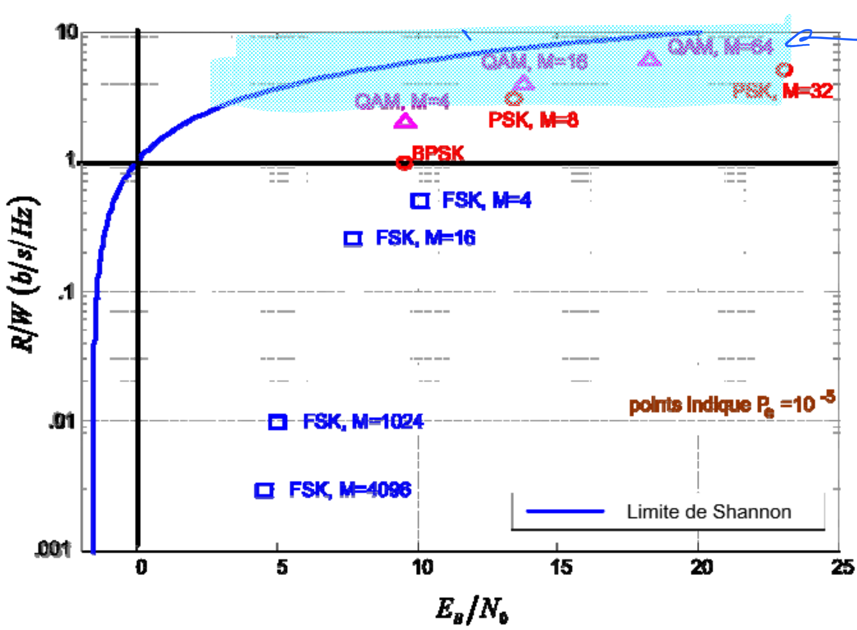
	Largeur de bande	Taux binaire	Source de puissance	Qualité du signal	Rb ÷ (BW disponible)	
Paire torsadée	3 kHz	10 kb/s	réseau électrique	~30 dB	3.3 b/s/Hz	QAM, MPSK
Déverrouillage d'une voiture	20 MHz	10 b/s	batterie	varient énormément avec distance; besoin d'une ligne de vue	5×10^{-7} b/s/Hz	MFSK
Robot sur mars	4 GHz	20 kb/s	panneaux solaires	Très faible, même avec des antennes avec gain important	5×10^{-6} b/s/Hz	MFSK
Lien microonde	30 MHz	100 Mb/s	réseau électrique	bon; distance choisie pour un signal fort et une ligne de vue	3.3 b/s/Hz	QAM, MPSK
Données cellulaires	100 kHz	1 Mb/s	batterie	varient énormément avec distance	10 b/s/Hz	QAM
Câble internet	10 MHz	50 Mb/s	réseau électrique	~25 dB	5 b/s/Hz	QAM

Paire torsadée

SNR est très elevé à 30dB

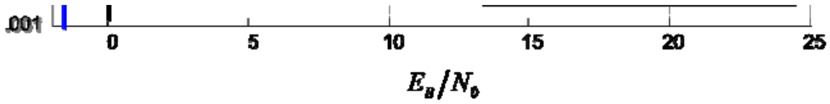
Nous avons besoin de $R = 10$ kb/s et un largeur de bande disponible de 3kHz. Donc nous avons besoin d'une efficacité spectrale de $\eta = R/W = 10/3$ b/s/Hz

$E_b/N_0 = SNR - 10\log_{10}\eta = 30 - 10\log_{10}\frac{10}{3} =$



paire torsadée

QAM16 est suffisante est laisse de marge de puissance



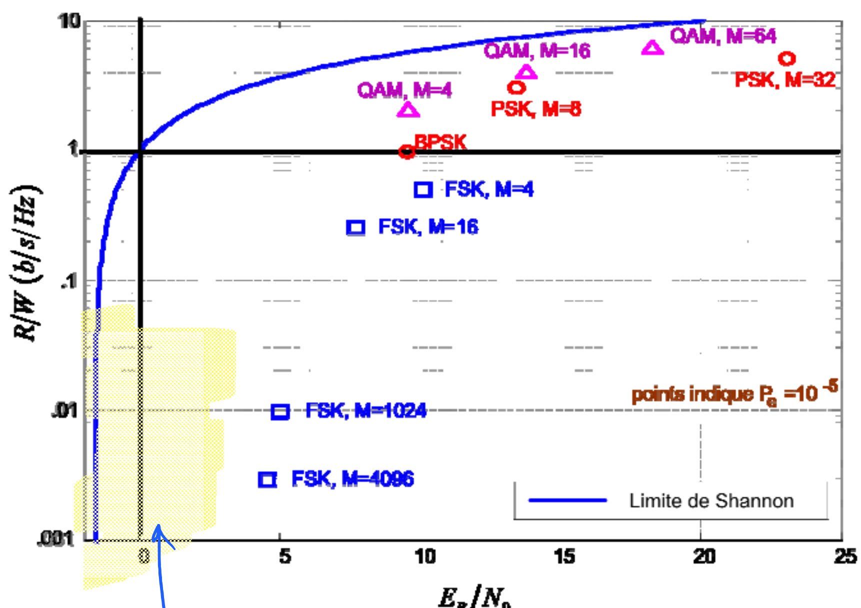
Déverrouillage d'une voiture

Les pertes sont importante à distance et sans ligne de vue et la batterie est petite. Donc le E_b/N_0 n'est pas énorme.

Nous avons besoin d'envoyer à peine 10 b/s, très lente
(code pour identifier la voiture)

Nous utilisons le bande sans license qui est très large, même s'il est très peuplé.

L'efficacité requise est basse.



clé sans fils

n'importe quel FSK

BFSK sera moins complexe, donc à la fois pas chère et assez petit.

16FSK sera plus performant, mais nous pouvons utiliser BFSK & approcher la voiture